Encyklopedie Fyziky

1 | MECHANIKA

1.1 | ÚVOD

1.1.1 | Obsah a metody fyziky

Fyzika je jednou z mnoha přírodních věd. Původně byla fyzika naukou o celé přírodě. S rozvojem poznatků o přírodě se oblast jejího zkoumání stále zužovala a z původní přírodovědy se vyčlenila celá řada oborů - biologie, chemie, astronomie, ... Co přesně je obsahem studia fyziky není jednoduché definovat, ale pokusíme se udělat jakýsi průřez tím nejzákladnějším.

Základním pojmem fyziky je **hmota**. Hmotné objekty mohou existovat ve dvou základních formách:

1. látka - látkovou formu mají všechna běžně známá tělesa (pevná, kapalná či plynná), molekuly, atomy i částice, z nichž se atomy skládají
2. pole - např. pole gravitační, elektrické,

magnetické, ...

Definovat pole není jednoduché, protože se jedná o vysoce abstraktní pojem. Pole lze přiblížit (s jistými nepřesnostmi) pomocí různých analogií, které pomohou pojem pole lépe pochopit.

Všechny objekty jsou v neustálém pohybu. Pohybem zde rozumíme nejen skutečnost, že tyto objekty neustále mění s časem svoji polohu vzhledem k určitému tělesu, ale také změnu jejich vlastností a stavů (které mohou probíhat ve vnitřní struktuře látek a polí). Lze tedy říci, že **obsahem fyziky je studium nejobecnějších vlastností, stavů a změn hmotných objektů**.

Hmotné objekty existují v prostoru. Určitý prostor zaujímá např. svým objemem každé těleso, elektrické pole v okolí nabitého tělesa, ... Výše zmíněné změny hmotných objektů probíhají v čase (např. zvukový signál potřebuje určitý čas na uražení vzdálenosti od zdroje k pozorovateli, přivedení vody k varu trvá jistý čas, ...). Proto říkáme, že **prostor a čas jsou formy existence hmoty**.

Důležité je, jakými postupy dochází fyzika ke svým poznatkům. Jedná se o tyto metody:

1. pozorování - sledování určitého jevu v jeho přirozených podmínkách, aniž by pozorovatel do průběhu jevu zasahoval (pohyb padajícího kamene, blesky při bouři, východ Slunce, ...)
2. experiment (pokus) - sledování jevu v uměle připravených podmínkách v laboratoři. Při

pokusu vyvoláme určitý jev uměle, měníme počáteční podmínky a sledujeme vliv těchto počátečních podmínek na průběh jevu.

Pouštíme volným pádem kámen z různých výšek a pomocí této změřené výšky a času dopadu určujeme velikost tíhového zrychlení; současně s kamenem pouštíme ptačí pírko a snažíme se zdůvodnit, proč pírko dopadne později než kámen; ...

3. vytváření hypotéz - buď na základě pozorování a experimentu nebo na základě základních znalostí daného jevu vytváříme vědecky zdůvodněnou představu o průběhu a příčinách zkoumaného jevu, jejíž pravdivost vždy ověřujeme

Vyjádříme-li průběh experimentu nebo pozorování matematickými prostředky, provádíme **fyzikální měření**. Jestliže během něho získáme zákonitý vztah mezi podmínkami a výsledkem pozorování či experimentu, docházíme k **fyzikálnímu zákonu**. Pozorování a pokus jsou zdrojem tzv. empirického poznání, tj. poznání založeného na empirii (zkušenosti).

Kromě empirických poznatků pracuje fyzika s poznatky teoretickými. To jsou zákony, vztahy mezi fyzikálními veličinami (to čemu studenti běžně říkají „vzorečky“), ... získané pouze na základě teoretického odvozování, počítačových modelů a simulací, ...

Při ověřování hypotéz pracujeme často

s myšlenkovými konstrukcemi - modely (hmotný bod, tuhé těleso; diagramy, grafy, rovnice, ...), které vyjadřují pouze určité zjednodušené vlastnosti zkoumaného jevu. Ověřená hypotéza tvoří **fyzikální teorii**. Vytváření a ověřování hypotéz patří k teoretickým metodám fyziky.

Fyziku tedy dělíme podle uvedených pracovních metod na dvě základní části, které se ale vzájemně doplňují a ovlivňují:

1. experimentální fyziku - vyvozuje nové poznatky na základě pozorování a experimentu
2. teoretickou fyziku - vychází z fyzikálních teorií, na základě nichž vyslovuje a ověřuje hypotézy

Obě části fyziky spolu úzce souvisí. Objeví-li experimentální fyziky neočekávaný důsledek fyzikálního jevu, je nutné teoreticky vysvětlit, proč k tomuto jevu došlo. Odvodí-li teoretický fyzik určitou zákonitost, je nutné jí ověřit experimentálně. Teoretik může v datech z experimentu nalézt chyby a upozornit na nepřesnost měření; stejně tak může experimentátor nalézt nesoulad v teorii.

Podle povahy zkoumaných jevů dělíme fyziku na:

1. mechaniku
2. molekulovou fyziku a termodynamiku
3. elektřinu a magnetismus
4. optiku
5. kvantovou fyziku

6. atomovou fyziku
7. jadernou fyziku
8. teorii relativity
9. astronomii a kosmologii
9. ...

Všechny tyto obory se vzájemně překrývají a doplňují a není tedy možné stanovit přesnou hranici mezi nimi. S rozvojem fyzikální vědy navíc vznikají nové obory. Například v 17. století položil anglický fyzik Isaac Newton základy (klasické) mechaniky, na začátku 20. století pak ukázal Albert Einstein, že newtonovská mechanika je pouze speciálním případem obecnější teorie: speciální teorie relativity; a ta je speciálním případem obecné teorie relativity.

Podle velikosti zkoumaných objektů dělíme fyziku na tyto obory:

1. fyzika mikrosvěta - poznatky z molekulové fyziky, termodynamiky, kvantové fyziky, atomové a jaderné fyziky
2. fyziku makrosvěta - poznatky o pevných, kapalných a plynných látkách
3. fyziku megasvěta - poznatky o vesmíru

Fyzika má velký význam pro ostatní přírodní vědy (chemie, biologie, meteorologie, ...) a pro rozvoj techniky (elektrické spotřebiče v domácnostech, přístrojové vybavení laboratoří, dopravní prostředky, sdělovací technika, ...). Vazba fyziky a techniky je ale vzájemná -

fyzika jednak ovlivňuje techniku, ale také sama využívá různé technické prostředky při své badatelské činnosti. Navíc stále rostoucí požadavky techniky inspirují fyziku k hledání nových fyzikálních zákonitostí (např. požadavek zvětšování kapacity disket, zmenšování přehrávačů, ...).

1.1.2 | Fyzikální veličiny a jejich jednotky

Fyzikální vlastnosti, stavy a změny hmotných objektů, které je možno změřit (např. objem, hmotnost a teplota u pevných těles, rychlost u těles v pohybu, elektrický náboj u nabitých těles, ...), vyjadřujeme fyzikálními veličinami.

Abychom se v jednotlivých fyzikálních veličinách dobře orientovali, používáme smluvené značky pro jednotlivé fyzikální veličiny: objem V, hmotnost m, teplota T, rychlost v, elektrický náboj Q, síla F, ... (Značky vznikly většinou jako první písmeno z anglického názvu příslušné fyzikální veličiny.)

Měřit fyzikální veličinu znamená určit její hodnotu. Tu určíme tak, že ji porovnáme s určitou předem smluvenou hodnotou veličiny téhož druhu, kterou zvolíme za **měřící jednotku** (**jednotku fyzikální veličiny**). Tato jednotka představuje stálou a pevnou hodnotu veličiny, s níž potom porovnáváme veličiny téhož druhu. Výsledkem porovnání měřené fyzikální veličiny se zvolenou měřící jednotkou je číselná hodnota. **Číselná hodnota** fyzikální veličiny udává,

kolikrát je hodnota měřené veličiny větší než zvolená měřící jednotka.

Ve skutečnosti je to jednodušší, než jak to vypadá! Např. měřící jednotka délky je metr. 1 metr je přitom přesně definován a je neměnný. Budeme-li chtít určit délku stolu, vezmeme délkové měřidlo (truhlářský dvoumetr). A na něm po přiložení ke stolu přečteme, že stůl je dlouhý 1,5 metru. A to je číselná hodnota fyzikální veličiny délka; tato číselná hodnota říká, že délka stolu je 1,5krát větší než jeden metr (měřící jednotka).

Hodnota fyzikální veličiny je tedy určena číselnou hodnotou a příslušnou měřící jednotkou. Hodnota fyzikální veličiny = číselná hodnota . jednotka.

Je-li X obecně hodnota fyzikální veličiny, $\{X\}$ její číselná hodnota a $[X]$ měřící jednotka, platí: $X = \{X\}.[X]$. Číselná hodnota $\{X\}$ označuje kvantitu (množství), měřící jednotka $[X]$ druh fyzikální veličiny čili kvalitu (jedtnoku).

Platí-li např. pro velikost rychlosti: $v = 15\,\mathrm{m.s^{-1}}$, pak $\{v\} = 15$ a $[v] = \mathrm{m.s^{-1}}$.

Číselná hodnota nemá sama o sobě žádný smysl, neboť hodnotu fyzikální veličiny můžeme vyjádřit v různých jednotkách. Proto **JE NUTNÉ UVÁDĚT ČÍSELNOU HODNOTU FYZIKÁLNÍ VELIČINY VŽDY S JEJÍ JEDNOTKOU!!!**

Zápis $l = 25$ nemá smysl (předpokládáme, že *l* značí délku). Není uvedena jednotka - může tedy být $l = 25\,\mathrm{mm}$

nebo $l = 25\ \mathrm{cm}$ nebo $l = 25\ \mathrm{m}$ nebo … Zápis bez jednotek prostě není přípustný, neboť vede k nejednoznačnosti.

1.1.3 | Soustavy fyzikálních veličin a jednotek

Měřící jednotky lze volit pro různé fyzikální veličiny zcela libovolně a vzájemně nezávisle. Rozvoj fyziky ale ukázal, že některé veličiny spolu souvisí, a proto se už začátku 19. století fyzikové snažili vytvořit vhodně uspořádanou soustavu fyzikální veličin a odpovídající soustavu jednotek. Zamezilo se tak značné nejednotnosti, která panovala při používání starých jednotek. Např. existovalo několik „loktů“, které se lišily v jednotlivých geografických oblastech. Rozdíl byl sice minimální, ale při obchodování mezi různými městy nebo státy se vyskytly problémy.

Při vytváření takové soustavy se vybere několik fyzikálních veličin, které se považují dále za základní, a k nim se stanoví příslušné základní jednotky. Všechny ostatní fyzikální veličiny (resp. jednotky) se pak určují na základě těchto veličin (resp. jednotek) základních. Takto kdysi vznikla soustava CGS, jejímiž základními veličinami byly *délka*, *hmotnost* a *čas* a příslušnými jednotkami *centimetr*, *gram* a *sekunda*.

U nás a v mnoha evropských zemích byla na základě mezinárodních dohod zavedena a uzákoněna

Mezinárodní soustava jednotek označovaná **SI** (Systéme International ď Unités). Používání jednotek soustavy SI umožňuje snazší komunikaci a spolupráci pracovníků z oblasti vědy a techniky z různých zemí Evropy a světa.

Mezinárodní soustavu jednotek tvoří tyto skupiny jednotek:

1. <u>základní</u> - sedm jednotek: m - **metr** (délka), kg - **kilogram** (hmotnost), s - **sekunda** (čas), A - **ampér** (elektrický proud), K - **kelvin** (termodynamická teplota), mol - **mol** (látkové množství), cd - **kandela** (svítivost)
2. <u>odvozené</u> - odvozují se ze základních jednotek pomocí definičních vztahů odpovídajících fyzikálních veličin: $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathrm{m.s^{-1}}$, $\mathrm{kg.m^{-3}}$, ... Některé z nich mají své názvy podle význačných fyziků - např. $\mathrm{N = kg.m.s^{-2}}$ (newton), $\mathrm{J = kg.m^2.s^{-2}}$ (joule), ... Mezi jednotky odvozené patří též dvě doplňkové jednotky: *radián* (rad) jako jednotka rovinného úhlu a *steradián* (sr) jako jednotka prostorového úhlu. Tyto jednotky nelze vyjádřit pomocí jednotek základních - považujeme za bezrozměrné.

<u>Je</u>-li např. α označení rovinného úhlu, lze psát $\alpha = \pi\ \mathrm{rad}$, ale při přepisu do soustavy SI se píše jen $\alpha = \pi$, tj. $[\alpha] = 1$.

3. <u>násobné a dílčí</u> - tvoří se ze základních

a odvozených jednotek pomocí mocnin o základu 10. Přehled předpon násobků a dílů jednotek je uveden v tabulce 1. V některých případech je možné též použít předpon *centi-* (se značkou c), *deci-* (d) a *hekto-* (h) - např. $1\,\mathrm{cm} = 0{,}01\,\mathrm{m}$, $1\,\mathrm{dm} = 0{,}1\,\mathrm{m}$, $1\,\mathrm{hl} = 100\,\mathrm{l}$, ... **Pozor!** Je zde jedna výjimka: kilogram je jednotka základní, nikoli násobná (příslušná násobná jednotka je 1 tuna - viz jednotky vedlejší).

4. vedlejší - jejich používání je příslušnou normou dovoleno, i když do jednotek soustavy SI nepatří. Povolení bylo uděleno na základě praktických důvodů. Jedná se např. o tyto jednotky: *minuta* (min), *hodina* (h), *litr* (l), *tuna* (t), ... Při výpočtech je ale převádíme na jednotky soustavy SI.

Jednotky násobné				"Základní" jednotka	**Jednotky dílčí**			
exa-	E	10^{18}	1000000000000000000		mili-	m	10^{-3}	0,001
peta-	P	10^{15}	1000000000000000		mikro-	μ	10^{-6}	0,000001
tera-	T	10^{12}	1000000000000		nano-	n	10^{-9}	0,000000001
giga-	G	10^{9}	1000000000		piko-	p	10^{-12}	0,000000000001
mega-	M	10^{6}	1000000		femto-	f	10^{-15}	0,000000000000001
kilo-	k	10^{3}	1000		atto-	a	10^{-18}	0,000000000000000001

tabulka 1

1.1.3.1 | Definice základních jednotek soustavy SI

METR JE DÉLKA DRÁHY, KTEROU URAZÍ SVĚTLO VE VAKUU ZA $\frac{1}{299792458}$ s.

KILOGRAM JE HMOTNOST MEZINÁRODNÍHO PROTOTYPU KILOGRAMU ULOŽENÉHO V MEZINÁRODNÍM ÚŘADĚ PRO VÁHY A MÍRY V SÉVRES U PAŘÍŽE.

SEKUNDA JE DOBA ROVNAJÍCÍ SE 9192631770 PERIODÁM ZÁŘENÍ, KTERÉ ODPOVÍDÁ PŘECHODU MEZI DVĚMA HLADINAMI VELMI JEMNÉ STRUKTURY ZÁKLADNÍHO STAVU ATOMU CESIA 133.

AMPÉR JE STÁLÝ ELEKTRICKÝ PROUD, KTERÝ PŘI PRŮCHODU DVĚMA PŘÍMÝMI ROVNOBĚŽNÝMI NEKONEČNĚ DLOUHÝMI VODIČI ZANEDBATELNÉHO KRUHOVÉHO PRŮŘEZU UMÍSTĚNÝMI VE VAKUU VE VZÁJEMNÉ VZDÁLENOSTI 1 METR VYVOLÁ MEZI NIMI STÁLOU SÍLU $2.10^{-7}\,\mathrm{N}$ NA 1 METR DÉLKY VODIČE.

KELVIN JE $\frac{1}{273,16}$ TERMODYNAMICKÉ TEPLOTY TROJNÉHO BODU VODY.

KANDELA JE SVÍTIVOST ZDROJE, KTERÝ V DANÉM SMĚRU VYSÍLÁ MONOCHROMATICKÉ ELEKTROMAGNETICKÉ ZÁŘENÍ O FREKVENCI $540.10^{12}\,\mathrm{Hz}$ A JEHOŽ ZÁŘIVOST V TOMTO SMĚRU JE

$\frac{1}{683}\,\mathrm{W.sr^{-1}}$.

Frekvence záření uvedená v definici odpovídá světlu o vlnové délce 555 nm, na které je lidské oko nejcitlivější. Kandela totiž patří mezi tzv. fotometrické veličiny, které popisují vnímání světla lidským okem.

MOL JE LÁTKOVÉ MNOŽSTVÍ SOUSTAVY, KTERÁ OBSAHUJE PRÁVĚ TOLIK ELEMENTÁRNÍCH JEDINCŮ (ENTIT), KOLIK JE ATOMŮ V $0{,}012\,\mathrm{kg}$ NUKLIDU UHLÍKU $^{12}_{6}\mathrm{C}$ (PŘESNĚ). (PŘI UDÁVÁNÍ LÁTKOVÉHO MNOŽSTVÍ JE PAK TŘEBA TYTO ENTITY SPECIFIKOVAT - ATOMY, MOLEKULY, IONTY, …)

1.1.4 | Skalární a vektorové fyzikální veličiny

Veličiny, s nimiž se setkáváme při studiu fyziky, je možné rozdělit do dvou základních skupin:

1. skalární fyzikální veličiny (skaláry) - jsou fyzikální veličiny, které jsou plně určeny jen číselnou hodnotou a měřící jednotkou. Mezi skaláry patří např. hmotnost, čas, délka, objem, teplota, …
2. vektorové fyzikální veličiny (vektory) - jsou fyzikální veličiny, k jejichž úplnému určení je nutno znát nejen jejich číselnou hodnotu

a měřící jednotku, ale i směr - např. rychlost, zrychlení, síla, …

Vektorové fyzikální veličiny zobrazujeme geometricky orientovanou úsečkou, jejíž délka znázorňuje velikost vektoru (tj. hodnotu veličiny), její orientace pak směr vektoru.

U vektorových fyzikálních veličin je třeba rozlišovat veličinu jako takovou a její velikost. Tvrzení „Rychlost auta je $50\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.“ je z fyzikálního hlediska nesmyslné! Správně je „Velikost rychlosti auta je $50\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.“ Rychlost je totiž vektorová veličina a číselnou hodnotu má jen velikost! Směr číselnou hodnotu nemá!

Fyzikální veličiny mohou být i záporné - a to i takové, u kterých to není běžné. Znaménko „mínus“ má totiž ve fyzice i trošku jiný význam než v matematice. Zvláště u vektorových fyzikálních veličin. Vyjde-li velikost vektorové fyzikální veličiny záporná, znamená to, že vektor této veličiny míří opačným směrem, než jsme předpokládali, než byl zobrazen v obrázku, … Při měření této veličiny příslušným přístrojem, bychom získali velikost veličiny kladnou.

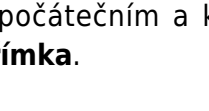
Např. teplota $-10\,^{\circ}\mathrm{C}$ je v pořádku a snad každý s ní má zkušenost. Když se ale objeví, že velikost rychlosti je $-50\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, může to na první pohled vypadat podivně. Ve skutečnosti je to v pořádku, pokud si uvědomíme, že rychlost jako taková je vektorová fyzikální veličina.

Informace $v = -50\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ říká, že velikost rychlosti pohybu hmotného bodu je $50\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, ale hmotný bod se pohybuje opačným směrem, než jsme předpokládali, než druhý hmotný bod, ...

1.1.4.1 | Operace s vektory

Uvažujme například vektor síly $\vec{F}$. Na obr. 1 je znázorněna síla $\vec{F}$ o velikosti 4 N. Tuto skutečnost zapisujeme zápisem: $\left|\vec{F}\right| = F = 4\ N$. Velikost každého vektoru je skalár.

Počáteční bod vektoru (bod *A*) určuje umístění vektoru, přímka procházející počátečním a koncovým bodem se nazývá **vektorová přímka**.



Obr. 1

S vektory lze provádět některé matematické operace:

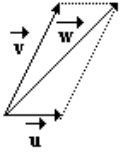
1. <u>násobení vektoru $\vec{v}$</u> nenulovým reálným číslem *k* (skalárem) - výsledný vektor $k\vec{v}$ je *k* -násobkem původního vektoru $\vec{v}$. Výsledný vektor je rovnoběžný s původním vektorem $\vec{v}$ a má stejný směr jako vektor $\vec{v}$, je-li *k* kladné.

Pokud je *k* záporné, je výsledný vektor orientován opačně. Velikost výsledného vektoru je $|k|v = |k|.\left|\vec{v}\right| = \left|k\vec{v}\right|$.

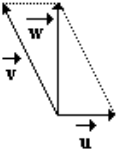
2. <u>sčítání dvou vektorů</u> - ve fyzice má jisté omezení: sčítat lze jen fyzikální veličiny téhož druhu (např. nelze sčítat sílu a rychlost, ...). Součet dvou různoběžných vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ - vektor $\vec{w}$ - sestrojíme jako úhlopříčku vektorového rovnoběžníku, jehož strany tvoří vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$. Výsledek vektorového sčítání závisí nejen na velikosti jednotlivých vektorů, ale také na jejich směrech, tj. na úhlu, který oba vektory svírají (viz obr. 2). Jsou-li vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ rovnoběžné, stačí např. vektor $\vec{u}$ přenést na vektorovou přímku vektoru $\vec{v}$ tak, aby počáteční bod vektoru $\vec{u}$ byl totožný s koncovým bodem vektoru $\vec{v}$.
3. <u>rozdíl vektorů</u> - platí stejné omezení jako u sčítání vektorů: opět lze odčítat pouze fyzikální veličiny stejného druhu. Rozdíl $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$ různoběžných vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ sestrojíme tak, že k vektoru $\vec{u}$ přičteme vektor opačný k vektoru $\vec{v}$, tj. provedeme operaci $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + \left(-\vec{v}\right) = \vec{u} + \left(-1\right)\vec{v}$ (viz obr. 3).

   V případě rovnoběžných vektorů se jejich rozdíl provádí analogicky jako jejich součet.

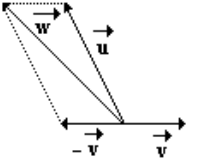
4. <u>rozklad vektoru do dvou daných směrů</u> - operace, která se ve fyzice používá velice často. V tomto případě hledáme dva takové vektory, které leží v daných směrech a jejichž vektorovým součtem dostaneme zadaný vektor. Máme-li např. vektor $\vec{w}$ rozložit do směrů daných polopřímkami *p* a *q*, (viz obr. 4), uvědomíme si, že při sčítání dvou vektorů (dva nalezené vektory musí po sečtení dát vektor $\vec{w}$) využíváme vektorového rovnoběžníku. V tomto případě postupujeme „odzadu“: koncovým bodem vektoru $\vec{w}$ vedeme rovnoběžky s polopřímkami *p*, *q*. Průsečíky sestrojených rovnoběžek s polopřímkami *p* a *q* určují koncové body hledaných vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$. Vektor $\vec{w}$ jsme tedy rozložili na dvě složky $\vec{u}$ a $\vec{v}$, pro něž platí: $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

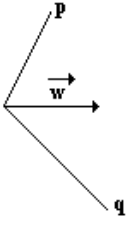


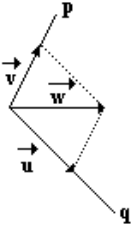
Obr. 2



Obr. 3







Obr. 4

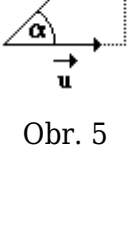
Ve fyzice se používají ještě další dvě operace

s vektory. A to skalární a vektorový součin.

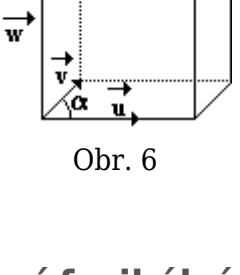
Skalární součin dvou vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ je definován takto: $\vec{u}.\vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$, kde příslušné vektory mají souřadnice $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ a $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$. Skalární součin je možné určit také vztahem $\vec{u}.\vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos\alpha$, kde α je úhel, který tyto vektory svírají. Jedná se vlastně o součin velikosti jednoho z vektorů a kolmého průmětu druhého vektoru do směru prvního vektoru (viz obr. 5). Výsledkem skalárního součinu dvou vektorů je tedy číslo. Budou-li vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ nenulové, pak $\vec{u}.\vec{v} = 0$ v případě, že vektory jsou na sebe vzájemně kolmé, $\vec{u}.\vec{v} > 0$ jestliže příslušné vektory svírají ostrý úhel a $\vec{u}.\vec{v} < 0$ v případě, že svírají úhel tupý. Skalární součin lze aplikovat i na dva vektory v rovině.

Vektorový součin dvou vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ (viz obr. 6) $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{w}$ je opět vektor, který je definován takto: $\vec{w} \perp \vec{u} \wedge \vec{w} \perp \vec{v}$, velikost $|\vec{w}|$ vektoru $\vec{w}$ je číselně rovna obsahu rovnoběžníku určeného vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$, tj. $|\vec{w}| = |\vec{u}|.|\vec{v}|\sin\alpha$ (α je úhel, který vektory svírají $\vec{u}$ a $\vec{v}$) a $\vec{w}$ je orientován vůči rovině vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ podle pravidla pravé ruky. Souřadnice vektoru $\vec{w}$ jsou: $\vec{w} = (u_2v_3 - u_3v_2, u_3v_1 - u_1v_3, u_1v_2 - u_2v_1)$, kde $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ a $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$. Platí-li: $\vec{v} = k\vec{u}, k \in \mathbb{R} - \{0\}$, pak

$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = \vec{u} \times k\vec{u} = 0$. Další podstatnou vlastností je $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$, tj. uvedená operace mezi vektory není komutativní. Vektorový součin je definován pouze pro dva vektory ze 3D prostoru.



Obr. 5



Obr. 6

1.1.5 | Metody měření fyzikálních veličin

Měření je soubor činností, jejichž cílem je stanovit hodnotu měřené fyzikální veličiny. Způsob, kterým měření provádíme, se nazývá **metoda měření**. Každá metoda měření je založena na určitém **měřícím principu** - např. měření teploty je založeno na principu teplotní roztažnosti kapalin (resp. termoelektrický jev), měření síly siloměrem je založeno na závislosti prodloužení pružiny na působící síle, ...

Stejnou fyzikální veličinu je možné měřit různými způsoby, různými metodami. Kterou zvolíme pro konkrétní případ, závisí na druhu a povaze měřené veličiny a na tom

která měřidla použijeme.

Metody měření je možné rozdělit do několika skupin:

1. přímé - metody, u nichž zjišťujeme hodnotu fyzikální veličiny přímo odečtením na stupnici použitého měřidla - měření teploty teploměrem, měření délky milimetrovým měřidlem, měření odporu kovového vodiče ohmmetrem ...
2. nepřímé - metody, u nichž hodnotu fyzikální veličiny stanovíme na základě určitého fyzikálního vztahu z hodnot jiných veličin (změřených jinou metodou)

Např. měřením hmotnosti *m* tělesa a jeho objemu *V* a výpočtem podle vztahu $\rho = \frac{m}{V}$ lze určit hustotu tělesa; měřením proudu *I* protékajícího kovovým vodičem a napětí *U* mezi konci tohoto vodiče lze urči pomocí vztahu $R = \frac{U}{I}$ odpor kovového vodiče; ...

Jiným dělením dostáváme metody:

1. absolutní - metody poskytující hodnotu měřené veličiny přímo v příslušné jednotce - čas v sekundách, hmotnost v kilogramech, elektrický proud v ampérech, ...
2. relativní (srovnávací) - měření spočívá v porovnání měřené veličiny s danou známou hodnotou veličiny téhož druhu, s tzv.

normálem (etalonem). Normály jsou závaží, délková měřidla, ...

Existují i další typy metody měření:

1. statické - hodnotu měřené veličiny určujeme z klidového stavu měřidla

Např. měření délky, ...

2. dynamické - založeny na pohybových změnách měřícího zařízení

Např. určení tuhosti pružiny - na siloměr zavěsíme závaží známé hmotnosti, to rozkmitáme, změříme dobu kmitu a tuhost poté dopočítáme dle příslušného vztahu; ...

3. substituční - měřený objekt postupně nahrazujeme normály až dosáhneme na použitém měřidle stejného účinku jako u měřeného objektu

Např. měření odporu rezistoru - rezistor neznámého odporu postupně nahrazujeme rezistory známých odporů, až obvodem prochází stejný elektrický proud jako při zapojení rezistoru o neznámém odporu; ...

4. kompenzační metody - účinek měřeného objektu vyrovnáváme (kompenzujeme) stejně velkým účinkem normálu, ale opačného znaménka

Např. vážení na rovnoramenných vahách, ...

Při měření postupujeme zpravidla ve třech krocích:

1. příprava měření - seznámit se s poznatky, které se týkají měřené veličiny, zvolit vhodný postup měření a odpovídající metodu měření, vybrat potřebná měřidla a naučit se s nimi pracovat, zvážit vnější podmínky a jejich případný vliv na výsledky měření (teplota a tlak vzduchu, mechanické otřesy, tření, ...), naplánovat postup měření, ...
2. vlastní měření
3. zpracování výsledků měření

1.1.6 | Důležité poznámky

1.1.6.1 | Matematika ve fyzice

Ve fyzice se většina zákonů, které popisují určité jevy, vyjadřuje pomocí matematického zápisu (vztahu). U některých zákonů nebude někdy důležité přesné znění vztahu (nebo přesné znění je natolik matematicky komplikované, že vyžaduje znalosti vyšší matematiky a není tedy možné je zde uvést), ale bude zajímavé uvědomit si, na čem zkoumaná veličina závisí. Proto je dobré seznámit se s následujícími formulacemi:

1. veličina *a* závisí přímo úměrně na veličině *b* (*a* je přímo úměrné *b*) - znamená, že s tím, jak roste (lineárně) veličina *b*, roste také lineárně

a. Skutečnost, že veličina *a* je přímo úměrná veličině *b*, je možné zapsat tímto zápisem: $a \approx b$.

Např. obvod čtverce je přímo úměrný délce jeho strany - čím delší je strana čtverce, tím je větší i jeho obvod; ...

2. veličina *a* je nepřímo úměrná veličině *b* - znamená, že s rostoucím *b* *a* klesá (nebo naopak), čili čím větší *b*, tím menší *a*.

Jako příklad lze uvést skupinu dělníků, kteří mají postavit dům: čím více bude dělníků, tím menší čas budou potřebovat na stavbu domu.

3. konstantou úměrnosti mezi veličinou *a* a *b* je *k* - znamená, že veličinu *a* lze zapsat takto: $a = kb$.

Např. konstantou úměrnosti mezi obvodem kruhu a jeho průměrem je π, ...

4. veličina *a* je úměrná čtverci (druhé mocnině) veličiny *b* - znamená, že roste-li veličina *b* lineárně, roste veličina *a* jako druhá mocnina. Veličinu *a* lze v tomto případě zapsat zápisem: $a \approx b^2$.

Např. obsah kruhu je úměrný druhé mocnině poloměru s konstantou úměrnosti π, ...

5. veličina *a* je úměrná *n*-té mocnině veličiny *b* - lze chápat tak, že roste-li veličina *b* lineárně,

roste veličina *a* jako *n*-tá mocnina. Zápis veličiny *a*: $a \approx b^n$. Přírodní zákony světa, v němž žijeme, jsou takové, že jen malá část veličin závisí na větší mocnině než 2 resp. 3.

1.1.6.2 | Pravidlo pravé ruky

Fyzikální veličiny, u nichž potřebujeme znát kromě číselné hodnoty příslušné veličiny i jejich směr, jsou reprezentovány vektory. Vystupuje-li v jednom zákoně (rovnici) více vektorových veličin, pak se může (a nemusí) stát, že výsledná veličina bude opět vektor, a v tom případě je nutno určit její směr. U veličin (vektorů), které jsou vyjádřeny pomocí vektorového součinu dvou jiných vektorových fyzikálních veličin, postupujeme při určování směru veličiny výsledné podle pravidla **pravé ruky** (pravotočivého šroubu):

PRAVOU RUKU POLOŽÍME MALÍČKOVOU HRANOU NA ROVINU VEKTORŮ $\vec{u}$ A $\vec{v}$ TAK, ŽE PRSTY VYMEZUJÍ OSTRÝ ÚHEL OD VEKTORU $\vec{u}$ K VEKTORU $\vec{v}$. VZTYČENÝ PALEC POTOM UKAZUJE SMĚR VEKTOROVÉHO SOUČINU VEKTORŮ $\vec{u}$ A $\vec{v}$.

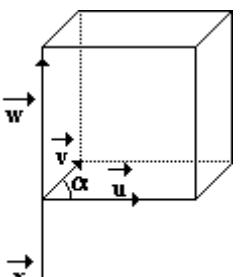
To si lze představit následovně: Naznačíme uchopení obou vektorů do pravé ruky tak, jako bychom prsty pravé ruky chtěli dva zadané vektory „zmáčknout“ k sobě, ukáže odtažený palec směr výsledného vektoru. Pro správnou představu „zmáčknutí“ vektorů, je nutno si tyto

vektory pomyslně posunout tak, aby měli společný počátek.

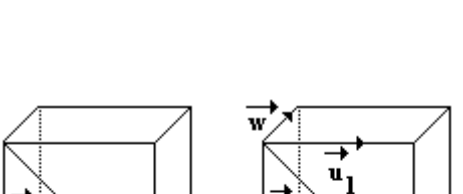
Uvažujme dva vektory (resp. dvě vektorové fyzikální veličiny) $\vec{u}$ a $\vec{v}$ z obr. 7, které definují vektor $\vec{w}$ tímto způsobem: $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$. Aplikovat na ně pravidlo pravé ruky nebude těžké, neboť vektory mají společný počátek. Dostáváme tedy směr vektoru $\vec{w}$ svisle vzhůru. V případě, že bychom uvažovali vektor $\vec{x}$ ve tvaru $\vec{x} = \vec{v} \times \vec{u}$, bude mít tento vektor opačný směr, než je směr vektoru $\vec{w}$ (což odpovídá vlastnostem vektorového součinu.

Zde uvedené pravidlo pravé ruky je ve velmi neodborném tvaru. Tento tvar je použit pro lepší názornost.

Nyní budeme uvažovat vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ takové, které nemají společný počátek (situaci lze sledovat na obr. 8). A opět chceme určit směr vektoru $\vec{w}$ definovaného vztahem $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$. Abychom mohli lépe aplikovat pravidlo pravé ruky, přeneseme si vektor $\vec{u}$ do stejného počátku jako má vektor $\vec{v}$. Nyní již určíme opět jednoduše směr vektoru $\vec{w}$ - pomocí pravidla pravé ruky aplikovaného na vektory $\vec{u}_1$ a $\vec{v}$.



Obr. 7



Obr. 8

V matematice je možné vektory libovolně posouvat jednak po vektorových přímkách, na nichž leží, ale také je přenášet na libovolné rovnoběžky. Tato druhá pomocná konstrukce má však ve fyzice jisté omezení: budeme-li chtít například vektorově sčítat dvě různoběžné síly, které nemají společné působiště, změníme posunutím jedné

síly na rovnoběžku procházející počátkem druhé síly moment této síly. Pro získání směru vektoru, který je výsledkem vektorového součinu dvou vektorů, lze tuto konstrukci pomyslně provést s tím, že počátek vektoru určíme správně na základě fyzikálních znalostí s ohledem na to, o jakou fyzikální veličinu se bude konkrétně jednat.

Ve fyzice se vyskytuje celá řada fyzikálních veličin, jejichž směr se určuje právě na základě pravidla pravé ruky - moment síly, směr síly působící na vodič s proudem, … U těchto veličin je pak pravidlo pravé ruky uvedené pro konkrétní použití.

1.1.6.3 | Rovinný úhel a prostorový úhel

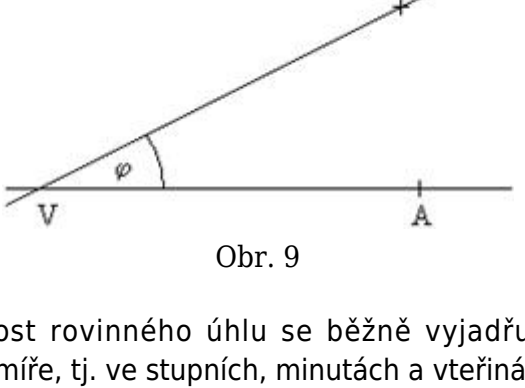
Ve fyzice se používají dva typy úhlů:

1. rovinný úhel;
2. prostorový úhel.

Jednodušší je rovinný úhel φ (viz obr. 9), který je dán vrcholem úhlu *V* a dvěma rameny úhlu *VA* a *VB*. Kromě označení φ také můžeme použít označení $\sphericalangle AVB$ resp. $\sphericalangle BVA$. Velikost tohoto úhlu pak zapisujeme $\varphi = |\sphericalangle AVB| = |\sphericalangle BVA|$.

Pomocí písmen je nutné úhel vyjádřit třemi písmeny,

z nichž uprostřed musí být písmeno označující vrchol daného úhlu a jako první a třetí písmeno jsou písmena bodů ležících na různých ramenech úhlu.

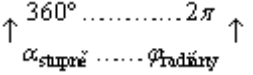


Obr. 9

Velikost rovinného úhlu se běžně vyjadřuje v tzv. stupňové míře, tj. ve stupních, minutách a vteřinách.

Zápis $\varphi = 15°32'47''$ tedy čteme takto: úhel φ má velikost 15 stupňů, 32 minut a 47 vteřin. Pozor! V souvislosti s velikostí úhlů se skutečně používá termín „vteřina“ a ne „sekunda“! Termín „sekunda“ je určen pro jednotku času a je v souvislosti s časem nepřípustné mluvit o „vteřinách“.

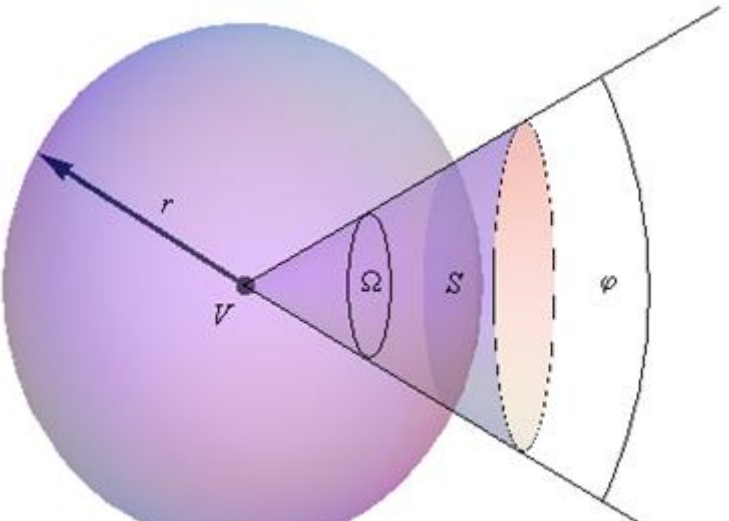
Jednotky, které jsou pro fyzikální výpočty přijatelnější, jsou radiány, tj. oblouková míra. Přepočet stupňů na radiány není obtížný, uvědomíme-li si, že plný úhel má ve stupňové míře velikost $360°$ a v obloukové míře to je 2π rad. Proto lze jednotky úhlů převádět dle schématu zobrazeného na obr. 10.



Obr. 10

Na základě schématu na obr. 10 lze odvodit dva obecně platné vztahy. Pro velikost úhlu ve stupňové míře platí $\alpha_{\text{stupně}} = \varphi_{\text{radiány}} \frac{360°}{2\pi} = \varphi_{\text{radiány}} \frac{180°}{\pi}$ a pro velikost úhlu v obloukové míře pak platí vztah $\varphi_{\text{radiány}} = \alpha_{\text{stupně}} \frac{2\pi}{360°} = \alpha_{\text{stupně}} \frac{\pi}{180°}$.

Prostorový úhel Ω je definován jako úhel při vrcholu *V* kužele (viz obr. 11). Průnik tohoto kužele a koule, která má střed v bodě *V* a má poloměr *r*, je kulový vrchlík. Daný kužel vytíná na dané kulové ploše plochu o obsahu *S*. Prostorový úhel Ω je definován vztahem $\Omega = \frac{S}{r^2}$ a jeho jednotkou je steradián: $[\Omega] = \text{sr}$.



Obr. 11

Jeden steradián odpovídá takovému úhlu u vrcholu kužele, který má s koulí o poloměru 1 m jako průnik plochu o obsahu $1\,\mathrm{m}^2$. Plný prostorový úhel má velikost $4\pi\ \mathrm{sr}$.

Tento úhel totiž odpovídá takovému kuželu, jehož průnik s danou kulovou plochou by byla celá uvažovaná kulová plocha, tj. $\Omega = \frac{S}{r^2} = \frac{4\pi r^2}{r^2}\ \mathrm{sr} = 4\pi\ \mathrm{sr}$.

Pro rotační kužel, který je zobrazen i na obr. 11 lze odvodit vztah mezi velikostí prostorového úhlu Ω a rovinného úhlu φ, který svírají povrchové přímky rotačního

kužele vzniklé jako průsečík kuželové plochy daného kužele a roviny procházející osou uvažovaného kužele. Platí tedy $\Omega = 2\pi\left(1-\cos\varphi\right)$.

1.1.6.4 | Názvosloví fyzikálních veličin

Ve fyzice se používá celá řada veličin, z nichž mnohé se liší jen přívlastkem. Rozlišení z hlediska českého jazyka poměrně malé, znamená většinou velice radikální rozdíl ve fyzikální veličině (tj. přívlastkem doplněná fyzikální veličina popisuje jinou vlastnost objektů).

Následuje seznam častých přívlastků s jejich vysvětlením:

1. relativní (poměrný) - daná veličina *X* je definována jako podíl dvou veličin téhož druhu. Veličina *X* tedy nemá jednotku, tj. $[X]=1$. Tyto veličiny lze v některých případech udávat též v procentech (např. účinnost stroje, relativní prodloužení ε, ...).
2. měrný - veličina *x* je definována pomocí veličiny *X* vztažené na jednotku hmotnosti. Pro jednotky platí: $[x]=[X].\mathrm{kg}^{-1}$. Např. měrné skupenské teplo tání, ...
3. molární - veličina *x* je definována na základě veličiny *X* vztažené na jednotku látkového množství, $[x]=[X].\mathrm{mol}^{-1}$. Např. molární hmotnost, molární objem, ...

4. tepelný - veličina x je definována pomocí veličiny X vztažené na jednotku tepla, $[x] = [X].J^{-1}$
5. teplotní - veličina x je definována pomocí veličiny X vztažené na jednotku teploty, $[x] = [X].K^{-1}$. Např. součinitel teplotní délkové roztažnosti, ...
6. (objemová) hustota veličiny - veličina x je definovaná pomocí veličiny X vztažené na jednotku objemu (např. hustota hmotnosti = hustota, objemová hustota částic, ...)
7. plošná hustota veličiny - veličina x je definovaná pomocí veličiny X vztažené na jednotku plochy (plošná hustota, plošná hustota náboje, ...)
8. délková hustota veličiny - veličina x je definovaná pomocí veličiny X vztažené na jednotku délky (délková hustota (např. drátu), délková hustota náboje, ...)

1.1.6.5 | Přibližné matematické vztahy používané ve fyzice

Ve fyzice se často postupuje tak, že z jednoho vztahu (zákona) se na základě dalšího zkoumání příslušného jevu odvozují vztahy, které popisují složitější vlastnosti daného jevu. Při odvozování některých závislostí se občas stane,

že některé veličiny jsou natolik malé, že výsledek ovlivní velice nepatrně. Takové veličiny pak můžeme zanedbat a výpočet (i příslušný vzorec) si tak zjednodušit. Přitom je důležité si uvědomit, jak je zanedbávaná veličina velká (resp. malá) **vzhledem** k jiné veličině (konstantě).

Jinými slovy, je nutné dát pozor, abychom nevylili do kanálu vodu z vaničky i s dítětem! Bude-li mít mříž kanálu malou hustotu ok, může dítě propadnout, bude-li mít mříž velkou hustotu ok, dítě nepropadne a do kanálu vyteče jen voda. Toto přirovnání je nereálné (a možná drsné), ale přesně tímto způsobem je nutné k zanedbávání ve fyzice přistupovat.

Přibližné vztahy, které mnohdy usnadní výpočet, uvádíme spolu s jejich odvozením. Všechny uvedené vztahy platí pro $|\varepsilon| \ll 1$ (proto je ε^2 ještě menší než ε):

1. $(1 \pm \varepsilon)^2 = 1 \pm 2\varepsilon + \varepsilon^2 \doteq 1 \pm 2\varepsilon$
2. $\frac{1}{1 \pm \varepsilon} = \frac{1}{1 \pm \varepsilon} \cdot \frac{1 \mp \varepsilon}{1 \mp \varepsilon} = \frac{1 \mp \varepsilon}{1 - \varepsilon^2} \doteq 1 \mp \varepsilon$
3. $\sqrt{1 \pm \varepsilon} \doteq \sqrt{1 \pm \varepsilon + \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(1 \pm \frac{\varepsilon}{2}\right)^2} = 1 \pm \frac{\varepsilon}{2}$

1.2 | KINEMATIKA

1.2.1 | Úvod do kinematiky

Nejstarším odvětvím fyziky, které se začalo rozvíjet, byla bezpochyby **mechanika**. Její základy vybudovali italský učenec Galileo Galilei (1564 - 1642) a anglický fyzik, matematik a astronom Isaac Newton (1642 - 1727). Mechanika se zabývá studiem nejjednoduššího fyzikálního jevu, který každý zná a pozoruje kolem sebe – **mechanickým pohybem**. Podle toho, o jaké charakteristiky pohybu se zajímáme, dělíme mechaniku na dvě odvětví:

1. kinematiku – zajímá se o popis pohybu (trajektorie, dráha, rychlost, …).

Kinematika tedy zkoumá JAK se příslušné těleso či hmotný bod pohybuje.

2. dynamiku – zajímá se o příčiny pohybu (tj. o síly působící na daný hmotný bod či těleso).

Zkoumá, PROČ se těleso či hmotný bod pohybuje.

1.2.1.1 | Mechanický pohyb

Pohyb jakéhokoliv tělesa vždy studujeme vzhledem k nějakému jinému tělesu, **vztažné soustavě**:

VZTAŽNÁ SOUSTAVA JE SOUBOR (SOUSTAVA) TĚLES, KTERÁ JSOU VZÁJEMNĚ V KLIDU A VŮČI NIMŽ POHYB POPISUJEME.

Vztažnou soustavou mohou být skutečná tělesa (strom

u silnice, divák na atletických závodech, ...) a nebo tělesa myšlená (soustava souřadnic, ...).

Klid nebo pohyb je proto vždy relativní - závisí na volbě vztažné soustavy.

Na dálnici jede v pravém pruhu Škoda 120, v levém jede stejně velkou rychlostí Škoda Felicia. Felicia je vzhledem ke Škodě 120 v klidu, zatímco vzhledem ke stromům, stojícím podél dálnice, se pohybuje.

HMOTNÝ BOD JE KAŽDÉ TĚLESO, JEHOŽ ROZMĚRY JSOU VZHLEDEM K ROZMĚRŮM ZVOLENÉ VZTAŽNÉ SOUSTAVY ZANEDBATELNÉ. JE CHARAKTERIZOVÁN POUZE HMOTNOSTÍ TĚLESA. NEZAJÍMÁME SE O JEHO VNITŘNÍ STRUKTURU.

Zavedením hmotného bodu si popis fyzikální situace zjednodušujeme, abychom nemuseli brát v úvahu detaily (vnitřní složení, tvar, ...), které pohyb neovlivní vůbec (a nebo jen nepatrně). Hmotným bodem může být ping-pongový míček, ale i slon nebo planeta Země. Závisí na volbě vztažné soustavy.

Slona prohánějícího se po prérii lze za hmotný bod považovat; slona v kleci nákladního auta, které slona převáží z jedné ZOO do druhé, za hmotný bod považovat nelze!

1.2.1.2 | Trajektorie a dráha hmotného

bodu

SOUVISLÁ ČÁRA, KTEROU HMOTNÝ BOD PŘI SVÉM POHYBU OPISUJE, SE NAZÝVÁ TRAJEKTORIE HMOTNÉHO BODU.

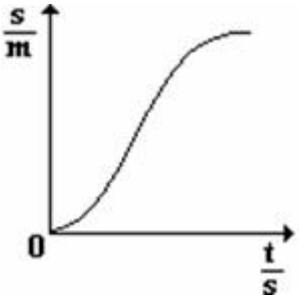
Trajektorií je čára za křídou na tabuli, čára za propiskou v sešitě, čára za letícím letadlem, ...

Podle tvaru trajektorie rozdělujeme pohyby na:

1. přímočaré – jsou ty pohyby, jejichž trajektorií je přímka nebo úsečka (pád kamene na zem, pohyb tužkou při rýsování podle pravítka, ...)
2. křivočaré – jsou pohyby, které mají za trajektorii libovolnou křivku (psaní tužkou, let ptáka, pohyb lyžaře – slalomáře, pohyb Země kolem Slunce, ...). Zvláštním případem jsou zde trajektorie ve tvaru kružnic (již zmíněný pohyb Země kolem Slunce), kdy hovoříme o pohybu hmotného bodu po kružnici (resp. o pohybu po kružnici).

Délka trajektorie, kterou hmotný bod opíše za určitý čas *t*, se nazývá dráha.

Značí se *s* a její základní jednotkou je metr, což lze zapsat takto $[s] = \mathrm{m}$. Dráha hmotného bodu závisí na čase, po který se hmotný bod pohyboval. Tuto závislost lze zobrazit do grafu, v němž se na osu vodorovnou vynáší čas, na osu svislou dráha (viz obr. 12).



Obr. 12

1.2.1.3 | Rychlost hmotného bodu

VELIKOST OKAMŽITÉ RYCHLOSTI v HMOTNÉHO BODU V ČASE t DEFINUJEME JAKO PODÍL PŘÍRŮSTKU DRÁHY Δs, K NĚMUŽ DOJDE ZA ČAS Δt, A TÉTO DOBY: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (PŘITOM Δt JE VELMI MALÉ); $[v] = \mathrm{m.s^{-1}}$.

V praxi se používá i jednotka $\mathrm{km.h^{-1}}$. Převodní vztah lze odvodit takto:

$$1\ \mathrm{m.s^{-1}} = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{\frac{1}{1000}\ \mathrm{km}}{\frac{1}{3600}\ \mathrm{h}} = \frac{3600}{1000}\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 3,6\ \mathrm{km.h^{-1}}$$

Okamžitá rychlost je vektorová fyzikální veličina, která má vždy směr tečny k dané trajektorii hmotného bodu a je orientována ve směru změny uražené dráhy.

Při pohybu hmotného bodu po křivce se vždy mění směr okamžité rychlosti, ale nemusí se měnit rychlost.

VELIKOST PRŮMĚRNÉ RYCHLOSTI v_p JE DEFINOVÁNA JAKO PODÍL CELKOVÉ DRÁHY s, KTEROU TĚLESO URAZÍ ZA CELKOVÝ ČAS t, A CELKOVÉHO ČASU t: $v_p = \frac{s}{t}$.

Pozor!!! Průměrnou rychlost nelze počítat jako průměr rychlostí!

Průměrná rychlost závisí na dráze, na níž byla změřena.

Průměrná rychlost cyklisty jedoucího v hornatém terénu bude jiná po ujetí prvních 5 kilometrů do kopce a jiná po ujetí dalších 10 kilometrů z kopce.

Zkracováním časového intervalu, na kterém určujeme průměrnou rychlost, lze dospět k **okamžité rychlosti**: Velikost okamžité rychlosti v daném bodě trajektorie je definována jako velikost průměrné rychlosti ve velmi malém časovém intervalu na velmi malém úseku trajektorie.

Tachometr na jízdním kole měří velikost okamžité rychlosti pohybu cyklisty. Tachometr tuto hodnotu ale určuje jako průměrnou rychlost během jednoho otočení kola. Čím rychleji se bude cyklista pohybovat, tím spíše bude možné považovat hodnotu zobrazovanou na tachometru za okamžitou rychlost.

S použitím diferenciálního a integrálního počtu lze velikost rychlosti definovat vztahem $v = \frac{ds}{dt}$ (první derivace vyjádření dráhy v závislosti na čase podle času). Tak se odstraní problém, nepřesné formulace, že časový interval, na kterém se velikost okamžité rychlosti určuje, musí být velmi malý.

Podle velikosti rychlosti dělíme pohyby na:

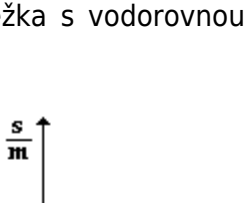
1. rovnoměrné – pohyby, u nichž je velikost rychlosti konstantní. Hmotný bod urazí tedy v libovolných, ale stejných časových intervalech stejné úseky dráhy.
2. nerovnoměrné – pohyby, u nichž se velikost rychlosti s časem mění. Hmotný bod urazí tedy v libovolných, ale stejných časových intervalech různé úseky dráhy.

Budeme-li chtít zjednodušit popis nerovnoměrného pohybu hmotného bodu, lze použít průměrnou rychlost. Jejím zavedením se nerovnoměrný pohyb převede na pohyb rovnoměrný; celkový čas pohybu a celková dráha pohybu zůstanou nezměněny.

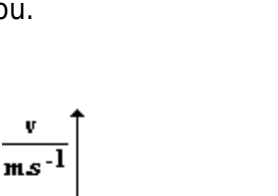
Zavedením průměrné rychlosti u pohybu nerovnoměrného se pohyb zrovnoměrní - po celou uvažovanou dobu se hmotný bod pohybuje stálou rychlostí.

1.2.2 | Rovnoměrný pohyb

je takový pohyb, při němž hmotný bod urazí za libovolné, ale stejné, časové intervaly stejné úseky dráhy. Zaznamenáme-li tyto uražené úseky dráhy do tabulky a poté vyneseme do grafů, získáme závislosti uvedené na obr. 13 a obr. 14. Grafem závislosti uražené dráhy na čase je polopřímka svírající s vodorovnou osou ostrý úhel (která prochází počátkem začínal-li pohyb z klidu). Grafem závislosti velikosti okamžité rychlosti na čase je rovnoběžka s vodorovnou osou.



Obr. 13



Obr. 14

Na obr. 15 a obr. 16 jsou znázorněny grafy závislosti uražené dráhy na čase a závislosti velikosti okamžité rychlosti na čase pro případ, kdy hmotný bod v čase $t_0 = 0$ (začátek sledovaného úseku) měl uraženou dráhu s_0. Závislost uražené dráhy na čase pak lze popsat vztahem

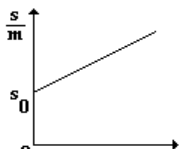
$s = s_0 + vt$.

Automobil jel z Prahy do Ostravy přes Hradec Králové. V Praze řidič vynuloval ukazatel aktuální uražené dráhy a vyrazil na cestu. V Hradci spustil časomíru a měřil čas, za který dojede do Ostravy. Celková dráha automobilu v libovolném čase po spuštění časomíry, je rovna vzdálenosti Praha - Hradec Králové zvětšené o dráhu, kterou urazil automobil za příslušný čas, tj. $s = s_{\text{Praha-Hradec}} + t_{\text{z Hradce}} v$.

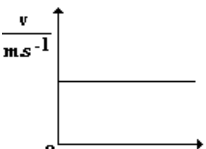
Na obr. 17 a obr. 18 jsou pak znázorněny příslušné grafy pro případ, kdy se hmotný bod začne pohybovat ze zvoleného počátku dráhy až po čase t_0 Závislost uražené dráhy na čase lze popsat vztahem $s = v(t - t_0)$.

Běžci, který startoval na atletických závodech ze startovního bloku, se po startu do bloku zasekla tkanička od bot. Než jí odmotal, uplynul určitý čas. Dráha, kterou běžec urazil po vyproštění tkaničky v určitém čase, je dána velikostí rychlosti běžce a času, po který běžec skutečně běžel.

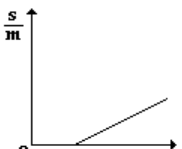
U pohybu rovnoměrného přímočarého je stále stejná velikost i směr rychlosti. Rychlost má tedy směr přímky, po níž se hmotný bod pohybuje. U pohybu rovnoměrného křivočarého se zachovává pouze velikost rychlosti. Její směr se mění - v každém bodě má směr tečny k dané trajektorii hmotného bodu.



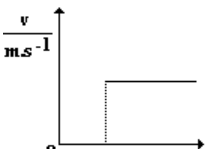
Obr. 15



Obr. 16



Obr. 17



Obr. 18

1.2.2.1 | Grafy závislosti popisující pohyb hmotného bodu

Stejně tak jako řadu jevů a dějů z praxe lze vyjádřit graficky (výsledky voleb do poslanecké sněmovny, růst hrubého domácího produktu, kolísání kurzu koruny vůči euru, ...), lze i fyzikální popis pohybu hmotného bodu vyjádřit graficky.

U popisu pohybu je třeba nejdříve rozlišit **souřadnici hmotného bodu** a **dráhu hmotného bodu**. Obě tyto veličiny je možné znázornit graficky v závislosti na čase, souřadnici lze navíc znázornit i např. do kartézské soustavy souřadnic.

1.2.2.1.1 | Souvislost trajektorie a souřadnice

Na obr. 19 je zobrazena trajektorie hmotného bodu v kartézské soustavě souřadnic. Podle lze pohyb popsat:

na úseku *OA* je přímočarý (trajektorií je úsečka), na úseku *AB* křivočarý (trajektorií je část kružnice) a na úseku *BC* opět přímočarý. Jako celek byl tedy pohyb křivočarý. Z grafu lze též určit vzdálenosti, které hmotný bod na jednotlivých úsecích urazil:

$|OA| = \sqrt{5^2 + 10^2}\ \mathrm{m} = \sqrt{125}\ \mathrm{m} = 11{,}18\ \mathrm{m}$ (podle Pythagorovy věty)

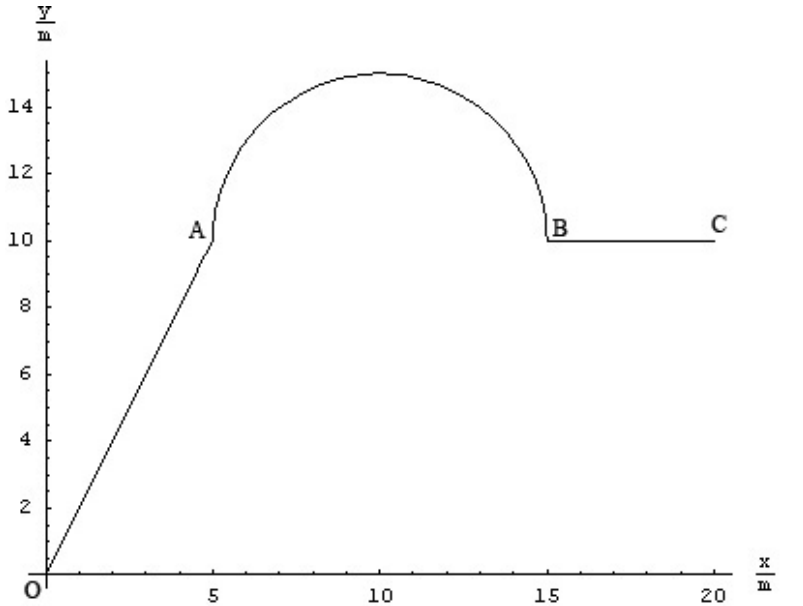
$$|AB| = \frac{\pi d}{2} = \frac{3{,}14.10}{2}\ \mathrm{m} = 15{,}7\ \mathrm{m}$$

$$|BC| = 5\ \mathrm{m}$$

Celková uražená dráha je tedy $s = |OA| + |AB| + |BC| = 11{,}18 + 15{,}7 + 5\ \mathrm{m} = 31{,}88\ \mathrm{m}$.

O rychlosti nelze dělat žádné závěry, protože neznáme, jak dlouho jednotlivé úseky pohybu (resp. celý pohyb) trvaly. Kdyby byly známy časy, po které se hmotný bod pohyboval v jednotlivých úsecích svého pohybu, bylo by možné určit velikosti rychlostí na těchto úsecích.

Tento typ pohybu lze velmi dobře realizovat např. tužkou na list papíru. Ztotožníme-li dvě přilehlé strany obdélníkového archu papíru s kartézskými osami *x* a *y*, získáme uvedený obrázek resp. graf.



Obr. 19

1.2.2.1.2 | Souvislost souřadnice, dráhy a velikosti rychlosti

Uvedené souvislosti si přiblížíme na příkladu.

Jarda vyrazí z domova kole na výlet. Po 40 sekundách, během kterých ujel 200 metrů, si není jist, zda si vzal s sebou pláštěnku. Zastaví a 20 sekund prohledává batoh. Když zjistí, že pláštěnku nemá, vrací se zpět pro pláštěnku. Jede přitom ale dvojnásobnou

rychlostí než předtím. Před domem stojí jeho sestra, která mu pláštěnku přinesla k brance, aby se Jarda nezdržoval. Takže v jízdě přebere pláštěnku a vyráží znovu. Jede ale pomaleji, protože si cestou uklízí pláštěnku do batohu. Za 40 sekund od setkání se sestrou urazil vzdálenost 160 metrů. Předpokládáme rovnoměrný přímočarý pohyb.

Sestrojte graf závislosti souřadnice, dráhy a velikosti rychlosti Jardova pohybu na čase. Určete celkovou dráhu, kterou urazil, a velikost jeho průměrné rychlosti na sledovaném úseku.

Na obr. 20 je zobrazen pro Jardu od okamžiku začátku výletu graf závislosti souřadnice na čase. Souřadnice je měřena od domu. Je vidět, že souřadnice nejdříve roste (Jarda jede od domu), pak je konstantní (Jarda hledá pláštěnku), pak klesá (Jarda se vrací domů) a opět roste (Jarda znovu vyráží na výlet).

Na obr. 21 je zobrazen graf závislosti uražené dráhy na čase. Dráha, kterou měří Jardův tachometr na kole, stále roste. Pouze na úseku, kdy hledá pláštěnku (po prvních 40ti sekundách pohybu) je dráha konstantní - nemění se.

Řečeno matematickou terminologií: graf závislosti uražené dráhy na čase je vždy reprezentován neklesající funkcí. O grafu závislosti souřadnice hmotného bodu na čase nelze obecně nic říct.

Podle údajů ze zadání resp. podle grafů lze určit i velikosti rychlostí Jardova pohybu na jednotlivých

úsecích.

Na prvním úseku: $v_1 = \frac{200}{40}\,\mathrm{m.s^{-1}} = 5\,\mathrm{m.s^{-1}}$

Na druhém úseku: $v_2 = 0\,\mathrm{ms^{-1}}$ (Jarda se ve zvolené soustavě spojené s domem nepohybuje)

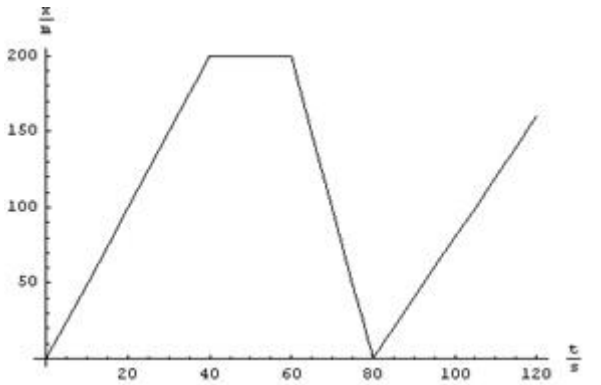
Na třetím úseku: $v_3 = -\frac{200}{80-60}\,\mathrm{m.s^{-1}} = -10\,\mathrm{m.s^{-1}}$. Znaménko mínus znamená, že se Jarda vrací zpět. Jeho souřadnice (poloha vůči domu) se zmenšuje.

Na čtvrtém úseku: $v_4 = \frac{160}{40}\,\mathrm{m.s^{-1}} = 4\,\mathrm{m.s^{-1}}$

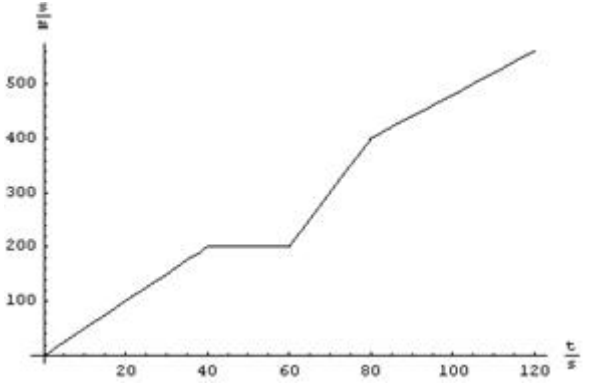
Celkovou uraženou dráhu lze získat z grafu závislosti souřadnice na čase: $s = 200 + 0 + 200 + 160\,\mathrm{m} = 560\,\mathrm{m}$. Zároveň lze celkovou dráhu vyčíst na druhém grafu.

Velikost průměrné rychlosti Jardova pohybu je $v_\mathrm{p} = \frac{s}{t} = \frac{560}{120}\,\mathrm{m.s^{-1}} = 4,67\,\mathrm{m.s^{-1}}$.

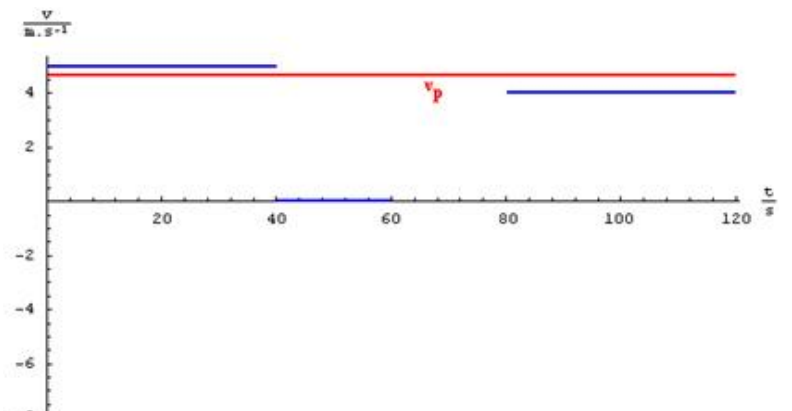
Na obr. 22 je znázorněn graf závislosti velikosti rychlosti Jardova pohybu na čase. V obrázku je vyznačena i průměrná rychlost jeho pohybu.


200
150
100
50
20
40
60
80
100
120

Obr. 20


500
400
300
200
100
20
40
60
80
100
120

Obr. 21



Obr. 22

1.2.3 | Zrychlení hmotného bodu

U nerovnoměrných pohybů není velikost rychlosti konstantní, během pohybu se mění.

Automobil se rozjíždí z místa na parkovišti, poté se pohybuje po volné silnici rovnoměrně a před křižovatkou brzdí.

Fyzikální veličina, která charakterizuje změnu vektoru rychlosti, se nazývá **zrychlení hmotného bodu** a značí se $\vec{a}$.

OKAMŽITÉ ZRYCHLENÍ HMOTNÉHO BODU JE DÁNO PODÍLEM ZMĚNY RYCHLOSTI $\Delta\vec{v}$, KE KTERÉ

DOŠLO ZA DOBU Δt, A TOUTO DOBOU: $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$, PŘIČEMŽ DOBA Δt JE VELMI MALÁ. OKAMŽITÉ ZRYCHLENÍ JE VEKTOROVÁ VELIČINA, KTERÁ MÁ SMĚR ZMĚNY RYCHLOSTI.

Důležité je vědět, že zrychlení je změna rychlosti (tj. obecně změna směru i změna velikosti) za určitý čas. Existují totiž pohyby, u nichž má smysl zavádět zrychlení, ačkoliv velikost jejich rychlosti je konstantní - např. rovnoměrný pohyb po kružnici.

Velikost okamžitého zrychlení je dána podílem velikosti změny rychlosti a příslušné doby, v níž k této změně došlo: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Jednotkou zrychlení je metr za sekundu na druhou: $[a] = \mathrm{m.s^{-2}}$.

Pokud rozepíšeme definiční vztah pro velikost zrychlení ve tvaru $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{nová}} - v_{\text{počáteční}}}{\Delta t}$, můžeme jednou veličinou popisovat pohyby zrychlené i zpomalené. Pokud hmotný bod zrychluje, je $v_{\text{nová}} > v_{\text{počáteční}}$ a velikost zrychlení je kladná. Pokud hmotný bod zpomaluje, je $v_{\text{nová}} < v_{\text{počáteční}}$ a velikost zrychlení je záporná.

Se znaménkem mínus se zachází odlišně než v matematice: vyjde-li velikost vektorové veličiny záporná, znamená to, že má opačný směr, než jsme předpokládali původně. Proto je vhodné u všech úloh kreslit obrázky, ve kterých vyznačíme směry všech

vektorových veličin, které se v úloze vyskytují.

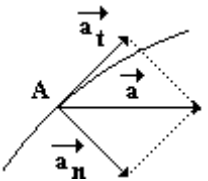
Okamžité zrychlení často rozkládáme na dvě složky (viz obr. 23):

1. tečné zrychlení $\vec{a_t}$ - leží na stejné vektorové přímce jako vektor okamžité rychlosti. Vyjadřuje změnu velikosti rychlosti. Je-li jeho velikost nulová, jedná se o pohyb rovnoměrný.
2. normálové zrychlení $\vec{a_n}$ – je kolmé ke směru okamžité rychlosti a vyjadřuje změnu směru rychlosti. Je-li jeho velikost nulová, jedná se o pohyb přímočarý.

Normálové zrychlení udává, jak se mění okamžitý poloměr křivosti trajektorie, po níž se hmotný bod pohybuje. Normálové zrychlení tedy udává jak moc (a jestli vůbec) hmotný bod zatáčí.

Z obr. 23 vyplývá i vztah mezi normálovým, tečným a celkovým zrychlením. Podle Pythagorovy věty platí: $a^2 = a_t^2 + a_n^2$.

U pohybu po kružnici má normálové zrychlení směr do středu kružnice a nazývá se dostředivé.



Obr. 23

1.2.4 | Rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

Pohybuje-li se hmotný bod po přímce tak, že velikost jeho rychlosti není v čase konstantní, jedná se o pohyb nerovnoměrný. Nejjednoduššími nerovnoměrnými pohyby jsou:

1. rovnoměrně zrychlený pohyb – zrychlení $\vec{a}$ má stejný směr jako vektor rychlosti $\vec{v}$ a velikost rychlosti se s časem zvětšuje
2. rovnoměrně zpomalený pohyb – zrychlení $\vec{a}$ má opačný směr než vektor rychlosti $\vec{v}$ a velikost rychlosti se s časem zmenšuje

Oba tyto pohyby je možné vyšetřovat společně (přičemž budeme mluvit o pohybu rovnoměrně zrychleném), uvědomíme-li si, že:

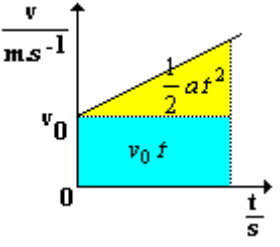
1. $a > 0$ pro pohyb rovnoměrně zrychlený
2. $a < 0$ pro pohyb rovnoměrně zpomalený

Z hlediska českého jazyka je trošku problematické,

že se zrychlené pohyby dělí na zrychlené a zpomalené, ale to snad nebude činit výraznější problémy.

Velikost okamžité rychlosti hmotného bodu, který se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem s počáteční rychlostí v_0 a se zrychlením *a*, se mění s časem podle vztahu $v = v_0 + at$.

Tento vztah lze odvodit přímo z definice velikosti zrychlení. Tu lze psát ve tvaru: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}$. Ze vztahu $a = \frac{v - v_0}{t}$ lze už snadno vyjádřit $v = v_0 + at$.



Obr. 24

Dříve než se podíváme, jak se mění s časem dráha rovnoměrně zrychleného přímočarého pohybu, uvědomíme si důležitou věc. Rychlost tohoto pohybu roste lineárně s časem (viz graf na obr. 24). V tom případě se průměrná rychlost rovná aritmetickému průměru okamžitých rychlostí na začátku a na konci uvažované dráhy. Na

začátku pohybu (v čase $t = 0\,s$) se hmotný bod pohybuje rychlostí o velikosti v_0, v čase *t* pak má jeho rychlost velikost $v = v_0 + at$, kde *a* je velikost zrychlení. Průměrná rychlost tedy je: $v_p = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{at}{2}$.

Touto průměrnou rychlostí urazí hmotný bod za čas *t* dráhu *s*, tedy $s = v_p t = \left(v_0 + \frac{at}{2}\right) t = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

Vztah $s = vt$ je pro zrychlený pohyb nepoužitelný!!! Lze ho použít pouze v případě, že místo *v* dosadíme velikost PRŮMĚRNÉ RYCHLOSTI, tedy $s = v_p t$. Vztah $s = vt$ je platný pouze v případě, že velikost rychlosti, která v něm vystupuje, je konstantní. U pohybu zrychleného se okamžitá rychlost mění, ale průměrná je konstantní.

Je-li počáteční dráha hmotného bodu s_0, je dráha v čase *t* rovna $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

Grafem závislosti uražené dráhy na čase u pohybu rovnoměrně zrychleného je část paraboly. Vrchol této paraboly lze určit doplněním kvadratického trojčlenu na druhou mocninu (na čtverec) kvadratického dvojčlenu.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a \left(t^2 + 2\frac{v_0}{a} t\right) + s_0 = \frac{1}{2} a \left(t^2 + 2\frac{v_0}{a} t + \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{v_0}{a}\right)^2\right) + s_0$$

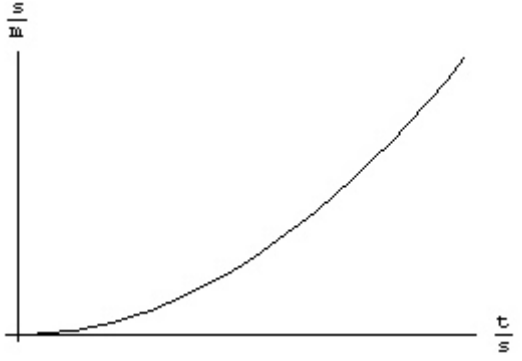
$$= \frac{1}{2}a\left(t^2 + 2\frac{v_0}{a}t + \left(\frac{v_0}{a}\right)^2\right) + s_0 - \frac{1}{2}a\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}a\left(t + \frac{v_0}{a}\right)^2 + s_0 - \frac{v_0^2}{2a}$$

Vrchol paraboly má tedy souřadnice $\left[-\frac{v_0}{a}; s_0 - \frac{v_0^2}{2a}\right]$.

Sestrojíme-li graf závislosti velikosti okamžité rychlosti na čase, lze získat číselnou hodnotu uražené dráhy přímo z tohoto grafu jako obsah plochy pod křivkou (na obr. 24 je to součet obsahů obou vyšrafovaných ploch).

Na obr. 25 je pak znázorněn graf závislosti uražené dráhy na čase u pohybu rovnoměrně zrychleného (obr. 24 a obr. 25 odpovídají pohybu se zrychlením $a > 0$).

Grafy odpovídající rovnoměrně zpomalenému pohybu (tj. rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením $a < 0$) vysvětlíme na příkladu.



Obr. 25

Uvažujme pohyb hmotného bodu, který se rozjíždí z klidu se stálým zrychlením o velikosti $2\,\mathrm{m.s^{-2}}$ po dobu $50\,s$. Poté se pohybuje dalších $50\,s$ stálou rychlostí a nakonec za dobu $20\,s$ zabrzdí. Pohyb se tedy skládá ze tří částí: rovnoměrně zrychleného pohybu, z pohybu rovnoměrného a z pohybu rovnoměrně zpomaleného.

Před zakreslením grafu závislosti dráhy na čase je dobré si uvědomit, že v první fázi pohybu půjde o parabolu, která bude procházet bodem $[0;0]$ (v nulovém čase nemá hmotný bod uraženou žádnou dráhu - rozjíždí se z klidu). Parabola bude končit v čase $50\,s$, kterému odpovídá dráha $s_1 = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2}.2.50^2\ \mathrm{m} = 2500\ \mathrm{m}$. (Při pečlivějším rýsování by bylo dobré určit ještě několik bodů mezi dvěma krajními.) V tuto dobu bude mít hmotný bod rychlost o velikosti $v = at_1 = 2.50\,\mathrm{m\,s^{-1}} = 100\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Touto rychlostí se bude pohybovat dalších $50\,s$, tj. urazí dráhu $s_2 = vt_2 = 100.50\ \mathrm{m} = 5000\ \mathrm{m}$. Grafem závislosti uražené dráhy na čase této části pohybu bude úsečka, jejímiž krajními body jsou body $[50;2500]$ a $[100;7500]$. Poslední fází pohybu je brzdění, které trvá $20\,s$. Zrychlení při zastavování tedy určíme ze vztahu $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-100}{20}\ \mathrm{m.s^{-2}} = -5\ \mathrm{m.s^{-2}}$ (hmotný bod má zastavit -

tj. „nová“ rychlost bude mít velikost $0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$). Během zastavování urazí hmotný bod dráhu $s_3 = vt_3 + \frac{1}{2}a_2t_3^2 = 100.20 + \frac{1}{2}.(-5).20^2\,\mathrm{m} = 1000\,\mathrm{m}$ a grafem závislosti dráhy na čase této fáze pohybu bude opět parabola. Ale musí být otočená tak, aby dráha narůstala pomaleji než v případě pohybu rovnoměrného. Parabola bude končit v bodě $[120; 8000]$.

Při kreslení výsledného grafu je nutno mít na paměti, že v místě „spojů“ jednotlivých částí grafů nesmí být žádné „špičky“. Graf musí být „hladký“. To fyzikálně znamená, že při přechodu z rovnoměrně zrychleného pohybu na pohyb rovnoměrný nedojde ke změně rychlosti. Pro názornost je v grafu na obr. 26 zobrazena čárkovaně přímka, která je prodloužením části grafu odpovídající rovnoměrnému přímočarému pohybu. Je tedy vidět, že u rovnoměrného pohybu je velikost rychlosti hmotného bodu nižší, než kdyby hmotný bod stále zrychloval - dráha tedy narůstá pomaleji (kolečko v tachometru automobilu udávající uraženou dráhu se otáčí pomaleji). Při zastavování platí totéž: dráha stále narůstá, ale výrazně pomaleji než v případě pohybu rovnoměrného.

V bodech, v nichž se spojují jednotlivé části právě popsaného grafu, musí být spojitá první derivace zobrazené funkce. Tj. jednostranné derivace obou

spojovaných částí grafu musí být v bodě spojení stejné.

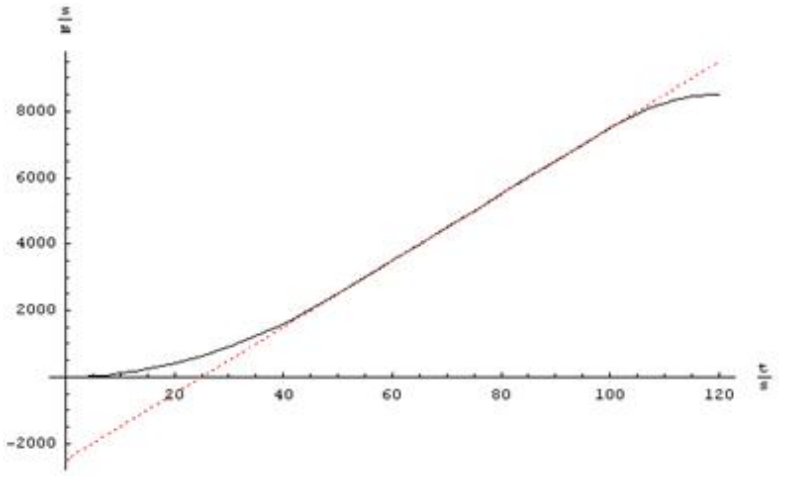
První derivace zobrazené funkce (dráha v závislosti na čase) je rychlost. To odpovídá předchozímu „nematematickému“ popisu.

Graf závislosti velikosti rychlosti na čase vytvoříme rychleji, protože vše potřebné již víme. Graf se bude skládat ze tří úseček. Pohybu rovnoměrně zrychlenému bude odpovídat úsečka, jejímiž koncovými budou body $[0;0]$ a $[50;100]$. Pohyb rovnoměrný je charakterizován konstantní rychlostí, tj. na úseku mezi 50. a 100. sekundou pohybu bude velikost rychlosti konstantní. Pohyb rovnoměrně zpomalený je charakterizován zmenšující se velikostí rychlosti. Celý graf je zobrazen na obr. 27.

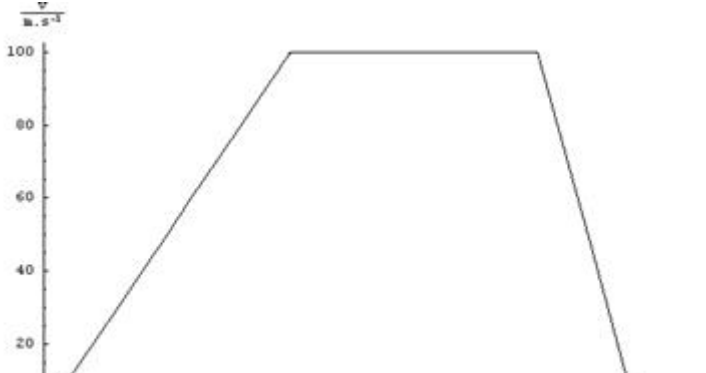
Kontrola, že jsou oba grafy správně a korespondují spolu: plocha ohraničená grafem závislosti velikosti rychlosti na čase (v našem případě lichoběžník) musí mít číselně stejnou plochu jako je celková uražená dráha. Plocha lichoběžníku: $\frac{1}{2}(120+50)\,s.100\ \mathrm{m.s^{-1}} = 8500\ \mathrm{m}$. Tatáž celková dráha vyšla i při sestrojování grafu závislosti uražené dráhy na čase.

Poznámka: V uvedeném příkladu byly zvoleny velké hodnoty velikosti zrychlení pro lepší názornost grafů. Ve skutečném životě se s tak velkými hodnotami zrychlení

resp. rychlosti běžně nesetkáme.



Obr. 26



Obr. 27

V souvislosti s pohybem rovnoměrně zpomaleným se často v praxi používá termín **brzdná dráha**. To je dráha, na které těleso zastaví. Její hodnota je $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

1.2.5 | Volný pád

Volný pád je zvláštní případ pohybu rovnoměrně zrychleného s nulovou počáteční rychlostí. Jedná se o pohyb tělesa volně puštěného v blízkosti povrchu Země ve vakuu.

Blízkost povrchu Země je důležitý pro předpoklad, že tíhové zrychlení je konstantní, předpoklad vakua je důležitý proto, aby těleso nebylo nadlehčováno

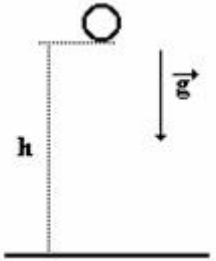
vzduchem a nepůsobily na něj odporové síly.

První pokusy s volným pádem prováděl už v 17. století Galileo Galilei (1564 - 1642). Ten prokázal, že se jedná o pohyb rovnoměrně zrychlený a později bylo stanoveno i jeho zrychlení. Nazývá se **tíhové zrychlení** a značí se $\vec{g}$, míří svisle dolů a má velikost $g = 9{,}81\,\mathrm{m.s^{-2}} \doteq 10\,\mathrm{m.s^{-2}}$. Velikost tíhového zrychlení je závislá na nadmořské výšce a na zeměpisné šířce daného místa na Zemi. Dohodou byla stanovena hodnota normálového tíhového zrychlení $g = 9{,}80665\,\mathrm{m.s^{-2}}$ (přesně).

Vzhledem k tomu, že se jedná o pohyb rovnoměrně zrychlený, je možné volný pád popsat následujícími vztahy: $h = \frac{1}{2} g t^2$ a $v = gt$, kde *h* je výška nad povrchem Země, z níž bylo těleso spuštěno, a *v* je rychlost pádu tělesa v čase *t* .

Mezi další charakteristiky volného pádu patří čas dopadu t_d, tj. čas, který uplyne od puštění tělesa z výšky *h* do jeho dopadu na Zem, a velikost rychlosti dopadu v_d, tedy rychlost, kterou těleso dopadne na Zem.

Čas dopadu t_d je možné vyjádřit ze vztahu $h = \frac{1}{2} g t_\mathrm{d}^2$ takto: $t_\mathrm{d} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.



Obr. 28

K určení velikosti rychlosti dopadu v_d je nutné si uvědomit, že rychlost dopadu je rychlost, kterou bude těleso mít v čase, kdy dopadne na Zem (tedy v čase t_d). Proto je možné psát $v_d = gt_d$, což po dosazení dává $v_d = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$.

V našich úvahách nevystupovala hmotnost tělesa. Z toho plyne, že rychlost dopadu, ani čas dopadu není závislý na hmotnosti tělesa. Všechna tělesa tedy padají ve vakuu k Zemi stejnou rychlostí.

Tento poznatek je silně v rozporu s naší běžnou zkušenosti: hodíme z mostu do řeky pírko a kámen, dopadne podstatně dříve do vody kámen. Problém je v tom, že ve skutečnosti na pohybující se předmět působí ještě i odporová síla vzduchu. Vzhledem k tomu, že je závislá na ploše tělesa, je výrazně větší u lehkého pírka s velmi členitým povrchem. Proto pírko dopadne později.

Existuje ovšem tzv. Newtonova trubice - trubice,

z níž je možné vyčerpat vzduch. A po vyčerpání vzduchu se lze přesvědčit, že pírko i kamínek dopadnou na její dno stejně. Ve vyčerpané trubici není vzduch a tudíž ani na padající předmět nepůsobí odporová síla vzduchu.

1.2.6 | Skládání pohybů a rychlostí

Pokud koná hmotný bod více pohybů v různých směrech současně, vnímá pozorovatel tento pohyb jako jediný plynulý výsledný pohyb. Polohu hmotného bodu, který koná několik pohybů v různých směrech, lze určit podle **principu nezávislosti pohybů** (princip superpozice pohybů), který vyslovil již Galilei:

HMOTNÝ BOD V LIBOVOLNÉM ČASOVÉM OKAMŽIKU ZAUJME TAKOVOU POLOHU, JAKO BY VYKONAL VŠECHNY DÍLČÍ POHYBY NEZÁVISLE NA SOBĚ POSTUPNĚ (A V LIBOVOLNÉM POŘADÍ).

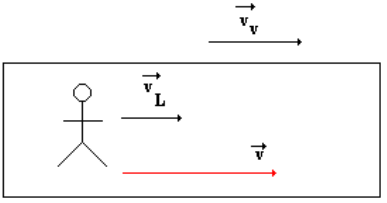
To znamená, že hmotný bod bude určitý čas konat jeden typ pohybu, potom stejný časový interval bude konat další typ pohybu, ... Nejjednodušší příklad na skládání pohybů je skládání dvou pohybů, jejichž vektory rychlostí leží na společné vektorové přímce (tj. mají stejný nebo opačný směr).

Jako příklad lze uvést vlak, který se pohybuje rychlostí $\vec{v}_v$ vůči nádraží, a lupiče, který utíká vlakem rychlostí $\vec{v}_L$ vzhledem k vlaku. Pro vektor $\vec{v}$ výsledné rychlosti lupiče vůči nádraží platí: $\vec{v} = \vec{v}_v + \vec{v}_L$. Velikost

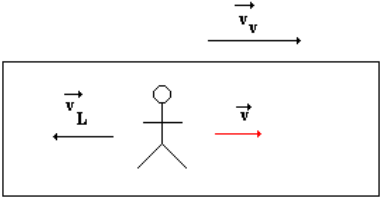
výsledné rychlosti *v* lze určit takto:

$v = v_v + v_L$ běží-li lupič po směru jízdy vlaku (obr. 29)

$v = v_v - v_L$ běží-li lupič proti směru jízdy vlaku (obr. 30)



Obr. 29



Obr. 30

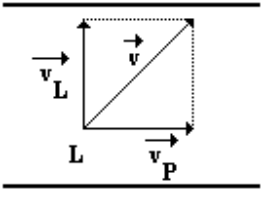
Lze skládat i pohyby, jejichž rychlosti leží na různých vektorových přímkách.

Loďka *L* pluje napříč řekou rychlostí $\vec{v}_L$ vzhledem k vodě; loďka pluje kolmo k oběma břehům. Proud v řece má rychlost $\vec{v}_p$ vzhledem k břehům (viz obr. 31). Polohu loďky v libovolném časovém okamžiku po startu z jednoho břehu lze určit tak, že nejdříve určíme, kam by loďka doplula, kdyby se nechala jen unášet pouze proudem, a z této polohy pak nezávisle na unášení proudem určíme polohu, do níž by se loďka dostala jen veslováním. Je možné samozřejmě postup obrátit: nejdříve určit polohu danou jen veslováním a poté určit polohu, do níž by se loďka dostala jen unášením proudu.

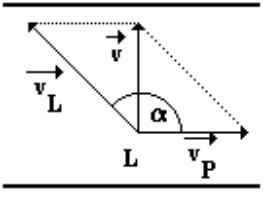
Výsledná rychlost loďky $\vec{v}$ vzhledem ke břehu je

dána složením rychlosti loďky $\vec{v}_L$ vzhledem k vodě a rychlosti proudu $\vec{v}_p$ vzhledem k břehům: $\vec{v} = \vec{v}_L + \vec{v}_p$. Pro velikost této rychlosti lze pomocí Pythagorovy věty psát: $v = \sqrt{v_L^2 + v_p^2}$.

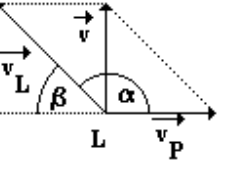
Analogicky lze postupovat i v případě, kdy tatáž loďka pluje v téže řece, jen s tím rozdílem, že vektory obou rychlostí svírají libovolný úhel α (tedy nikoliv úhel pravý - viz obr. 31). Výsledná rychlost loďky $\vec{v}$ vzhledem ke břehu je opět dána vektorovým součtem rychlosti loďky $\vec{v}_L$ vzhledem k vodě a rychlosti proudu $\vec{v}_p$ vzhledem ke břehům. Platí tedy $\vec{v} = \vec{v}_L + \vec{v}_p$, přičemž velikost výsledné rychlosti $\vec{v}$ lze určit pomocí kosinové věty: $v = \sqrt{v_L^2 + v_p^2 - 2.v_L.v_p.\cos\beta}$, kde $\beta = 180° - \alpha$ (viz obr. 33).



Obr. 31



Obr. 32



Obr. 33

1.2.7 | Pohyb hmotného bodu po kružnici

Pohyb po kružnici je nejjednodušším příkladem křivočarého pohybu.

V praxi se s ním setkáváme velice často: rotující kulička na provázku, kolotoč, brusný kotouč, pohyb CD v mechanice přehrávače (resp. počítače), pohyb Země kolem vlastní osy i oběh kolem Slunce, ...

Poloha hmotného bodu na kružnici je určena **průvodičem**, jehož velikost je rovna poloměru *r* kružnice, po níž se daný hmotný bod pohybuje. Přejde-li hmotný bod z bodu *A* do bodu *B*, opíše průvodič úhel φ (někdy se mu říká úhlová dráha). Jednotkou úhlové dráhy je radián, $[\varphi] = \mathrm{rad}$.

Rad je zkratka za radián - jednotka rovinného úhlu. Ačkoliv se v praxi používají mnohem častěji úhly, ve fyzice se dává přednost radiánům (lépe vyhovuje jednotka, ...). Převody mezi radiány (tzv. míra oblouková) a stupni (tzv. míra stupňová) lze provádět pomocí trojčlenky, jejímž základem je fakt, že $2\pi\,\mathrm{rad} \approx 360°$ (ve vztahu není rovnost!!!).

Hmotný bod při přechodu z bodu *A* do bodu *B* urazí dráhu *s* rovnající se délce oblouku *AB*. Pro velikost délky oblouku *s* platí: $s = r\varphi$.

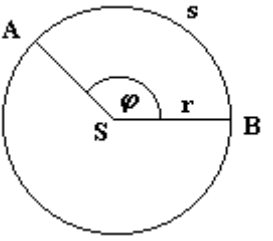
Tento vztah je podobný vztahu pro obvod kružnice

$o = 2\pi r$. 2π je ten úhel, který musíme po kružnici opsat, abychom ji oběhli celou, a r je její poloměr. Zajímá-li nás jen část obvodu kružnice, nebude ve vztahu vystupovat plný úhel 2π, ale jen jeho část - např. φ.

ÚHLOVÁ RYCHLOST SE DEFINUJE JAKO PODÍL VELIKOSTI ÚHLU $\Delta\varphi$, KTERÝ OPÍŠE POLOHOVÝ VEKTOR ZA DOBU Δt, A TÉTO DOBY: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. JEDNOTKOU ÚHLOVÉ RYCHLOSTI JE RADIÁN ZA SEKUNDU: $[\omega] = \mathrm{rad.s^{-1}}$.

Při výpočtech se dosazuje „jen“ $[\omega] = s^{-1}$.

Úhlová rychlost je vektorová fyzikální veličina. Její vektor je kolmý k rovině kružnice, po níž obíhá hmotný bod rychlostí $\vec{v}$, a umísťujeme ho do středu kružnice. Jeho směr určíme podle pravidla pravé ruky: Položíme-li prsty ke kružnici tak, aby prsty ukazovaly směr vektoru rychlosti $\vec{v}$, pak vztyčený palec ukazuje směr vektoru úhlové rychlosti $\vec{\omega}$. Při rovnoměrném pohybu po kružnici se zachovává velikost i směr úhlové rychlosti $\vec{\omega}$. Dále v tomto textu budeme hovořit vždy jen o velikosti úhlové rychlosti ω.



Obr. 34

Je-li $\omega = konst$ jedná se o **rovnoměrný** pohyb po kružnici:

HMOTNÝ BOD KONÁ ROVNOMĚRNÝ POHYB PO KRUŽNICI, JESTLIŽE VE STEJNÝCH A LIBOVOLNĚ MALÝCH ČASOVÝCH INTERVALECH OPÍŠE JEHO PRŮVODIČ STEJNÉ ÚHLOVÉ DRÁHY φ.

Rovnoměrný pohyb po kružnici je pohyb periodický. Plný úhel $\varphi = 2\pi$ opíše hmotný bod vždy za stejnou dobu - oběžnou dobu (periodu) *T*.

PERIODA JE DOBA, ZA KTEROU HMOTNÝ BOD POHYBUJÍCÍ SE PO KRUŽNICI, VYKONÁ PRÁVĚ JEDNU OTÁČKU.

Dosadíme-li periodu do vztahu pro definici úhlové rychlosti, dostaneme $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$. Místo periody můžeme pohyb po kružnici charakterizovat frekvencí *f*.

FREKVENCE U POHYBU HMOTNÉHO BODU PO KRUŽNICI UDÁVÁ POČET OTÁČEK ZA JEDNOTKU ČASU (VĚTŠINOU ZA SEKUNDU).

Mezi frekvencí *f* a periodou *T* platí vztah $f = \frac{1}{T}$. Jednotkou frekvence je s^{-1}. Lze též použít jednotku hertz, přičemž platí: $1\,s^{-1} = 1\,\mathrm{Hz}$. Úhlovou rychlost lze také vyjádřit pomocí frekvence *f*: $\omega = 2\pi f$.

Velikost rychlosti lze určit pomocí vztahu $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r\Delta\varphi}{\Delta t} = r\omega$. Velikost rychlosti je tedy přímo úměrná poloměru kružnice. Největší rychlostí se pohybují body na obvodu kola, nejmenší (nulovou) pak body na ose otáčení. Jedná-li se o rovnoměrný pohyb po kružnici, je velikost rychlosti v dané vzdálenosti od osy otáčení stále stejná (konstantní). Vektor rychlosti má v každém bodě kruhové trajektorie směr tečně ke kružnici v daném bodě.

Experimentální ověření faktu, že body vzdálenější od osy rotace se pohybují rychlostí o větší velikosti, lze provést pomocí deštníku s pestrým vzorem. Otevřete deštník, roztočte jej kolem osy, která je totožná s holí deštníku, a pozorujte vzor. V blízkosti osy otáčení vzor relativně dobře rozeznáte, zatímco na obvodu bude vzor nerozeznatelný díky velké rychlosti. Přitom všechny body na deštníku mají stejnou úhlovou rychlost!

Vzhledem k tomu, že nás bude zajímat většinou rychlost na obvodu kola, disku, ... říká se této rychlosti **obvodová rychlost**.

Při rovnoměrném pohybu po kružnici se tedy nemění velikost rychlosti hmotného bodu, ale mění se její směr.

Z toho vyplývá, že tečné zrychlení hmotného bodu při pohybu po kružnici je nulové, zatímco normálové zrychlení nulové není (mění se směr rychlosti).

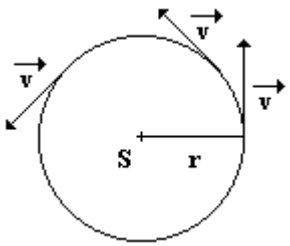
Změna vektoru rychlosti je $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ (viz obr. 36). Vektory $\vec{v}_1$ a $\vec{v}_2$ svírají úhel $\Delta\varphi$, který svírá průvodič v bodě *A* a v bodě *B*.

Vektor rychlosti je kolmý na průvodič. Svírají-li tedy průvodiče dvou bodů na kružnici určitý úhel, musí tentýž úhel svírat i vektory rychlosti sestrojené v uvažovaných bodech.

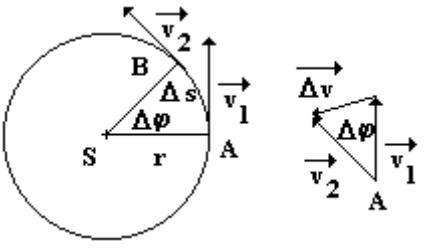
Je-li úhel $\Delta\varphi$ malý (tj. pokud je možné nahradit oblouk Δs úsečkou), lze na základě podobnosti trojúhelníků psát: $\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v}{r}$, tedy $\Delta v = \frac{\Delta s}{r}.v$.

Velikost zrychlení pak určíme ze vztahu $a_d = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.\frac{v}{r} = \frac{v^2}{r}$.

Pro malý úhel $\Delta\varphi$ je změna rychlosti $\Delta\vec{v}$ kolmá k rychlosti $\vec{v}$. Zrychlení má směr změny rychlosti, je tedy také kolmé k okamžité rychlosti. U rovnoměrného pohybu po kružnici je tedy celkové zrychlení shodné s normálovým (dostředivým) zrychlením.



Obr. 35



Obr. 36

Je dobré si namalovat vlastní obrázek a zkusit si narýsovat vektor $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Splníte-li podmínky popsané při odvozování (hlavně malý úhel $\Delta\varphi$), měl by mířit vektor $\Delta\vec{v}$ (přibližně) do středu kružnice. Splnění podmínek lze dosáhnout tak, že zvolíte kružnici s relativně velkým poloměrem a body, v nichž budete konstruovat vektory okamžité rychlosti, zvolíte blízko u sebe. Čím blíže, tím spíše bude vektor $\Delta\vec{v}$ mířit do středu kružnice.

1.2.8 | Kruhové převody

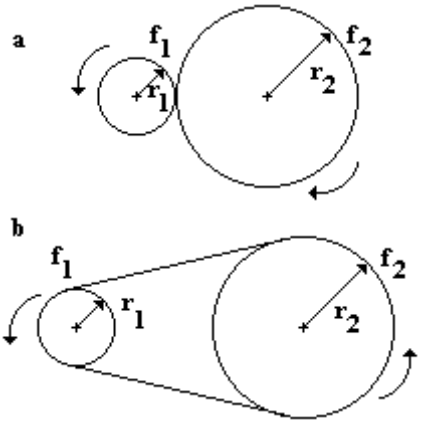
Kruhové převody jsou mechanismy určené k přenosu kruhového pohybu. Podle svého účelu mohou buď „snižovat otáčky motoru“ nebo je „zvyšovat“. Pohání-li jeden motor více mechanismů s různými otáčkami (tj. s různou frekvencí), je nutné použít vhodné kruhové převody. Nejjednodušší je jednostupňový převod, který je

složen ze dvou převodových kol, která mohou být ve styku:

1. přímém - obě kola se vzájemně dotýkají (obr. 37a)
2. nepřímém - přenos pohybu je zprostředkován ohebným pásem (obr. 37b)

Na základě toho můžeme převody detailněji rozdělit:

1. <u>přímé</u>
   a) třecí - navíjení nitě u starších šicích strojů, ...
   b) ozubené - kolečka v hodinovém strojku, ...
2. <u>nepřímé</u>
   a) řemenové - pohon auta - z motoru je pohyb přenášen klínovým řemenem, ...
   b) lanové - vlek pro lyžaře, ...
   c) řetězové - jízdní kolo, ...



Obr. 37

Kolo převodu, které je roztáčeno vnější silou, se nazývá hnací, kolo, které je roztáčeno hnacím kolem, se nazývá hnané. Jestliže nedochází ke skluzu, platí pro velikosti obvodových rychlostí $\vec{v}_1$ a $\vec{v}_2$ jednotlivých kol: $v_1 = v_2$. Po dosazení získáme $2\pi f_1 r_1 = 2\pi f_2 r_2$ a po úpravě dostaneme $i = \frac{f_1}{f_2} = \frac{r_2}{r_1}$, kde f_1 (resp. f_2) je frekvence otáčení hnacího (resp. hnaného) kola, r_1, r_2 jejich poloměry a *i* **převodový poměr**. Mohou nastat případy:

1. $i > 1$ - převod do pomala
2. $i < 1$ - převod do rychla

Pro ozubený a řetězový převod platí: $i = konst.$, u převodů třecích, řemenových a lanových převodový poměr nepatrně kolísá.

Pro ozubený převod je možné dále uvažovat, že kolo hnací (resp. hnané) má z_1 (resp. z_2) zubů a jejich vzájemná vzdálenost je *d*. Potom je možné pro obvod o_1 kola hnacího (resp. o_2 kola hnaného) psát: $o_1 = 2\pi r_1 = z_1 d$ resp. $o_2 = 2\pi r_2 = z_2 d$. Odtud lze již určit převodový poměr: $i = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$.

Na přehazovačce jízdního kola se používá převod do rychla - zadní pastorek má ve srovnání s předním řetězovým kolem, na němž jsou připevněny šlapky, menší poloměr (a tedy i méně zubů) a proto se otáčí

s větší frekvencí.

Pozor!!! Volba indexů (tj. „1“ pro kolo hnací a „2“ pro kolo hnané) není vždy dodržována.

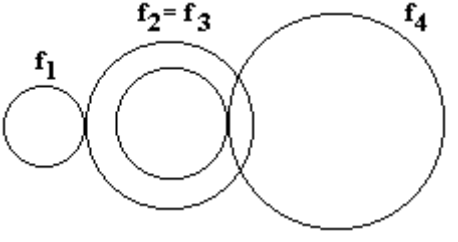
1.2.8.1 | Složené soukolí

je takové soukolí, kdy je v záběhu více než jeden pár kol. Pro celkový převodový poměr soukolí na obr. 38 platí: $i = i_{14} = i_{12}.i_{34} = \frac{f_1}{f_2}.\frac{f_3}{f_4} = \frac{f_1}{f_4}$ - celkový převodový poměr je dán poměrem frekvencí prvního a posledního kola.

Smysl otáčení posledního kola soukolí je:

1. při lichém počtu párů kol - poslední kolo se točí opačně než první
2. při sudém počtu párů kol - poslední kolo se točí stejným směrem jako první

Smysl otáčení výstupního hřídele jednoduchého stroje lze měnit vloženým kolem. Tím se změní pouze směr otáčení posledního kola, převodový poměr zůstane stejný.



Obr. 38

1.2.8.2 | Třecí převody

Jsou určeny pro přenos nízkých a středních kroutících momentů. Třecí síla, která je způsobena přítlačnou silou, musí být alespoň tak velká, jako obvodová síla (vyvolaná kroutícím momentem). Užívají se v případech, kdy má dojít k proklouznutí kol při přetížení nebo kdy má jít o plynulou změnu otáček.

1.2.8.3 | Ozubené převody

Používají se u převodů se stálým převodovým poměrem a u převodů s malými osovými vzdálenostmi (tj. vzdálenost středů dvou daných kol). Jedná-li se o jednoduchý převod, pak se menší z kol se nazývá **pastorek**.

Ozubených převodů existuje celá řada, proto existuje i řada kritérií, podle nichž je lze rozdělit:

1. podle vzájemné polohy os kol:
   a) rovnoběžné - čelní soukolí s vnitřním nebo vnějším ozubením
   b) různoběžné - soukolí kuželové (nejčastější je úhel $90°$, ale může být obecně i jiný)
2. podle průběhu zubů:
   a) soukolí čelní se zuby přímými, šikmými, šípovými, obloukovými, ...

b) soukolí kuželová se zuby přímými, šikmými, šípovými a zakřivenými

Při konstrukci ozubených kol i vlastních převodů je snaha dodržovat tyto zásady: převodový poměr *i* má být neměnný během jedné otočky a ztráty způsobené třením a opotřebováním zubů musí být minimální.

1.2.8.4 | Převody řemenové

Užívají se pro přenos nízkých a středních výkonů z hnací hřídele na jednu nebo několik hřídelí hnaných, přičemž hřídele jsou nejčastěji rovnoběžné. Používají se tam, kde jsou vzdáleností hřídelí velké a není možné užít převod přímý.

Mezi jejich přednosti patří: velká obvodová rychlost (klínový až $25\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, plochý až $35\,\mathrm{m\,s^{-1}}$), pružný záběr, málo hlučný chod, schopnost tlumit vibrace, levná výroba a snadná údržba. K nevýhodám pak patří kolísavý převodový poměr, nutnost značného předpětí řemene (plochého), vznik statické elektřiny a s tím spojený problém jejího odvodu.

Sklouznutí řemene je možné zabránit tím, že hřídele budou přesně rovnoběžné a řemenice přesně proti sobě. Proto je lepší používat řemeny klínové, které jsou umístěny v drážce. Navíc užitím této klínové drážky se zvětší třecí síla a řemen není nutné tolik přepínat.

1.2.8.5 | Převody řetězové

Používají se k přenos nízkých a středních výkonů na nepříliš vzdálené rovnoběžné hřídele.

Výhody: přesný převodový poměr, nevyžadují předpětí (a tím méně zatěžují ložiska), jsou vhodné pro malé i velké osové vzdálenosti, tlumí nárazy prohnutím odlehčené části řetězu. Odtud plyne, že nejvhodnější pracovní poloha je poloha vodorovná nebo šikmá (ne svislá).

Nevýhody: možnost jejich použití jen pro rovnoběžné hřídele, při malých počtech zubů řetězového kola dávají nerovnoměrný chod, čas od času vyžadují dodatečné napnutí, ...

1.3 | DYNAMIKA

1.3.1 | Úvod do dynamiky

Dynamika je další částí mechaniky, která se zabývá příčinami pohybového stavu těles.

> Jinými slovy řečeno zkoumá, PROČ (z jakého důvodu, jaké příčiny) se tělesa pohybují.

Základy dynamiky tvoří tři Newtonovy (pohybové) zákony, které formuloval britský fyzik Isaac Newton (1643 - 1727) koncem 17. století a které jsou založeny na pojmu síla.

V souvislosti se studiem dynamiky Newton vybudoval v té době nový matematický aparát, který se dnes nezývá diferenciální a integrální počet. Studium „nekonečně malých“ fyzikální veličin (např. časový interval, přírůstky dráhy, ...) mu umožnilo lépe a přesně popsat fyzikální jevy a děje, které zkoumal.

1.3.2 | Síla a její účinky na těleso

Pojem síla známe z praxe: silou svých paží zvedáme různé předměty, manipulujeme s nimi, uvádíme je do pohybu, deformujeme je, ...

Síla se vždy projevuje při vzájemném působení těles.

To znamená, že kdykoliv chceme do obrázku namalovat sílu (popisovat situaci z běžného života, ...), vždycky je nutné si uvědomit, mezi kterými dvěma tělesy síla působí. Každá síla musí mít dva parťáky (kámoše), mezi nimiž působí. NELZE mluvit o síle, aniž bychom znali tělesa, mezi nimiž síla působí.

Síla působí na tělesa:

1. při přímém styku - tělesa se navzájem dotýkají

Nesení nákupní tašky (člověk - taška), roztlačení auta (člověk - auto), deformace míče (míč - podložka, na kterou dopadl), zpomalování padáku ve vzduchu (padák - vzduch), ...

2. prostřednictvím silového pole - tělesa nejsou ve vzájemné dotyku; síla působí prostřednictvím pole (gravitační, magnetické, elektrické, elektromagnetické, ...)

Vysvětlit pojem není jednoduché, přesto se pokusíme o dvě analogie, které možná pomohou.

Interakci dvou těles prostřednicím pole si lze představit pomocí pavouka, který chytit do své pavučiny mouchu. Pavouk nepůsobí na mouchu přímo, ale prostřednictvím pavučiny - tím, jak pavučinou cuká, trhá, ..., se přenáší tento pohyb na mouchu. Jedno těleso (pavouk) tak působí pomocí prostředníka (pavučiny) na druhé těleso (moucha). Analogicky působí např. Země na kámen padající ze skály: kámen se Země nedotýká, ale Země na něj přesto působí.

Druhá analogie je výrazně drsnější, ale možná pomůže. Silové působení Země na okolní předměty (kámen padající ze skály, družice obíhající kolem Země, Měsíc, ...) si lze představit tak, že Země „tahá“ tyto předměty neviditelnými ručičkami k sobě. Ručičky přitom Země vystrkuje do všech směrů, takže „dosáhne“ na předměty v různých směrech i různých vzdálenostech. S rostoucí vzdáleností předmětu od Země ale síla ručiček slábne - pro Zemi je stále obtížnější předmět přitáhnout k sobě.

V souvislosti s polem je dobré si uvědomit i historický

vývoj názorů na přenos informací prostřednictvím pole. V 17. století zkoumal Isaac Newton gravitační pole - nejjednodušší pole, s nímž se setkáváme. Při jeho popisu předpokládal tzv. působení na dálku. To znamená, že libovolný vzruch (informace, ...), který se objeví v jedné části pole, se okamžitě rozšíří do celého pole.

Michael Faraday, který v 18. století zkoumal pole magnetické a jeho souvislosti s polem elektrickým, opravil tuto představu šíření vzruchu v poli na působení na blízko: vzruch se šíří polem postupně (jako např. vlna na vodní hladině) a proto vzniká určitá časová prodleva mezi vznikem vzruchu v poli a rozšířením vzruchu do určitého místa v poli. Tuto koncepci pak plně potvrdila i Einsteinova teorie relativity.

Síla může mít na těleso různý účinek:

1. deformační (statický) - síla má za následek deformaci tělesa

Rozbití vajíčka, přetržení nitě, prohnutí trampolíny pod artistou, ...

2. pohybový (dynamický) - síla má za následek změnu pohybového stavu tělesa

Roztlačení auta, zastavení volejbalového míče, změnu směru pohybu loďky na rybníce, ...

Na deformačním účinku síly je založeno měření síly pomocí siloměru: Těleso zavěsíme na pružinu, která se

vlivem působící síly natáhne (deformuje) a pomocí okalibrované stupnice lze odečítat velikost působící síly.

Účinky síly závisí na velikosti síly, jejím směru a poloze působiště.

VEKTOROVÁ VELIČINA SÍLA JE PLNĚ URČENA SVOJÍ VELIKOSTÍ, SMĚREM A PŮSOBIŠTĚM. ZNAČÍ SE $\vec{F}$; $[F]=\mathrm{N}$ (NEWTON).

Fakt, že síla je dána velikostí, směrem a svým působištěm lze jednoduše vyzkoušet v praxi. Stačí položit několik předmětů na stůl, na který pak budete působit různými silami (různě velkými, různě orientovanými, s různým působištěm). Předměty na stole se budou chovat podle toho, jaká síla na ně (resp. na stůl) působí.

Působí-li současně na jedno těleso více sil, lze je vektorově sečíst a nahradit je jejich výslednicí, která má na těleso stejný účinek jako všechny působící síly.

Pro zjednodušení se zavádí pojem izolované těleso:

IZOLOVANÉ TĚLESO JE TĚLESO, NA KTERÉ NEPŮSOBÍ ŽÁDNÁ VNĚJŠÍ SÍLA (RESP. PŮSOBÍ SÍLY TAK, ŽE JEJICH VÝSLEDNICE JE NULOVÁ).

Izolované těleso se zavádí opět jako model skutečného tělesa proto, abychom při výpočtu nemuseli brát v úvahu odporové a třecí síly, které lze někdy zanedbat.

Puk pohybující se na hladkém ledě je dobrým příkladem izolovaného tělesa (sice se za určitý čas zastaví, ale zpočátku je možné ho za izolované těleso

považovat). Hoblík hoblující dřevo bude izolovaným tělesem tehdy, pokud na něj budeme působit opačně orientovanou ale stejně velkou silou, jako je třecí síla mezi hoblíkem a dřevem.

1.3.3 | První Newtonův pohybový zákon - zákon setrvačnosti

Z praxe známe, že pro uvedení vozíčku do pohybu je třeba na něj rukou působit silou, pro odpálení míčku na golfu je nutné na míček působit golfovou holí, pro rozjezd cyklisty na kole musí začít cyklista šlapat - tedy působit na pedály silou, ...

Dokud na tělesa silou nepůsobíme, zůstávají v relativním klidu. Tedy: Každé těleso setrvává v relativním klidu, pokud není silovým působením jiného tělesa uvedeno do pohybu.

Vozíček se pohybuje dále i když síla ruky už nepůsobí, golfový míček letí dál, i když se hole už nedotýká, cyklista na vodorovné silnici zůstává v pohybu i když přestane šlapat.

Obecně lze vyvodit i další závěr: Nepůsobí-li na těleso jiná tělesa silou, zůstává dané těleso v rovnoměrném přímočarém pohybu.

Víme ale, že vozíček se zastaví, cyklista (nezačne-li šlapat) postupně také zastaví, což je způsobeno

odporovou silou vzduchu a třecí silou o podložku.

Silovým působením se mění nejen velikost rychlosti, ale i její směr.

Odraz puku od mantinelu stadionu, úder raketou do tenisového míčku, ...

Nyní je tedy možné formulovat **první Newtonův zákon**, který hovoří o důležité vlastnosti těles - o setrvačnosti. Proto bývá často také nazýván **zákon setrvačnosti**:

KAŽDÉ TĚLESO SETRVÁVÁ V RELATIVNÍM KLIDU NEBO V ROVNOMĚRNÉM PŘÍMOČARÉM POHYBU, DOKUD NENÍ PŘINUCENO SILOVÝM PŮSOBENÍM JINÝCH TĚLES TENTO STAV ZMĚNIT.

... jinými slovy: Nepůsobí-li na těleso síla, pohybuje se těleso bez zrychlení.

Newtonův zákon setrvačnosti v originále:
Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

Setrvačnost těles v praxi:

1. setrvačnost těles v klidu - každé uvedení tělesa do pohybu

V rozjíždějícím se autobusu máme tendenci setrvat v klidu - proto padáme směrem proti směru rozjíždění.

2. setrvačnost těles v pohybu - náhlé brzdění

těles, náhlá změna směru rychlosti

Zabrzdí-li prudce autobus, padáme ve směru jeho pohybu. Stejně tak (pokud se nedržíme nebo nesedíme) padáme, projíždí-li autobus rychle „ostrou“ zatáčku.

Podle prvního pohybového zákona je tedy klid a rovnoměrný přímočarý pohyb ekvivalentní. Oba dva typy pohybů jsou pohyby s nulovým zrychlením. Vztažné soustavy, v nichž zůstávají izolovaná tělesa v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu (tedy soustavy, v nichž platí první Newtonův zákon), se nazývají **inerciální soustavy**. Soustavy, v nichž první pohybový zákon neplatí, se nazývají **neinerciální soustavy**.

Pro běžné výpočty lze považovat naši Zemi za inerciální soustavu, při letech do vesmíru lze za inerciální soustavu považovat i soustavu spojenou se Sluncem či hvězdami, neboť zrychlení těchto soustav je velmi malé.

1.3.4 | Druhý Newtonův pohybový zákon - zákon síly

Začne-li na těleso v inerciální soustavě působit silou jiné těleso, změní se pohybový stav daného tělesa. Těleso se bude pohybovat se zrychlením.

Z běžného života víme, že chceme-li roztlačit prázdný a plný vozík, musíme působit na plný vozík větší silou, aby se oba vozíky pohybovaly se stejným

zrychlením.

Víme též, že automobil s výkonnějším motorem, který vyvine větší tažnou sílu, se rozjíždí s větším zrychlením (při dané hmotnosti).

Zrychlení tělesa je přímo úměrné působící síle: $a \approx F$.

Plně naložený automobil se rozjíždí pomaleji (tedy s menším zrychlením) než tentýž automobil prázdný.

Zrychlení je nepřímo úměrné hmotnosti tělesa při stejné působící síle: $a \approx \frac{1}{m}$.

Lze tedy formulovat **2. Newtonův pohybový zákon (zákon síly)**:

VELIKOST ZRYCHLENÍ HMOTNÉHO BODU JE PŘÍMO ÚMĚRNÁ VELIKOSTI VÝSLEDNICE SIL PŮSOBCÍCH NA HMOTNÝ BOD A NEPŘÍMO ÚMĚRNÁ HMOTNOSTI TĚLESA $a = \frac{F}{m}$. SMĚR ZRYCHLENÍ JE SHODNÝ SE SMĚREM VÝSLEDNICE SIL, TEDY $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

Druhý Newtonův zákon lze též formulovat i takto:

STÁLÁ SÍLA $\vec{F}$ PŮSOBÍCÍ NA TĚLESO O HMOTNOSTI m UVÁDÍ TĚLESO DO ROVNOMĚRNĚ ZRYCHLENÉHO POHYBU SE ZRYCHLENÍM $\vec{a}$; PŘITOM PLATÍ $\vec{F} = m\vec{a}$ (RESP. $F = ma$).

Druhý Newtonův zákon v originále:
Mutationem motus proportionalem esse vi motrici

impressae et fieri secundam lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Na základě druhého pohybového zákona lze definovat jednotku síly - jeden *newton*: $1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$.

Síly udělují tělesu zrychlení podle druhého pohybového zákona nezávisle na tom, zda bylo těleso původně v pohybu či nikoliv. Zvláštním případem pak je situace, kdy výslednice sil na těleso působících je nulová. Takové těleso se pak pohybuje s nulovým zrychlením.

Budeme-li tlačit automobil silou, jejíž velikost bude stejná jako součet velikostí odporových a třecích sil působících proti pohybu, bude se automobil pohybovat rovnoměrným pohybem (tj. s nulovým zrychlením).

Z druhého pohybového zákona ve tvaru $F = ma$ vyplývá první pohybový zákon. Je-li totiž $F = 0\,\mathrm{N}$, je i $a = 0\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ (hmotnost tělesa nemůže být nulová). To znamená, že se těleso pohybuje rovnoměrným přímočarým pohybem a nebo je v klidu (v dané vztažné soustavě).

Druhý pohybový zákon také umožňuje dynamické měření hmotnosti tělesa: známe-li velikost výslednice sil působících na těleso a změříme-li zrychlení, je možné hmotnost tělesa určit pomocí vztahu $m = \frac{F}{a}$.

1.3.5 | Třetí Newtonův zákon - zákon akce a reakce

KAŽDÁ DVĚ TĚLESA NA SEBE VZÁJEMNĚ PŮSOBÍ STEJNĚ VELKÝMI SILAMI OPAČNÉHO SMĚRU (JEDNÉ SÍLE SE ŘÍKÁ AKCE, DRUHÉ REAKCE). AKCE A REAKCE SOUČASNĚ VZNIKAJÍ A SOUČASNĚ ZANIKAJÍ.

Newtonův zákon akce a reakce v originále:
Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem; sive: corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.

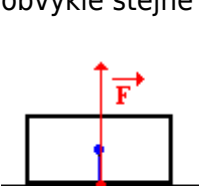
Ačkoliv by se mohlo zdát, že se tedy silové účinky obou těles vzájemně ruší, není tomu tak. Jednoduchý experiment vás o tom přesvědčí: když dostanete od někoho facku tvář, na tváři se objeví červený otisk ruky, která facku dala. Obě síly se tedy nemohly vzájemně vykompenzovat - jak by jinak vznikl onen červený otisk?

Vzhledem k tomu, že každá působí na jiné těleso, tak se ve svých účincích neruší.

Na knihu ležící na stole (viz obr. 39) působí tíhová síla $\vec{F_G}$ svisle dolů; tato síla (akce) vyvolá reakci stolu, který působí silou $\vec{F}$ svisle vzhůru (protože „kniha stůl neprolomí“).

Původ vzniku síly $\vec{F}$ je v deformaci stolu. Podle velikosti deformace (tj. hmotnosti zátěže) stolu stůl „pozná“ jak velkou silou má působit směrem vzhůru.

Podle druhého pohybového zákona uděluje síla tělesu zrychlení. To ale nezávisí jen na síle, ale i na hmotnosti tělesa. Zrychlení těles, která na sebe vzájemně působí akcí a reakcí, proto nejsou obvykle stejně velká.



Obr. 39

I to známe v praxi: dva kamarádi - jeden hubený a druhý zavalitý - stojí každý na svém skatu a odrazí se od sebe. Na oba působila tatáž síla, ale zavalitý se bude pohybovat podstatně pomaleji (s menším zrychlením) než hubený.

1.3.6 | Hybnost hmotného bodu

Hybnost tělesa je vektorová fyzikální veličina definovaná jako součin hmotnosti a okamžité rychlosti hmotného bodu: $\vec{p} = m\vec{v}$; $[p] = \mathrm{kg.m.s^{-1}}$. Směr vektoru

hybnosti je totožný se směrem vektoru okamžité rychlosti $\vec{v}$. Hybnost charakterizuje pohybový stav tělesa v dané vztažné soustavě.

Hybnost jako taková nemá moc velký význam. Nesmírně podstatný a důležitý je ale zákon zachování hybnosti.

Budeme-li hmotnost hmotného bodu považovat za konstantní, pak zápisem $\Delta\vec{p}$ budeme rozumět změnu (přírůstek) hybnosti. Pro tuto změnu hybnosti pak platí vztah: $\overrightarrow{\Delta p} = m.\overrightarrow{\Delta v} = m.\left(\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}\right)$, kde $\overrightarrow{v_1}$ je původní rychlost tělesa a $\overrightarrow{v_2}$ je změněná (nová) rychlost tělesa.

Vyjádříme-li sílu $\vec{F}$ působící na těleso podle druhého Newtonova zákona, lze psát: $\vec{F} = m.\vec{a} = m.\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$. Vezmeme-li v úvahu nově zavedenou veličinu hybnost, lze pro sílu $\vec{F}$ psát: $\vec{F} = \frac{\overrightarrow{\Delta p}}{\Delta t}$ - časová změna hybnosti se rovná působící síle. Takto zapsaný druhý pohybový zákon je obecnější, neboť ho lze použít i pro popis dějů, v nichž se mění hmotnost těles.

Změna hmotnosti dopravních prostředků spotřebou paliva; výrazná je změna hmotnosti u raket, z níž unikají plyny při raketovém pohonu; změna hmotnosti sekačky na trávu, kterou tlačíme po trávníku a která posekanou trávu sbírá; ...

Převedeme-li tuto rovnici na tvar $\overrightarrow{\Delta p} = \vec{F}.\Delta t$,

dostaneme na pravé straně novou vektorovou fyzikální veličinu $\vec{F}.\Delta t$, která se nazývá **impulz síly**. Jednotkou impulzu síly je N.s.

Ve středoškolské fyzice se většinou nerozlišuje mezi změnou hybnosti a impulsem síly.

IMPULS SÍLY JE ROVNÝ ZMĚNĚ HYBNOSTI HMOTNÉHO BODU. ZMĚNA HYBNOSTI MÁ STEJNÝ SMĚR JAKO IMPULS SÍLY. IMPULS SÍLY VYJADŘUJE ČASOVÝ ÚČINEK SÍLY.

Abychom uvedli hmotný bod do pohybu je třeba působit malou silou po dlouhý čas nebo stačí kratší časový interval působit silou větší. Rozhodující je impuls síly, tedy součin síly a doby, po kterou síla působila.

Ten, kdo hrál někdy volejbal, zdá impuls síly z praxe. Při odehrání prudkého míče musí hráč míč zastavit a zase ho odehrát zpět. Letí-li míč rychle, je i změna jeho rychlosti (a tedy i změna jeho hybnosti) velká. Proto se doporučuje při odehrání takového míče „couvnout“ při odehrání míče rukama dozadu. Tím prodloužíme brzdnou dráhu míče a tedy i čas, během kterého se bude měnit rychlost (resp. hybnost) míče. K odehrání míče bude stačit menší síla. Vyrazíme-li rukama proti míči, zkrátíme čas brzdění míč a tím zvětšíme působící sílu. Takový odpal tedy bude více bolet!

1.3.7 | Zákon zachování hybnosti

IZOLOVANÁ SOUSTAVA HMOTNÝCH BODŮ (TĚLES) JE SOUSTAVA, NA KTEROU NEPŮSOBÍ ŽÁDNÉ VNĚJŠÍ SÍLY RESP. V NÍŽ VÝSLEDNICE VŠECH VNĚJŠÍCH SIL PŮSOBÍCÍCH NA SOUSTAVU JE NULOVÁ.

Na základě druhého pohybového zákona tedy platí $\frac{\overrightarrow{\Delta p}}{\Delta t} = 0$ - časová změna hybnosti je nulová, jinými slovy hybnost soustavy se zachovává. A to je obsahem **zákona zachování hybnosti**:

CELKOVÁ HYBNOST VŠECH TĚLES V IZOLOVANÉ SOUSTAVĚ SE ZACHOVÁVÁ, TJ. ZACHOVÁVÁ SE SMĚR I VELIKOST CELKOVÉ HYBNOSTI. JINÝMI SLOVY: SOUČET HYBNOSTÍ VŠECH TĚLES IZOLOVANÉ SOUSTAVY JE STÁLÝ: $\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} + \ldots + \overrightarrow{p_n} = \vec{p} = \overrightarrow{konst}$.

Jednoduchý experiment lze provést s pouťovým balónkem. Nafoukněte ho a pak jej pusťte. Balónek se začne pohybovat. Příčinou pohybu balónku je proud vzduchu unikající z balónku. Před vypuštěním byla hybnost balónku a vzduchu uvnitř nulová (vzhledem k vám). Po vypuštění balónku z ruky, musí být celková hybnost balónku a vzduchu také nulová. To znamená, že co do velikosti, bude hybnost balónku stejná jako hybnost vzduchu z něj unikajícího. Obě hybnosti budou mít opačný směr.

Důležitou podmínkou platnosti zákona zachování hybnosti je izolovaná soustava. Pokud soustava, v níž budeme vyšetřovat pohyb, izolovaná nebude, zákon zachování hybnosti neplatí.

O tom se lze přesvědčit tak, že nafouknutý balónek jen částečně uvolníme z pevného sevřený mezi prsty. Vzduch z balónku bude unikat, ale balónek (stále držený prsty) se pohybovat nebude.

Zákon zachování hybnosti má praktické využití například v reaktivních motorech. Tryskami motoru unikají velkou rychlostí plyny vznikající spalováním paliva. Na základě zákona zachování hybnosti je raketa uvedena do pohybu opačným směrem. Se zákonech zachování hybnosti musí také počítat střelec, který si při výstřelu z pušky opírá zbraň o rameno.

V izolované soustavě rovněž platí **zákon zachování hmotnosti**:

CELKOVÁ HMOTNOST IZOLOVANÉ SOUSTAVY TĚLES JE KONSTANTNÍ.

1.3.8 | ***Meščerského a Ciolkovského rovnice

Uvažme nyní těleso o hmotnosti m pohybující se rychlostí $\vec{v}$. Vyšle-li těleso během krátkého časového intervalu Δt relativní rychlostí $\vec{u}$ (vzhledem k tělesu) hmotnost Δm, je možné zákon hybnosti psát ve tvaru:

$mv = \Delta m(v-u) + (m-\Delta m)(v+\Delta v)$.

Typickým příkladem využití jsou proudové motory rakety. Z rakety, která je oním tělesem, jsou vysílány velkou rychlostí plyny. ZZH je zapisován z hlediska pozorovatele na Zemi, vůči níž je měřena rychlost pohybující se rakety. Proto je velikost rychlosti plynů vůči raketě u, ale vůči pozorovateli na Zemi $v-u$. Velikost rychlosti rakety se po úniku plynů zvýší o Δv, tj. pro pozorovatele ze Země bude mít rychlost o velikosti $v+\Delta v$.

Z rovnice lze pro velikost změny hybnosti získat vztah: $\Delta p = \Delta m(v-u) + (m-\Delta m)(v+\Delta v) - mv = m\Delta v - \Delta m u - \Delta m \Delta v$.

Vzhledem k tomu, že hmotnost se mění pomalu a také velikost změny rychlosti tělesa je malá, je možné člen $\Delta m \Delta v$ vůči ostatním zanedbat.

Toto zanedbání opět odpovídá představě s raketou: raketa má hmotnost několik tun, zatímco unikající plyny mají hmotnost řádově v kilogramech.

Víme, že $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ a tedy můžeme psát: $\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\frac{\Delta v}{\Delta t} - u\frac{\Delta m}{\Delta t} = F$, což je **Meščerského rovnice**.

Pro pohyb rakety ve vesmíru, kde lze zanedbat tíhu rakety a odpor prostředí, je $F = 0$. Pokud se rychlost rakety zvětšuje, má rychlost vystřelovaných plynů $\vec{u}$ směr opačný ke směru rakety a lze psát: $m\frac{\Delta v}{\Delta t} = -u\frac{\Delta m}{\Delta t}$. Toto je **Ciolkovského rovnice** pohybu rakety. Vzhledem k tomu, že hmotnost rakety nemůže klesnout k nule, může raketa

dosáhnout jen jisté mezní rychlosti (nemůže se velikost její rychlosti zvětšovat stále). Tj. je-li dán poměr počáteční a konečné hmotnosti a rychlost reaktivních plynů vzhledem k raketě, nelze žádným konstrukčním zdokonalením motorů danou maximální rychlost zvýšit.

Analogickou úvahu lze provést i pro tělesa, která s časem svojí hmotnost zvětšují (např. elektrická sekačka na trávu vybavená košem na posekanou trávu, ...).

1.3.9 | Síly brzdící pohyb

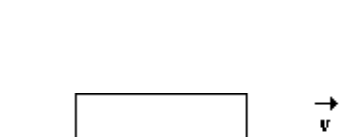
Z praxe víme, že pokud uvedeme nějaké těleso do pohybu a přestaneme na něj působit silou, těleso se za nějakou dobu zastaví. Má-li zůstat první Newtonův zákon (zákon setrvačnosti) v platnosti, musí existovat nějaké vysvětlení, proč se těleso zastaví. Vysvětlení je jednoduché: během pohybu tělesa na těleso působí třecí a odporové síly, které brzdí jeho pohyb. Není tedy splněna podmínka prvního pohybového zákona.

Odporové síly vzduchu (které do této skupiny sil také patří) mají své specifické vlastnosti. Nyní se budeme zabývat podrobněji silami třecími:

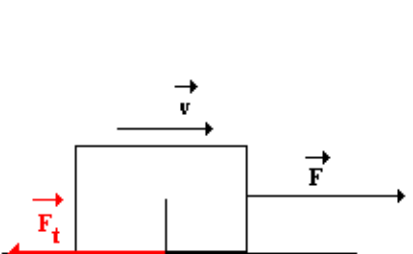
1. silou smykového tření;
2. silou valivého odporu;
3. silami vláknového tření.

1.3.9.1 | Smykové tření

je fyzikální jev, který vzniká při posouvání (smýkání) jednoho tělesa po povrchu jiného tělesa. Jeho původ je především v nerovnosti obou styčných ploch, kterými se tělesa vzájemně dotýkají. Nerovnosti povrchů při posouvání těles na sebe vzájemně narážejí, deformují se a obrušují. Tak vzniká třecí síla $\vec{F}_t$, jejíž působiště je na stykové ploše obou těles a jejíž směr míří vždy proti směru rychlosti tělesa.



Obr. 40



Obr. 41

Vlastnosti třecí síly lze určit pokusně: vezmeme dřevěný kvádr, na který připevníme siloměr. Potáhneme-li za siloměr silou $\vec{F} \geq \vec{F}_t$, uvedeme kvádr do pohybu. Bude-li velikost působící síly přesně rovna velikosti třecí síly, bude výslednice sil působících na kvádr rovna nule a kvádr se

bude tedy pohybovat rovnoměrným přímočarým pohybem. V případě, že velikost působící síly bude větší než velikost síly třecí, bude se kvádr pohybovat rovnoměrně zrychleným pohybem.

Pokusy lze odvodit následující vlastnosti třecí síly:

1. velikost třecí síly nezávisí na obsahu styčných ploch
2. její velikost podstatně nezávisí na rychlosti
3. její velikost je přímo úměrná velikosti tlakové (normálové) síly $\overrightarrow{F_n}$ **kolmé k podložce**, po níž se těleso pohybuje: $F_t = f \cdot F_n$, kde *f* je součinitel smykového tření.

Normálová síla (síla kolmá k podložce) je v případě vodorovné podložky totožná se silou tíhovou. Pokud se bude nacházet těleso na nakloněné rovině, bude normálová síla složkou tíhové síly.

Součinitel smykového tření je skalární fyzikální veličina; $[f] = 1$ (jinak řečeno: součinitel smykového tření nemá jednotku). Součinitel smykového tření závisí na jakosti styčných ploch a na jejich drsnosti.

Jakost styčných ploch určuje materiál, z něhož jsou plochy vyrobeny (molitan, dřevo, smirkový papír, led, ocel, ...), zatímco drsnost určuje způsob opracování ploch (jemný a hrubý smirkový papír, ohoblované a neohoblované dřevo, ...).

Síla potřebná k uvedení tělesa do pohybu je větší než

síla, která těleso udržuje v rovnoměrném přímočarém pohybu. Mezi tělesem a podložkou působí za klidu klidové tření. Z pokusů (a ze zkušeností z praxe) plyne, že součinitel smykového tření f_0 v klidu je za jinak stejných podmínek větší než součinitel smykového tření *f* v pohybu. Součinitele smykového (resp. klidového) tření lze nalézt pro různé kombinace materiálů v tabulkách.

Tření může být užitečné i nežádoucí.

Užitečné tření: pohodlná chůze, brzdění pohybu, používání pilníků, brusek, řemenic, ...

Nežádoucí tření: brzdění pohybu, opotřebovávání pneumatik a obuvi, nežádoucí zahřívání částí strojů, ...

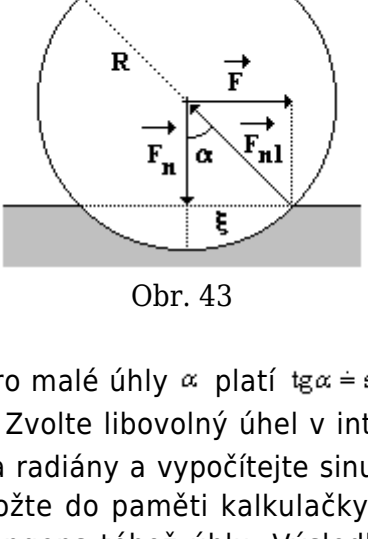
V případě, kdy nám velké tření nevyhovuje, je nutno třecí sílu snižovat (přesným vybroušením jednotlivých částí stroje, jejich dokonalým promazáním, ...).

1.3.9.2 | Valivý odpor

Valivý odpor vzniká vždy, když se těleso kruhového průřezu (válec, koule, ...) valí po pevné podložce. Příčinou tohoto jevu je neexistence absolutně tuhého tělesa, tj. tělesa, které se nedeformuje účinkem jakkoliv velké síly.

Při valení tvrdého tělesa po nedokonale pružné podložce dochází působením normálové tlakové síly $\overrightarrow{F_n}$ k deformaci podložky. Kdyby byla podložka dokonale pružná, byla by reakce podložky $-\overrightarrow{F_n}$ a ležela by na stejné

vektorové přímce jako normálová síla $\overrightarrow{F_n}$. Následkem deformace se ale působiště skutečné reakce $\overrightarrow{F_{nl}}$ posune o vzdálenost ξ kupředu. Pro velikost síly $\vec{F}$, kterou udržíme těleso v rovnoměrném přímočarém pohybu, pak platí $F = F_n . \mathrm{tg}\alpha$. Pro malé úhly α je $\mathrm{tg}\alpha \doteq \sin\alpha$. Podle obr. 42 je *R* poloměr tělesa s kruhovým průřezem a platí $\sin\alpha = \frac{\xi}{R}$. Pro velikost síly $\vec{F}$ tedy dostáváme $F = \frac{\xi}{R} . F_n$.



Obr. 43

Fakt, že pro malé úhly α platí $\mathrm{tg}\alpha \doteq \sin\alpha$, lze ověřit na kalkulačce. Zvolte libovolný úhel v intervalu $(0°; 5°)$, převeďte jej na radiány a vypočítejte sinus tohoto úhlu. Výsledek si uložte do paměti kalkulačky (nebo opište) a vypočtěte tangens téhož úhlu. Výsledky porovnejte. S postupným zvětšováním úhlu se budou hodnoty

uvedených goniometrických funkcí lišit o stále větší hodnotu.

Právě popsaná skutečnost vyplývá z průběhu grafů funkcí $y = \sin x$ a $y = \mathrm{tg}\, x$.

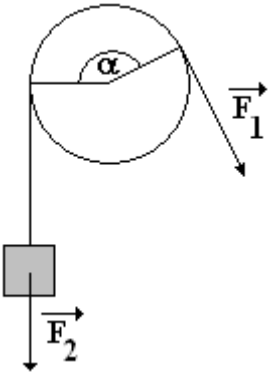
Pohybuje-li se tedy těleso rovnoměrně přímočaře, pak velikost odporové síly $\vec{F_v}$, jejíž směr je opačný ke směru síly $\vec{F}$, je $F_v = \frac{\xi}{R} F_n$, kde ξ je **rameno valivého odporu**; $[\xi] = \mathrm{m}$. Rameno valivého odporu závisí na materiálu tělesa i podložky a na jejich povrchové úpravě.

Za jinak stejných podmínek je odporová síla při valení mnohem menší než třecí síla při smykovém tření. Proto se v praxi často smýkání nahrazuje valením (např. tak, že se příslušné těleso podloží několika válečky nebo rourami).

1.3.9.3 | ***Vláknové tření

Smýká-li se lano po nehybné válcové ploše (viz obr. 44), vzniká mezi lanem a válcovou plochou třecí síla, která je příčinou vláknového tření. Velikost této síly závisí na úhlu opásání lana φ a na součiniteli smykového tření *f* mezi lanem a válcovou plochou.

Úhel opásání udává, na jaké části obvodu válcové plochy se lano této plochy dotýká!



Obr. 44

Tento druh tření vzniká při spouštění nebo zvedání kbelíku s maltou při stavbě domu pomocí lana, které je vedeno přes vodorovnou válcovou trubku, kterou zedníci umístili v okně domu.

S tímto druhem tření se setkáváme i u videorekordéru, promítačky, ... Při vložení kazety do videorekordéru je páska vytažena z kazety a přivedena k čtecí resp. záznamové hlavě videa. Vytažení pásky realizují „kolíčky“ ve tvaru válců. Kolem nich je páska ovinuta a postupně tažena z kazety. Ačkoliv se kolíčky mohou otáčet kolem vlastní osy, čím snižují vláknové tření mezi nimi a páskou, může se páska po kolíčku i smýknout.

Pro velikost sil $\overrightarrow{F_1}$ a $\overrightarrow{F_2}$ platí tzv. Eulerův vztah:

1. $F_1 = F_2 e^{f\alpha}$ je-li $F_1 > F_2$ a jde-li o zvedání břemene

Síla, kterou břemeno zvedáme musí být větší než jeho tíhová síla (kterou je síla $\overrightarrow{F_2}$). Kromě tíhové síly je totiž ještě nutné překonat sílu třecí!

2. $F_2 = F_1 e^{f\alpha}$ je-li $F_1 < F_2$ a jde-li o spouštění břemene

V tomto případě se břemeno pohybuje směrem dolů vlivem vlastní tíhy a síla $\overrightarrow{F_1}$ jeho pád přibrzďuje.

Číslo $e \doteq 2,718$ je Eulerovo číslo (pojmenované po švýcarském matematikovi Leonhardovi Eulerovi, který žil v letech 1707 - 1783), které tvoří základ přirozených logaritmů. Úhel opásání lana α je nutné dosazovat do uvedených vztahů v radiánech.

Je-li zadán úhel α_1 ve stupních, pak úhel α vyjádřený v radiánech, získáme pomocí vztahu vyplývajícího z počítání úhlů v jednotkové kružnici: $\alpha = \frac{\pi}{180°}\alpha_1$.

Zjednodušeně řečeno: větší síla je rovna součinu menší síly a Eulerovu číslu umocněnému na součin $f\alpha$.

1.3.10 | Dostředivá síla

V kinematice byl popsán pohyb hmotného bodu po kružnici. Při rovnoměrném pohybu hmotného bodu po kružnici má rychlost hmotného bodu stále stejnou velikost, ale mění se její směr. V důsledku toho má hmotný bod dostředivé zrychlení $\vec{a}_d$, pro jehož velikost platí $a_d = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$, kde *r* je poloměr kružnice, *v* velikost rychlosti hmotného bodu a ω jeho úhlová rychlost.

Podle druhého Newtonova zákona je příčinou zrychlení hmotného bodu vždy nějaká síla, která má stejný směr jako zrychlení. V tomto případě se jedná tedy o **sílu dostředivou** $\vec{F}_d = m.\vec{a}_d$, pro jejíž velikost platí $F_d = m\frac{v^2}{r} = m.\omega^2 r$.

Zkuste si na vodorovný stůl položit kuličku a opatrně do ní cvrnknout prstem. A přitom na ní působit silou tak, aby se kulička pohybovala po kružnici. Není to lehké ...

Směr dostředivé síly je kolmý na směr okamžité rychlosti hmotného bodu. Jejím pohybovým účinkem na hmotný bod je změna směru rychlosti hmotného bodu a zakřivení jeho trajektorie do tvaru kružnice.

Dostředivá síla může mít původ v libovolném vzájemném silovém působení dvou těles. Tato síla může být realizována:

1. tahovou silou

Přivažte na kousek provázku kuličku (ping-pongový míček, ...), provázek jedním prstem přimáčkněte ke stolu a druhou rukou uveďte kuličku (míček) do pohybu. Aniž byste to chtěli, bude se kulička (míček) pohybovat po kružnici.

2. gravitační silou - pohyb družic kolem Země, pohyb planet kolem Slunce, ...
3. magnetickou silou - vychylování elektronů v obrazovce televizoru, ...
4. ...

Přestane-li dostředivá síla na těleso působit, pohybuje se těleso dále ve směru tečny ke kružnici

Jiskry odlétající od brusného kotouče, hod kladivem, vrh koulí, ...

Působí-li na těleso, které koná rovnoměrný pohyb po kružnici, více sil, je dostředivá síla výslednicí všech těchto sil.

Na sedačku kolotoče zobrazenou na obr. 45 působí tíhová síla $\vec{F}_G$ a tahová síla lana $\vec{F}_t$. Výslednicí těchto dvou sil je síla dostředivá $\vec{F}_d$, která způsobuje pohyb sedačky po kružnici.



Obr. 45

1.3.11 | Inerciální vztažné soustavy

INERCIÁLNÍ VZTAŽNÉ SOUSTAVY JSOU TAKOVÉ VZTAŽNÉ SOUSTAVY, KTERÉ SE VZHLEDEM K SOBĚ POHYBUJÍ ROVNOMĚRNÝM PŘÍMOČARÝM POHYBEM NEBO JSOU VZÁJEMNĚ V KLIDU.

... pohybují se vůči sobě s nulovým zrychlením.

Inerciální soustavy lze také definovat tak, že to jsou soustavy, v nichž platí Newtonovy pohybové zákony (zejména první Newtonův zákon).

Vzhledem k malé velikosti dostředivého zrychlení, s nímž se pohybuje Země kolem Slunce, lze Zemi a soustavu s ní spojenou považovat za inerciální. Je možné se přesvědčit, že v soustavách, které se vzhledem k povrchu Země pohybují rovnoměrně přímočaře, probíhají všechny mechanické děje stejně jako na povrchu Země.

Změříme-li například dobu volného pádu kamene z výšky dvou metrů na nádraží, poté v rovnoměrně přímočaře jedoucím vlaku či na lodi, naměříme ve všech případech tutéž dobu.

Pokud bychom byli zavřeni v bedně, která nemá okna, a nemohli bychom tudíž vidět ven, žádným mechanickým pokusem nezjistíme, zda se vzhledem k povrchu Země pohybujeme rovnoměrně přímočaře, či zda jsme v klidu.

Zobecněním úvah o inerciálních vztažných soustavách dospěli fyzikové již v 17. století k obecně platnému závěru, k **mechanickému principu relativity** (též **Galileiho princip relativity**):

ZÁKONY MECHANIKY JSOU STEJNÉ VE VŠECH INERCIÁLNÍCH VZTAŽNÝCH SOUSTAVÁCH. ROVNICE, KTERÉ TYTO ZÁKONY VYJADŘUJÍ, MAJÍ STEJNÝ TVAR.

Všechny inerciální vztažné soustavy jsou pro popis mechanických dějů rovnocenné.

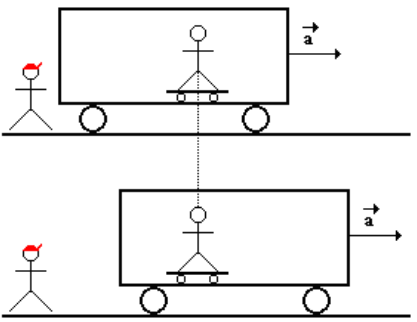
Skutečnost, že zákony mechaniky jsou stejné ve všech inerciálních soustavách, neznamená, že také všechny

měřené fyzikální veličiny, které popisují stav daného tělesa, mají stejnou hodnotu.

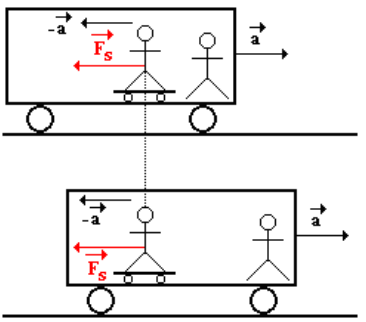
Pustíme-li například v rovnoměrně přímočaře jedoucím vlaku kuličku na podlahu, bude se pohybovat svisle dolů po úsečce (z pohledu pozorovatele ve vlaku). Pozorovatel, který popsaný experiment bude sledovat z nádraží zjistí, že se kulička pohybovala po části paraboly. Stejně tak naměří oba pozorovatelé (ten ve vlaku a na nádraží) jinou rychlost dopadu kuličky na podlahu vlaku. Důležité ale je, že v oba pozorovatelé naměří stejné zrychlení kuličky a to jak vzhledem k podlaze vagónu, tak vzhledem k povrchu Země. To tedy znamená (podle druhého Newtonova zákona), že na kuličku v obou soustavách působí stejná síla.

1.3.12 | Neinerciální vztažné soustavy

Pohybuje-li se nějaká soustava vzhledem k inerciální soustavě jinak než rovnoměrně přímočaře (tj. pohybuje se s nějakým zrychlením) jedná se o soustavu neinerciální. Taková soustava se může vzhledem k inerciální vztažné soustavě pohybovat přímočaře rovnoměrně zrychleně (resp. zpomaleně) nebo se může otáčet. Nejjednodušší na představu je pohyb rovnoměrně zrychlený.



Obr. 46



Obr. 47

Malý Jarda stojí na skatu (to proto, abychom nemuseli brát v úvahu třecí síly působící mezi podlahou a Jardou) v metru, které se právě rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením $\vec{a}$ po přímé trati. Situaci budeme sledovat nejdříve z pohledu výpravčího (inerciální soustava), který stojí u rozjíždějícího se metra.

Vzhledem k tomu, že půjde o rozbor sil, které způsobují pohyb těles ve směru vodorovném, nebudeme do našich úvah zahrnovat sílu tíhovou.

Vzhledem výpravčímu zůstává Jarda na skatu v klidu - metro se sice rozjíždí, ale Jarda stojí stále naproti reklamní tabuli, naproti níž do metra nastupoval. Z pohledu výpravčího je vše v pořádku: Jarda je v klidu, protože na něj nepůsobí žádná síla (ve vodorovném směru); první Newtonův zákon tedy platí (viz obr. 46). Metro se sice rozjíždí, ale díky nulovému tření mezi

kolečky skatu a podlahou podlaha pod Jardou podjíždí.

Síla na Jardu začne působit až tehdy, když se dostane k zadní stěně metra. Jakmile Jarda narazí na stěnu metra (resp. stěna na něj), začne se Jarda pohybovat rovnoměrně zrychleně se stejným zrychlením, jako je rychlení metra a stěna na něj bude působit silou $\vec{F}$ (viz obr. 48). Jarda bude na stěnu působit stejně velkou opačně orientovanou silou, která ale na obr. 48 není zakreslena.

Tatáž situace bude ale vypadat jinak z pohledu spolucestujícího (neinerciální soustava), který stojí v metru vedle Jardy a drží se madla. Vůči němu se během rozjíždění metra Jarda pohybuje. A to se stejně velkým, ale opačně orientovaným zrychlením, jako je zrychlení metra vzhledem k výpravčímu (viz obr. 47). Zrychlení Jardy vzhledem k podlaze metra je tedy $-\vec{a}$. Jardův spolucestující proto dojde k závěru, že na Jardu působí síla $\vec{F}_s = -m\vec{a}$ (znaménko „mínus“ říká, že síla $\vec{F}_s$ má opačný směr než zrychlení tělesa). Tato síla nemá původ v žádném vzájemném silovém působení Jardy a jiného tělesa, proto k ní neexistuje žádná reakce. Síla, která nutí Jardu pohybovat se směrem k zadní stěně metra, je **setrvačná síla**.

Tato síla bude působit na Jardu i tehdy, když dorazí k zadní stěně metra (viz obr. 49). Kromě ní bude na Jardu bude silou $\vec{F}$ stěna metra. Tyto dvě síly (síla $\vec{F}$

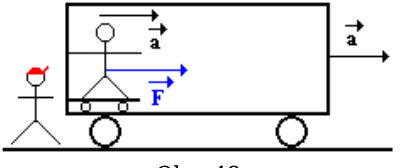
a setrvačná síla $\vec{F}_s$) působí na Jardu, mají stejnou velikost, ale opačný směr. Proto bude výsledná síla působící na Jardu (ve vodorovném směru) nulová a Jarda tedy bude vzhledem ke spolucestujícímu v klidu.

V případě, že by metro projíždělo stanicí rovnoměrným přímočarým pohybem, budou pozorování výpravčího a spolucestujícího Jardy stejné. Oba (výpravčí i spolucestující) budou v inerciálních soustavách.

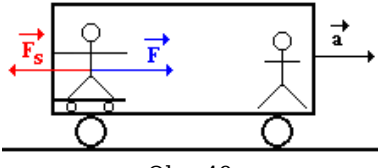
SETRVAČNÉ SÍLY NEMAJÍ SVŮJ PŮVOD VE VZÁJEMNÉM SILOVÉM PŮSOBENÍ TĚLES. VZNIKAJÍ JAKO DŮSLEDEK ZRYCHLENÉHO POHYBU NEINERCIÁLNÍCH SOUSTAV. SETRVAČNÉ SÍLY PATŘÍ MEZI TZV. ZDÁNLIVÉ SÍLY.

V neinerciální soustavách tedy neplatí první a třetí pohybový zákon. Druhý použít lze, ale musíme vzít v úvahu kromě sil vznikajících vzájemným silovým působením těles i síly setrvačné.

Setrvačná síla existuje pouze v neinerciálních vztažných soustavách. Pro pozorovatele v nich jsou stejně reálné jako síly vznikající vzájemným silovým působením těles a mohou se s těmito silami skládat.



Obr. 48



Obr. 49

Obdobnou analýzu lze provést pro těleso, které se bude pohybovat rovnoměrným přímočarým pohybem ve směru svislém.

Jarda jede ve výtahu a drží v ruce siloměr se zavěšeným závažím o hmotnosti *m*. Bude-li výtah v klidu, bude siloměr ukazovat sílu, jejíž velikost je $F_G = mg$. Pokud se bude výtah rozjíždět směrem vzhůru, bude Jarda (nyní v neinerciální vztažné soustavě) pozorovat, jak je pružina siloměru napínána silou o velikosti $F_1 = mg + ma$ (tíhová a setrvačná síla mají stejný směr, jejich velikosti se tedy sčítají), kde *a* je velikost zrychlení výtahu. Bude-li se výtah rozjíždět se zrychlením o velikosti *a* směrem dolů, bude pružina napínána silou $F_2 = mg - ma$, neboť tíhová a setrvačná síla mají směr opačný a velikost jejich výslednice bude tedy rovna rozdílu obou sil.

Fyzikálně zajímavá situace nastane, bude-li výtah padat volným pádem k povrchu Země. V tomto případě bude velikost výsledné síly působící na závaží rovna $F = mg - mg = 0$, neboť výtah se pohybuje se zrychlením o velikosti *g*. Nulová síla bude působit na všechna tělesa v padajícím výtahu. Všechna tělesa v padajícím výtahu budou v **beztížném stavu**.

BEZTÍŽNÝ STAV (STAV BEZTÍŽE) VZNIKÁ V KAŽDÉ NEINERCIÁLNÍ VZTAŽNÉ SOUSTAVĚ, KTERÁ SE POHYBUJE VZHLEDEM K ZEMI SE ZRYCHLENÍM STEJNÉ VELIKOSTI A STEJNÉHO SMĚRU JAKO ZRYCHLENÍ TÍHOVÉ.

Stav beztíže lze zažít při libovolném výskoku nebo seskoku. Kosmonauti tento stav trénují v letadlech, která konají vodorovný vrh. Obecně stav beztíže nastává při každém pohybu, který obsahuje jako jednu svojí složku volný pád.

1.3.13 | Rotující vztažné soustavy

1.3.13.1 | Setrvačná odstředivá síla

Neinerciální vztažnou soustavu tvoří také soustava, která se vzhledem k inerciální vztažné soustavě otáčí. A je jedno otáčí-li se rovnoměrným pohybem či nikoliv. V každém případě se bude pohybovat se zrychlením. (Pokud se bude otáčet rovnoměrným pohybem, bude se pohybovat se zrychlením dostředivým. V případě, že se bude pohybovat pohybem zrychleným, přidá se k danému dostředivému zrychlení i zrychlení tečné.)

Na kolotoči, jehož sedačky jsou upevněné na pružině k ose rotace, sedí na jedné sedačce Jarda. Vedle kolotoče stojí jeho maminka. Kolotoč se otáčí konstantní úhlovou rychlostí o velikosti ω. (Opět nám půjde o vyšetřování sil ve směru vodorovném. Nebudeme tedy do úvah o silách působících na sedačku s Pepou zahrnovat sílu tíhovou.)

Z hlediska maminky působí na sedačku s Jardou dostředivá síla (Jarda se na sedačce pohybuje po kružnici)

o velikosti $F = m\omega^2 r$ (r je vzdálenost sedačky s Jardou od osy rotace resp. středu otáčení), jejíž velikost lze určit například pomocí protažení pružiny, na níž je sedačka s Jardou umístěna. Maminka tedy tvoří inerciální vztažnou soustavu (viz obr. 50).

Zajímavější bude situace z hlediska Jardy (neinerciální vztažná soustava). Tuto situaci lze sledovat na obr. 51. Jarda sedící na sedačce je vzhledem ke kolotoči v klidu. Přitom se ale pohybuje po kružnici - tj. působí na něj síla dostředivá. Má-li být Jarda v klidu, musí být výslednice sil působící na sedačku s Jardou nulová. Proto na sedačku s Jardou působí ještě nějaká síla, která má stejnou velikost jako síla dostředivá, ale opačný směr. A přitom nemá svůj původ v silovém působení ostatních těles. Jedná se o **setrvačnou odstředivou sílu**, která má velikost $F_s = m\omega^2 r$ a míří od středu otáčení.

Aby nedošlo k omylu (který je rozebrán na konci tohoto odstavce) používám název „setrvačná odstředivá síla“ a ne jen „odstředivá síla“.

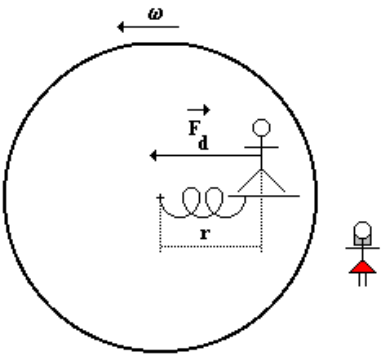
Pozor na jednu častou chybu:

SÍLA SETRVAČNÁ ODSTŘEDIVÁ NENÍ REAKČNÍ SILOU K SÍLE DOSTŘEDIVÉ.

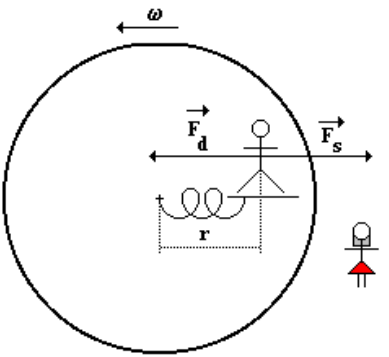
Z hlediska Jardy se přeci obě síly ve svém působení vykompenzovaly, což se u akce a reakce stát nemůže. Akce a reakce totiž působí každá na jiné těleso, zatímco síla dostředivá i setrvačná odstředivá působí na totéž

těleso (na sedačku s Jardou).

Působí-li na těleso na sedačce kolotoče dostředivá síla, která je způsobená tlakovou silou sedačky, působí stejně velkou opačně orientovanou silou také těleso na sedačku. **Ale toto není setrvačná odstředivá síla!** Setrvačná odstředivá síla působí na stejné těleso, na které působí dostředivá síla. Reakční síla k síle dostředivé je síla, kterou působí těleso na sedačce na tuto sedačku. A proto jí nelze se silou dostředivou skládat - každá působí na jiné těleso. Právě popsaná síla (reakce k dostředivé síle) se ve většině fyzikálních textů neuvádí.



Obr. 50



Obr. 51

Pokud se pružina přetrhne, bude maminka (inerciální vztažná soustava) pozorovat, že na sedačku už nepůsobí žádná síla. V důsledku toho se bude sedačka pohybovat

rovnoměrným přímočarým pohybem ve směru tečny k trajektorii v místě, kde byla sedačka uvolněna.

Jarda bude tutéž situaci vnímat trochu jinak. V okamžiku přetržení pružiny na něj přestane působit dostředivá síla. Velikost setrvačné odstředivé síly (která z hlediska Jardy kompenzuje dostředivou sílu) neklesne na nulu okamžitě a udělí sedačce impuls k pohybu ve směru původní odstředivé síly - tj. sedačka se bude vzdalovat od osy otáčení kolotoče.

1.3.13.2 | ***Coriolisova síla

V neinerciálních vztažných soustavách, které rotují konstantní úhlovou rychlostí velikosti ω , mohou na těleso působit kromě odstředivé ještě další síly.

Kdyby Jarda slezl ze sedačky kolotoče a vydal se na procházku po rotujícím kolotoči (zde je nutné uvažovat kolotoč, který se otáčí celý i s podlážkou kolem své osy), bude na něj působit ještě další síla, která je dána nenulovou rychlostí Jardy vzhledem k rotujícímu kolotoči.

Tuto sílu lze určit pomocí vektorového součinu úhlové rychlosti $\vec{\omega}$ a rychlosti $\vec{v}$, kterou se těleso vzhledem k rotující soustavě pohybuje: $\overrightarrow{F_C} = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$ a nazývá se **Coriolisova síla**. Její velikost pak je $F_C = 2m\omega v \sin\varphi$, kde úhel φ je úhel, který svírá vektor úhlové rychlosti s vektorem rychlosti tělesa. V případě pohybu po Zemi se

jedná o zeměpisnou šířku.

Pro Jardu je velikost úhlu $\varphi = 90°$, neboť vektor úhlové rychlosti míří ve směru osy, kolem které kolotoč rotuje a vektor Jardovy rychlosti leží v rovině kolmé na tuto osu (v rovině kolotoče).

Coriolisova síla hraje podstatnou roli na Zemi díky její rotaci kolem vlastní osy. Ale vzhledem k relativně pomalé rotaci Země a relativně malým rychlostem těles na jejím povrchu se Coriolisova síla projeví zejména u dlouhodobých pohybů. Každé těleso, které se po povrchu Země pohybuje rychlostí $\vec{v}$, je vlivem Coriolisovy síly stáčeno od svého původního směru.

Směr této síly určíme ve všech dále popsaných případech pomocí pravidla pravé ruky (viz obr. 52): síla je kolmá na směr pohybu, míří od něj vpravo a je tečnou ke kouli, která představuje Zemi. Směr této síly se liší v závislosti na směru pohybu tělesa a v závislosti na tom, na jaké polokouli Země se těleso pohybuje:

1. pohybuje-li se těleso na severní polokouli v severojižním směru, je strháváno vlivem Coriolisovy síly vpravo od svého původního pohybu;
2. pohybuje-li se těleso na jižní polokouli v severojižním směru, je strháváno vlivem Coriolisovy síly vlevo od svého původního pohybu;
3. pohybuje-li se těleso na severní polokouli

směrem na východ, má Coriolisova síla směr odstředivé síly;

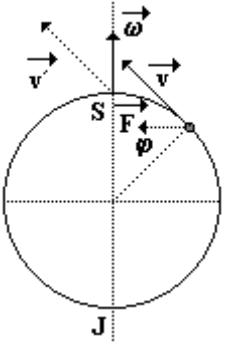
Těleso tak ztrácí část své tíhy - působí tedy na podložku, po níž se pohybuje (silnice, koleje, ...), menší silou, než když je totéž těleso v klidu.

4. pohybuje-li se těleso na severní polokouli směrem na západ, má Coriolisova síla směr dostředivé síly;

Těleso tak získává část své tíhy navíc - na podložku, po níž se pohybuje (silnice, koleje, ...), působí tedy větší silou, než když je totéž těleso v klidu.

5. překračuje-li těleso rovník v severojižním směru, je Coriolisova síla, která na toto těleso působí, nulová.

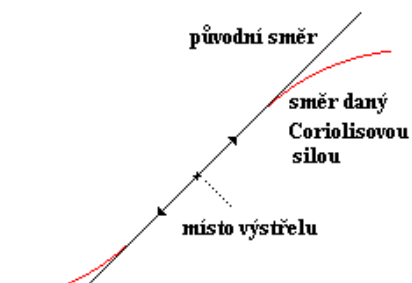
V ostatních případech má Coriolisova síla obecný směr daný pravidlem pravé ruky.



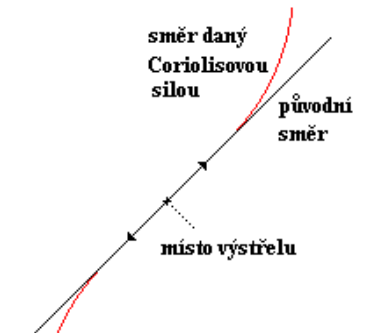
Obr. 52

V důsledku existence Coriolisovy síly dochází k řadě jevů:

1. Coriolisova síla se uplatní při střelbě na velké vzdálenosti, kdy kulka vypálená z hlavně pušky bude odkláněna od svého původního směru. Střelec s touto silou tedy musí počítat. Situaci na severním polokouli znázorňuje obr. 53, situaci na jižní polokouli pak obr. 54.
2. Na severní (resp. na jižní) polokouli dochází v důsledku existence Coriolisovy síly k většímu opotřebovávání pravých (resp. levých) kolejnic jednosměrných tratí, neboť vlak pohybující se danou rychlostí je na tuto stranu přitahován.
3. Na severní (resp. na jižní) polokouli dochází v důsledku její existence k většímu podemílání pravých (resp. levých) břehů řek. Voda proudící určitou rychlostí je opět k tomuto břehu přitahována.
4. …



Obr. 53



Obr. 54

Často uváděná situace, že vlivem Coriolisovy síly se stáčí vodní vír při vypuštění umyvadla či vany, není založena jen na Coriolisově síle. Směr otáčení vodního víru je dán tvarem a skonem odpadního potrubí, tvarem a sklonem dna nádoby, z níž voda vytéká, ...

1.3.13.3 | ***Eulerova síla

Další setrvačnou (zdánlivou) silou, která může působit v rotující neinerciální vztažné soustavě, je síla Eulerova. Aby tato síla vůbec vznikla a začala na těleso nalézající se v rotující soustavě působit, musí daná soustava rotovat časově proměnou úhlovou rychlostí $\vec{\omega}$. To znamená, že

daná soustava se musí pohybovat s nenulovým úhlovým zrychlením.

Tak jako jsme definovali zrychlení hmotného bodu jako změnu vektoru rychlosti $\overrightarrow{\Delta v}$ v časovém intervalu Δt, zavádí se analogickým způsobem úhlové zrychlení jako časová změna vektoru úhlové rychlosti $\overrightarrow{\Delta \omega}$ v časovém intervalu Δt: $\vec{\varepsilon} = \frac{\overrightarrow{\Delta \omega}}{\Delta t}$; $[\varepsilon] = \mathrm{rad.s^{-2}} = s^{-2}$.

Eulerova síla, která na hmotný bod potom působí, je dána vztahem $\overrightarrow{F_E} = m\vec{r} \times \vec{\varepsilon}$, kde $\vec{r}$ je polohový vektor určující polohu daného hmotného bodu v rotující soustavě (jeho velikost *r* je rovna poloměru kružnice, po které hmotný bod obíhá).

Pokud by měla působit Eulerova síla na Jardu na kolotoči, musel by se kolotoč pohybovat s nenulovým úhlovým zrychlením - musel by se buď rozjíždět nebo zastavovat.

1.4 | MECHANICKÁ PRÁCE A MECHANICKÁ ENERGIE

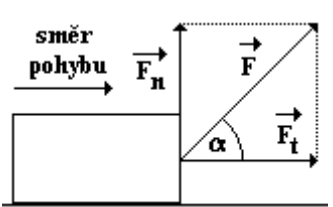
1.4.1 | Mechanická práce

Konání mechanické práce je podmíněno silovým působením na těleso a pohybem tělesa. Mechanickou práci

konáme, jestliže táhneme nebo tlačíme nějaký předmět po podlaze, zvedáme těleso do výšky. Stejně tak mechanikou práci konají např. motory motorových vozidel, jeřáby při zvedání břemene, ...

Působí-li na těleso (hmotný bod) konstantní síla velikosti *F* rovnoběžně s trajektorií tělesa a může-li se toto těleso pohybovat, je práce vykonaná touto silou po dráze *s* rovna: $W = F.s$; $[W] = \mathrm{N.m} = \mathrm{J}$ (joule).

Svírá-li konstantní síla $\vec{F}$ se směrem pohybu tělesa konstantní úhel α , působí ve směru pohybu pouze tečná složka této síly: $\vec{F_t}$. Složka síly $\vec{F}$, která je kolmá na trajektorii tělesa, práci nekoná. Práci vykonanou silou $\vec{F}$ lze psát ve tvaru: $W = F_t.s = Fs\cos\alpha$ (viz obr. 55).



Obr. 55

Normálová složka $\vec{F_n}$ síly $\vec{F}$ ovlivní velikost třecí síly, která působí mezi pohybujícím se tělesem a podložkou. V případě pohybu na vodorovné rovině (viz obr. 56), bude velikost třecí síly $\vec{F}_{\text{třecí}}$ dána vztahem $F_{\text{třecí}} = \left(F_G - F_n\right) f = \left(mg - F\sin\alpha\right) f$.

Pokud bude velikost síly $\overrightarrow{F_n}$ větší než velikost tíhové síly tělesa, bude těleso vyzdviženo nad podložku.

Síla $\overrightarrow{F_n}$ těleso na podložce vlastně nadlehčuje - proto je síla, která „tlačí“ těleso k podložce menší, než v případě, že je těleso taženo vodorovnou silou.

Práce se nekoná v těchto případech:

1. těleso se nepohybuje - je nulová dráha

Je nutné si uvědomit rozdíl mezi fyzikální veličinou práce W a fyzickou námahou. To, čemu se běžně říká práce, je většinou fyzická námaha.

Vezmeme-li např. do natažené ruky plnou PET láhev vody a budeme jí v této poloze držet, nekonáme žádnou práci. A přesto nás ruka brzy začne bolet. To proto, že budou namáhány svaly - budeme tedy fyzicky namáháni.

2. těleso se pohybuje rovnoměrným přímočarým pohybem - podle druhého pohybového zákona na těleso působí nulová síla
3. na těleso působí síla ve směru kolmém k trajektorii tělesa - velikost úhlu α je $90°$ a tedy $\cos\alpha = 0$

Budeme-li např. v zimě tlačit po vodorovné silnici sáňky se sourozencem, budeme konat práci (budeme muset překonávat třecí sílu vznikající mezi sněhem a skluznicí sáněk). Tíhová síla působící na sáňky kolmo k silnici, práci ale nekoná!

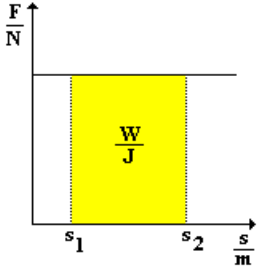
V závislosti na velikosti úhlu α těleso práci vykoná nebo spotřebuje:

1. $\alpha \in \langle 0°; 90° \rangle$, pak $\cos\alpha > 0$ a těleso působící na jiné těleso silou práci koná.

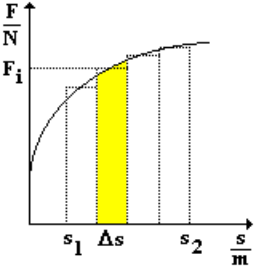
Chlapec táhne sáňky za provázek, který svírá s vodorovnou rovinou úhel z daného intervalu; přitom koná práci.

2. $\alpha \in \langle 90°; 180° \rangle$, pak $\cos\alpha < 0$ a těleso působící na jiné těleso silou práci spotřebovává.

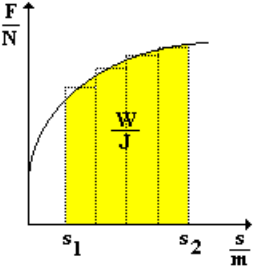
Třecí síla působící v předchozím příkladě mezi skluznicí sáněk a sněhem koná zápornou práci, tj. spotřebovává práci vykonanou chlapcem.



Obr. 56



Obr. 57



Obr. 58

Mechanickou práci lze určit také graficky, zobrazíme-li závislost velikosti síly, která koná práci, na dráze do pravoúhlého systému souřadnic (viz obr. 56). Svírá-li síla

$\vec{F}$ se směrem pohybu tělesa úhel α zobrazujeme do grafu pouze její tečnou složku. Práce *W* vykonaná silou $\vec{F}$ na dráze $s = s_2 - s_1$ odpovídá obsahu plochy pod křivkou, která znázorňuje závislost velikosti síly na dráze. V případě konstantní síly je grafem závislosti na dráze polopřímka (resp. úsečka), a tedy práce vykonaná na dráze $s = s_2 - s_1$ odpovídá obsahu obdélníka. Graf, z něhož jsme schopni určit vykonanou práci, se nazývá **pracovní diagram**.

Pokud na těleso působí síla, která není konstantní, tj. mění se s časem, rozdělíme dráhu *s* na takové úseky Δs, na nichž je možné považovat sílu za konstantní (viz obr. 57). Poté určíme elementární práci ΔW na jednotlivých úsecích dráhy Δs. Tato elementární práce je rovna obsahu obdélníka, jehož jednou stranou je délka jednoho úseku dráhy Δs a druhou je velikost síly F_i na daném úseku Δs: $\Delta W_i = F_i . \Delta s$. Celkovou práci *W* (viz obr. 58), kterou vykoná proměnná síla na dráze *s*, určíme jako součet jednotlivých elementárních prací ΔW. Tedy

$$W = F_1 . \Delta s + F_2 . \Delta s + \ldots + F_n . \Delta s = \sum_{i=1}^{n} F_i . \Delta s \, .$$

Rychleji lze celkovou práci získat použitím integrálního počtu. Obrázky budou vypadat stejně, jen se výpočet na základě určitých pravidel zjednoduší.

1.4.2 | Kinetická energie

Kinetickou energii mají všechna tělesa, která se vzhledem k dané vztažné soustavě pohybují. Abychom uvedli těleso do pohybu, je třeba vykonat určitou práci.

Motor auta koná práci, aby se auto rozjelo; chceme-li roztlačit vozík, musíme vykonat práci; ...

Dále nahradíme těleso hmotným bodem a budeme předpokládat, že na něj nepůsobí žádné třecí a odporové síly.

Jestliže je hmotný bod o hmotnosti *m* vzhledem k dané inerciální vztažné soustavě v klidu, nepůsobí na něj žádná síla. Začne-li na něj působit stálá síla $\vec{F}$, udělí mu podle druhého Newtonova zákona zrychlení $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Trajektorií hmotného bodu je přímka, která má směr síly $\vec{F}$. Za čas *t* se bude hmotný bod pohybovat rychlostí o velikosti $v = at$ a urazí dráhu $s = \frac{1}{2}at^2$. Práce, kterou vykoná síla $\vec{F}$ na dráze *s* je dána vztahem $W = Fs$. Pokud dosadíme, dostaneme: $W = ma.\frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \frac{1}{2}mv^2$. Práce vykonaná silou $\vec{F}$ je mírou změny kinetické energie: $W = \Delta E_k$. Vzhledem k tomu, že na počátku byl hmotný bod v klidu (a tedy jeho kinetická energie byla nulová), je práce vykonaná silou $\vec{F}$ na dráze *s* rovna kinetické energii

$W = E_k = \frac{1}{2}mv^2$; $[E_k] = J$.

Kinetická energie hmotného nezávisí na směru rychlosti hmotného bodu. Mění-li se směr rychlosti hmotného bodu, ale její velikost je konstantní (např. rovnoměrný pohyb po kružnici), je konstantní i kinetická energie.

Na hmotný bod pohybující se po kružnici působí dostředivá síla kolmo ke směru rychlosti. Tato síla tedy nekoná práci.

Jestliže se mění velikost rychlosti hmotného bodu, mění se i velikost kinetické energie hmotného bodu. Změna kinetické energie hmotného bodu je dána změnou práce, kterou vykoná výslednice sil působících na hmotný bod. Pokud výslednice sil koná práci kladnou (např. motor auta při rozjíždění) kinetická energie hmotného bodu se zvětšuje. Pokud tato výslednice koná práci zápornou, tj. práci spotřebovává (brzdící síla při zastavování vozidla), kinetická energie se zmenšuje. Tedy $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = W$.

Kinetická energie hmotného bodu je závislá na velikosti jeho rychlosti. Velikost rychlosti hmotného bodu je ale závislá na volbě vztažné soustavy, proto i jeho kinetická energie je závislá na volbě vztažné soustavy.

Člověk jedoucí ve vlaku má nulovou kinetickou vzhledem k vlaku, ale nenulovou vzhledem k výpravčímu na nádraží.

Někdy se stane, že potřebujeme určit kinetickou

energii celé soustavy hmotných bodů. Kinetická energie soustavy *n* hmotných bodů, které mají hmotnosti $m_1, m_2, \ldots, m_n$ a velikosti rychlostí vzhledem k určité vztažné soustavě $v_1, v_2, \ldots, v_n$, je dána součtem kinetických energií jednotlivých hmotných bodů: $E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \ldots + \frac{1}{2} m_n v_n^2$.

Takto lze určit celkovou kinetickou energii molekul plynu v nádobě, těles Sluneční soustavy, střepin po vybuchlém granátu, ...

1.4.3 | Potenciální energie

Potenciální energii mají tělesa, která:

- se nacházejí v silových polích jiných těles - v tíhovém poli Země se jedná o tíhovou potenciální energii
- jsou pružně deformovaná - potenciální energie pružnosti (např. při stlačení nebo natažení pružiny)

Tíhová potenciální energie a její změny souvisí s prací, kterou vykoná tíhová síla při pohybu tělesa v tíhovém poli Země.

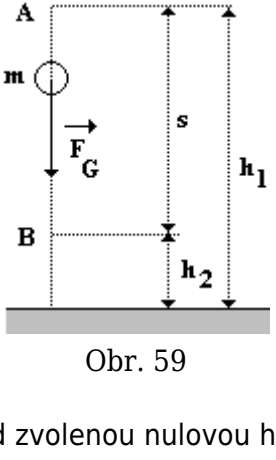
Uvažujme místo tělesa opět hmotný bod o hmotnosti *m*, který padá volným pádem v tíhovém poli Země po přímce. Na hmotný bod působí tíhová síla $\vec{F}_G$. Podél trajektorie mezi body *A* a *B* urazí hmotný bod dráhu *s* (viz obr. 59). Tíhová síla, jejíž směr má směr trajektorie

hmotného bodu, vykoná práci $W = F_G.s = mg.(h_1 - h_2)$, neboť bod *A* je ve výšce h_1 a bod *B* ve výšce h_2 nad povrchem Země. Práce, kterou vykoná tíhová síla, určuje úbytek tíhové potenciální energie hmotného bodu: $W = E_{p1} - E_{p2} = mgh_1 - mgh_2$.

Práce vykonaná tíhovou silou závisí na hmotnosti hmotného bodu, velikosti tíhového zrychlení a na počáteční a koncové výšce hmotného bodu nad povrchem Země. Nezávisí na tvaru trajektorie ani na délce dráhy.

Bude-li např. sjíždět Jarda ze zasněženého kopce na sáňkách, bude změna jeho potenciální energie dána pouze převýšením místa startu a cíle. Nezávisí na skutečně uražené dráze a jejím tvaru. Změna potenciální energie bude stejná pro něj i pro kámen, který byl shozen z vrcholu kopce dolů do stejné nadmořské výšky, na níž dojel Jarda na sáňkách.

Pokud chceme jednoznačně určit tíhovou potenciální energii E_p a nikoliv její úbytek, je nutné předem zvolit vodorovnou rovinu (tzv. **nulovou hladinu tíhové potenciální energie**), na níž budeme pokládat tíhovou potenciální energii za nulovou. Potenciální energii pak určujeme vzhledem k této rovině.



Obr. 59

Ve výšce *h* nad zvolenou nulovou hladinou potenciální energie je tíhová potenciální energie hmotného bodu o hmotnosti *m* dána vztahem $E_p = mgh$; $\left[E_p\right] = J$.

Zmíněnou nulovou hladinu potenciální energie je možno volit naprosto libovolně, podle toho, jak je to v dané situaci nejvýhodnější.

Na stole, jehož deska je 1,5 m nad podlahou, stojí 0,5 m vysoká soška krále. Tíhová potenciální energie hlavy sošky vzhledem ke stolu je $0{,}5mg$, kde *m* je hmotnost hlavy sošky. Potenciální energie hlavy sošky vzhledem k podlaze je ale $(1{,}5+0{,}5)mg$.

Bude-li na těleso působit kromě tíhové síly $\vec{F}_G$ další síla stejně velká, ale opačně orientovaná, je možné touto silou těleso zvedat rovnoměrným pohybem. Při zvednutí tělesa do výšky *h* vykoná tato vnější síla práci $W = mgh$, která je rovna přírůstku tíhové potenciální energie tělesa.

Vzhledem k tomu, že tíhová potenciální energie je podmíněna vzájemným silovým působením těles, měli bychom hovořit o tíhové potenciální energii soustavy těles (např. Země - kámen, ...). Zpravidla se ale hovoří pouze o potenciální energii daného tělesa (tedy např. kamene).

1.4.4 | Mechanická energie

Zatím jsme prozkoumali energii kinetickou E_k a energii potenciální E_p. Může ale nastat situace, kdy má těleso obě tyto energie - např. letadlo o hmotnosti *m* letící rychlostí $\vec{v}$ ve výšce *h* nad povrchem Země má vzhledem k Zemi potenciální tíhovou i kinetickou energii. Součet těchto energií (tedy součet potenciální a kinetické energie) tvoří celkovou mechanickou energii *E* tělesa.

Letadlo z předchozího příkladu má tedy vzhledem k povrchu Země mechanickou energii *E*, pro kterou platí:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + mgh .$$

Při pohybu tělesa se může jeho kinetická i potenciální energie měnit.

Vyhodíme-li např. míč svisle vzhůru, rychlost míče a tedy i jeho kinetická energie se postupně zmenšuje. Míč ale přitom stále stoupá výš, čímž se zvětšuje jeho tíhová potenciální energie.

Nepůsobí-li na těleso v tíhovém poli Země žádné jiné síly (třecí, odporové, ...) kromě síly tíhové, je prací tíhové

síly určen přírůstek kinetické energie a úbytek tíhové potenciální energie. Abychom si tuto skutečnost názorně přiblížili, sledujme volný pád tělesa o hmotnosti *m*. V čase t_0 se těleso nachází ve výšce h_0 a jeho rychlost je nulová. Jeho kinetická energie je tedy nulová a celková mechanická energie je dána pouze jeho tíhovou potenciální energií $E = E_{p0} = mgh_0$. Poté začíná padat volným pádem k Zemi. V určitém čase *t* bude těleso ve výšce $h = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$ a jeho tíhová potenciální energie tedy bude $E_p = mgh = mgh_0 - \frac{1}{2}mg^2t^2$. V tomtéž čase se bude těleso pohybovat rychlostí o velikosti $v = gt$ a jeho kinetická energie bude $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mg^2t^2$. Pokud v tomto libovolně zvoleném časovém okamžiku sečteme potenciální a kinetickou energii, dostaneme $E_k + E_p = mgh_0$. Z těchto úvah vyplývá závěr:

CELKOVÁ MECHANICKÁ ENERGIE JE V IZOLOVANÉ SOUSTAVĚ KONSTANTNÍ, POUZE DOCHÁZÍ K PŘEMĚNÁM POTENCIÁLNÍ ENERGIE V KINETICKOU A NAOPAK.

Této formulaci se říká **zákon zachování mechanické energie**.

Důležité je si uvědomit, že zákon zachování **MECHANICKÉ** energie platí pouze v **IZOLOVANÝCH** soustavách.

Přeměny mechanické energie jsou vždy spojeny

s prací, kterou konají síly vzájemného působení mezi tělesy. Práce je přitom rovna úbytku kinetické energie a současně přírůstku energie potenciální nebo naopak.

Přeměny mechanické energie lze pozorovat u pružných srážek těles, u kyvadla, u těles zavěšených a kmitajících na pružině, ...

1.4.5 | Zákon zachování energie

Předpoklady izolované soustavy nejsou v praxi splněny. Na těleso vždy působí třecí síly, síly odporové, deformační, ..., v důsledku čehož dochází postupně ke snižování celkové mechanické energie.

Velikost rychlosti automobilu s vypnutým motorem se postupně snižuje, kmitání kyvadla se postupně utlumí, míč puštěný z určité výšky do se odrazí vždy do menší výšky, než ze které byl spuštěn, ...

Skutečnost, že se celková mechanická energie soustavy těles zmenšuje, neznamená, že energie může vznikat nebo zanikat. V žádném případě! Pouze dochází k její přeměně na „nemechanické“ formy energie. Nejčastější formou, na kterou se tato „ztracená“ mechanická energie přeměňuje, je vnitřní energie tělesa. Vlivem tření a oporu vzduchu se tělesa zahřívají.

Při rychlém pumpování kola se zahřívá hustilka, což je způsobeno právě přeměnou mechanické energie na vnitřní energii hustilky. Změna vnitřní energie souvisí

úzce se změnou teploty tělesa.

V přírodě a v technické praxi dochází i k jiným přeměnám energie.

Např. ve vodních elektrárnách se mění mechanická energie proudící vody na elektrickou energii, která se mění na energii vnitřní (vařič, topná spirála, ...), na energii světelnou (žárovka, ...), akustickou (rozhlasový přijímač, ...) nebo zase zpět v mechanickou (mixer, vrtačka, ...).

Při všech těchto dějích platí obecnější **zákon zachování energie**, který patří k nejdůležitějším přírodním zákonům:

PŘI VŠECH DĚJÍCH V SOUSTAVĚ TĚLES SE MĚNÍ JEDNA FORMA ENERGIE V JINOU, NEBO PŘECHÁZÍ ENERGIE Z JEDNOHO TĚLESA NA DRUHÉ; CELKOVÁ ENERGIE SOUSTAVY TĚLES SE VŠAK NEMĚNÍ.

V případě, že působí na tělesa třecí nebo odporové síly, je práce vykonaná těmito silami rovna úbytku mechanické energie a současně rovna přírůstku vnitřní energie těchto těles.

Práce a energie spolu tedy velice úzce souvisí, ale nejedná se o veličiny stejné. **Energie** charakterizuje **stav** soustavy (je to tedy stavová veličina), zatímco **práce** charakterizuje **děj**, při němž nastává změna (resp. přenos) energie.

Na principu vodní elektrárny (vodního mlýnu, ...) si lze tento rozdíl uvědomit a pamatovat. Voda nad

elektrárnou má určitou polohovou energii (voda je výše, než turbína a koryto řeky, kterým bude pokračovat dále), která charakterizuje stav vody. Při průtoku vody turbínou voda ztrácí svou potenciální energii a přitom koná práci - otáčí turbínou, která vyrábí elektrický proud. Roztáčení turbíny je děj (turbína „se hýbá“), při němž se mění potenciální energie vody na elektrickou energii.

1.4.6 | Výkon, příkon, účinnost

V praxi existuje celá řada činností, kterou již místo lidí mohou dělat stroje. Je to pro nás výhodnější i z toho důvodu, že stroj zvládne zadanou práci (většinou) dříve než člověk. Abychom mohli posoudit, jak rychle se práce koná, zavádí se fyzikální veličina **výkon**.

PRŮMĚRNÝ VÝKON P_p JE PODÍL PRÁCE W A DOBY t, ZA KTEROU SE DANÁ PRÁCE VYKONALA: $P_p = \frac{W}{t}$; $\left[P_p\right] = \mathrm{J.s^{-1}} = \mathrm{W}$ (WATT).

Práci, kterou vykoná stroj pracující s výkonem P_p za dobu *t*, lze psát ve tvaru $W = P_p t$. Z tohoto vztahu vyplývá, že jako jednotku práce je možné použít wattsekundu, přičemž platí: $1\,\mathrm{W.s} = 1\,\mathrm{J}$. S touto jednotkou a jejími násobky se setkáváme v praxi - např. v energetice při měření spotřeby elektrické energie se běžně používá *kilowatthodina*. Platí převodní vztah $1\,\mathrm{kW.h} = 1000\,\mathrm{W.h} = 1000.3600\,\mathrm{W.s} = 3{,}6.10^6\,\mathrm{J}$.

Faktura za spotřebovanou elektrickou energii se platí právě na základě spotřeby udávané v kilowatthodinách. Z fyzikálního hlediska je spotřeba energií, kterou elektrárna dodala do domácnosti (firmy, ...).

KONÁ-LI STROJ PRÁCI NEROVNOMĚRNĚ, LZE URČIT OKAMŽITÝ VÝKON JAKO PODÍL PRÁCE ΔW VYKONANÉ ZA DOBU Δt A TÉTO DOBY: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$.

Tento vztah lze u pohybujících se těles (např. automobilů, ...) upravit dále. Nechť se těleso pohybuje po přímce účinkem stálé síly $\vec{F}$, která má směr trajektorie tělesa. Za dobu Δt urazí těleso dráhu $\Delta s = v\Delta t$, kde *v* je velikost okamžité rychlosti tělesa. Potom **okamžitý výkon** lze vyjádřit vztahem $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F.\Delta s}{\Delta t} = Fv$.

Rozdíl mezi okamžitým a průměrným výkonem je totožný jako rozdíl mezi okamžitou rychlostí a průměrnou rychlostí.

Při činnosti strojů se přeměňuje energie z jedné formy na jinou, nebo se energie přenáší z jednoho tělesa na druhé. Stroj pak koná práci odpovídající této přeměněné (resp. přenesené) energii. V praxi ale dochází k tomu, že část energie se mění na nevyužitelnou formu energie (např. vlivem tření se část mechanické energie mění na vnitřní energii, ...).

PODÍL TÉTO ENERGIE ΔE DODANÉ STROJI ZA DOBU Δt A TÉTO DOBY JE PŘÍKON P_0 STROJE:

$$P_0 = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

Pro porovnání výkonnosti různých strojů je dobré zavést další fyzikální veličinu - **účinnost**:

PODÍL VÝKONU P A PŘÍKONU P_0 JE ÚČINNOST η STROJE: $\eta = \frac{P}{P_0}$; $[\eta] = 1$. ÚČINNOST SE BĚŽNĚ VYJADŘUJE V PROCENTECH.

Podle schématu na obr. 60 mohou nastat tyto případy:

1. $E > W \Leftrightarrow P_0 > P \Leftrightarrow \eta < 1$ - reálný stroj pracující se ztrátami
2. $E = W \Leftrightarrow P_0 = P \Leftrightarrow \eta = 1$ - ideální stroj pracující beze ztrát
3. $E < W \Leftrightarrow P_0 < P \Leftrightarrow \eta > 1$ - perpetum mobile I. druhu



Obr. 60

PERPETUM MOBILE I. DRUHU JE STROJ, KTERÝ BY VYKONAL VĚTŠÍ PRÁCI, NEŽ JE ENERGIE JEMU DODANÁ.

Tento stroj podle současného fyzikálního poznání světa neexistuje.

1.4.7 | ***Rázy (srážky) těles

Při vyšetřování srážek dvou (a více) těles, rozeznáváme dva druhy těchto srážek.

1. ráz pružný - při něm platí zákon zachování hybnosti i zákon zachování mechanické energie. V tomto případě tedy neuvažujeme třecí a odporové síly působící proti směru pohybu.

Srážka dvou kulečníkových koulí na dokonale hladkém stole, srážka dvou vagónů, které se svými nárazníky od sebe odrazí, ...

2. ráz nepružný - při něm platí pouze zákon zachování hybnosti. Mechanická energie se zde nezachovává - část se jí mění na energii vnitřní nebo se spotřebovává na překonání třecích a odporových sil.

Kulka, která prostřelí strom, srážka dvou vagónů, které se do sebe po srážce zaklesnou, srážka dvou těles, která se pohybují v odporujícím prostředí; ...

Jak se vypočítají parametry pohybů nebo těles, které nejsou zadány, se liší úloha od úlohy, ale právě uvedené rozdělení rázů (srážek) platí obecně.

1.5 | GRAVITAČNÍ POLE

1.5.1 | Newtonův gravitační zákon

1.5.1.1 | Formulace Newtonova gravitačního zákona

Z každodenní zkušenosti víme, že všechna tělesa jsou přitahována k Zemi.

Neupevněné předměty padají k Zemi, míč vykopnutý vzhůru se vrací k Zemi, družice obíhá kolem Země, dešťové kapky, ...

Příčinou těchto jevů je gravitační síla Země, která působí na tělesa nacházející se v jejím okolí. Toto vzájemné silové působení těles „na dálku“ zprostředkovává gravitační pole. Zdrojem gravitačního pole není jen Země, ale všechna hmotná tělesa.

Zdrojem gravitačního pole jsou skutečně všechna tělesa, ačkoliv nevnímáme, že bychom byli gravitačně přitahováni např. ke spolužákovi nebo spolužačce. Důvodem, že toto gravitační přitahování u běžných těles ve svém okolí nepozorujeme, je velmi malá hmotnost těchto těles. Proto jsou zdrojem i velmi slabého gravitačního pole.

Vlastnost, která se projevuje právě prostřednictvím gravitačního pole, se nazývá **gravitace**.

Vlastnosti gravitačních sil, jimiž se každá dvě tělesa přitahují, studoval a poprvé v 17. století popsal Isaac Newton. Na základě pozorování pohybu Měsíce kolem Země a pohybu planet kolem Slunce vyslovil na tehdejší dobu velice odvážnou (revoluční) myšlenku, že příčinou pohybu těchto těles jsou gravitační síly. Své poznatky shrnul do jednoho z nejvýznamnějších přírodních zákonů - do **Newtonova gravitačního zákona**:

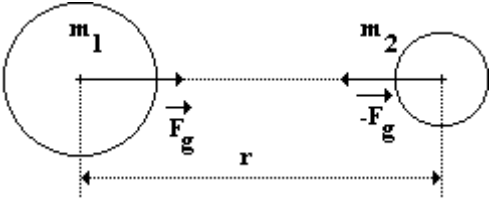
KAŽDÁ DVĚ TĚLESA SE VZÁJEMNĚ PŘITAHUJÍ STEJNĚ VELKÝMI GRAVITAČNÍMI SILAMI OPAČNÉHO SMĚRU. VELIKOST GRAVITAČNÍ SÍLY $\overrightarrow{F_g}$ PRO DVĚ STEJNORODÁ TĚLESA TVARU KOULE JE PŘÍMO ÚMĚRNÁ SOUČINU JEJICH HMOTNOSTÍ m_1 A m_2 A NEPŘÍMO ÚMĚRNÁ DRUHÉ MOCNINĚ VZDÁLENOSTI r JEJICH STŘEDŮ. PLATÍ TEDY VZTAH: $\left|\overrightarrow{F_g}\right| = F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$, KDE KONSTANTOU ÚMĚRNOSTI JE (UNIVERZÁLNÍ) GRAVITAČNÍ KONSTANTA $\kappa = 6{,}67.10^{-11}\ \mathrm{N.m^2.kg^{-2}}$.

Gravitační síla leží na spojnici středů obou těles tak, jak je znázorněno na obr. 61.

Gravitační sílou jsou vzájemně přitahována každá dvě tělesa, tedy např. padající kámen je přitahován k Zemi stejně velkou (ale opačně orientovanou) silou, jako je přitahována Země ke kameni. Vzhledem k velice rozdílné hmotnosti Země a kamene, uděluje stejně velká

síla působící na Zemi i na kámen oběma tělesům různé zrychlení (podle druhého Newtonova zákona). Proto je tvrzení, že „kámen padá k Zemi“ správné, ačkoliv ve skutečnosti se pohybují obě tělesa proti sobě. Za dobu, za kterou dopadne kámen na Zem se Zem pohne velmi nepatrně.

Uvedený vztah je možné použít i pro nestejnorodá tělesa jiných než kulových tvarů, jestliže rozměry těles jsou zanedbatelně malé ve srovnání s jejich vzájemnou vzdáleností, tj. pokud lze tělesa považovat za hmotné body (např. dvojice Země - Měsíc, Země - kosmická loď, ...).

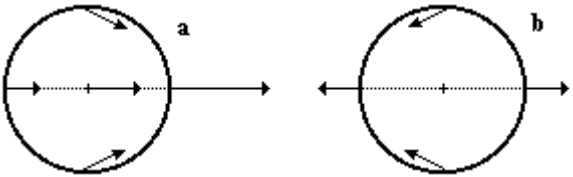


Obr. 61

1.5.1.2 | ***Slapové síly

Slapové síly jsou důsledkem gravitačního působení Měsíce na Zemi. Na body zemského povrchu, které jsou Měsíci nejblíže působí větší gravitační síla než na body, které jsou od Měsíce dále (obr. 62a). Slapové síly jsou ale dány rozdílem, jimiž působí Měsíc na různá místa povrchu

Země. Proto je nutné od těchto sil odečíst gravitační sílu, kterou působí Měsíc na Zemi jako celek (obr. 62b).



Obr. 62

Na obou obrázcích je znázorněna jen Země. Měsíc by byl umístěn vpravo od ní.

Síly zobrazené na obr. 62b udávají rušivou sílu Měsíce působící na různých místech povrchu Země.

Při podrobnějším rozboru (podle téhož obrázku) lze slapové síly vysvětlit takto: Země a Měsíc obíhají kolem společného těžiště, které leží uvnitř Země. Při oběhu Země kolem tohoto těžiště vzniká odstředivá síla, která je kompenzována gravitační silou Měsíce pouze ve středu Země. Na povrchu Země na straně přivrácené k Měsíci převažuje síla gravitační, zatímco na straně odvrácené od Měsíce je větší síla odstředivá. Proto na těchto dvou místech vzniká příliv.

Velikost gravitační sily, kterou na dané místo Země působí Měsíc, závisí na vzdálenosti uvažovaných dvou těles resp. hmotných bodů (větší vzdálenost znamená menší velikost gravitační síly). Body na povrchu Země, které leží na straně přivrácené k Měsíci, jsou k Měsíci

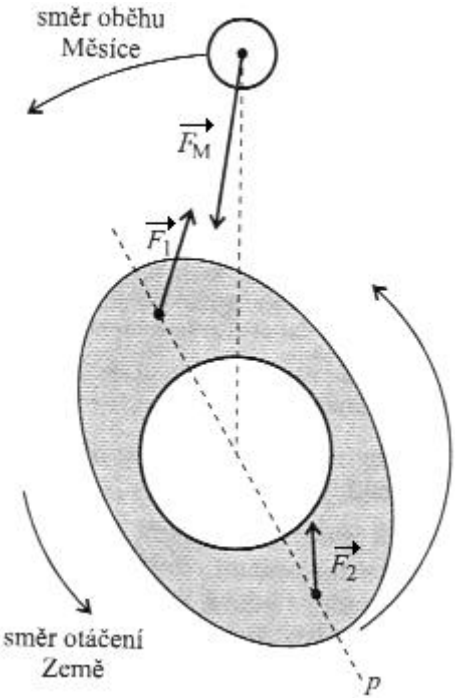
blíže, a proto je příslušná gravitační síla větší.

V důsledku existence slapových sil (a slapových pohybů):

1. Zvedá se a klesá zemská kůra, ale hlavně hladiny oceánů a moří, což vede k pravidelnému střídání přílivu a odlivu. Příliv a odliv má zásadní význam pro řadu živočichů, jejichž rozmnožování je na přílivu (resp. odlivu) závislé. Teoreticky nastává v každém přístavu dvakrát denně příliv a dvakrát denně odliv.
2. Vzdaluje se Měsíc od Země (rychlostí o velikosti $3\,\mathrm{cm\,rok^{-1}}$). K tomuto jevu dochází proto, že oceány a zemská kůra se slapovým silám přizpůsobují s jistým zpožděním: spojnice *p* na obr. 63 míst s nejvyšším přílivem proto nemíří přímo k Měsíci, ale trochu před něj. Síla $\vec{F}_M$, kterou takto deformovaná Země působí na Měsíc, nemíří přesně do středu Země a má proto složku, která nepatrně urychluje Měsíc na jeho oběžné trajektorii (a tím ho i vzdaluje od Země).
3. Zpomaluje se rotace Země (přesná měření ukazují, že pozemský den se tak prodlouží o 1,5 ms za jedno století). Tento jev je důsledkem jevu vzdalování Měsíce od Země (viz obr. 63). Síly $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$, kterými Měsíc

působí na bližší a vzdálenější polovinu deformované Země, nemají totiž stejnou velikost, a proto působí momentem sil proti směru otáčení Země.

4. Vzniká vázaná rotace Měsíce.



Obr. 63

Velikost slapových je největší, když je Měsíc v úplňku nebo novu, nejmenší, když je v první čtvrti nebo v poslední

čtvrti. Slapové působení Slunce na povrch Země je zanedbatelně malé. Slunce má sice větší hmotnost než je hmotnost Měsíce, ale je od Země výrazně dále než Měsíc. Přesto může slapové působení Měsíce podporovat nebo narušovat. Zesílení slapových účinků nastává při novu nebo úplňku, protože Slunce, Země a Měsíc leží téměř v jedné přímce a nastává tzv. **skočný příliv**. Naopak v době první čtvrti nebo poslední čtvrti, kdy spojnice Země - Měsíc a Země - Slunce svírají pravý úhel, spadá odliv způsobený Sluncem do doby přílivu způsobeného Měsícem a naopak a nastává tzv. **hluchý příliv**.

1.5.2 | Intenzita gravitačního pole

Při zkoumání gravitačního pole a jeho silových účinků často potřebujeme znát vlastnosti gravitačního pole v různých místech prostoru. Newtonův gravitační zákon hovoří o velikosti síly, kterou se vzájemně přitahují dvě tělesa o daných hmotnostech (a dané vzájemné vzdálenosti). Budeme-li chtít vyšetřit gravitační pole jednoho tělesa (např. Země), není použití gravitační síly nejlepším způsobem. Velikost gravitační síly totiž závisí na tom, jaké těleso k testování gravitačního použijeme (např. kámen v malých výškách, kosmickou sondu ve větších výškách, ...). Proto zavádíme novou fyzikální veličinu: intenzita gravitačního pole $\vec{K}$.

INTENZITA GRAVITAČNÍHO POLE $\vec{K}$ V DANÉM MÍSTĚ POLE JE DEFINOVÁNA JAKO PODÍL

GRAVITAČNÍ SÍLY $\overrightarrow{F_g}$, KTERÁ V TOMTO MÍSTĚ PŮSOBÍ HMOTNÝ BOD, A HMOTNOSTÍ m TOHOTO BODU: $\vec{K} = \frac{\overrightarrow{F_g}}{m}$; $[K] = \mathrm{N.kg^{-1}}$. INTENZITA GRAVITAČNÍHO POLE JE VEKTOROVÁ VELIČINA, KTERÁ MÁ STEJNÝ SMĚR JAKO GRAVITAČNÍ SÍLA PŮSOBÍCÍ V DANÉM BODĚ NA HMOTNÝ BOD.

Velikost intenzity gravitačního pole ve vzdálenosti $r \geq R$ od středu stejnorodé koule o poloměru *R* a hmotnosti *M* je: $K = \frac{F_g}{m} = \frac{\kappa M}{r^2}$. Tento vztah platí jen vně koule nebo pro body na jejím povrchu (viz podmínka pro *r*), přičemž největší intenzitu má gravitační pole na povrchu koule (tj. pro $r = R$). Velikost intenzity gravitačního pole je tedy nepřímo úměrná čtverci vzdálenosti od středu daného tělesa.

Velikost intenzity gravitačního pole uvnitř koule se opět zmenšuje a v jejím středu je nulová.

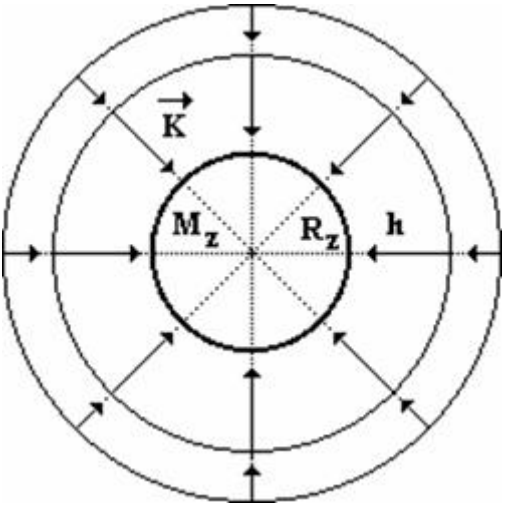
Začneme situací ve středu (kulového a homogenního) tělesa. V tomto bodě na zvolené testovací těleso (např. člověka) bude působit v každém směru gravitační síla té části tělesa, která se nachází v daném směru. Člověk bude tedy tělesem „tahán“ do všech směrů. Vzhledem k tomu, že těleso je kulové a homogenní, je výslednice gravitačních sil působících na člověka ve středu tělesa (koule) nulová. Proto je nulová i intenzita gravitačního pole.

Bude-li se člověk nacházet např. v polovině vzdálenosti mezi středem a povrchem koule, bude silové působení jiné. Směrem dovnitř koule ho potáhne gravitační síla, odpovídající té části hmoty, která je „pod“ člověkem - tj. ze stanoviště člověka přes střed až k nejvzdálenější části povrchu koule. V opačném směru na něj bude působit gravitační síla té části koule, která se nachází „nad“ člověkem (tj. od jeho stanoviště k bližší části povrchu koule). (Ve směru „vlevo“ - „vpravo“ a „dopředu“ - „dozadu“ se silové působení vzájemně vykompenzuje!) Proto bude člověk přitahován směrem do středu koule menší silou, než v případě, že stojí na povrchu koule. A tedy v daném místě bude menší i intenzita gravitačního pole, než intenzita pole na povrchu koule.

1.5.2.1 | Centrální (radiální) gravitační pole

Vzhledem k tomu, že gravitační síla míří vždy do středu tělesa, míří do středu tělesa i intenzita gravitačního pole. Taková pole se nazývají **centrální gravitační pole** a střed tělesa je gravitační střed centrálního pole. Centrální gravitační pole vzniká kolem každého stejnorodého tělesa tvaru koule a v okolí hmotného bodu. Centrální gravitační pole je také okolo Země, kterou lze považovat za stejnorodou kouli.

Budeme-li považovat tedy Zemi za stejnorodou kouli o hmotnosti M_Z a poloměru R_Z bude velikost intenzity gravitačního pole ve výšce *h* nad povrchem Země dána vztahem $K = \frac{\kappa M_Z}{(R_Z + h)^2}$. Z tohoto vztahu je vidět, že velikost intenzity gravitačního pole (Země) se s rostoucí výškou nad tělesem (Zemí) zmenšuje (na obr. 64 je to schématicky znázorněno).



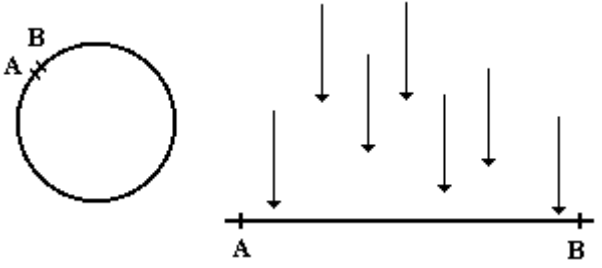
obr. 64

Na myšlené kulové slupce, která má střed v Zemi, má intenzita gravitačního pole ve všech bodech stejnou velikost. Na slupce s větším poloměrem je velikost intenzity gravitačního pole menší než na předchozí slupce.

Centrální gravitační pole je prostorově neohraničené. Vzhledem k závislosti na převrácené hodnotě druhé mocniny vzdálenosti je gravitační pole ve větších vzdálenostech od gravitačního středu velmi slabé. Působí-li v jednom místě gravitační pole více těles (např. Země a Měsíc, ...), jejich intenzity se v daném místě vektorově sčítají.

1.5.2.2 | Homogenní gravitační pole

Sledujeme-li pohyb nějakého tělesa v oblastech blízko povrchu Země (např. ve vzdálenosti několika set metrů), můžeme použít jistého zjednodušení. V nevelkých vzdálenostech od povrchu Země (a na malém území) se intenzita gravitačního pole mění velice nepatrně (jak její velikost tak i směr), že je možné jí považovat za konstantní (opět jak velikost tak i směr). Tento model gravitačního pole, které má ve všech místech stejnou intenzitu gravitačního pole $\vec{K}$, se nazývá **homogenní gravitační pole**.



Obr. 65

V levé části je obr. 65 zobrazena Země, v pravé pak malé území, na němž lze považovat směr intenzity gravitačního pole za konstantní. Její velikost lze považovat za konstantní do několika set (tisíc) metrů od povrchu Země.

Úvaha byla provedena pro Zemi, ale stejným způsobem lze zavést homogenní gravitační pole v okolí libovolného tělesa, u něhož je možné považovat vektor intenzity gravitačního pole za konstantní.

Homogenní gravitační pole je tedy speciálním případem centrálního (radiálního) gravitačního pole.

1.5.3 | Gravitační a tíhová síla (resp. zrychlení)

Intenzitu gravitačního pole jsme definovali vztahem $\vec{K} = \frac{\vec{F_g}}{m}$. Podíl síly působící na těleso (resp. hmotný bod) a hmotnosti tohoto tělesa (resp. hmotného bodu) je definován podle 2. Newtonova zákona jako zrychlení tohoto tělesa (resp. hmotného bodu). Podíl gravitační síly a hmotnosti tělesa tedy musí být gravitační zrychlení $\vec{a_g}$ tohoto tělesa.

Můžeme tedy shrnout: Intenzita gravitačního pole v daném místě pole se rovná gravitačnímu zrychlení, které v tomto místě uděluje tělesu (hmotnému bodu) gravitační síla, tedy $\vec{K} = \vec{a_g}$.

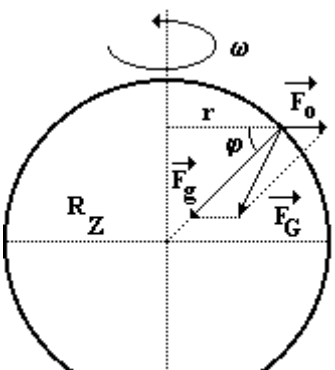
Vztahy, které platí pro intenzitu gravitačního pole v určité výšce nad povrchem Země, tedy platí i pro gravitační zrychlení. Souhlasí i jednotky gravitačního zrychlení a intenzity gravitačního pole.

Opravdu. Intenzita gravitačního pole je veličina fyzikálně nadbytečná - má stejný význam jako gravitační zrychlení, tj. $\vec{K} = \vec{a_g}$. Proto lze psát: $[K] = \mathrm{N.kg^{-1}} = \mathrm{m.s^{-2}}$.

Pro ostatní typy pole (elektrostatické, magnetické) se zavádí také intenzita daného pole, ale v těchto polích už nemá analogii jako zde. Proto je nutné si na intenzitu pole „zvyknout" v poli, které je lidem nejbližší …

Problematika zrychlení, které uděluje přitažlivá síla Země tělesu při jejím povrchu, je ale komplikovanější. Zatím jsme totiž vztahovali zrychlení těles vůči zemskému povrchu, který jsme považovali za inerciální soustavu. Ve skutečnosti, jak víme, Země rotuje kolem své osy stálou úhlovou rychlostí ω, takže na všechny body při povrchu Země, které neleží na ose rotace, působí kromě gravitační síly $\vec{F_g}$, směřující do středu Země, ještě síla odstředivá (setrvačná) $\vec{F_o}$, směřující kolmo od osy otáčení. Výslednicí těchto dvou sil je síla tíhová $\vec{F_G}$, pro níž platí: $\vec{F_G} = \vec{F_g} + \vec{F_o}$.

Tělesa (hmotné body) se na Zemi tedy nacházejí v tíhovém nikoliv v gravitačním poli. Při zakreslování sil, které působí na tato těleso (hmotné body) tedy zásadně zakreslujeme tíhovou (a ne gravitační) sílu. Na rotující Zemi (vyjma zeměpisných pólů) totiž na tělesa (hmotné body) působí i síla setrvačná odstředivá!



Obr. 66

Působením tíhové síly $\overrightarrow{F_G}$ se pohybuje volně puštěné těleso volným pádem s zrychlením $\vec{g}$, které se nazývá tíhové zrychlení. Podle druhého pohybového zákona tedy platí: $\overrightarrow{F_G} = m\vec{g}$.

Směr tíhové síly (a tedy i směr tíhového zrychlení) označujeme jako směr svislý a určujeme jej pomocí olovnice.

Model olovnice lze jednoduše vyrobit tak, že zavěsíme těžší předmět (klíč, penál, míček, mobil, ...) na provázek. Provázek uchopíme za volný konec a předmět necháme spustit dolů.

Prostor při povrchu Země, v němž se projevují účinky tíhové síly se nazývá **tíhové pole** Země. Tíhové pole je tedy pole vytvářené gravitačním polem Země a působením

odstředivých sil vznikajících v důsledku rotace Země.

Tíhová síla nemá na všech místech zemského povrchu stejnou velikost, protože se mění velikost síly odstředivé. Pro její velikost platí: $F_o = m\omega^2 r = m\omega^2 R_Z \cos\varphi$, kde *r* je vzdálenost daného místa od osy rotace, R_Z poloměr Země a φ zeměpisná šířka místa na povrchu Země (viz obr. 66). Velikost odstředivé síly se tedy mění se zeměpisnou šířkou: největší je na rovníku ($\varphi = 0°$), nulová je na zeměpisných pólech ($\varphi = 90°$). Proto je velikost tíhové síly nejmenší na rovníku a největší na zeměpisných pólech.

Tak jako se mění tíhová síla, mění se i tíhové zrychlení. Nejmenší je na rovníku, největší na zeměpisných pólech (sledujeme-li jeho velikost ve stejné výšce - např. na hladině moře). Dohodou bylo stanoveno normálové tíhové zrychlení $g_n = 9{,}80665\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, jehož velikost odpovídá přibližně tíhovému zrychlení na $45°$ severní zeměpisné šířky při hladině moře. U nás se počítá s hodnotou $g = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

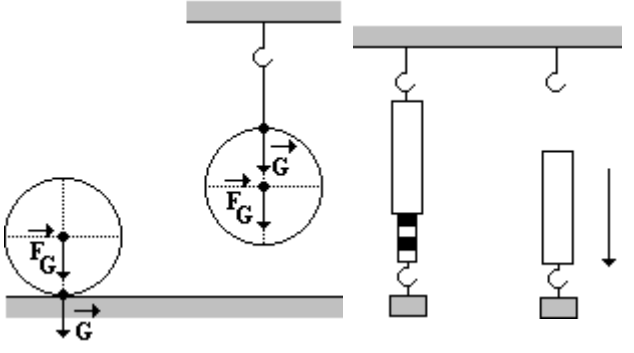
... případně $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. To podle požadované přesnosti výpočtu a zda máme k dispozici kalkulačku či nikoliv.

Omezíme-li se na malou oblast povrchu Země a nepříliš velké výšky nad jejím povrchem, je možné považovat tíhové zrychlení $\vec{g}$ za konstantní; jak jeho velikost tak i směr. Pak hovoříme o **homogenním tíhovém poli** Země.

1.5.4 | Tíha a tíhová síla

Od veličiny tíhová síla $\overrightarrow{F_G}$ odlišujeme veličinu tíha tělesa $\vec{G}$. Zásadní rozdíl, který obě veličiny odlišuje, je v jejich vzniku. Tíhová síla $\overrightarrow{F_G}$ vzniká působením tíhového pole Země na dané těleso, zatímco tíha $\vec{G}$ vyjadřuje působení tělesa umístěného v tíhovém poli Země na jiná tělesa. Tíha tělesa se projevuje jako tlaková síla působící na vodorovnou podložku nebo jako tahová síla napínající závěs.

Obě veličiny se také liší ve svém působišti (viz obr. 67). Působiště tíhové síly klademe do těžiště tělesa, působiště tíhy leží na stykové ploše tělesa s podložkou nebo v bodě závěsu. V daném místě nad povrchem Země jsou ale obě veličiny stejné (mají stejný směr i velikost).



Obr. 67 Obr. 68

Tíha a tíhová síla se tedy liší hlavně svým působištěm.

Projevuje-li se účinek tíhy daného tělesa na jiné těleso, je těleso ve stavu tíže.

Kniha ležící na stole, skokan visící na laně bungeejumpingu, ...

Jestliže tento účinek vymizí, hovoříme o **stavu beztíže** (beztížném stavu). Tento stav lze demonstrovat například volným pádem tělesa. Zavěšený siloměr v levé části obr. 68 ukáže tíhu zavěšeného závaží. Siloměr, který necháme padat volným pádem ukáže nulovou výchylku.

Stejně tak je ve stavu beztíže těleso, které je vrženo libovolným směrem v homogenním tíhovém poli Země.

Skok z můstku do vody (až do kontaktu s vodou), skok skokana bugeejumpingu (až do hloubky, která je shodná s délkou lana, na němž je skokan přivázán, hod oštěpem, vrh koulí, výskok z podlahy, ...

Na porovnávání tíhy je založeno určování hmotnosti těles na rovnoramenných vahách. Známe-li tíhu (a tedy i hmotnost) závaží a jsou-li váhy v rovnováze, známe také tíhu (a tedy i hmotnost) závaží.

1.5.5 | Pohyby těles v homogenním tíhovém poli Země

Budeme se zabývat pohyby těles, jejichž trajektorie jsou vzhledem k rozměrům Země natolik malé, že tíhové pole, v němž se tělesa pohybují, lze považovat za homogenní. Dále se omezíme na zjednodušený (a praxi těžko realizovatelný) případ, kdy na těleso nepůsobí žádná jiná síla (nejčastěji odporová síla vzduchu) kromě síly tíhové. Pohyby budeme sledovat v soustavě spojené se Zemí.

1.5.5.1 | Volný pád

Jedná se nejjednodušší pohyb v homogenním tíhovém poli Země. Volný pád je pohyb rovnoměrně zrychlený s nulovou počáteční rychlostí a se zrychlením rovným tíhovému zrychlení $\vec{g}$. Jeho charakteristikami je velikost okamžité rychlosti *v* a uražená dráha *s* v čase *t* po započetí pohybu: $v = gt$ a $s = \frac{1}{2}gt^2$.

1.5.5.2 | Vrhy těles

Jedná se o pohyby, které vznikají složením dvou pohybů:

1. volného pádu

2. rovnoměrného přímočarého pohybu
s počáteční rychlostí $\vec{v_0}$

Jednotlivé vrhy rozdělujeme podle směru počáteční rychlosti $\vec{v_0}$.

1.5.5.2.1 | Svislý vrh vzhůru

Tento pohyb koná těleso, které je vrženo počáteční rychlostí $\vec{v_0}$ svisle vzhůru, tj. ve směru opačném než je směr tíhového zrychlení. Směrem vzhůru se pohybuje rovnoměrně zpomaleně (se zrychlením $-\vec{g}$). Velikost okamžité rychlosti $\vec{v}$ se postupně zmenšuje (směr se zachovává) a při dosažení nejvyššího bodu trajektorie (bod *H*), v němž se těleso na okamžik zastaví, je rovna nule. Poté se těleso vrací zpět volným pádem k zemi.

Skutečnost, že těleso vržené svisle vzhůru postupně zmenšuje velikost svojí rychlosti, v bodě *H* se zastaví a poté začíná opět zrychlovat, lze pozorovat na basketbalistovi, který se snaží dát při výskoku koš. Při sledování tohoto výkonu se zdá, že basketbalista „visí" u koše. To proto, že jeho pohyb v okolí koše trvá delší čas, než na zbývající části trajektorie, na níž se pohybuje větší rychlostí.

Velikost okamžité rychlosti *v* v čase *t* je dána vztahem: $v = v_0 - gt$, pro okamžitou výšku *y* nad místem, z něhož bylo těleso vrženo, v čase *t* platí: $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Největší výška,

kterou těleso dosáhne, se nazývá **výška vrhu** *h*. V této výšce je rychlost tělesa nulová, tedy $t_v\, v_0 - g t_v = 0$, z čehož plyne vztah pro **dobu výstupu** t_v: $t_v = \frac{v_0}{g}$.

Výšku vrhu nad místem, z něhož bylo těleso vrženo, lze určit tak, že do rovnice pro okamžitou výchylku dosadíme čas výstupu t_v: $h = v_0 t_v - \frac{1}{2} g t_v^2 = \frac{v_0^2}{2g}$. Z této výšky *h* pak těleso padá k zemi volným pádem. Výšku *h* urazí za **čas dopadu** t_d, čili $h = \frac{1}{2} g t_d^2$, odkud pro čas dopadu dostáváme: $t_d = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2v_0^2}{2g^2}} = \frac{v_0}{g} = t_v$. Pro velikost rychlosti dopadu v_d lze psát: $v_d = g t_d = g t_v = g \frac{v_0}{g} = v_0$. Těleso tedy dopadne zpět do místa, z něhož bylo vrženo, velkou rychlostí, jako bylo vrženo; doba výstupu do maximální výšky je stejná jako doba pádu zpět.

Příklady z praxe: výskok basketbalisty (ale jen směrem vzhůru), ...

1.5.5.2.2 | Svislý vrh dolů

koná těleso, které je vrženo z výšky *h* nad povrchem Země počáteční rychlostí $\vec{v_0}$ svisle dolů, tj. ve směru tíhového zrychlení. Jedná se o pohyb rovnoměrně

zrychlený s nenulovou počáteční rychlostí o velikosti v_0 a zrychlením $\vec{g}$.

Velikost okamžité rychlosti *v* v čase *t* po začátku pohybu je dána vztahem $v = v_0 + gt$. Pro okamžitou výšku *y* tělesa nad povrchem Země platí $y = h - \left(v_0 t + \frac{1}{2} g t^2\right)$.

Výška tělesa nad povrchem Země se při tomto typu pohybu zmenšuje; člen v závorce odpovídá vzdálenosti, kterou těleso urazí od začátku pohybu. Vzhledem k tomu, že bylo spouštěno z výšky h nad povrchem Země, získáme výšku tělesa nad povrchem Země v daném čase jako rozdíl uvedených vzdáleností.

Při dopadu na povrch Země je okamžitá výška rovna nule, čili platí $0 = h - \left(v_0 t_\mathrm{d} + \frac{1}{2} g t_\mathrm{d}^2\right)$. **Čas dopadu** t_d získáme řešením kvadratické rovnice $-\frac{1}{2} g t_\mathrm{d}^2 - v_0 t_\mathrm{d} + h = 0$, kterou lze upravit na tvar $g t_\mathrm{d}^2 + 2 v_0 t_\mathrm{d} - 2h = 0$. Pro čas dopadu t_d dostáváme $(t_\mathrm{d})_{1,2} = \frac{-2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 + 8hg}}{2g} = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2hg}}{g}$. Vzhledem k tomu, že $v_0 < \sqrt{v_0^2 + 2hg}$ a že fyzikální smysl má jen kladný čas dopadu, dostáváme pro čas dopadu vztah: $t_\mathrm{d} = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2hg}}{g}$. Pro velikost rychlosti dopadu lze pak

psát $v = v_0 + gt_d = v_0 + g\frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2hg}}{g} = \sqrt{v_0^2 + 2hg}$.

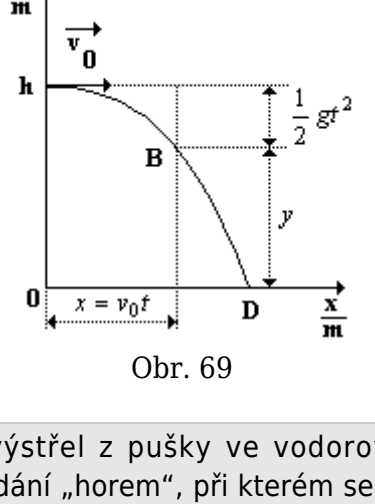
Z praxe: kámen vržený dolů z mostu do řeky, ...

1.5.5.2.3 | Vodorovný vrh

koná těleso, jemuž udělíme počáteční rychlost $\vec{v_0}$ ve směru vodorovném. Výsledný pohyb vzniká složením volného pádu a rovnoměrného přímočarého pohybu ve směru vodorovném. Jeho trajektorií je část paraboly, jejíž vrchol je v místě vrhu. Po snadnější popis vrhu si jeho trajektorii zakreslíme do souřadnicové soustavy *Oxy* tak, že místo vrhu má souřadnice $[0;h]$, kde *h* je výška, z níž je těleso vrženo.

Souřadnice bodu *B*, v němž se těleso nachází za dobu *t* od okamžiku vrhu jsou: $x = v_0 t$ a $y = h - \frac{1}{2}gt^2$. Největší vzdálenost od místa vrhu měřená ve vodorovné rovině se nazývá **délka vrhu** *d*. V této vzdálenosti těleso končí svůj pohyb a ocitá se v bodě $D = [d;0]$. V okamžiku dopadu tedy platí: $0 = h - \frac{1}{2}gt_d^2$. Odtud pro dobu dopadu t_d tělesa vyplývá $t_d = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ a po dosazení do vztahu $x = v_0 t_d$ dostáváme délku vrhu: $d = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$. Délka vrhu závisí na velikosti počáteční

rychlosti a na výšce, z níž bylo těleso vrženo.



Obr. 69

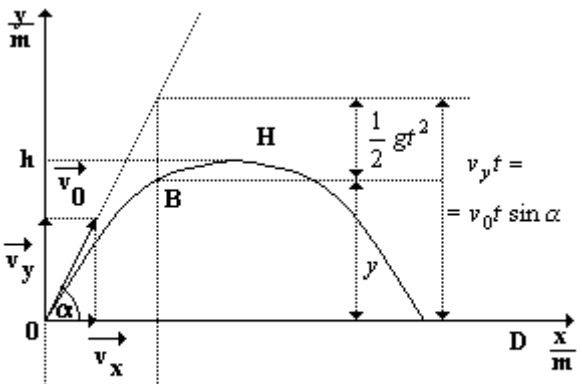
V praxi: výstřel z pušky ve vodorovném směru, volejbalové podání „horem“, při kterém se míč pohybuje vodorovně; ...

Střelec, který vystřelil z pušky ve vodorovném směru, vidí volný pád kulky. Pohyb ve vodorovném směru ze svého pohledu nevidí. Kdyby to bylo možné a další kamarád - trpaslík by běžel přesně pod letící střelou, zaznamenal by pouze rovnoměrný přímočarý pohyb střely - volný pád by nebyl schopen ze svého pohledu zaznamenat. Roli těchto dvou pozorovatelů hrají osy kartézského systému souřadnic: trpaslík - osa *x* (vodorovný směr), střelec - osa *y* (svislý směr). Kamarád střelce, který stojí kousek vedle střelce, zaznamená pohyb střely jako vodorovný vrh.

1.5.5.2.4 | Vrh šikmý

Tímto typem pohybu se pohybuje těleso, jemuž udělíme počáteční rychlost $\vec{v_0}$, jejíž směr svírá s vodorovnou rovinou elevační úhel α. I u tohoto vrhu dochází ke skládání rovnoměrného přímočarého pohybu ve směru počáteční rychlosti $\vec{v}_0$ a volného pádu. Trajektorií tohoto pohybu je parabola, jejíž vrchol leží v nejvyšším bodě trajektorie (v bodě *H*).

Pro lepší popis tohoto pohybu zakreslíme jeho trajektorii do souřadného systému *Oxy* tak, že místo vrhu bude v jeho počátku. Počáteční rychlost $\vec{v_0}$, kterou tělesu udělíme, lze rozložit do směrů obou os souřadného systému. Jednotlivé složky pak mají (v čase *t* po začátku pohybu) velikost: *x*-ová složka $v_x = v_0 \cos\alpha$ a *y*-ová složka $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$.



Obr. 70

Ve směru osy *y* se jedná vlastně o svislý vrh vzhůru - tak by viděl např. výkop míče fotbalista. Míč totiž poletí nejdříve rovnoměrně zpomaleným pohybem nahoru, zastaví se a pak se bude volným pádem pohybovat směrem dolů. Soupeř - trpaslík běžící přesně pod míčem by viděl rovnoměrný přímočarý pohyb míče.

Souřadnice bodu *B*, v němž se těleso nachází v době *t* po začátku pohybu, jsou: $x = v_x t = v_0 t \cos\alpha$ a $y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2$. Největší vzdálenost měřená ve vodorovné rovině od místa vrhu do místa dopadu *D* se nazývá **délka vrhu** *d*. Bod dopadu má souřadnice $D = [d; 0]$ a lze tedy psát $0 = v_0 t_d \sin\alpha - \frac{1}{2} g t_d^2$. Odtud pro čas

dopadu t_d dostáváme: $t_d = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$ nebo $t'_d = 0\,s$. Nulový čas nemá smysl, protože popisuje stav tělesa na začátku pohybu.

Dosazením do vztahu $x = v_0 t_d \cos\alpha$ získáme délku vrhu $d = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

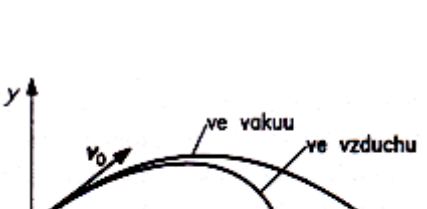
Při úpravě byl použit vztah, který se odvozuje v matematice při výkladu goniometrických funkcí: $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$.

U vrhu šikmého lze určit ještě **výšku vrhu** *h*, do níž těleso během svého pohybu vystoupí. Nachází-li se těleso v bodě *H*, má *y*-ová složka rychlosti nulovou velikost, tedy $0 = v_0 \sin\alpha - g t_h$. Odtud dostáváme pro čas t_h, za který těleso dosáhne maximální výšky, $t_h = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{t_d}{2}$. Dosazením do vztahu $y = v_0 t_h \sin\alpha - \frac{1}{2} g t_h^2$ dostaneme maximální výšku vrhu $h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$.

Při právě odvozených vzorcích je použita matematická konvence zápisu operací s goniometrickými funkcemi. Zápis $\sin 2\alpha$ je totéž jako $\sin(2\alpha)$, zápis $\sin^2\alpha$ znamená to samé jako zápis $(\sin\alpha)^2$.

Šikmý vrh má praktické uplatnění ve sportu a vojenské technice. Délka vrhu se ve vojenské

terminologii nazývá **dostřel**. Šikmo vržené těleso se pohybuje po části paraboly pouze za předpokladu, že na něj nepůsobí žádné vnější síly kromě síly tíhové (nepůsobí odpor vzduchu, ...). V praxi ale ne vždy lze odpor vzduchu zanedbat (hlavně při velkých rychlostech tělesa). V důsledku existence odporové síly se těleso pohybuje nikoliv po části paraboly, ale po tzv. **balistické křivce**, která (na rozdíl od paraboly) není souměrná (viz obr. 71). To má za následek zkrácení délky vrhu oproti délce vrhu ve vakuu.



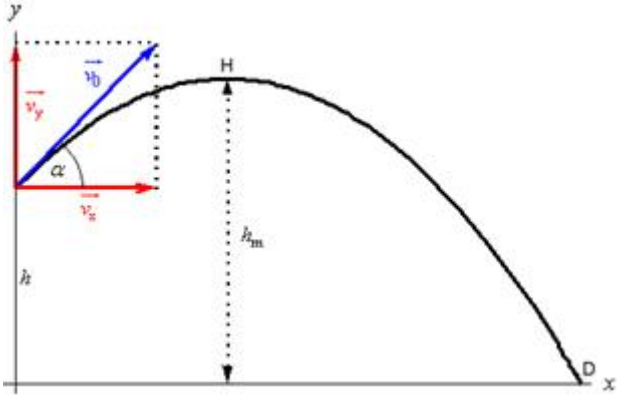
Obr. 71

1.5.5.3 | ***Vrhy těles obecně

Jednotlivé vrhy těles lze odvodit v závislosti na směru vektoru počáteční rychlosti $\overrightarrow{v_0}$. Všechny uvažované vrhy lze přitom odvodit najednou z obecného vrhu: ze šikmého vrhu vzhůru z nenulové počáteční výšky *h* nad vodorovnou rovinou (viz obr. 72). Při řešení nebudeme uvažovat

odporové síly, kterými na pohybující se hmotný bod působí okolní vzduch.

Vztahy pro jednotlivé vrhy (vrh svislý, vrh vodorovný, vrh šikmý) dostaneme z výsledných vztahů tohoto obecného vrhu speciální volbou směru počáteční rychlosti a výšky nad vodorovnou rovinou, v níž vrh začíná.



Obr. 72

Vektor počáteční rychlosti $\vec{v_0}$ vrženého hmotného bodu si (stejně jako u vrhu šikmého v odstavci 5.5.2.4) rozložíme na dva navzájem kolmé vektory $\vec{v_x}$ a $\vec{v_y}$, které jsou rovnoběžné s osami kartézského systému, do něhož celý vrh zakreslujeme. Pro velikosti těchto vektorů lze psát: $v_x = v_0 \cos\alpha$ a $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$.

Člen „*-gt*“ je ve vztahu pro *y*-ovou složku rychlosti proto, že hmotný bod, který se pohybuje obecným vrhem, po vystřelení klesá ve směru osy *y* směrem dolů vlivem tíhové síly. Velikost rychlosti ve směru osy *y* tedy postupně klesá.

Pro souřadnice libovolného bodu, který leží na trajektorii vrhu, platí: $x = v_x t = v_0 t \cos\alpha$ a $y = h + v_y t - \frac{1}{2} g t^2 = h + v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2$. Tím jsme získali závislost obou souřadnic *x* a *y* na čase.

Ve vztahu pro souřadnici *y* jsou oproti souřadnici *x* dva členy navíc: počáteční výška *h* nad vodorovnou rovinou a člen $-\frac{1}{2} g t^2$, který odpovídá dráze uražené hmotným bodem volným pádem. Znaménko mínus je zde proto, že volný pád tělesa způsobuje pokles *y*-ové souřadnice; hmotný bod je vlivem tíhové síly tažen směrem k zemi.

Jednou z charakteristik vrhu je **délka vrhu** *d*, tj. vzdálenost bodu *D* od paty kolmice vedené místem vrhu k vodorovné rovině. Uvědomíme-li si, že (podle obr. 72) bod *D* má ve zvolené kartézské soustavě souřadnice $D = [d; 0]$, je další vyšetřování charakteristik vrhu snadné. Bod *D* má *y*-ovou souřadnici nulovou, proto musí platit: $0 = h + v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2$.

Jedná se o vyjádření *y*-ové souřadnice pohybujícího

se objektu, do níž jsme dosadili místo obecné výšky *y* nulu. Zajímá nás totiž bod *D*, který má *y*-ovou souřadnici nulovou.

Vzhledem k tomu, že parametry *h*, v_0 a α jsou dány zvoleným typem pohybu, zůstává ve vztahu jediná neznámá - a to je čas *t*. Protože uvedená rovnice vznikla na základě podmínky pro bod dopadu *D*, má čas *t* v rovnici význam **času dopadu** hmotného bodu na vodorovnou rovinu. Čas *t* nyní z rovnice vyjádříme.

Jedná se o kvadratickou rovnici, kterou si před dalším řešením upravíme vynásobením dvěma. Tak dostaneme: $0 = 2h + 2v_0 t \sin\alpha - gt^2$. Po seřazení členů v běžném pořadí máme kvadratickou rovnici ve tvaru $gt^2 - 2v_0 t \sin\alpha - 2h = 0$. Nyní podle vztahu pro kořeny kvadratické rovnice vyjádříme *t*: $t_{1,2} = \frac{2v_0 \sin\alpha \pm \sqrt{4v_0^2 \sin^2\alpha + 8hg}}{2g}$. Po částečném odmocnění, vytknutí a zkrácení dostaneme: $t_{1,2} = \frac{v_0 \sin\alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}}{g}$. Podle matematické teorie týkající se řešení kvadratických rovnic dostáváme dva kořeny, což je ale fyzikálně nepřípustné: hmotný bod nemůže dopadnout ve dvou různých časech! Podíváme-li blíže na čitatele uvedeného výrazu, zjistíme, že $v_0 \sin\alpha < \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}$ a tudíž $v_0 \sin\alpha - \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg} < 0$. To by ovšem znamenalo, že čas vyjde záporný! A to je z fyzikálního hlediska nepřípustné. Proto fyzikální smysl má

pouze jediný kořen a to kořen $t_d = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}}{g}$.

Nerovnost $v_0 \sin\alpha < \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}$ platí proto, že pod odmocninou je stejný výraz jako na levé straně nerovnice umocněný na druhou a k němu je přičteno kladné číslo (*h* i *g* jsou čísla kladná). Proto je uvedená nerovnost skutečně pravdivá.

Nyní můžeme spočítat **délku vrhu** *d*. Vzhledem k tomu, že to je vzdálenost měřená ve směru osy *x*, stačí dosadit do vztahu $x = v_0 t \cos\alpha$. Po dosazení dostáváme: $d = v_0 t_d \cos\alpha =$

$= \frac{v_0^2 \sin\alpha.\cos\alpha + v_0 \cos\alpha \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}}{g} = \frac{v_0^2.2.\sin\alpha.\cos\alpha + \sqrt{v_0^4.4.\sin^2\alpha.\cos^2\alpha + 8hgv_0^2\cos^2\alpha}}{2g}$.

S využitím vztahu $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$ lze získaný vztah dále upravit tak, že dostaneme:

$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha + \sqrt{v_0^4 \sin^2 2\alpha + 8hgv_0^2\cos^2\alpha}}{2g}$.

V bodě *H* dosahuje hmotný bod maximální výšky během svého letu. Do bodu *H* hmotný bod stoupá vzhůru, od bodu *H* klesá. To znamená, že v bodě *H* má nulovou rychlost ve směru osy y, tj. $v_y = 0$.

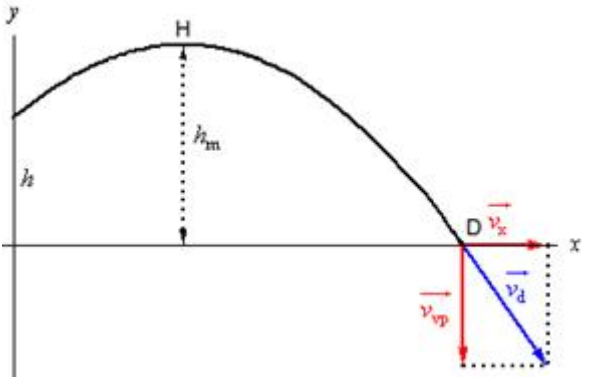
V bodě *H* se totiž těleso na chvilku zastaví: pohybuje se nahoru a zpomaluje vlivem tíhové síly a pak zrychluje směrem dolů. To znamená, že mezitím musí na moment zastavit …

Proto můžeme psát: $0 = v_0 \sin\alpha - g t_v$, odkud můžeme

vyjádřit **čas výstupu** t_v do maximální výšky h_m: $t_v = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$. Máme-li čas výstupu do **maximální výšky** h_m, není problém určit tuto výšku h_m: stačí dosadit čas výstupu do obecného vyjádření *y*-ové souřadnice $y = h + v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2$. Po dosazení dostaneme: $h_m = h + v_0 t_v \sin\alpha - \frac{1}{2} g t_v^2 = h + v_0 . \frac{v_0 \sin\alpha}{g} . \sin\alpha - \frac{1}{2} g . \frac{{v_0}^2 \sin^2\alpha}{g^2} = h + \frac{{v_0}^2 \sin^2\alpha}{2g}$.

Důležitou charakteristikou vrhu je i **velikost rychlosti dopadu** $\overrightarrow{v_d}$. Tato rychlost má dvě složky (viz obr. 73): rychlost v_x, která je během celého pohybu konstantní, a rychlost volného pádu $\overrightarrow{v_{vp}}$. Volný pád je průmět pohybu hmotného bodu z bodu *H* do směru osy *y*. Z bodu *H* se hmotný bod pohybu po dobu $t_d - t_v$, než dopadne na vodorovnou rovinu.

Čas t_d trvá celý pohyb od startu po dopad do bodu D, po dobu t_v stoupá hmotný bod do bodu *H*. Zbývající čas pohybu (tj. čas $t_d - t_v$) padá těleso z bodu *H* na podložku.



Obr. 73

Pro velikost rychlosti $\vec{v_{vp}}$ lze tedy psát:

$$v_{vp} = g\left(t_d - t_v\right) = g\left(\frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}}{g} - \frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right) = \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}.$$

Pro velikost rychlosti $\vec{v_d}$ lze pak s využitím Pythagorovy věty psát:

$$v_d = \sqrt{v_x^2 + v_{vp}^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg} = \sqrt{v_0^2\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) + 2hg} = \sqrt{v_0^2 + 2hg}.$$

Z právě odvozených obecných charakteristik vrhu tělesa lze získat charakteristiky jednotlivých vrhů speciální volbou počáteční výšky *h* a úhlu α, který svírá vektor počáteční rychlosti $\vec{v_0}$ s kladnou částí osy *x*. Zvolíme nulovou velikost počáteční rychlosti, můžeme získat i charakteristiky volného pádu:

1. <u>volný pád:</u> $v_0 = 0$, $h \neq 0$ a $\alpha = -90°$

$$t_d = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}}{g} = \frac{0.\sin(-90°) + \sqrt{0.\sin^2(-90°) + 2hg}}{g} = \frac{\sqrt{2hg}}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha + \sqrt{v_0^4 \sin^2 2\alpha + 8hgv_0^2 \cos^2 \alpha}}{2g} = \frac{0.\sin 2\alpha + \sqrt{0.\sin^2 2\alpha + 8hg.0.\cos^2 \alpha}}{2g} = 0$$

$$t_v = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{0.\sin(-90°)}{g} = 0$$ - do maximální výšky hmotný bod nemusí stoupat, z této výšky je spuštěn

$$h_m = h + \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2 \sin^2 \alpha}{g} = h + \frac{1}{2}\frac{0.\sin^2(-90°)}{g} = h$$

$$v_d = \sqrt{v_0^2 + 2hg} = \sqrt{0 + 2hg} = \sqrt{2hg}$$

2. <u>vrh svislý vzhůru:</u> $v_0 \neq 0$, $h = 0$ a $\alpha = 90°$

$$t_d = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2hg}}{g} = \frac{v_0 \sin 90° + \sqrt{v_0^2 \sin^2 90° + 2.0.g}}{g} = \frac{2v_0 \sin 90°}{g} = \frac{2v_0}{g}$$

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha + \sqrt{v_0^4 \sin^2 2\alpha + 8hgv_0^2 \cos^2 \alpha}}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 180° + \sqrt{v_0^4 \sin^2 180° + 8hgv_0^2 \cos^2 90°}}{2g} = 0$$

$$t_v = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0 \sin 90°}{g} = \frac{v_0}{g}$$

$$h_m = h + \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2 \sin^2 \alpha}{g} = 0 + \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin^2 90°}{g} = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

$$v_d = \sqrt{v_0^2 + 2hg} = \sqrt{v_0^2 + 2.0\,g} = v_0$$

Při odmocňování výrazu $\sqrt{v_0^2 \sin^2 90°}$ resp. $\sqrt{v_0^2}$ je správným výsledkem výraz $|v_0 \sin 90°|$ resp. $|v_0|$ a ne výraz $v_0 \sin 90°$ resp. v_0. Z fyzikálního hlediska nemají záporné hodnoty uvedených výrazů smysl, proto je výsledek uveden ve tvaru bez absolutní hodnoty.

3. <u>vrh svislý dolů:</u> $v_0 \neq 0$, $h \neq 0$ a $\alpha = -90°$

$$t_d = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}}{g} = \frac{v_0 \sin(-90°) + \sqrt{v_0^2 \sin^2(-90°) + 2hg}}{g} = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2hg}}{g}$$

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha + \sqrt{v_0^4 \sin^2 2\alpha + 8hgv_0^2 \cos^2\alpha}}{2g} = \frac{v_0^2 \sin(-180°) + \sqrt{v_0^4 \sin^2(-180°) + 8hgv_0^2 \cos^2(-90°)}}{2g} = 0$$

$$h_m = h + \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} = h + \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin^2(-90°)}{g} = h + \frac{v_0^2}{2g}$$ - nemá fyzikální smysl, protože do maximální výšky hmotný bod nemůže vystoupit.
Z maximální výšky je totiž vržen směrem dolů.

$t_v = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0 \sin(-90°)}{g} = -\frac{v_0}{g}$ - ani tento výsledek nemá fyzikální smysl. Hmotný bod je vržen směrem dolů, a proto nemůže dosáhnout v jiném než nulovém čase maximální výšku nad vodorovnou rovinou.

$v_d = \sqrt{v_0^2 + 2hg}$

4. vrh vodorovný: $v_0 \neq 0$, $h \neq 0$ a $\alpha = 0°$

$$t_d = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}}{g} = \frac{v_0 \sin 0° + \sqrt{v_0^2 \sin^2 0° + 2hg}}{g} = \frac{\sqrt{2hg}}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha + \sqrt{v_0^4 \sin^2 2\alpha + 8hgv_0^2 \cos^2\alpha}}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 0° + \sqrt{v_0^4 \sin^2 0° + 8hgv_0^2 \cos^2 0°}}{2g} =$$

$$= \frac{\sqrt{8hgv_0^2}}{2g} = \frac{2v_0\sqrt{2hg}}{2g} = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} = v_0 t_d$$

$$t_v = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0 \sin 0°}{g} = 0$$

$$h_m = h + \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2 \sin^2\alpha}{g} = h + \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2 \sin^2 0°}{g} = h$$
$$v_d = \sqrt{v_0^2 + 2hg}$$

Správný výsledek při odmocňování výrazu $\sqrt{8hgv_0^2}$ je $2|v_0|\sqrt{2hg}$ nikoliv výraz $2v_0\sqrt{2hg}$, který je uveden výše. Vzhledem k tomu, že záporná hodnota uvedeného výrazu nemá fyzikální smysl, je uveden výsledek bez absolutní hodnoty.

5. <u>vrh šikmý vzhůru:</u> $v_0 \neq 0$, $h = 0$ a $\alpha \in (0°; 90°)$

$$t_d = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2hg}}{g} = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2.0.g}}{g} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$
$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha + \sqrt{v_0^4 \sin^2 2\alpha + 8hgv_0^2 \cos^2\alpha}}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha + \sqrt{v_0^4 \sin^2 2\alpha + 8.0.gv_0^2 \cos^2\alpha}}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$
$$t_v = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$
$$h_m = h + \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2 \sin^2\alpha}{g} = 0 + \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2 \sin^2\alpha}{g} = \frac{{v_0}^2 \sin^2\alpha}{2g}$$
$$v_d = \sqrt{v_0^2 + 2hg} = \sqrt{v_0^2 + 2.0.g} = v_0$$

Pro výše uvedené odmocňování platí: $\sqrt{v_0^4 \sin^2 2\alpha} = v_0^2 |\sin 2\alpha|$ resp. $\sqrt{v_0^2} = |v_0|$. Vzhledem k tomu, že záporná hodnota uvedených výrazů nemá fyzikální smysl, jsou absolutní hodnoty vynechány.

1.5.6 | Pohyb těles v centrálním gravitačním poli

V některých případech nelze považovat gravitační pole za homogenní.

Pohyb raket, mezikontinentálních střel, umělých družic Země, ...

Při pohybech, jejichž trajektorie zasahují do velkých výšek od povrchu Země (resp. se jedná o pohyb na dlouhé vzdálenosti), již není možné považovat intenzitu gravitačního pole $\vec{K}$ (a tedy ani gravitační zrychlení $\vec{a_g}$) za konstantní. Vektory obou těchto veličin míří do středu Země, jedná se tedy o pohyb v centrálním gravitačním poli.

Pro kosmonautiku mají velký význam pohyby, při nichž je tělesu udělena počáteční rychlost $\vec{v_0}$ ve směru kolmém k vektoru intenzity gravitačního pole $\vec{K}$. Na výpočet nejjednodušší je uvažovat takovou velikost počáteční rychlosti v_0, při níž se těleso pohybuje kolem Země po kružnici, jejíž střed leží ve středu Země. Tato rychlost se nazývá **kruhová rychlost** a značí se $\vec{v_k}$.

Výklad se bude týkat zejména gravitačního pole Země. V okolí dalších planet, měsíců a dalších objektů Sluneční soustavy by byl analogický.

V dalším výkladu zanedbáme odporové síly vzduchu, gravitační vliv okolních těles, ...

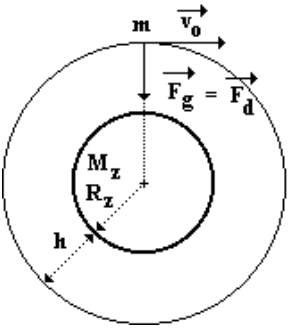
Pohybuje-li se těleso o hmotnosti *m* kolem Země, jejíž poloměr je R_Z a hmotnost M_Z, ve výšce *h* nad jejím povrchem, působí na něj Země gravitační silou $\vec{F_g}$ o velikosti $F_g = \kappa \frac{mM_Z}{(R_Z+h)^2}$. Pohybuje-li se ale dané těleso po kružnici, pak na něj musí působit dostředivá síla $\vec{F_d}$, která tento pohyb způsobuje. Pro velikost dostředivé síly platí $F_d = ma_d = m\frac{v_k^2}{R_Z+h}$. Dostředivá síla je realizována silou gravitační. Proto $\vec{F_d} = \vec{F_g}$ a tedy $F_d = F_g$, z čehož lze odvodit vztah pro velikost kruhové rychlosti $v_k = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z+h}}$.

1.5.6.1 | První a druhá kosmická rychlost

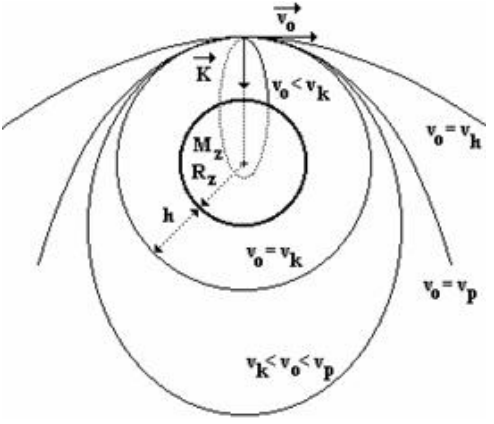
Velikost kruhové rychlosti tedy nezávisí na hmotnosti tělesa (pro všechna tělesa obíhající kolem např. Země ve stejné výšce nad jejím povrchem je stejná) a s rostoucí výškou nad povrchem Země se zmenšuje. Budeme-li uvažovat pohyb tělesa v těsném blízkosti povrchu Země (tj. $h \ll R_Z$), redukuje se vztah pro velikost kruhové rychlosti na tvar $v_k = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z}}$.

Dosadíme-li hodnoty pro povrch Země ($M_Z = 5,98.10^{24}$ kg,

$R_Z = 6378\,\mathrm{km}$) dostáváme $v_k \doteq 7{,}9\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Tato velikost kruhové rychlosti se nazývá **první kosmická rychlost**. Touto rychlostí musíme vyslat v blízkosti povrchu Země těleso, aby se kolem ní pohybovalo po kružnici.



Obr. 74



Obr. 75

První kosmickou rychlost lze zavést pro jakékoliv těleso a trajektorii tvaru kružnice v blízkosti jeho povrchu. Lze dokonce říci, že např. Měsíc se pohybuje kolem Země první kosmickou rychlostí, která odpovídá vzdálenosti Země - Měsíc.

Většinou (tj. bez udání dalších detailů) se ale termínem první kosmická rychlost rozumí velikost kruhové rychlosti tělesa, které se pohybuje v blízkosti

povrchu Země.

Pokud budeme velikost počáteční rychlosti $\vec{v_0}$, která je udělena tělesu v dané výšce *h* nad povrchem Země, zvyšovat, při velikosti počáteční rychlosti $v_0 = v_p = \sqrt{\frac{2\kappa M_Z}{R_Z + h}} = v_k\sqrt{2}$ se těleso začne trvale vzdalovat od Země a bude se pohybovat po parabole. Proto se rychlost $\vec{v_p}$ nazývá **parabolická** (úniková) **rychlost**. Pro výšky, které jsou zanedbatelné vzhledem k poloměru Země, vychází $v_p \doteq 11{,}2\ \mathrm{km.s^{-1}}$. Tato velikost parabolické rychlosti se nazývá **druhá kosmická rychlost**. Udělíme-li tělesu tuto počáteční rychlost, odpoutá se sice z gravitačního pole Země, ale zůstává nadále v gravitačním poli Slunce a stává se družicí Slunce.

Právě určené velikosti první a druhé kosmické rychlosti platí v inerciální soustavě spojené se Zemí. Vzhledem k rotaci Země závisí velikosti příslušných rychlostí na tom, zda těleso opustí Zemi ve směru její rotace nebo ve směru opačném.

Na velikosti počáteční rychlosti $\vec{v_0}$, kterou udělíme hmotnému bodu ve výšce *h* nad povrchem Země a jejíž směr je kolmý na směr intenzity gravitačního pole $\vec{F}$, je závislá trajektorie hmotného bodu, po níž se bude tento hmotný bod dále pohybovat (obr. 75):

1. $v_0 = 0$ - trajektorií hmotného bodu je úsečka a jedná se o volný pád. Hmotný bod padá

zpět na Zem.

2. $0 < v_0 < v_k$ - trajektorií hmotného bodu je část elipsy (celá je na obr. 75 vyznačena tečkovanou čarou) a hmotný bod se vrací zpět na Zem. Ohnisko elipsy, které je od počátečního bodu trajektorie dále, leží ve středu Země.
3. $v_0 = v_k$ - trajektorií hmotného bodu je kružnice. Hmotný bod se po ní pohybuje konstantní rychlostí (neuvažujeme-li odpor prostředí) a na Zem se samovolně nevrací.
4. $v_k < v_0 < v_p$ - hmotný bod se pohybuje kolem Země po elipse. Ve středu Země leží tentokráte ohnisko, které je k počátečnímu bodu blíže.
5. $v_0 = v_p$ - hmotný bod se pohybuje po parabole. Znamená to, že se začíná trvale vzdalovat od Země. Může být ovšem zachycen hmotnějšími planetami (např. Jupiter) nebo Sluncem.
6. $v_0 = v_h$ - trajektorií hmotného bodu je hyperbola. V tomto případě hmotný bod opouští Sluneční soustavu, neboť žádné těleso ze Sluneční soustavy již není schopno svým gravitačním polem tento hmotný bod zachytit.

Na obr. 75 je zakreslena parabolická i hyperbolická trajektorie. Pokud vypustíme těleso z daného bodu parabolickou nebo hyperbolickou rychlostí v daném směru,

již se do místa, odkud bylo vypuštěno, nevrátí. Bude se navždy vzdalovat od Země resp. od Slunce. Proto by na obrázku měla být zakreslena jen ta část paraboly resp. hyperboly, která pouze vychází z bodu vypuštění tělesa a už se do něj zpět nevrací. Nicméně pro názornost je zakreslena delší část uvedených křivek.

1.5.6.2 | ***Třetí a čtvrtá komická rychlost

Rychlost, kterou musíme udělit tělesu, aby navždy opustilo Sluneční soustavu, se nazývá úniková (hyperbolická) nebo též **třetí kosmická**. Velikost únikové rychlosti vzhledem ke Slunci je $v_3 = \sqrt{\frac{2\kappa M_S}{R_{ZS}}} = 42{,}1\ \mathrm{km.s^{-1}}$. Využijeme-li oběžné rychlosti Země (jejíž velikost je $v_Z = 29{,}7\ \mathrm{km.s^{-1}}$) a vypustíme-li těleso směrem této rychlosti, postačí mu dodat vzhledem k Zemi rychlost o velikosti $v'_3 = v_3 - v_Z = 12{,}4\ \mathrm{km.s^{-1}}$. To by ovšem platilo, kdyby těleso nebylo poutáno zemskou přitažlivostí. Proto musí získat ještě energii nutnou pro překonání přitažlivosti Země. Tak dostaneme třetí kosmickou rychlost ze vztahu vyplývaného ze zákona zachování energie: $\frac{mv_{31}^2}{2} = \frac{mv'^2_3}{2} + \frac{mv_p^2}{2}$. Po úpravě a dosazení vychází velikost rychlosti $v_{31} = \sqrt{v'^2_3 + v_p^2} = 16{,}6\ \mathrm{km.s^{-1}}$.

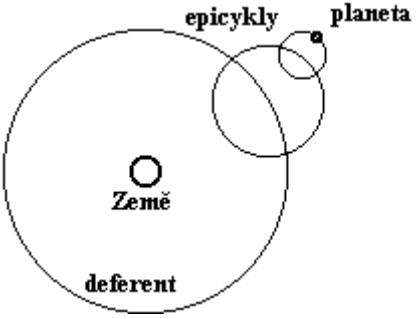
V souvislosti s ekologickými problémy se někdy uvažuje o možnosti zbavovat se nežádoucího odpadu (včetně radioaktivního) jeho odhazováním na Slunce - tedy využitím Slunce jako vysokoteplotní spalovny. Kontejneru s odpadky postačí vymanit se ze zemské přitažlivosti a zastavit se na oběžné dráze. Odpady by tedy bylo nutné vyhazovat proti směru rotace Země rychlostí o velikosti $v_{31} = \sqrt{v_Z^2 + v_p^2} = 31,8\ \mathrm{km.s^{-1}}$. Tato rychlost se někdy nazývá **čtvrtá kosmická rychlost**. Vzhledem k její velké velikosti by bylo vhodné nechat odpadky opsat smyčku kolem Jupitera a tím zvýšit velikost jejich rychlosti.

1.5.7 | Pohyby těles v gravitačním poli Slunce

Vzhledem k tomu, že Slunce má zhruba 333000krát větší hmotnost než Země a 109krát větší poloměr, je jeho gravitační zrychlení na povrchu asi 28krát větší než gravitační zrychlení na povrchu Země. Proto působí na všechna tělesa Sluneční soustavy relativně velkými gravitačními silami. Slunce vytváří centrální gravitační pole, v němž se pohybuje celá řada těles (planety, komety, meteoroidy, ...), která jsou dobře vidět. Proto se astronomická pozorování prováděla již před naším letopočtem.

Astronomové zpočátku soudili, že se Země nachází ve středu vesmíru a všechna ostatní tělesa (Slunce, pět

dalších tehdy známých planet, Měsíc, hvězdy) se pohybují kolem ní. Na tomto základě byla vypracována celá řada modelů Sluneční soustavy, z nichž nejznámější je patrně Ptolemaiova zeměstředná (geocentrická) soustava, kterou tento alexandrijský astronom, matematik a geograf zveřejnil ve druhém století tohoto letopočtu. Každá planeta obíhá po menší kružnici (tzv. epicyklu), jejíž střed se pohybuje po kružnici větší (deferent), jejíž střed leží ve středu Země. Použitím několika epicyklů s různým poloměrem, sklonem rotační osy a velikostí rychlostí těchto kruhových pohybů, se podařilo vysvětlit typické kličky, které pohyb planet vykazuje.



Obr. 76

Tyto kličky jsou pozorovatelné ze Země. Při pohledu např. ze Slunce by pozorovatelné nebyly. Kličky totiž vznikají skládáním pohybu Země a pozorované planety. Z náboženských důvodů ale bylo dlouhá staletí nemyslitelné publikovat názor, že se planety pohybují

kolem Slunce.

V 16. století pak vystoupil polský hvězdář Mikuláš Koperník se svým heliocentrickým (sluncestředným) modelem Sluneční soustavy, v jehož středu se nachází Slunce a kolem nějž se pohybují planety. Denní i roční pohyby oblohy jsou pouze zdánlivé a vznikají důsledkem rotace Země kolem osy a jejího oběhu kolem Slunce. Přestože se jednalo o názory velice zjednodušené a v mnoha ohledech neodpovídaly skutečnosti, byly to názory velice převratné. Na Koperníkovy ideje navázal později německý astronom Johannes Kepler, který na základě pozorování dánského astronoma Tychona Brahe odvodil tři zákony pro pohyb planet kolem Slunce. Keplerovy zákony popisují pohyb planet pouze z hlediska kinematiky, příčinu pohybu planet vysvětlil až Newtonův gravitační zákon zhruba o šedesát let později.

1.5.7.1 | Elipsa

Elipsa patří mezi kuželosečky, což jsou křivky, které lze získat jako průnik pláště kužele a roviny.

Kuželosečky lze „zviditelnit“ některými jednoduchými experimenty.

K prvnímu z nich stačí vzít baterku, jejíž paprsky vyplňují v prostoru kužel, a ve tmě posvítit na stěnu. Bude-li světlo dopadat na stěnu kolmo, objeví se na stěně světelná stopa ve tvaru kruhu. Nakloníme-li

baterku, přejde kruh na elipsu. Necháme-li dopadat světlo na stěnu tak, že povrchová přímka světelného kužele bude rovnoběžná se stěnou, získáme parabolu. Bude-li světlo dopadat tak, že osa světelného kužele bude rovnoběžná se stěnou, získáme jednu větev hyperboly.

Druhý experiment lze provést se zeleninou (petržel, mrkev, ...) nebo ovocem (některé druhy hrušek, ...) tvaru kužele podobně jako s baterkou. Stačí je v požadovaném směru rozkrojit nožem a podívat se na tvar vzniklého řezu.

ELIPSA JE DEFINOVÁNA JAKO MNOŽINA BODŮ, KTERÉ MAJÍ OD DVOU ZADANÝCH BODŮ (OHNISEK) F_1 A F_2 KONSTANTNÍ SOUČET VZDÁLENOSTÍ, TJ.: $\forall X \in R^2 : |XF_1| + |XF_2| = 2a = konst$ **.**

Kružnici lze narýsovat bez kružítka tak, že zapíchneme špendlík do papíru, ke špendlíku přivážeme provázek s tužkou a tužkou kreslíme tak, aby byl provázek napnutý. Poloha špendlíku odpovídá středu kružnice. Elipsu lze narýsovat podobně, jen budeme potřebovat špendlíky dva: provázek přivážeme k oběma z nich, tužkou jej napneme (ale tužku nepřivazujeme) a s napnutým provázkem kreslíme. Získáme elipsu; poloha špendlíků odpovídá ohniskům elipsy.

Mezi hlavní charakteristiky elipsy patří (viz obr. 77):

1. střed elipsy *S*
2. vrcholy *A*, *B*, *C*, *D*

3. hlavní poloosa $a = |AS| = |SB|$
4. vedlejší poloosa $b = |CS| = |SD|$
5. excentricita (výstřednost) elipsy

$$\varepsilon = |SF_1| = |SF_2| = \sqrt{a^2 - b^2}$$

6. numerická (číselná) excentricita elipsy

$$e = \frac{\varepsilon}{a}$$



Obr. 77

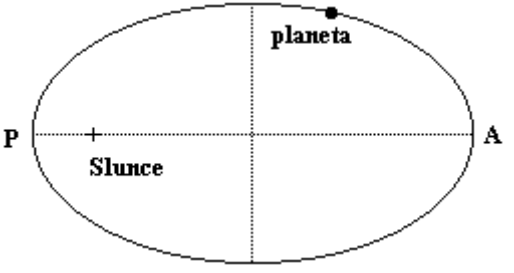
1.5.7.2 | První Keplerův zákon

PLANETY SE POHYBUJÍ KOLEM SLUNCE PO ELIPSÁCH MÁLO ODLIŠNÝCH OD KRUŽNIC, V JEJICHŽ SPOLEČNÉM OHNISKU JE SLUNCE.

Vzhledem k tomu, že se eliptické trajektorie planet málo liší od kružnic, je jejich numerická excentricita malá (pro kružnici je $e = 0$): pro Zemi: $e = 0{,}0167$, pro Venuši:

$e = 0{,}0068$, ...

Vrchol *P* elipsy, v němž je planeta ke Slunci nejblíže (viz obr. 78), se nazývá **perihélium** (přísluní), vrchol *A*, v němž je planeta od Slunce nejdále, se nazývá **afélium** (odsluní). Při pohybu těles kolem Země (např. Měsíc) se bod *P* nazývá **perigeum** (přízemí), bod *A* **apogeum** (odzemí).



Obr. 78

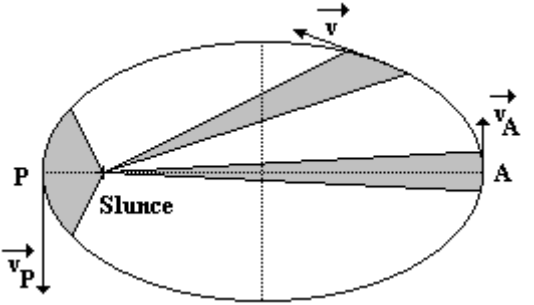
1.5.7.3 | Druhý Keplerův zákon

OBSAHY PLOCH OPSANÝCH PRŮVODIČEM PLANETY ZA JEDNOTKU ČASU JSOU KONSTANTNÍ.

Ekvivalentní tvrzení: Velikost plošné rychlosti $w = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ pohybu planet je konstantní.

Průvodič je úsečka spojující střed planety se středem

Slunce. Jeho velikost i směr se během pohybu planety stále mění, ale obsahy ploch, které opíše za stejné doby jsou stejné. Nejkratší průvodič má planeta v perihéliu, nejdelší v aféliu. Díky tomu je velikost rychlosti v_A planety v aféliu menší než velikost rychlosti v_P planety v perihéliu, neboť v blízkosti perihélia musí planeta urazit za tutéž dobu delší dráhu (podle druhého Keplerova zákona). Pohyb planety je tedy nerovnoměrný a pro velikost okamžité rychlosti *v* planety platí $v \in \langle v_A; v_P \rangle$.



Obr. 79

Vzhledem k tomu, že se vzdálenost planety od Slunce mění, zavádí se **střední vzdálenost** planety od Slunce, která je rovna délce hlavní poloosy *a* elipsy.

Země prochází perihéliem v lednu, aféliem v červenci. Z toho vyplývá, že na severní polokouli je zimní půlrok kratší než letní.

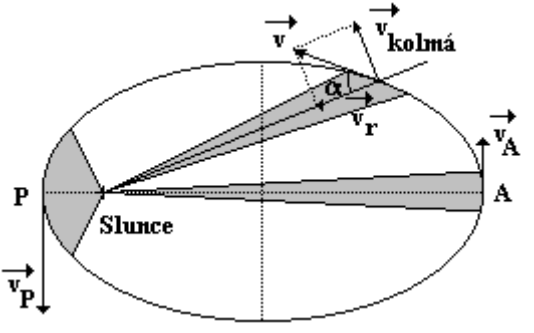
Promyslete si sami, odkud vyplývá tvrzení o délce

zimy a léta na severní polokouli.

1.5.7.3.1 | ***Odvození plošné rychlosti

Budeme-li chtít odvodit vztah pro plošnou rychlost, rozložíme si rychlost $\vec{v}$, kterou se pohybuje planeta kolem Slunce, na dvě složky: na složku $\vec{v_r}$ ve směru průvodiče a na složku $\overrightarrow{v_{kolmá}}$, která je na směr průvodiče kolmá (viz obr. 80). Část plochy ΔS, kterou průvodič opíše za malý čas Δt, je možné chápat jako obsah trojúhelníka, jehož jednu stranu tvoří dráha planety uražená za čas Δt ($s = v.\Delta t$) a výšku průvodič planety délky *r*. Proto je možné psát:

$$\Delta S = \frac{1}{2} r v_{kolmá} . \Delta t = \frac{1}{2} r v \Delta t \sin\alpha = \frac{1}{2} \Delta t \left| \vec{r} \times \vec{v} \right| .$$



Obr. 80

Odtud již pro plošnou rychlost dostaneme (vydělením přírůstkem času Δt): $w = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} r v \sin\alpha = \frac{1}{2} |\vec{r} \times \vec{v}|$.

V aféliu a perihéliu je směr rychlosti kolmý na průvodič planety, proto má plošná rychlost jednodušší vyjádření: $w = \frac{1}{2} r_A v_A$ a $w = \frac{1}{2} r_p v_p$, kde r_A resp. r_p je vzdálenost planety od Slunce v aféliu resp. v perihéliu a v_A resp. v_p je velikost rychlosti planety v aféliu resp. perihéliu.

1.5.7.4 | Třetí Keplerův zákon

POMĚR DRUHÝCH MOCNIN OBĚŽNÝCH DOB T_1 A T_2 DVOU PLANET SE ROVNÁ POMĚRU TŘETÍCH MOCNIN HLAVNÍCH POLOOS a_1 A a_2 JEJICH TRAJEKTORIÍ, TJ.: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$. ($a_1$ A a_2 LZE CHÁPAT JAKO STŘEDNÍ VZDÁLENOSTI PŘÍSLUŠNÝCH PLANET OD SLUNCE.)

V tomto tvaru platí třetí Keplerův zákon za předpokladu, že hmotnosti planet jsou zanedbatelné ve srovnání s hmotností Slunce, což je u většiny planet dobře splněno.

Největší hmotnost (po Slunci) má ve Sluneční soustavě Jupiter. A jeho hmotnost je zhruba tisícina hmotnosti Slunce.

Vzhledem k velkým vzdálenostem objektů ve Sluneční

soustavě, byla zavedena nová jednotka délky: **astronomická jednotka (1 AU)**.

ASTRONOMICKÁ JEDNOTKA JE DEFINOVÁNA JAKO STŘEDNÍ VZDÁLENOST ZEMĚ OD SLUNCE, TJ. $1\,\mathrm{AU} = 149{,}6.10^{6}\ \mathrm{km}$.

Do matematického vyjádření 3. Keplerova zákona lze dosazovat periodu v rocích a délku hlavní poloosy (resp. střední vzdálenost planety od Slunce) v astronomických jednotkách. Bude-li v zadání nedostatek údajů, lze použít informace o Zemi, které jsou známé: $T_Z = 1\ \mathrm{rok}$, $a_Z = 1\ \mathrm{AU}$.

1.5.7.5 | ***„Speciality“ Keplerových zákonů

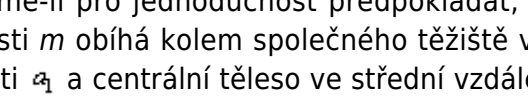
Keplerovy zákony je možné použít nejen pro vyšetřování pohybu planet, ale obecně pro libovolnou soustavu těles, která se pohybují v centrálním gravitačním poli ústředního tělesa, jehož hmotnost je mnohonásobně větší než hmotnosti těles kolem něho obíhajících.

Soustava umělých družic obíhajících kolem Země, soustava měsíců obíhajících kolem Jupitera, dvojhvězda, jejíž jedna složka má výrazně větší hmotnost, ...

Třetí Keplerův zákon lze také vyjádřit ve tvaru $\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = konst$, přičemž hodnotu této konstanty lze určit z rovnosti velikosti gravitační a dostředivé síly, kterou

působí centrální těleso o hmotnosti M na obíhající těleso o hmotnosti m: $\frac{\kappa M m}{a^2} = m\omega^2 a$. Po dosazení za úhlovou rychlost dostaneme $\frac{\kappa M m}{a^2} = \frac{4\pi^2 m a}{T^2}$. Odtud vyplývá: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{\kappa M}{4\pi^2}$, což je další speciální podoba třetího Keplerova zákona.

V případě, že nebude splněna podmínka zanedbatelné hmotnosti obíhajících těles vůči hmotnosti tělesa centrálního, nelze uvažovat pohyb příslušného tělesa o hmotnosti m kolem centrálního tělesa o hmotnosti M, ale pohyb obou těchto těles kolem společného těžiště T.



Obr. 81

Budeme-li pro jednoduchost předpokládat, že těleso o hmotnosti m obíhá kolem společného těžiště ve střední vzdálenosti a_1 a centrální těleso ve střední vzdálenosti a_2, je možné psát pro pohyb tělesa o hmotnosti m: $m\frac{4\pi^2}{T^2}a_1 = \kappa\frac{mM}{(a_1+a_2)^2}$ (centrální těleso působí na menší těleso gravitační silou, která je realizována silou dostředivou). Podobně lze pro pohyb centrálního tělesa

kolem společného těžiště psát: $M\frac{4\pi^2}{T^2}a_2 = \kappa\frac{mM}{(a_1+a_2)^2}$. Po sečtení obou rovnic (a následné úpravě) dostáváme $\frac{a^3}{T^2} = \frac{\kappa(M+m)}{4\pi^2}$, což je podoba 3. Keplerova zákona v případě, že hmotnost obíhajícího tělesa není zanedbatelně malá vůči hmotnosti centrálního tělesa.

Pro pohyb dvou planet o hmotnostech m_1 a m_2, jejichž střední vzdálenosti od centrálního tělesa jsou a_1 a a_2, tedy v tom případě platí: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}\cdot\frac{M+m_2}{M+m_1}$, kde *M* je hmotnost centrálního tělesa.

1.5.8 | Sluneční soustava

Kolem Slunce obíhá 8 planet: Merkur, Venuše, Země, Mars, Jupiter, Saturn, Uran a Neptun. Jejich střední vzdálenost od Slunce se pohybuje od 0,378 AU (Merkur) do 30 AU (Neptun). Prvních šest planet bylo známo hvězdářům již před naším letopočtem, ačkoliv tehdy Zemi mezi planety nepočítali - Země měla výjimečné postavení, neboť byla středem vesmíru (v rámci geocentrického názoru resp. geocentrické soustavy).

24. 8. 2006 ale *Mezinárodní astronomická unie* na svém kongresu v Praze změnila definici planety, čímž byla z planet Sluneční soustavy vyřazena planeta Pluto

a stala se trpasličí planetou. Sluneční soustava má tedy už jen 8 planet.

Řada planet má své měsíce (satelity). Nejvíce prozkoumaným satelitem je náš Měsíc.

Dále kolem Slunce obíhá velké množství planetek (asteroidů), jejichž velká většina leží v pásu mezi Marsem a Jupiterem - tzv. planetky hlavního pásu. Planetky dosahují průměrů od několika metrů do několika set metrů.

Mezi nejzajímavější tělesa Sluneční soustavy patří pravděpodobně komety. Ty se pohybují kolem Slunce po velice výstředných elipsách.

Ve Sluneční soustavě se dále pohybuje řada drobných tělísek - **meteoroidů** (meteorických těles) - s rozměry od zrnek prachu do maximálně několika metrů. Tato tělíska pochází z komet (nebo jejich částí) nebo z oblasti planetek. Dostane-li se meteoroid do blízkosti planety Země, může být jejím gravitačním polem přitažen. Světelný úkaz, který vzniká při průletu meteoroidu atmosférou Země, se nazývá **meteor**. Nezanikne-li toto těleso v atmosféře, je možné pozorovat jeho zbytky, které se nazývají **meteority**, na povrchu Země.

Prostor mezi jednotlivými tělesy Sluneční soustavy není prázdný - je vyplněn drobnými částicemi prachu a plynů (převážně vodíku). Tyto částice tvoří tzv. meziplanetární hmotu.

Kromě přirozených těles se ve Sluneční soustavě

pohybuje řada těles umělých (umělé družice Země, kosmické sondy, raketoplány, kosmické lodi, ...), která se pohybují v gravitačních polích Země, Měsíce, Slunce a některých planet. Tato tělesa plní různé úkoly - studium vlastností planet Sluneční soustavy, Měsíce a mezihvězdné hmoty, studium podmínek pobytu člověka mimo Zemi, sledování povětrnostních podmínek Země (a následné spolehlivější předpovídání počasí), přenos televizních a radiových signálů, špionážní družice, ...

1.6 | MECHANIKA TUHÉHO TĚLESA

1.6.1 | Tuhé těleso a jeho pohyby

Tuhé těleso je pouze model (abstrakce, idealizace skutečných těles). Zavádí se proto, abychom nemuseli brát zatím při řešení úloh v úvahu deformaci těles.

TUHÉ TĚLESO JE IDEÁLNÍ TĚLESO, JEHOŽ TVAR ANI OBJEM SE NEMĚNÍ ÚČINKEM LIBOVOLNĚ VELKÝCH SIL. JE CHARAKTERIZOVÁNO HMOTNOSTÍ m A GEOMETRICKÝMI ROZMĚRY, KTERÉ VYMEZUJÍ URČITÝ OBJEM V. JE TVOŘENO SOUSTAVOU VZÁJEMNĚ PEVNĚ VÁZANÝCH HMOTNÝCH BODŮ.

Při studiu silových účinků na tuhé těleso se tedy nezajímáme o deformace, ale pouze o pohybové účinky působících sil na tuhé těleso.

Každý pohyb tuhého tělesa si lze představit jako

pohyb složený z pohybu:

1. posuvného (translace) – při něm se všechny body tělesa pohybují stejnou rychlostí po vzájemně rovnoběžných trajektoriích.

Železniční vagón jedoucí po přímé trati, bedna posunovaná po podlaze, píst ve spalovacím motoru, ...

2. otáčivého (rotace) – při něm se všechny body tělesa pohybují se stejnou úhlovou rychlostí po soustředných kružnicích, jejichž středy leží na ose otáčení. Otáčivý pohyb se děje vždy kolem nějaké okamžité osy otáčení. Pro jednoduchost budeme uvažovat, že se poloha osy, kolem níž těleso rotuje, nemění.

Vodovodní kohoutek, dveře, ventilátor, brusný kotouč, CDčko v mechanice počítače, ...

V praxi dochází ke skládání obou pohybů v jeden. Pozor! Skládání pohybů není obecně komutativní.

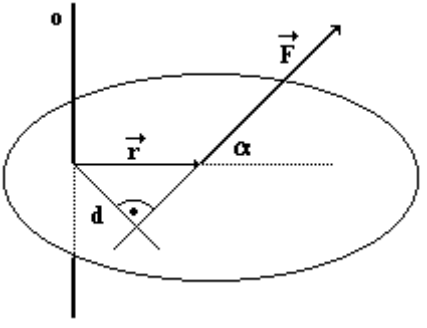
Kolo u bicyklu koná dva pohyby: otáčí se kolem osy procházející středem kolem a zároveň se pohybuje směrem dopředu rychlostí bicyklu. Země při svém pohybu kolem Slunce koná rotační pohyb kolem osy a zároveň se pohybuje po elipse, v jejímž ohnisku je Slunce.

1.6.2 | Moment síly vzhledem k ose

otáčení

Otáčivý účinek síly na dané těleso závisí na velikosti síly, jejím směru a na poloze jejího působiště. Otáčivý účinek síly na dané těleso vyjadřuje fyzikální veličina **moment síly** vzhledem k určité ose otáčení. Jedná se o vektorovou fyzikální veličinu, jejíž velikost je dána vztahem: $M = \left|\vec{M}\right| = Fd = Fr\sin\alpha$; $\left[M\right] = \mathrm{Nm}$. Přitom $d = r\sin\alpha$ je rameno síly, tj. vzdálenost vektorové přímky, na níž leží síla $\vec{F}$, od osy otáčení; *F* je velikost působící síly a *r* průvodič. Moment síly leží v ose otáčení. Vektorově lze moment síly vzhledem k ose otáčení psát ve tvaru: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$.

Moment síly tedy určuje jak moc a jestli vůbec se tuhé těleso otáčí kolem své osy.



Obr. 82

Směr momentu sil lze určit podle **pravidla pravé**

ruky (pravidlo pravotočivého šroubu).

POLOŽÍME-LI PRSTY PRAVÉ RUKY NA TĚLESO TAK, ABY PRSTY UKAZOVALY SMĚR SÍLY ZPŮSOBUJÍCÍ OTÁČENÍ, UKÁŽE ODTAŽENÝ PALEC SMĚR MOMENTU SÍLY.

Spojnice osa otáčení - působiště síly přitom vstupuje do dlaně přiložené pravé ruky. Pro vektory $\vec{r}$, $\vec{F}$ a $\vec{M}$ tedy platí: $\vec{M} \perp \vec{r}$ a zároveň $\vec{M} \perp \vec{F}$.

Budeme-li vyšetřovat moment dvou dětí sedících na houpačce v parku (je to typ houpačky, na které se houpají vždy dvě děti sedící na opačných stranách od její osy otáčení), mají momenty tíhových sil (určené pomocí pravidla pravé ruky) obou dětí navzájem opačný směr.

Pro praktické počítání se zavádí následující **znaménková dohoda**:

ZPŮSOBUJE-LI SÍLA OTÁČENÍ TĚLESA VE SMĚRU HODINOVÝCH RUČIČEK, MÁ PŘÍSLUŠNÝ MOMENT SÍLY ZNAMÉNKO ZÁPORNÉ. V PŘÍPADĚ, ŽE SÍLA ZPŮSOBUJE OTÁČENÍ TĚLESA VE SMĚRU OPAČNÉM, MOMENT SÍLY MÁ ZNAMÉNKO KLADNÉ.

Jedná se pouze o dohodu, která nevychází ze žádného fyzikálního zákona! Tatáž dohoda se používá např. i v matematice při definování orientovaných úhlů.

Působí-li na těleso více sil, je jejich celkový otáčivý účinek určen výsledným momentem $\vec{M} = \vec{M_1} + \vec{M_2} + \ldots + \vec{M_n}$.

Velmi důležitým nástrojem pro výpočet působiště výslednice sil, těžiště tělesa, ... je **momentová věta**:

OTÁČIVÝ ÚČINEK SIL PŮSOBÍCÍCH NA TUHÉ

TĚLESO OTÁČIVÉ KOLEM NEHYBNÉ OSY SE RUŠÍ, JESTLIŽE VEKTOROVÝ SOUČET MOMENTŮ VŠECH SIL VZHLEDEM K OSE OTÁČENÍ JE NULOVÝ VEKTOR, TJ. $\overrightarrow{M_1}+\overrightarrow{M_2}+\ldots+\overrightarrow{M_n}=\vec{o}$.

1.6.3 | Skládání sil

Skládat síly znamená nahradit dvě a více sil silou jednou, která má těleso stejný otáčivý účinek.

To znamená, že hledáme sílu, která má stejnou velikost, jako jednotlivé zadané síly po složení (tj. po započtení i jejich směru), ale která má navíc i stejný moment sil vůči ose otáčení, jako je výsledný moment zadaných sil.

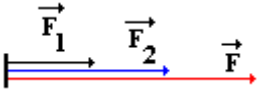
Skládání sil je dále ukázáno na příkladech, v nichž se skládá síla $\overrightarrow{F_1}$ se silou $\overrightarrow{F_2}$, jejichž výslednicí je síla $\overrightarrow{F}$. Pro výslednou sílu pak platí: $\overrightarrow{F}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$.

Výklad je ukázán na skládání dvou sil. Lze pochopitelně skládat libovolné množství sil. Postupujeme vždy tak, že skládáme vždy dvě síly: první, s druhou, jejich výslednici se třetí, ... V tomto případě je skládání sil komutativní.

1.6.3.1 | Rovnoběžné síly ležící na

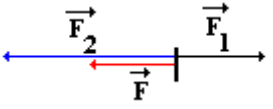
společné vektorové přímce

a) souhlasně orientované



Obr. 83

b) nesouhlasně orientované



Obr. 84

Poznámka: Na obrázku nemají zobrazené síly stejné působiště z důvodu lepší názornosti. Pokud leží síly na stejné vektorové přímce, pak i působiště uvažovaných sil leží na této vektorové přímce.

Pro velikost výslednice $\vec{F}$ v případě situace zobrazené na obr. 83 platí $F = F_1 + F_2$, přičemž výsledná síla míří ve směru sil $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$. V případě situace zobrazené na obr. 84 pak pro velikost výslednice $\vec{F}$ platí $F = F_2 - F_1$ a tato výslednice míří směrem, kterým míří větší síla (tj. v tomto případě síla $\vec{F_2}$).

1.6.3.2 | Různoběžné síly

Skládání různoběžných sil vysvětlíme z důvodu snadného grafického znázornění pouze na silách ležících ve společné rovině. Pokud by síly neležely v rovině byl by dále uvedený postup analogický - jen by bylo nutné jej rozšířit i do třetí dimenze.

1.6.3.2.1 | Síly se společným působištěm

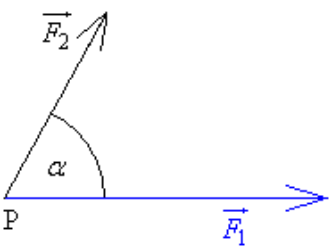
Najít výslednici dvou různoběžných sil ležících v rovině, které mají společné působiště, lze několika způsoby:

1. grafickým součtem sil a výpočtem pomocí kosinové věty
2. rozkladem sil do dvou navzájem kolmých směrů, následným grafickým součtem vektorů a výpočtem pomocí Pythagorovy věty a goniometrických funkcí v pravoúhlém trojúhelníku

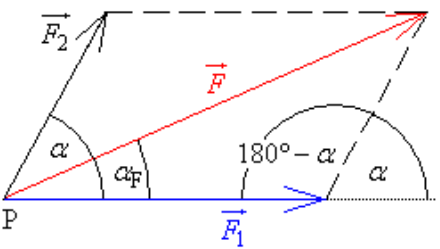
Naznačené postupy vysvětlíme na hledání výslednice $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$, které mají společné působiště v bodě *P* (viz obr. 85).

První způsob řešení je založen na skládání dvou různoběžných vektorů doplněním na rovnoběžník vektorů (což je běžná operace s vektory). Koncovými body

zadaných sil vedeme postupně rovnoběžky s oběma silami. V místě průsečíku těchto rovnoběžek leží koncový bod hledané výslednice $\vec{F}$ (viz obr. 86). Velikost této síly určíme pomocí kosinové věty a využitím vlastnosti funkce kosinus: $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$. Lze tedy psát: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180° - \alpha)} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$. Úhel α_F, který svírá výslednice $\vec{F}$ s jednou ze sil (podle obr. 86 tento úhel svírá se silou $\vec{F}_1$), určíme pomocí sinové věty. V našem případě lze tedy psát: $\frac{\sin\alpha_F}{\sin(180° - \alpha)} = \frac{F_2}{F}$. Vzhledem k tomu, že $\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$, lze psát $\sin\alpha_F = \frac{F_2}{F}\sin\alpha$.



Obr. 85



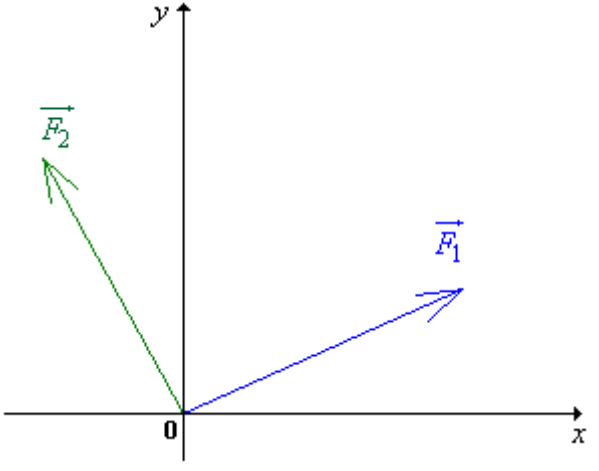
Obr. 86

Naprosto analogicky lze postupovat i pomocí rozkladu zadaných sil na dvě navzájem kolmé složky, které mají směr os kartézského systému souřadnic 0*xy*.

Rozklad na kolmé složky je výhodný pro další počítání - lze pak totiž použít goniometrické funkce sinus, kosinus nebo tangens.

Tuto metodu ukážeme při hledání výslednice $\vec{F}$ sil $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$ zobrazených na obr. 87 v kartézském systému souřadnic 0*xy*.

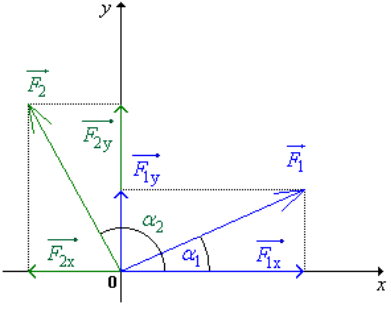
Kdyby síly nebyly zobrazeny v kartézském systému souřadnic, je velmi jednouché tento systém souřadnic k zakresleným silám dokreslit. Orientace systému souřadnic může být přitom naprosto libovolná - proto je vhodné si natočení kartézského systému souřadnic zvolit tak, aby procházel jednou ze zakreslených sil. Zde ale ponecháme zadání z obr. 87.



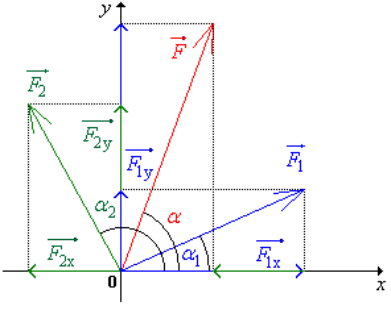
Obr. 87

Nejprve provedeme rozklad sil $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$ na dvě navzájem kolmé složky. Ty jsou charakterizovány svou velikostí a úhlem, který svírá vektor dané síly s kladnou částí osy *x*. Pro jednotlivé složky sil platí (viz obr. 88): $F_{1x} = F_1 \cos\alpha_1$, $F_{1y} = F_1 \sin\alpha_1$, $F_{2x} = F_2 \cos\alpha_2$ a $F_{2y} = F_2 \sin\alpha_2$. Nyní lze jednoduše určit *x*-ovou a *y*-ovou složku výsledné síly $\vec{F}$ tak, že odpovídající si složky složíme (tj. sečteme, mají-li stejný směr, resp. odečteme, mají-li směr opačný). Jak při skládání těchto složek postupujeme je schématicky zobrazeno na obr. 89). Z koncových bodů obou složek výsledné síly $\vec{F}$ vedeme rovnoběžky s osami kartézského systému. Průsečík těchto pomocných rovnoběžek je koncovým bodem hledané výslednice $\vec{F}$.

Naprosto stejný výsledek bychom dostali, kdybychom síly složili tak, jako v předchozím výkladu.



Obr. 88



Obr. 89

Pro velikost složek výsledné síly $\vec{F}$ platí: $F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2$ a $F_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2$. Pro velikost hledané síly $\vec{F}$ pak platí: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$.

Směr síly $\vec{F}$ je dán úhlem α, který svírá vektor této síly s kladnou částí osy *x*. Nejdříve vypočteme úhel α' pomocí vztahu $\mathrm{tg}\,\alpha' = \frac{F_y}{F_x}$. Pro úhel α v závislosti na znaménku složek F_x a F_y platí:

1. je-li $F_x > 0 \wedge F_y \geq 0$, je $\alpha = \alpha'$ (síla $\vec{F}$ leží v prvním kvadrantu kartézského systému 0*xy*);
2. je-li $F_x < 0 \wedge F_y \geq 0$, je $\alpha = 180° - \alpha'$ (síla $\vec{F}$ leží ve druhém kvadrantu kartézského systému 0 *xy*);
3. je-li $F_x < 0 \wedge F_y < 0$, je $\alpha = 180° + \alpha'$ (síla $\vec{F}$ leží ve třetím kvadrantu kartézského systému 0*xy*);
4. je-li $F_x > 0 \wedge F_y < 0$, je $\alpha = 360° - \alpha'$ (síla $\vec{F}$ leží ve druhém kvadrantu kartézského systému 0*xy*).

Analogicky se postupuje v případě skládání sil se společným působištěm v prostoru. Zadané síly se zakreslí do kartézské soustavy 0*xyz* a rozloží se na tři navzájem kolmé složky mající směr os *x*, *y* a *z*. Pro velikost výsledné

síly pak platí $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$, kde $\vec{F_x}$, $\vec{F_y}$ a $\vec{F_z}$ jsou složky síly $\vec{F}$ do směrů jednotlivých os.

Nyní by mělo být jasné, že složky sil (ať sil skládaných nebo výslednice) mohou být jak kladné, tak záporné (případně nulové):

1. *x*-ová (resp. *y*-ová) složka dané síly je kladná, má-li tato složka směr kladné části osy *x* (resp. *y*)
2. *x*-ová (resp. *y*-ová) složka dané síly je záporná, má-li tato složka směr záporné části osy *x* (resp. *y*)
3. *x*-ová (resp. *y*-ová) složka dané síly je nulová, je-li daná síla kolmá k ose *x* (resp. *y*)

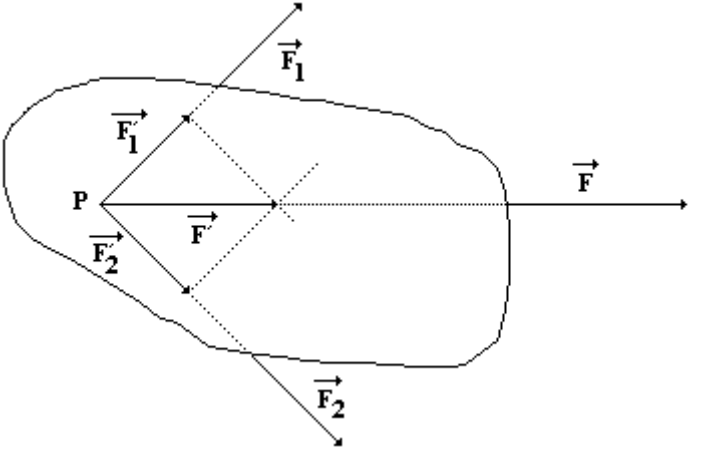
Nulové síly (tj. síly, jejichž velikost je nulová) nebudeme při skládání sil uvažovat!

1.6.3.2.2 | Síly, které nemají společné působiště

Při skládání dvou různoběžných sil $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$, které nepůsobí ve stejném působišti, je nutno nejprve určit společné působiště *P*: obě síly posuneme po jejich vektorových přímkách do společného průsečíku (působiště). Takto posunuté síly $\vec{F_1'}$ a $\vec{F_2'}$ složíme pomocí rovnoběžníku sil a dostaneme výslednici $\vec{F'} = \vec{F_1'} + \vec{F_2'}$, kterou

lze po vektorové přímce opět posunout. Tak získáme sílu $\vec{F}$.

Posun výslednice $\vec{F}$ pomocných sil $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$ provádíme proto, aby výsledná síla, která ekvivalentním způsobem nahrazuje zadané síly $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$ působící na určité těleso, opět působila na toto těleso. Působiště síly $\vec{F}$ totiž leží podle obr. 90 uvnitř tělesa.



Obr. 90

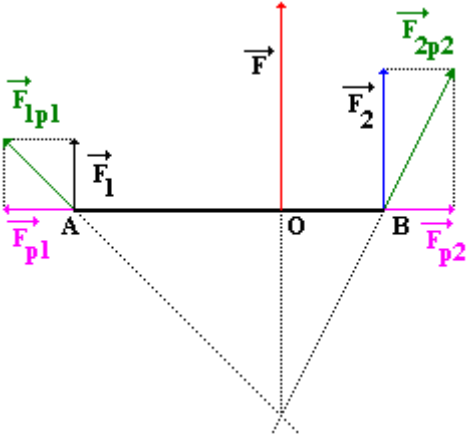
1.6.3.3 | Rovnoběžné síly ležící na

různých vektorových přímkách

Skládat rovnoběžné síly, které neleží na jedné přímce, je trošku náročnější. Určit velikost výslednice je jednoduché, ale o něco těžší je nalezení působiště výsledné síly. Existují dva grafické postupy.

1.6.3.3.1 | Fyzikální postup

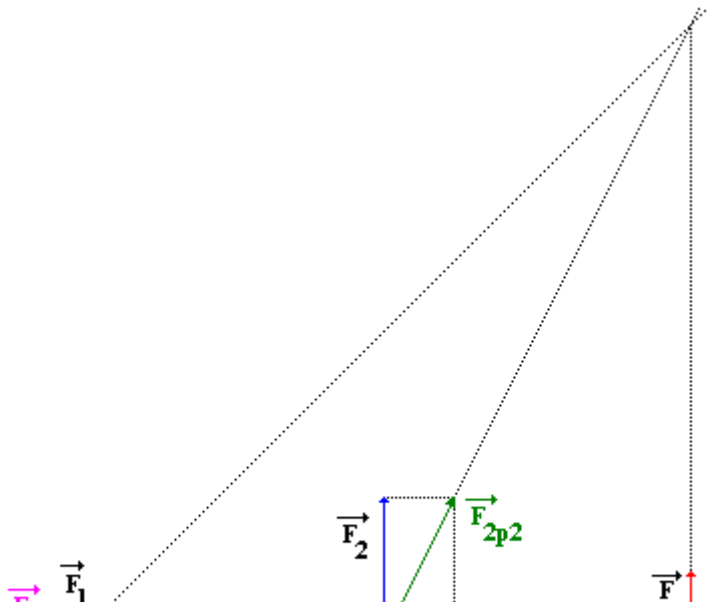
Rovnoběžné síly je nutné nejdříve „zrůznoběžnit“, aby bylo možné najít jejich společné působiště (a pak postupovat stejně jako se skládají různoběžné síly). Tím, že síly působí na tuhé těleso, je možné přidat další dvě síly.



Obr. 91

Tyto síly nemohou tuhé těleso deformovat - to vyplývá přímo z definice tuhého tělesa.

Pro síly $\overrightarrow{F_{p1}}$ a $\overrightarrow{F_{p2}}$, které budou navíc působit na tuhé těleso, platí: $\overrightarrow{F_{p1}} = -\overrightarrow{F_{p2}}$. Jsou tedy stejně velké a opačně orientované; proto nezmění pohybový stav tělesa. Nyní lze tedy vektorově sečíst síly $\overrightarrow{F_{p1}}$ a $\overrightarrow{F_1}$ resp. $\overrightarrow{F_{p2}}$ a $\overrightarrow{F_2}$. Pak stačí prodloužit vektorové přímky, na nichž leží výslednice $\overrightarrow{F_{1p1}}$ a $\overrightarrow{F_{2p2}}$; z jejich průsečíku pak spustíme kolmici na těleso a získáme působiště *O* síly $\vec{F}$. Pro její velikost v případě situace zobrazené na obr. 91 platí $F = F_1 + F_2$; v případě situace zobrazené na obr. 92 pak $F = F_2 - F_1$, přičemž výsledná síla $\vec{F}$ má směr větší síly, tj. síly $\overrightarrow{F_2}$.



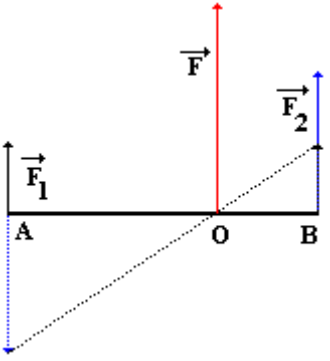
Obr. 92

1.6.3.3.2 | Konstrukce „fintou“

Místo fyzikálního postupu skládání dvou rovnoběžných sil neležících na stejné přímce lze postupovat i jednodušeji (viz obr. 93 a obr. 94). Stačí nanést každou ze dvou sil na vektorovou přímku druhé síly a přitom změnit směr jedné

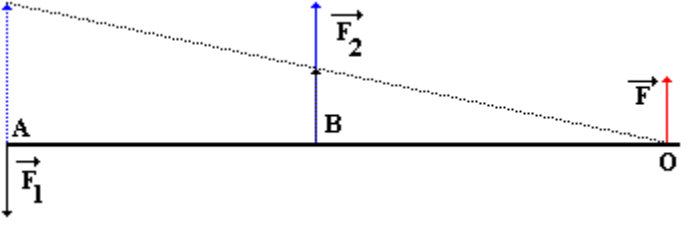
ze sil. Pak spojit koncové body těchto pomocných (nově nanesených) sil. Tam, kde spojnice protne těleso, na které síly působily, je působiště výslednice uvedených dvou sil.

a) rovnoběžné síly souhlasně orientované



Obr. 93

b) rovnoběžné síly opačně orientované



Obr. 94

1.6.4 | Rozklad sil

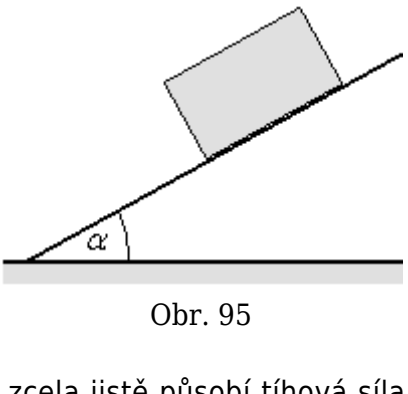
Rozklad sil je pro řadu úloh velmi užitečný, neboť nám umožňuje získat konkrétní představu pohybu daného tělesa, působení zadané síly, ...

Např. těleso na nakloněné rovině (nezabrzděné auto na svahu) se pohybuje vlivem tíhové síly. Ale nikoliv celé této síly - ale pouze její tzv. pohybové složky, která je rovnoběžná s nakloněnou rovinou (svahem).

Danou sílu většinou rozkládáme na dvě složky, které mají určený směr (směr pohybu tělesa, směr os pomocného kartézského systému souřadnic, ...). Jsou-li navíc obě složky dané síly na sebe kolmé, zjednoduší se i výpočet velikostí obou složek - lze použít Pythagorovu větu a goniometrické funkce definované v pravoúhlém trojúhelníku.

Na následujících dvou situacích zkonkretizujeme obecný postup rozkladu vektoru na dva vektory předem daného směru.

Začneme zakreslením všech sil, které působí na těleso na nakloněné rovině (viz obr. 95).



Obr. 95

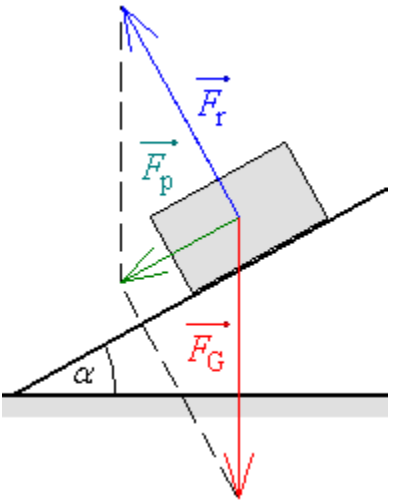
Na těleso zcela jistě působí tíhová síla $\overrightarrow{F_G}$ a síla $\overrightarrow{F_r}$, kterou působí podložka na těleso. Toto jsou jediné „pravé“ síly, které na těleso působí. Jejich vektorovým součtem je síla $\overrightarrow{F_p}$, která uvádí těleso do pohybu (viz obr. 96): $\overrightarrow{F_p} = \overrightarrow{F_G} + \overrightarrow{F_r}$.

Jiným způsobem lze postupovat tak, že tíhovou sílu $\overrightarrow{F_G}$ rozložíme na dvě navzájem kolmé složky - pohybovou sílu $\overrightarrow{F_p}$ a normálovou sílu $\overrightarrow{F_n}$ (ta je kolmá na nakloněnou rovinu); tedy platí: $\overrightarrow{F_G} = \overrightarrow{F_p} + \overrightarrow{F_n}$. Pohyb tělesa je způsoben pohybovou složkou tíhové síly; normálová složka tíhové síly a síla $\overrightarrow{F_r}$ jsou síly akce a reakce (viz obr. 97).

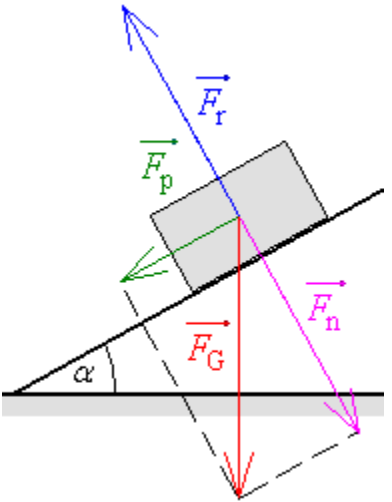
Normálová síla se způsobuje smykové tření.

Podle obr. 96 (resp. obr. 97) lze pro velikost pohybové složky $\overrightarrow{F_p}$ tíhové síly psát $F_p = F_G \sin\alpha$ a pro velikost

normálové složky $\overrightarrow{F_n}$ tíhové síly psát $F_n = F_G \cos\alpha$.



Obr. 96



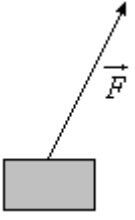
Obr. 97

Nyní se pokusíme rozložit na dvě navzájem kolmé složky sílu působící na těleso na obr. 98.

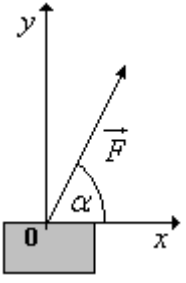
Při rozkladu síly na dvě navzájem kolmé složky je dobré si zadanou sílu umístit do kartézské soustavy souřadnic 0xy. Nejjednodušší je umístit sílu tak, aby její působiště bylo v bodě $[0;0]$ (viz obr. 99). Směr síly $\vec{F}$ je určen orientovaným úhlem, který svírá vektor síly s kladnu částí osy *x*. Nyní stačí vést koncovým bodem zadané síly

rovnoběžky s oběma osami. V místě průsečíku sestrojené rovnoběžky s danou osou kartézského systému leží koncový bod hledané složky $\vec{F_x}$ a $\vec{F_y}$ síly $\vec{F}$ (viz obr. 100).

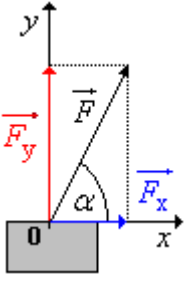
Přitom platí: $\vec{F_x} + \vec{F_y} = \vec{F}$ a pro velikosti složek lze odvodit z příslušného pravoúhlého trojúhelníku: $F_x = F\cos\alpha$ a $F_y = F\sin\alpha$. Na základě Pythagorovy věty také platí: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$.



Obr. 98



Obr. 99



Obr. 100

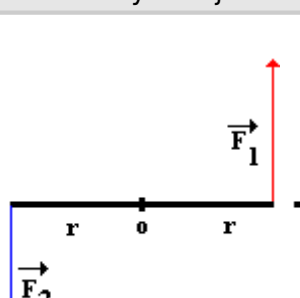
Při rozkladu sil resp. při skládání sil se těleso, na které zadané síly působí, většinou nezakresluje. Síly se v tom případě zakreslují přímo do kartézského systému souřadnic.

1.6.5 | Dvojice sil

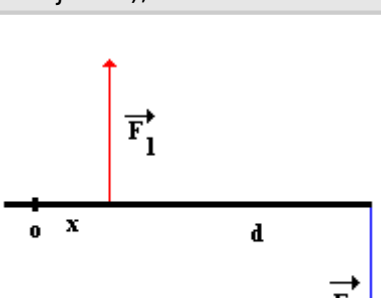
DVOJICE SIL JSOU DVĚ SÍLY, KTERÉ JSOU

ROVNOBĚŽNÉ, STEJNĚ VELKÉ, OPAČNĚ ORIENTOVANÉ A NEMAJÍ SPOLEČNOU VEKTOROVOU PŘÍMKU. NEMAJÍ VÝSLEDNICI, ZPŮSOBUJÍ OTÁČIVÝ POHYB.

Otáčení volantem v autě, ždímání hadru při uklízení (každá ruka vytváří jednu dvojici sil), ...



Obr. 101



Obr. 102

Podle obr. 101 moment síly $\vec{F_1}$ je $M_1 = F_1.r$, moment síly $\vec{F_2}$ je $M_2 = F_2.r$. Pro výsledný moment $\vec{D}$ dvojice sil platí: $\vec{D} = \vec{M_1} + \vec{M_2}$, čili $D = M_1 + M_2$. Vzhledem k tomu, že $F_1 = F_2 = F$, lze pro velikost výsledného momentu dvojice sil psát: $D = F.2r = F.d$. Analogicky podle obr. 102 moment síly $\vec{F_1}$ je $M_1 = F_1.(d + x)$, moment síly $\vec{F_2}$ je $M_2 = -F_2.x$. Pro výsledný moment dvojice sil $\vec{D}$ platí: $\vec{D} = \vec{M_1} + \vec{M_2}$, čili $D = M_1 + M_2$. Vzhledem k tomu, že $F_1 = F_2 = F$, lze pro velikost výsledného momentu dvojice sil psát: $D = F.d$.

Vzdálenost *d* se nazývá **rameno dvojice sil**.

Obecně je tedy velikost momentu dvojice sil rovna součinu velikosti jedné síly a ramene dvojice sil. Moment dvojice sil je kolmý k rovině, v níž leží obě síly dvojice, a jeho směr určíme podle pravidla pravé ruky, kterým se určuje směr momentu sil.

1.6.6 | Jednoduché stroje

JEDNODUCHÉ STROJE JSOU ZAŘÍZENÍ, KTERÁ PŘENÁŠEJÍ SÍLU A MECHANICKÝ POHYB Z JEDNOHO TĚLESA NA DRUHÉ. PŘITOM UMOŽŇUJÍ MĚNIT SMĚR SÍLY, PŘENÁŠET JEJÍ PŮSOBIŠTĚ A ZNÁSOBOVAT VELIKOST TÉTO SÍLY.

Poměrně malými silami dosahujeme pomocí jednoduchých strojů velkých účinků. Přitom však účinek malé síly musíme nahradit působením po větší dráze, takže práce, kterou vykonáme s použitím jednoduchého stroje, je stejná jako bez něho - stroj tedy vykoná jen takovou práci, kterou mu dodáme. Usnadňují ale práci tím, že působíme menší silou, tedy s menší námahou.

Tvrzení, že jednoduché stroje zmenšují práci, je nesprávné. Zmenšují fyzickou námahu (a to je něco jiného než mechanická práce), protože působíme na dané těleso menší silou. Ve stejném poměru, v jakém se zmenší velikost síly, se zvětší dráha, na které budeme muset silou působit.

TĚLESO, NA KTERÉ POMOCÍ JEDNODUCHÉHO

STROJE PŮSOBÍME SILOU, SE NAZÝVÁ BŘEMENO.

Jednoduché stroje dělíme na stroje založené na:

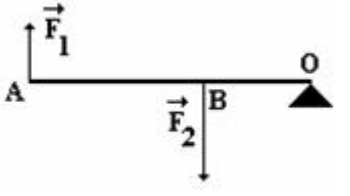
1. rovnováze momentů sil - tedy tělesa otáčivá kolem pevné osy: páka, kladka, kolo na hřídeli
2. rovnováze sil - nakloněná rovina, klín a šroub

Pro jednodušší výpočty předpokládáme, že pracují bez tření a současně nebudeme uvažovat jejich hmotnost.

1.6.6.1 | Páka jednozvratná

Páka je tyč otočná kolem pevné osy. Jednozvratná páka je taková, kdy břemeno i pracovní síla působí na stejné straně od osy otáčení. Pro velikost výsledného momentu sil působících na páce platí: $M = M_1 - M_2 = F_1.|AO| - F_2.|BO| = F.|AB|$.

Jednozvratná páka v praxi: stavební kolečko, otvírák na láhev piva, louskáček na ořechy, ...



Obr. 103

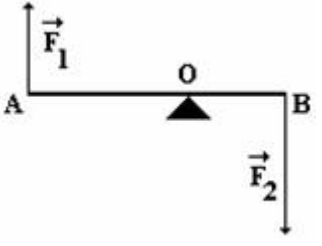
Při využití jednozvratné páky platí $M_1 = M_2$, tj. $F_1.|AO| = F_2.|BO|$.

Vzhledem k tomu, že podle obr. 103 je $|AO| > |BO|$, je $F_1 < F_2$. Proto je dobré břemeno umístit do bodu *B*.

1.6.6.2 | Páka dvojzvratná

Dvojzvratná páka je páka, na níž břemeno a pracovní síla působí na opačných stranách od osy otáčení. Pro velikost výsledného momentu sil působících na dvojzvratné páce platí: $M = M_1 + M_2 = F_1.|AO| + F_2.|BO| = F.|AB|$

Na principu dvojzvratné páky pracují kleště, nůžky, houpačka, zvedání kamene „přes špalek“, ...



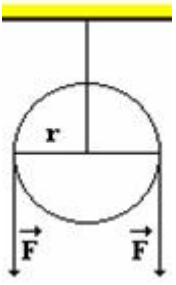
Obr. 104

Při využití dvojzvratné páky platí $M_1 = M_2$, tj. $F_1.|AO| = F_2.|BO|$.

Vzhledem k tomu, že podle obr. 104 je $|AO| > |BO|$, je $F_1 < F_2$. Proto je dobré břemeno umístit do bodu *B*.

1.6.6.3 | Pevná kladka

Pevná kladka (viz obr. 105) je v podstatě spojitě pracující rovnoramenná dvojzvratná páka, která mění pouze směr síly. Velikost síly zůstává nezměněná.



Obr. 105

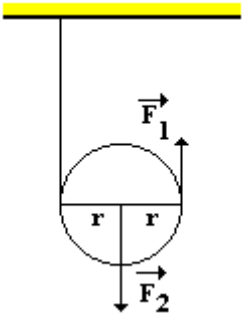
I to je ale výhodné např. při zvedání břemene do výšky. Je jednodušší a fyzicky lehčí táhnout velkou zátěž dolů, než jí zvedat nahoru. Můžeme si totiž pomoct i svojí vlastní tíhou.

1.6.6.4 | Volná kladka

Volná kladka pracuje jako jednozvratná páka, jejíž ramena mají velikost *r* a *2r* (viz obr. 106).

Z momentové věty vyplývá $M_1 = M_2$. Po dosazení $F_1.2r = F_2.r$ a tedy $F_1 = \frac{F_2}{2}$.

Volná kladka tedy umožňuje zvedat tělesa poloviční silou, než je tíha tělesa na ní zavěšeného.



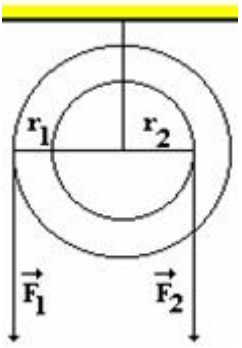
Obr. 106

Spojením volné a pevné kladky (resp. několika volných a několika pevných kladek) vzniká **kladkostroj**, který výrazně mění velikost potřebné síly na zvednutí břemene.

1.6.6.5 | Kolo na hřídeli

Jde opět o spojitě pracující dvojzvratnou páku, jejíž ramena tvoří poloměr hřídele r_2 a poloměr kola r_1 (viz obr. 107). Na základě momentové věty lze psát: $M_1 = M_2$. Po dosazení $F_1 . r_1 = F_2 . r_2$ a tedy $F_1 = F_2 \frac{r_2}{r_1}$.

Kolo na hřídeli v praxi: rumpál používaný dříve u studní, u něhož je kolo nahrazeno klikou; převody na jízdním kole, ...

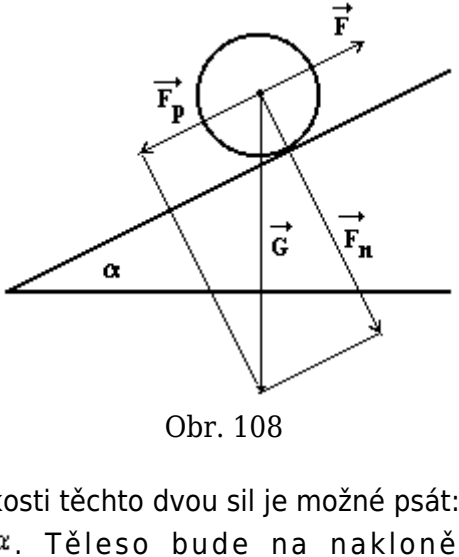


Obr. 107

1.6.6.6 | Nakloněná rovina

Na těleso nacházející se na nakloněné rovině působí tíha $\vec{G}$, kterou je možné rozložit do dvou navzájem kolmých směrů: na normálovou sílu $\vec{F_n}$ (síla kolmá k nakloněné rovině) a pohybovou sílu $\vec{F_p}$ (síla rovnoběžná s nakloněnou rovinou), která způsobuje pohyb tělesa dolů po nakloněné rovině (viz obr. 108).

Libovolnou sílu (a tedy i tíhu tělesa) lze rozlišit nekonečně mnoha způsoby na různý počet sil, které po zpětném složení budou mít stejný směr a stejnou velikost jako síla původní. Rozklad na dvě navzájem kolmé složky je jednak jednoduchý na počítání a jednak obě získané složky tíhové síly mají fyzikální smysl.



Obr. 108

Pro velikosti těchto dvou sil je možné psát: $F_n = G.\cos\alpha$ a $F_p = G.\sin\alpha$. Těleso bude na nakloněné rovině v rovnováze, bude-li ně něj působit síla $\vec{F}$, jejíž velikost je stejná jako velikost síly $\vec{F_p}$, ale má opačný směr.

Uvažujme nyní nakloněnou rovinu, která má délku *l* a výšku *h*. Práce, kterou bychom vykonali při zvednutí tělesa tíhy $\vec{G}$ do výšky *h* je $W_1 = Gh$. S použitím nakloněné roviny, u níž zanedbáme třecí sílu vznikající mezi nakloněnou rovinou a tělesem, musíme překonat pohybovou složku $\vec{F_p}$ tíhy $\vec{G}$, takže budeme působit silou $\vec{F}$ o velikosti $F = F_p = G\sin\alpha$ na dráze *l*. Vykonáme tedy práci $W_2 = Fl = F_p l = Gl\sin\alpha$. Vzhledem k tomu, že platí

$\sin\alpha = \frac{h}{l}$, dostáváme $W_2 = Gl\sin\alpha = Gl\frac{h}{l} = Gh = W_1$. Práce tedy zůstává při použití nakloněné roviny stejná jako bez ní; zmenší se velikost působící síly a tím i naše fyzická námaha.

Pokud bychom započítali sílu smykového resp. valivého tření, která působí mezi nakloněnou rovinou a břemenem, museli bychom působit větší silou než v právě popsaném případě. Vykonali bychom i větší práci. Rozhodně bychom ale i v tomto případě ušetřili fyzickou námahu - síla působící na břemeno by byla menší než jeho tíha. (Nesměli bychom používat nakloněnou roviny vyrobenou z velmi drsného materiálu.)

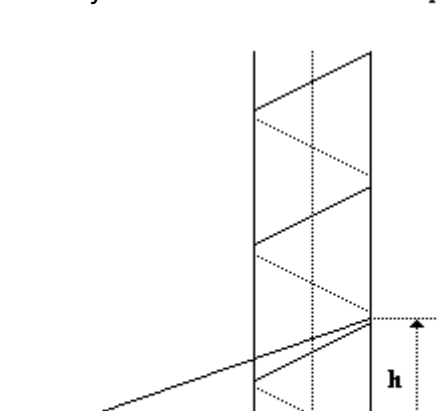
1.6.6.7 | Šroub

Šroub lze chápat jako nakloněnou rovinu navinutou na válec (viz obr. 109).

Dobrou představu získáme vystřižením pravoúhlého trojúhelníka a jeho navinutím na válcovou plochu (PET láhev, ...). Přepona trojúhelníka vytvoří na válcové ploše křivku zvanou šroubovice. Podél ní je vyřezán na skutečném šroubu závit.

Při utahování šroubu působí síla $\vec{F_1}$ podél závitu o délce $l = 2\pi r$, kde *r* je poloměr šroubovice. Při jednom

otočení šroubu vykoná tato síla práci $W_1 = F_1 . 2\pi r$. Při tom se šroub, který působí na matici (hmoždinku, dřevo, ...) silou $\vec{F_2}$, posune o výšku závitu *h*. Práce vykonaná šroubem je tedy $W_2 = F_2 . h$. Neuvažujeme-li odporové síly, dostáváme podmínku rovnováhy sil na šroubu ve tvaru $F_1 . 2\pi r = F_2 . h$.



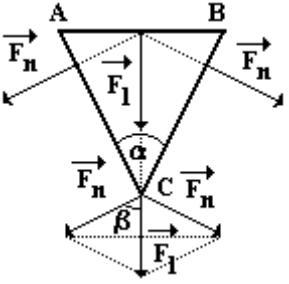
Obr. 109

1.6.6.8 | Klín

Klín si lze představit jako trojboký hranol, který používáme tak, že silou $\vec{F_1}$ působíme na jednu stěnu pláště hranolu (klínu) (viz obr. 110). Silové působení klínu na materiál, do něhož klín zarážíme, je možné popsat pomocí

normálových sil $\overrightarrow{F_n}$, které jsou kolmé k bočním stěnám klínu.

Tyto dvě normálové síly po vektorovém sečtení dávají dohromady sílu $\overrightarrow{F_1}$. Podle obr. 110 platí: $\cos\beta = \frac{\frac{F_1}{2}}{F_n} = \frac{F_1}{2F_n}$, neboť vektorový rovnoběžník je vektorový kosočtverec.



Obr. 110

Dále je možné psát: $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{|AB|}{2|AC|} = \cos\left(90° - \frac{\alpha}{2}\right)$.

Vzhledem k tomu, že $\beta = 90° - \frac{\alpha}{2}$, je možné psát $\frac{F_1}{F_n} = \frac{|AB|}{|AC|}$, což je podmínka rovnováhy sil na klínu. Úsečka *AB* se nazývá **čelo klínu**, úsečka *AC* **bok klínu**.

V praxi na principu klínu pracuje sekyra, klín na rozštípávání špalků, ...

1.6.7 | Těžiště tělesa

Na každý bod tělesa působí v poli zemské tíže tíhová síla, která je úměrná hmotnosti daného bodu tělesa (viz obr. 111) Tato síla působí na bod (část tělesa) svisle dolů bez ohledu na natočení tělesa. Výslednice všech rovnoběžných tíhových sil udává celkovou tíhovou sílu $\vec{F_G}$ tělesa a leží na **těžnici**, což je spojnice těžiště tělesa a bodu závěsu. Otočením tělesa dojde ke změně polohy těžnice. Průsečík všech těžnic se nazývá **těžiště tělesa**.

TĚŽIŠTĚ TUHÉHO TĚLESA JE PŮSOBIŠTĚ TÍHOVÉ SÍLY, KTERÁ PŮSOBÍ NA TĚLESO V HOMOGENNÍM TÍHOVÉM POLI.

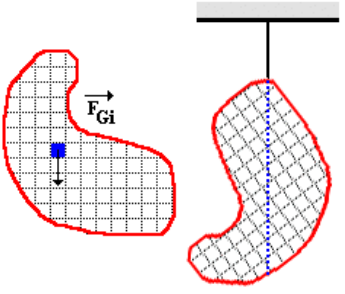
Poloha těžiště v tělese je dána rozložením látky v tělese.

Jako důkaz (a případně zábavu pro kamarády a známé) je možné si vyrobit z tužšího papíru krychličku, jejíž strana bude mít takovou délku, aby se na jednu stěnu dala zevnitř vlepit korunová resp. dvoukorunová mince. Takovou krychličku lze pak postavit na hranu stolu tak, že krychle bude přes okraj stolu přesahovat více jak polovinou svého objemu. Pro toho, kdo neví, co je uvnitř krychle, bude experiment vypadat velmi zajímavě.

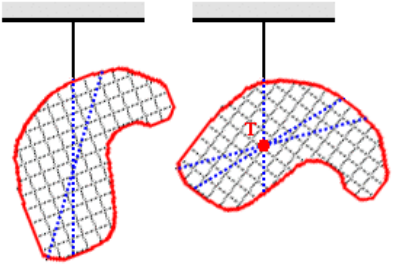
Těžiště stejnorodých těles, která mají střed souměrnosti, leží v tomto středu. Má-li stejnorodé těleso osu souměrnosti (symetrie), leží těžiště na této ose.

U stejnorodých těles, která mají rovinu souměrnosti (symetrie), leží těžiště v této rovině. Těžiště může ležet i mimo látku tělesa.

Tělesa, jejichž těžiště leží mimo těleso: dutá tělesa, koš na odpadky, prstence, podkovy, ohnutý drát, ...



Obr. 111



Obr. 112

Určování těžiště lze provádět:

1. experimentálně - postupným zavěšováním tělesa za různé jeho body. Při každém zavěšením si lze zaznamenat svislou těžnici; těžiště pak leží na průsečíku zaznamenaných těžnic (viz obr. 112).

Vystřihněte z kartonu těleso libovolného tvaru a vyzkoušejte si tímto způsobem určit polohu těžiště vámi vystřiženého tělesa.

2. výpočtem - přitom je nutné si uvědomit, že celkový moment sil působících na dané těleso vzhledem k těžišti musí být roven nule.

Jinými slovy podepřeme-li těleso v těžišti, zůstává těleso v rovnováze. Toto lze chápat jako ekvivalentní definici těžiště tělesa.

Těžiště soustavy *n* hmotných bodů lze určit pomocí souřadnic jednotlivých bodů a jejich hmotností: $x_T = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \ldots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$. Pro souřadnice y_T a z_T dostaneme analogické vztahy.

Tyto vztahy není nutné si pamatovat - lze je jednoduše odvodit v případě konkrétní fyzikální situace z momentové věty.

1.6.8 | Rovnovážné polohy tuhého tělesa

Zavěšené (podepřené) těleso je v **rovnovážné poloze**, jestliže svislá těžnice prochází bodem závěsu (podpěrným bodem) a těleso je v klidu. Rozeznáváme dvojí rovnováhu:

1. statická rovnováha - platí podmínka: výsledná síla působící na těleso je nulová (tj. $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = \vec{o}$). Těleso přitom může rotovat kolem osy procházející těžištěm (jinak by šlo o kyvadlo). Při libovolném pozvolném otočení tělesa, zůstává těleso v klidu, neboť moment

tíhových sil vzhledem k těžišti je nulový. Tíhová síla je kompenzována reakcemi vyvolanými uložením tělesa v ložisku (zavěšením na závěs, ...). Při rotaci tělesa na něj začnou působit setrvačné odstředivé síly, které jsou kompenzovány opět reakčními silami v ložisku. Tím dochází nejen k opotřebovávání ložisek, ale vzhledem k proměnnosti směru svého působení také např. k neklidnému chodu strojů, ...

2. dynamická rovnováha - kromě předchozí podmínky musí navíc platit další podmínka: celkový moment všech sil na těleso působících je nulový (tj. $\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M_i} = \vec{o}$). Těleso tedy nesmí rotovat.

Podle vzájemné polohy těžiště *T* a bodu upevnění *O* se rozlišují tři druhy rovnovážné polohy:

1. poloha stálá (stabilní) - bod upevnění je nad těžištěm. Po vychýlení tělesa se těleso vrací zpět do rovnovážné polohy. Při vychýlení tělesa se zvětšuje výška těžiště nad povrchem Země a zvětšuje se tedy jeho potenciální energie. Situace je zobrazená na obr. 113.

Kulička v jamce, provazochodec s tyčí jdoucí po laně, ...

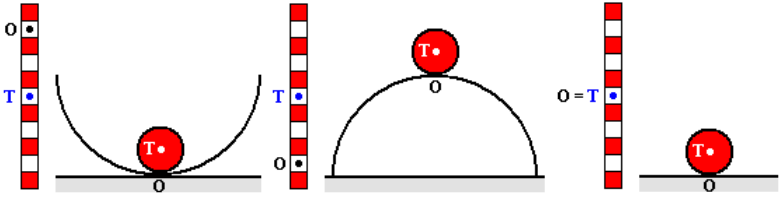
Na obr. 113 až obr. 115 je znázorněna pruhovaná homogenní tyč, na níž je vyznačeno těžiště i bod upevnění, a kulička nacházející se na různých površích. V případě kuličky je bod upevnění vždy pod těžištěm.

2. poloha vratká (labilní) - bod upevnění je pod těžištěm (viz obr. 114). Po vychýlení tělesa vzniká výchylka, která se zvětšuje a těleso se samo do rovnovážné polohy nevrátí. Zvětšování výchylky způsobuje tíhová síla. Při vychýlení se zmenšuje potenciální energie těžiště.

Vajíčko postavené na špičku, artista při stoji na hlavě, …

3. poloha volná (indiferentní) - těleso je upevněno v těžišti (viz obr. 115). Po vychýlení tělesa zůstává těleso v nové poloze - výchylka se nezvětšuje ani nezmenšuje. Potenciální energie těžiště je stálá.

Kniha položená na stole, auto stojící na vodorovné silnici, …



Obr. 113 Obr. 114 Obr. 115

Uvedené rovnovážné polohy je třeba chápat lokálně. Neplatí absolutně.

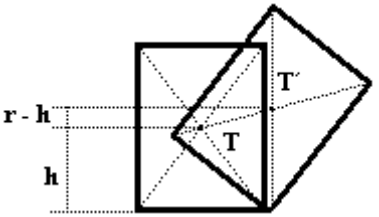
Kniha postavená na okraji stolu je v rovnovážné poloze stabilní. Když do ní trošku strčíme, vrátí se do této polohy zpět. Když do ní ale strčíme více, přejde z polohy stabilní do polohy labilní. Přitom může dopadnou na stůl a zůstat v indiferentní poloze. A nebo může ze stolu spadnou na zem a zaujmout novou indiferentní polohu, která je ovšem charakterizovaná menší potenciální energií knihy než v případě, v němž kniha zůstala na stole.

Těleso na vodorovné rovině může být v rovnovážné poloze stálé, je-li podepřeno alespoň třemi body, které neleží v jedné přímce, a protíná-li svislá těžnice plochu vymezenou podpěrnými body.

Proto člověk, který jede v metru, tramvaji, ... a nedrží se, stojí s roztaženýma nohama. Proto chodí malé děti, když se učí chodit, s nohama široko od sebe; ...

STABILITA TĚLESA JE URČENA PRACÍ, KTEROU JE NUTNO VYKONAT, ABYCHOM TĚLESO PŘEMÍSTILI Z ROVNOVÁŽNÉ POLOHY STÁLÉ DO ROVNOVÁŽNÉ POLOHY VRATKÉ.

Při tomto přemístění těžiště tělesa vystoupí o výšku $r-h$ (*h* je původní výška těžiště a *r* vzdálenost těžiště od bodu otáčení - viz obr. 116): $W = G(r-h)$.



Obr. 116

Stabilita tělesa je tím větší čím větší je hmotnost tělesa, čím níže je těžiště ve stálé rovnovážné poloze a čím větší je vzdálenost svislé těžnice od podstavné hrany.

1.6.9 | Kinetická energie tuhého tělesa

Tuhé těleso může vykonávat pohyb posuvný nebo otáčivý. Při posuvném pohybu je celková kinetická energie tělesa rovna součtu kinetických energií jednotlivých bodů tělesa. Při posuvném pohybu se pohybují všechny body tělesa stejnou rychlostí, tedy $E_k = \frac{1}{2}v^2\left(m_1 + m_2 + \ldots + m_n\right) = \frac{1}{2}mv^2$.

Při otáčivém pohybu tuhého tělesa kolem nehybné osy se všechny body pohybují po kružnicích, jejichž středy leží na ose otáčení, stejnou úhlovou rychlostí ω. Kinetickou energii tělesa určíme opět jakou součet kinetických energií jednotlivých bodů tělesa. Můžeme proto psát:

$$E_k = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_nv_n^2 = \frac{1}{2}m_1r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_2r_2^2\omega^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_nr_n^2\omega^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2\left(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \ldots + m_nr_n^2\right).$$

Při otáčení tuhého tělesa kolem nehybné osy závisí jeho kinetická energie na velikosti úhlové rychlosti, na hmotnostech jednotlivých bodů tělesa a jejich vzdálenostech od osy otáčení. Kinetická energie tedy závisí na rozložení látky v daném tělese. Rozložení látky v tělese vzhledem k ose rotace vyjadřuje fyzikální veličina **moment setrvačnosti** *J* tuhého tělesa vzhledem k ose otáčení, který je definován vztahem $J = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \ldots + m_nr_n^2$; $[J] = \mathrm{kg.m^2}$.

U většiny těles lze pak moment setrvačnosti psát ve tvaru $J = kmr^2$, kde *m* je hmotnost tělesa, *r* jeho lineární rozměr (délka, poloměr, ...) a *k* konstanta (viz tabulka momentů setrvačnosti).

Tuto konstantu *k* lze pro každé těleso určit s použitím integrálního počtu. V obecném případě pak je možné určit moment setrvačnosti tuhého tělesa pomocí tenzoru setrvačnosti a následně využít i tzv. elipsoid setrvačnosti.

Kinetická energie tuhého tělesa otáčejícího se kolem nehybné osy úhlovou rychlostí ω je dána vztahem

$E_k = \frac{1}{2} J\omega^2$, kde J je moment setrvačnosti vzhledem k dané ose otáčení.

Koná-li těleso současně posuvný pohyb a otáčivý pohyb kolem osy procházející těžištěm tělesa, je kinetická energie dána součtem energie posuvného a otáčivého pohybu: $E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} J_0\omega^2$, kde J_0 je moment setrvačnosti vzhledem k ose jdoucí těžištěm tělesa.

Tuto energii má např. kolo automobilu: otáčí se kolem své osy a zároveň se pohybuje ve směru rychlosti automobilu.

1.6.10 | ***Přehled momentů setrvačnosti některých těles

Momenty setrvačnosti jsou uváděny vzhledem k ose rotace, která je zároveň osou symetrie tělesa hmotnosti m. R značí poloměr těles (resp. jejich podstav) s výjimkou tyče, kde R představuje její délku.

tyč (rotuje kolem osy symetrie kolmé k tyči)	$J = \frac{1}{12} R^2 m$
obruč	$J = R^2 m$
kruhová deska	$J = \frac{1}{2} R^2 m$

válec	$J = \frac{1}{2}R^2m$
plášť tenkostěnného válce	$J = R^2m$
koule	$J = \frac{2}{5}R^2m$
kužel	$J = \frac{3}{10}R^2m$

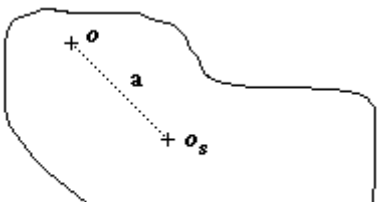
1.6.11 | ***Steinerova a Königova věta

Steinerova věta slouží k určení momentu setrvačnosti tělesa, u něhož je znám moment setrvačnosti vzhledem k ose symetrie, ale těleso právě rotuje podle jiné osy. K určení momentu setrvačnosti vzhledem k této okamžité ose rotace stačí určit vzdálenost osy symetrie od současné osy rotace.

Pohled na těleso shora na obr. 117 označuje osu symetrie o_s a okamžitou osu rotace *o*.

Je-li J_s moment setrvačnosti vzhledem k ose symetrie o_s, pak pro moment setrvačnosti vzhledem k ose *o* platí: $J = J_s + ma^2$, kde *a* je vzdálenost osy symetrie od okamžité osy rotace a *m* je hmotnost (celého) tělesa.

Königova věta slouží pro určení celkové kinetické energie, kterou má těleso, které koná zároveň dva pohyby: rotační pohyb kolem (okamžité) osy otáčení a posuvný pohyb těžiště.



Obr. 117

Např. koule valící se z kopce: bezpochyby koná rotační pohyb kolem okamžité osy otáčení, ale zároveň „se posouvá“ od vrcholu kopce směrem k úpatí, tj. koná posuvný pohyb. Tento posuvný pohyb lze dobře charakterizovat pohybem těžiště, do něhož soustředíme veškerou hmotnost koule.

Königovu větu lze matematicky zapsat takto: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$, kde *m* je hmotnost tělesa, *v* velikost rychlosti posuvného pohybu těžiště, *J* moment setrvačnosti vzhledem k okamžité ose otáčení a ω úhlová rychlost rotace.

1.6.12 | ***Setrvačníky

Při otáčení tělesa kolem nehybné osy působí na jednotlivé body tělesa setrvačné odstředivé síly, směřující od osy rotace. Tyto síly namáhají osu svou výslednicí v případě, že osa rotace neprochází těžištěm tělesa, nebo

také silovou dvojicí vychylující osu z její původní polohy. Při vhodné poloze osy se setrvačné síly vzájemně ruší a osa není namáhána silou ani silovou dvojicí. Takové ose se říká **volná osa**. Volná osa prochází vždy těžištěm tělesa.

Těleso otáčivé kolem volné osy, vzhledem k níž má velký moment setrvačnosti, se nazývá **setrvačník.** Setrvačníky mají některé zajímavé vlastnosti, kterých se využívá v praxi:

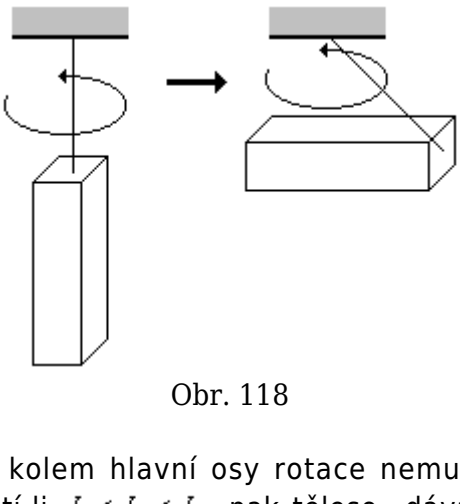
1. osa setrvačníku, otáčejícího se velkou úhlovou rychlostí, zachovává svůj směr vzhledem k inerciální vztažné soustavě, pokud na setrvačník nepůsobí vnější síly
2. ke změně směru rotační osy je třeba poměrně velkého momentu síly
3. roztočený setrvačník má velkou kinetickou energii

Tyto vlastnosti činí setrvačníky velmi praktickými a nacházejí mnohé uplatnění v praxi.

Těžké setrvačníky u parních strojů vyrovnávají náhlá zatížení nebo odlehčení strojů, takže jejich chod je rovnoměrnější. Skutečnost, že osa setrvačníku zachovává svůj směr se využívá ke stabilizaci lodí, ke konstrukci setrvačníkových kompasů, umělého horizontu a zatáčkoměru u letadel.

1.6.12.1 | Volný setrvačník

Volný setrvačník (bezsilový setrvačník, či přesněji bezmomentový setrvačník) je setrvačník, jehož celkový moment všech sil na něj působících je nulový. Při jeho zkoumání zjistíme, že dané těleso je ochotno rotovat rovnoměrně kolem tří vzájemně kolmých os (a to bez ohledu na rozložení hmotnosti či tvar tělesa). Těmto osám říkáme **hlavní osy rotace** a momentům setrvačnosti J_1, J_2 a J_3 příslušným těmto osám **hlavní momenty setrvačnosti**. Tyto hlavní osy můžeme navíc ztotožnit s osami myšleného elipsoidu (tzv. **elipsoidu setrvačnosti**), pomocí něhož je možné určit moment setrvačnosti vzhledem k libovolné jiné ose procházející těžištěm. Těleso sebenepravidelnějšího tvaru (družice s anténami, krasobruslařka, automobil, brambora, ...) pak můžeme z hlediska rotačních vlastností nahradit elipsoidem, který je plně určen třemi čísly - hlavními momenty setrvačnosti. Pak se nemusíme starat o nepravidelnosti a výstupky daného tělesa.



Obr. 118

Rotace kolem hlavní osy rotace nemusí být vždy stabilní. Platí-li $J_1 < J_2 < J_3$, pak těleso „dává přednost“ rotaci kolem osy s nejmenším nebo největším momentem setrvačnosti (rotace kolem střední osy je nestabilní). Je-li $J_1 = J_2 < J_3$, dává těleso přednost rotaci kolem osy s největším momentem setrvačnosti (takový setrvačník se nazývá **symetrický setrvačník** a jeho elipsoid setrvačnosti je rotační). Na obr. 118 je znázorněno těleso, které samovolně mění osu rotace.

1.6.12.2 | Eulerovy úhly

Rotační pohyb je popsán vektorem úhlové rychlosti $\vec{\omega}$, který leží v ose rotace. Obecnou prostorovou rotaci je možné rozložit do tří směrů (tří vektorů). Výhodný rozklad prostorové rotace na tři dílčí zavedl již v polovině 18.

století Leonard Euler a proto se příslušné úhly nazývají **Eulerovy úhly**.

Pohyb tělesa budeme popisovat v inerciální kartézské soustavě *x*, *y*, *z*. S tuhým rotujícím tělesem spojíme soustavu x', y', z' (ta není inerciální). Počátky obou soustav na začátku budou splývat a budou také splývat příslušné odpovídající si osy.

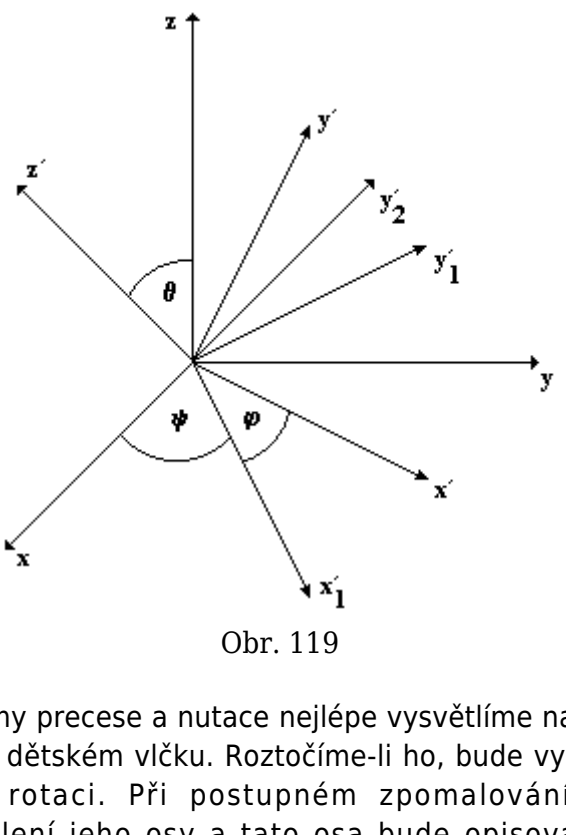
První otočení provedeme kolem osy *z* o úhel Ψ. Díky tomu přejde osa x' (původně totožná s osou *x*) do polohy x_1' a osa y' (původně totožná s *y*) do polohy y_1'.

Druhé otočení vykonáme kolem osy x_1' o úhel ϑ. Osa y_1' přejde do polohy y_2' a osa z' (původně totožná s osou *z*) do konečné polohy z'.

Třetí otočení provedeme kolem této osy z' o úhel φ, přičemž osa y_2' přejde do konečné polohy y' a osa x_1' do konečné polohy x'.

Eulerovy úhly se nazývají:

1. φ - **úhel vlastní rotace**
2. Ψ - **precesní úhel**
3. ϑ - **nutační úhel**



Obr. 119

Pojmy precese a nutace nejlépe vysvětlíme na dětské hračce - dětském vlčku. Roztočíme-li ho, bude vykonávat vlastní rotaci. Při postupném zpomalování dojde k vychýlení jeho osy a tato osa bude opisovat plášť rotačního kužele s vrcholovým úhlem ϑ - dojde k **precesi**. Ta je způsobena nenulovým momentem tíhové síly. Bude-li se vrcholový úhel ϑ měnit v čase, dojde k **nutaci** (způsobené skutečností, že vektor momentu hybnosti $\vec{L}$ nebude zachovávat v prostoru stálý směr). Konec osy dětského vlčku nebude již opisovat kružnici (hranici

podstavy rotačního kužele), ale bude opisovat „zvlněnou kružnici“.

Precese a nutace se projeví i u Země. Tyto pohyby vznikají v důsledku silového působení Slunce a Měsíce na Zemi.

Přesnější a detailnější popis rotace tuhého tělesa kolem dané osy otáčení lze provést pomocí Eulerových kinematických rovnic.

1.7 | MECHANIKA KAPALIN A PLYNŮ

1.7.1 | Vlastnosti kapalin a plynů

V této části budou popsány mechanické vlastnosti kapalin a plynů nikoliv vlastnosti, které vyplývají z částicového složení těchto látek.

Základní vlastností kapalin a plynů je jejich **tekutost**, jejíž příčinou je snadná vzájemná pohyblivost částic, z nichž se kapalná a plynná tělesa skládají. Proto **nemají stálý tvar**.

> To znamená, že zaujímají vždy tvar nádoby, v níž se nacházejí.

Vlastnosti kapalin (kapalných těles):

1. Zachovávají si **stálý objem** a to i při změně

tvaru nádoby.

Je jedno nalijeme-li vodu do úzké vysoké vázy, nebo do malého širokého hrnce téhož objemu.

2. Jsou-li v klidu, vytvářejí v tíhovém poli Země **volný vodorovný povrch** (volnou hladinu)
3. **Nejsou** prakticky **stlačitelné** - díky vzájemným odpudivým silám mezi molekulami kapaliny, které zabraňují jejich vzájemnému přiblížení
4. Kapaliny se mezi sebou liší různým **vnitřním třením** (viskozitou).

Z praktické zkušenosti víme, že např. voda se lije lépe než med nebo olej - voda má tedy menší vnitřní tření (viskozitu) než med či olej.

Pozor! V běžné mluvě bychom asi proto řekli, že olej je hustší než voda - ale to je špatně! Viskozita a hustota jsou různé fyzikální veličiny! Olej má větší viskozitu než voda (hůře teče při nalévání), ale má menší hustotu než voda (mastnota plave na vodní hladině).

Vlastnosti plynů (plynných těles):

1. Nemají stálý tvar ani objem, proto nevytvářejí ani volný povrch (vlivem poměrně velkých vzdáleností molekul plynu, které se v důsledku jejich velké pohyblivosti stále mění). Tvar a objem plynného tělesa je dán tvarem a objemem nádoby, v níž se plyn

nachází.

2. Na rozdíl od kapalin jsou **velmi dobře stlačitelné**

Stlačitelnost plynů v praxi: pneumatiky jízdního kola (sedne-li na bicykl silnější člověk, pneumatika se stlačí, čím se stlačí i vzduch v ní obsažený), nafukovací cestovní polštářek za krk, nafukovací matrace (do vody a nebo do stanu), ...

Pro zjednodušení dalšího výkladu se zavádí tyto pojmy:

TEKUTINY JE SOUHRNNÉ OZNAČENÍ PRO KAPALINY A PLYNY.

Nebude-li uvedeno jinak, platí dále uváděné zákony obecně pro tekutiny - tj. pro kapaliny i plyny.

IDEÁLNÍ (DOKONALÁ) KAPALINA JE KAPALINA, KTERÁ JE DOKONALE NESTLAČITELNÁ A BEZ VNITŘNÍHO TŘENÍ.

Tření u reálných (skutečných) kapalin ovlivňuje tekutost (viskozitu) dané kapaliny.

Z reálných kapalin se ideální kapalině nejvíce blíží voda; rozhodně ne např. med - má velké vnitřní tření.

IDEÁLNÍ (DOKONALÝ) PLYN JE DOKONALE STLAČITELNÝ A BEZ VNITŘNÍHO TŘENÍ.

1.7.2 | Tlak tekutin

Působí-li síla o velikosti F kolmo na plochu o obsahu S,

vyvolá uvnitř tekutiny tlak p definovaný vztahem $p = \frac{F}{S}$;

$[p] = \mathrm{N.m^{-2}} = \mathrm{Pa}$ (pascal).

Aby byl tlak definován korektně, musí být skutečně působící síla kolmá k ploše, na níž působí.

Je-li v určitém místě kapaliny tlak p, pak na libovolně orientovanou rovinnou plochu, která je v tomto místě ve styku s kapalinou, působí kolmá tlaková síla o velikosti $F = pS$.

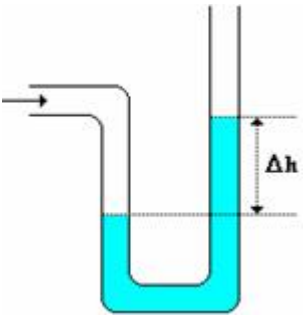
Při slovním popisování fyzikálních dějů a jevů je nutné si uvědomit, že na kapalinu, předměty, ... působí síla, nikoliv tlak. Tlak vzniká jako důsledek působící síly!

1.7.2.1 | Měření tlaku

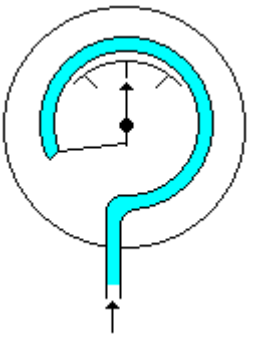
K měření tlaku se používají **manometry**:

1. otevřený kapalinový manometr - tlak se měří z rozdílu hladin Δh (a tedy na základě hydrostatického tlaku) v trubici ve tvaru písmene U (obr. 121).
2. deformační (kovové) manometry - tlak se měří ze změn vyvolaných pružnou deformací jeho částí: ohnutá kovová trubice spojená s ručkou přístroje (obr. 122) se po jejím naplnění tekutinou deformuje. Deformace se přenáší na ručku, která se pohybuje nad stupnicí. Tento typ manometru slouží pro měření

větších tlaků.



Obr. 120



Obr. 121

1.7.2.2 | Tlak vyvolaný vnější silou

Působíme-li na horní podstavu tuhého tělesa tvaru kvádru tlakovou silou o velikosti *F*, přenáší se tato síla ve stejném směru na dolní podstavu. Jinak je tomu u kapalin: v důsledku tekutosti se totiž přenáší tlaková síla v kapalném tělese do všech směrů, přičemž vždy působí kolmo na určitou plochu kapaliny.

Molekuly v kapalinách jsou totiž vzájemně slaběji vázány než v pevných látkách.

Odtud vyplývá závěr, který je obsahem **Pascalova zákona:**

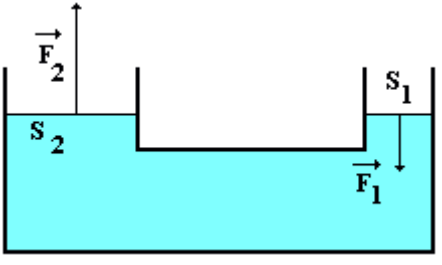
TLAK VYVOLANÝ VNĚJŠÍ SILOU PŮSOBÍCÍ NA POVRCH TEKUTINY V UZAVŘENÉ NÁDOBĚ JE VE VŠECH MÍSTECH TEKUTINY STEJNÝ.

Příklady z praxe: tlak vzduchu v balónku, tlak kapaliny v hydraulickém zařízení, ...

1.7.2.3 | Hydraulická a pneumatická zařízení

jsou zařízení, které na základě Pascalova zákona mění poměr působících tlakových sil

Kapalina je v nádobě, která je opatřena dvěma písty o obsahu ploch S_1 a S_2. Působí-li kolmo na píst o ploše S_1 síla o velikosti F_1, vyvolává v kapalině tlak *p* o velikosti $p = \frac{F_1}{S_1}$. Tento tlak je podle Pascalova zákona stejný v celém objemu kapaliny, proto působí na píst o ploše S_2 síla o velikosti $F_2 = pS_2 = \frac{F_1}{S_1} S_2$. Je-li $S_1 < S_2$, pak je $F_1 < F_2$.



Obr. 123

Příklady z praxe: zvedací křeslo u zubaře - doktor působí malou silou na píst s malou plochou a tlak kapaliny pak vyvolá na větší ploše větší sílu, která vyzdvihne křeslo i s pacientem; hydraulický lis; hever; ...

Na stejném principu fungují i pneumatická zařízení, v nichž se přenáší tlak stlačeným plynem (většinou vzduchem).

Otvírání dveří v autobusu, pneumatické buchary, pneumatická kladiva, brzdy u vlaků, ...

1.7.3 | Tlak vyvolaný tíhovou silou

1.7.3.1 | Kapaliny

V tíhovém poli působí na všechny částice kapalného tělesa tíhová síla. Výsledkem tohoto působení je **hydrostatická tlaková síla** $\vec{F}_h$, kterou působí kapalina na dno a stěny nádob, na tělesa ponořená do kapaliny, ...

Název hydrostatická síla se používá i pro jiné kapaliny než jen pro vodu (jak název napovídá). Označení síly je dáno historickým vývojem: voda je nejběžnější kapalina a bylo možné s ní provádět levně a bezpečně řadu experimentů.

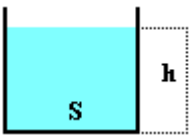
Kapalina hustoty ρ je v nádobě. V hloubce *h* pod hladinou je vodorovná ploška o obsahu *S* (např. dno nádoby - viz obr. 124). Hmotnost sloupce vody nad touto zvolenou ploškou je $m = \rho V = \rho h S$, velikost tíhové síly tohoto sloupce vody tedy je $F = mg = \rho h S g$. Proto pro velikost hydrostatické síly působící na plochu o obsahu *S* v hloubce *h* pod volným povrchem kapaliny platí: $F_h = S h \rho g$.

Hydrostatická tlaková síla je tedy definována jako tíhová síla kapaliny, která by se nacházela nad příslušnou plochou o obsahu *S*. Jestli tam kapalina ve skutečnosti je nebo není, to je jedno.

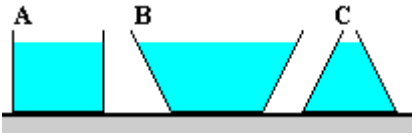
Velikost hydrostatické tlakové síly nezávisí na tvaru nádoby a objemu vody v ní. Nalijeme-li tedy do různě tvarovaných nádob kapalinu do stejné výšky (viz obr. 125), bude působit na dno ve všech nádobách stejně velká hydrostatická síla.

Ale pouze v nádobě *A* na obr. 125 bude tato síla stejná jako tíhová síla kapaliny v nádobě. V nádobě *B* bude tíha kapaliny větší než hydrostatická síla a v nádobě *C* tomu bude naopak.

Tento jev se nazývá **hydrostatické paradoxon**. Z hlediska fyziky na něm není nic paradoxního - název pochází z dob, kdy se hydromechanika začínala rozvíjet a tento jev nebyl dostatečně objasněn a prokázán experimentálně.



Obr. 124



Obr. 125

Tlak vyvolaný hydrostatickou tlakovou silou se nazývá hydrostatický tlak p_h. V hloubce *h* pod volným povrchem kapaliny o hustotě ρ je dán vztahem: $p_h = \frac{F_h}{S} = h\rho g$. Místa o stejném hydrostatickém tlaku se nazývají **hladiny**. Hladina o nulovém hydrostatickém tlaku je na volném povrchu kapaliny a nazývá se **volná hladina**.

V mechanice se příliš o hladinách nemluví - důležitá je jen volná hladina. Ale je dobré si tento pojem představit na kapalině. Analogicky se zavádí např. v elektrostatice hladiny stejného potenciálu. A tam už představa tohoto pojmu nebude tak jednoduchá.

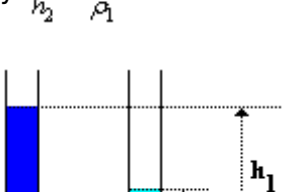
Pomocí hydrostatického tlaku vysvětlujeme podstatu **spojených nádob**: volná hladina spojených nádob je ve všech ramenech ve stejné výšce *h* nezávisle na jejich tvaru. Je to dáno tím, že u dna všech ramen je stejný hydrostatický tlak a proto musí být stejná i výška vodního sloupce nad dnem (při konstantním ρ a *g*).

Naplníme-li spojené nádoby kapalinami o různých hustotách ρ_1 a ρ_2 ustálí se volné hladiny navzájem se

nemísících kapalin ve výškách h_1 a h_2 (obr. 126).

Tyto výšky, stejně jako hydrostatické tlaky jsou vztahovány ke společnému rozhraní kapalin.

Kapaliny jsou v obou ramenech v rovnováze, jsou-li hydrostatické tlaky v místě společného rozhraní obou kapalin stejné, tj. $p_1 = p_2$. Po dosazení dostaneme $h_1 \rho_1 g = h_2 \rho_2 g$, a tedy $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$.



Obr. 126

Tento poznatek je možné využít k určení hustoty neznámé kapaliny, známe-li hustotu jiné kapaliny.

1.7.3.2 | Plyny (vzduch)

Zemi obklopuje mohutná vrstva vzduchu - **atmosféra**, sahající až do výše několika tisíc kilometrů. Vlivem tíhové síly Země jsou všechny částice atmosféry přitahovány k povrchu Země, čímž je celá atmosféra poutána k Zemi a koná s ní otáčivý pohyb. Výsledkem tohoto působení je

atmosférická tlaková síla $\vec{F_a}$, která působí na všechna pozemská tělesa a na celý povrch Země. Tlak vyvolaný atmosférickou silou se nazývá **atmosférický tlak** p_a. S rostoucí nadmořskou výškou se tento tlak zmenšuje - na 100 metrech klesne zhruba o $1{,}3\,\mathrm{kPa}$, čehož je možné využít k měření relativních výšek hor.

Přesto, že se jedná o analogii hydrostatického tlaku, **NENÍ MOŽNÉ POUŽÍT VZTAH** $p_h = h\rho g$, protože hustota vzduchu není konstantní: rostoucí výškou se zmenšuje.

Pro tlak vzduchu v závislosti na nadmořské výšce *h* platí vztah $p_a = p_0 e^{\frac{-\rho_0 hg}{p_0}}$, kde p_0 resp. ρ_0 je tlak resp. hustota v nulové nadmořské výšce.

Základem pro měření tlaku vzduchu je **Torricelliho pokus**: silnostěnnou trubici délky asi jeden metr na jednom konci zatavenou naplníme rtutí. Otvor pevně uzavřeme prstem, konec trubice uzavřený prstem ponoříme do nádoby se rtutí a trubici převrátím zataveným koncem nahoru. Potom prst uvolníme a pozorujeme pokles rtuti v trubici a její ustálení ve výšce asi $75\,\mathrm{cm}$. Nad rtutí v trubici je vakuum. Sloupec rtuti udržuje v trubici atmosférická tlaková síla působící na volný povrch rtuti v nádobě. Proto platí: $p_a = h\rho g$, kde $h = 75\,\mathrm{cm}$. Dosadíme-li hustotu rtuti a naměřenou výšku, dostáváme pro atmosférický tlak $p_a \doteq 10^5\,Pa$. Hodnota atmosférického

tlaku se mění s meteorologickou situací. Proto jsou jeho změny důležité pro změnu (a tedy i předpovídání) počasí.

Analogický pokus lze provést se zahradní hadicí, kterou spustíme z okna (2. patro). Dole hadici ucpeme prstem a naplníme jí shora vodou. Pak hadici ucpeme nahoře a dole uvolníme. Část vody vyteče, ale velká část vody v hadici zůstane. Výška vody v hadici je zhruba $10\,\mathrm{m}$.

Normální atmosférický tlak je $p_n = 1013{,}25\,\mathrm{hPa} \doteq 101{,}3\,\mathrm{kPa}$.

Tato hodnota odpovídá tlaku vzduchu při hladině moře a zavádí se pro zjednodušení. Tlak vzduchu totiž závisí na teplotě, nadmořské výšce, ...

K měření atmosférického tlaku se používají **tlakoměry** (**barometry**):

1. rtuťový tlakoměr - založen na Torricelliho pokusu
2. kovový tlakoměr (aneroid)
3. barograf - slouží pro plynulou registraci tlaku

Převodní vztahy mezi jednotkami tlaku: $1\,\mathrm{b} = 10^5\,\mathrm{Pa}$, $760\,\mathrm{torr} = 1013{,}25\,\mathrm{hPa}$, $1\,\mathrm{torr} = 133\,\mathrm{Pa}$.

1.7.4 | Vztlaková síla v tekutinách

Z praxe víme, že tělesa ponořená do vody jsou

„lehčí“ než ve vzduchu; víme, že balón naplněný héliem stoupá vzhůru; ...

Síla, která tělesa v tekutinách nadlehčuje, se nazývá **vztlaková síla** $\overrightarrow{F_{vz}}$ a má opačný směr než síla tíhová.

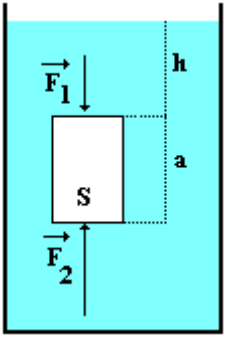
HYDROSTATICKÁ VZTLAKOVÁ SÍLA JE VÝSLEDNICE HYDROSTATICKÝCH SIL PŮSOBÍCÍCH NA POVRCH TĚLESA V TEKUTINĚ V KLIDU.

V tekutině o hustotě ρ je ponořené těleso (např. kvádr o obsahu podstavy *S* a výšce *a* - viz obr. 127) tak, že dvě jeho stěny jsou rovnoběžné s hladinou. Na toto těleso bude působit hydrostatická tlaková síla. Účinky tlakových sil na boční stěny tělesa se ve svých účincích ruší.

Velikost hydrostatické tlakové síly závisí na hloubce pod volným povrchem kapaliny a na obsahu plochy, na kterou působí. Proto se ve vodorovném směru (v dané výšce) tlakové síly navzájem ruší.

Na těleso tak působí jen hydrostatická tlaková síla $\overrightarrow{F_1}$ působící svisle dolů na horní podstavu a síla $\overrightarrow{F_2}$ působící svisle vzhůru na podstavu dolní.

Vzhledem k tomu, že horní podstava je v menší hloubce než dolní, je $F_1 < F_2$.



Obr. 127

Pro velikosti těchto sil platí: $F_1 = Sh\rho g$ a $F_2 = S(h+a)\rho g$. Vzhledem k tomu, že $F_1 < F_2$, míří výslednice těchto dvou sil svisle vzhůru. Tato výslednice je hydrostatická vztlaková síla $\overrightarrow{F_{vz}}$ a pro její velikost platí: $F_{vz} = F_2 - F_1$. Po dosazení a úpravě dostaneme: $F_{vz} = S(h+a)\rho g - Sh\rho g = Sa\rho g = V\rho g$; velikost vztlakové síly je tedy přímo úměrná hustotě ρ tekutiny, v níž je těleso ponořeno, a objemu *V* ponořené části tělesa.

Dále je lze psát $F_{vz} = V\rho g = mg = G$.

Objem ponořené části tělesa *V* násobený hustotou tekutiny ρ určuje hmotnost *m* tekutiny, která má stejný objem jako ponořená část uvažovaného tělesa. Je to vlastně „hmotnost tekutiny v díře po tělese“!

Součin mg pak udává tíhu tekutiny, která má stejný objem jako ponořená část tělesa.

K tomuto poznatku dospěl již ve 3. st. př. n. l. řecký učenec Archimédes, proto poznatek nese jeho jméno - **Archimédův zákon:**

TĚLESO PONOŘENÉ DO TEKUTINY JE NADLEHČOVÁNO VZTLAKOVOU SILOU, JEJÍŽ VELIKOST SE ROVNÁ TÍZE KAPALINY STEJNÉHO OBJEMU, JAKO JE OBJEM PONOŘENÉ ČÁSTI TĚLESA.

1.7.4.1 | Plování těles

Na těleso o objemu V a hustotě ρ_T (zcela nebo částečně) ponořené do kapaliny o hustotě ρ působí výsledná síla, jejíž velikost je $F = |F_G - F_{vz}| = |\rho_T V g - \rho V g| = |\rho_T - \rho| V g$. Mohou nastat tři případy:

1. $\rho_T > \rho$ - **těleso klesá ke dnu**, výslednice $\vec{F}$ míří dolů

Kámen ve vodě nebo ve vzduchu, člověk ve vzduchu, ...

2. $\rho_T = \rho$ - **těleso se v kapalině vznáší**, výslednice $\vec{F}$ je nulová

Ryby ve vodě, ...

3. $\rho_T < \rho$ - výslednice $\vec{F}$ míří směrem vzhůru, těleso stoupá k volné hladině kapaliny a částečně se vynoří nad hladinu kapaliny. Ustálí se v takové poloze, kdy tíhová síla $\vec{F_G}$ je v rovnováze se vztlakovou silou $\vec{F_{vz}}$, jejíž

velikost se rovná tíze $\overrightarrow{G'}$ kapaliny o stejném objemu jako je objem V' ponořené části tělesa. **Těleso plove** na volné hladině kapaliny. Platí: $F_G = F'_{vz}$. Po dosazení $\rho_T V g = \rho V' g$ a odtud $\frac{V'}{V} = \frac{\rho_T}{\rho}$. Těleso se tedy ponoří do kapaliny tím větší částí svého objemu, čím větší je jeho hustota.

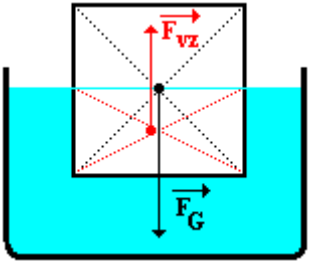
Plážový míč ve vodě, železný šroub v roztaveném olovu, horkovzdušný balon při letu vzduchem, ...

Tíhová síla $\overrightarrow{F_G}$ a hydrostatická vztlaková síla $\overrightarrow{F_{vz}}$ se liší ve svém působišti. Zatímco tíhová síla působí v těžišti tělesa, hydrostatická vztlaková síla působí v těžišti ponořené části tělesa (viz obr. 128, na kterém je znázorněno homogenní těleso; z důvodu přehlednosti je působiště vztlakové síly posunuto).

Na různém ponoru těles v závislosti na hustotě tělesa kapaliny jsou založeny **hustoměry**, které slouží k měření hustoty kapaliny.

Jednoduchý a přitom funkční hustoměr lze vyrobit z krabičky od léků (šumivé tablety). Krabičku zatížíme (několik kamínků, ...), aby držela ve svislé poloze, ale přitom aby se nepotopila. Na vnější stěnu přilepíme měřítko (okopírované pravítko) a ponoříme do vody. Zaznamenáme, do jaké hloubky (měřeno na přilepeném měřítku) se krabička potopí. Potom jí ponoříme do neznámé kapaliny (slaná voda, líh, ...) a určíme i v ní

hloubku ponoru. Poměr hloubek ponoru krabičky v různých kapalinách určuje převrácený poměr hustot těchto kapalin.



Obr. 128

Uvedené tři možnosti plování těles v kapalině platí i pro vznášení se těles v plynech.

Mezi plováním a plaváním je rozdíl. Těleso plave v horizontálním směru a přitom se mění jeho poloha ve vodě (např. z Prahy do Mělníka plave po Vltavě loď). Když těleso plove jeho poloha se nemění - těleso je v klidu částečně vynořené nad hladinou kapaliny.

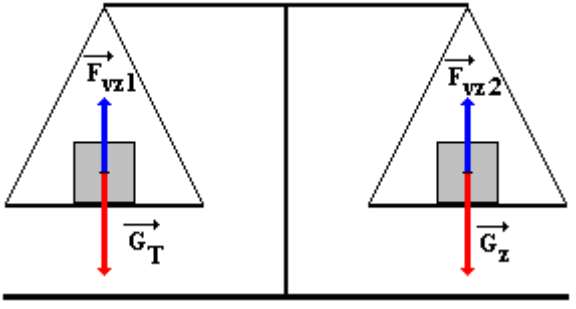
Vztlaková síla se ale výrazněji uplatní v kapalinách než v plynech z jednoho prostého důvodu: hustota kapalin je zhruba tisíckrát větší než hustota plynů. Přesto je ale na působení vztlakové síly v plynech založeno **vznášení těles ve vzduchu.**

Dětské balónky, meteorologické balóny, ...

1.7.4.2 | ***Korekce přesných vážení ve vzduchu

Při vážení těles ve vzduchu na těleso nepůsobí pouze síla tíhová svisle dolů, ale také vztlaková síla svisle vzhůru, kterou je nutno v případě vysoce přesného vážení (zejména u těles s velkým objemem) vzít v úvahu.

Dříve než začneme odvozovat příslušné vztahy, je nutno připomenout obecně princip vážení. Nejjednodušší vážení je vážení na rovnoramenných vahách, na kterých porovnáváme velikost tíhové síly působící na vážené těleso (které je na jedné misce vah) a velikost tíhové síly působící na závaží (to je na druhé misce). Chceme-li dosáhnout vysoce přesného vážení, je nutno vzít do úvahy ještě vztlakovou sílu, která působí jak na vážené těleso, tak na závaží. Hmotnost tělesa pak určíme z rovnosti výslednice tíhové a vztlakové síly váženého tělesa a výslednice tíhové a vztlakové síly závaží.



Obr. 129

Výsledná síla působící na vážené těleso má velikost $F_T = G_T - F_{vz1}$. Po dosazení a úpravě dostáváme $F_T = m_T g - \rho V_T g = m_T g - \rho \frac{m_T}{\rho_T} g == m_T g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_T}\right)$, kde ρ je hustota plynu, v němž vážení provádíme (např. vzduchu), ρ_T hustota tělesa a V_T jeho objem.

Výsledná síla působící na závaží, kterým se těleso vyvažuje, má velikost: $F_z = G_z - F_{vz2}$. Po dosazení a úpravě získáme $F_z = m_z g - \rho V_z g = m_z g - \rho \frac{m_z}{\rho_z} g = m_z g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_z}\right)$, kde ρ_z je hustota závaží a V_z jeho objem.

Porovnáním obou uvažovaných sil pak dostáváme pro hmotnost tělesa vztah $m_T = \frac{\rho_T (\rho_z - \rho)}{\rho_z (\rho_T - \rho)} m_z$.

V případě, že je hustota ρ plynu (vzduchu), v němž vážení provádíme, zanedbatelně malá vzhledem k hustotě tělesa ρ_T a hustotě závaží ρ_z, dostáváme běžný vztah $m_T = m_z$.

1.7.5 | Proudění tekutin

1.7.5.1 | Základní pojmy dynamiky

tekutin

Proudění tekutiny je pohyb tekutiny v jednom směru.

Proudění z hlediska časového průběhu může být:

1. stacionární (ustálené) - proudění, při němž se v daném místě tekutiny nemění její rychlost v závislosti na čase
2. nestacionární - prouděním, u něhož se v daném místě tekutiny rychlost v závislosti na čase mění

Pohyb částic tekutiny se popisuje pomocí **proudnic**:

PROUDNICE JE TAKOVÁ MYŠLENÁ ČÁRA, ŽE TEČNA SESTROJENÁ V JEJÍM LIBOVOLNÉM BODĚ URČUJE SMĚR RYCHLOSTI POHYBUJÍCÍ SE ČÁSTICE TEKUTINY.

Každým bodem kapaliny prochází právě jedna proudnice, proudnice se neprotínají.

Proudnice uvidíme, nasypeme-li do proudící vody jemný prášek, drobné kousky trávy nebo listí, ...

Proudnice nejsou pro popis proudící tekutiny stěžejní - ale pomocí proudnic si lze v dalších částech fyziky představit siločáru elektrického pole, magnetickou indukční čáru magnetického pole, ...

Proudová trubice (vlákno) jsou ty proudnice, které procházejí body uzavřené křivky v tekutině; tekutina prochází (proudí) pouze podstavami proudové trubice, pláštěm neprochází.

Proudovou trubici si lze představit tak, že to je prostorový útvar, který vytvoří voda procházející určitou uzavřenou křivkou. Vložíme-li do proudící vody např. prstýnek, vytvoříme proudovou trubici, která bude ohraničená tím prstýnkem.

Dále lze proudění rozdělit na:

1. laminární - proudění při malých rychlostech proudící tekutiny; vrstvy tekutiny se po sobě pravidelně posouvají, obraz proudnic zůstává v čase stejný; vektory rychlosti v jednotlivých vrstvách kapaliny jsou navzájem rovnoběžné
2. turbulentní - vzniká z proudění laminárního při zvětšení rychlosti proudící tekutiny; proudnice se rozpadají a víří, tj. jejich obraz není v čase konstantní

Rozdíl mezi laminárním a turbulentním prouděním je vidět na tenkém svazku dýmu. Leží-li např. na popelníku zapálená cigareta a vzduch v okolí je v klidu, tvoří cigaretový dým nejdříve laminární proudění - jednotlivé proudy stoupají „vzájemně rovnoběžně“. Po dosažení určité výšky se proudy začnou rozpadat, vířit, zamotávat se - proudění se stalo turbulentním.

Při proudění mohou částice měnit i vzájemnou polohu vůči sobě - proto je pohyb tekutin složitější než pohyb tuhého tělesa.

1.7.5.2 | Rovnice spojitosti (kontinuity)

Objem kapaliny, který proteče daným průřezem trubice za jednotku času, se nazývá **objemový průtok** Q_V. Protéká-li průřezem o plošném obsahu *S* kapalina rychlostí o velikosti *v*, je objemový průtok $Q_V = \frac{V}{t} = \frac{Sl}{t} = Sv$; $[Q_V] = m^3.s^{-1}$. Objem vody (resp. plynu), která proteče daným potrubím za libovolnou dobu, měříme **vodoměrem** (resp. **plynoměrem**).

Někdy nás místo objemu zajímá hmotnost kapaliny, která proteče daným průřezem za jednotku času - proto zavádíme **hmotnostní tok** Q_m, který je definován analogicky jako objemový průtok. Protéká-li průřezem o plošném obsahu *S* kapalina s hustotou ρ rychlostí o velikosti *v*, platí $Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = S\rho v$; $[Q_m] = kg.s^{-1}$.

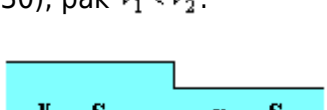
Vzhledem k tomu, že ideální kapalina je nestlačitelná, nemůže se při proudění v žádném místě trubice hromadit. Proto $Q_V = Sv = konst.$ Tento vztah vyjadřuje **rovnici spojitosti toku** (**rovnici kontinuity**):

PŘI USTÁLENÉM PROUDĚNÍ IDEÁLNÍ KAPALINY JE SOUČIN OBSAHU PRŮŘEZU S A VELIKOSTI RYCHLOSTI v PROUDÍCÍ KAPALINY V KAŽDÉM MÍSTĚ TRUBICE STEJNÝ.

Rovnici kontinuity lze odvodit i ze zachování hmotnostního toku.

Rovnice kontinuity pro plyny neplatí, protože jejich hustota není konstantní.

Má-li vodorovné potrubí na jednom konci průřez S_1 a kapalina zde proudí rychlostí o velikosti v_1 a na druhém konci je průřez S_2 a kapalina zde teče rychlostí o velikosti v_2, pak platí: $Q_{V1} = Q_{V2}$. Po dosazení: $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Je-li $S_1 > S_2$ (viz obr. 130), pak $v_1 < v_2$.



Obr. 130

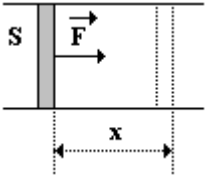
1.7.6 | Bernoulliho rovnice

Podívejme se nyní na rovnici kontinuity z hlediska mechanické energie, neboť se změnou rychlosti kapaliny se mění i její kinetická energie. V zúžené části potrubí proudí kapalina větší rychlostí a má tedy i větší kinetickou energii. Z hlediska **zákona zachování mechanické energie** roste kinetická energie na úkor energie potenciální. Známe potenciální energii tíhovou potenciální energii (podélné osy obou průřezů jsou u vodorovného potrubí ve stejné výši, takže tato potenciální energie se nemění) a potenciální energii pružnosti (ideální kapalina je nestlačitelná, takže se nemůže měnit ani potenciální

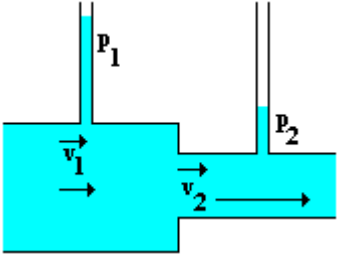
energie pružnosti). U proudící kapaliny se jedná o změnu energie, která souvisí s tlakem proudící kapaliny - **tlaková potenciální energie**.

Tuto energii známe z praxe: voda proudící z poškozeného potrubí je schopna konat práci - trhá potrubí, odplavuje zeminu, poškozuje silnici, ...

Tlaková potenciální energie kapaliny je určena prací, kterou může vykonat tlaková síla o velikosti $F = pS$, posune-li píst o obsahu S o vzdálenost x (viz obr. 131). Pro tlakovou potenciální energii tedy platí vztah $E_p = W = Fx = pSx = pV$. Pro proudění ideální kapaliny platí zákon zachování mechanické energie: $E_k + E_p = konst$ - kinetická energie proudící kapaliny se tedy zvětšuje na úkor její tlakové potenciální energie.



Obr. 131



Obr. 132

Potom je možné zákon zachování mechanické energie

psát ve tvaru: $E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + pV = \frac{1}{2}\rho V v^2 + pV = konst$. Vyjádříme-li nyní energii připadající na jednotku objemu, dostáváme: $\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst$: Součet kinetické a tlakové potenciální energie kapaliny o jednotkovém objemu je ve všech částech vodorovné trubice stejný.

Rovnice vyjadřuje zákon zachování energie v proudící ideální kapalině. Po svém objeviteli se nazývá **Bernoulliho rovnice**: $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$. Pokud je $v_1 < v_2$, pak je $p_1 > p_2$. Člen $\frac{1}{2}\rho v^2$ se nazývá dynamický tlak, člen p tlak statický.

Zúžením průřezu potrubí lze dosáhnout takové zvýšení velikosti rychlosti proudící kapaliny, že její tlak klesne v zúženém místě pod hodnotu atmosférického tlaku. Tím vznikne podtlak a bude docházet k nasávání vzduchu do manometrické trubice.

Na tomto principu fungují vodní vývěvy, rozprašovače na květiny, mechanické rozprašovače u parfémů, v karburátorech spalovacích motorů, ...

Poznatek o snížení tlaku kapaliny v zúženém místě potrubí byl nazván **hydrodynamické paradoxon**, i když ani zde nejde o žádný paradox; z fyzikálního hlediska je vše naprosto v pořádku. Analogicky byl zaveden pojem **aerodynamické paradoxon**, který vzniká u proudícího plynu.

U vzduchu lze aerodynamické paradoxon

demonstrovat foukáním mezi dva listy papíru, které se ještě více přiblíží k sobě, ačkoliv bychom mohli očekávat, že se od sebe oddálí. Proudící vzduch mezi listy papíru snižuje tlak vzduchu v prostoru mezi nimi. Vnější atmosférická síla pak listy papíru přimáčkne k sobě.

Vyjádření Bernoulliho rovnice pro plyny je složitější, protože u plynů se velmi podstatně se změnou tlaku mění i jejich hustota.

Velikost rychlosti kapaliny vytékající z nádoby je možné určit na základě zákona zachování energie. V blízkosti otvoru v hloubce *h* pod volným povrchem kapaliny se mění tlaková potenciální energie v kinetickou energii (obě o jednotkovém objemu): $\frac{1}{2}\rho v^2 = h\rho g$, odkud $v = \sqrt{2gh}$.

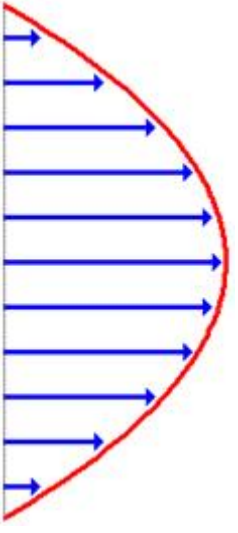
1.7.7 | Proudění reálné kapaliny

Rovnice kontinuity a Bernoulliho rovnice byly odvozeny pro ideální kapalinu - tj. pro kapalinu nestlačitelnou, dokonale tekutou, bez vnitřního tření. Reálné kapaliny ale takové nejsou. Při proudění reálné kapaliny působí vždy proti vzájemnému posouvání částic kapaliny síly odporové - **síly vnitřního tření**, které pohyb kapaliny do jisté míry brzdí.

U ideální kapaliny lze předpokládat, že rychlost kapaliny je v celém průřezu trubice stejná. U reálné

kapaliny se vrstva, která se bezprostředně stýká se stěnou nádoby pohybuje v důsledku tření mezi kapalinou a stěnou nádoby nejmenší rychlostí (resp. je v klidu). Po této mezní vrstvě se posouvá malou rychlostí druhá vrstva a po ní pak další a další vrstvy kapaliny s postupně větší a větší rychlostí. Největší velikost rychlosti mají částice kapaliny, které procházejí středem průřezu trubice (viz obr. 133). Koncové body vektorů rychlosti leží na parabole.

Tento jev je důsledkem toho, že tření mezi jednotlivými vrstvami kapaliny je menší než tření mezi kapalinou a stěnou nádoby.



Obr. 133

Při malých rychlostech se jedná o **proudění laminární**. Při větších rychlostech dochází ke vzniku vírů, popis pomocí proudnic ztrácí význam - **proudění** je **turbulentní**.

Velikost mezní rychlosti, při níž přechází laminární proudění na turbulentní proudění, lze určit pomocí Reynoldsova čísla. Kritické Reynoldsovo číslo, které je pro výpočet velikosti mezní rychlosti důležité, bylo určeno experimentálně. Pro velikosti rychlostí blízké velikosti mezní rychlosti lze proudění považovat ještě za laminární; matematicko-fyzikální popis proudění bude jednodušší.

K překonání sil vnitřního tření, které brzdí pohyb částic reálné kapaliny, je třeba vykonat mechanickou práci. Tato práce se koná na úkor tlakové potenciální energie kapaliny, která se mění ve vnitřní energii. Vnitřní energie kapaliny se projevuje zvýšením teploty. Proto u kapalin s velkým vnitřním třením (olej, ...) se musí udržovat jejich proudění prací čerpadel. Zákon zachování mechanické energie tedy pro reálné kapaliny neplatí.

1.7.8 | Obtékání těles reálnou tekutinou

Při relativním pohybu tělesa a tekutiny dochází k obtékání tělesa - k přemísťování jednotlivých částic

kapaliny vzhledem k povrchu tělesa.

Voda v řece obtéká pilíře mostů, proudící vzduch obtéká tělesa na povrchu Země, parašutista se pohybuje v klidném vzduchu, ... Je jedno jestli se pohybuje tekutina vzhledem k tělesu a nebo těleso vzhledem k tekutině - důležitý je relativní pohyb tekutiny a tělesa.

U reálných tekutin vznikají v důsledku vnitřního tření **odporové síly**, působící proti směru relativního pohybu tělesa v tekutině. U kapalin mluvíme o **hydrodynamické odporové síle**, u plynů u **aerodynamické odporové síle**. Fyzikální jev vzniku odporových sil nazýváme **odpor prostředí**.

Při **malých rychlostech** (tj. při laminárním proudění) lze pro popis odporové síly pro těleso tvaru koule o poloměru *r* použít Stokesův vztah $F = 6\pi\eta r v$, kde η je **dynamická viskozita** charakterizující vnitřní tření tekutiny a *v* je velikost rychlosti obtékání.

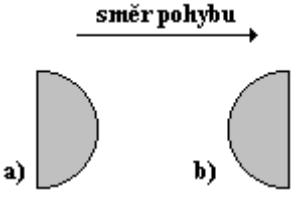
Tento vztah je použitelný pro tělesa malých rozměrů - kapky kapaliny pohybující se v plynu, ... V běžné praxi se častěji používá dále uvedený vztah.

Při **větších rychlostech** se obtékání stává vírovým (turbulentním), za tělesem se tvoří víry a pro velikost odporové síly lze užít Newtonův vztah $F = \frac{1}{2} C S \rho v^2$, kde ρ je hustota tekutiny, *S* příčný průřez tělesa a *C* bezrozměrný součinitel odporu, jehož velikost závisí na tvaru tělesa. Rovněž závisí na směru, jakým se pohybuje nesymetrické

těleso - např. pro polokouli bude součinitel *C* jiný bude-li se tato polokoule pohybovat ve směru kulové plochy, či ve směru opačném (viz obr. 134).

Příčný průřez tělesa si lze dobře představit na jedné scéně z filmu *Baron Prášil* (z roku 1961, režie Karel Zeman): baron Prášil (Miloš Kopecký) letí na dělové kouli a proletí stěnou domu. Plocha otvoru, který Prášil vytvořil ve stěně, ve tvaru lidského těla je přesně příčným průřezem tělesa (barona Prášila na dělové kouli).

Stejný děj lze pozorovat téměř v každém díle amerického animovaného seriálu *Tom a Jerry*.



Obr. 134

Největší hodnotu součinitele odporu má dutá polokoule, jejíž dutina je obrácená proti směru proudění, nejmenší hodnotu součinitele odporu má těleso **proudnicového** (**aerodynamického**) **tvaru**.

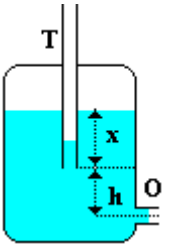
Tělesa s největší hodnotou *C*: padák, ... ; tělesa s nejmenší hodnotou *C*: těla ryb a ptáků, karosérie automobilů, ...

Uvažovaná aerodynamická odporová síla působí ve

směru opačném ke směru pohybu tělesa pouze v případě, že se jedná o těleso souměrné vzhledem ke směru pohybu. Jedná-li se o těleso nesymetrické, je směr odporové síly odchýlen od směru pohybu, čehož se využívá při konstrukci letadel (hlavně jejich křídel).

1.7.8.1 | ***Mariottova láhev

Dynamickou viskozitu η lze měřit pomocí Mariottovy láhve, která zaručuje, že kapalina z ní vytéká se stálým přetlakem $p = h\rho g$ (tj. velikost výtokové rychlosti *v* se nemění), kde *h* je vzdálenost mezi koncem trubice *T* a osou výtokového otvoru *O* (viz obr. 135). Láhev je neprodyšně uzavřena. Odteče-li jisté množství kapaliny z láhve, sníží se tlak vzduchu nad hladinou kapaliny v láhvi a z trubice *T* kapalina vyteče. Pak je již na konci trubice *T* stále vnější atmosférický tlak v rovnováze se součtem tlaku vzduchu v láhvi nad kapalinou a hydrostatického tlaku kapaliny v hloubce *x* pod volným povrchem kapaliny. Pokles tlaku vzduchu v láhvi nad kapalinou se vyrovnává vnikáním vzduchových bublin z trubice *T* do láhve. U spodního konce trubice *T* je tak udržován atmosférický tlak a přetlak působící na kapalinu u výtokového otvoru *O* má stálou hodnotu $p = h\rho g$. Tím je zaručena konstantní velikost výtokové rychlosti kapaliny z láhve.



Obr. 135

Mariottovu láhev lze využít v praxi nejen pro různá vědecká měření (dynamická viskozita, studium volného pádu pomoci stroboskopu, ...), ale též v různých aplikacích (rovnoměrné vylévání tekutého hnojiva na pole z jedoucí cisterny, ...).

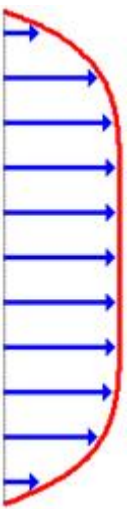
1.7.9 | ***Proudění tekutin v praxi

1.7.9.1 | Vznik mezní vrstvy tekutiny

V řadě praktických aplikacích proudění reálných tekutin hraje důležitou roli tzv. mezní vrstva tekutiny. Její vznik je principiálně pro kapaliny a plyny stejný.

Matematicko-fyzikální popis vzniku mezní vrstvy je značně složitý a liší se pro kapaliny a plyny v důsledku některých jejich odlišných vlastností.

Vznikne-li v proudící tekutině turbulentní proudění, znamená to, že se v tekutině rozvinuly znatelně víry a tekutina se promíchává. Rychlost (tj. jak velikost tak i směr) jednotlivých částic proudící tekutiny se nepravidelně mění a proudění už není ani stacionární. Profil rychlostí už není stacionární jako při laminárním proudění, ale rychlost téměř v celé vnitřní části trubice je přibližně konstantní - vyjma tenkou vrstvu při stěně trubice, v níž prudce roste velikost rychlosti v závislosti na vzdálenosti od stěny trubice (viz obr. 136).

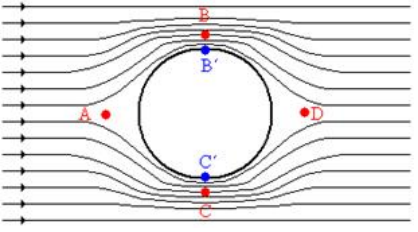


Obr. 136

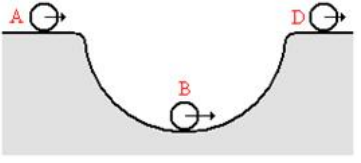
Rozvinutí (vznik) vírů při obtékání tělesa vloženého např. do proudu kapaliny lze vysvětlit analogií s pohybem

kuličky v dolíku.

Začneme nevířivým prouděním, které vzniká v kapalině bez vnitřního tření kolem válce vloženého do této kapaliny. Kapalina proudí kolem válce a v důsledku jejího obtékání kolem válce se mění velikost rychlosti kapaliny v jednotlivých místech kolem válce (viz obr. 137). V bodech *A* a *D* je velikost rychlosti kapaliny téměř nulová, protože v bodě *A* se proud kapaliny rozděluje do dvou navzájem skoro opačných směrů, v bodě *D* se proud spojuje v jeden ze dvou navzájem opačných směrů.



Obr. 137



Obr. 138

Nulová rychlost proudící kapaliny v bodech *A* a *D* vyplývá ze symetrického tvaru obtékaného tělesa. V případě, že by těleso nebylo symetrické, by tato podmínka nemusela být splněná.

V bodech *B* a *C* je velikost rychlosti proudící kapaliny největší. V těchto bodech nastává zhuštění proudnic proudící kapaliny.

Proudnice jsou vložením válce „roztaženy“ od sebe.

V místech, kde proudí kapalina větší rychlostí, klesá tlak kapaliny o hodnotu rovnou přírůstku kinetické energie vztažené na jednotku objemu, tj. o hodnotu dynamického tlaku $\frac{1}{2}\rho v^2$, kde ρ je hustota kapaliny a v velikost rychlosti proudící kapaliny (viz odstavec 7.6). Mezi body A a B resp. A a C je proto tlakový spád, který kapalinu urychluje. Mezi body B a D resp. C a D na rozdíl od toho tlak roste. Částice kapaliny se tak vlastně pohybují z místa menšího tlaku do místa většího tlaku. Energii nutnou pro tento pohyb částice získají z přírůstku kinetické energie v bodech B resp. C. Ze zákona zachování energie vyplývá, že částice kapaliny budou mít za bodem D stejnou rychlost jakou měly před bodem A.

Chování částic kapaliny je ekvivalentní s pohybem kuličky, která se valí bez tření po vodorovné podložce do dolíku, z něhož zase vystoupá do původní výšky nad jeho dnem (viz obr. 138). Rozdíl výšek bodů A a B odpovídá tlakovému spádu mezi body A a B (resp. A a C) z obr. 137, rozdíl výšek bodů B a D pak odpovídá opětovnému nárůstu tlaku mezi body B a D (resp. C a D) na obr. 137. V bodě B má kulička nejvyšší velikost rychlosti a tedy i nejvyšší kinetickou energii, která se přemění zpět na potenciální v bodě D. Kulička tak má v bodě D stejnou rychlost jako v bodě A.

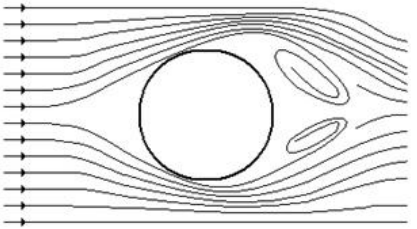
Bude-li se ovšem kulička pohybovat v reálném prostředí, v němž působí třecí síly a odporové síly, potom se samovolně z dolíku nedostane. Část kinetické energie,

kterou získá na úkor potenciální energie, se v dolíku přemění na práci nutnou k překonání třecích a odporových sil. Proto kulička nevystoupí až do bodu *D*; v části dolíku mezi body *B* a *D* se zastaví a začne se samovolně vracet zpět do bodu *B* (viz obr. 140).

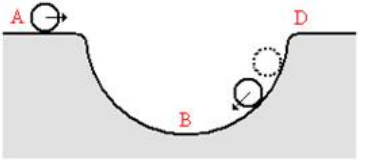
Analogická situace nastává v proudící kapalině, která má vnitřní tření. Kapalina lpí na tělesu, tj. na povrchu tělesa je v klidu. Ve velmi tenké vrstvě, která se nazývá **mezní vrstva** tedy stoupá velikost rychlosti z nulové hodnoty v bodě B' (resp. C') na určitou nenulovou hodnotu v bodě *B* resp. *C* (viz obr. 137). Vlivem vnitřního tření může navíc v mezní vrstvě vzniknout mezi body *D* a *B* (resp. *D* a *C*) zpětný proud.

Kapalina se prostě začne vracet zpět proti směru svého původního pohybu podobně jako kulička, která při výstupu z dolíku nemá dostatek energie na jeho opuštění.

Tak se začne část kapaliny za válcem otáčet a vzniknou dvojice vírů točících se navzájem v opačných směrech (viz obr. 139). Kapalina proudící kolem vírů unáší střídavě jeden a pak druhý vír s sebou a tak vzniká jev, který pozorujeme při pohybu tělesa v kapalině nebo při obtékání tělesa kapalinou.



Obr. 139



Obr. 140

1.7.9.2 | Reynoldsovo číslo

Kinetická energie jednotkového objemu proudící tekutiny souvisí s tzv. Reynoldsovým číslem, které charakterizuje typ proudění. Reynoldsovo číslo *Re* je dáno vztahem $Re = \frac{ur}{\nu}$, kde *u* je velikost rychlosti proudící tekutiny, *r* je poloměr trubice, kterou tekutina proudí, a ν je kinematická viskozita (kinematická vazkost). Reynoldsovo číslo nemá jednotku, tj. $[Re] = 1$.

Kinematická viskozita souvisí s dynamickou viskozitou η vztahem $\nu = \frac{\eta}{\rho}$, kde ρ je hustota proudící tekutiny.

Záměna značení rychlosti byla provedena čistě z technických důvodů. Kurzívou psané „vé“ je velmi podobné jako kurzívou psané „ný“, které označuje

kinematickou viskozitu.

Podle hodnoty Reynoldsova čísla lze charakterizovat proudění:

1. $Re \to \infty$ - jedná se potenciální proudění
2. *Re* je velké číslo - jde o turbulentní proudění
3. *Re* je malé číslo - jde o laminární proudění

Potenciální proudění je limitním případem proudění laminárního.

Je zřejmé, že existuje jistá kritická hodnota Reynoldsova čísla Re_k, která rozděluje proudění laminární od proudění turbulentního. Z experimentů vyplývá, že touto kritickou hodnotou je hodnota $Re_k \doteq 1000$. Na základě této hodnoty lze určit pro danou tekutinu velikost kritické střední rychlosti w_k, při níž přechází turbulentní proudění na laminární a naopak.

Pro proudění tekutiny v prostorech obecnějšího tvaru, než je trubice, se nahrazuje poloměr trubice *r* vhodnou charakteristickou délkou *l*. Takže potom platí: $Re = \frac{wl}{\nu}$.

Reynoldsovo číslo má velký význam v praxi při studiu odporové síly, která vzniká při proudění reálné tekutiny kolem tělesa. Jestliže je těleso tak velké, že není možné studovat odporové síly přímo na tomto tělese, můžeme

studovat tyto síly na modelu tělesa. Výsledky získané studiem modelu budou použitelné pro originální těleso pouze tehdy, pokud se měření provádí při stejném Reynoldsově čísle. Toto číslo je nutno přiřadit stavu proudění u originálu podle tzv. teorie podobnosti. Tato teorie přiřazuje stejné Reynoldsovo číslo dvěma trubicím o poloměrech r_1 a r_2, kterými proudí tekutiny s kinematickými viskozitami ν_1 a ν_2 rychlostmi o velikostech u_1 a u_2 (každá tekutina jednou trubicí), přičemž platí: $\frac{u_1 r_1}{\nu_1} = \frac{u_2 r_2}{\nu_2}$.

Tento postup se používá při studiu proudění kolem nových typů automobilů, letadel a dalších dopravních prostředků. Znalost odporových sil je nutná - konstruktéři se snaží velikosti těchto odporových sil minimalizovat, neboť tím snižují spotřebu paliva daného dopravního prostředku.

1.7.9.3 | Základy fyziky letu

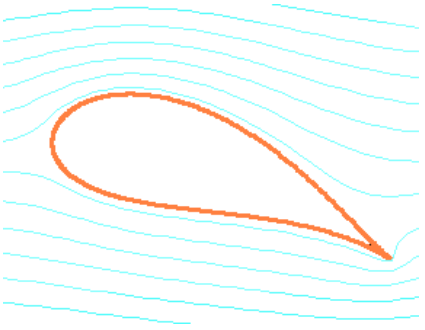
Profil nosných ploch (křídel) letadel má aerodynamický tvar a je konstruován tak, že nad křídlem dochází ke zhušťování proudnic (viz obr. 141), což má za následek větší rychlost proudění vzduchu nad křídlem. To ale podle Bernoulliho rovnice znamená, že nad křídlem vzniká vzhledem k atmosférickému tlaku podtlak.

Na obr. 141 je zakresleno křídlo při pohledu zepředu

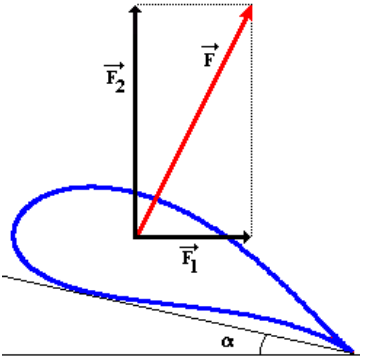
(tj. pozorovatel stojí vedle letadla a dívá se směrem na letadlo). Letadlo, jehož křídlo je zobrazeno na obr. 141 a obr. 142, se pohybuje směrem vlevo.

Pod křídlem naopak dochází ke zřeďování proudnic a tím pádem vzduch pod křídlem proudí pomaleji, což podle Bernoulliho rovnice znamená, že pod křídlem dochází k přetlaku vzhledem k atmosférickému tlaku. Přitom velikost podtlaku je větší než velikost přetlaku.

Aerodynamickou sílu $\vec{F}$ lze rozložit do dvou složek: $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$ (viz obr. 142), kde $\vec{F_1}$ je **odporová aerodynamická síla** mířící opačným směrem než je směr relativní rychlosti proudění (resp. letadla), kterou překonává tažná síla motoru, a $\vec{F_2}$ je **vztlaková aerodynamická síla**, která působí proti síle tíhové a udržuje letadlo ve vzduchu. Úhel α, který svírá tečná rovina spodní části křídla se směrem pohybu, se nazývá **úhel náběhu**. Pro velikost odporové aerodynamické síly platí: $F_1 = \frac{1}{2} C_1 S \rho v^2$, kde C_1 je součinitel odporu, jehož velikost závisí na tvaru křídla, úhlu náběhu, charakteristice obtékání křídla, … Pro velikost vztlakové aerodynamické síly platí: $F_2 = \frac{1}{2} C_2 S \rho v^2$, kde C_2 je součinitel vztlaku. Křídla (a letadla vůbec) se konstruují tak, aby součinitel odporu byl co možná nejmenší a součinitel vztlaku co největší.



Obr. 141



Obr. 142

Newtonův vztah pro velikost odporové síly platí pouze pro středně velké rychlosti proudění. Pro rychlosti větší než je rychlost šíření zvuku v daném prostředí, je $F \approx v^3$. V tomto případě vytváří těleso v prostředí rázovou vlnu, která např. způsobuje při přeletu nadzvukových letadel silné zvukové třesky.

1.7.9.4 | Magnusův jev

Při pohybu rotujícího tělesa v tekutině je toto těleso odkláněno od svého původního směru pohybu. Příčinou zakřivení trajektorie tělesa je síla, která vzniká v důsledku rotace pohybujícího se tělesa.

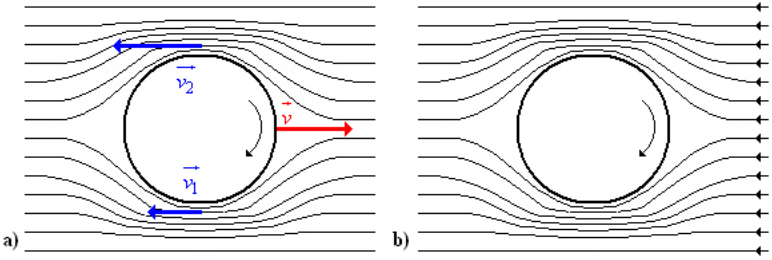
Toho využívají např. fotbalisté, kteří chtějí „obstřelit“ zeď postavenou z protihráčů před bránou.

Pohybuje-li se např. rotující válec ve směru kolmém k ose rotace v tekutině, jsou velikosti relativních rychlostí $\overrightarrow{v_1}$ a $\overrightarrow{v_2}$ obtékající tekutiny vzhledem k válci na protilehlých stranách rozdílné (viz obr. 143a).

Pro názornější představu si lze celou situaci představit tak, že těleso je v klidu a tekutina kolem něj proudí v opačném směru (viz obr. 143b).

V místech, kde proudí tekutina vyšší rychlostí, vzniká podtlak oproti místu, v němž proudí tekutina nižší rychlostí. Proto vznikne síla $\overrightarrow{F_M}$, která bude působit na těleso ve směru spádu tlaku, tj. z místa vyššího tlaku do místa nižšího tlaku. V situaci podle obr. 143 by tato síla působila směrem vzhůru.

TENTO VÝKLAD JE ALE ŠPATNÝ - EXPERIMENTY UKAZUJÍ, ŽE SMĚR SÍLY JE PŘESNĚ OPAČNÝ!!!



Obr. 143

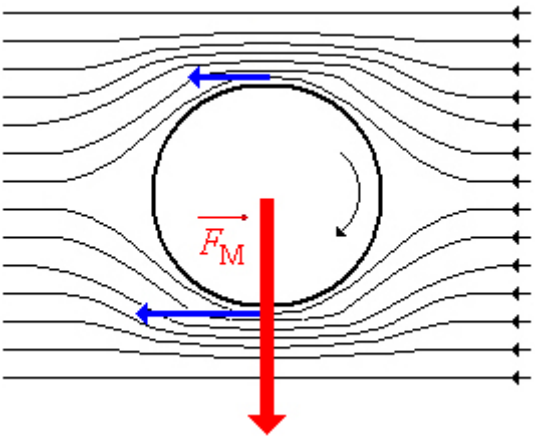
Důvodem nesprávnosti výkladu je skutečnost, že jsme nevzali v úvahu pohyb tělesa v reálné tekutině, ve které

existuje vnitřní tření. V důsledku vnitřního tření vzniká mezi pohybujícím se tělesem a proudící tekutinou tzv. mezní vrstva vzduchu (viz odstavec 7.9.1). A právě tato mezní vrstva vzduchu hraje v reálných tekutinách důležitou roli.

Mezní vrstva je jakoby „přelepena“ k tělesu.

Vyšetříme-li nyní situaci z hlediska těžiště pohybujícího se rotujícího tělesa, bude se na jedné straně velikost rychlosti proudění sčítat s velikostí rychlostí tekutiny v mezní vrstvě (podle obr. 144 je to pod tělesem) a na druhé straně se budou tyto hodnoty rychlostí navzájem odčítat (podle obr. 144 je to nad tělesem).

Pod tělesem je směr proudění stejný se směrem rotace tělesa. A vzhledem k tomu, že mezní vrstva je „přilepená“ k tělesu, proudí v ní vzduch stejným směrem, jaký je směr rotace tělesa. Nad tělesem je směr proudění opačný vzhledem ke směru rotace tělesa.



Obr. 144

V místě, kde obtéká tekutina těleso vyšší rychlosti, vzniká (ve shodě s Bernoulliho rovnicí - viz odstavec 7.6) podtlak vzhledem k místu, kde je velikost rychlostí obtékající tekutiny menší. Síla $\overrightarrow{F_M}$ mířící z oblasti nižšího tlaku do oblasti vyššího tlaku má proto směr podle obr. 144.

Tento výklad je zjednodušený a nebere v úvahu viskozitu tekutiny, odtrhávání mezní vrstvy od tělesa, vznik vírů, ... Základní principy jsou ale popsány.

Tento jev jako první popsal v roce 1852 německý fyzik a chemik Gustav Heinrich Magnus. Ke zkoumání tohoto jevu přivedla Magnuse otázka, proč dělostřelecké granáty

uhýbají z přímého směru i za bezvětří. První zmínka o tomto jevu ale pochází už z roku 1672 od Isaaca Newtona.

1.7.9.5 | Bumerang

Bumerang je zbraň australských domorodců, ale byla používána i primitivními národy. Jedná se o plochou, úzkou, dřevěnou desku, která je zahnutá pod úhlem asi $100°$ a která se vrhá v téměř svislé rovině, přičemž je uváděna do rotace (viz obr. 145). Jeho let má řadu zajímavých až neuvěřitelných fází. Bumerang je mimořádně stabilní, přičemž se jeho osa rotace pomalu naklání od téměř vodorovné po svislou. Může opsat kruhovou dráhu více než 200 metrů dlouhou a nezasáhne-li cíl, vrací se zpět a je možno jej chytit do ruky. Doba jeho letu může trvat až minutu a půl. I když byl vynalezen pravděpodobně náhodně, se žádnou tyčí jiného tvaru není možné dosáhnout podobných výsledků.¨

Jeho základní vlastnosti a konstrukce jsou dány, ale jeho letové vlastnosti je možné dále zlepšovat jemnějším tvarování, zdrsňováním nebo uhlazováním povrchu, zatěžkáváním v různých místech, způsobem vrhání, ...

Základní vlastností je profil jeho ramen. Při vrhu podle obr. 145 jsou náběhové hrany (horní vnitřní a dolní vnější) tupé a zadní hrany ostré. Profil ramen není symetrický, ale má stejný tvar jako u křídla letadla. Při rotaci jsou obě

křídla obtékána vzduchem různými rychlostmi zprava i zleva a tlaková síla vychyluje bumerang z původní roviny vrhu, v tomto případě doprava. Jedná v podstatě o analogickou situaci jako u Magnusova jevu. Efekt lze zvětšit mírným zkroucením (jakoby do vrtule).

Dalším jevem je efekt gyroskopický (bumerang nejen rotuje, ale také se pohybuje i postupným pohybem): velikost rychlosti horního ramene ve směru pohybu těžiště je větší než dolního. Tlaková síla působící na obě ramene není také stejná. Osa rotace je tak nakláněna v příčném směru, což způsobí precesi a bumerang začne „zatáčet“. Dosáhneme-li toho, aby osa bumerangu vykonala během letu jednu precesní otáčku, vrátí se bumerang k nám.



Obr. 145

Na vracení se bumerangu mají zásadní podíl momenty setrvačnosti kolem os procházejících těžištěm. U bumerangu je největší moment setrvačnosti při rotaci kolem své osy rotace. Pokud bychom chtěli nahradit bumerang podobně profilovanou rovnou tyčí, nevrátila by

se. Důvodem je skutečnost, že momenty setrvačnosti kolem os procházejících těžištěm mají srovnatelnou velikost.

Dále se podílejí na letu bumerangu tření vzduchu, ale hlavně vlastnosti mezní vrstvy vzduchu přiléhající k povrchu bumerangu. Tato vrstva se za letu odtrhává a odtrhne-li se příliš brzo, naruší hladký, laminární průběh obtékání. Vznikne proudění turbulentní, objeví se víry, u zadních hran vznikne podtlak, který způsobí strhávání bumerangu zpět. Tento jev je možné zmírnit aerodynamickým tvarováním profilu (jako u křídel letadel) nebo zdrsněním povrchu. Drsnější povrch totiž lépe přidržuje mezní vrstvu a brání vzniku vírů (z toho důvodu jsou např. golfové míčky pokryty důlky).

1.7.9.6 | Zrádnost bažin

Při proudění reálné kapaliny neproudí všechny její vrstvy stejnou rychlostí. Pohybují-li se po sobě dvě vrstvy vzdálené Δy, jejichž velikosti rychlostí se liší o Δv, pak mezi nimi vzniká tečné napětí (tečná síla vztažené na jednotku plochy): $\sigma_t = \eta \frac{\Delta v}{\Delta y}$ - tečné napětí je přímo úměrné změně rychlosti se vzdáleností (a tedy tečené napětí je přímo úměrné velikosti rychlosti smykové deformace). Splňuje-li kapalina tento vztah, jedná se o **newtonovskou kapalinu**.

Newtonovskými kapalinami jsou voda, benzín, líh, ...

Řada kapalin se ale chová jinak, což je částečně způsobeno neostrou hranicí mezi pevnou látkou a kapalinou.

Příklady z praxe: olej, těsto, zmrzlina, smůla, želatina, ...; zmrzlina vystupuje u rotující osy šlehače vzhůru, zatímco voda by klesala.

Zrádnost bažin je dána právě tím, že se bažina nechová jako newtonovská kapalina, ale jako tzv. **binghamovská (plastická) kapalina**. Bude-li tlak tělesa ponořeného v bažině malý, bude malé i smykové napětí, kapalina nebude téci a bažina se bude chovat jako pevné těleso. Takový lehký předmět může ležet na povrchu bažiny a nepotopí se, i když není nadlehčován dostatečně velkou vztlakovou silou. Překročí-li ale tlak jistou hodnotu, začne se bažina chovat jako binghamovská kapalina a těleso se bude nezadržitelně ponořovat, aniž by tomu mohla vztlaková síla zabránit (přestože hustota bažin je $1500 - 2000\ \mathrm{kg.m^{-3}}$.

Pokud by byl člověk v bažině absolutně nehybný, chovala by se bažina jako pevné těleso. Začne-li se však člověk do bažiny ponořovat, bude každý jeho pohyb přispívat k jeho záhubě. Sebemenší pohyb nohy či ruky zvýší reakční silou tlak na kapalinu, k čemuž přispěje i přilnavost a viskozita kapaliny, jejichž překonávání vyžaduje další úsilí. Jakmile se člověk ponoří pod úroveň, při níž vztlaková síla vyrovnává jeho tíhu, je další

ponořování nezadržitelné (stačí k němu pouhé dýchání).

2 | MECHANICKÉ KMITÁNÍ A VLNĚNÍ

2.1 | KMITÁNÍ MECHANICKÉHO OSCILÁTORU

2.1.1 | Kmitavý pohyb

Kmitavý pohyb (mechanické kmitání) je po pohybech přímočarých a křivočarých třetím základním typem pohybu, s níž se setkáváme jak v přírodě, tak v technické praxi.

Příklady kmitavých pohybů jsou pulsování srdce, chvění bubínku ucha při příjmu zvuku, kyvadlo v pendlovkách, píst v automobilu, vysílání a příjem signálů rozhlasu a televize, ...

Základním pojmem je mechanický oscilátor:

MECHANICKÝ OSCILÁTOR JE ZAŘÍZENÍ, KTERÉ VOLNĚ KMITÁ.

Podmínka, aby oscilátor kmital volně, znamená že má kmitat bez vnějšího působení. Budou probrány i případy, v nichž bude oscilátor kmitat pod vlivem vnější síly, ale to není obecný případ.

Mechanickým oscilátorem může být srdce, pružina

v automobilu, kyvadlo hodin, mobil zavěšený na šňůrce na krku, skokan bungee-jumpingu, ...

Existují dva „speciální“ typy mechanických oscilátorů:

„Speciálnost“ těchto oscilátorů se projevuje v jejich snadném popisu. Další typy oscilátorů jsou na popis výrazně komplikovanější - např. kmitání na stůl postavené a ze stabilní polohy vychýlené PET láhve, ...

1. těleso zavěšené na pružině - kmitání je způsobené silou pružnosti
2. kyvadlo - kmitání je způsobené tíhovou silou

Pro další popis je důležité vědět, co je rovnovážná poloha:

ROVNOVÁŽNÁ POLOHA JE TAKOVÁ POLOHA MECHANICKÉHO OSCILÁTORU, V NÍŽ JSOU SÍLY, KTERÉ NA OSCILÁTOR PŮSOBÍ, V ROVNOVÁZE.

Jinými slovy je to poloha, v níž se mechanický oscilátor zastaví a samovolně (tj. bez konání práce z okolí) z ní nevyjde.

Trajektorií pohybu mechanického oscilátoru je buď úsečka nebo část křivky.

O úsečku se jedná v případě kmitání tělesa zavěšeného na pružině. Část kružince opisuje např. kyvadlo hodin. Obecnější křivku opisuje např. skokan bumgee-jumpingu, který koná složitější pohyb: kmitá na pružině (pružném laně), ale zároveň se kýve jako kyvadlo.

Závislost okamžité polohy kmitajícího tělesa na čase

zobrazujeme jako časový diagram. Z něho je vidět, že:

1. těleso urazí ve stejných časových intervalech různé dráhy - kmitavý pohyb je tedy **pohyb nerovnoměrný**
2. kmitající těleso vždy po určité době dospěje do stejné polohy. Periodicky se opakující část kmitavého pohybu nazýváme **kmit**.

Kmity mechanického oscilátoru (i libovolného periodického pohybu) lze charakterizovat pomocí:

1. **periody (doby kmitu) *T*** - doba, za níž proběhne 1 kmit a oscilátor dospěje do stejné polohy jako v počátečním čase; $[T] = s$
2. **frekvence (kmitočtu) *f*** - je dána počtem kmitů za jednu sekundu. Platí $f = \frac{1}{T}$, $[f] = s^{-1} = \mathrm{Hz}$

V souvislosti s kmitáním kyvadel se zavádí ještě **doba kyvu** τ.

DOBA KYVU τ JE DOBA ROVNÁ POLOVINĚ PERIODY, TJ. PLATÍ: $\tau = \frac{T}{2}$.

Oscilátor tedy urazí za jeden kyv poloviční dráhu ve srovnání s dráhou uraženou za jeden kmit.

Je vidět, že platí: 1 kmit = 2 kyvy. Mnemotechnicky si lze tyto pojmy pamatovat tak, že se podíváme na počet písmen ve slovech „kmit“ a „kyv“. Slovo „kmit“ je delší než slovo „kyv“, a proto kmitu přísluší delší čas než

kyvu.

Příklady některých kmitavých pohybů spolu s jejich frekvencí zobrazuje tab. 1.

Periodický děj	$\frac{f}{\text{Hz}}$	**Periodický děj**	$\frac{f}{\text{Hz}}$	**Periodický děj**	$\frac{f}{\text{Hz}}$
kmitání lidského srdce	1,25	tón časového signálu v rozhlase	10^3	kmitání procesoru počítače	25.10^6
střídavý proud v el. síti	50	kmitání křemenného krystalu v hodinkách	$3{,}3.10^4$	signál družicové televize	10^{11}
zvuk tónu a^1	440				

tab. 1

2.1.2 | Harmonické kmitání

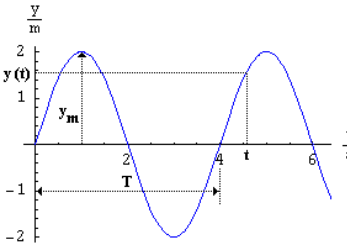
Kinematicky popsat kmitavý pohyb znamená vyjádřit okamžitou polohu mechanického oscilátoru v závislosti na čase. Popíšeme tělesa zanedbatelných rozměrů, které kmitá ve směru osy *y* a které má rovnovážnou polohu v počátku soustavy souřadnic.

V případě popisu kmitavého pohybu tělesa, jehož rozměry není možné ve zvolené soustavě zanedbat, je rozumnější popisovat pohyb nikoliv celého tělesa, ale pouze pohyb jeho těžiště.

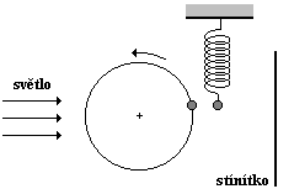
Jestliže mechanický oscilátor kmitá, je jeho okamžitá poloha určena souřadnicí *y*, která se nazývá **okamžitá výchylka**. Okamžitá výchylka se s časem mění v závislosti na funkci sinus - nabývá tedy kladných i záporných hodnot (viz obr. 1). Absolutní hodnota největší výchylky se nazývá

amplituda výchylky (**maximální výchylka**) y_m .

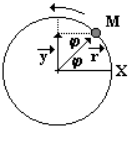
Fakt, že grafem závislosti okamžité výchylky na čase je sinusoida, lze ověřit např. rozkmitáním závaží na pružině a chůzí s kmitajícím oscilátorem. Tak dostaneme z pohledu kolmého ke směru pohybu oscilátoru krásnou sinusoidu.



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

Vztah pro okamžitou výchylku najdeme srovnáním kmitavého pohybu s pohybem po kružnici (viz obr. 2). Kulička pevně připevněná na rotující desce i kulička na pružině vrhají na stínítko stín. „Zařízení“ lze synchronizovat tak, že stíny obou kuliček na stínítku se pohybují shodně (stíny se stále překrývají). Kmitavému pohybu tedy odpovídá průmět pohybu rovnoměrného pohybu po kružnici do svislé roviny. Pomocí těchto úvah a obr. 2 již snadno odvodíme rovnici pro okamžitou výchylku.

Na obr. 3 je znázorněn hmotný bod *M*, který se pohybuje po kružnici stálou úhlovou rychlostí o velikosti ω .

Okamžitá poloha bodu *M* je určena polohovým vektorem $\vec{r}$, který svírá s osou *x* úhel φ. Hmotný bod *M* byl v čase $t = 0$ v bodě *X*, tedy v tomto čase je $\varphi = 0$. V čase $t > 0$ platí $\varphi = \omega t$. Průmět okamžitých výchylek vektoru $\vec{r}$ do osy *y* je vektor $\vec{y}$ určující okamžitou výchylku hmotného bodu. Pro okamžitou výchylku *y* (velikost vektoru $\vec{y}$) platí: $y = r \sin\varphi$.

Srovnáme nyní stín hmotného bodu *M* se stínem kmitající kuličky zavěšené na pružině. Nachází-li se hmotný bod *M* v nejvyšším bodě kružnice, je kmitající kulička (jejíž pohyb je s bodem *M* synchronizován) právě v amplitudě svého pohybu. Proto poloměru *r* odpovídá amplituda y_m. Lze tedy pro okamžitou výchylku *y* psát: $y = y_m \sin\omega t$. Úhel φ se nazývá **fáze kmitavého pohybu** a určuje jednoznačně okamžitou výchylku. U kmitavých pohybů se používá pro ω termín **úhlová frekvence** a platí $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.

Graf zobrazený na obr. 1 odpovídá kmitavému pohybu, který má amplitudu výchylky $2\,\mathrm{m}$ a periodu $4\,\mathrm{s}$. Okamžitou výchylku v závislosti na čase lze tedy popsat rovnicí $y = 2\sin\left(\frac{2\pi}{4}t\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$.

V těchto rovnicích bývá zvykem za π nedosazovat hodnotu 3,1415926..., ale nechat v rovnici symbol π. Je to výhodnější pro další výpočty, pro zakreslování grafů, ...

Jedinou neznámou v této rovnici tak je čas *t*. Pokud by nás zajímala např. okamžitá výchylka v čase $t_1 = 0{,}5\ s$, stačí do rovnice dosadit: $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t_1\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}0{,}5\right)\mathrm{m} = 2\sin\frac{\pi}{4}\mathrm{m} = 2\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{m} \doteq 1{,}41\ \mathrm{m}$. S obr. 1 to koresponduje.

PERIODICKÝ POHYB, JEHOŽ GRAFEM ZÁVISLOSTI OKAMŽITÉ VÝCHYLKY NA ČASE JE SINUSOIDA, SE NAZÝVÁ HARMONICKÝ POHYB.

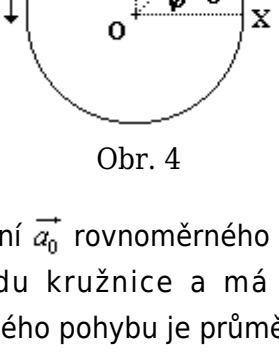
Sinusoidou zde budeme rozumět základní graf funkce $y = \sin x$ včetně jeho libovolného posunu po libovolné ose.

2.1.3 | Rychlost a zrychlení kmitavého pohybu

Rychlost kmitavého pohybu tělesa je maximální tehdy, když těleso prochází rovnovážnou polohou (tj. $y = 0$). Naopak nulová rychlost je v bodech, v nichž dosahuje oscilátor maximální výchylky, tj. platí $y = \pm y_\mathrm{m}$. Rovnici pro rychlost kmitavého pohybu odvodíme opět na základě analogie s pohybem po kružnici. Vektor rychlosti $\vec{v_0}$ u rovnoměrného pohybu po kružnici má směr tečny v daném bodě trajektorie a velikost $v = \omega r$. Rychlost kmitavého pohybu je průmětem vektoru $\vec{v_0}$ do osy *y*. Z obr. 4 plyne: $v = v_0\cos\varphi = \omega r\cos\omega t = \omega y_\mathrm{m}\cos\omega t = v_\mathrm{m}\cos\omega t$, kde

$v_m = \omega y_m$ je maximální velikost rychlosti kmitajícího oscilátoru.

Situaci si lze představit tak, že při pohybu hmotného bodu po kružnici máme v každém bodě jeho trajektorie pomocí špejle vymodelovaný vektor rychlosti (ve směru tečny ke kružnici v daném bodě). A tento vektor (tuto špejli) pozorujeme tak, že se díváme ve směru roviny, v níž leží otáčející se kruhová deska.



Obr. 4

Vektor zrychlení $\vec{a_0}$ rovnoměrného pohybu po kružnici směřuje do středu kružnice a má velikost $a_0 = \omega^2 r$. Zrychlení $\vec{a}$ kmitavého pohybu je průmětem vektoru $\vec{a_0}$ do osy *y* . Vektor $\vec{a}$ má opačný směr než je směr vektoru $\vec{y}$, proto má vektor zrychlení opačné znaménko než okamžitá výchylka *y*.

Zrychlení kmitajícího bodu míří vždy do rovnovážné polohy - do polohy, v níž se pohyb nakonec ustálí. Do této polohy „táhne“ oscilátor síla, jejíž směr je (podle 2.

Newtonova zákona) stejný jako směr zrychlení, které danému tělesu (kmitajícímu bodu) uděluje. A okamžitá výchylka se měří vždy z rovnovážné polohy - tedy opačně než je směr zrychlení.

Na základě obr. 4 dostáváme: $a = -a_0 \sin \omega t = -\omega^2 r \sin \omega t = -\omega^2 y_m \sin \omega t = -\omega^2 y$. Zrychlení harmonického pohybu je tedy přímo úměrné okamžité výchylce a má v každém okamžiku opačný směr než je směr okamžité výchylky.

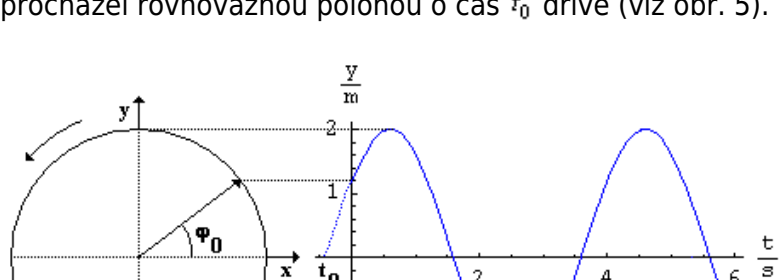
Zrychlení je maximální, právě tehdy když $|y| = y_m$, nulové je v rovnovážné poloze.

S využitím diferenciálního počtu lze vztah pro závislost rychlosti resp. zrychlení na čase odvodit rychleji. Stačí si uvědomit, že pro velikost rychlosti platí: $v = \frac{ds}{dt}$. V případě pohybu oscilátoru tedy lze psát: $v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(y_m \sin \omega t) = \omega y_m \cos \omega t$.

Analogicky lze pro velikost zrychlení psát: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega y_m \cos \omega t) = -\omega^2 y_m \sin \omega t$.

2.1.4 | Fáze kmitavého pohybu

Ne všechna kmitání začínají v počátečním okamžiku svůj kmitavý pohyb z rovnovážné polohy (viz obr. 5). U takového kmitaní je zřejmé, že oscilátor procházel rovnovážnou polohou před začátkem měření času - procházel rovnovážnou polohou o čas t_0 dříve (viz obr. 5).



Obr. 5

Jinými slovy: oscilátor byl uveden do kmitavého pohybu a záznamové zařízení, zaznamenávající jeho okamžitou výchylku v závislosti na čase, bylo uvedeno do provozu v čase t_0 po rozkmitání oscilátoru.

Můžeme tedy psát: $y = y_m \sin\omega(t+t_0) = y_m \sin(\omega t + \omega t_0) = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$, kde φ_0 je **počáteční fáze kmitavého pohybu**, která určuje hodnotu okamžité výchylky (rychlosti, zrychlení)

v počátečním okamžiku. Poloha hmotného bodu konajícího rovnoměrný pohyb po kružnici by byla znázorněna vektorem, který svírá s osou x úhel φ_0 v čase $t = 0$.

V grafu na obr. 5 lze určit čas t_0, v němž oscilátor procházel rovnovážnou polohou, poměrně snadno. Stačí si uvědomit, že argument goniometrické funkce musí být v ten okamžik nulový, tj. musí platit: $\omega t_0 + \varphi_0 = 0$. Odtud $t_0 = -\frac{\varphi_0}{\omega}$.

Souvislost kmitavého pohybu s rovnoměrným pohybem po kružnici se využívá k symbolickému znázornění veličin kmitavého pohybu (periodických dějů). Veličina je znázorněna vektorem, jehož délka je úměrná velikosti veličiny, a poloha v pravoúhlé soustavě souřadnic je určena počáteční fází veličiny. Tomuto symbolickému znázornění veličin kmitavých dějů se říká **fázory**, které se znázorňují ve fázorovém diagramu.

S fázory se pracuje stejně jako s vektory!

Po zavedení počáteční fáze kmitavého pohybu, lze přepsat již dříve odvozené vztahy takto: $y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$, $v = \omega y_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ a $a = -\omega^2 y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$. Počáteční fáze výchylky, rychlosti i zrychlení jsou přitom stejné!!!

Mají-li dvě harmonické veličiny stejnou úhlovou

frekvenci a počáteční fáze φ_{01} a φ_{02}, můžeme určit jejich **fázový rozdíl** $\Delta\varphi$: $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_{02}) - (\omega t + \varphi_{01}) = \varphi_{02} - \varphi_{01}$. Tato veličina slouží pro posouzení vzájemných vztahů fyzikálních veličin kmitavého pohybu.

Na základě odvozených vztahů závislosti okamžité výchylky na čase, velikosti okamžité rychlosti na čase, ... a na základě vlastností goniometrických funkcí je zřejmé, že např. rychlost je fázově posunuta o $\frac{\pi}{2}$ vzhledem k výchylce.

Existují některé „speciální“ fázové rozdíly:

1. $\Delta\varphi = 2k\pi; k \in N_0$ - obě veličiny mají **stejnou fázi**
2. $\Delta\varphi = (2k+1)\pi; k \in N_0$ - veličiny mají **opačnou fázi**

2.1.5 | Grafy popisující mechanický oscilátor

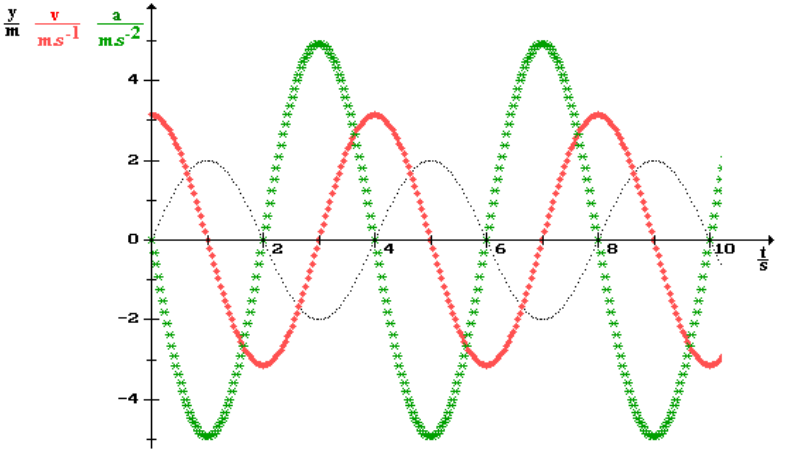
Pro snazší pochopení a uvědomění si vzájemných vazeb jsou na obr. 6 znázorněny grafy, které vyjadřují časovou závislost veličin charakterizujících mechanický oscilátor:

1. ··· graf závislosti okamžité výchylky na čase: $y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$
2. • graf závislosti velikosti okamžité rychlosti na

čase: $v = v_m \cos(\omega t + \varphi_0) = \omega y_m \cos(\omega t + \varphi_0)$

3. * graf závislosti velikosti okamžitého zrychlení na čase: $a = -a_m \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$

Obrázek je nakreslen pro tyto speciální hodnoty: perioda $T = 4\,s$, amplituda výchylky $y_m = 2\,m$, počáteční fáze $\varphi_0 = 0$.



Obr. 6

V tab. 2 jsou uvedeny „speciální“ hodnoty okamžité výchylky, velikosti okamžité rychlosti a velikosti okamžitého zrychlení v rámci jedné periody. Časové okamžiky jsou počítány pro obecný případ, kdy rovnice okamžité výchylky má tvar $y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$. Odtud je možné vypočítat čas t_0 průchodu mechanického oscilátoru rovnovážnou polohou (tj. okamžik, kdy poprvé bude $y = 0$):

$0 = y_m \sin(\omega t_0 + \varphi_0)$, odtud $0 = \sin(\omega t_0 + \varphi_0)$. Z vlastností funkce sinus vyplývá $0 = \omega t_0 + \varphi_0$, odkud pro čas průchodu mechanického oscilátoru rovnovážnou polohou dostáváme $t_0 = \frac{\varphi_0}{\omega}$.

Maximální hodnoty uvedené v tab. 2 při čtení daného řádku postupně střídají znaménka.

	Časový okamžik (v rámci jedné periody *T*)				
	$\frac{\varphi_0}{\omega}$	$\frac{\varphi_0}{\omega} + \frac{T}{4}$	$\frac{\varphi_0}{\omega} + \frac{T}{2}$	$\frac{\varphi_0}{\omega} + \frac{3T}{4}$	$\frac{\varphi_0}{\omega} + T$
okamžitá výchylka	nulová	maximální	nulová	maximální	nulová
velikost okamžité rychlosti	maximální	nulová	maximální	nulová	maximální
velikost okamžitého zrychlení	nulová	maximální	nulová	maximální	nulová

tab. 2

2.1.6 | Složené kmitání

SLOŽENÉ KMITÁNÍ JE KMITÁNÍ, KTERÉ VZNIKÁ SKLÁDÁNÍM (SUPERPOZICÍ) NĚKOLIKA KMITAVÝCH POHYBŮ V POHYB JEDEN. MAJÍ-LI JEDNOTLIVÉ HARMONICKÉ KMITAVÉ POHYBY OKAMŽITÉ VÝCHYLKY $y_1, y_2, \ldots, y_n$, JE OKAMŽITÁ VÝCHYLKA VÝSLEDNÉHO KMITÁNÍ ROVNA $y = y_1 + y_2 + \ldots + y_n$. ČASOVÝ PRŮBĚH VÝSLEDNÉHO KMITÁNÍ ZÁVISÍ NA AMPLITUDĚ OKAMŽITÉ VÝCHYLKY, FREKVENCI A POČÁTEČNÍ FÁZI JEDNOTLIVÝCH JEHO SLOŽEK.

Příklad z praxe: skokan bungee-jumpingu koná ve

svislém směru kmitavý pohyb způsobený pružností lana, na němž je zavěšen, a ve vodorovném směru se kýve v důsledku ne přesně svislého směru své počáteční rychlosti. Výsledný pohyb skokana je dán složením obou typů kmitání.

V závislosti na amplitudě okamžité výchylky, frekvenci a počáteční fázi jednotlivých složek kmitavého pohybu lze určit vlastnosti složeného kmitání:

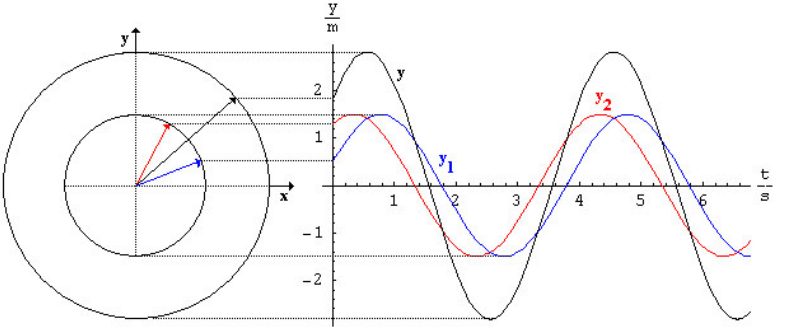
1. $y_{m1} = y_{m2} = y_m$ a $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ - nejjednodušší případ. Výsledné kmitání je harmonické a lze jej získat dvěma základními způsoby: buď sestrojováním okamžité výchylky bod po bodu, nebo pomocí fázorů, jak ukazuje obr. 7. Výsledná amplituda závisí na fázovém rozdílu složek.

Fázory jednotlivých dílčích kmitání se graficky sečtou stejným způsobem jako vektory. Výsledný fázor pak odpovídá výslednému kmitavému pohybu.

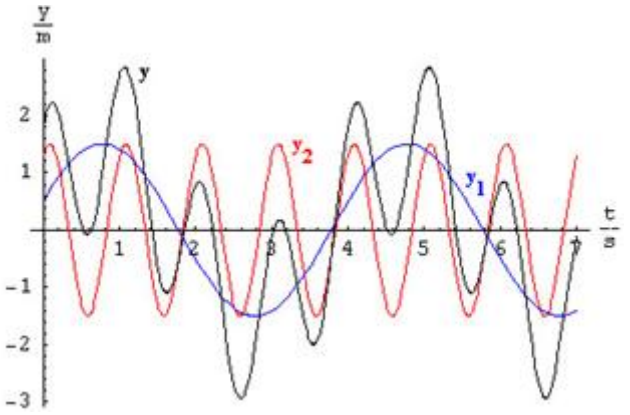
2. $y_{m1} \neq y_{m2}$, ale $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ - výsledné kmitání je harmonické a jeho amplituda výchylky závisí na fázovém rozdílu složek.
3. $\Delta\varphi = 0$ - amplituda výchylky složeného kmitání je maximální a má hodnotu $y_m = y_{m1} + y_{m2}$. Výsledné kmitání má stejnou počáteční fázi jako jeho složky.
4. $\Delta\varphi = \pi$ - amplituda výchylky složeného kmitání je nejmenší a má hodnotu

$y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$. Složené kmitání má stejnou počáteční fázi jako složka s větší amplitudou. Pokud je $y_{m1} = y_{m2}$, je výchylka stále nulová a kmitání zaniká.

5. $\omega_1 \neq \omega_2$ - výsledné kmitání není harmonické (viz obr. 8).



Obr. 7



Obr. 8

2.1.6.1 | ***Skládání dvou kolmých kmitů

Uvažujme tyčku obdélníkového průřezu. Tuto tyčku jedním koncem pevně uchytíme (např. zatlučeme do dřeva, ...) a druhý konec rozkmitáme. Bude-li počáteční výchylka neupevněného konce tyčky např. ve směru úhlopříčky podstavné hrany, bude tyčka vykonávat příčné kmity ve směru nestejných stran obdélníkového průřezu. Oba kmity, které jsou vzájemně kolmé, vykonává tyčka současně a my pozorujeme výsledné kmitání tyčky.

Skládáním navzájem kolmých kmitů (tj. kmitů, jejich

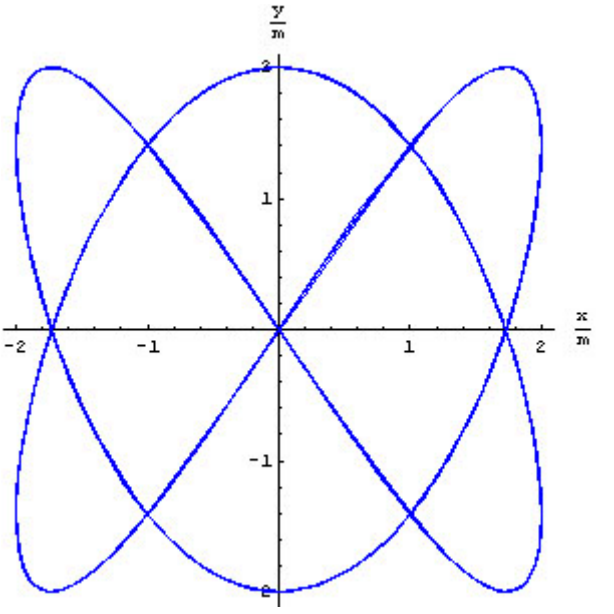
fázový rozdíl je $\frac{\pi}{2}$) vznikají tzv. Lissajousovy obrazce, které lze znázornit např. pomocí Blackburnova kyvadla. Tvar těchto obrazců závisí na poměru frekvencí obou kmitů a na vzájemném fázovém rozdílu obou kmitů (viz obr. 10).

V příkladu s tyčkou obdélníkového průřezu by záviselo na poměru stran obdélníka.

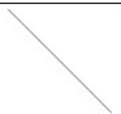
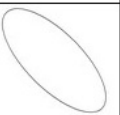
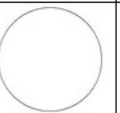
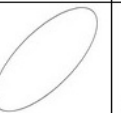
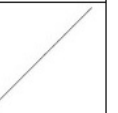
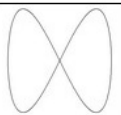
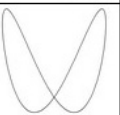
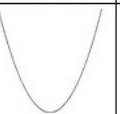
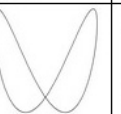
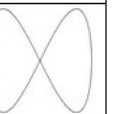
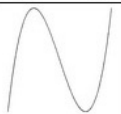
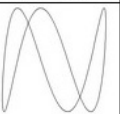
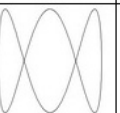
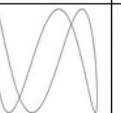
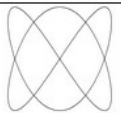
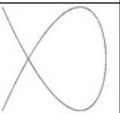
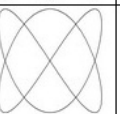
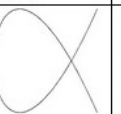
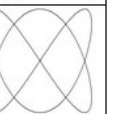
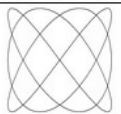
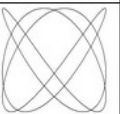
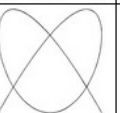
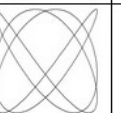
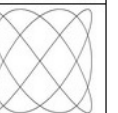
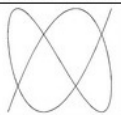
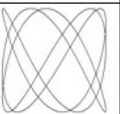
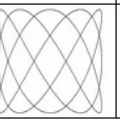
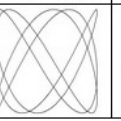
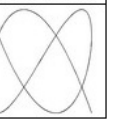
Obrazce jsou pojmenovány podle francouzského fyzika Julese Antoine Lissajouse (1822 - 1880), který se zabýval kmity a vlnami, pro jejichž sledování vyvinul speciální optickou metodu. Pomocí odrazu světelného paprsku od zrcadla, které se dotýkalo zdroje zvuku, zkoumal vlastnosti zvuku.

Ve směru osy *x* se jedná o kmitání, které je možné popsat rovnicí $x = y_{m1} \sin \omega_1 t$, ve směru *y* pak rovnicí $y = y_{m2} \sin(\omega_2 t + \Delta\varphi)$.

Na obr. 9 je zobrazen Lissajousův obrazec pro poměr frekvenci 2:3 s fázovým rozdílem $\frac{\pi}{2}$.



Obr. 9

Poměr frekvencí	Fázové posunutí				
	0°	45°	90°	135°	180°
1:1					
1:2					
1:3					
2:3					
3:4					
3:5					

Obr. 10

Ke skládání dvou navzájem kolmých kmitů dochází i v osciloskopech. Základní princip jejich činnosti spočívá v zobrazování průběhů elektrických napětí nebo fyzikálních veličin, které lze na napětí převést (elektrický odpor, teplota, ...). Kromě časových průběhů (napětí, proudu, ...) lze sledovat i vzájemné závislosti dvou veličin

(např. hystereze, voltampérové charakteristiky, ...). Obě veličiny přitom musí být převeditelné na elektrické napětí. Základní součástí osciloskopů jsou dva páry vychylovacích destiček: horizontální a vertikální. Svazek elektronů emitovaný z katody je vychylován buď elektrostatickým nebo magnetickým polem. Měřené napětí se přivádí na vertikálně vychylující destičky. Na horizontálně vychylující destičky se přivádí buď signál z časové základny nebo druhá měřená veličina. Na obrazovce osciloskopu se pak vykresluje průběh sledované závislosti. Výsledný pohyb elektronového paprsku vzniká skládáním dvou navzájem kolmých kmitů. Po dopadu elektronu na stínítko obrazovky se jeho energie mění na energii světelnou.

2.1.6.2 | ***Rázy

Zvláštní případ složeného kmitání vzniká, když se skládají dvě kmitání, jejichž úhlové frekvence se velmi málo liší (tj. $\omega_1 \doteq \omega_2$). Amplituda výchylky výsledného kmitání se periodicky zvětšuje a zmenšuje (viz obr. 11). Tomuto složenému kmitání se říká **rázy**. Je-li první kmitání popsáno rovnicí $y_1 = y_m \sin(\omega_1 t + \varphi_{01})$, druhé pak rovnicí $y_2 = y_m \sin(\omega_2 t + \varphi_{02})$, je výsledné kmitání popsáno rovnicí: $y = y_1 + y_2$. Po dosazení a použití vztahu mezi goniometrickými funkcemi, lze postupně psát:

$$y = y_m \sin(\omega_1 t + \varphi_{01}) + y_m \sin(\omega_2 t + \varphi_{02}) = 2y_m \cos\frac{(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{02} - \varphi_{01}}{2} . \sin\frac{(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_{01} + \varphi_{02}}{2}.$$

Kdyby amplitudy dílčích kmitání nebyly stejné, fyzikální popis by se příliš nezměnil. Jen by se zkomplikoval popis matematický.

Výraz $\sin\frac{(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_{01} + \varphi_{02}}{2}$ se v rovnici kmitavého pohybu vyskytuje běžně. Jestliže platí $\omega_1 \doteq \omega_2$, pak $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ je střední (průměrná) úhlová frekvence, která je navíc skoro stejná jako každá z úhlových frekvencí ω_1 a ω_2. Frekvence výsledného kmitání tedy je $f = \frac{f_1 + f_2}{2}$.

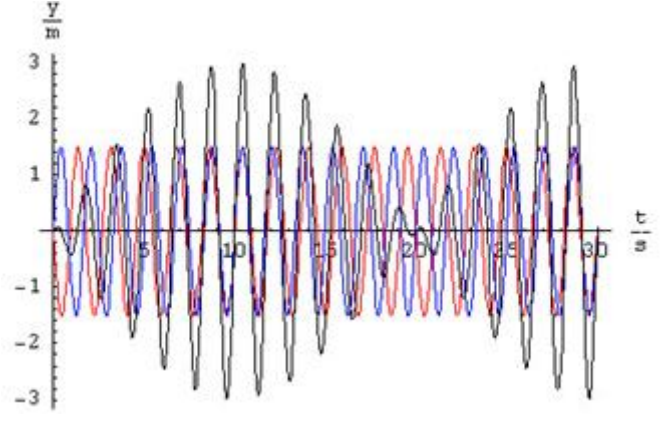
Fakt, že platí $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \doteq \omega_1$ resp. $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \doteq \omega_2$ je zřejmý. Sečteme-li dvě skoro stejná čísla, dostaneme skoro dvojnásobek tohoto čísla; vydělíme-li součet dvěma, získáme skoro jedno z uvažovaných dvou (skoro stejných) čísel.

Kdybychom odhlédli od dalších činitelů, kteří se vyskytují ve výsledné rovnici, mohli bychom říci, že výsledné kmitání má skoro stejnou frekvenci, jako každé z kmitáních dílčích. To je vidět i na obr. 11: v jeho levé části se všechny tři zobrazené grafy téměř překrývají (nebereme-li v úvahu různé amplitudy).

Srovnáme-li vztah $y = 2y_m \cos\frac{(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{02} - \varphi_{01}}{2} . \sin\frac{(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_{01} + \varphi_{02}}{2}$ se

vztahem popisující kmitání harmonického oscilátoru, je zřejmé, že výraz $2y_m \cos\frac{(\omega_2-\omega_1)t+\varphi_{02}-\varphi_{01}}{2}$ lze považovat za amplitudu složeného kmitání. Vzhledem k tomu, že tento výraz není konstantní, není konstantní ani amplituda. Ta se mění s úhlovou frekvencí $\omega_a = \frac{\omega_1-\omega_2}{2}$ resp. s frekvencí $f_a = \frac{f_1-f_2}{2}$. Pokud nás ale zajímá, s jakou frekvencí vznikají rázy (s jakou frekvencí uslyšíme zázněje), zajímají nás vlastně maxima intenzity. Vzhledem k tomu, že během jedné periody dosáhne složené kmitání maximální amplitudy dvakrát, je frekvence rázů (nebo-li počet rázů za jednu sekundu) dvojnásobná: $f_n = 2f_a = f_1 - f_2$.

Amplituda se tedy mění s menší frekvencí, než je frekvence kmitavého pohybu.



Obr. 11

Při postupném přibližování frekvencí se frekvence rázů zmenšuje, až při $f_2 = f_1$ rázy zanikají. Tohoto jevu se využívá v technické praxi např. při měření frekvence.

Vlastnosti zvuku jsou založeny na vlastnostech mechanického kmitání, a proto k rázům dochází i u zvukového signálu. Vzniknou-li rázy (u zvuku nazývané **zázněje**) jsou slyšitelné uchem - vnímáme periodické zesilování a zeslabování zvuku. Jestliže budeme frekvenci jednoho zdroje zvuku měnit, zvuk bude stále méně kolísat, až rázy (zázněje) zaniknou zcela. Pak jsou oba zdroje zvuku naladěny na stejnou frekvenci.

Tohoto jevu lze využít např. k ladění hudebních nástrojů.

2.1.7 | Dynamika kmitavého pohybu

Příčinou kmitavého pohybu je síla pružnosti nebo síla tíhová. Pomocí 2. Newtonova zákona tedy můžeme pro velikost této síly psát: $F = ma = -m\omega^2 y$, což je **pohybová rovnice harmonického kmitání**.

Vztah $a = -\omega^2 y$, který byl v odvození použit, byl odvozen spolu se vztahem závislosti velikosti okamžitého zrychlení na čase.

2.1.7.1 | Kmitání způsobené silou pružnosti

Vlastnosti mechanického oscilátoru, který realizujeme závažím zavěšeným na pružině, jsou dány hmotností *m* tohoto tělesa a tuhostí pružiny *k*. Zavěsíme-li na pružinu délky l_0 závaží o hmotnosti *m*, začne působit na pružinu síla, která je úměrná prodloužení pružiny Δl. Konstantou úměrnosti je **tuhost pružiny** *k* definovaná vztahem $k = \frac{F}{\Delta l}$; $[k] = \mathrm{N.m^{-1}}$. V rovnovážné poloze na pružinu se závažím působí síla pružnosti o velikosti $F_\mathrm{p} = k\Delta l$ a síla tíhová $\overrightarrow{F_\mathrm{G}}$, která má stejnou velikost, ale opačný směr. Proto $mg = k\Delta l$.

Síla pružnosti se snaží vrátit pružinu do původního nedeformovaného stavu (ještě před zavěšením závaží). Po zavěšení závaží na pružinu míří síla pružnosti tedy vždy směrem vzhůru.

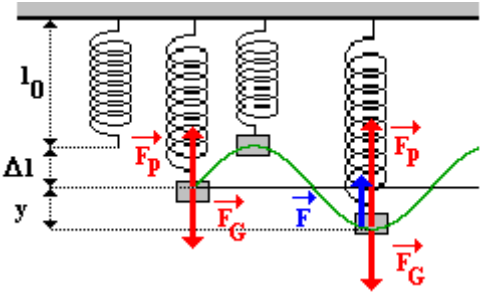
Uvedeme-li oscilátor do kmitavého pohybu, tíhová síla je stálá (má stejnou velikost i směr). Mění se ale velikost síly pružnosti, protože se neustále mění výchylka tělesa zavěšeného na pružině (viz obr. 12. Pro výslednou sílu $\vec{F}$ platí $\vec{F} = \overrightarrow{F_\mathrm{p}} + \overrightarrow{F_\mathrm{G}}$. Pro velikost této síly lze psát: $F = F_\mathrm{G} - F_\mathrm{p} = mg - k\left(\Delta l + y\right) = -ky$.

Opět je nutné si uvědomit, že okamžitá výchylka oscilátoru je měřená od rovnovážné polohy. Nachází-li se oscilátor pod rovnovážnou polohou svého kmitavého

pohybu (poslední zakreslená situace na obr. 12), míří síla $\vec{F}$ směrem vzhůru.

V případě, kdy se oscilátor nachází nad rovnovážnou polohou, míří síla směrem dolů. Jinými slovy: síla $\vec{F}$ má vždy opačný směr ve srovnání s výchylkou oscilátoru.

Síla $\vec{F}$ působící na mechanický oscilátor směřuje stále do rovnovážné polohy a je příčinou kmitavého pohybu (viz obr. 12).



Obr. 12

Porovnáme-li odvozenou velikost síly s pohybovou rovnicí harmonického kmitání, můžeme psát: $-ky = -m\omega^2 y$, odkud dostáváme $\omega^2 = \frac{k}{m}$. Kmitá-li oscilátor s úhlovou frekvencí $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, nazýváme toto kmitání **vlastní kmitání oscilátoru**. Odtud již snadno odvodíme vztahy

pro periodu T_0 a frekvenci f_0 vlastního kmitání: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ a $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

2.1.7.2 | Kmitání způsobené tíhovou silou - kyvadlo

Kyvadlo se objevuje v historii lidstva velmi brzy jako jednoduché zařízení pro měření času. Jeho periodu lze totiž snadno (a poměrně přesně) nastavit změnou jediného parametru - délky kyvadla *l*. Konstrukcí prvních kyvadlových hodin se zabýval holandský fyzik Christian Huygens (1629 - 1695).

JAKO KYVADLO SE OZNAČUJE JAKÉKOLIV TĚLESO ZAVĚŠENÉ NAD TĚŽIŠTĚM, KTERÉ SE MŮŽE VOLNĚ OTÁČET KOLEM VODOROVNÉ OSY PROCHÁZEJÍCÍ BODEM ZÁVĚSU KOLMO K ROVINĚ KMITÁNÍ.

Existují tyto druhy kyvadel:

1. matematické kyvadlo - nejjednodušší typ; jedná se o hmotný bod na dlouhém závěsu, který kýve s malým rozkyvem;
2. fyzické kyvadlo - kyvadlo, u něhož je nutné vzít v úvahu jeho moment setrvačnosti;
3. kónické kyvadlo - kyvadlo, které opisuje při svém pohybu plášť kužele; vrchol kužele

přitom leží v místě upevnění kyvadla;

4. Blackburnovo kyvadlo - kyvadlo, pomocí nějž lze demostrovat Lissajousovy obrazce vznikající při skládání dvou na sebe kolmých kmitů;
5. torzní kyvadlo - kyvadlo, založené na deformaci kroucením pevného vlákna nebo pevné tyče.

Matematické kyvadlo může být míček zavěšený na tenké šňůrce, skokan bungee-jumpingu kývající se na dlouhém laně, ... Fyzické kyvadlo představuje pálka na baseball, s níž kýve hráč v ruce, skokan bungee-jumpingu, kterého vytahují zpátky na most, z něhož skočil, a který už visí jen za opasek, ... Kónické kyvadlo je míček, který rozkýveme tak, že provázek, na kterém míček visí, opisuje plášť rotačního kužele.

2.1.7.2.1 | Matematické kyvadlo

Nejjednodušším modelem kyvadla je matematické kyvadlo, u něhož provedeme jistá zanedbání a omezení:

1. omezíme se na malé výchylky, abychom mohli oblouk, po němž se těleso pohybuje, považovat za úsečku, což je dostatečně přesně splněno pro úhlovou výchylku zhruba do $5°$

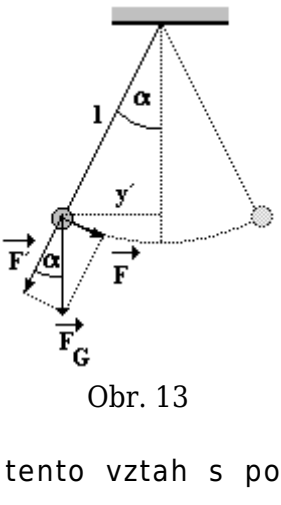
Toto zjednodušení vychází z vlastností goniometrických funkcí. Pro malé úhly α totiž platí: $\sin\alpha \doteq \alpha$.

Je jednoduché si ověřit, že to pro úhly menší jak $\sin\alpha \doteq \alpha$ skutečně platí. Na kalkulačce převeďte úhel $5°$ do obloukové míry (vyjádřete ho v radiánech) a najděte jeho sinus. Obě čísla (jak úhel, tak jeho sinus) budou téměř stejná.

2. zanedbáme tření v bodě závěsu i odporovou sílu vzduchu

Příčinou kmitavého pohybu je pohybová složka $\vec{F}$ tíhové síly $\vec{F_G}$. Síla $\vec{F_G}$ vzniká při vychýlení kyvadla z rovnovážné polohy. Podle obr. 13 platí: $\sin\alpha = \frac{F}{F_G} = \frac{y}{l} \doteq \frac{y}{l}$, kde *y* je délka oblouku opsaného hmotným bodem tvořícím matematické kyvadlo. Odtud dále dostáváme: $F \doteq -F_G \frac{y}{l} = -mg\frac{y}{l}$.

Znaménko mínus vyjadřuje fakt, že síla (stejně jako u tělesa zavěšeného na pružině) je orientovaná opačně než výchylka. Síla $\vec{F}$ totiž působí vždy směrem do rovnovážné polohy, zatímco výchylka se měří od rovnovážné polohy.



Obr. 13

Srovnáme-li tento vztah s pohybovou rovnicí harmonického kmitání, dostáváme $-mg\frac{y}{l} = -m\omega^2 y$. Odtud získáme pro úhlovou frekvenci vztah $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. **Vlastní kmitání matematického kyvadla** je tedy popsáno úhlovou frekvencí $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Odtud již velice snadno odvodíme vztahy pro periodu a frekvenci vlastního kmitání matematického kyvadla: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ a $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$.

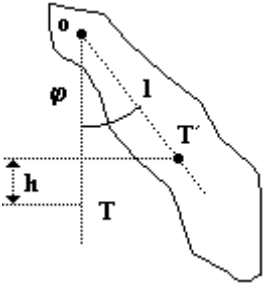
Rovina kyvu kyvadla se během jeho pohybu zachovává, což lze ověřit např. **Foucaltovým kyvadlem**. To je tvořeno dostatečně dlouhým závěsem s těžkým závažím, který se nechá kývat delší dobu. Na počátku kývání se určí rovina, v níž kyvadlo kýve (vzhledem k okolí)

a po určité době se zjistí, že rovina kyvu se od původního směru odchýlila, protože kyvadlo se kýve stále v téže rovině a Země se „pod ním podtáčí“.

Dlouhý závěs a velká hmotnost závaží jsou nutné pro výhodný poměr velikostí tíhové a odporové síly vzduchu. V praxi totiž odporová síla na tělesa působí a proto je nutné její velikost vůči velikosti jiné síly (v tomto případě tíhové) potlačit.

2.1.7.2.2 | ***Fyzické kyvadlo

Matematické kyvadlo se špatně realizuje - v praxi je nesestrojitelné. Skutečná kyvadla jsou vždy tuhá tělesa, která jsou zavěšena tak, aby se mohla kývat kolem osy procházející nad těžištěm. Takové kyvadlo se nazývá **fyzické kyvadlo**. Odvození na úrovni střední školy není zcela přímočaré, ale přesto se můžeme alespoň přiblížit. Vyjdeme ze zákona zachování energie (viz obr. 14).



Obr. 14

Kyvadlo popíšeme pomocí vzdálenosti *l* těžiště od osy otáčení, hmotnosti kyvadla *m* a momentu setrvačnosti *J* vzhledem k ose symetrie (tj. ose procházející těžištěm kyvadla). Při vychýlení kyvadla o malý úhel φ do výšky *h* získá kyvadlo potenciální energii (vzhledem ke své rovnovážné poloze) E_p. Výšku h lze vyjádřit pomocí goniometrické funkce $\cos\varphi = \frac{l-h}{l}$, odkud dostáváme $h = l(1-\cos\varphi)$. Potenciální energii, kterou má kyvadlo v této výšce lze psát ve tvaru $E_p = mgh = mgl(1-\cos\varphi)$. Vzhledem k tomu, že nás zajímají malé rozkyvy kyvadla, lze použití přibližný vztah $1-\cos\varphi \doteq \frac{\varphi^2}{2}$, který pro malé úhly platí. Potenciální energii pak lze psát ve tvaru $E_p \doteq mgl\frac{\varphi^2}{2}$.

Důkaz přibližné rovnosti $1-\cos\varphi \doteq \frac{\varphi^2}{2}$ platící pro malé úhly lze provést pomocí limity. Přepíšeme-li si tento vztah jinak, dostaneme $\frac{1-\cos\varphi}{\varphi^2} \doteq \frac{1}{2}$. Má-li vztah platit přibližně pro malé úhly, pak hledáme limitu z tohoto výrazu, v němž se φ blíží k nule. Lze tedy postupně psát:

$$\lim_{\varphi\to 0}\frac{1-\cos\varphi}{\varphi^2} = \lim_{\varphi\to 0}\frac{1-\cos\varphi}{\varphi^2}\cdot\frac{1+\cos\varphi}{1+\cos\varphi} = \lim_{\varphi\to 0}\frac{1-\cos^2\varphi}{\varphi^2(1+\cos\varphi)} = \lim_{\varphi\to 0}\frac{\sin^2\varphi}{\varphi^2(1+\cos\varphi)} = \frac{1}{2}.$$

Funkce $y = 1-\cos x$ se tedy v okolí počátku soustavy

souřadnic (tedy pro malý rozkyv kyvadla) chová podobně jako funkce $y = \frac{x^2}{2}$.

Potenciální energie se bude po uvolnění kyvadla měnit v kinetickou energii rotačního pohybu $E_k = \frac{1}{2} J_1 \omega^2$, kde $J_1 = J + ml^2$ je moment setrvačnosti vzhledem k ose, kolem níž se kyvadlo kýve, vypočítaný na základě Steinerovy věty a ω úhlová rychlost rotačního pohybu. Ze zákona zachování mechanické energie dostáváme $E_p = E_k$ a po dosazení $mgl\varphi^2 = \left(J + ml^2\right)\omega^2$. Odtud dostáváme úhlovou frekvenci kmitání fyzického kyvadla ve tvaru $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J + ml^2}}$. Tento vztah je možné upravit na $\omega = \sqrt{\frac{g}{\frac{J + ml^2}{ml}}}$, kde $\frac{J + ml^2}{ml} = l_{red}$ je tzv. **redukovaná délka** fyzického kyvadla.

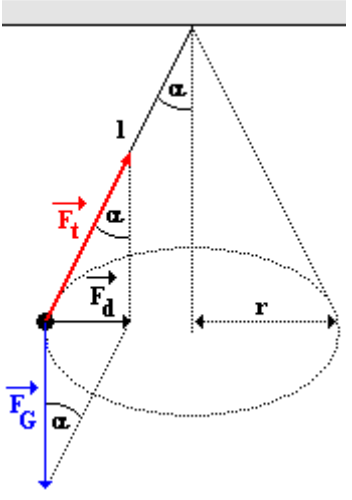
Fyzické kyvadlo se tedy kýve se stejnou periodou jako kyvadlo matematické, je-li redukovaná délka fyzického kyvadla stejná jako délka matematického kyvadla.

2.1.7.2.3 | ***Kónické kyvadlo

Kónické kyvadlo lze realizovat v praxi tak, že zavěsíme těleso zanedbatelných rozměrů na dostatečně dlouhý

závěs, jehož hmotnost je vůči hmotnosti tělesa zanedbatelná. Kyvadlu udělíme takovou rychlost, aby závěs opisoval plášť rotačního kužele. Jedná se tedy vlastně o pohyb hmotného bodu a tenkém závěsu zanedbatelné hmotnosti.

Hmotný bod se pohybuje po kružnici. To znamená, že na něj musí působit dostředivá síla $\overrightarrow{F_d}$, která pohyb po kružnici způsobuje. Tato síla je výslednicí sil, které působí na hmotný bod: síly tíhové $\overrightarrow{F_G}$ a tahové síly $\overrightarrow{F_t}$ závěsu kyvadla (viz obr. 15).



Obr. 15

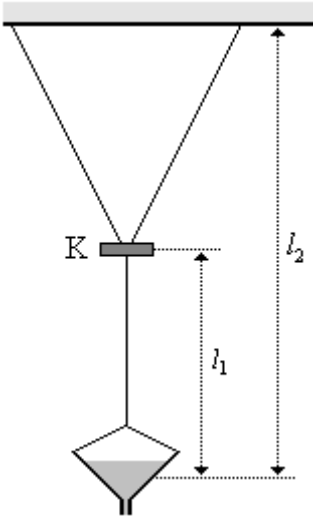
Podle obr. 15 platí: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{F_d}{F_G} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$. Kyvadlo je charakterizováno délkou závěsu, proto vyjádříme poloměr kružnice, po které obíhá hmotný bod, pomocí této délky závěsu. Ze vztahu $\sin\alpha = \frac{r}{l}$ lze psát $r = l\sin\alpha$. Po dosazení dostaneme $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\omega^2 l \sin\alpha}{g}$. Odtud vyjádříme úhlovou frekvenci ω. Uvědomíme-li si, že $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, lze psát $\omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$.

Pro $\alpha = 0°$ je $\cos\alpha = 1$ a získáme vztah pro úhlovou frekvenci stejný jako u matematického kyvadla: kónické kyvadlo tedy v tom případě přejde na kyvadlo matematické.

2.1.7.2.4 | ***Blackburnovo kyvadlo

Blackburnovo kyvadlo je kyvadlo, pomocí něhož lze zviditelnit Lissajousovy obrazce, které vznikají při skládání dvou kolmých kmitů. Kyvadlo má horní část závěsu dvojitou, spodní je jednoduchá a k ní je připevněna nádobka naplněná pískem nebo jiným vhodným sypkým materiálem (viz obr. 17). Kyvadlo lze přibližně považovat za dvě matematická kyvadla s délkami závěsů l_1 a l_2. Těmto délkám závěsů pak odpovídají periody T_1 a T_2, pro

které platí vztahy $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$ a $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$.



Obr. 16

Nastavíme-li periody (resp. délky závěsů) kyvadel tak, aby poměr $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$ byl vyjádřen podílem dvou celých čísel, bude kyvadlo (nádobka s pískem) opisovat poměrně jednoduché křivky - tzv. Lissajousovy obrazce. Kyvadlo se totiž vlastně kýve ve dvou na sebe navzájem kolmých směrech. Délku závěsů kyvadel lze přitom nastavit posunem kroužku (třemenu) *K*.

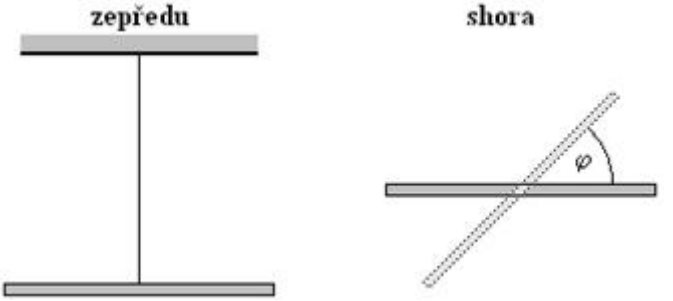
Posuvem kroužku *K* se přitom mnohem více mění délka l_1 než l_2.

2.1.7.2.5 | ***Torzní kyvadlo

Následující odvození vlastní periody kmitání torzního kyvadla využívá znalosti z diferenciálního počtu a integrálního počtu.

TORZNÍ KYVADLO JE TUHÉ TĚLESO ZAVĚŠENÉ NA PRUŽNÉM ZÁVĚSU. TOTO TĚLESO PŘITOM MŮŽE VOLNĚ KMITAT VE VODOROVNÉ ROVINĚ KOLEM PODÉLNÉ SVISLÉ OSY ZÁVĚSU.

Torzní kyvadlo, které se ze své rovnovážné polohy vychyluje o úhel φ, je zobrazeno na obr. 18.



Obr. 18

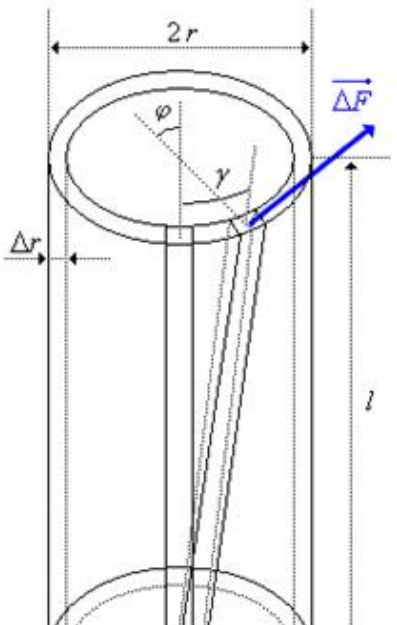
Výše uvedená definice není vyčerpávající, protože torzní kyvadlo může mít více podob.

Torzní kyvadlo můžeme realizovat např. tak, že koště zavěsíme v jeho těžišti na provázek a poté koště (již zavěšené na provázku) vychýlíme z rovnovážné polohy tak, že ho otočíme kolem svislé osy provázku. Když pak koště pustíme, bude se kývat střídavě na jednu a na druhou stranu - bude konat torzní kmity.

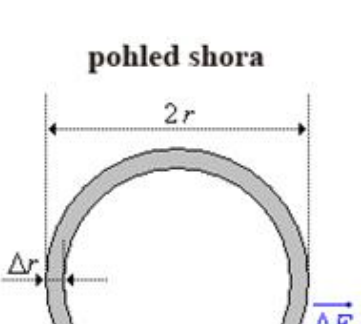
Dále bude odvozena pohybová rovnice torzního kyvadla a perioda vlastních kmitů torzního kyvadla. Vzhledem k tomu, že se jedná o složitější fyzikální jev, nevyhneme se použití vyšší matematiky. Vše ale bude vysvětleno krok za krokem.

Nejdříve je nutné si uvědomit, že závěs torzního kyvadla je deformován kroucením (krutem). Deformace kroucením (deformace krutem) je jedna z deformací těles. Jedná-li se o pružnou deformaci, kterou lze popsat Hookeovým zákonem ve tvaru $\frac{F_t}{S} = G\gamma$, kde F_t je velikost tečné síly, která způsobuje deformaci, *S* je plocha, v níž síla $\vec{F_t}$ působí, *G* je **modul pružnosti ve smyku** (**modul torze**) a γ je poměrné posunutí.

Deformace kroucením je speciální případ deformace smykem. Při deformaci kroucením (např. šroubování šroubu do dřeva) jsou smykem deformovány obě části tělesa (u šroubu jak hlavička, na kterou působí silou šroubovák, tak konec šroubu, který tlačí na dřevo).



Obr. 19



Obr. 20

V případě torzního kyvadle budeme uvažovat deformaci smykem u vlákna závěsu, které je druhým koncem pevně uchyceno. Pro další výpočet si vlákno délky *l* a poloměru *R* rozdělíme na „duté trubičky“ o poloměru *r* a tloušťce stěny Δr (viz obr. 19, na kterém je vlákno kyvadla z důvodu přehlednosti zakresleno v poloze o $180°$

otočené ve srovnání se skutečným závěsem kyvadla). Bude-li na vlákno závěsu působit síla $\vec{F}_t$, zkroutí se vlákno o úhel φ.

Tečná síla $\vec{F}_t$ je síla ležící v podstavě vlákna kyvadla, přičemž vlákno si lze představit jako válec. V případě torzního kyvadlo realizovaného pomocí koštěte zavěšeného na provázku, je tečnou silou $\vec{F}_t$ síla, kterou koště vychýlíme z rovnovážné polohy.

Síla, která působí na jeden z hranolků (zobrazených na obr. 19) tvořících plášť myšlené „trubičky“, je $\Delta\vec{F}$.

Je to „kousek“ tečné síly, který připadá na uvažovaný hranolek.

Poměrné posunutí je v tomto případě dáno vztahem $\gamma = \frac{r\varphi}{l}$.

V právě uvedeném vztahu je $r\varphi$ vzdálenost, o kterou se po obvodu „trubičky“ posunula horní podstava jednoho z hranolků, kterými je tvořen plášť „trubičky“ (viz obr. 19). Tato vzdálenost je částí obvodu kružnice s poloměrem *r* a odpovídá úhlu φ.

Hokeův zákon lze tedy psát ve tvaru $\frac{\Delta F}{\Delta S} = G\gamma$ a po dosazení $\frac{\Delta F}{\Delta S} = G\frac{r\varphi}{l}$. Vzhledem k tomu, že se torzní kyvadlo otáčí kolem svislé osy závěsu, je nutné popsat jeho pohyb pomocí momentu sil $\vec{M}$, který je dán vztahem $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_t$, kde $\vec{r}$ je polohový vektor síly $\vec{F}_t$. Pro odvození pohybové

rovnice torzního kyvadla (resp. periody vlastních kmitů torzního kyvadla) postačí znát velikost momentu síly $\overrightarrow{\Delta F}$, tj. $\Delta M = r.\Delta F$.

Síla $\overrightarrow{\Delta F}$ působí na hranolek, který se pohybuje (při deformaci smykem celého vlákna) po kružnici o poloměru *r* (viz obr. 20).

Vyjádříme tedy ze vztahu pro Hokeův zákon velikost síly $\overrightarrow{\Delta F}$: $\Delta F = G\frac{r\varphi}{l}\Delta S$. Nyní celou rovnici vynásobíme poloměrem „trubičky" *r* a dostaneme: $r.\Delta F = G\frac{r\varphi}{l}r.\Delta S$, tedy $\Delta M = G\frac{r\varphi}{l}r.\Delta S$. Zbývá určit plochu ΔS, která odpovídá v našem případě ploše mezikruží šířky Δr (na obr. 20 vyšrafováno).

Přesně lze psát: $\Delta S = S_1 - S_2$, kde S_1 je plocha kruhu o poloměru *r* a S_2 plocha kruhu o poloměru $r - \Delta r$. Vzhledem k tomu, že $S_1 = \pi r^2$ a $S_2 = \pi(r-\Delta r)^2$, je $\Delta S = S_1 - S_2 = \pi r^2 - \pi(r-\Delta r)^2$. Postupnými úpravami tedy dostáváme: $\Delta S = \pi\left(r^2 - r^2 + 2r.\Delta r - (\Delta r)^2\right) = \pi\left(2r.\Delta r - (\Delta r)^2\right)$. Vzhledem k tomu, že tloušťka stěny „trubičky" Δr je velmi malá, lze ve srovnání s prvním členem v závorce zanedbat člen $(\Delta r)^2$. Můžeme tedy psát: $\Delta S \doteq 2\pi r.\Delta r$.

Nyní proto můžeme pro velikost momentu síly $\overrightarrow{\Delta F}$ psát: $\Delta M = G\frac{r^2\varphi}{l}\Delta S = G\frac{r^2\varphi}{l}.2\pi r.\Delta r = 2\pi G\frac{r^3\varphi}{l}\Delta r$.

Máme tedy vyjádřen „kousek“ momentu síly, která působí na stěně „trubičky“ tloušťky Δr. Celý moment síly lze určit tak, že sečteme mnoho takových „kousků“ podél poloměru vlákna (tj. postupně budeme zvětšovat tloušťku „trubičky“ až do poloměru *R* vlákna závěsu). To lze matematicky provést pomocí integrálu.

Pro velikost momentu sil $\vec{M}$ tedy platí: $M = \int_0^R G\frac{\varphi}{l}.2\pi r^3 dr$.

Konstanty charakterizující vlákno (tj. modul torze *G* a délku *l*) a úhel φ lze vytknout před integrál, takže získáme: $M = 2\pi G\frac{\varphi}{l}\int_0^R r^3 dr$. Po zintegrování dostaneme $M = \left[2\pi G\frac{\varphi}{l}\frac{r^4}{4}\right]_0^R$ a po dosazení integračních mezí máme: $M = \frac{\pi G R^4}{2l}\varphi$.

Úhel φ je konstanta proto, že zatím počítáme moment síly, která způsobuje deformaci. Změna úhlu φ v čase bude předmětem našeho zájmu dále.

Úhel φ se začne měnit, až když torzní kyvadlo (např. koště zavěšené ve vodorovné poloze na provázku) pustíme poté, co jsme ho vychýlili. Právě určená velikost momentu je počátečním „stimulem“, který „rozhýbe“ kyvadlo. Proto je úhel φ konstantní - určuje maximum

vychýlení (a je tedy dán silou působící ze začátku na kyvadlo).

Z fyzikálního hlediska je velikost momentu sil $\vec{M}$ dána vztahem $M = -\frac{\pi G R^4}{2l}\varphi$. Je nutno zohlednit fakt, že deformující síla (tj. síla způsobující moment $\vec{M}$) působí proti výchylce φ kyvadla a snaží se vrátit kyvadlo do původního stavu (tj. do rovnovážné polohy).

Analogicky jako pohybová rovnice harmonického oscilátoru.

V souvislosti s torzní deformací se ještě zavádí tzv. **direkční moment** $\vec{D}$, který je s momentem sil $\vec{M}$ svázán vztahem $\vec{M} = -\vec{D}\varphi$. Velikost direkčního momentu je tedy dána výrazem $D = \frac{\pi G R^4}{2l}$.

Direkční moment tedy charakterizuje pouze samotnou deformaci vlákna závěsu kyvadla, neboť v něm vystupují pouze konstanty (2 a π) a veličiny charakterizující vlákno závěsu (*G*, *R* a *l*).

Známe-li moment síly, která způsobuje deformaci, můžeme přistoupit k odvození vlastní periody kmitání torzního kyvadla. Jedna z cest, jak se k periodě dostat, je pomocí druhé věty impulsové. Tu lze psát ve tvaru: $\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M}$,

kde $\vec{L}$ je moment hybnosti dané soustavy.

Moment hybnosti lze definovat pomocí hybnosti, analogicky jako se definuje moment síly pomocí síly. Vzhledem k tomu, že $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, lze analogicky moment hybnosti definovat vztahem $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$.

V případě tělesa, které rotuje kolem své osy, lze moment hybnosti určit vztahem $\vec{L} = J\vec{\omega}$, kde *J* je moment setrvačnosti tělesa a $\vec{\omega}$ úhlová rychlost otáčení daného tělesa. Vzhledem k tomu, že se torzní kyvadlo otáčí v rovině, která je kolmá na osu rotace a ve které leží i síla způsobující deformaci, není nutné se zajímat o směry příslušných vektorových veličin. Můžeme tedy vektorové rovnice nahradit skalárními.

Můžeme proto psát: $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = M$, čili $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(J\omega) = M$. Moment setrvačnosti torzního kyvadla je konstantní, proto jej lze v uvedeném vztahu vytknout před derivaci: $J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = M$.

Zápis ve tvaru $y = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ je zápis derivace funkce (proměnné) *f* podle proměnné *x*. Na základě tohoto vztahu lze říci, jak se mění proměnná *f* v závislosti na proměnné *x* (obě rostou, když roste *x*, *f* klesá, ...). Nejjednodušeji to lze asi pochopit na velikosti okamžité rychlosti hmotného bodu. Tu lze definovat podílem $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$,

ale aby se jednalo o okamžitou rychlost (tj. rychlost měřenou právě teď), je nutné dodat, že Δt je malé. To je ovšem na první pohled nepřesné, neboť „malé Δt“ není definováno jasně. S využitím derivace a zápisu $v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ není nutné nic dodávat - derivace je definována tak, že $\mathrm{d}t$ ve jmenovali zlomku je „nekonečně malinkaté“.

Úhel φ, o který se při daném silovém působení stočí torzní kyvadlo, souvisí s úhlovou rychlostí otáčení torzního kyvadla vztahem $\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$.

Úhlová rychlost udává změnu úhlu v závislosti na čase. Čím menší úseky úhlu budeme uvažovat (tj. čím menší budou časové intervaly, na kterých budeme měření provádět), tím spíše můžeme mluvit „jen“ o úhlové rychlosti (tj. o okamžité úhlové rychlosti). Místo vztahu $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ s dovětkem, že Δt je malé, lze použít derivace a psát $\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$.

Dosadíme-li vztah $\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$ do vztahu $J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = M$ dostaneme: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(J\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right) = M$. Tento typ zápisu se v praxi nepoužívá, používá se zápis: $J\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} = M$.

Symbol $\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}$ značí druhou derivaci proměnné (nebo funkce) *f* podle proměnné *x*. To znamená, že první derivaci zderivujeme (podle stejných pravidel) ještě jednou.

Nyní do posledního vztahu dosadíme vypočtenou velikost momentu sil: $J\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{\pi G R^4}{2l}\varphi$ a upravíme na tvar $\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\pi G R^4}{2lJ}\varphi = 0$. Získali jsme tedy obyčejnou lineární diferenciální rovnici druhého řádu s proměnnou φ.

Přívlastky charakterizující poslední rovnici mají tento význam: - obyčejná - v rovnici se vyskytují „obyčejné“ nikoliv parciální derivace; - lineární - derivace vyskytující se v rovnici jsou v první mocnině; - diferenciální - rovnice obsahuje neznámou v derivaci; - druhého řádu - v rovnici vystupuje nejvýše druhá derivace.

Tuto rovnici lze řešit substitucí. Budeme předpokládat, že rovnice $\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\pi G R^4}{2lJ}\varphi = 0$ má řešení ve tvaru $\varphi = Ae^{-\lambda t}$, kde *A* a λ jsou reálné konstanty.

Pozor! λ **NENÍ** vlnová délka - nemluvíme o žádném vlnění!

Substituční vztah $\varphi = Ae^{-\lambda t}$ dosadíme dané rovnice. V té ale vystupuje i druhá derivace proměnné φ podle

času. Proto nejdříve určíme první derivaci: $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = -\lambda A e^{-\lambda t}$ Na základě ní určíme i druhou derivaci: $\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} = \lambda^2 A e^{-\lambda t}$.

Toto je běžný fyzikální postup řešení diferenciálních rovnic: předpokládáme řešení v určitém tvaru (na základě fyzikální úvahy, zkušenosti, ...) a pak „jen" hledáme konstanty vystupující ve vztahu, který charakterizuje řešení dané rovnice.

Po dosazení do dané diferenciální rovnice dostaneme $\lambda^2 A e^{-\lambda t} + \frac{\pi G R^4}{2IJ} A e^{-\lambda t} = 0$. Rovnici můžeme vydělit výrazem $A e^{-\lambda t}$ a získáme tzv. charakteristickou rovnici dané diferenciální rovnice ve tvaru $\lambda^2 + \frac{\pi G R^4}{2IJ} = 0$ s neznámou λ. Vzhledem k této neznámé se jedná o kvadratickou rovnici, která ovšem nemá lineární člen. Můžeme tedy vyjádřit $\lambda^2 = -\frac{\pi G R^4}{2IJ}$. Abychom mohli toto číslo odmocnit, přepíšeme si rovnici ve tvaru $\lambda^2 = \frac{\pi G R^4}{2IJ} i^2$, kde *i* je imaginární jednotka, pro kterou platí $i^2 = -1$. Nyní můžeme odmocnit a získáme dva kořeny $\lambda_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}$. Oba kořeny charakteristické rovnice jsou komplexní čísla, což znamená, že daná úloha má řešení, které odpovídá kmitavému pohybu.

Vzhledem k tomu, že máme dvě řešení charakteristické rovnice, je nutno rozšířit předpokládané řešení dané diferenciální rovnice na tvar $\varphi = A_1 e^{-\lambda_1 t} + A_2 e^{-\lambda_2 t}$. Máme tedy řešení ve tvaru $\varphi = A_1 e^{i\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t} + A_2 e^{-i\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t}$.

Zajímavé z fyzikálního hlediska jsou právě hodnoty $\lambda_{1,2}$. Oba kořeny se liší jen znaménkem, jinak jsou stejné a vystupují v exponentu exponenciální funkce.

S využitím vztahů $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$ a $e^{-i\varphi} = \cos\varphi - i\sin\varphi$, které lze odvodit v rámci komplexních čísel, lze vztah $\varphi = A_1 e^{i\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t} + A_2 e^{-i\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t}$ postupně upravit:

$$\varphi = A_1\left(\cos\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right) + i\sin\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right)\right) + A_2\left(\cos\left(-\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right) + i\sin\left(-\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}\right.\right.$$

$$\varphi = A_1\left(\cos\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right) + i\sin\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right)\right) + A_2\left(\cos\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right) - i\sin\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}\right.\right.$$

$$\varphi = (A_1 + A_2)\cos\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right) + (A_1 - A_2)i\sin\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right)$$

Poslední vztah připomíná vztah pro harmonické kmitání mechanického oscilátoru. Člen $(A_1 + A_2)\cos\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right)$ představuje kmitání daného oscilátoru a člen $(A_1 - A_2)i\sin\left(\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}t\right)$ představuje ztráty

způsobené samotným kmitáním (bez vlivu prostředí, v němž torzní kyvadlo kmitá). Je tedy jasné, že výraz $\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}$ má význam úhlové frekvence kmitavého pohybu, tj. platí: $\omega = \sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}}$. Odkud lze již snadno odvodit vlastní frekvenci kmitání torzního kyvadla (resp. vlastní periodu kmitání torzního kyvadla) ve tvaru: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi G R^4}{2IJ}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{J}}$ resp. $T = 2\pi\sqrt{\frac{2IJ}{\pi G R^4}} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$.

2.1.8 | Energie mechanického oscilátoru a její přeměny

Při harmonickém kmitání dochází také k periodickým přeměnám energie oscilátoru. V okamžiku průchodu rovnovážnou polohou má oscilátor maximální velikost rychlosti a tedy i maximální kinetickou energii. V okamžiku, kdy dosáhne krajních poloh svého pohybu, má nulovou rychlost a maximální hodnotu energie potenciální (potenciální energie pružnosti u tělesa na pružině, potenciální energie polohy u kyvadla).



Obr. 21

Zavěšením tělesa na pružinu v rovnovážné poloze ve výšce *h* získá oscilátor klidovou potenciální energii - tíhovou E_{pt} (zvednutí tělesa do výšky *h*) a pružnosti E_{pr} (deformace pružiny). Potenciální energie pružnosti je rovna práci spotřebované pružinou při prodloužení o délku Δl. Při této deformaci působící síla postupně roste, až do své maximální hodnoty $k\Delta l$. Práce je rovna obsahu trojúhelníka v grafu na obr. 21, tedy $E_{pr} = \frac{1}{2} k (\Delta l)^2$.

Vzhledem k tomu, že pro tíhovou potenciální energii platí $E_{pt} = mgh$, je klidová energie E_0 oscilátoru: $E_0 = \frac{1}{2} k (\Delta l)^2 + mgh$.

Zvednutí tělesa do výšky *h* a zavěšení na pružinu, která se po zavěšení tělesa prodlouží o Δl.

Uvedeme-li mechanický oscilátor do kmitavého pohybu, jeho celková energie se zvětší o energii kmitavého pohybu. Při určité okamžité výchylce má oscilátor výchylku *y* a velikost okamžité rychlosti *v*. Pro celkovou jeho energii

lze psát: $E_{celk} = mg(h+y) + \frac{1}{2}k(\Delta l - y)^2 + \frac{1}{2}mv^2$.

Skutečnost, že se liší znaménko okamžité výchylky *y* ve výrazu potenciální energie pružnosti a tíhové potenciální energie, vyplývá z fyzikální podstaty problému. Roste-li tíhová potenciální energie oscilátoru, závaží na pružině stoupá vzhůru a zmenšuje se tedy prodloužení pružiny. Při poklesu tíhové potenciální energie, závaží klesá dolů a výchylka pružiny se zvětšuje.

Tento výraz je možné upravit dále (s využitím podmínky platící v rovnovážné poloze $mg = k\Delta l$:

$$E_{celk} = mgh + \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 + \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E_0 + \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}mv^2.$$

Dosadíme-li nyní okamžité hodnoty výchylky a rychlosti, dostaneme:

$$E_{celk} = E_0 + \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E_0 + \frac{1}{2}ky_m^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2}mv_m^2 \cos^2 \omega t = E_0 + \frac{1}{2}ky_m^2 = E_0 + \frac{1}{2}mv_m^2 = konst.$$

Během odvození byly využity tyto vztahy $v_m = \omega y_m$ a $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

Odvozený vztah platí obecně pro všechny typy mechanických oscilátorů. Výraz $\frac{1}{2}ky_m^2$ představuje maximální hodnotu potenciální energie, výraz $\frac{1}{2}mv_m^2$ pak maximální kinetickou energii oscilátoru.

Při harmonickém kmitavém pohybu se periodicky mění potenciální energie kmitání v energii kinetickou

a naopak. Celková energie oscilátoru je konstantní.

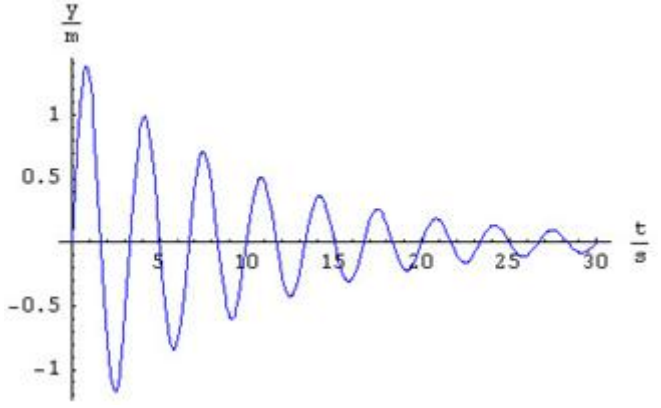
2.1.9 | Tlumené kmitání

Zákon zachování energie byl odvozen za předpokladu, že oscilátor kmitá volně, tj. nepůsobí na něj žádné vnější síly, které by jeho pohyb rušily. V tom případě by totiž jeho amplituda zůstávala konstantní a oscilátor by kmital neomezeně dlouho. Tento poznatek je ale v rozporu s praxí, kdy se amplituda kmitajícího oscilátoru postupně zmenšuje.

Tlumené kmitání znáte z praxe. Už jako malé děti, když jsme se houpali na houpačkách (tzv. lodičkách), jsme museli neustále dodávat energii, abychom udrželi houpačku v kmitavém pohybu. Přitom jsme energii mohli dodávat sami (pohupování v kolenou) a nebo zvenčí (maminka do houpačky strkala, aby jí dodala energii, kterou houpačka při jednom svém kmitu ztratila.

To je způsobeno přeměnou části energie kmitavého pohybu na jiné formy energie (vnitřní energie okolí i oscilátoru, vynaložení práce na překonání třecích sil, ...). Díky těmto ztrátám, kterým nikdy nelze zcela zabránit, vzniká **tlumené kmitání** (viz obr. 22). Rychlost útlumu závisí na prostředí, v němž oscilátor kmitá.

Tlumení závisí na hustotě prostředí, v němž oscilátor kmitá, na velikosti rychlosti jeho pohybu, ... Proto je tlumení např. ve vodě větší než ve vzduchu.



Obr. 22

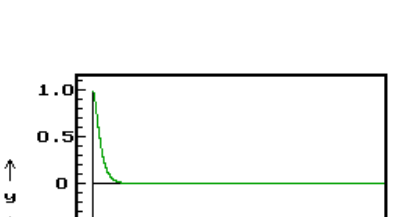
Tlumené kmitání je možno popsat rovnicí: $y = e^{-\delta t} y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$, kde *b* je koeficient útlumu. Body, které mají maximální výchylku téhož znaménka, leží na grafu exponenciální funkce.

Vlastní kmitání oscilátoru je vždy tlumené. Tlumení má vliv také na periodu: tlumený oscilátor kmitá volně s větší periodou, než jakou by měl netlumený oscilátor se stejnými parametry. Tlumení kmitání má v praxi značný význam: jsou situace, kdy požadujeme malé tlumení kmitání, ale na druhé straně jsou situace, kdy je kmitání nežádoucí a kdy je uměle tlumíme.

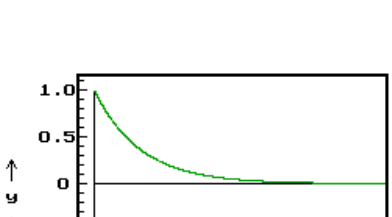
Tlumiče pérování automobilů, tlumení pohybu ručky měřících přístrojů, ...

V závislosti na velikosti tlumení harmonického oscilátoru může dojít k následujícím dvěma situacím:

1. tlumení je kritické - pohyb oscilátoru je takový, že oscilátor se za nejkratší možnou dobu ustálí v rovnovážné poloze (viz obr. 23)
2. tlumení je nadkritické - jedná se o neperiodický (aperiodický) pohyb, kdy se oscilátor bude pomalu vracet do své rovnovážné polohy (viz obr. 24)



Obr. 23



Obr. 24

2.1.10 | Rezonance mechanického oscilátoru

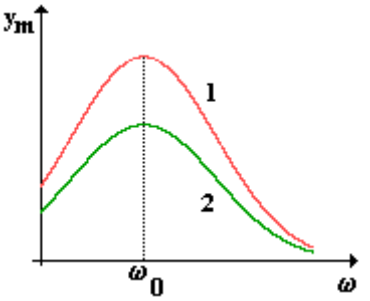
Budeme-li např. u zařízení na obr. 25 postupně zvyšovat frekvenci otáčení kotouče, amplituda výchylky nucených kmitů se bude postupně zvětšovat, při určité frekvenci nabývá maximální hodnoty a poté se opět

zmenšuje.

Rezonanci lze prozkoumat pomocí hračky, kterou lze zakoupit v obchodech s hračkami, dřevěnými suvenýry, ručně vyráběnými hračkami, ... Hračka je tvořena tělesem (panáček, zvířátko, ...) zavěšeným na pružině. Pokud budeme pružinou, kterou budeme držet za opačný konec než je hračka, kmitat ve svislém směru, bude hračka kmitat s určitou amplitudou výchylky. Pokud bude frekvence kmitů ruky velmi malá nebo naopak velmi velká, hračka se bude pohyboval velmi málo - amplituda jejích kmitů bude malá. Pokud zvolíme „tu správnou" frekvenci (vlastní frekvenci daného mechanického oscilátoru), bude amplituda kmitů hračky velmi velká. Dosáhli jsme rezonance.

Průběh popsaného pokusu lze také vyjádřit pomocí grafu, z něhož je patrné, že amplituda výchylky nucených kmitů dosáhne maximální hodnoty při frekvenci, která je shodná s frekvencí vlastního kmitání oscilátoru ($\omega = \omega_0$). Došlo k **rezonanci oscilátoru**. Na obr. 26 jsou znázorněny dvě **rezonanční křivky**, u nichž nastala rezonance pro tutéž frekvenci. Křivky se ale liší maximální amplitudou a tvarem, což ukazuje na různé tlumení: křivka *1* odpovídá oscilátoru s malým tlumením, zatímco křivka *2* charakterizuje oscilátor s velkým tlumením.

Pozor! Na svislé ose grafu, v němž je znázorněna rezonanční křivka, je skutečně amplituda a nikoliv okamžitá výchylka, jak tomu bylo doposud!



Obr. 26

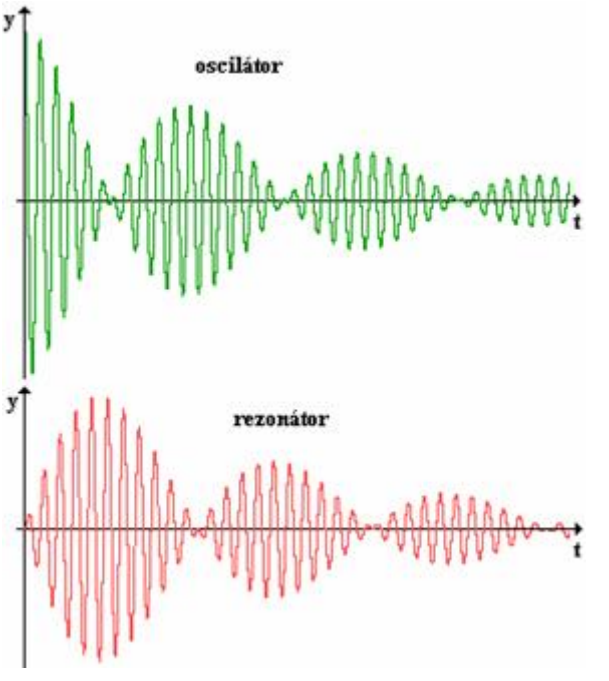
Graf zobrazený na obr. 26 bývá někdy kreslen i tak, že na vodorovné ose místo je místo úhlové frekvence ω vynášená frekvence *f*. Vzhledem k tomu, že obě tyto veličiny jsou fyzikálně ekvivalentní (jedna je 2π násobkem druhé), je druhá podoba grafu ekvivalentní s tou na obr. 26.

U ideálního oscilátoru bez tlumení by amplituda výchylky nucených kmitů při rezonanci rostla neomezeně. Existence tlumení má vliv i na rezonanční frekvenci - s rostoucím tlumením se rezonanční frekvence nepatrně zmenšuje.

Při rezonanční frekvenci dosahuje amplituda nucených kmitů větší hodnoty, než by odpovídalo výchylce způsobené vnější silou při velmi nízké frekvenci. Nastává **rezonanční zesílení** nucených kmitů.

Toto rezonanční zesílení může být tak velké, že může dojít i k destrukci materiálu, který rezonuje. Krásně

je to vidět (byť patrně s použitím triku) ve filmu režiséra Josefa Pinkavy *Výbuch bude v pět* z roku 1984. Když přechází třída na školním výletě po lávce přes řeku, vyprovokuje hlavní hrdina filmu Ludvík třídu k vojenskému pochodu. Následkem pravidelného dopadání nohou na lávku se lávka rozvibruje. Amplituda vibrací dosáhne takové hodnoty, že síly působící mezi jednotlivými částmi lávky nejsou schopné vibrující části udržet a dojde k destrukci.



Obr. 27

Rezonanci lze považovat za vzájemné působení dvou oscilátorů: jeden je zdrojem nuceného kmitání (oscilátor) a druhý se působením zdroje nuceně rozkmitává (**rezonátor**). Jednoduchým příkladem oscilátoru a rezonátoru jsou spřažená kyvadla - dvě kyvadla vzájemně spojená pružinou nebo vláknem se závažím. Tak se mezi kyvadly vytváří vazba, která umožňuje přenos energie mezi kyvadly: po rozkmitání oscilátoru *O* se amplituda jeho výchylky postupně zmenšuje a zároveň se zvětšuje amplituda rezonátoru *R*, jehož amplituda dosáhne maxima v okamžiku, kdy kmitání oscilátoru ustalo (viz obr. 27). Tento děj se periodicky opakuje - mezi rezonátorem a oscilátorem se tedy vyměňuje energie. Mezi oscilátory může být:

1. vazba volná - vazbou vzniká jen malé vzájemné působení a energie přechází z oscilátoru na rezonátor dlouho
2. vazba těsná - vzájemné působení je silné, přenos energie je rychlý

Praktické využití rezonance spočívá hlavně v rezonančním zesilování.

U hudebních nástrojů se chvění struny přenáší na tělo nástroje a dochází k rezonančnímu zesílení zvuku struny. Jazýčkový kmitočtoměr (jeden z měřících přístrojů) je tvořen řadou jazýčků s odlišnými rezonančními

frekvencemi; jazýček, který se rozkmitá s maximální amplitudou určuje napětí v síti, frekvenci, … Elektrické ladičky hudebních nástrojů využívají také rezonanci k určení frekvence zahrané struny.

Rezonanční zesílení je ale někdy nežádoucí (rozkmitání celého stroje, jehož části se otáčí, …). Tomu lze předcházet:

1. změnou vlastní frekvence mechanismu
2. doplněním mechanismu tlumičem kmitání
3. zvětšení tření mechanismu

2.1.11 | Nucené kmitání mechanického oscilátoru

Z praxe víme, že chceme-li udržet těleso v kmitavém pohybu, je nutno jej pravidelně rozkmitávat, neboť jinak se oscilátor vlivem tlumení za určitou dobu zastaví

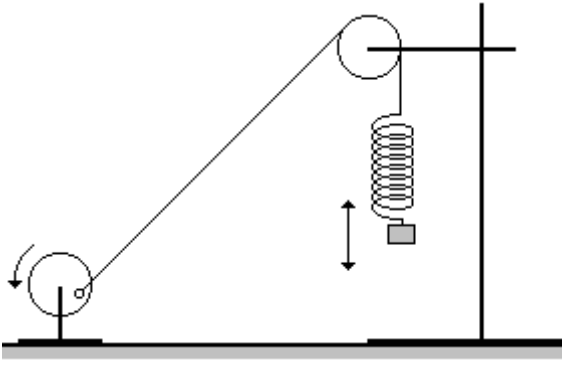
Houpačku udržíme v pohybu pravidelnými nárazy nebo změnou polohy těžiště, …

Budeme-li na konci každé periody kompenzovat ztráty energie, které vznikly tlumením kmitavého pohybu, bude (při určité velikosti působící síly) amplituda výchylky stálá a oscilátor bude kmitat netlumeně. Netlumeného kmitání jsme dosáhli vnějším působením na oscilátor - mezi oscilátorem a jeho okolím vznikla **vazba**. Oscilátor nekmitá volně - je ovlivňován okolím.

Tímto způsobem realizované kmitání je sice netlumené, ale není harmonické. Abychom získali kmitání harmonické, bylo by nutno nahrazovat ztráty v průběhu celé periody (a ne najednou na jejím konci) nepřetržitým působením vnější síly $\vec{F}$, která se s časem mění harmonicky, tj. podle vztahu $F = F_m \sin \omega t$.

V příkladu s houpačkou by maminka musela s houpačkou běhat tam a zpátky a přitom houpačce dodávat přesně tu energii, o kterou vlivem ztrát přišla. Takový styl houpání je ale v praxi nepoužitelný ...

Tak vznikne netlumené harmonické kmitání, které je vynucováno vnější silou - **nucené harmonické kmitání mechanického oscilátoru**. Lze ukázat, že oscilátor při nuceném kmitání kmitá vždy s frekvencí vnějšího působení (viz obr. 28). Tím se liší nucené kmitání od kmitání vlastního, kterému přísluší jen jediná frekvence (vlastní frekvence).



Obr. 28

Z hlediska praktického uplatnění je důležité, že takto lze rozkmitat i objekt, který vlastnosti oscilátoru nemá. Vlastnosti objektu nemají vliv na frekvenci kmitání, ale mohou značně ovlivnit amplitudu výchylky nebo fázi kmitavého pohybu.

2.2 | MECHANICKÉ VLNĚNÍ

2.2.1 | Vlnění

Vlnění je jedním z nejrozšířenějších fyzikálních jevů.

Vlněním je zvuk, světlo, rozhlasový a televizní signál, pomocí vlnění spolu komunikují mobilní telefony, ...

Ačkoliv se tyto různé druhy vlnění podstatným způsobem liší, základní vlastnosti a principy jsou stejné. A ty budou ukázány na **mechanickém vlnění**.

Dopadne-li např. kámen na klidnou hladinu rybníka, vznikne kmitavý rozruch, který se z místa vzniku šíří všemi směry. Dostihne-li vlnění předmět ležící na hladině (list ze stromu, kachnu, ...), rozkmitá jej, ale neposune z místa.

Podstatou mechanického vlnění je tedy přenos kmitání látkovým prostředím. Šíření vln není spojeno s přenosem látky, ale přenáší se energie.

2.2.2 | Vznik a druhy vlnění

Mechanické vlnění vzniká v látkách všech skupenstvích a jeho příčinou je existence vazebných sil mezi částicemi látky - kmitání jedné částice se vzájemnými vazbami přenáší na částice další. Současně se na částice přenáší energie kmitavého pohybu. Takové prostředí se nazývá **pružné prostředí**.

Pružné prostředí si lze představit jako mechanické oscilátory, které jsou vzájemně spojeny vazbou (jako např. spřažená kyvadla). Vychýlíme-li první kyvadlo z rovnovážné polohy, začne kmitat a kmitání se pomocí vazeb přenáší (šíří) na ostatní částice určitou rychlostí.

Zdrojem mechanického vlnění je mechanický oscilátor a pružným prostředím se vlnění šíří určitou rychlostí. V závislosti na směru výchylky kmitání jednotlivých bodů a směru šíření vlnění se vlnění dělí na:

1. vlnění příčné - hmotné body kmitají ve směru kolmém na směr šíření vlnění a je typické pro pevná pružná tělesa tvaru tyčí, vláken, ...

Vlnění na hladině rybníka, chvění tyče, do níž udeříme kladivem, ...

2. vlnění podélné - hmotné body kmitají ve směru šíření vlnění a je typické pro tělesa (všech skupenství), která jsou pružná při změně objemu (tj. při stlačování a rozpínání)

Šíření zvuku ve vzduchu, ...

Vlnění lze rozdělit i z jiného pohledu - podle přenosu energie:

1. vlnění postupné - energie se vlněním přenáší
2. vlnění stojaté - energie se vlněním nepřenáší

Stojaté vlnění lze pozorovat např. na kmitající struně, která vytvoří jakési „buřtíky“ a vlna „stojí na místě“, nešíří se daným prostředím.

Vykoná-li první rozkmitaný bod jeden kmit za dobu rovnou periodě kmitání *T* zdroje vlnění, rozšíří se vlnění do vzdálenosti $\lambda = vT = \frac{v}{f}$, která se nazývá **vlnová délka**.

Všechny body kmitají se stejnou amplitudou a úhlovou frekvencí, ale liší se fází. Se stejnou fází kmitají body, které jsou vzdáleny právě o vlnovou délku, tedy:

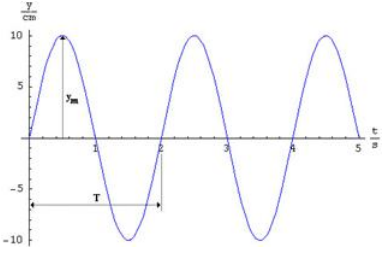
VLNOVÁ DÉLKA JE NEJMENŠÍ VZDÁLENOST DVOU BODŮ, KTERÉ KMITAJÍ SE STEJNOU FÁZÍ.

... a nebo je to také délka vlny.

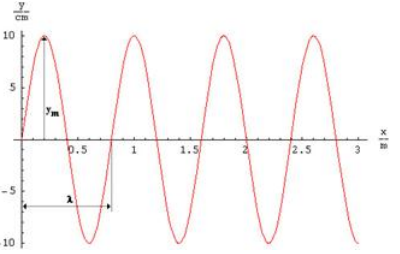
U mechanického kmitání jsme zobrazovali graf závislosti okamžité výchylky na čase (viz obr. 29). U vlnění není ale čas jediným parametrem, jedinou neznámou, protože závisí i na tom, do jaké vzdálenosti se vlnění rozšíří. Má tedy smysl zakreslovat i graf závislosti okamžité výchylky na vzdálenosti kmitajících bodů od zdroje vlnění (viz obr. 30). Tvrzení „Okamžitá výchylka vlnění v čase *t* je *y*.“ nemá z fyzikálního hlediska smysl. Závisí totiž na tom,

ve kterém bodě tuto výchylku vyšetřujeme.

Vhodíme-li kámen do vody a budeme sledovat jediný bod na vodní hladině, můžeme vykreslit graf na obr. 29. Přitom ale např. do vzdálenosti 1 metr od místa dopadu kamene se vlna rozšíří za dvojnásobný čas než do vzdálenosti půl metru od místa dopadu kamene. Proto je nutné k plnému popisu okamžité výchylky mít k dispozici oba grafy, tj. i graf závislosti okamžité výchylky na vzdálenosti od zdroje kmitání.



Obr. 29



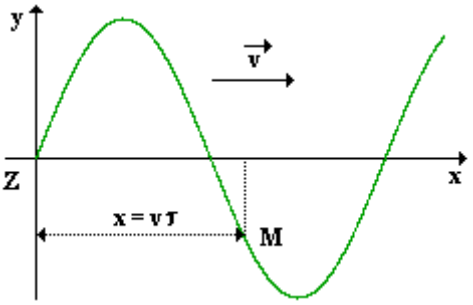
Obr. 30

Na základě grafů na obr. 29 a obr. 30 lze určit některé charakteristiky vlnění. Z grafu na obr. 29 lze vyčíst periodu vlnění (a tedy i periodu kmitání zdroje) $T = 2\,s$ a amplitudu výchylky $y_m = 10\ cm$. Z grafu na obr. 30 lze určit vlnovou délku vlnění $\lambda = 0{,}8\,m$. A vzhledem k tomu, že vlnová délka odpovídá vzdálenosti, kterou vlna urazí za jednu periodu, lze určit i velikost rychlosti

šíření vlny: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,8}{2}\,\mathrm{m.s^{-1}} = 0,4\,\mathrm{m.s^{-1}}$.

2.2.3 | Rovnice postupného vlnění

Výchylka v libovolném bodě řady, kterou se vlnění šíří, závisí nejen na čase *t*, ale také na vzdálenosti *x* od zdroje vlnění. Kmitání zdroje vlnění je popsáno rovnicí $y = y_\mathrm{m} \sin\omega t$. Postupné vlnění se šíří řadou bodů od zdroje *Z*, který kmitá harmonicky. Velikost rychlosti vlnění v daném prostředí je *v*. Do libovolného bodu *M*, jehož vzdálenost od zdroje je *x*, vlnění dospěje za čas $\tau = \frac{x}{v}$ (viz obr. 33). O tuto dobu je kmitání bodu *M* opožděno proti kmitání zdroje *Z*. Je možné tedy psát: $y = y_\mathrm{m} \sin\omega\left(t - \tau\right) = y_\mathrm{m} \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right) = y_\mathrm{m} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$. Tato rovnice platí pro příčné i podélné harmonické vlnění v homogenním prostředí (navíc předpokládáme, že vlnění je netlumené).



Obr. 33

Jak je vidět, rovnice obsahuje dvě neznámé - čas *t* a vzdálenost *x* sledovaného bodu od zdroje vlnění. Ve skutečnosti se tedy jedná o funkci dvou proměnných, jejíž graf by bylo nutné zobrazovat do 3D grafu. Výsledkem by byla zvlněná plocha (jakýsi „létající kobereček“), jejímiž průměty do roviny *xy* a *ty* jsou sinusoidy - viz obr. 31 a obr. 32.

Veličina $2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ je fáze vlnění - pokud by vlnění postupovalo ve směru záporné části osy *x*, byla by fáze $2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$. Veličiny popisující vlnění jsou funkcemi jak času, tak funkcemi polohy (souřadnice) bodu, kterým vlnění prochází.

2.2.4 | Interference vlnění

Dopadnou-li na hladinu dva kameny, pozorujeme dvě kruhové vlny, které se vzájemně překrývají, při svém pohybu se však neovlivňují. V místě překryvu má amplituda ale různou velikost, což je důsledek interference vlnění.

Setkají-li se dvě a více vlnění, dochází ke **skládání (interferenci) vlnění**. Výsledný kmitavý pohyb hmotných bodů prostředí je určen superpozicí kmitání vyvolaných všemi dílčími vlněními.

Pro vyšetřování interference vlnění je nutné splnit podmínky interference:

1. mít k dispozici minimálně dvě vlnění
2. všechna uvažovaná vlnění mají stejnou vlnovou délku

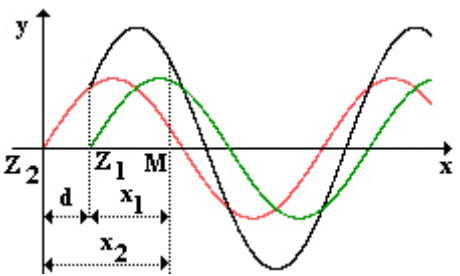
Tato podmínka není nezbytně nutná, ale nejvýraznější efekty bude interference vykazovat právě v případě, kdy budou mít všechna dílčí vlnění stejnou vlnou délku (resp. stejnou frekvenci).

3. mezi vlněními vznikl dráhový nebo fázový posuv (rozdíl)

Dráhový rozdíl si lze představit tak, že na hladinu rybníka dopadnou ve stejný časový okamžik do různých bodů dva kameny. Vzdálenost bodů dopadu kamenů je dráhový rozdíl vln.

Fázový rozdíl je obecnější a může vzniknout stejně jako dráhový. Je ale ještě jiná možnost - dva kameny dopadnou do stejného místa na hladině vody, ale v různý čas - mezi dopady bude určitý časový interval.

Uvažujme tedy dvě vlnění o stejné vlnové délce λ a amplitudě výchylky y_m, která se šíří stejnou rychlostí řadou bodů. Zdroje vlnění mají různou polohu, ale kmitají se stejnou počáteční fází. Vzhledem k bodu *M* popíšeme daná vlnění rovnicemi: $y_1 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)$ a $y_2 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)$ (viz obr. 34).



Obr. 34

O výsledku interference rozhoduje fázový rozdíl vlnění $\Delta\varphi$, který určíme jako rozdíl fází jednotlivých vlnění v určitém okamžiku: $\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}d$, kde *d* je dráhový rozdíl vlnění - je to vzdálenost dvou bodů,

v nichž mají obě vlnění stejnou fázi.

Zvláštní případy interference vlnění dostáváme v případě, kdy je dráhový rozdíl roven celistvému počtu půlvln interferujících vlnění:

1. $d = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda; k \in \mathbb{N}_0$ - vlnění se setkávají ve všech bodech se stejnou fází, a proto je amplituda výsledného vlnění rovna $y_m = y_{m1} + y_{m2}$ a vzniká interferenční maximum
2. $d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; k \in \mathbb{N}_0$ - interferující vlnění se setkávají s opačnou fází, amplituda výsledného vlnění je rovna $y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$ a vzniká interferenční minimum (je-li $y_{m1} = y_{m2}$, vlnění se ruší)

Interference má řadu využití zejména v optice (elektromagnetické vlnění, světlo, ...). Pomocí interference lze také určit, zda má určitý zkoumaný fyzikální jev vlnovou povahu.

2.2.5 | Odraz vlnění v řadě bodů, stojaté vlnění

Postupuje-li vlnění řadou bodů a dospěje-li na konec této řady, nastává odraz vlnění a vlna se vrací zpět. Na konci může dojít ke dvěma „typům konce“ řady bodů:

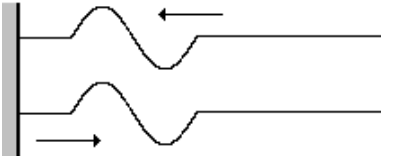
1. pevný konec - dochází k odrazu vlnění

s opačnou fází, tj. dospěl-li k pevnému konci nejdříve vrch a pak důl vlny, po odrazu je situace opačná - jako první se vrací důl a pak vrch vlny (viz obr. 35)

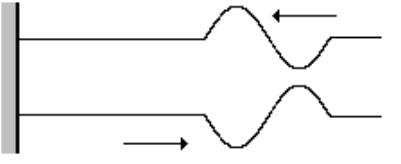
Pevný konec lze zrealizovat např. pomocí gumové hadice upevněné ke skobě ve zdi. Nebo dětskou barevnou pružinou, kterou vezmeme do ruky, necháme viset svisle dolů a rozvlníme v příčném směru. Přitom druhý konec pružiny zatížíme těžkým závažím nebo přišlápneme botou. Odraz na pevném konci je pak dobře patrný.

2. volný konec - dochází k odrazu se stejnou fází, tj. dospěje-li k volnému konci nejdříve vrch a pak důl vlny, po odrazu se pohybuje vrch a důl ve stejném pořadí - tj. nejdříve se vrací vrch a pak důl vlny (obr. 36)

Volný konec lze realizovat např. volně visící dětské pružiny, volně visícího lana nebo pomocí gumové hadice připevněné ke skobě ve zdi. Tentokráte je třeba ale mezi hadici a skobu přidat kousek provázku.



Obr. 35



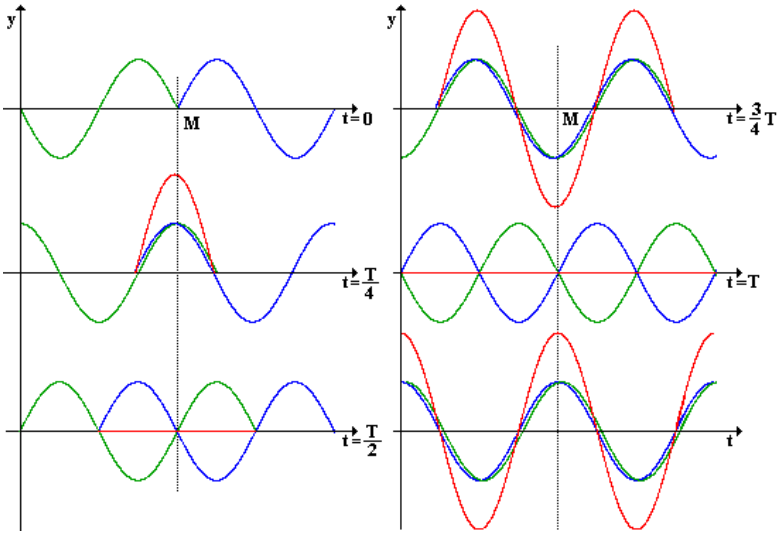
Obr. 36

Možná se zdá, že obrázky jsou k textu přiřazeny naopak, ale není tomu tak! Jsou přiřazeny dobře!!! Znovu si přečtěte rozdíl mezi pevným a volným koncem a sledujte pozorně obrázky.

Kmitá-li jeden konec pružného vlákna trvale harmonicky, postupuje vlnění k jeho pevnému konci, tam se odráží a vrací se zpět ke zdroji a dochází ke skládání (interferenci) přímého a odraženého vlnění. Obě tato vlnění postupují stejnými rychlostmi opačného směru. U výsledného vlnění je amplituda výchylek jednotlivých bodů různá a průběh vlnění na vlákně vytváří dojem, že vlna jako by „stojí“ na místě. Tento typ vlnění se nazývá **stojaté vlnění**.

STOJATÉ VLNĚNÍ VZNIKÁ INTERFERENCÍ POSTUPNÉHO PŘÍMÉHO VLNĚNÍ A VLNĚNÍ ODRAŽENÉHO OD PEVNÉHO KONCE DANÉHO PROSTŘEDÍ.

Vznik stojatého vlnění je graficky znázorněn na obr. 37; stojaté vlnění vzniká grafickou superpozicí dvou stejných vlnění postupujících opačným směrem proti sobě. Je vidět, že bod *M*, v němž se obě vlnění setkávají v čase $t = 0$, kmitá s největší amplitudou výchylky.



Obr. 37

„Zelená“ vlna se šíří zleva doprava, „modrá“ zprava do leva. Vlnění jsou zobrazena vždy po jedné čtvrtině periody.

KMITNA STOJATÉHO VLNĚNÍ JE BOD, KTERÝ KMITÁ S MAXIMÁLNÍ AMPLITUDOU.

Vzdálenost dvou sousedních kmiten je $\frac{\lambda}{2}$. Na poloviční vzdálenosti mezi dvěma kmitnami je **uzel.**

UZEL STOJATÉHO VLNĚNÍ JE BOD, KTERÝ ZŮSTÁVÁ V KLIDU (TJ. JEHO AMPLITUDA JE NULOVÁ).

Zásadní rozdíly mezi vlněním postupným a stojatým:

1. Při postupném vlnění kmitají všechny body se stejnou amplitudou, ale různou fází. Fáze se šíří rychlostí $\vec{v}$, která se také označuje jako **fázová rychlost**. Postupným vlněním se přenáší energie.

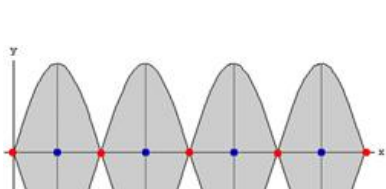
Vlnění na vodní hladině po dopadu kamene, ...

2. Při stojatém vlnění kmitají všechny body mezi dvěma uzly se stejnou fází, ale různou amplitudou výchylky (závislé na poloze bodu). Energie se nepřenáší, pouze se mění potenciální energie pružnosti v kinetickou a naopak.

Stojaté vlnění studovat např. pomocí gumové hadice, jejíž jeden konec připevníme ke skobě ve zdi, klice zavřeného okna, ... a druhý vezmeme do ruky. Budeme-li tímto koncem hadice kmitat, vytvoří se na ní stojaté vlnění. To poznáme podle charakteristických „buřtíků“, které na hadici vzniknou (viz obr. 38). Počet „buřtíků“ závisí na frekvenci kmitání hadice: s rostoucí frekvencí roste i počet „buřtíků“ a jejich vytvoření je náročnější.

Pokud bychom vyfotografovali s dlouhou expoziční dobou průběh právě popsaného experimentu tak, že směr pohledu z fotoaparátu na vlnící se hadici by byl kolmý na rovinu, v níž hadice kmitá, získali bychom fotografii podobnou obr. 38. Na ní by byly jasně vidět uzly a kmitny stojatého vlnění.

Pokud bychom stejným způsobem vyfotografovali vlnění postupné, získáme fotografii podobnou obr. 39. U postupného vlnění projde každý kmitající bod všemi polohami - zaujme každou výchylku z intervalu $\langle -y_m ; y_m \rangle$.



Obr. 38



Obr. 39

Stojaté vlnění může být příčné i podélné. Stojaté vlnění příčné je zdrojem zvuku u strunných nástrojů (kytara, housle, ...), zatímco stojaté vlnění podélné vzduchového sloupce v duté části nástroje je příčinou zvuku u dechových nástrojů (klarinet, trubka, ...). Toto stojaté vlnění označujeme jako **chvění**.

2.2.6 | Chvění mechanických soustav

Rozechvějeme-li strunu např. na kytaře, vznikne příčné stojaté vlnění. Na konci struny jsou uzly, ostatní body kmitají s různou amplitudou, přičemž v nejjednodušším případě má největší amplitudu bod

uprostřed struny, kde je kmitna stojatého vlnění. Délka *l* struny tedy představuje polovinu vlnové délky. Chvění struny je ale možné vyvolat tak, že na struně vznikne celá vlna s tím, že je zachována podmínka o uzlech v koncových bodech. Pokud se velikost rychlosti vlnění nemění, nastává tento druhý případ při dvojnásobné frekvenci než první.

Obecně je možné vytvořit stojaté vlny, pro něž platí: $l = k\frac{\lambda_k}{2}; k \in \mathbb{N}$, přičemž tato stojatá vlna vzniká při frekvencích $f_k = kf_z$.

Na strunu se tedy vejde celočíselný násobek poloviny vlnové délky - polovina, celá, jedna a půl, dvě, ... vlny.

Frekvence f_z je **základní frekvence**: $f_z = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l}$.

Frekvence f_k pro $k > 1$ se nazývají **vyšší harmonické frekvence**.

V pružných tělesech (tyčích, strunách, vláknech, ...) vzniká chvění jen s určitými frekvencemi, které jsou násobky základní frekvence. Tato základní frekvence je dána geometrickými rozměry pružného tělesa, v němž vzniká chvění. Pružné těleso se chová jako mechanický oscilátor.

Podle způsobu upevnění pružných těles jsou možné např. tyto případy (viz obr. 40):

Výčet různých případů není úplný - těleso může mít oba konce volné (bez upevnění uprostřed), těleso může být upevněno v určité vzdálenosti od konce, ... Tyto případy budou po matematické stránce odlišné, ale fyzikálně velmi podobné. Základní princip zůstává stále stejný.

Na obr. 40 jsou pro každý případ zakresleny dvě možné vlny, které se na daný typ tělesa (tyče) vejdou.

1. pružné těleso je upevněno na obou koncích -

$l = k\frac{\lambda_k}{2}; k \in \mathbb{N}$ a tedy $f_k = \frac{v}{2l}k = kf_z;$

Struna na kytaře, struna v klavíru, tyč vetknutá mezi dvě stěny, ...

2. pružné těleso je upevněno uprostřed -

$l = (2k-1)\frac{\lambda_{2k-1}}{2}; k \in \mathbb{N}$ a tedy

$f_{2k-1} = \frac{v}{2l}(2k-1) = (2k-1)f_z;$

Ozvučná dřívka držená uprostřed, ...

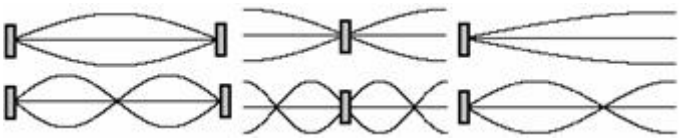
3. pružné těleso je upevněno na jednom konci -

$l = (2k-1)\frac{\lambda_{2k-1}}{4}; k \in \mathbb{N}$ a tedy

$f_{2k-1} = \frac{v}{4l}(2k-1) = (2k-1)f_z.$

Hraní na láhev od piva foukáním přes její hrdlo: chvěje se vzduchový sloupec ve válci, který je z jedné

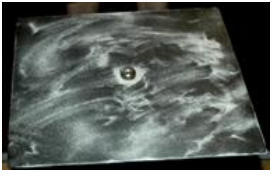
strany otevřen a z druhé uzavřen.



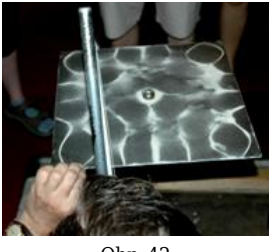
Obr. 40

V uvedených vztazích představuje *k* přirozené číslo udávající počet základních částí vlnové délky, které se na dané kmitající těleso vejdou. Základní část vlnové délky je přitom ta, která je nejmenší ze všech a přitom splňuje dané požadavky (má uzel kde má být a má na správném místě kmitnu).

Chvění je charakteristické jen pro zdroje zvuku - hudební nástroje, lidský hlas, ... Zdroj zvuku plní funkci oscilátoru, jehož kmitání se přenáší do okolního prostředí (nejčastěji vzduch) a tím se šíří postupné podélné zvukové vlnění.



Obr. 41



Obr. 42



Obr. 43

Chvění vzniká i na deskách různého tvaru. „Zviditelnění“ kmiten a uzlů lze docílit posypáním desky jemným pískem a následným rozkmitání smyčcem - na desce vznikají charakteristické (Chladniho) obrazce (viz postupně obr. 41 až obr. 43). Studium chvění desek je důležité pro konstrukci elektroakustických zařízení (membrány reproduktorů, sluchátek, mikrofonů, ...), u nichž požadujeme vysokou kvalitu přenosu zvukových signálů.

2.2.7 | Vlnění v izotropním prostředí

IZOTROPNÍ PROSTŘEDÍ JE PROSTŘEDÍ, KTERÉ MÁ VE VŠECH SMĚRECH STEJNÉ VLASTNOSTI.

Z hlediska mechanických vlastností je izotropním prostředím např. hladina rybníku v dostatečné vzdálenosti od břehu. Vlnění se od zdroje (vhozený kámen, ...) šíří všemi směry stejně.

Šíří-li se takovým prostředím vlnění od bodového zdroje, mají vlny kruhový tvar (viz obr. 44).



Obr. 44

Kámen hozený do vody, kapka, která dopadne na hladinu, ... Kruhový tvar vln ale vytvářejí i hranatá tělesa - např. cihla hozená do vody.

Za dobu *t* se na vodní hladině vytvoří vlna ve tvaru kružnice o poloměru $r = vt$, přičemž všechny body na ní ležící kmitají se stejnou fází. Analogicky si lze představit šíření vlnění v prostoru, kdy za určitou dobu leží body ve stejné vzdálenosti od zdroje vlnění na povrchu kulové plochy (a jejich fáze je opět stejná).

V prostoru se např. šíří zvuk ve vzduchu, ...

Zavádíme proto pojmy **vlnoplocha** a **paprsek**:

VLNOPLOCHA JE PLOCHA, JEJÍŽ BODY KMITAJÍ SE STEJNOU FÁZÍ (A MAJÍ OD ZDROJE VLNĚNÍ STEJNOU VZDÁLENOST).

Vlnoplocha je to, co vidíme na hladině rybníku, do něhož hodíme kámen. Ty vlny („kopečky vody“) to jsou

přesně vlnoplochy.

SMĚR ŠÍŘENÍ VLNĚNÍ V DANÉM BODĚ JE KOLMICE K VLNOPLOŠE, KTERÁ SE NAZÝVÁ PAPRSEK.

Paprsek je kolmý na tečnu, která v daném bodě nahrazuje vlnoplochu.

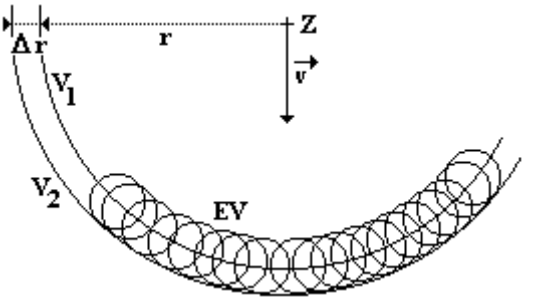
Budeme-li sledovat vlnění ve velké vzdálenosti od jeho zdroje, je možno tento zdroj považovat za bod (**bodový zdroj vlnění**). Vlnoplochu, která se rozšířila do velké vzdálenosti od bodového zdroje vlnění, lze považovat za část roviny; říká se jí tedy **rovinná vlnoplocha**.

Představte si kouli (resp. kružnici) o velkém poloměru. Uvidíte-li jen její malou část, bude se vám jevit jako část roviny (resp. úsečka). Tuto zkušenost vnímáme každý den - nacházíme se na kulaté Zemi, která má ovšem velmi velký poloměr ve srovnání se vzdáleností, do které můžeme z našeho stanoviště vidět.

Někdy bývá obtížné určit zdroj vlnění (jsme od něho daleko, vlnění se odrazilo, ...), ale přesto potřebujeme znát tvar vlnoplochy. Tímto problémem se zabýval holandský fyzik Christian Huygens (1629 - 1695) a došel k závěru, který je znám jako **Huygensův princip** (obr. 45):

KAŽDÝ BOD VLNOPLOCHY V_1, DO NĚHOŽ DOSPĚLO VLNĚNÍ V URČITÉM ČASOVÉM OKAMŽIKU, LZE POVAŽOVAT ZA ZDROJ ELEMENTÁRNÍHO VLNĚNÍ, KTERÉ SE Z NĚHO ŠÍŘÍ V ELEMENTÁRNÍCH VLNOPLOCHÁCH EV. VLNOPLOCHA V_2 V DALŠÍM ČASOVÉM OKAMŽIKU

JE VNĚJŠÍ OBALOVÁ PLOCHA VŠECH ELEMENTÁRNÍCH VLNOPLOCH.



Obr. 45

To znamená, že si můžeme představit, že z každého bodu určité vlnoplochy se šíří vlnění opět všemi směry. Další vlnoplocha vznikne tam, kde se vlnění z těchto bodů zesílí.

Není důvod předpokládat, že se vlnění začne vracet zpátky. Obrázek tomu sice napovídá, ale není na něm (správně) znázorněná vlnoplocha, která by se vracela zpět ke zdroji. Fyzikálně to není možné, aby se vlnění (bez odrazu od překážky) vrátilo zpět.

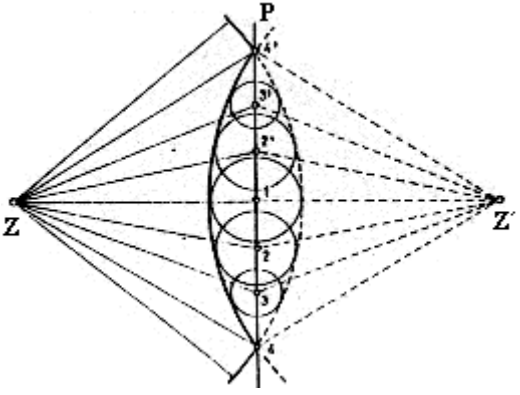
2.2.8 | Odraz a lom vlnění

Odraz vlnění i lom vlnění lze vysvětlit pomocí Huygensova principu.

Odraz vlnění a lom vlnění mají velmi důležitou roli v optice (odraz světla, lom světla). Jejich pochopení je ale názornější na mechanických příkladech.

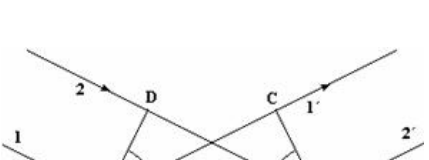
2.2.8.1 | Odraz vlnění

Mechanické vlnění vychází ze zdroje *Z* a dopadá na rozměrnou nepropustnou překážku *P* (viz obr. 46). Každý bod překážky, do něhož dopadá vlnění, se stává podle Huygensova principu zdrojem elementárního vlnění. Jestliže vytvoříme vnější obálku všech těchto elementárních vlnoploch, dostaneme tvar vlnoplochy po odrazu od překážky *P*. Odražená vlnoplocha má takový tvar, jako by vlnění vycházelo z bodu *Z´* (zdánlivého obrazu bodu *Z*) za překážkou.

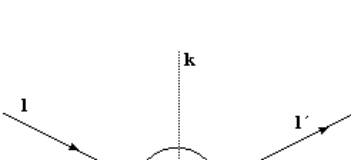


Obr. 46

Uvažujme nyní, že k rozměrné překážce postupuje rovinná vlnoplocha *AD*, která svírá s překážkou úhel α (viz obr. 47). Vlnoplocha dospěje k překážce v bodě *A*, který se stane zdrojem elementárního vlnění. Postupně se stávají elementárními zdroji další body překážky, až vlnění dospěje z bodu *D* do bodu *B*. Odraženou vlnoplochu získáme jako obálku elementárních vlnoploch. Vzhledem k tomu, že $|DB| = |AC|$, je zřejmé, že platí $\alpha = \alpha'$ (α' je úhel odrazu).



Obr. 47



Obr. 48

Obvykle se neprovádí konstrukce pomocí vlnoploch, ale pomocí paprsků. Proto se úhel dopadu α (resp. úhel odrazu α') definuje jako úhel mezi dopadajícím (resp. odraženým) paprskem a **kolmicí dopadu** vztyčenou v místě dopadu (viz obr. 48). Rovina určená kolmicí dopadu a dopadajícím paprskem je **rovina dopadu**. Platí, že odražený paprsek leží také v rovině dopadu. Platí tedy **zákon odrazu**:

ÚHEL ODRAZU α' JE STEJNÝ JAKO ÚHEL DOPADU α, DOPADAJÍCÍ I ODRAŽENÝ PAPRSEK

LEŽÍ V ROVINĚ DOPADU.

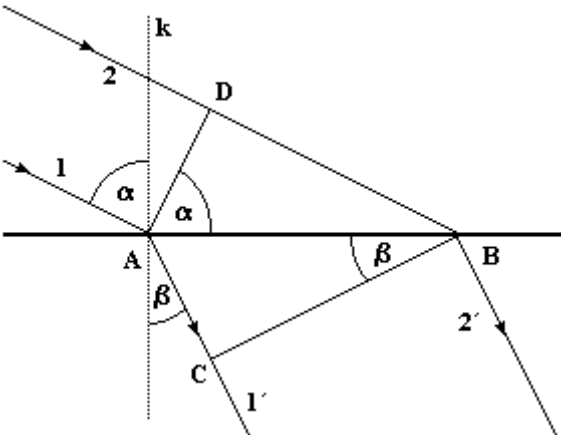
Který úhel dopadu resp. odrazu budeme dále používat (jestli podle obr. 47 nebo obr. 48) je z fyzikálního hlediska jedno - odpovídající si úhly na obou obrázcích jsou totiž shodné. Z matematického je ale nutné jeden zvolit, protože u lomu vlnění by nesprávně zvolený úhel dával při použití funkce sinus špatné výsledky.

2.2.8.2 | Lom vlnění

Lom vlnění se projevuje změnou směru, kterým se vlnění po průchodu rozhraním dvou prostředí šíří. Předpokládejme, že velikost rychlosti vlnění v prvním prostředí je v_1, ve druhém pak v_2.

Když vlnění dospěje do bodu *A* rozhraní, stává se tento bod zdrojem elementárního vlnění. Za dobu *t* vlnění v prvním prostředí urazí vzdálenost *DB*, ve druhém prostředí urazí elementární vlnoplocha za tutéž dobu vzdálenost *AC*. Lomenou vlnoplochu získáme opět jako obálku elementárních vlnoploch. Podle obr. 49 platí: $\frac{|DB|}{|AC|} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2}$. Zároveň ale $|DB| = |AB| \sin\alpha$ a $|AC| = |AB| \sin\beta$, tedy $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$, kde α je úhel dopadu a β úhel lomu. Oba úhly se opět definují jako úhel mezi kolmicí dopadu a dopadajícím (resp. lomeným) paprskem.

Uvedený poměr $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{v_1}{v_2}$ velmi úzce souvisí s indexem lomu prostředí, který se zavádí v optice.



Obr. 49

Platí **zákon lomu**:

POMĚR SINU ÚHLU DOPADU K SINU ÚHLU LOMU JE PRO DANÁ DVĚ PROSTŘEDÍ KONSTANTNÍ A ROVNÁ SE POMĚRU RYCHLOSTÍ VLNĚNÍ V OBOU PROSTŘEDÍCH. LOMENÝ PAPRSEK ZŮSTÁVÁ V ROVINĚ DOPADU.

Mohou nastat dva případy.

1. lom ke kolmici ($\alpha > \beta$) - pokud $v_1 > v_2$
2. lom od kolmice ($\alpha < \beta$) - pokud $v_1 < v_2$

Lom vlnění si lze představit pomocí analogie.

Uvažujme rotu vojáků, která pochoduje po betonové ploše letiště tak, že čelo roty svírá s hranou této plochy, za níž je rozbahněné pole, libovolný úhel. Při pohledu shora uvidíme jak se čelo (a poté další řady vojáků) roty při vstupu na rozbahněné pole „zlomí“. Vstupem do rozbahněného terénu se sníží velikost rychlosti postupu vojáků a dojde tak k „lomu“ ke kolmici. Bude-li pochodovat rota z pole na pevnou zem, získáme představu lomu od kolmice.

Analogicky si lze lom představit pomocí autíčka, které pošleme po hladkém stole, na kterém bude pod libovolným úhlem ke směru pohybu autíčka položen látkový ubrus. Tím, že na ubrus nevjedou obě přední kola současně, dojde k „lomu“.

Prakticky si lze lom zkusit ve vodě: stačí si upravit nádobu s vodou tak, aby v ní byl prudký přechod v hloubce (např. schod). Pak nalít vodu do nádoby tak, aby byla těsně nad úrovní vyššího dna a vyvolat (např. rychlým zasouváním a vysouváním prstu do vody) vlnění. Při přechodu do hlubší resp. mělčí vody dojde ke změně tvaru vln - dojde k lomu.

Lom mechanického vlnění většinou nepozorujeme - značně větší význam má lom světla v optice.

2.2.9 | Ohyb vlnění

Dopadá-li vlnění na překážku malých rozměrů, lze

pozorovat šíření vln i za touto překážkou. Stejně tak je možné pozorovat šíření vln za velkou překážkou, v níž je otvor. Vlnění se za touto překážkou šíří všemi směry, ne jen v původním směru. Oba tyto jevy svědčí o tom, že nastal **ohyb vlnění**. Podstatu tohoto poměrně složitého jevu, je možné pochopit pomocí Huygensova principu: každý bod vlnoplochy, která dospěla k překážce, je zdrojem elementárního vlnění, které se šíří všemi směry, tedy i do prostoru za překážku. Zde tato vlnění vzájemně interferují, což vede ke zvětšení (zmenšení) amplitudy výchylky výsledného vlnění v jednotlivých bodech.

Ohyb vlnění je při určitém rozměru překážky a poloze pozorovatele tím výraznější, čím je vlnová délka vlnění srovnatelnější s rozměrem překážky resp. otvoru.

Tento poznatek, který bude podrobněji vysvětlen v optice, si lze jednoduše pamatovat pomocí praktické zkušenosti se světlem a zvukem: zvuk slyšíme i za roh, zatímco za roh nevidíme. Je to dáno tím, že zvuk je mechanické vlnění o délce řádově $10^{-1}\,\mathrm{m}$, zatímco vlnová délka světla je řádu $10^{-7}\,\mathrm{m}$. Vlnová délka zvuku je tedy srovnatelná s rozměry překážky (roh budovy, ...), na níž dochází k ohybu.

Podrobněji se vlněním zabýval francouzský fyzik Augustin Jean Fresnel (1788 - 1827). Velký význam má ohyb světla, kterým se budeme zabývat v optice.

2.3 | ZVUKOVÉ VLNĚNÍ

2.3.1 | Akustika a její dělení

Fyzikálními ději, které jsou spojeny se vznikem zvukového vlnění, jeho šířením a vnímáním zvuku sluchem, se zabývá **akustika**, patřící mezi nejstarší obory fyziky. Akustika se dále dělí podle oblasti zájmu:

1. fyzikální akustika - studuje způsob vzniku a šíření zvuku. Dále se zabývá jeho odrazem a pohlcováním v různých materiálech.
2. hudební akustika - zkoumá zvuky a jejich kombinace se zřetelem na potřeby hudby.
3. fyziologická akustika - se zabývá vznikem zvuku v hlasovém orgánu člověka a jeho vnímáním v uchu.
4. stavební akustika - zkoumá dobré a nerušené podmínky poslouchatelnosti hudby a řeči v obytných místnostech a sálech.
5. elektroakustika - se zabývá záznamem, reprodukcí a šířením zvuku s využitím elektrického proudu.

Rozlišujeme tyto typy zvukového vlnění:

1. infrazvuk - $f < 16\ \mathrm{Hz}$
2. zvuk slyšitelný lidským uchem - $f \in \langle 16; 16000 \rangle\ \mathrm{Hz}$

3. ultrazvuk - $f > 16\ \mathrm{kHz}$; slyšitelný pro některé živočichy (netopýr, delfín, pes, …)

Hranice mezi jednotlivými druhy zvuku není ostrá a v různých publikacích jsou uvedeny různé hodnoty. Jedná se o průměrné hodnoty lidské populace. Jednotlivec se ale může (někdy i velmi markantně) od těchto průměrných hodnot odlišovat.

Zvuk zprostředkovává informace o okolním světě. Celý děj přenosu informací si lze představit jako přenosovou soustavu složenou z těchto základních částí:

1. zdroj zvuku
2. hmotné prostředí, kterým se zvuk šíří

Důležité je uvědomit si, že prostředí musí obsahovat nějaké částice, které zvuk přenášejí od jeho zdroje dál.

3. přijímač zvuku (lidské ucho, mikrofon, …)

2.3.2 | Zdroje zvuku

Zdrojem zvuku je chvění pružných těles, které se přenáší do okolního prostředí a vzbuzuje v něm zvukové vlnění.

Např. chvění ladičky vyvoláme úderem do jednoho jejího ramene. Ramena se rozkmitají příčně, podélně se pak přenáší chvění nožkou ladičky do rezonanční skříně, která chvění rezonancí zesílí. Ladička kmitá harmonicky s předem danou frekvencí.

Modernějším zdrojem zvuku je reproduktor připojený k elektronickému zdroji kmitání - k tónovému generátoru. Jedná se o zdroj elektrických harmonických kmitů, jejichž frekvenci lze měnit.

2.3.2.1 | Základní dělení zvuků

Zvuky lze obecně rozdělit do dvou základních skupin:

1. tóny (hudební zvuky) - grafem závislosti intenzity (hlasitosti) zvuku na čase je periodická funkce

Mezi tóny patří zvuky hudebních nástrojů, samohlásky lidské řeči, ...

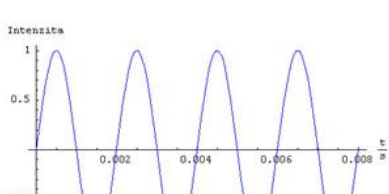
2. hluky (šumy, praskání, skřípání, ...) - grafem závislosti intenzity (hlasitosti) na čase není periodická funkce

Mezi hluky patří i souhlásky lidské řeči, ...

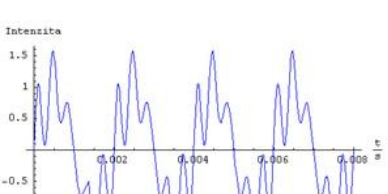
Tóny se pak dále ještě dělí na:

1. tóny jednoduché - mají harmonický průběh, tj. grafem závislosti intenzity (hlasitosti) zvuku na čase je funkce sinus (viz obr. 50)
2. tóny složené - jejich průběh je periodický, ale už se nejedná o sinusoidu (viz obr. 51). Zvuky obsahují kromě základní frekvence ještě i tzv. vyšší harmonické, na základě nichž dokážeme jednotlivé zdroje zvuku odlišit.

Samohlásky lidské řeči, zvuky hudebních nástrojů, ...



Obr. 50



Obr. 51

2.3.2.2 | Složené tóny a Fourierova transformace

Matematický popis jednoduchého tónu je jednoduchý: $y = y_m \sin \omega t$, kde $\omega = 2\pi f$; *f* je přitom frekvence daného tónu.

Pro zjednodušení značení budeme dál používat značení z mechanického kmitání. Není zatím důvod zavádět intenzitu zvuku a situaci dále komplikovat. Proto budeme (zatím) používat *y* i ve smyslu intenzity resp. hlasitosti zvuku.

Popis složeného tónu je podobný, ale obsahuje více členů, teoreticky až nekonečně mnoho: $y = y_{m1} \sin 2\pi f_1 t + y_{m2} \sin 2\pi f_2 t + y_{m3} \sin 2\pi f_3 t + \dots$ Složený tón je tedy složen z mnoha tónů jednoduchých. Frekvence f_1 se

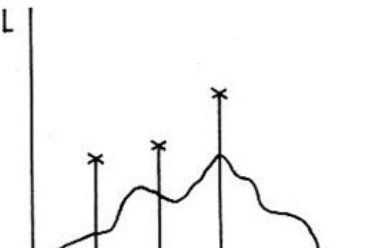
nazývá základní a ta určuje výšku složeného tónu, frekvence f_2, f_3, ... se nazývají vyšší harmonické. Lidské ucho ale jednotlivé jednoduché tóny, z nichž se složený tón skládá, nevnímá; vnímá složený tón jako jeden tón, který má specifické zabarvení (barvu). Ta je určena právě vyššími harmonickými frekvencemi.

Přitom platí $f_1 < f_2 < f_3 < \dots$, tzn. že základní frekvence je nejnižší a vyšší harmonické postupně rostou. Základní tón má ale nejvyšší amplitudu (intenzitu, hlasitost), tj. $y_{m1} > y_{m2} > y_{m3} > \dots$ Tón se základní frekvencí je tedy ve složeném tónu nejdominantnější a proto určuje právě tento tón se základní frekvencí výšku celého složeného tónu. Tyto vlastnosti ilustruje obr. 53, na kterém je znázorněno frekvenční spektrum složeného tónu. Z obrázku jsou vidět některé vlastnosti složeného tónu:

1. spektrum není spojité - složený tón obsahuje pouze frekvence, které jsou násobkem frekvence základní (na rozdíl od šumu, jehož spektrum je na obr. 54, který obsahuje frekvence z určitého intervalu)
2. s rostoucí frekvencí klesá hlasitost příslušného tónu, který odpovídá dané frekvenci



Obr. 53

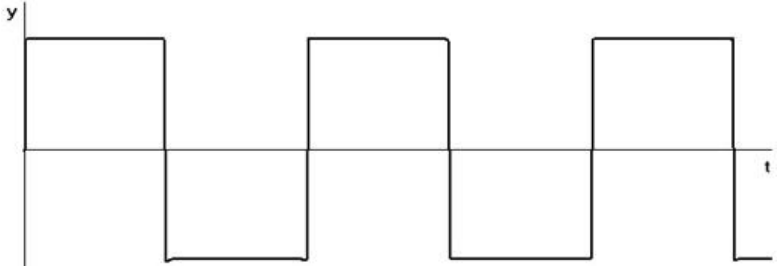


Obr. 54

Předpisem $y = y_{m1}\sin 2\pi f_1 t + y_{m2}\sin 2\pi f_2 t + y_{m3}\sin 2\pi f_3 t + \dots$ lze získat funkci (průběh zvuku), která je zobrazená např. na obr. 52. Ale nejen takové. Ve fyzice (a zejména elektrotechnice) mají značný význam funkce, které jsou periodické a jejichž matematické vyjádření není příliš vhodné na další zpracování. Jedná se např. o časový průběh napětí ve tvaru obdélníka (viz obr. 55). Ačkoliv to na první pohled tak nevypadá, tento průběh lze popsat výše uvedeným předpisem. Jen je nutné správně zvolit frekvence, které budeme do vztahu dosazovat: $y = y_{m1}\sin(2\pi ft) + y_{m2}\sin(2\pi.3ft) + y_{m3}\sin(2\pi.5ft) + \dots + y_{mn}\sin(2\pi.(2n-1)ft)$.

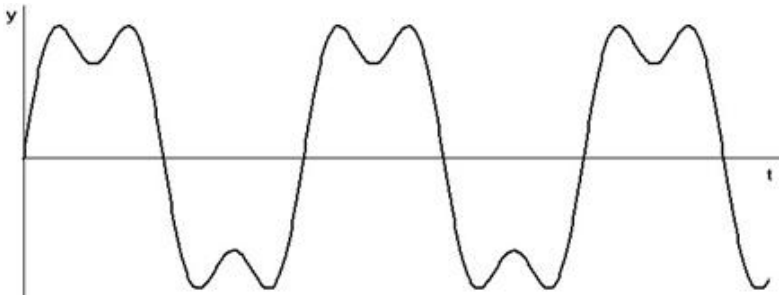
Graf zobrazený na obr. 55 není z hlediska matematiky funkcí, neboť v bodech, kde funkce strmě stoupá či klesá, má vlastně nekonečně mnoho funkčních hodnot. To ovšem není z pohledu fyziky (elektrotechniky, ...) pravda, neboť uvažovaná fyzikální veličina (např. napětí) se nemůže změnit v nulovém čase. To není

možné. Vždy se změna uvažované fyzikální veličiny uskuteční za určitý časový interval. A závisí na technickém provedení (např. generátoru napětí), jak dosáhnout co možná nejmenšího časového intervalu, během něhož se uvažovaná fyzikální veličina změní o požadovanou hodnotu.

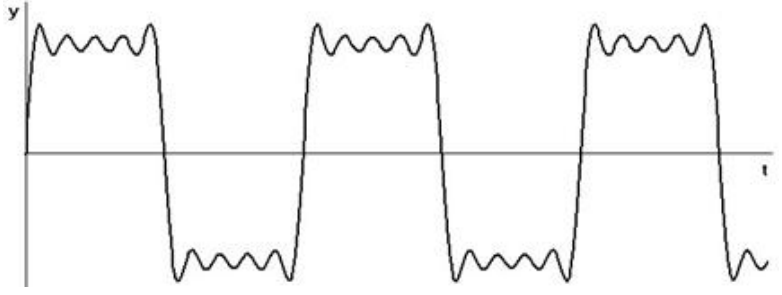


Obr. 55

Na obr. 56 a obr. 57 jsou zobrazeny grafy téže funkce pro hodnoty $n = 2$ a $n = 5$. Je patrné, že s rostoucím počtem členů obsažených v definičním vztahu dané závislosti, roste i přesnost grafu funkce a graf se více blíží teoretickému průběhu na obr. 55.



Obr. 56



Obr. 57

Výpočet koeficientů y_{mi} pro $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ vychází z matematické metody, kterou objevil francouzský matematik a fyzik baron Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830). Této metodě, jejímž použitím lze libovolnou periodickou funkci zapsat ve tvaru $y = y_{\mathrm{m1}} \sin 2\pi f_1 t + y_{\mathrm{m2}} \sin 2\pi f_2 t + y_{\mathrm{m3}} \sin 2\pi f_3 t + \ldots$, se proto říká **Fourierova analýza**.

Výpočet jednotlivých koeficientů Fourierovy analýzy je nutné počítat buď numericky a nebo s využitím integrálního počtu.

2.3.2.3 | ***Vznik lidského hlasu

Člověk má dva pružné vazy napnuté zepředu dozadu mezi štítnou chrupavkou a hlasivkovými chrupkami. Tyto hlasivkové vazy pokrývá sliznice, která vytváří hlasové valy - **hlasivky**. Mezi oběma hlasivkami je průchod (hlasová štěrbina). Při dýchání jsou svalové vazy ochablé a hlasová štěrbina je otevřená. Při řeči nebo zpěvu drobné svaly hrtanu napínají hlasivkové vazy, čímž se mění šířka hlasové štěrbiny. Vydechovaný vzduch proudí přes hlasovou štěrbinu a rozechvívá hlasivky podobně jako se rozechvívá jazýček v píšťale. Tak vzniká hlas.

Vznik zvuků složených do slabik a slov je dán souhrou hlasového orgánu, horních dýchacích cest, jazyka, dutiny ústní, zubů a rtů. Po stránce akustické je řeč sled zvuků různého složení a různé intenzity, které vznikají v hlasovém orgánu (**mluvidlech**) člověka.

Zvuk hlasu vzniká tak, že kmitající hlasivky rytmicky přerušují proud vzduchu jdoucího z průdušnice. Hrtanový hlas nemá lidské zbarvení. To získává až po průchodu prostorem nad hlasovou štěrbinou - hrtanová dutina nad hlasivkami, hltan, dutina ústní a nosní a nosohltan,

souhrnně nazývaném **nástavná hlasová trubice**. Významně se na zabarvení hlasu podílí rezonance, která závisí na velikosti a tvaru příslušného prostoru, na hmotnosti vzduchu v něm obsaženém a na rozměrech a uspořádání vstupního a výstupního otvoru. Rezonátor některé frekvence zesiluje, jiné potlačuje. Pomocí artikulace měníme tvar, velikost a vzájemný poměr prostorů, v nichž k rezonanci dochází. Pro výklad akustických jevů při tvorbě samohlásek byly vytvořeny dvě teorie, které dobře souhlasí s prováděnými experimenty:

1. Helmholtzova - zvuk vycházející z hrtanu je složený tón, který obsahuje tóny harmonické. Průchodem rezonátory se zesílí vždy jen harmonický tón stejné (nebo podobné) frekvence jako je vlastní frekvence rezonátoru, ostatní tóny se potlačí. Změnou mluvidel se mění tvar a objem rezonátorů a tím dojde k zesílení jiných tónů, což se projeví jako jiná barva samohlásky.
2. Herrmannova - hrtanový hlas považuje za řadu krátkých impulsů, které vyrážejí při otevření hlasové štěrbiny do nástavné trubice. Tlakový náraz rozechvěje vzduch obsažený v rezonátorech a každý rezonátor odpoví při krátkém otevření hlasové štěrbiny krátkým tónem, tzv. formantem (formuje a vytváří hlásku). Frekvence formantu je daná vlastní frekvencí rezonátoru.

2.3.3 | Šíření zvuku

2.3.3.1 | Rychlost zvuku

Zvuk se šíří ze zdroje pouze pružným látkovým prostředím libovolného skupenství. Nejčastěji se jedná o vzduch, kde se zvuk šíří jako podélné postupné vlnění: dochází k periodickému stlačování a rozpínání vzduchu, což se projeví periodickými změnami tlaku vzduchu. Ve všech prostředích se zvuk šíří jako postupné podélné vlnění, i když v pevných látkách může vznikat vlnění příčné, které má ale jinou rychlost.

Dobrým „vodičem“ zvuku je beton, ocel, sklo, …

Nejdůležitější charakteristikou prostředí z hlediska šíření zvuku je velikost rychlosti zvuku v daném prostředí. Již v 17. století se podařilo poměrně přesně určit velikost rychlosti zvuku ve vzduchu: pomocí výstřelu z děla umístěného ve známé vzdálenosti a měření doby, která uplyne mezi světelným zábleskem a zvukem výstřelu. Velikost rychlosti světla je vzhledem k velikosti rychlosti zvuku výrazně větší, a proto lze předpokládat, že světelný vjem zaznamenáme okamžitě, zatímco sluchový s určitým zpožděním.

Velikost rychlosti zvuku ve vzduchu závisí na složení vzduchu (nečistoty, vlhkost, …), ale nejvíce na teplotě. Ve

vzduchu o teplotě t (ve $^{\circ}\mathrm{C}$) má zvuk velikost rychlosti: $v = \left(331{,}82 + 0{,}61\{t\}\right)\,\mathrm{m.s^{-1}}$.

Pro běžné teploty lze v řadě úloh počítat s hodnotou $340\,\mathrm{m.s^{-1}}$.

V kapalinách a pevných látkách je velikost rychlosti zvuku větší než ve vzduchu.

Velikost rychlosti šíření zvuku v daném materiálu závisí jednak na hustotě daného materiálu, ale také na jeho pružnosti. Pružnost je přitom ovlivněna velikostí vazebných sil, kterými jsou jednotlivé molekuly materiálu k sobě vázány.

Šíření zvuku je ovlivněno i překážkami, na něž zvukové vlnění dopadá - projevuje se odraz i ohyb zvukového vlnění. Zvláštním případem odrazu zvuku od rozlehlé překážky (skalní stěna, velká budova, ...) je **ozvěna**. Ta je důsledkem vlastnosti lidského sluchu, kterým rozlišíme dva po sobě následující zvuky, pokud mezi nimi uplyne doba alespoň $0{,}1\,\mathrm{s}$. To je zhruba doba, kterou potřebujeme k vyslovení jedné slabiky a za kterou zvuk urazí (ve vzduchu) zhruba $34\,\mathrm{m}$, tj. $17\,\mathrm{m}$ k překážce a $17\,\mathrm{m}$ zpět k pozorovateli. Pokud je tedy pozorovatel (mluvčí) vzdálen od překážky $17\,\mathrm{m}$, vzniká jednoslabičná ozvěna. Při vzdálenosti větší může vznikat i víceslabičná ozvěna.

Při vzdálenosti od překážky menší než $17\,\mathrm{m}$ už zvuky

neodlišíme, částečně se překrývají a odražený zvuk splývá se zvukem původním. To se projeví prodloužením trvání zvuku a jeho zesílením, což nazýváme **dozvuk**. S dozvukem je třeba počítat při projektování velkých místností, koncertních sálů, ... Dozvuk působí rušivě - snižuje srozumitelnost řeči, zkresluje hudbu, ... Proto se akustické vlastnosti sálů zlepšují členěním ploch stěn, závěsy, použitím materiálů pohlcující zvuk, ...

2.3.3.2 | ***Rázová vlna

Pohybuje-li se ve vzduchu těleso rychlostí o velikosti větší než je velikost zvuku ve vzduchu, může vzniknout zajímavý jev, kterému se říká **zvukový (sonický) třesk** neboli **rázová vlna**. Tento jev ale vzniká poměrně řídce, ačkoliv jsou splněny výše uvedené podmínky.

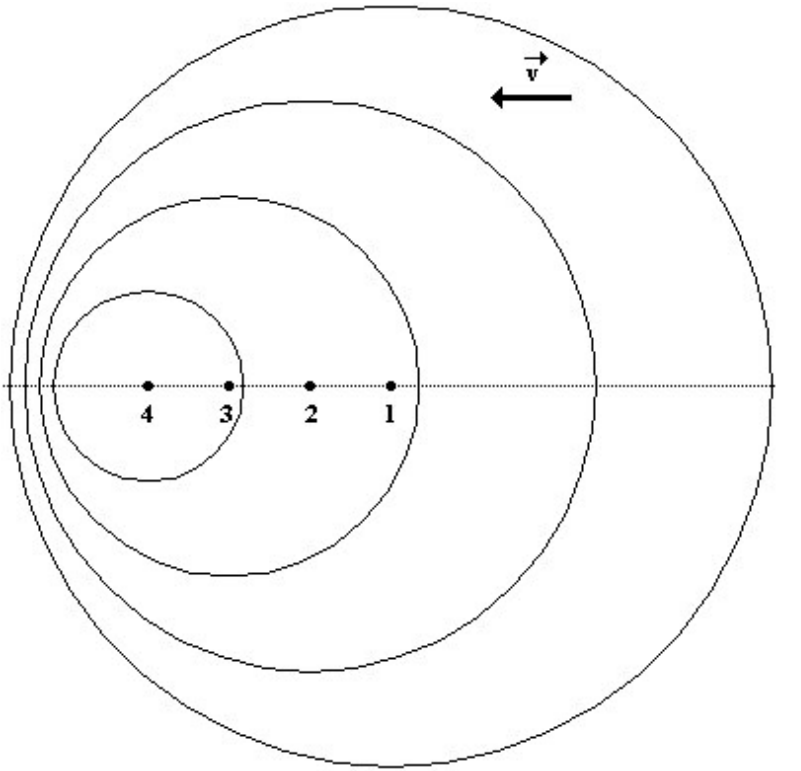
Rázová vlna bývá občas slyšet za letícím letadlem.

Pohybuje-li se těleso vzduchem (obecně plynem), který se nachází v klidu (ve stavu rovnováhy), pak toto těleso nutně svým pohybem stav rovnováhy naruší. Vznikne tzv. porucha rovnovážného stavu, která se počne vzduchem šířit. Jestliže tyto poruchy trvají dostatečně dlouho, nebo se opakují s dostatečně velkou periodou, dokážeme je vnímat sluchem a nazýváme je zvuk.

Když se bude těleso pohybovat konstantní rychlostí menší než velikost rychlosti zvuku v daném prostředí, pak se poruchy, které těleso způsobí, budou šířit všemi směry

a vytvoří se přibližně kulová vlna (viz obr. 58).

Vzhledem k tomu, že uvažujeme pohyb letadla, které je od nás velmi daleko, je na obrázcích zakresleno pouze jako bod.



Obr. 58

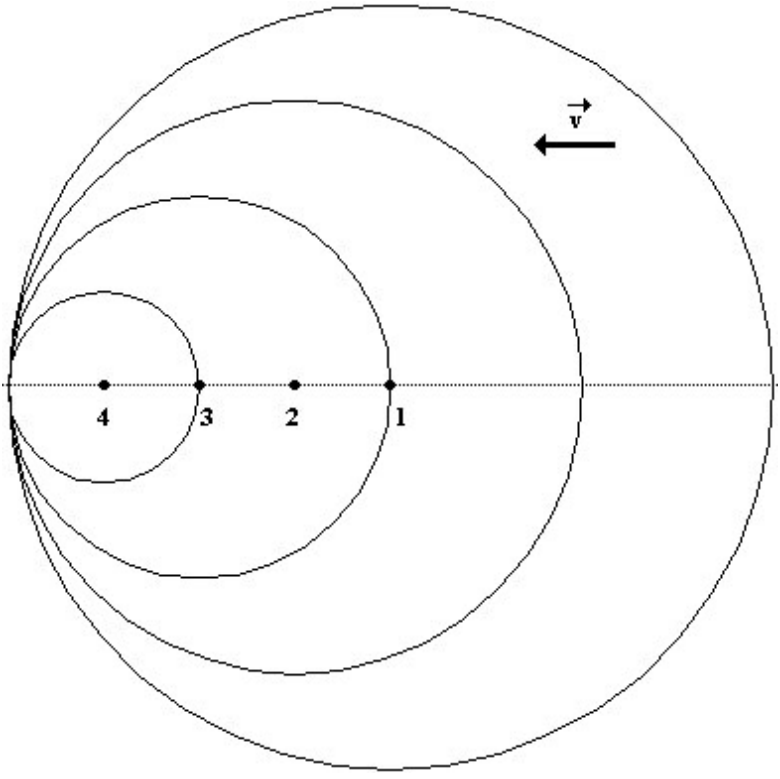
Vztah mezi velikostí rychlosti pohybu tělesa *v*

a velikostí rychlosti zvuku v_z v daném prostředí a v dané výšce vyjadřuje tzv. **Machovo číslo** *M*: $M = \frac{v}{v_z}$; $[M] = 1$.

Mohou nastat 3 případy:

1. $v < v_z$ - tato rychlost tělesa se nazývá **podzvuková** (**subsonická**) **rychlost** a $M < 1$
2. $v = v_z$ - těleso se pohybuje rychlostí zvuku (v daném prostředí) a $M = 1$ (viz obr. 59)
3. $v > v_z$ - tato rychlost tělesa se nazývá **nadzvuková** (**supersonická**) **rychlost** a $M > 1$ (viz obr. 60)

Stálé zdůrazňování faktu, že se jedná o rychlost zvuku v daném prostředí a v dané výšce, není zbytečné. Velikost rychlosti zvuku se totiž např. ve vzduchu výrazně mění s rostoucí nadmořskou výškou: klesá totiž hustota vzduchu. Proto Machovo číslo, které je platné pro výšku např. 1 kilometr není možné použít pro výšku např. 10 kilometrů.



Obr. 59

Překročí-li letadlo velikost rychlosti zvuku, pak poruchy, které svým pohybem způsobuje, nechává za sebou. Poruchy se totiž šíří rychlostí zvuku a letadlo se pohybuje do prostředí, které je v klidu, tj. není narušeno žádnou zvukovou vlnou. Kdybychom se nacházeli na úrovni pohybu letadla a letadlo by se pohybovalo směrem k nám,

mohli bychom letadlo pouze vidět, nikoliv slyšet.

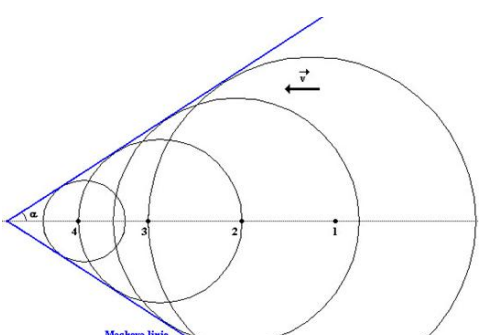
Na obr. 60 je zobrazena situace, kdy velikost rychlosti tělesa převyšuje velikost rychlosti zvuku. Z tohoto obrázku je patrné, že šířící se poruchy vytváří kužel. Jelikož je prostředí (vzduch) vně kužele v klidu, dochází pohybem tělesa do tohoto prostředí ke skokové změně hustoty prostředí a tedy i jeho tlaku. Tato skoková změna tlaku (porucha) se nazývá **rázem**, který se šíří prostředím jako rázová vlna. Skokový nárůst tlaku se postupně v daném místě vyrovnává, což má za následek, že časový průběh rázové vlny má tvar písmene N (viz obr. 61).

Z obr. 60 je zřejmé, že nejhlasitěji bude rázová vlna vnímána přímo pod dráhou pohybujícího se tělesa, protože se rázová vlna velmi rychle tlumí při šíření vzduchem; přímo pod drahou tělesa urazí nejkratší vzdálenost směrem k pozorovateli. Navíc se uplatňuje vliv lomu zvukových paprsků, takže pod dráhou letadla je hladina akustického tlaku výrazně vyšší (dosahuje hodnot až $136\ \mathrm{dB}$) než v oblastech přilehlých.

I když je rázová vlna vytvářena tělesem po celou dobu jeho nadzvukového pohybu, případný pozorovatel může slyšet rázovou vlnu pouze jedenkrát, a to v okamžiku protnutí **Machovy linie** (viz obr. 60) s místem pozorovatele. Úhel α , který svírá Machova linie se směrem pohybu tělesa, je dán vztahem $\sin\alpha = \frac{v_z}{v}$.

Není pravda, že rázovou vlnu (zvukový třesk)

slyšíme pouze v okamžiku překročení rychlosti zvuku.



Obr. 60



Obr. 61

Kromě letícího letadla je možné se s rázovou vlnou setkat např. při výstřelu ze zbraně, různých explozích, práskání biče, ...

2.3.4 | ***Dopplerův jev (efekt)

Z praxe asi známe situaci, že pokud se k nám blíží např. houkající sanitka, má zvuk houkačky vyšší frekvenci (větší absolutní výšku), než když se od nás vzdaluje.

Jev, který spočívá ve změně frekvence pohybujícího se zdroje zvuku oproti frekvenci téhož zdroje zvuku v klidu, je pojmenován podle rakouského fyzika a matematika

Christiana Dopplera (1803 - 1853), kterému se v roce 1842 podařilo tuto „záhadu“ vyřešit.

Dopplerův efekt se netýká pouze zvuku - setkáváme se s ním i u elektromagnetického vlnění (a tedy i u světla). Dopplerova jevu u elektromagnetického vlnění v hojné míře využívá astronomie.

Fyzikálně Dopplerův jev popíšeme na třech situacích:

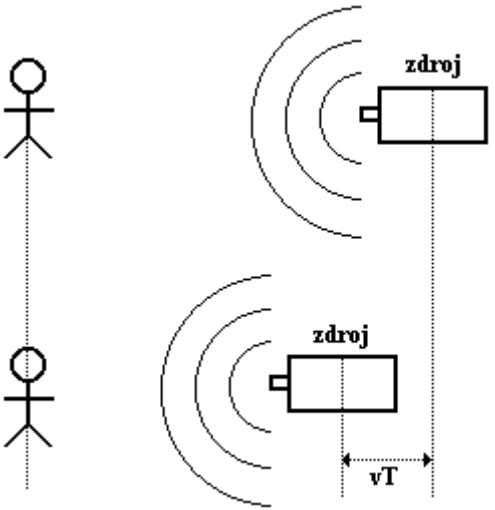
1. pohybující se zdroj vlnění
2. pohybující se pozorovatel
3. pohybující se zdroj i pozorovatel

2.3.4.1 | Pohybující se zdroj

Uvažujme zdroj zvuku, který se pohybuje směrem k pozorovateli rychlostí o velikosti *v* a který vysílá zvuk s periodou *T*. Zvuk se šíří prostředím rychlostí o velikosti v_z. Budeme-li sledovat dva po sobě jdoucí vrcholy zvukové vlny, pak mezi vysláním prvního a druhého vrcholu uplyne doba *T* (perioda). Za tu dobu se zdroj přiblíží k pozorovateli o vzdálenost vT (viz obr. 62). Čas, který potřebuje vrchol druhé vlny aby se dostal k pozorovateli, tedy klesne o $t = \frac{vT}{v_z}$. Čas, který uplyne mezi příchody dvou po sobě jdoucích vrcholů vln k pozorovateli, proto je $T_p = T - \frac{vT}{v_z} = \frac{v_z - v}{v_z} T$, kde T_p je perioda zvuku měřená

pozorovatelem. Uvědomíme-li si, že platí $f = \frac{1}{T}$, lze pro frekvenci zvuku f_p měřenou pozorovatelem psát: $f_p = \frac{v_z}{v_z - v} f$. Z výrazu je vidět, že $f_p > f$.

Odvození bylo provedeno pomocí porovnáván period proto, že tento způsob je názornější. Při využívání Dopplerova jevu v praxi se ale většinou porovnávají frekvence zdroje zvuku, světla, ... s frekvencemi měřenými pozorovateli.



Obr. 62

Bude-li velikost rychlosti zdroje zvuku větší nebo

rovna velikosti rychlosti zvuku v daném prostředí, k pozorovateli nedorazí žádná zvuková vlna šířící se směrem dopředu (z hlediska zdroje zvuku). Pozorovatel zachytí zvuk až poté, co pozorovatele mine zdroj zvuku. Zdroj zvuku se v tom případě už bude od pozorovatele vzdalovat.

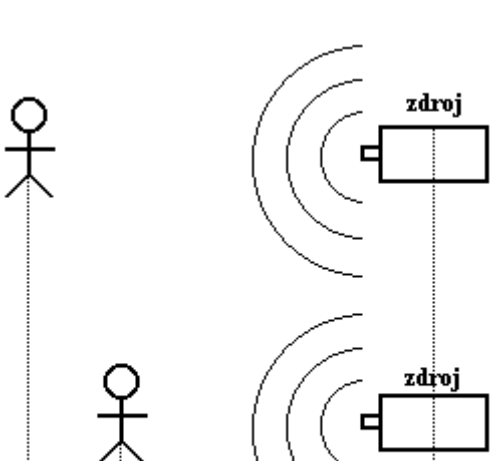
Tuto situaci lze ale popsat analogicky. Pro frekvenci, kterou naměří pozorovatel, od něhož se zdroj zvuku vzdaluje rychlostí o velikosti *v*, platí: $f_p = \frac{v_z}{v_z + v} f$. Ze vztahu je vidět, že $f_p < f$.

Tento vztah vyplývá jednoduše ze základních vlastností mechanického pohybu. Změní-li se směr rychlosti pohybu zdroje zvuku na opačný, změní se znaménko u velikosti rychlosti na opačné.

2.3.4.2 | Pohybující se pozorovatel

Předpokládejme, že se pozorovatel pohybuje rychlostí o velikosti v_p směrem k nehybnému zdroji zvuku. Zdroj zvuku vysílá zvuk s periodou *T*, pozorovatel jej přijímá s periodou T_p. Mezi vysláním vrcholů dvou po sobě jdoucích vln ze zdroje, uplyne čas *T*. Pozorovatel tyto dva vrcholy přijme v časovém odstupu T_p, přičemž se mezitím posune ke zdroji zvuku o vzdálenost $v_p T_p$ (viz obr. 63). Čas mezi přijetím druhého vrcholu vlny se proto pro pozorovatele

sníží o hodnotu $\frac{v_p T_p}{v_z}$. Pro hledanou periodu zvuku T_p měřenou pozorovatelem, lze psát $T_p = T - \frac{v_p T_p}{v_z}$, odkud po úpravě dostáváme $T_p = \frac{v_z}{v_z + v_p} T$. Mezi příslušnými frekvencemi pak platí vztah: $f_p = \frac{v_z + v_p}{v_z} f$. Ze zlomku je vidět, že $f_p > f$.



Obr. 63

Obdobným způsobem lze postupovat při odvozování vztahu pro frekvenci zvuku, kterou naměří pozorovatel

pohybující se směrem od zdroje. Pro příslušné frekvence bude platit vztah $f_p = \frac{v_z - v_p}{v_z} f$. Je zřejmé, že $f_p < f$.

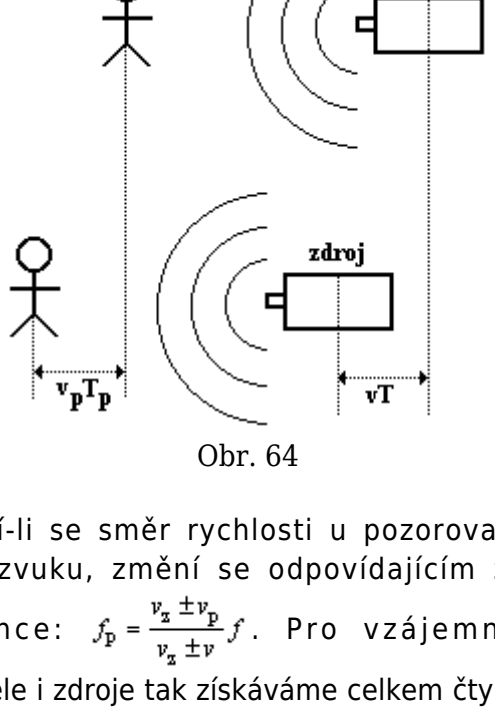
Bude-li se pozorovatel v tomto případě pohybovat rychlostí větší (nebo stejnou), než je velikost rychlosti zvuku v daném prostředí, zvuk k němu vůbec nedospěje. Proto nemá smysl v tom případě mluvit o měření frekvence zvuku pozorovatelem.

2.3.4.3 | Pohyb pozorovatele i zdroje

V praxi může nastat i situace, kdy se pohybuje jak pozorovatel (rychlostí o velikosti v_p), tak zdroj zvuku (rychlostí o velikosti *v*). Uvažujme situaci, kdy se pohybují oba stejným směrem (obr. 64). Zdroj vysílá zvuk s periodou *T*, pozorovatel jej přijímá s periodou T_p.

Mezi vysláním vrcholů dvou po sobě jdoucích vln ze zdroje uplyne čas *T*, za který se zdroj přiblíží k pozorovateli o vzdálenost Tv. Tím se sníží čas, který potřebuje druhý vrchol, aby dorazil k pozorovateli, o hodnotu $\frac{vT}{v_z}$. Pozorovatel přijme tyto dva vrcholy v časovém odstupu T_p. On sám se ale mezitím od zdroje vzdálí o vzdálenost $v_p T_p$. Čas potřebný k tomu, aby druhý vrchol dospěl k pozorovateli, se zvětší o hodnotu $\frac{v_p T_p}{v_z}$. Pro periodu

zvuku T_p měřenou pozorovatelem lze tedy psát: $T_p = T - \frac{vT}{v_z} + \frac{v_p T_p}{v_z}$, odkud $T_p = \frac{v_z - v}{v_z - v_p} T$. Pro frekvenci tedy pak dostáváme $f_p = \frac{v_z - v_p}{v_z - v} f$.



Obr. 64

Změní-li se směr rychlosti u pozorovatele resp. u zdroje zvuku, změní se odpovídajícím způsobem i frekvence: $f_p = \frac{v_z \pm v_p}{v_z \pm v} f$. Pro vzájemný pohyb pozorovatele i zdroje tak získáváme celkem čtyři možnosti měřené frekvence zvuku pozorovatelem. Je-li $\vec{v_z} = \vec{v}$ je

velikost rychlosti pozorovatele vůči zdroji zvuku nulová a ke změně frekvence nedochází.

Nemá-li docházet ke změně frekvence zvuku měřené pozorovatelem vůči frekvenci zvuku vysílaného zdrojem zvuku, podmínka $v_{\text{p}} = v$ nestačí. Je nutné, aby obě rychlosti měli stejný směr. Podmínka $v_{\text{p}} = v$ to ale nezaručuje.

2.3.5 | Vlastnosti zvuku

O kvalitě sluchového vjemu rozhodují vlastnosti zvuku.

Rozeznáváme tentýž tón zahraný na kytaře a na klavíru, rozlišíme vysoký a nízký tón hudebního nástroje, vnímáme různou hlasitost zvuků, ...

Tyto vlastnosti lze popsat objektivně fyzikálními veličinami nezávisle na tom, jak vnímáme zvuk subjektivně. Někdy nás ale naopak může spíše zajímat, jak zvuk vnímáme - tedy veličina subjektivní. Nejdůležitějšími vlastnostmi zvuku jsou: výška, barva zvuku a hlasitost.

2.3.5.1 | Výška zvuku

Výška zvuku se určuje výhradně u tónů a je určena frekvencí.

Určovat výšku bouchnutí rukou do stolu, ... nemá příliš smysl. Navíc by byl problém (jak vyplyne dále)

s nalezením vhodné frekvence, která by výšku těchto typů zvuků určovala.

U jednoduchých tónů s harmonickým průběhem určuje frekvence těchto tónů **absolutní výšku tónu**.

Jednoduchý tón má sinusový průběh a má tedy pouze jednu jedinou frekvenci.

Složené tóny jsou výsledkem superpozice většího počtu jednoduchých tónů a jejich frekvence jsou násobky frekvence základního tónu, který má nejnižší frekvenci. Tato základní frekvence určuje absolutní výšku tónu. Amplitudy vyšších harmonických tónů jsou menší než je amplituda základního tónu, a proto složený tón vnímáme jako jeden.

Tím se odlišuje vnímání složeného tónu od vnímání např. akordu. Akord je složen z několika složených tónů, a proto v akordu znalec jednotlivé (složené) tóny, z nichž je akord složen, rozliší.

Absolutní výšku tónu lze měřit pomocí přístrojů (např. pomocí rezonance, rázů, ...), ale sluchem ji určíme těžko. Pro subjektivní hodnocení zvuků je důležitější **relativní výška tónu**, která je určena podílem frekvence daného tónu k frekvenci vhodně zvoleného tzv. **referenčního tónu**. V hudební akustice bývá často tímto referenčním tónem tón o frekvenci $440\,\mathrm{Hz}$ (a^1, komorní *a*), v technické praxi je to tón o frekvenci $1\,\mathrm{kHz}$.

Relativní výšku tónů znají kytaristé, kteří si chtějí jen tak zazpívat u ohně, v hospůdce, ... Kytary naladí tak,

aby ladily vůči sobě. Už ale nemusí být naladěny zcela přesně podle ladičky.

Relativní výšku dvou tónů lze vyjádřit též jako podíl jejich frekvencí, podle čehož se vyjadřují hudební intervaly:

1. oktáva - poměr frekvencí je 2:1 (tedy tón o oktávu vyšší má dvojnásobnou frekvenci)
2. kvinta - poměr frekvencí je 3:2
3. kvarta - poměr frekvencí je 4:3
4. velká tercie - poměr frekvencí je 5:4
5. malý půltón - poměr frekvencí je 25:24

Běžně se používají tyto druhy ladění:

1. temperové - oktáva je rozdělena na 12 hudebních intervalů (půltónů) s relativní výškou $\sqrt[12]{2} = 1{,}06$; používá se u klávesových nástrojů.
2. přirozené - hudební intervaly jsou vyjádřeny poměrem přirozených čísel; používá se u hudebních nástrojů, kde lze přímo ovlivnit výšku tónu (housle, kytara, ...)

2.3.5.2 | Barva tónu

Skutečnost, že každý tón má pro naše ucho zcela charakteristický zvuk, způsobuje obsah vyšších harmonických tónů ve složeném tónu. Tuto vlastnost zvuků označujeme jako **barva tónu**. Je určena nejen počtem vyšších harmonických tónů obsažených ve složeném tónu,

ale také jejich amplitudami. Právě barva tónu umožňuje sluchem odlišit dva složené tóny, které mohou mít stejnou absolutní výšku a které jsou vydávány dvěma různými zdroji zvuku. Rozdílná barva zvuku různých zdrojů zvuku je dána různým způsobem vzniku zvuku v různých rezonátorech, které se liší tvarem, velikostí, materiálem, ...

2.3.5.3 | Hlasitost a intenzita zvuku

2.3.5.3.1 | Základní definice

Zvuková vlna představuje periodické stlačování a rozpínání pružného prostředí, v němž se šíří (vzduch, voda, ...). Ve vzduchu např. dochází k periodickým změnám atmosférického tlaku, které uchem vnímáme jako zvuk určité hlasitosti. Hlasitost je veličina subjektivní a závisí na citlivosti sluchu. Pro objektivní hodnocení zvuku byla zavedena **intenzita zvuku** *I*:

INTENZITA ZVUKU I JE DEFINOVÁNA PODÍLEM VÝKONU P ZVUKOVÉHO VLNĚNÍ A PLOCHY S, KTEROU VLNĚNÍ PROCHÁZÍ: $I = \frac{P}{S}$; $[I] = \mathrm{W.m^{-2}}$.

Intenzita zvuku je přímo úměrná energii kmitání, které zvukové vlnění v daném bodě vzbuzuje. Tato energie pak závisí na druhé mocnině amplitudy výchylky a na druhé mocnině frekvence. Intenzitu zvuku tedy určují nejen změny tlaku vzduchu v daném místě, ale také výška tónu.

Citlivost lidského ucha je největší při frekvencích zvuku $\langle 700; 6000 \rangle \mathrm{Hz}$. V souvislosti s tím se zavádějí dvě hranice intenzity zvuku:

1. <u>práh slyšení</u> - charakterizován intenzitou zvuku $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W.m^{-2}}$ (resp. akustickým tlakem $20\ \mu\mathrm{Pa}$), která je nejmenší intenzitou, od níž zvuk vnímáme
2. <u>práh bolesti</u> - charakterizovaný intenzitou zvuku $1\ \mathrm{W.m^{-2}}$ (resp. akustickým tlakem $130\ \mathrm{Pa}$); zvuky větších intenzit než je práh bolesti mohou v uchu vyvolat bolestivý pocit

Poměr nejmenší a největší intenzity zvuku v oblasti největší citlivosti ucha je 10^{12}. Hladinu intenzity (hlasitost) zvuku je proto vhodné vyjadřovat pomocí logaritmické stupnice; jednotkou hlasitosti zvuku je *bel* (značka B). Tato jednotka byla nazvána podle vynálezce telefonu, Američana Alexandra Grahama Bella (1847 - 1922). Jedná se o jednotku velkou, proto se v praxi používají jednotky nižší - *decibel* dB. Rozlišovací schopnost lidského ucha je řádově právě $1\ \mathrm{dB}$.

Použití funkce logaritmus je velmi vhodné: tato funkce totiž „výrazným způsobem snižuje řády“. Pokud bychom chtěli rozsah prahových intenzit zobrazit v grafu, bylo by nutné stupnici rozdělit na 10^{12} dílků. S využitím funkce logaritmus stačí dílů 12 resp. 120 při vyjádření v decibelech.

MÁ-LI ZVUK INTENZITU I, PAK

V LOGARITMICKÉ STUPNICI LZE VYJÁDŘIT HLADINU INTENZITY (HLASITOST) ZVUKU L VZTAHEM $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, KDE I_0 JE INTENZITA PRAHU SLYŠENÍ; $[L] = \mathrm{dB}$.

(Analogicky lze vyjádřit tuto veličinu vztahem $L = 10 \log \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 = 20 \log \frac{p}{p_0}$, kde *p* je akustický tlak daného zvuku a p_0 je akustický tlak odpovídající prahu slyšení.)

Činitel 10 ve vztahu pro hladinu intenzity zvuku zajišťuje již převod na decibely.

V tab. 3 jsou uvedeny hladiny intenzit (hlasitosti) zvuku u různých zdrojů zvuku, s nimiž se lze setkat v praxi.

$\frac{B}{\mathrm{dB}}$	Zvuk	$\frac{B}{\mathrm{dB}}$	Zvuk
0	hranice slyšitelnosti	70	hluk na silně frekventovaných ulicích velkoměsta, vysavač
10	šelest listí, ticho na venkově	80	hluk v tunelech podzemních železnic, křik, symfonický orchestr
20	šum listí, knihovna, tikot hodinek	90	hluk motorových vozidel
30	pouliční hluk v tichém předměstí	100	maximální hluk motorky, pneumatická vrtačka
40	tlumený rozhovor	110	hlasité obráběcí stroje, rocková kapela
50	normální pouliční hluk, ruch v kanceláři	120	startující letadlo (z 1 m)
60	hlasitý (normální) rozhovor, ruch v davu	130	hluk působící bolest

tab. 3

Dopadá-li na přijímací systém (ucho, mikrofon, ...) několik zvukových vln, jejich výsledná hladina je úměrná

nikoliv součtu jednotlivých hladin, ale součtu veličin, které původní hladiny určily (tj. intenzita, akustický výkon, druhá mocnina akustického tlaku).

Pro výslednou hladinu *n* zvuků o intenzitách $I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n$ lze psát: $L = 10 \log \frac{\sum_{i=1}^{n} I_i}{I_0} = 10 \log \sum_{i=1}^{n} \frac{I_i}{I_0}$.

Uvědomíme-li si, že ze vztahu $L_i = 10 \log \frac{I_i}{I_0}$ $(i = 1, 2, 3, \ldots, n)$ pro jednotlivé hladiny lze vyjádřit podíl $\frac{I_i}{I_0} = 10^{\frac{L_i}{10}}$, který můžeme dosadit do výrazu pro celkovou hladinu, můžeme psát: $L = 10 \log \sum_{i=1}^{n} \frac{I_i}{I_0} = 10 \log \sum_{i=1}^{n} 10^{\frac{L_i}{10}}$.

2.3.5.3.2 | ***Dodatky

Pro dva zvuky různých frekvencí, ale stejných intenzit *I*, z nichž každý má hladinu intenzity $L_1 = 10 \log \frac{I}{I_0}$, je výsledná hladina dána vztahem: $L = 10 \log \frac{2I}{I_0} = 10 \log \frac{I}{I_0} + 10 \log 2 = 10 \log \frac{I}{I_0} + 10.0{,}301 \doteq L_1 + 3$, tedy výsledná hladina je vyšší pouze o $3\ \mathrm{dB}$.

Tento výsledek není nutné si pamatovat. Výpočet je uveden pouze pro ilustraci. Běžně ho používají zvukoví technici, technici ve stavební akustice, ...

Každá hladina je charakterizována svou referenční hodnotou. Uvažujeme-li ale rozdíl dvou hladin, je jasné, že na referenční hodnotě nezávisí, protože je v obou případech stejná: $L_2 - L_1 = 10\log\frac{I_2}{I_0} - 10\log\frac{I_1}{I_0} = 10\log I_2 - 10\log I_0 - 10\log I_1 + 10\log I_0 = 10\log\frac{I_2}{I_1}$.

Na základě této rovnice je velmi snadné určit, kolikrát je třeba zvýšit intenzitu (resp. kvadrát akustického tlaku), aby se hladina zvýšila o daný počet decibelů.

Hladina intenzity (hlasitost) zvuku je závislá na vzdálenosti zdroje zvuku od pozorovatele.

Nejjednodušší praktický případ je bodový zdroj ve volném prostoru, tj. zdroj zvuku zanedbatelných rozměrů vůči zvolené vztažné soustavě, který vysílá zvuk do všech směrů.

Letadlo letící vysoko nad zemí, ...

Zvuk se od zdroje šíří radiálně (centrálně), vlnoplochy jsou kulové. Označíme-li vzdálenost od zdroje *r*, je intenzita *I* dána vztahem: $I = \frac{\Delta P}{\Delta S} = \frac{P}{4\pi r^2}$, kde *P* je akustický výkon zdroje.

Zvuk je vyzařován do objemu koule. Plocha, kterou daná vlnoplocha v určitý čas vytvoří, je plochou této myšlené koule.

Pro hladinu intenzity zvuku pak dostáváme: $L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{P}{4\pi r^2 I_0}$. Tímto vztahem jsme dostali hladinu intenzity zvuku jako funkci vzdálenosti *r* od zdroje zvuku.

Vzhledem k tomu, že intenzita zvuku klesá se čtvercem vzdálenosti, klesá akustický tlak lineárně, tj. $\frac{p_2}{p_1} = \frac{r_1}{r_2}$.

2.3.5.3.3 | ***Weber - Fechnerův psychofyzikální zákon

Logaritmickou závislost mezi velikostí podnětu (fyzikální příčiny) a velikostí fyziologického vjemu objevil německý fyziolog Ernst Heinrich Weber (1795 - 1878). Později ji zdůvodnil zakladatel psychofyziky, němec Gustav Theodor Fechner (1801 - 1887). **Weber - Fechnerův psychofyzikální zákon** tedy říká: Mění-li se fyzikální podněty působící na naše smysly řadou geometrickou, vnímáme jejich změnu v řadě aritmetické.

Jiné vyjádření téhož zákona: Změna fyziologického vjemu *v* je úměrná relativní změně jeho fyzikální příčiny *p*. Tedy platí: $dv = konst. \frac{dp}{p}$, odkud $v = konst. \ln \frac{p}{p_0}$, kde p_0 je referenční hodnota veličiny hodnotící příčiny vjemu. Na

základě toho je možné Weber - Fechnerův zákon psát též ve tvaru: Míra fyziologického vjemu je úměrná logaritmu míry jeho fyzikální příčiny.

V důsledku toho, že sluch je nestejně citlivý pro tóny různých výšek, může být subjektivní síla zvuku (hladina jeho hlasitosti) různá i u dvou zvuků se stejnou intenzitou. Mimo to platí, že subjektivní síla zvuku neroste úměrně s jeho fyzikální intenzitou.

Weber - Fechnerův zákon se dotýká nejen hlasitosti zvuku, ale též osvětlení, či odhadu hmotností předmětů.

Projev Weber - Fechnerova psychofyzikálního zákona lze ověřit v praxi různými způsoby.

Tak např. s hmotností. Zkuste vzít do každé ruky jeden ze dvou předmětů, které jsou vizuálně stejné (např. krabice od mléka naplněná různým množstvím písku, ...), ale liší se hmotností tak, že jeden předmět má dvojnásobnou hmotnost než ten druhý. Vezmeme-li je do ruky, bude se nám zdát, že se jejich hmotnosti liší jen „o trošku“, ale ne dvojnásobně.

Podobný pokus lze udělat se světlem. V místnosti nainstalujeme na strop dostatečné množství stejných žárovek, a určitý počet jich rozsvítíme. Druhý člověk bude sledovat osvětlení knihy na stole. Pak rozsvítíme dvojnásobný počet žárovek než poprvé. Čtenářovi se bude zdát, že se osvětlení nezvýšilo dvakrát, ale jen o malý přírůstek.

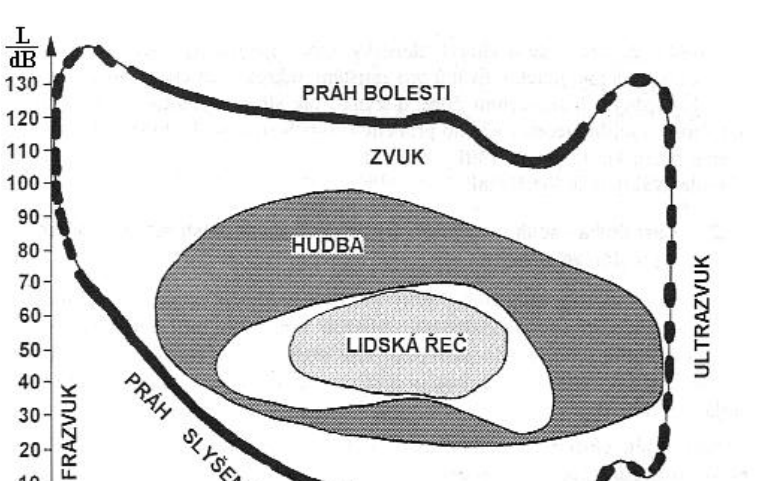
Poměr mezi nejnižší a nejvyšší frekvencí u oktávy (tj. relativní výška) je $\frac{f_2}{f_1} = 2$. Na základě prvního vyjádření Weber - Fechnerova zákona je možné psát: $dv = konst. \frac{df}{f}$ a tedy $v = konst. \log \frac{f_2}{f_1}$, kde dv je změna relativní výšky tónu.

Na základě toho se proto v technické praxi vynáší frekvence v grafech pomocí logaritmické stupnice, což má tu výhodu, že dělení osy s frekvencí je ekvidistantní (určitému intervalu frekvencí vždy odpovídá stejná vzdálenost na ose).

Schopnost lidského sluchu vnímat zvuk je omezena díky rezonančnímu charakteru kmitání bubínku na určité frekvence. V blízkosti mezních frekvencí je citlivost sluchu velmi malá a je tedy zapotřebí poměrně velké intenzity signálu, aby způsobil zvukový vjem. Budeme-li postupně vynášet do grafu na obr. 65 hodnoty intenzity zvuku (resp. hladiny intenzity zvuku), které při dané frekvenci začíná lidské ucho právě vnímat, dostaneme tzv. **prahovou křivku slyšení**. Zvyšujeme-li při stejných frekvencích intenzitu zvuku (resp. hladinu intenzity zvuku) do hodnoty těsně před pocitem bolesti, dostaneme tzv. **práh bolesti**. Tyto křivky, které odpovídají stejné hladině intenzity zvuku, se nazývají **Kingsburyho prahové křivky**.

Z grafu je dobře patrné, že v oblasti rezonance ušního bubínku (zhruba $(1; 2)\,\mathrm{kHz}$) je rozsah schopnosti sluchu

vnímat různou intenzitu (resp. různou hladinu intenzity) zvuku velký - zhruba $10^{12}\ \mathrm{W.m^{-2}}$ (resp. $120\ \mathrm{dB}$).



Obr. 65

2.3.5.3.4 | Fyziologické vnímání zvuku

Pro stanovení síly subjektivního vjemu zvuku (hlasitosti) lze pochopitelně použít vyjádření pomocí hladiny intenzity zvuku, protože ta je vytvořena na základě Weberova - Fechnerova zákona. Problém je pouze v tom, že vnímání zvuku je závislé nejen na intenzitě, ale i na

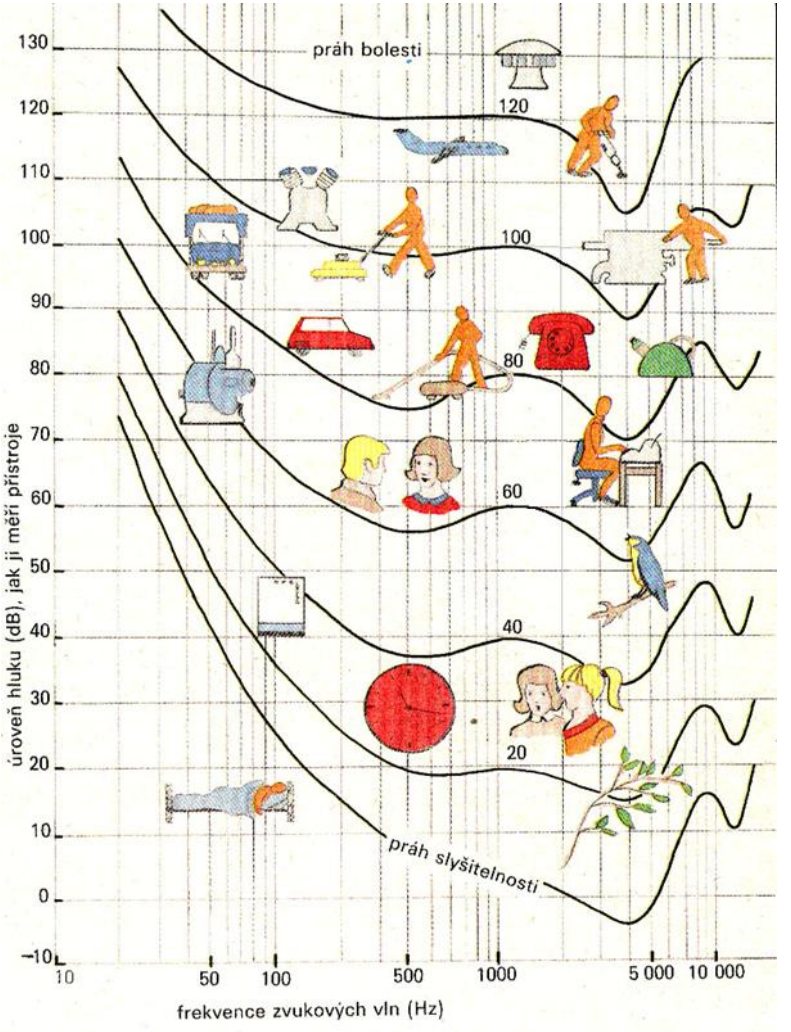
frekvenci.

Z toho důvodu už v době vzniku akustiky jako odvětví fyziky hledali vědci způsob, jak tento problém přijatelně vyřešit. V zásadě panovala shoda, že referenční hodnota I_0 použitá v definici hladiny intenzity zvuku je vlastně prahovou hodnotou pro tón o frekvenci $1000\,\mathrm{Hz}$, takže hladina intenzity tohoto tónu je současně i jeho hladinou hlasitosti (hladinou zvuku). O stanovení hladiny ostatních frekvencí se vedly spory.

Nakonec se ujalo Barkhausenovo řešení, které se v principu používá i dnes. Barkhausen srovnával subjektivní vjem hlasitosti tónu o frekvenci $1000\,\mathrm{Hz}$ ze sluchátka na jednom uchu jedince z vybrané skupiny studentů s vjemem tónu jiné frekvence poslouchaným druhým uchem. V případě stejného subjektivního vjemu hlasitosti poznamenal obě hladiny. Statistickým vyhodnocením potom obdržel křivky stejné hladiny zvuku, které jsou znázorněny na obr. 66. Na svislé ose jsou vyneseny hladiny intenzity zvuku tak, jak ji měří příslušné přístroje, zatímco čísla uvedená u každé křivky určují hladinu intenzity, kterou vnímá lidské ucho. Z grafu je tedy vidět, jak závisí vnímání zvuku lidským uchem na frekvenci zvuku. Nejcitlivěji vnímá člověk zvuk při frekvenci, která je blízká $5000\,\mathrm{Hz}$.

Na obr. 66 jsou kromě křivek znázorněny i některé předměty z běžného života, jejichž charakteristický zvuk zhruba odpovídá dané hlasitosti a frekvenci.

V době Barkhausenova měření nebyly všechny křivky takové, jaké jsou dnes (a na obr. 66), ale křivky pro větší intenzity přecházely postupně v křivky stále plošší. Příčinou bylo pravděpodobně přebuzení měřící aparatury, což ale Barkhausen nemohl vědět. Vzhledem k tomu zavedl tři váhové křivky, které vystihovaly různé tvary naměřených křivek. V současné době toto dělení nemá smysl, protože křivky na grafu jsou zhruba stejné a jsou jenom vůči sobě posunuty.


práh bolesti
120
100
80
60
40
20
práh slyšitelnosti
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
−10
úroveň hluku (dB), jak ji měří přístroje
10
50
100
500
1000
5 000
10 000
frekvence zvukových vln (Hz)

Obr. 66

2.3.5.4 | ***Maskování zvuku

Maskování zvuku vzniká při současném působení dvou zvuků rozdílných hladin intenzity zvuku. Podle vztahu pro určení výsledné hladiny intenzity zvuku lze zjistit, že v případě dvou zvuků, jejichž hladiny intenzity zvuku se liší o více než 10 dB, přispívá slabší zvuk k výsledné hladině méně než jedním decibelem. To je už pod hranici rozlišitelnosti i u tónu o frekvenci 1000 Hz, natož pak u tónů s vyššími frekvencemi.

Se zvukem o frekvenci 1000 Hz byly totiž prováděny základní experimenty o fyziologickém vnímání zvuku.

Protože je za těchto podmínek slabší zvuk již pod hranicí sluchového vnímání, říká se, že je **silnějším zvukem maskován**.

Silnější zvuk tedy převládne nad zvukem slabším.

Čím vyšší je hladina intenzity maskujícího tónu, tím výše je třeba zvednout hladinu maskovaného tónu, abychom tento tón znovu postřehli. Při značné odlišnosti frekvencí obou zvuků je průnik maskovaného tónu snazší, má-li nižší hladinu intenzity zvuku.

Maskování vlastně znamená posuv prahu slyšení směrem k vyššímu akustickému tlaku (k vyšší hladině intenzity zvuku). Tento posuv je závislý také na tom, zda

maskovací zvuky přicházejí zepředu či zezadu.

Je-li tón maskován dvěma tóny položenými frekvenčně z obou stran frekvence maskovaného tónu, je maskovací efekt větší než při maskování jen jedním z obou těchto tónů a dokonce vyšší, než by bylo maskování jedním z obou tónů při zdvojnásobení jeho hlasitosti.

V praxi se maskování používá k maskování lidského hlasu zvukem hudebního nástroje. Toto maskování je nejvýraznější, jsou-li oba zvuky v oktávovém intervalu. Tón lze maskovat i hlukem a naopak hluk (nebo šum) hudebním tónem.

2.3.6 | ***Zvuk v otevřeném prostoru

V otevřeném prostoru (exteriéru) je běžně slyšitelnost zvuku horší než v místnosti nejen v důsledku ohybu zvuku, ale také z důvodu poklesu intenzity zvuku se vzdáleností od zdroje zvuku.

Z definice intenzity zvuku jako energie, která projde jednotkovou plochou kolmou na směr šíření vlnění za jednotku času, vyplývá, že existuje jediný případ, kdy se intenzita zvuku se vzdáleností od zdroje zvuku nemění: pokud se zvuk šíří v podobě rovinných vlnoploch. Ty se ale prakticky ve volném prostoru nevyskytují, protože obvykle je zdroj zvuku vůči okolnímu prostoru malý a energie se z něho šíří do všech směrů.

Zdroj zvuku, který je zdrojem rovinných vlnoploch,

by musel být velmi rozlehlý, aby se vlny šířily jen „dopředu“ a ne „do stran“.

Ve velké vzdálenosti od zdroje zvuku je sice možné kulové vlnoplochy považovat za rovinné, ale intenzita zvuku je v tomto případě již zanedbatelná.

Intenzita zvuku totiž klesá v závislosti na vzdálenosti - přesně podle definice intenzity zvuku.

2.3.6.1 | Bodový zdroj ve volném prostoru

Nejjednodušší praktický případ je bodový zdroj ve volném prostoru.

Takovým zdroje zvuku může být např. letadlo letící vysoko nad zemí.

Zvuk se od zdroje šíří radiálně (centrálně), vlnoplochy jsou kulové. Označíme-li vzdálenost od zdroje *r*, je intenzita zvuku *I* dána vztahem: $I = \frac{\Delta P}{\Delta S} = \frac{P}{4\pi r^2}$, kde *P* je akustický výkon zdroje. Pro hladinu intenzity pak dostáváme: $L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{P}{4\pi r^2 P_0}$. Tento vztah můžeme s využitím vlastností logaritmické funkce upravit do tvaru $L = 10 \log \frac{P}{4\pi r^2 P_0} = 10 \log \frac{P}{P_0} - 10 \log\left(4\pi r^2\right) = 10 \log \frac{P}{P_0} - 20 \log r - 10 \log(4\pi) \doteq L_P - 20 \log r - 11$.

Výraz $\log r$ je nesmyslný, protože se v něm vyskytuje

fyzikální veličina včetně jednotky. Matematicky korektnější výraz by byl $1\log\frac{r}{r_0}$, kde r_0 by byla jakási referenční vzdálenost (např. 1 m), v níž bychom intenzitu zvuku porovnávali s intenzitou zvuku ve vzdálenosti *r*. Pro běžné výpočty je ovšem uvedený vztah v pořádku.

Tak jsme získali hladinu intenzity zvuku (resp. hladinu tlaku zvuku) jako funkci hladiny akustického tlaku. Vzhledem k tomu, že hladina akustického výkonu se nemá přímo zvukoměrem měřit, můžeme si pomoci změřením dvou hladin intenzit L_1 a L_2 v odpovídajících si vzdálenostech r_1 a r_2 od zdroje. Pro tyto hladiny dostaneme: $L_1 = L_p - 20\log r_1 - 11$ a $L_2 = L_p - 20\log r_2 - 11$, odkud pro jejich rozdíl vychází:

$$L_2 - L_1 = L_p - 20\log r_2 - 11 - \left(L_p - 20\log r_1 - 11\right) = 20\log\frac{r_1}{r_2}.$$

Vzhledem k tomu, že intenzita zvuku klesá s druhou mocninou vzdálenosti od zdroje zvuku, klesá akustický tlak lineárně, tj. $\frac{p_2}{p_1} = \frac{r_1}{r_2}$.

Pokles hladiny intenzity zvuku (resp. intenzity akustického tlaku) při dvojnásobném zvětšení vzdálenosti ve volném prostoru činí zhruba 6 dB.

2.3.6.2 | Zdroj vyzařující do polokulového prostoru

V praxi velmi často existuje zdroj zvuku (resp. zdroj hluku) vyzařující pouze do polokulového prostoru.

Např. bodový zdroj (reproduktor, ...) na velké rovné louce.

V tomto případě se veškerá (resp. většina) akustická energie vyzářená směrem dolů odráží nahoru. Tak se zdvojnásobí hustota energie v prostoru nad zdrojem zvuku, a proto se zdvojnásobí i intenzita zvuku vyzařovaného zdrojem zvuku. Podle vztahu, který platí pro bodový zdroj zvuku ve volném prostoru, a na základě vztahu pro výslednou intenzitu dvou zvuků stejných intenzit pro výslednou hladinu intenzity zvuku dostáváme vztah $L = L_p - 20\log r - 11 + 3$.

Člen „+3“ odpovídá právě tomu, že v prostoru nad zdrojem zvuku je intenzita zvuku dvojnásobná ve srovnání s intenzitou zvuku vydávaného zdrojem zvuku.

2.3.6.3 | Přímkový zdroj hluku

Přímkový zdroj hluku je např. dálnice se souvislým proudem automobilů. Intenzita zvuku bude v tomto případě stejná na válcových plochách, jejichž plocha *S* je přímo úměrná vzdálenosti *r* od zdroj zvuku (resp. zdroje

hluku).

Tyto válcové plochy by byly hypoteticky „obaleny“ kolem uvažovaného přímkového zdroje zvuku (např. dálnice) tak, že osa těchto válcových ploch by byla totožná s podélnou osou zdroje zvuku (v tomto případě by ležela v dálnici).

Vzhledem k tomu, že intenzita *I* je úměrná převrácené hodnotě plochy *S*, bude platit $\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1}{r_2}$ a tedy $\frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$ pro příslušné vzdálenosti r_1 a r_2 od zdroje zvuku, pro příslušné intenzity I_1 a I_2 a pro akustické tlaky p_1 a p_2.

Vzhledem k tomu, že při dvojnásobné vzdálenosti od zdroje bude v tomto případě intenzita poloviční, lze říci, že zdvojnásobením vzdálenosti od zdroje zvuku klesne hladina intenzity zvuku o 3 dB (analogie skládání dvou zvuků stejných intenzit).

2.3.6.4 | Vliv atmosféry a vegetace

Bodový zdroj zvuku, zdroj zvuku vyzařující do polokulového prostoru a přímkový zdroj zvuku byly popsány nejjednodušším geometrickým modelem a zcela byl zanedbán vliv pohlcování akustické energie v atmosféře. I když je pohlcování zvuku v atmosféře poměrně malé, závisí pohlcování zvuku na vzdálenosti, kterou zvuk urazil, a na vlhkosti vzduchu a na teplotě zvuku.

Obecně je možné říci, že pohltivost zvuku ve vzduchu se zvyšuje velmi silně s frekvencí. Např. hladina akustického tlaku tónu o frekvenci 500 Hz klesne na vzdálenosti 2 km v důsledku pohltivosti vzduchu o 4 dB, zatímco hladina akustického tlaku tónu o frekvenci 4000 Hz za stejných podmínek klesne o 73 dB. Tento pokles je nutno přidat k poklesu hladiny v důsledku šíření energie do prostoru. Při přesnějším studiu pohltivosti vzduchu bylo zjištěno, že vyšší pohltivost pro danou frekvenci zvuku má vzduch suchý a relativně chladný než vzduch vlhký a teplý.

Útlum hladiny zvuku účinkem vegetace se projeví nejvíce u vzrostlého smíšeného lesa, kde na vzdálenosti asi 100 m poklesne u středních frekvencí hladina intenzity zvuku asi o 7 dB. U nízké vegetace (např. tráva) je tento pokles podstatně menší. Podobné účinky mají i protihlukové stěny, pokud jsou dostatečně neprůzvučné a vysoké, tj. pokud způsobí odraz zvuku resp. ohyb zvuku směrem dolů za překážku. Potom u zvukových vln středních frekvencí je útlum zhruba 10 dB až 25 dB.

2.3.7 | ***Zvuk v uzavřeném prostoru

Ze zkušenosti víme, že mluvené slovo je v uzavřené místnosti silnější a srozumitelnější než v exteriéru, stejně tak i hudba daleko lépe vyzní v uzavřeném prostoru než venku, ... Podle zvuku i zkušený herec nebo hudebník okamžitě pozná, v jakém prostoru se ocitl, přestože přes

zář reflektorů nevidí do hlediště.

Důvodem je skutečnost, že zvuk vycházející ze zdroje zvuku se mnohonásobně odráží od stěn a předmětů v místnosti a více či méně rovnoměrně vyplní celý prostor. Ztráty energie únikem do prostoru jsou tedy menší než venku, a proto vnímáme zvuk v uzavřeném prostoru s větší hlasitostí. Pokud se prostor vyplní energií zvuku rovnoměrně, vzniká homogenní akustické pole, které se nazývá **difúzní akustické pole** (**dozvukové akustické pole**).

Ve většině případů je existence odrazu zvuku v místnosti pro poslech příznivá, jsou ale i extrémní případy, kdy odrazy poslech zhoršují.

2.3.7.1 | Odraz zvuku, pohlcování zvuku

V důsledku toho, že při dopadu zvukového vlnění na překážku (např. stěna, dveře, ...) část zvukové energie proniká do druhého prostředí a zbytek se od překážky odráží podle zákona odrazu, je intenzita odraženého (reflektovaného) vlnění I_r vždy menší než intenzita I_0 vlnění dopadajícího na stěnu. Část zvukové energie, která pronikla do překážky je z hlediska místnosti ztracená (pohlcená). Platí jednoduchý vztah: $I_0 = I_r + I_a$, kde I_a je intenzita pohlceného (absorbovaného) vlnění.

Na základě toho je možné zavést podíly:

1. $r = \frac{I_r}{I_0}$, který se nazývá **koeficient odrazivosti (reflexe)** zvuku při odrazu
2. $\alpha = \frac{I_a}{I_0}$, který se nazývá **koeficient pohltivosti (absorpce)** zvuku při odrazu.

V tomto případě evidentně platí $r + \alpha = 1$ a je-li jeden ze sčítanců nulový, druhý má maximální hodnotu rovnou jedné. V tom případě se zvuk buď bezezbytku odráží ($r = 1$- v praxi nenastává) nebo bezezbytku absorbuje ($\alpha = 1$).

Zvuk absorbovaný stěnou z hlediska uvažované místnosti nemusí být zcela přeměněn vnitřními ztrátami v teplo, ale může ho část projít stěnou do místnosti druhé (např. dveřmi, ...). Označíme-li I_q intenzitu vlnění přeměněného ve stěně v teplo a I_t intenzitu prošlou (transferovanou) do vedlejší místnosti, platí: $I_a = I_q + I_t$. Pro relativní vyjádření se zavádí **koeficient zvukové průzvučnosti (propustnosti)** vztahem $\tau = \frac{I_t}{I_0}$.

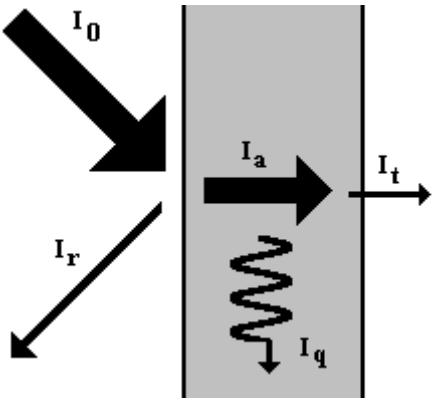
Schematické rozdělení intenzity zvuku při dopadu na stěnu ukazuje obr. 67.

V praxi mohou nabývat hodnoty 1 pouze koeficienty α a τ:

1. $\alpha = 1$ - v případě otevřeného okna, kdy veškerá dopadající energie zmizí ve venkovním prostoru a žádná část se neodráží zpět do místnosti

2. $\tau = 1$ - v případě otevřených dveří, kdy veškerá na dveře dopadající energie přejde do sousední místnosti.

V ostatních případech je $\alpha, \tau \in (0;1)$.



Obr. 67

Koeficient pohltivosti závisí především na materiálu a charakteru jeho povrchu, ale mění se i s výškou zvukového vlnění - pro nižší tóny je koeficient absorpce tónu menší a pro vyšší tóny je naopak o něco vyšší. Tento koeficient je větší u látek pórovitých (koberec, závěsy, děrované panely, ...), velmi malý je tento koeficient u materiálů kompaktních a hladkých (kovy, dlaždice, sklo, ...).

Proto se např. stěny hudebních sálů pokrývají koberci, zatahují se kolem závěsy, ... aby část zvuku

hudební produkce pohltily a nedocházelo ke zkreslování zvuku pro posluchače. Jsou-li stěny holé, téměř všechen zvuk se odráží zpět do místnosti a skladba nebo projev se stává velmi nesrozumitelný.

Celková pohlcená energie závisí nejen na koeficientu absorpce α, ale i na velikosti pohlcující plochy S. Pohltivost stěny vyrobené z jednoho materiálu je $A = \alpha S$; $[A] = \mathrm{m}^2$. **Celkovou pohltivost (absorpci)** A místnosti získáme tak, že velikost ploch jednotlivých stěn vyrobených z jednoho materiálu vynásobíme jejich absorpčními koeficienty a získané součiny sečteme $A = \sum a_i S_i$.

Někdy je výhodné znát střední hodnotu koeficientu pohltivosti α_s: $\alpha_s = \frac{A}{S} = \frac{\sum a_i S_i}{\sum S_i}$.

Analogicky jako byla zavedena celková pohltivost lze zavést průzvučnost stěny $B = \tau S$; $[B] = \mathrm{m}^2$. Zde se ale nepoužívá vztah pro součet jednotlivých stěn, protože tento jev je poněkud komplikovanější.

Absorpční koeficient otevřeného okna se rovná 1, neboť od otevřeného okna se zvukové vlnění neodráží, a proto se absorpce otevřeného okna rovná jeho ploše. To znamená, že absorpci otevřeného okna s plošným obsahem $1\,\mathrm{m}^2$ je $A = 1\,\mathrm{m}^2$. Díky tomuto poznatku se jednotka celkové absorpce (rozměr m^2) nazývá **„ otevřené okno“**.

Při počítání celkové absorpce dané místnosti je třeba brát v úvahu i absorpci těl osob přítomných v místnosti a nábytku.

Například na 1 osobu připadá průměrně $0,42\,\mathrm{m}^2$ (otevřených oken), na dřevěnou židli $0,01\,\mathrm{m}^2$ a na čalouněné křeslo $0,09-0,28\,\mathrm{m}^2$.

Je-li třeba snížit hladinu intenzity zvuku v prostoru, je nutno zvýšit celkovou pohltivost zvuku. To lze udělat buď obkládáním stěn hmotami s velkým koeficientem α, nebo pomocí speciálních konstrukcí (divadelní sály, koncertní sály, ...). Při jejich konstruování se vychází z poznatku, že vznikne-li v prostoru stojaté vlnění (byť i jen na přechodnou dobu), bude mít při odrazu na stěně vždy uzel, v němž je amplituda kmitání (a tedy i energie) nulová. Maximální energie je naopak ve kmitně, která je od povrchu stěny vzdálená čtvrtinu vlnové délky. Umístíme-li do této vzdálenosti nějakou pohlcující látku (závěs, molitanem potaženou překážku, ...), dosáhneme velmi dobré pohltivosti pro žádanou frekvenci. Podobným způsobem fungují i absorpční rezonátory v děrovaných panelech.

Útlum stěn se udává i počtem decibelů, o které je hladina intenzity zvuku vnitřní místnosti menší než venku. Ideální útlum je takový, který sníží průměrnou hlasitost vnějšího zvuku pod zvukový práh. V praxi se však připouští: pro ateliéry zvukového filmu a rozhlasové ateliéry 6 až 10 decibelů, pro nemocnice 8 až 12 decibelů, pro školy,

kostely, knihovny a divadla 10 až 20 decibelů a pro kanceláře 20 až 30 decibelů.

2.3.7.2 | Ozvěna

Ozvěna je vyloženě nepříznivý jev, který je třeba z uzavřeného prostoru odstranit. Ozvěna je speciální případ odrazu zvukového vlnění, který nastává, jestliže odrážející stěna je rovinná a řádově větší, než je vlnová délka dopadajícího zvukového vlnění. Malou stěnu totiž zvukové vlnění „obtéká“ kolem překážky v důsledku ohybu vlnění. U členěné překážky dochází k rozptylu zvuku do všech stran a uspořádaný odraz (tj. ozvěna) nevzniká.

Ozvěna se sluchem jeví jako opakování předem slyšeného přímého zvuku. Jestliže se odražený zvuk vrátí za dobu trvání jedné slabiky (průměrná doba trvání jedné slabiky je 0,1 s), hovoří se o jednoslabičné ozvěně. Při opakování delším než 0,1 s se jedná o ozvěnu víceslabičnou. Speciální případ, při němž opakování slyšeného zvuku je menší než 0,1 s, se nazývá **směšování**.

Ozvěna a směšování nemusí vznikat jen tímto způsobem. Tento jev úspěšně vytvoříme i dvěma současně velmi silně znějícími reproduktory, ale v různých vzdálenostech od posluchače.

Typickým příkladem je veřejný rozhlas v malé obci.

Výsledkem tohoto jevu je naprostá nesrozumitelnost mluveného slova a zkreslení hudby. Proto je zřejmé, že

ozvěna v divadlech, posluchárnách, … nesmí nikdy vzniknout. Není proto dobré používat velké rovinné dobře odrážející stěny a vzdálené, silné zdroje zvuku.

2.3.7.3 | Dozvuk, doba dozvuku

Začne-li působit v uzavřeném prostoru zvukový zdroj konstantního výkonu, energie jím vydávaná se zčásti odráží od stěn, dochází k interferenci vlnění odraženého od stěny a vlnění postupujícího od zdroje a zvyšuje se tak celková hladina intenzity zvuku v prostoru. S tím souvisí přerozdělení energie zvuku v daném uzavřeném prostoru.

Energie zvuku (resp. energie zvukového pole) se v prostoru přerozdělí v důsledku popsané interference. Vzhledem k tomu, že zdroj zvuku je stále v provozu, je do prostoru dodávána průběžně další akustická energie.

Při vyšší hladině energie v prostoru je ovšem i vyšší pohlcování stěnami, takže při postupném zvyšování hladiny energie nastane nakonec stav rovnováhy. To je stav, v němž je veškerá energie vyzářená zdrojem zvuku pohlcována stěnami. Při větší pohltivosti stěn (koeficient pohltivosti stěny je vyšší) se vytvoří rovnovážný stav (ustálený stav) dříve a při nižší hladině intenzity zvuku. Při malé pohltivosti stěn (koeficient pohltivosti stěny je nižší) nastává energetické vyrovnání později a při vyšší hladině intenzity zvuku.

To ovšem neznamená, že je v místnosti ticho!

V místnosti se postupně zvyšuje hlasitost zvuku, až dosáhne svého maxima, které je závislé na pohlcování stěn. Jestliže stěny „seberou“ hodně zvuku, nemusí zdroj zvuku dodávat zvuku tolik, aby se vytvořil rovnovážný stav. Zvuku tak „může být méně“ a je tišší (stačí menší energie). Jestliže stěny „seberou jen trošku“, pak je rovnovážného stavu dosaženo později a při vyšší hlasitosti zvuku - prostor se musí „vyplnit zvukem“.

Velkou pohltivost mají stěny s polystyrénovými obklady, látkové závěsy, ... - tyto místnosti jsou tedy tišší. Malou pohltivost mají holé betonové stěny (prázdný byt při stěhování nebo při malování bytu) a v místnosti je tedy hluk.

Doba, po kterou se nastoluje rovnovážný stav, se nazývá **názvuk** (**doba názvuku**). Jedná se o běžný jev přechodu mezi dvěma ustálenými energetickými stavy. Závislost charakteristické veličiny na čase u takových dějů většinou popisuje exponenciální funkce.

Analogická situace vzniká např. při zatopení ve studené místnosti: postupně se zvyšuje teplota až dosáhne jisté konstantní hodnoty, která je závislá na ročním období, na toku tepla stěnami, ...

Po nastavení určité vyšší (ustálené) hladiny intenzity zvuku, vypneme zdroj tohoto zvuku. Od okamžiku vypnutí zdroje zvuku bude zdrojem zvuku v místnosti energie zvuku, která je rozložená v prostoru. Tato energie se bude nadále pohlcovat ve stěnách a hladina intenzity zvuku

v prostoru bude s časem klesat až na původní hodnotu, při které bylo v prostoru „ticho“.

Takové „ticho“, které je v dané místnosti možné (osamělá chata v lese bude tišší než kancelář nad magistrálou v hlavním městě).

Průběh závislosti hlasitosti zvuku na čase bude opět exponenciální - vzhledem k tomu, že energie v prostoru ubývá, půjde o klesající funkci. Tento jev se nazývá **dozvuk**. Dozvuk ale není jen typ ozvěny. Při mnohonásobeném odrazu zvuku následují jednotlivé zvuky tak rychle za sebou, že splývají v jednolitý zvuk zaplňující celý prostor a není možné zásadně rozlišit sluchem jednotlivé odrazy jako u ozvěny.

Vystřelíme-li v místnosti z pistole, bouchneme-li nafouknutý pytlík, ..., nějakou dobu slyšíme na síle ubývající hluk.

Doba, po kterou takto vnímáme dozvuk, závisí na:

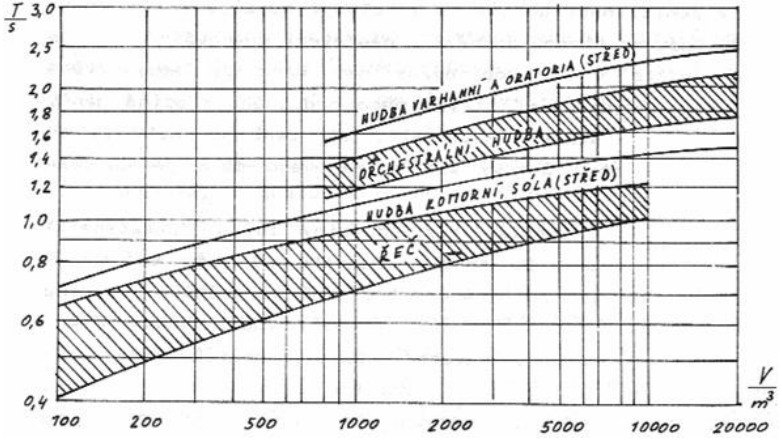
1. parametrech prostoru - nepřímo na pohltivosti povrchů v místnosti;
2. parametrech zdroje - přímo úměrně na původní hladině intenzity zvuku;
3. parametrech fyziologických - citlivost posluchačova ucha (např. nahluchlý přestane slyšet zvuk dříve), na náladě posluchače, ...

Má-li být doba dozvuku chápána pouze jako parametr prostoru, je třeba vyloučit z právě uvedených bodů poslední dva. To provedl americký fyzik Wallace Clement

Sabine (1868 - 1919) zavedením pojmu **standardní doba dozvuku** *T*, která se stala hlavním z měřítek pro posouzení akustické kvality sálu.

STANDARDNÍ DOBA DOZVUKU JE TAKOVÁ DOBA, ZA KTEROU KLESNE HLADINA INTENZITY ZVUKU V DANÉM PROSTORU O 60 DB, TEDY INTENZITA ZVUKU KLESNE 10^6 KRÁT.

Doba dozvuku *T* v uvažovaném prostoru může a nemusí být vhodná pro činnost provozovanou v tomto prostoru. Dlouhodobým experimentováním se zjistilo, jaká doba dozvuku je pro daný sál a danou činnost optimální. Ukazuje se, že obecně pro hudbu je vhodnější delší doba dozvuku, než pro řeč. Podobně pro velké sály je vhodnější delší doba dozvuku, než pro malé místnosti. Výsledek je zobrazen na obr. 68.



Obr. 68

Doba dozvuku závisí na pohltivosti stěn a ta je vzhledem ke svému rezonančnímu charakteru závislá na frekvenci zvuku. Proto i doba dozvuku bude závislá na frekvenci zvuku podle toho, jaké materiály byly při konstrukci interiéru použity. Cílem je mít sál s dozvukem frekvenčně nezávislým, což ale obvykle vyžaduje alespoň minimální dodatečné akustické úpravy.

2.3.7.4 | Výpočet doby dozvuku

Je zřejmé, že standardní doba dozvuku *T* daného prostoru bude nepřímo úměrná pohlcování zvuku v tomto prostoru, protože čím více zvukové energie pohltí stěny, tím rychleji klesá hladina energie v prostoru. Dále je zřejmé, že doba T bude přímo úměrná velikosti sálu, protože pohlcování zvuku při průchodu vzduchem je zanedbatelné vůči pohlcování při odrazu zvuku od stěn. A ve větší místnosti je čas mezi dvěma odrazy zvuku od stěn delší.

Při odvozování vzorce pro dobu dozvuku T se zavádí pro difúzní akustické pole tyto předpoklady statistické akustiky:

1. V uzavřeném prostoru s difúzním akustickým polem je objemová hustota akustické energie a intenzita zvuku všude stejná.

Zvuk je tedy rovnoměrně rozdělen v místnosti.

2. V kterémkoliv místě takového prostoru je

intenzita zvuku rovna součtu intenzit všech zvuků, které do tohoto místa přímo nebo odrazem dospívají.

3. Všechny úhly dopadu zvuku do kteréhokoliv místa jsou stejně pravděpodobné.

Existují tři vzorce, pomocí nichž je možné dobu dozvuku určit:

1. Sabineho vzorec;
2. Eyringův vzorec;
3. Millingtonův vzorec.

2.3.7.4.1 | Sabineho vzorec

Při výpočtu doby dozvuku zavedl americký fyzik Wallace Clement Sabine (1868 - 1919) další zjednodušující předpoklady pro snadnější odvození doby dozvuku:

1. Intenzita zvuku v prostoru klesá spojitě.

To je naprosto v souladu s tím, co pozorujeme při zápisu hodnot intenzity zvuku přístrojem s nepříliš vysokou rozlišovací schopností a s určitou setrvačností systému - grafem je spojitá čára.

2. Neuvažovat vliv rozdílů vlastností jednotlivých ploch na dobu dozvuku a použít při odvozování celkovou pohltivost všech předmětů v místnosti.

Sabine na základě těchto zjednodušujících předpokladů odvodil následující vzorec pro dobu dozvuku:

$T = 55,3\frac{V}{\alpha_s Sv} = 55,3\frac{V}{Av} = 0,163\frac{V}{A} = 0,163\frac{V}{\sum \alpha_i S_i}$, kde *V* je objem místnosti, *A* celková pohltivost stěn a *v* velikost rychlosti zvuku ve vzduchu při pokojové teplotě (tj. $340\,\mathrm{m\,s^{-1}}$). Konstanta 55,3 resp. 0,163 vznikla během výpočtu při vyčíslení veličin, které lze považovat za konstantní (velikost rychlosti zvuku, ...).

Jak bylo později zjištěno, nebyla některá zjednodušení tak docela v pořádku, protože intenzita zvuku klesá po skocích vždy při odrazu na stěně nebo předmětu a závisí také na tom, jaké pohltivosti individuálně tyto povrchy mají. Než se ale podařilo tyto skutečnosti zjistit, uvedený vztah se v akustice zavedl a i dnes se někdy pro svou jednoduchost používá. V současné době víme, že vyhovuje dobře jen pro sály s malou střední pohltivostí (maximálně do hodnoty $\alpha_s = 0,2$).

Později výpočet doby dozvuku zpřesnily Eyringův vzorec a Millingtonův vzorec.

2.3.7.4.2 | Eyringův vzorec

Americký fyzik C. F. Eyring při odvozování vzorce pro standardní dobu dozvuku nepoužil zjednodušení o spojitém poklesu intenzity zvuku a správně předpokládal, že energie (a tedy i intenzita zvuku) klesá po skocích - vždy při odrazu zvuku na pevném povrchu. Další předpoklady použil stejné jako byly při odvození Sabineova vzorce.

V rámci zjednodušení zápisu bude symbolem α označena střední hodnota koeficientu pohltivosti.

Dále označme střední interval mezi dvěma odrazy zvukového vlnění Δt. Střední volná dráha, kterou zvukové vlnění urazí mezi dvěma následujícími odrazy, tedy bude $l = v.\Delta t$, kde *v* je velikost rychlosti zvuku ve vzduchu. Po *N* proběžích zvuku mezi stěnami místnosti za čas $t = \sum \Delta t$ bude pro střední volnou dráhu platit: $l = \frac{vt}{N}$, což je konstanta pro daný prostor.

Δt je totiž konstantní, protože se jedná o střední hodnotu (průměrnou hodnotu) a *v* a *N* jsou také konstanty.

Je-li počáteční intenzita zvuku *I*, bude intenzita po prvním odrazu $I_1 = I(1-\alpha)$, po druhém odrazu $I_2 = I_1(1-\alpha) = I(1-\alpha)^2$, ..., až po *N*-tém odrazu $I_N = I(1-\alpha)^N$. Dosazením za *N* získáme $I_N = I(1-\alpha)^{\frac{vt}{l}}$ a můžeme tedy psát $\frac{I_N}{I} = (1-\alpha)^{\frac{vt}{l}}$.

Podle definice standardní doby dozvuku to je taková doba *T*, během které intenzita zvuku klesne 10^6 krát, tedy pro $t = T$ platí $\frac{I_N}{I} = 10^{-6}$. Další úpravou postupně dostaneme: $10^{-6} = (1-\alpha)^{\frac{vT}{l}}$, odkud $-6 = 1\log(1-\alpha)^{\frac{vT}{l}} = \frac{v.T}{l}1\log(1-\alpha)$. Dále lze psát

$-6 = \frac{v.T}{l}\log e^{\ln(1-\alpha)} = \frac{v.T}{l}\ln(1-\alpha).\log e$, odkud lze vyjádřit střední dobu dozvuku *T* ve tvaru $T = \frac{-6l}{v.\ln(1-\alpha).\log e}$. To je hledaný Eyringův vzorec.

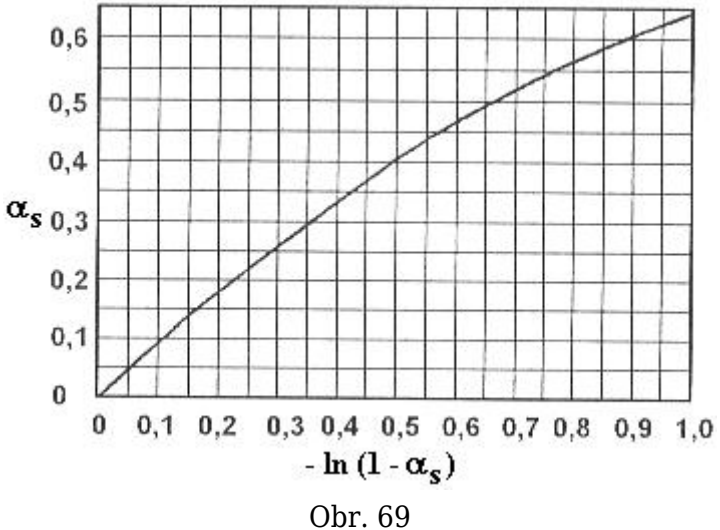
Pro praktické použití je ale třeba vyjádřit střední volnou dráhu *l* pomocí geometrických parametrů místnosti. Po relativně zdlouhavém odvození vychází $l = \frac{4V}{S}$, kde *V* je objem místnosti a *S* je celková plocha všech ohraničujících stěn místnosti.

Po dosazení tedy dostaneme: $T = \frac{-6.4.V}{S.v.\ln(1-\alpha).\log e} = \frac{-0,163V}{S.\ln(1-\alpha)}$.

Tento vztah je možné porovnat se Sabineovým vzorcem $T = 0,163\frac{V}{\alpha_s S}$. Místo α_s je v Eyringově vzorci $-\ln(1-\alpha_s)$.

Indexu „s“ je vysvětlen v úvodu tohoto odstavce.

Grafická závislost mezi těmito dvěma výrazy je na obr. 69, z něhož je vidět, jaké chyby se dopouštíme při použití Sabineova vzorce (hlavně pro $\alpha_s > 0,2$).



Obr. 69

2.3.7.4.3 | Millingtonův vzorec

Odvození Millingtonova vzorce vychází z předpokladu poklesu energie po skocích a z faktu, že předměty mají různé koeficienty pohltivosti α a při každém odrazu se pohltí jiná relativní část energie.

Uvažujme tedy *k* různých povrchů s koeficienty pohltivosti $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$.

Obdobným postupem jako při odvozování Eyringova vzorce dostáváme pro intenzitu zvuku po odrazu od prvního předmětu $I_1 = I(1-\alpha_1)$, kde *I* je počáteční intenzita zvuku. Po odrazu od dvou předmětů pak dostáváme

$I_2 = I(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)$, ... Jestliže nastává odraz zvuku opakovaně na všech površích, tj. n_1 odrazů od povrchu s koeficientem pohltivosti α_1, k n_2 odrazů od povrchu s koeficientem pohltivosti α_2, ..., pak výslednou intenzitu po všech těchto odrazech je možné psát ve tvaru: $I_n = I(1-\alpha_1)^{n_1}.(1-\alpha_2)^{n_2}.....(1-\alpha_k)^{n_k}$. Přitom pro celkový počet odrazů *N* platí: $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$. Platí také $\frac{n_i}{N} = \frac{S_i}{S}$, odkud $\frac{N}{S} = \frac{n_i}{S_i}$, kde S_i je obsah i-té plochy a *S* celková plocha, která přispěla ke všem *N* odrazům.

Na základě vztahů $l = \frac{vt}{N}$ a $l = \frac{4V}{S}$ vysvětlených při odvozování Eyringova vzorce dostaneme $\frac{N}{S} = \frac{vt}{4V}$. Na základě tohoto vztahu a vztahu $\frac{N}{S} = \frac{n_i}{S_i}$ je možné vyjádřit $n_i = \frac{N.S_i}{S} = \frac{vt.S_i}{4V}$. Pro výslednou intenzitu po *N* odrazech je tedy možné psát: $I_n = I\prod_{i=1}^{k}(1-\alpha_i)^{\frac{v.S_i.t}{4V}}$.

Pomocí úvahy vyžadující Sabineho definici standardní doby dozvuku a započtení poklesu intenzity za dobu dozvuku 10^6krát, lze poslední vztah upravit takto: $10^{-6} = \prod_{i=1}^{k}(1-\alpha_i)^{\frac{v.S_i.T}{4V}}$, který lze dále s využitím vlastností

logaritmické funkce přepsat do tvaru: $-6 = 1\log\left(\prod_{i=1}^{k}(1-\alpha_i)^{\frac{v.S_i.T}{4V}}\right) = \sum_{i=1}^{k}\log(1-\alpha_i)^{\frac{v.S_i.T}{4V}} = \frac{v.T}{4V}\sum_{i=1}^{k}S_i\log(1-\alpha_i) = \frac{v.T}{4V}\sum_{i=1}^{k}S_i\frac{\ln(1-\alpha_i)}{\ln 10}$.

Získali jsme tedy vztah: $-6 = \frac{v.T}{4V\ln 10}\sum_{i=1}^{k}S_i\ln(1-\alpha_i)$, odkud lze vyjádřit standardní dobu dozvuku T ve tvaru: $T = \frac{-6.4V\ln 10}{v\sum_{i=1}^{k}S_i\ln(1-\alpha_i)} = \frac{-0,163V}{\sum_{i=1}^{k}S_i\ln(1-\alpha_i)}$.

Tento Millingtonův vzorec je nejpřesnější, ale dlouhou dobu se nepoužíval. Chyběla totiž výpočetní technika, která by dokázala výpočty usnadnit. V místnosti totiž mohou být řádově i desítky ploch různé velikosti a s různými koeficienty pohltivosti.

Symbolem $\prod_{i=1}^{k}x_i$ se rozumí součin $x_1.x_2.\ldots.x_k$, symbolem $\sum_{i=1}^{k}x_i$ se rozumí součet $x_1+x_2+\ldots+x_k$.

2.3.7.4.4 | Měření doby dozvuku

Ať už se počítá doba dozvuku podle Sabineho vzorce, Eyringova vzorce nebo Millingtonova vzorce, výsledky příliš nesouhlasí se skutečným stavem. Důvody jsou následující:

1. hodnoty koeficientů pohltivosti uváděné

v literatuře nejsou vždy zcela přesné;

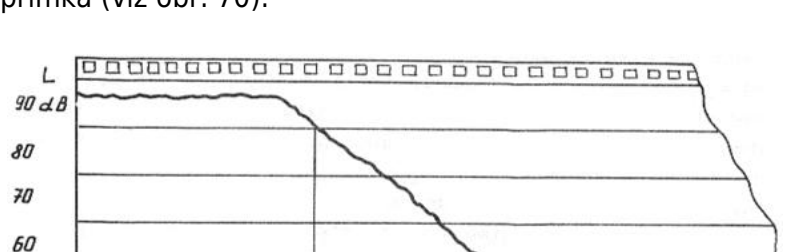
2. materiály použité při výstavbě jsou nepatrně jiné, než jaké byly měřeny pro publikaci v tabulkách (podstatně závisí totiž nejen na materiálu, ale i na jeho povrchové úpravě, složení, postupu výroby, ...).

Výpočty tedy slouží jen jako vodítko pro návrh akustických úprav s tím, že skutečnost by se od nich neměla příliš lišit. Nakonec stejně o parametrech daného prostoru rozhodují měření. Při takovém měřen je třeba počítat se všemi variantami. Např. sál navržený a vyzkoušený při plném obsazení nemusí vyhovovat v době, kdy je poloprázdný, protože člověk pohlcuje také značnou část zvuku (hlavně šaty a vlasy).

Nejjednodušší měření standardní doby dozvuku je měření přímé podle Sabineho definice. Za tím účelem je třeba nejprve vytvořit v sále difúzní akustické pole s dostatečně vysokou hladinou intenzity zvuku. Potom zastavíme zdroj akustické energie a měříme pokles hladiny intenzity.

Vytvoření difúzního akustického pole ale není jednoduché. Zejména u větších prostorů je třeba velmi výkonného zdroje a větší počet reproduktorů. Nikde navíc nesmí vzniknout stojaté vlnění, protože intenzita zvuku (a tedy i hladina intenzity zvuku) v uzlech stojatého vlnění a v kmitnách stojatého vlnění se velmi liší. Proto se nepoužívá obvyklý tónový generátor, ale generátor šumu, protože šum je aperiodický a nevytváří tedy stojatou vlnu.

Zastavení zdroje zvuku se pak obvykle provádí pomocí zkratu, čímž se utlumí kmity reproduktorů v nejkratším možném čase. Vzhledem k tomu, že intenzita zvuku klesá s časem exponenciálně, bude grafem závislosti hladiny intenzity zvuku (tedy logaritmu intenzity zvuku) na čase přímka (viz obr. 70).



Obr. 70

2.3.7.5 | Zvuková izolace a vzduchová neprůzvučnost

Pro akustickou pohodu uvnitř budov je třeba zabránit přenosu zvuku z jedné místnosti do druhé. Dělící stěna musí co nejvíce neodražené akustické energie přeměnit v tepelnou energii tak, aby na druhé straně stěny nebyl zvuk vyzařován. Jestliže v první místnosti bude zdroj hluku s hladinou intenzity zvuku L_1, bude hladina intenzity zvuku ve druhé (chráněné) místnosti záviset nejen na izolačních

vlastnostech dělícího členu, ale také na vlastnostech přijímací místnosti. Bude-li totiž mít druhá místnost vysokou celkovou pohltivost zvuku *A*, nastaví se v ní hladina intenzity zvuku L_2 na podstatně nižší úroveň, než v případě malé celkové pohltivosti.

Celková pohltivost místnosti závisí na tom, co je uvnitř místnosti. Když v ní budou lidé, látkové závěsy, ..., bude hladina intenzity zvuku v místnosti malá. Když bude místnost ohraničená „holými stěnami“ a navíc bude prázdná, bude se v ní zvuk „mlátit“ a bude v ní hluk.

Označíme-li **stupeň vzduchové neprůzvučnosti** (tj. vlastnost samotné příčky) *R*, je nutné pro její určení ze známých hladin L_1 a L_2 zavést korekční člen, který bude respektovat charakter přijímacího prostoru. Rozdíl odpovídajících hladin hluku se nazývá **stupeň zvukové izolace** *D*: $D = L_1 - L_2$.

Stupeň zvukové izolace úzce souvisí s koeficientem zvukové průzvučnosti τ. Tento koeficient je definován výrazem $\tau = \frac{I_t}{I_0}$, kde I_t je intenzita zvuku, který projde do vedlejší místnosti (transferovaná intenzita zvuku) a I_0 je intenzita zvuku původní. V tomto případě ale intenzita prošlá odpovídá intenzitě ve druhé místnosti (tj. intenzitě I_2) a intenzita původní odpovídá intenzitě zvuku v první místnosti (tj. intenzitě I_1). Tedy

$$L_1 - L_2 = 10\log\frac{I_1}{I_{\text{práh slyšení}}} - 10\log\frac{I_2}{I_{\text{práh slyšení}}} = 10\log\frac{I_1}{I_2} = 10\log\frac{I_0}{I_t}.$$

Víme, že $D = L_1 - L_2$, tedy je možné psát $D = 10 \log \frac{I_0}{I_t} = 10 \log \frac{1}{\tau}$. Stupeň zvukové izolace tedy změříme snadno pomocí dvou hladin intenzity.

Pro určení vlastností samotné příčky je třeba respektovat i ovlivnění hladiny hluku na přijímací straně v důsledku dozvuku ve druhé místnosti. Proto vypočteme stupeň vzduchové neprůzvučnosti *R* ze stupně zvukové izolace podle (zjednodušeného vztahu): $R = D + 10 \log \frac{S_1}{A}$, kde S_1 je plocha dělícího členu (příčky) a *A* je celková pohltivost.

Zvuková neprůzvučnost pochází z faktu, že zvuk přechází ze vzduchu v první místnosti do příčky a odtud opět do vzduchu ve druhé místnosti. Nedochází tedy k přenosu jinými cestami (konstrukcí budovy, ...).

2.3.7.6 | Zvukovod

Zvukovod je uzavřený prostor s odraznými stěnami, jehož jeden rozměr výrazně převyšuje rozměry ostatní. Nejčastějším příkladem zvukovodu v budovách je vzduchotechnické potrubí. Ocelový pozinkovaný plech, z něhož je toto potrubí většinou vyrobeno, velmi málo pohlcuje zvuk. Intenzita zvuku dopadající na stěny potrubí se z větší části odráží zpět, takže téměř neklesá

v závislosti na vzdálenosti od zdroje zvuku. Určitý útlum se projeví až při délkách potrubí převyšujících 10 m až 20 m. K velmi významnému útlumu dochází jen v místech diskontinuity potrubí, tj. při změně průřezu nebo směru potrubí a v místech jeho větvení nebo vyústění. Na tomto principu (změna průřezu) jsou konstruovány tlumiče hluku výfuku spalovacích motorů. Zvukovod se také používá při konstrukci nepřímo vyzařujících reproduktorů.

U potrubí větších průřezů (jako je např. právě potrubí vzduchotechnické) se používají absorpční tlumiče (buňkové tlumiče). Jedná se o části potrubí, které jsou zevnitř vyloženy pórovitým zvuk pohlcujícím obkladem, případně je deskami obkladu měněn směr proudění vzduchu

Vytváří se tak jakýsi labyrint, kterým vzduchu musí projít.

Tyto buňkové tlumiče způsobují sice ztrátu tlaku proudícího vzduchu, takže je třeba s tím počítat při volbě ventilátoru, ale na druhé straně jsou vysoce účinné při tlumení zvuku ventilátoru nebo přenosu zvuku mezi jednotlivými místnostmi v budově s tímto typem potrubí.

2.3.7.7 | Akustické úpravy prostoru

Akustické úpravy prostoru se provádí pro zkvalitnění poslechu zvuku v daném prostoru. V první řadě je třeba odstranit hlavní závady, které se při výstavbě sálu objeví (ozvěna, směšování zvuku, hluchá místa, ...). Dále je třeba

upravit dozvuk na požadovanou hodnotu a vyrovnat jeho frekvenční závislost. To se provádí výměnou nebo dodatečnou montáží povrchů pohlcujících zvuk frekvencí s opravovanou dobou dozvuku.

Jiný běžný problém je vyrovnat se s proměnlivým počtem návštěvníků. Aby se vliv prázdného hlediště poněkud zmírnil, používá se nesklápěcích čalouněných sedadel, které v případě nepřítomnosti posluchače (diváka) přejímají část pohltivosti osoby. Zbytek je třeba upravovat prvky s proměnnou pohltivostí (zatahovací závěsy, otočné válce s různě pohlcujícím povrchem, …).

Dále se používají účelové pohlcovače, což jsou konstrukce, kterými se formou obkladu zvyšuje koeficient pohltivosti stropu nebo stěn místnosti. To má za následek nejen snížení hladiny akustického tlaku, ale i změnu dalších důležitých akustických vlastností místnosti (např. dozvuk a doba dozvuku) v důsledku zvýšení její celkové zvukové pohltivosti.

V současné době je k dispozici široká nabídka těchto úprav, při jejichž výběru je ale třeba zvážit nejen hledisko akustické, ale též provozní, estetické, požární, zdravotní nezávadnosti i hledisko ekonomické. Podle konstrukčního uspořádání a principu jejich funkce lze tyto obklady dělit na:

1. obklady z pórovitých materiálů;
2. kmitající membrány a desky;
3. dutinové rezonátory;

4. kombinované pohlcovače.

2.3.7.7.1 | Obklady z pórovitých materiálů

Kostru těchto materiálů tvoří vlákna nebo ztuhlá pěna. Póry musí být vzájemně propojené a otevřené směrem do volného prostoru. Používají se zejména rohože a desky z minerálních nebo organických materiálů. Materiály jako pěnový polystyren nejsou pro tyto účely příliš vhodné pro uzavřenost jejich pórů. Póry se také nesmí uzavřít nevhodnou povrchovou úpravou (např. olejovým nátěrem). Naopak je vhodné zakrýt tento porézní pohlcovač tkaninou, sítí nebo deskovým materiálem s otvory (např. děrovaným plechem).

Účinnost těchto obkladů závisí na jejich umístění a je většinou různá pro různé frekvence zvuku. Nejvíce jsou účinné jsou-li přítomny ve vzdálenosti od tvrdého povrchu rovné lichému násobku čtvrtiny vlnové délky pohlcovaného zvuku. Pohlcují převážně zvuk vysokých frekvencích, jejichž vlnová délka je krátká. Jejich vlastnosti je možno regulovat tloušťkou, odsazením desky pórovitého materiálu od obkládaného povrchu, …

2.3.7.7.2 | Kmitající membrány a desky

Kmitající membránou je tenká deska nebo folie

připevněná na dřevěný nebo kovový rošt, který určuje tloušťku vzduchové dutiny *d* mezi pevným povrchem a membránou. Membrány se vyrábějí z koženky nebo novodurové fólie, polyetylénové fólie a dalších většinou speciálních materiálů. Takováto konstrukce pohlcuje zvuk v relativně úzkém pásmu zpravidla nízkých frekvencí v okolí rezonanční frekvence f_r, která je ovlivněna plošnou hmotností *m* (hmotnost jednotkové plochy) membrány a tloušťkou vzduchové mezery *d*. Platí vztah: $f_r = \frac{60}{\sqrt{md}}$.

Užitečnou vlastností kmitajících membrán je jejich hladký a rovný povrch. Pokud je membrána málo odolná vůči poškození, může se zakrýt řídkým pletivem nebo mřížovinou, která ale nesmí bránit jejímu kmitání. Vložením tlumícího prvku z pórovitého materiálu do vzduchové mezery mezi membránou a pevným povrchem je možno zvětšit šířku frekvenčního pásma pohlcování při současném snížení nejvyšší hodnoty koeficientu absorpce v místě rezonanční frekvence.

Deska musí být k podkladu připevněna měkce (přilepením na plátěné pásy, osazením do pěnové pryže, ...), aby byla schopna po dopadu zvuku kmitat jako celek. Připojení desek (stejně jako membrán) na rošt musí být vzduchotěsné. Výhodou kmitajících desek je možnost pohlcování zvuku o nízké frekvenci. Potřeba tlumící vložky z pórovitého materiálu na rozšíření pásma pohlcování je ale u kmitajících desek nezbytná.

2.3.7.7.3 | Dutinové rezonátory

Pohlcování zvuku dutinovými rezonátory je založeno rovněž na principu rezonance, při níž kmitajícím prvkem jsou částice vzduchu obsažené v otvoru spojujícím vzduchovou dutinu s vnějším prostředím.

Rozkmitávající se částice (např. vzduchu) odebírají část akustické energie na svůj pohyb. Tím se zmenšuje akustická energie v prostoru a tedy klesá i hlasitost zvuku.

Rezonanční frekvence je určena rozměry vzduchové dutiny a rozměry a tvarem spojovacího otvoru. Podobně jako u předchozích typů je nutné pásmo pohlcování rozšířit vložením pórovitého materiálu do dutiny. Dutinové rezonátory se používaly už ve starověku, jak o tom svědčí nálezy amfor zabudovaných v antických chrámech a amfiteátrech. V současné době se používají tvárnicové rezonátory, v nichž je rezonanční systém vytvořen speciální tvárnicí nebo keramickým prvkem, a děrované desky, u kterých lze rezonanční frekvenci regulovat volbou velikosti a hustoty otvorů i tloušťkou odsazení děrované desky od pevného podkladu. Na rozdíl od desek kmitajících se děrované desky připevňují k podkladu pevně. K výrobě těchto obkladů se používají tvrdé dřevovláknité desky nebo ocelové či hliníkové plechy.

2.3.7.7.4 | Kombinované pohlcovače

Mezi kombinované pohlcovače se řadí vícenásobné rezonanční soustavy tvořené několika rezonančními prvky řazenými za sebou a akustická tělesa, což jsou prostorové útvary vyrobené většinou z pórovitého materiálu krytého pletivem nebo tkaninou mající tvar jednoduchých geometrických těles. Tyto předměty se zavěšují pod stropní konstrukci. Kombinované pohlcovače poskytují nejlepší efekt, tj. mají nejvyšší koeficient pohltivosti v rozsahu co možná nejširšího pásma frekvencí.

2.3.8 | ***Akustičnost sálů

2.3.8.1 | Základní charakteristiky

Cílem prostorové akustiky, které se zabývá akustičností sálů, není ochrana proti hluku, ale zajištění dobré slyšitelnosti a srozumitelnosti zvuku v celém prostoru.

Sluchem můžeme rozpoznat dva po sobě následující zvukové signály pouze tehdy, pokud mezi nimi uplynula doba alespoň 0,1 s. Tomuto času odpovídá vzdálenost stěny od zdroje zvuku 17 m, potřebná pro vznik *ozvěny*.

Koncertní sály, divadelní sály a přednáškové sály by měly být upravené tak, aby mohl každý posluchač zřetelně

poslouchat řečníka nebo hudbu. O místnosti, která vyhovuje těmto podmínkám, se říká, že má ***dobrou akustiku***. Je zřejmé, že ozvěna je pro přednáškové sály nebo koncertní sály nepřípustná, ale krátkotrvající doznívání zvuku je naopak výhodné. Zvuk se tím zesilňuje a řeč i hudba získávají na výraznosti.

Dobrá akustika sálu se pozná podle toho, že projev řečníka je zřetelně slyšitelný tehdy, je-li mezi zvukovými vlnami, které dospějí k posluchači přímo, a vlnami, které k němu dospějí odrazem (např. od stropu), časový odstup $\frac{1}{20}\,s$. Pro hudbu by měl časový odstup činit $\frac{1}{15}\,s$.

Dobrá akustičnost sálů je podmíněna zejména těmito podmínkami:

1. kvalitou zvuku - tj. poměr intenzit zvukových vlnění různých frekvencí má být zachován (tj. zvuk, který vysílá zdroj zvuku by měl být totožný se zvukem, který přijímá posluchač). Bývá většinou splněna automaticky, protože koeficient absorpce zvuku na překážkách je jen velmi málo závislý na frekvenci zvuku.
2. dobrou zvukovou izolací místnosti - dovnitř sálu nepronikají žádné zvuky zvenčí. To může být uskutečněno volbou vhodného materiálu stěn, jejich obkládáním izolujícími vrstvami,

dvojitými oblouky, dveřmi, apod. Větší problémy v betonových stavbách může působit vedení zvuku betonovými sloupy, kovovými rourami a ventilačními komíny. Velmi nepříjemné jsou občasné silnější zvuky (troubení automobilů, netlumené motory, chůze po nekryté podlaze, ...). Ty je třeba odstraňovat na místě jejich možného vzniku.

3. dostatečnou hlasitostí zvuku v celé místnosti - tato hlasitost zvuku by měla být v celé místnosti stejná.
4. nesplýváním jednotlivých zvuků lidské řeči a krátce trvajících hudebních tónů

Poslední dvě podmínky spolu úzce souvisejí a do jisté míry se navzájem odporují. Představují akustický problém sálů v užším smyslu. Pokud má být zvuk všude v sále (tj. i daleko od řečníka nebo orchestru) dostatečně silný aniž by byl v blízkosti řečníka příliš silný, je nevyhnutelné, aby se využilo i odrazu zvuku. Nesmí ale docházet k velkému počtu odrazů zvuku, protože to by vznikalo rušivé doznívání. Proto je účelné umístit za řečníkem (resp. orchestrem) odrážející stěnu parabolického tvaru. Zároveň by měl být strop dost vysoko nad obecenstvem a upravený tak, aby odrážel zvuk směrem dolů. Podlaha už zvuk odrážet nemá, a proto je pokryta koberci a čalouněnými křesly.

Hlasitost přiměřeně silného zvuku, pro lidské ucho i nejvhodnějšího, je zhruba 60 decibelů. Za **dobu**

doznívání v sále se považuje čas, za který se hlasitost tohoto zvuku zmenší na nulu. Experimentálně bylo zjištěno, že nejvýhodnější doba doznívání je:

1. 0,8 s - 1 s pro přednáškové síně;
2. 1 s - 1,5 s pro koncertní sály.

V blízkém okolí zdroje zvuku by měly stěny poměrně dobře odrážet zvuk, zatímco v odlehlém konci sálu by měly podstatně více zvuk pohlcovat. Na odlehlém konci sálu jsou nebezpečné zejména zaoblené stěny, které koncentrují zvuk do jediného místa a vedle sebe zanechávají zvukem nepřesycené prostory.

2.3.8.2 | Vlnová akustika

V důsledku odrazu zvuku od dvou vzájemně rovnoběžných stěn vzniká stojaté vlnění při frekvencích, pro něž je vzájemná vzdálenost stěn rovná celočíselnému násobku půlvln.

Vznik stojatého vlnění je analogický vzniku stojatého vlnění např. na struně kytary se dvěma pevnými konci.

Stojaté vlnění ale narušuje difuzitu zvukového pole, což je příčinou poruch kvality zvuku a srozumitelnosti zvuku. Běžným tvarem uzavřeného prostoru (místnosti) je pravoúhlý šestistěn, který je tvořen třemi dvojicemi navzájem rovnoběžných stěn. Navíc stojaté vlněné vzniká i vícenásobným odrazem od všech stěn místnosti. Tento jev ale nastává i v uzavřeném prostoru složitějších tvarů.

Z největšího rozměru místnosti lze odvodit nejnižší frekvenci, při které stojaté vlnění (tzv. **vlastní kmity prostoru**) vznikne. Z dalších rozměrů místnosti a jejich kombinací se odvozují další takové frekvence, kterých je nekonečně mnoho a mají tu vlastnost, že směrem k vyšším frekvencím se ve frekvenčním spektru vyskytují stále hustěji. Od určité frekvence výše tedy spektrum již plynule vyplňují a akustické pole má opět difúzní vlastnosti.

Difuzita akustického pole se tedy porušuje jen v oblasti nízkých frekvencí a cílem opatření vlnové akustiky je zajistit difuzitu akustického pole od co možná nejnižších frekvencí. K tomuto cíli jsou směrována při návrhu místností (auditorií - posluchárny, divadla, kina, ...) tato opatření či jejich kombinace:

1. volba velikosti uzavřeného prostoru - s rostoucím objemem místnosti vzrůstá difuzita akustického pole. Ideální jsou objemy místností $100\,\mathrm{m}^3$ a vyšší, zatímco menší místnosti mají akustičnost vždy horší.
2. různoběžnost stěn místností - omezuje vznik stojatého vlnění. U divadel je doporučováno odchýlit jednu boční stěnu o $5° - 6°$ nebo obě boční stěny o $2,5° - 3°$.
3. rozměry pravidelného uzavřeného prostoru - nemají být navzájem celočíselnými násobky; jako vyhovující se ukazuje poměr např. 2:3:5, nevyhovující pak poměr 1:2:4.

4. pohlcující obložení stěn nebo členění jejich reliéfu - členění lze provádět pomocí říms, sloupů, polosloupů a dalších tvarů, které zajistí rozptylný (difúzní) odraz zvuku. Rozměry takovýchto nerovností však musí být srovnatelné s vlnovou délkou odraženého zvuku - tj. vhodné rozměry jsou větší než 1 m.

2.3.8.3 | Geometrická akustika

Vedle zajištění difuzity akustického pole je třeba se při návrhu prostor vyrovnat s nerovnoměrným příjmem zvukového signálu posluchači v důsledku jejich rozdílné vzdálenosti od zdroje zvuku. U velkých sálů je nutné zvukový signál směřující do zadních řad hlediště zesílit. To lze provést dvojím způsobem:

1. elektroakusticky pomocí mikrofonu a reproduktorové soustavy;
2. vhodným uspořádáním odrazných ploch umístěných většinou na stropu sálu tak, aby odraz zvuku byl směrován převážně do vzdálených míst hlediště.

Odražený zvuk musí ve srovnání s přímo šířeným zvukem urazit na své cestě k posluchači delší dráhu a dospěje tam tak s určitým časovým zpožděním. Je-li zpoždění malé, lidský ucho je schopno vnímat oba signály jako jeden zvuk. Při větších časových rozdílech je mluvené

slovo nesrozumitelné (směšování hlásek) a vzniká ozvěna (viz tab. 4).

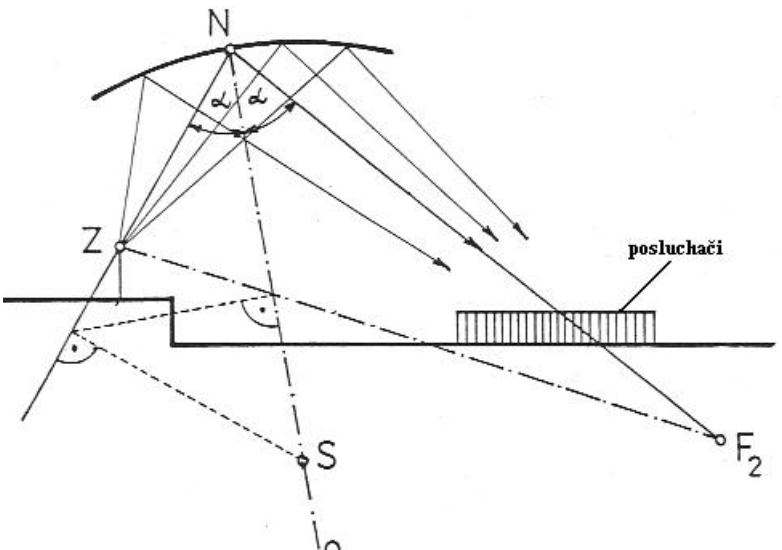
Dráhový rozdíl	**Časové zpoždění**	**Vliv na srozumitelnost**
méně než 10 m	méně než 0,03 s	zesílení zvuku (vnímáno jako jeden zvuk
10 m - 17 m	0,03 s - 0,05 s	směšování hlásek
17 m - 34 m	0,05 s - 0,1 s	ozvěna
více než 34 m	více než 0,1 s	jednoslabičná ozvěna

tab. 4

Odrazy od velmi vzdálených ploch (v případě, že dráha odraženého zvuku je více než třikrát delší než dráha zvuku přímého) již nejsou pro srozumitelnost nebezpečné. Odražený zvuk totiž urazí delší dráhu a s rostoucí vzdáleností, kterou zvuk urazí, klesá intenzita zvuku a tedy i hlasitost zvuku (hladina intenzity zvuku). Obdobného účinku se dosahuje provedením akustických úprav prostoru (obložením nežádoucí odrazné plochy zvuk pohlcujícím materiálem, změnou tvaru této plochy tak, aby odraz byl rozptylný nebo směřoval do jiného místa, …).

Jsou-li odrazné plochy větší než vlnová délka zvukového vlnění lze při popisu šíření zvuku aplikovat zákony geometrické optiky: představu šířících se vlnoploch nahradit představou zvukového paprsku, který vychází ze zdroje zvuku a šíří se přímočaře ve směru kolmém na

kulové vlnoplochy. V případě dopadu zvukového paprsku na odraznou plochu se řídí zákonem odrazu stejně jako paprsek světelný.



Obr. 71

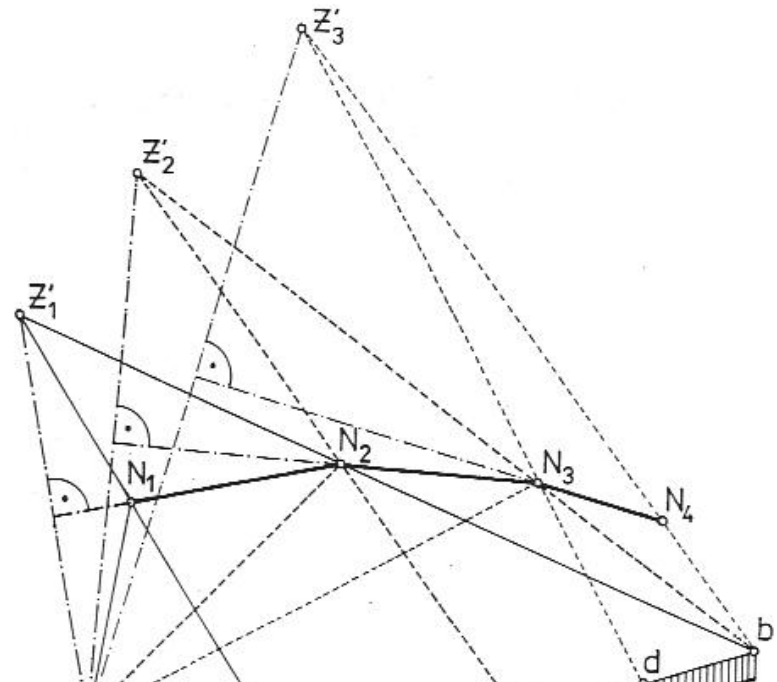
K posílení signálu ve vzdálené části místnosti lze využít rovinných nebo zakřivených ploch umístěných zpravidla na stropě sálu. Na obr. 71 je naznačena konstrukce odrazné plochy ve tvaru eliptického válce. Jedno ohnisko elipsy je totožné se zdrojem zvuku *Z* a druhé ohnisko F_2 je v prostoru pod podlahou za místem v místnosti, ve kterém je nutné zvuk zesílit. Elipsu lze

v okolí daného bodu (bod *N*) přibližně nahradit kružnicí. Kromě ohnisek je nutno zvolit střed odrazné eliptické plochy (bod *N*). Osa *o* půlí úhel ZNF_2. Polohu středu *S* oskulační kružnice na této ose pak získáme pomocí konstrukce patrné z obr. 71. Analogickým způsobem lze využít plochy parabolické, hyperbolické a rovinné.

Oskulační kružnice je kružnice, která se v daném bodě nejlépe přimyká k dané křivce. To znamená, že tuto křivku lze oskulační kružnicí v daném bodě nahradit. Parametry této kružnice (poloměr a střed) jsou určeny tak, aby odchylka oskulační kružnice od zadané křivky v okolí daného bodu byla co nejmenší. Pak lze snáze řešit různé úlohy, neboť řešit úlohy s kružnicí je výrazně jednodušší, než řešit tytéž úlohy s obecnou křivkou.

Často se strop místnosti navrhuje jako kombinace několika odrazných ploch. Na obr. 72 je naznačena konstrukce ploch rovinných. Známe polohu zdroje zvuku *Z*, polohu bodu N_1, ze kterého má plocha vycházet, a chceme, aby zvuk odražený od této plochy směřoval do celého hlediště (tj. mezi body *a* a *b*). Konstrukce hledané části rovinné plochy N_1N_2 je provedena pomocí fiktivního zdroje Z_1'. Bod N_2 může být východiskem konstrukce další odrazné plochy N_2N_3, která ale už bude odrážet zvuk jen do vzdálenější části hlediště mezi body *c* a *b*. Konstrukce se opět provede pomocí fiktivního zdroje, tentokráte pomocí zdroje Z_2'. V konstrukci je možné dále pokračovat, až by byl pomocí částí rovinných ploch vyskládán celý

strop sálu. Stěna protilehlá k jevišti bývá nejčastěji zdrojem nežádoucí ozvěny, proto je třeba ji opatřit širokopásmovým zvuk pohlcujícím obkladem. Stejně tak je vhodné obložit i boční stěny, zejména v zadní části hlediště, nebo členit plochu těchto stěn tak, aby odraz byl difúzní. Množství pohyblivých obkladů v sále je však nutno regulovat podle pravidel statistické akustiky, která se zabývá pohlcováním zvuku, dozvukem, ...



Obr. 72

2.3.8.4 | Restaurační efekt

Tzv. „restaurační efekt“ (*coctail party effect*) souvisí s dobou dozvuku. Tento efekt vzniká tam, kde se

v uzavřeném prostoru shromažďuje větší počet lidí, z nichž většina současně hovoří. V důsledku hovoru více osob najednou vzniká v místnosti akustické pole s hladinou akustického tlaku (resp. hladina intenzity zvuku), která narušuje srozumitelnost vzájemné komunikace a nutí hovořící osoby zvyšovat hlas. Tím se však dále zvyšuje hladina akustického tlaku (hladina intenzity zvuku) v místnosti a jev se dále opakuje a nabývá na síle. Vzestup hladin se zastaví až po rezignaci části osob na vzájemnou komunikaci (hlavně na větší vzdálenost než jen s nejbližším sousedem) nebo je limitován možnostmi akustického výkonu lidského hlasu.

Tento nepříjemný a pro uživatele uzavřeného prostoru velice obtěžující efekt lze výrazně omezit obkladem stropu místnosti takovým materiálem, jehož koeficient pohltivosti má hodnotu alespoň 0,6 v celém intervalu frekvencí (250; 2000) Hz.

Podle hygienických předpisů je třeba takovýto obklad instalovat ve sborovnách a konferenčních místnostech, v učebnách pracovního vyučování, v učebnách techniky a administrativy, v tělocvičnách, ve školních jídelnách, v denních místnostech jeslí a mateřských škol, v hotelových halách, v restauracích, v obchodních domech, ...

Prostě všude tam, kde se schází velké množství lidí, kteří mezi sebou hovoří.

2.3.9 | ***Zdroje hudebních zvuků

V praxi jsou zdroji hudebních zvuků hudební nástroje, lidské hlasivky a reproduktory zvuku. Nejdůležitějšími druhy hudebních nástrojů jsou:

1. nástroje strunové - ty se dále dělí na nástroje smyčcové (housle, viola, čelo, basa), nástroje brnkací (harfa, kytara, balalajka, mandolína) a na nástroje, ve kterých se struny uvádějí do chvění úderem kladívka (klavír, cimbál).
2. nástroje založené na píšťalách

2.3.9.1 | Strunné nástroje

Napneme-li např. strunu kytary, je možné pro velikost rychlosti zvuku ve struně odvodit vztah $v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}$, kde F je velikost síly, kterou je struna napínána, ρ hustota materiálu struny a S průřez struny. Vzhledem k tomu, že struna délky l je upevněna na dvou koncích, platí $l = k\frac{\lambda}{2}$. Pro frekvenci f tedy dostáváme: $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{k}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}}$ (pro $k=1$ dostáváme frekvenci základní). Jiné frekvence, než ty, na které jsou struny nástroje naladěny, získá hudebník např. u kytary tak, že prsty levé ruky tlačí struny na hmatník, čímž zkracuje jejich délku. O tom, které vyšší harmonické

frekvence a s jakou intenzitou jsou zastoupeny ve zvuku struny, rozhoduje hlavně způsob, jak se struna přivádí do chvění: smyčcem, brnknutím, úderem kladívka.

Jestliže se struna uvádí do chvění brnkáním pomocí tvrdého bodu (trsátko, …), amplitudy vrchních harmonických tónů se zmenšují, ale jejich intenzita je prakticky stejná. Zvuk struny v tomto případě je až nepříjemně ostrý, snesitelný jen při ocelových strunách, jejichž malá ohybnost silně tlumí vyšší harmonické tóny. Jestliže se však brnká měkkým prstem, převládá ve zvuku struny základní tón a vrchní harmonické tóny jsou o něco slabší. Tím se zvuk stává měkčím, zůstává však plným (např. harfa).

2.3.9.2 | Píšťaly

V některých hudebních nástrojích se namísto strun, naladěných na určité tóny, používají **retní** (obyčejně otevřené) nebo **jazýčkové** píšťaly. Jsou to trubice s kruhovým, čtvercovým nebo obdélníkovým průřezem, ve kterých se vzduch uvádí do podélného chvění buď foukáním proti ostré hraně, která se nazývá **ret**, nebo chvěním pružného **jazýčku**. Pro rychlost zvuku je možné odvodit přibližný vztah $v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$, kde κ je Poissonova konstanta, *p* tlak plynu ve válci píšťaly a ρ hustota plynu ve válci. Stejným postupem jako u strunných nástrojů,

dostáváme pro základní frekvenci vztah $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{k}{2l}\sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$.

Úpravou právě uvedeného vztahu na základě stavové rovnice ideálního plynu můžeme dospět k vyjádření rychlosti zvuku na teplotě *T* a druhu plynu (druh plynu je určen molární hmotností M_m): $v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M_m}}$, kde *R* je molární plynová konstanta.

Pomocí tohoto vztahu lze poměrně dobře vysvětlit i „kvákavý hlas“ v héliu.

2.3.9.3 | Podélně se chvějící tyče

Rozkmitáme-li tyč podélně, šíří se v ní zvuk rychlostí, pro jejíž velikost je možné odvodit vztah $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, kde *E* je modul v tahu dané látky a ρ hustota materiálu tyče. Výpočet frekvence je u podélně se chvějících tyčí složitější. Podélně chvějící se tyče se však v hudbě nepoužívají ze dvou příčin: pro obtížné rozechvívání tyčí a pro jejich příliš velkou délku, která by byla potřebná pro vznik tónů s výškami, které jsou obvyklé pro hudbu.

2.3.10 | ***Ucho

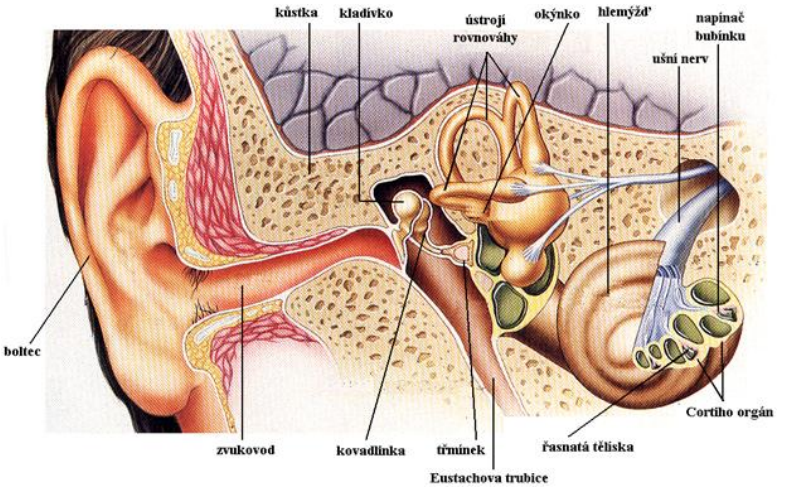
Ucho je velice citlivý orgán, o čemž svědčí následující

fakt: změna tlaku $20\,\mu Pa$ při frekvenci $1000\,Hz$ způsobí vychýlení bubínku řádově o $10^{-9}\,cm$ a výchylky smyslových buněk ve vnitřním uchu jen asi $10^{-10}\,cm$, což je méně než je průměr molekuly vodíku. Na druhou stranu je ucho schopno snášet tlaky až milionkrát větší.

K tomu, abychom dobře slyšeli nám stačí jedno správně fungující ucho. Obě uši jsou nutné k určení původu zvuku a vzdálenosti jeho zdroje. Na bubínek vzdálenějšího ucha dopadne zvuk s jistým nepatrným zpožděním. Toto zpoždění pak umožňuje lokalizovat zdroj a vzdálenost. Sluchový analyzátor je schopen přesně zachytit časový rozdíl až $10^{-5}\,s$.

2.3.10.1 | Stavba a popis

Ucho je periférií sluchového analyzátoru, v němž dochází k zachycení a zpracování zvukových signálů a jejich přeměně na nervové vzruchy. Ucho se skládá z těchto částí (viz obr. 73):



Obr. 73

1. vnější ucho - je složeno z ušního boltce a zvukovodu o délce asi $25\,\mathrm{mm}$ a šířce $7-8\,\mathrm{mm}$. Slouží k zachycení zvukových vln a jejich předání bubínku. Zvukovod jako akustický rezonátor zesiluje frekvence s maximem okolo $3500\,\mathrm{Hz}$ a jeho rezonanční křivka je plochá. Boltec má směrový efekt.

Boltec zachycuje zvukové vlnění - slouží jako jakýsi trychtýř. O tom se lze přesvědčit velmi jednoduchým experimentem. Při běžném hovoru, poslouchání hudby (ne ze sluchátek), ... si zakrývejte boltce (ne otvor do zvukovodu!) na jednom a na obou uších. Při zakrytém boltci se hlasitost poslouchaného zvuku sníží, neboť do

ucha bude dopadat zvuk s menší intenzitou.

2. střední ucho - se skládá z bubínku (pružná vazivová blána kónického tvaru obrácená hrotem směrem dovnitř) a tří sluchových kůstek - kladívko, kovadlinka a třmínek, což je funkční část Eustachovy trubice (která ústí do nosohltanu). Má převodní funkci - převádí akustické vlnění zachycené bubínkem do kapalného prostředí vnitřního ucha. Jedná se o hydrodynamický (hydraulický či pístový) přenos, kterým se vyrovnávají rozdíly akustického tlaku mezi vnějším plynem a vnitřním tekutým prostředím. Tento proces spočívá tedy ve zvýšení tlaku zvukového vlnění při vstupu do vnitřního ucha, na němž se podílí pohyb sluchových kůstek a rozdíl v ploše bubínku a oválného okénka. Výsledkem je asi 20krát větší tlak na kapalinu vnitřního ucha v oválném okénku v porovnání s tlakem na bubínek. Střední ucho má též funkci ochrannou - umožňuje útlum silného zvuku až o $15\ \mathrm{dB}$ v čase $15-20\ \mathrm{ms}$.
3. vnitřní ucho - je tvořené systémem chodbiček, který je místem dvou analyzátorů - vestibulárního (poskytuje informace o vnímání polohy a pohybu) a sluchového (je tvořené hlemýžděm). Pro vnímání zvuku hraje

důležitou roli vlastní recepční systém, tzv. Cortiho orgán (řady nepatrných řasnatých buněk), který je součástí hlemýždě. Tlakové vlny pohybují pružnou membránou, která deformuje řasnaté buňky v Cortiho orgánu. Zde dochází k přeměně zvukového signálu na signál elektrický, který je odváděn do mozku a tam dále zpracován.

Zvukové vlny mohou dosáhnout receptory ve vnitřním uchu těmito způsoby:

1. kůstkovým vedením - vedení pomocí kůstek ve středním uchu využívající převodní a transformační funkce kůstek. Je to hlavní způsob vedení zvuku u zdravého člověka.
2. kostní vedení - přenos akustických vibrací lebeční kostí přímo do tekutiny uvnitř ucha. Uplatňuje se při poruše kůstkového vedení a při silných zvucích.
3. vzduchové vedení - vedení vzduchem přímo k oválnému okénku ve středním uchu. U zdravého člověka je to způsob velmi omezený.

2.3.10.2 | Účinek hluku na lidský organismus

Hluk může u člověka vyvolat změny, které je možné

rozdělit do těchto skupin:

1. poruchy v oblasti sluchu - poškození sluchového ústrojí, perforace bubínku, vznik nedoslýchavosti (hluchoty), …
2. poruchy v nervové soustavě - poruchy vegetativní regulace krevního oběhu a trávení, funkční změny psychomotorických funkcí, poruchy spánku, poruchy emocionální rovnováhy, …
3. poruchy celkové regulace člověka - narušení rovnovážných funkcí organismu, snížení odolnosti, …

Pro životní aktivitu člověka je nutná jistá hladina zvuku, která uchovává dobrou náladu a udržuje zdravou psychickou pohodu. Existuje tedy několik „význačných" hladin intenzity zvuku:

1. 20 dB - většina lidí pokládá tuto intenzitu zvuku za hluboké ticho, které ovšem může dráždit stejně jako nadměrný hluk (lidé v poušti, polárních oblastech, „bezzvukové cely mučení" v německých koncentračních táborech, …). Z toho důvodu je nutné např. v kosmických lodích vytvářet zvukovou „kulisu", aby se život kosmonautů přiblížil životu na Zemi.
2. 30 dB - příjemné ticho
3. 35 dB - šum moře, řek, stromů, …, tedy

intenzita zvuku, při níž si člověk nejlépe odpočine.

Mezi faktory, ovlivňující účinek zvuku na lidský organismus, patří intenzita zvuku, jeho frekvence, rozložení zvuku v čase a psychický vztah člověka k hluku (hluk od souseda, mladý člověk na diskotéce, ...). Při hodnocení účinku hluku na lidský organismus rozlišujeme tyto oblasti:

1. oblast psychického působení (do $65\ dB$) - zdraví není bezprostředně škodlivá, rozhoduje ale individuální vnímavost
2. oblast vegetativních funkcí ($65-90\ dB$ při bdění, $45-80\ dB$ při spánku) - člověk se stává nervóznější, zužují se cévy, zrychluje se dýchání, zvyšuje se činnost srdce, rozšiřuje se zornice, křečovitě se svírá žaludek
3. oblast poškození sluchu ($90-120\ dB$) - poškozují se sluchové buňky, může dojít až k ohluchnutí
4. oblast smrtelného poškození (nad $120\ dB$)

Zvuky, v nichž převládají určité frekvence působí škodlivěji než zvuky, jejichž frekvence mají širší rozsah. Vysoké tóny vnímáme intenzivněji (zdají se hlasitější) než tóny nižší o stejné intenzitě.

Podle rozložení v čase se hluk dělí na:

1. ustálený - zvuk, jehož hladina se v daném místě nemění v čase o více než $5\ dB$

2. proměnlivý - zvuk, jehož hladina v čase kolísá o více než $5\,\mathrm{dB}$. Ten se dále dělí na:
   a) přerušovaný - zvuk náhle mění hladinu akustického tlaku nebo hladinu hluku, který se v průběhu hlučného intervalu ustálí
   b) nepravidelný - mění hladinu hluku v čase náhodně
   c) impulsní - zvuk tvořený jednotlivými impulsy s trváním do $20\,\mathrm{ms}$ nebo sledem impulsů následujících po sobě v intervalech delších než $10\,\mathrm{ms}$.

Člověk se stává nahluchlým (nedoslýchavým), je-li vystaven 2 až 3 roky denně intenzitě $90\,\mathrm{dB}$. Hluk působí destruktivně též na materiál.

2.3.11 | Ultrazvuk a infrazvuk

Omezený rozsah frekvencí mechanického vlnění, který vnímáme uchem, má pro člověka i jistou výhodu. Je tak chráněn před mnoha přirozenými i umělými zdroji zvuky, které na nás neustálé působí (výbuchy spalovacích motorů, tlukot vlastního srdce, ...).

2.3.11.1 | Ultrazvuk

Ultrazvuk je zvukové vlnění s frekvencí větší než $16\,\mathrm{kHz}$

a je tedy pro lidské ucho neslyšitelný. Jeho vlnová délka je menší než vlnová délka zvuku, proto je šíření ultrazvuku méně ovlivněno ohybem. Výrazný je ale jeho odraz od překážek a skutečnost, že je méně pohlcován v kapalinách a pevných látkách.

2.3.11.1.1 | Použití ultrazvuku

1. lékařství - signál o vysoké frekvenci (řádově MHz) je vysílán sondou, prochází lidským tělem a od vnitřních orgánů se odráží zpět, detektory je přijat a dále zpracován. Tak vzniká poměrně kvalitní obraz vnitřních orgánů na obrazovce počítače.

Sono jater, ultrazvuková kontrola plodu budoucí matky, ...

2. ultrazvuková defektoskopie - funguje na stejném principu: ultrazvuk se odráží od vady výrobku (dutina, příměs, ...) a odražený signál je dále zpracován. Tímto způsobem lze zjistit polohu vady.
3. sonar (***SO****und* ***N****avigation* ***A****nd* ***R****anging*)- používá se při průzkumu mořského dna (viz obr. 74). Metoda je podobná ultrazvukové defektoskopii: ultrazvuk dopadá na mořské dno a odráží se zpět. Na základě časového intervalu, který uplyne mezi vysláním signálu

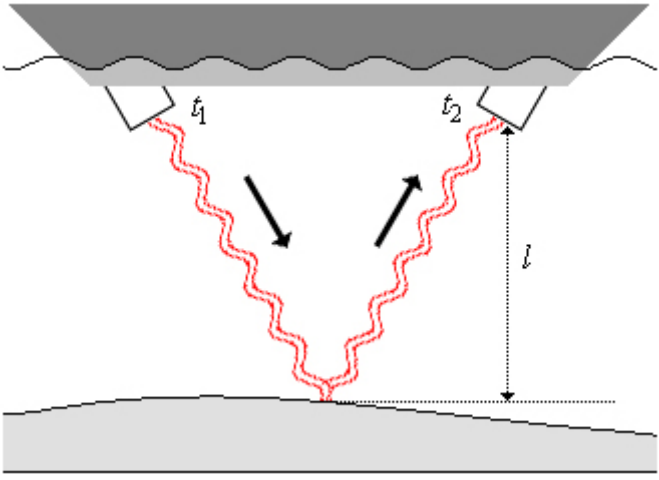
v čase  jeho přijetím v čase t_2, a velikosti rychlosti *v* šíření ultrazvuku ve vodě lze určit vzdálenost *l*, kterou ultrazvuk urazil (tedy hloubku moře pod detektorem): $l = \frac{1}{2} v (t_2 - t_1)$.

Získané údaje není problém zpracovat pomocí počítače a vykreslit trojrozměrný reliéf mořského dna.

Poznámka: Na obr. 74 je vysílač a přijímač relativně daleko od sebe. Ve skutečnosti jsou výrazně blíže resp. se jedná o jediný přístroj. Proto pak měřená vzdálenost l skutečně odpovídá vzdálenosti, kterou ultrazvuk urazil.

Sono jater, ultrazvukové vyšetření budoucí matky či ultrazvuková defektoskopie fungují na tomtéž principu. Vždy se ultrazvuk odráží od nějaké překážky (játra, plod, vada materiálu, ...) a na základě časového rozdílu mezi vysláním a přijetím signálu se určuje poloha „vady“ a její tvar.

4. užití jeho vibrací - vypuzování plynů z kapalin a roztavených kovů, skla, ...; vytváření suspenze, emulze (tuk ve vodě, ...); čistění součástek (jemné mechanismy, čočky brýlí, ...)
5. v přírodě - orientace netopýrů, povely pro psa, dorozumívání se delfínů, ...

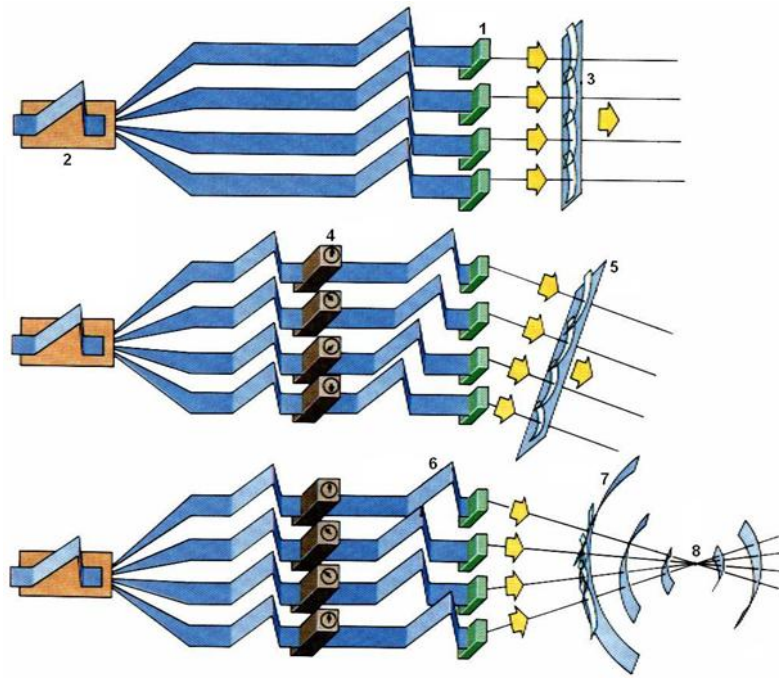


Obr. 74

2.3.11.1.2 | ***Ultrazvuk v lékařství

V lékařském skeneru se používá ultrazvuk o frekvenci z intervalu $\langle 1; 15 \rangle$ MHz. S rostoucí frekvencí klesá vlnová délka a tedy roste rozlišení skeneru - lze zaznamenat lépe detaily zkoumané tkáně (viz obr. 75).

Vlnění s velkou vlnovou délkou se totiž malým předmětům může „vyhnout“, zatímco vlnění s menší vlnovou délkou už zkoumaný předmět „trefí“. Od něj se může odrazit a odražený signál tak může být dále zpracován.



Obr. 75

Na druhou stranu ale s rostoucí frekvencí (tedy s klesající vlnovou délkou) použitého ultrazvuku je ultrazvuk tkání rychle absorbován. Pak je těžké odlišit ultrazvukové vlnění, které se vrací zpět do přístroje, od elektronického šumu, který je vytvářen samotným skenerem. Proto se nejčastěji používá ultrazvuk s frekvencí 3 MHz, což je kompromis mezi dostatečným rozlišením (řádově 1 mm) a přijatelnou absorpcí signálu.

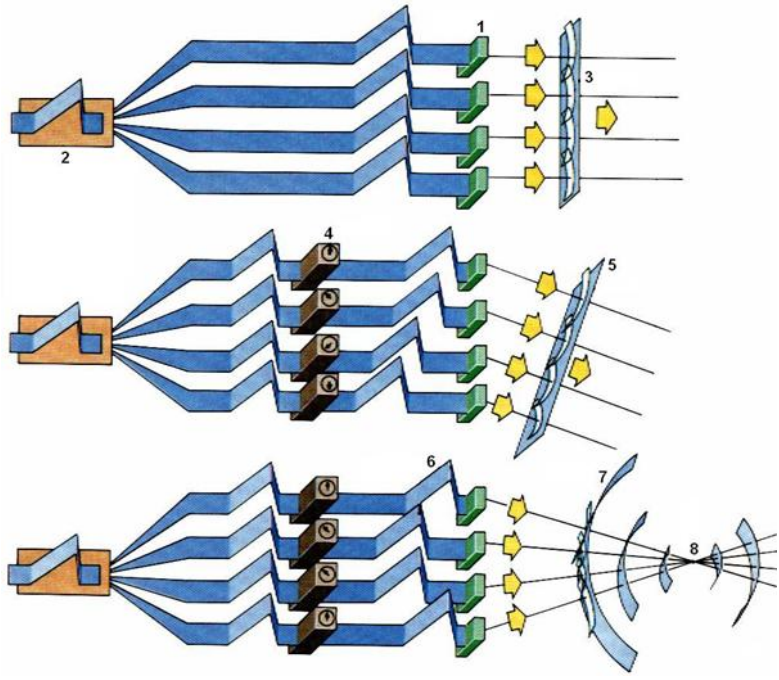
V ultrazvukovém skeneru (viz obr. 76) je prohlížecí hlava vyrobena z několika stovek piezoelektrických převaděčových prvků (*1*). Tyto prvky vypadají jako tyčky o průměru zlomku milimetru a délce asi jeden centimetr. Pomocí počítače jsou tyto prvky zdrojem ultrazvukových vln (*2*), jejichž tvar lze ovlivnit tak, aby se vlny soustředily v jednom bodě (*3*). Ten se zobrazí na kontrolním monitoru, k němuž je zařízení připojeno, nejostřeji.

Zkoumaná tkáň se prohlíží automaticky bez nutnosti pohybu se samotnou prohlížecí hlavou. Na obr. 77 je zobrazena hlava pouze se čtyřmi převaděčovými prvky (místo několika stovek, která obsahuje ve skutečnosti). Jednotlivé prvky (*1*) se vybudí elektrickým impulsem z generátoru (*2*) a vysílají kruhovou vlnu. Výsledná vlnoplocha vzniká interferencí vlnoploch buzenými jednotlivými převaděčovými prvky. Jsou-li všechny prvky vybuzeny současně, vzniká rovinná vlna pohybující se směrem přímo dopředu (*3*). Pokud se ale impulzy přicházející do jednotlivých převaděčových prvků opozdí (*4*), bude se vlna pohybovat ve směru, který svírá s osou přístroje určitý nenulový úhel (*5*). Změnou zpoždění impulzů v jednotlivých prvcích může vzniknout vlna, která skenuje danou tkáň zleva doprava. Speciálním tvarem elektrických impulsů (*6*) lze vytvořit konvergující vlny (*7*), které se sbíhají v jediném bodě (*8*).

Během skenování probíhá paralelně zaostřování i řízení signálu.



Obr. 76



Obr. 77

Ultrazvuk se dokonale odráží na rozhraní vzduch - tkáň a dobře se pohybuje kapalným prostředím. Proto se na kůži ve zkoumané oblasti těla nanáší gel. Ten zaručuje, že se ultrazvuk bude dobře šířit až ke zkoumané tkáni uvnitř těla a nebude se zbytečně odrážet na kůži těla.

2.3.11.1.3 | ***Negativní vliv

Použití ultrazvuku přináší pro živé organismy také riziko. Exponované buňky se mohou poškodit:

1. mechanicky - buňky při určitých frekvencích rezonují a trhají se
2. termicky - energie ultrazvuku se při jeho absorbování přemění na teplo
3. chemicky - dochází ke změnám ve struktuře a složení chemických látek, vznikají volné radikály, inaktivují se enzymy
4. excitačně - molekuly se energeticky vzbuzují (podobně jako při ionizaci)

U lidí se po ultrazvukové expozici pozorují výrazné poruchy v krvi, bolest hlavy, únava, mdloby, bušení srdce, narušuje se funkce pohlavních žláz, … Při trvalém působení ultrazvuku může dojít k ochrnutí (smrti).

2.3.11.2 | Infrazvuk

je mechanické vlnění s frekvencí menší než f_1, které se dobře šíří hlavně ve vodě („hlas moře“ předpovídající několik hodin před vlnobitím jeho příchod, což vnímají někteří mořští živočichové). Člověk se s ním setkává jak v přírodě (bouřky, zemětřesení, silné vichřice, …) tak v technice (výbuchy spalovacích motorů, průmyslové stroje, …).

Lidské ucho je nevnímá, ale zejména při frekvencích blízkých frekvenci tlukotu srdce je pro člověka nebezpečný. Nebezpečné jsou rovněž frekvence f_2, při nichž rezonují tkáně a poškozují se buňky hlavně ve svalech a nervovém systému. Už krátkodobé působení infrazvuku vyvolává u lidí nauseu (choroba nutící dávit) a točení hlavy. Infrazvuk s velmi vysokou amplitudou (a tedy vysokou energií) může i zabíjet (infrazvukové zbraně).

3 | ELEKTŘINA A MAGNETISMUS

3.1 | ELEKTRICKÝ NÁBOJ A ELEKTRICKÉ POLE

3.1.1 | Elektrický náboj a jeho vlastnosti

> Z praxe víme, že vlasy se při česání přitahují na hřeben, části oděvu ze syntetického materiálu ulpívají při svlékání na těle, ... Podobně při tření skleněné nebo novodurové tyče vlněnou látkou zjistíme, že tyč přitahuje kousky papíru, prachové částice, ...

Uvedené jevy byly pozorovány již ve starověku na jantaru (řecky elektron) a jejich příčinou je elektrický náboj.

Vlastnosti elektrického náboje:

1. Existují dva druhy elektrického náboje - kladný a záporný.

Kladně se nabíjí např. skleněná tyč třená kůží nebo vinidurová tyč třená flanelem. O existenci náboje se lze mimo jiné přesvědčit i doutnavkou.

2. Souhlasné náboje se odpuzují, opačné se přitahují. Nabité a nenabité těleso se přitahují. Na vzájemném odpuzování souhlasných nábojů jsou založeny **elektroskopy** (přístroje, které jsou schopné detektovat přítomnosti náboje), pokud má elektroskop stupnici, nazývá se **elektrometr**.

Jednoduchý elektroskop lze vyrobit z plastové láhve, korkové zátky, kousku alobalu a silnějšího drátu (např. pletací jehlice). Korkovou zátku propíchneme silnějším drátem, na jehož konec pak přilepíme proti sobě dva tenké proužky alobalu (cca 0,5 cm krát 8 cm). Zátkou, kterou prochází drát, uzavřeme PET láhev a na vyčnívající konec drátu napíchneme kouli vyrobenou z alobalu (bude sloužit k „zachytávání“ elektrického náboje). Nyní stačí vzít např. plastové pravítko, přejet několikrát po bavlněném oblečení a přiblížit ke kouli z alobalu. Proužky z alobalu uvnitř láhve se od sebe odtáhnou.

3. Těleso lze nabít třením nebo dotykem (přenesením náboje).
4. Fyzikální veličina elektrický náboj se značí Q;

$[Q] = \mathrm{C}$ (coulomb).

5. Hodnota náboje *Q* je vždy násobkem velikosti **elementárního náboje**, který má hodnotu $e = 1{,}602.10^{-19}\ \mathrm{C}$. Kladný elementární elektrický náboj má proton, záporný pak elektron.
6. V elektricky neutrálních tělesech je počet kladných a záporných elementárních nábojů stejný a jejich silové působení se navzájem ruší.
7. V izolované soustavě platí **zákon zachování elektrického náboje**:

CELKOVÝ ELEKTRICKÝ NÁBOJ SE VZÁJEMNÝM ZELEKTROVÁNÍM V IZOLOVANÉ SOUSTAVĚ NEMĚNÍ.

Podle pohybu náboje daným materiálem rozlišujeme:

1. vodiče - elektrický náboj se v nich snadno přemísťuje. Je to dáno tím, že např. elektrony, které jsou schopné přenášet náboj v kovech, jsou k atomovým jádrům slabě vázány a mohou se tedy od nich snadno odpoutat. Vytváří tak tzv. elektronový plyn, který je příčinou dobré vodivosti kovů.
2. izolanty - elektrony jsou pevně vázány k atomovým jádrům a jejich pohyb daným materiálem proto není možný.

Poznámka: Obecně je přenos elektrického náboje dán přítomností libovolných volných nabitých částic.

Nabité těleso postupně ztrácí své elektrické vlastnosti,

protože žádná látka není dokonalým izolantem. Proto dochází k postupnému vybíjení náboje. Náboj lze měřit pomocí **měřiče náboje**, trvalého nabití tělesa lze dosáhnout pomocí **zdroje vysokého napětí**.

Elektrostatické pole je podmíněno vznikem nerovnováhy nábojů (na dvou navzájem izolovaných deskách, na dvou osamocených vodičích, …). Elektrostatické pole může existovat jen v dielektriku! Ve vodivém prostředí by došlo k pohybu nabitých částic. Pokud by vodič nebyl připojen k trvalému zdroji napětí, pohyb nábojů by ustal jakmile by dosáhly takové polohy ve vodiči, v níž by na ně nepůsobily žádné elektrostatické síly. Došlo by k vyrovnání nábojů.

Tento stav je pro vodiče typický - je totiž energeticky výhodný.

Elektrostatické pole má s proudovým polem společnou veličinu: napětí *U*. Mezi každými dvěma body v prostoru, v němž je vytvořeno elektrostatické pole, lze měřit napětí.

3.1.2 | Elektrostatické silové působení bodových elektrických nábojů, Coulombův zákon

Pro zjednodušení popisovaných jevů zavádíme pojem **bodový náboj**:

BODOVÉ NÁBOJE JSOU ZELEKTROVANÁ TĚLESA, JEJICHŽ ROZMĚRY JSOU ZANEDBATELNÉ VE

SROVNÁNÍ S JEJICH VZÁJEMNOU VZDÁLENOSTÍ.

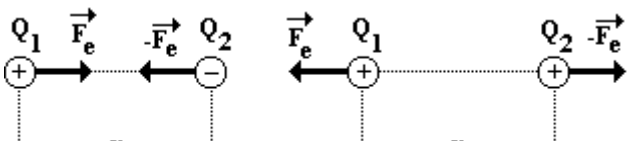
... jedná se tedy o nabitý hmotný bod (malá vodivá kulička zavěšená na tenkém nevodivém vlákně, ...).

Měření sil vzájemného působení dvou bodových nábojů prováděl poprvé v roce 1784 francouzský fyzik Charles Auguste de Coulomb (1736 - 1806) a na základě nich formuloval zákon, dnes nazývaný **Coulombův zákon**:

VELIKOST SIL, KTERÝMI NA SEBE PŮSOBÍ DVA BODOVÉ NÁBOJE, JE PŘÍMO ÚMĚRNÁ ABSOLUTNÍ HODNOTĚ SOUČINU JEJICH VELIKOSTÍ A NEPŘÍMO ÚMĚRNÁ DRUHÉ MOCNINĚ JEJICH VZDÁLENOSTI - $F_e = k\frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$**. SMĚR TÉTO SÍLY JE PATRNÝ Z OBR. 1.**

Konstanta k závisí na prostředí, v němž se náboje nachází. Pro vakuum má hodnotu $k = 8{,}9876.10^9\ \mathrm{N.m^2.C^{-2}} \doteq 9.10^9\ \mathrm{N.m^2.C^{-2}}$. Daleko častěji se ale tato konstanta vyjadřuje ve tvaru $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, kde $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ \mathrm{C^2.N^{-1}.m^{-2}}$ a nazývá se permitivita vakua.

Vložíme-li dva bodové náboje do látkového prostředí (dielektrika), působí na sebe silou menší než ve vakuu: $F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$, kde ε_r je relativní permitivita daného prostředí (pro vakuum a přibližně i pro vzduchu je $\varepsilon_r = 1$). Veličina $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ je permitivita prostředí.



Obr. 1

Coulombův zákon je formálně velice podobný Newtonovu gravitačnímu zákonu. Rozdíl je v tom, že zatímco síla gravitační je vždy přitažlivá, síla elektrická může být přitažlivá i odpudivá. Také velikost sil je řádově různá (např. na dva náboje velikosti 1 C ve vzdálenosti 1 m by ve vakuu působila síla o velikosti $9.10^9\ \mathrm{N}$, což nemůže nikdy nastat).

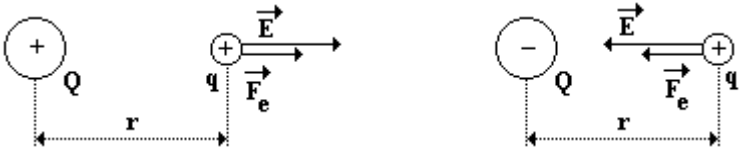
3.1.3 | Elektrické pole, elektrická intenzita

Vzájemné silové působení elektrických nábojů se uskutečňuje prostřednictvím elektrických polí, která náboje obklopují. Elektrické pole (stejně jako pole gravitační) popisuje fyzikální veličina **intenzita elektrostatického pole** (**elektrická intenzita**): $\vec{E} = \frac{\vec{F_e}}{q}$, kde $\vec{F_e}$ je síla, která by v daném místě působila na testovací náboj q; $[E] = \mathrm{N.C^{-1}} = \mathrm{V.m^{-1}}$. Je-li testovací náboj záporný, má elektrická intenzita opačný směr než elektrická síla, je-li

náboj kladný, jsou směry obou veličin totožné.

Poznámka: Terminologicky by se správně měl používat pojem elektrická intenzita. Elektrostatické pole je totiž zvláštním případem obecnějšího pole - pole elektromagnetického. Proto je lepší mluvit o elektrické intenzitě a ne o intenzitě elektrostatického pole. Nejedná se ovšem o velkou nepřesnost.

Velikost elektrické intenzity ve vzdálenosti *r* od osamoceného bodového náboje *Q* je možné určit pomocí Coulombova zákona: $F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{|Qq|}{r^2}$. Dosazením do definiční vztahu elektrické intenzity dostaneme $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{|Q|}{r^2}$. Směr vektoru elektrické intenzity závisí na znaménku náboje *Q* (obr. 2).



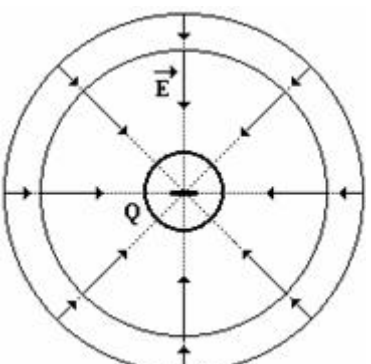
Obr. 2

Nyní můžeme již vytvořit vektorový model elektrického pole bodového náboje: **radiální (centrální) pole**. To je pole, v němž vektory elektrické intenzity míří do (pokud $Q < 0$) nebo od ($Q > 0$) bodového náboje. Na obr. 3 je znázorněno radiální pole záporného náboje.

Jiný způsob popisu elektrického pole je pomocí **siločar**.

SILOČÁRY JSOU TAKOVÉ KŘIVKY, ŽE V LIBOVOLNÉM JEJICH BODĚ ZÍSKÁME VEKTOR ELEKTRICKÉ INTENZITY JAKO TEČNU V DANÉM BODĚ.

Siločáry lze zviditelnit pokusem: do misky dáme elektrody, nalijeme slabou vrstvu oleje, elektrody připojíme ke zdroji vysokého napětí a hladinu lehce posypeme krupicí.



Obr. 3

Mezi dvěma rovnoběžnými opačně nabitými deskami vzniká **homogenní elektrostatické pole**, tj. takové pole, jehož elektrická intenzita má v každém bodě stejný směr a velikost. Siločáry jsou tedy navzájem rovnoběžné.

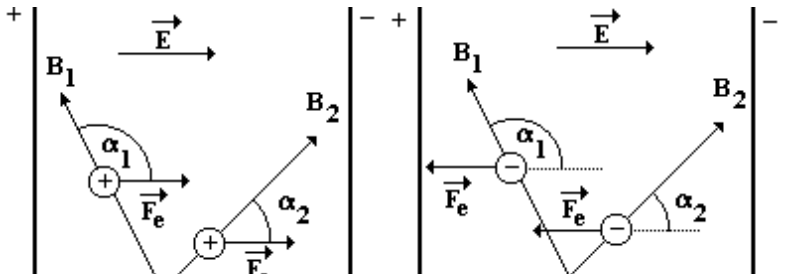
Pole dvou bodových nábojů vzniká složením dvou polí radiálních, která působí nezávisle na sobě. Výslednou

elektrickou intenzitu získáme jako vektorový součet elektrických intenzit, které by každý náboj vytvořil v daném místě prostoru nezávisle na druhém. Směr siločar volíme shodně jako směr vektoru intenzity elektrického pole: od kladného k zápornému náboji.

Pojem pole byl detailně vysvětlován na různých analogiích u gravitačního pole v mechanice.

3.1.4 | Práce v elektrostatickém poli, elektrické napětí

Dvě rovnoběžné kovové opačně nabité desky vytváří mezi sebou homogenní elektrostatické pole. Vložíme-li do tohoto pole malou vodivou kuličku upevněnou na nevodivém vlákně, pak po vychýlení, při němž se kulička dotkne jedné z desek, začne kulička kmitat mezi deskami. Při každém nárazu změní znaménko svého náboje, a proto se změní i směr elektrostatické síly, která koná práci nutnou k urychlení kuličky a k překonání odporu vzduchu.



Obr. 4

Práci, kterou vykoná elektrostatická síla $\vec{F_e}$ při přemístění bodového náboje *q* nejjednodušeji vypočítáme při přímočarém posunutí tohoto náboje v homogenním elektrostatickém poli. Můžeme tedy psát: $W = F_e d \cos\alpha = qEd\cos\alpha$, kde *d* je dráha, po níž síla na kuličku působila, a α je úhel měřený v záporném smyslu od směru posunutí k vektorové přímce, na níž leží síla $\vec{F_e}$ (viz obr. 4).

Nebo-li α je úhel, který svírá vektor elektrostatické síly $\vec{F_e}$ se směrem pohybu kuličky (stejně jako u výpočtu mechanické práce).

1. $W > 0$ - elektrostatická síla práci koná
2. $W < 0$ - elektrostatická síla práci spotřebovává (práci tedy koná vnější síla)

Práce, kterou vykoná elektrostatická síla při přemístění bodového náboje z bodu *A* do bodu *B*

v elektrostatickém poli, nezávisí na tvaru trajektorie a je přímo úměrná přenášenému náboji q: $W_{AB} \approx q$. Konstantou úměrnosti je **elektrické napětí** U_{AB} mezi body A, B: $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$; $[U] = \mathrm{J.C^{-1}} = \mathrm{V}$ (volt).

Elektrické napětí nezávisí na tvaru trajektorie ani na velikosti přenášeného náboje, je určeno pouze polohou obou bodů. V homogenním poli dostáváme: $U = Ed\cos\alpha$, odkud dostáváme také jednotku elektrické intenzity: $[E] = \mathrm{V.m^{-1}}$.

Důležité je si uvědomit, že napětí se měří, vzniká, ... vždy mezi dvěma body! Není možné ukázat na vodič a říct „Tam je napětí 20 voltů!“ Je důležité ukázat, mezi kterými dvěma body je uvedené napětí. Jinak je výrok nesmyslný a není možné určit, zda je to pravda nebo ne.

3.1.5 | Potenciální energie elektrostatického pole, elektrický potenciál

Potenciální energii tíhového pole zná každý z nás - každý upadl, upustil nějaký předmět, ..., a proto ví, že každý předmět padá vždy směrem na zem. Pro analogii, která se bude využívat v poli elektrostatickém, je důležité, že předmět padá ve směru síly, která dané pole charakterizuje - tj. ve směru tíhové síly.

Pohybuje-li se předmět ve směru této síly (směrem dolů), potenciální energie klesá, pohybuje-li se proti směru této síly, potenciální energie roste.

Stejné závěry platí i v poli elektrostatickém - jen je třeba dbát na to, že elektrostatická síla (na rozdíl od síly tíhové) může být přitažlivá i odpudivá.

Potenciální energie E_p bodového náboje závisí na jeho poloze v elektrostatickém poli. Při pohybu ve směru působení elektrostatické síly se jeho potenciální energie zmenšuje, při pohybu proti elektrostatické síle se zvětšuje.

... to známe i z pole tíhového!

ZA MÍSTO S NULOVOU POTENCIÁLNÍ ENERGIÍ VOLÍME ZEM A TĚLESA S NÍ VODIVĚ SPOJENÁ (UZEMNĚNÁ).

Práce vykonaná elektrostatickou silou při přemístění bodového náboje z bodu *A* do bodu *B* je rovna úbytku potenciální energie: $W_{AB} = qU_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. Napětí mezi těmito body je možné psát ve tvaru: $U_{AB} = \frac{E_{pA}}{q} - \frac{E_{pB}}{q} = \varphi_A - \varphi_B$, kde φ je **elektrický potenciál** daného bodu; $[\varphi] = [U] = \mathrm{V}$.

NAPĚTÍ MEZI DVĚMA BODY ELEKTROSTATICKÉHO POLE JE ROVNO ROZDÍLU JEJICH POTENCIÁLŮ.

Zatímco elektrické napětí je nutné ukazovat dvěma rukama (prsty, ...), elektrický potenciál ukazujeme

jednou rukou (prstem, …). Napětí je totiž rozdíl potenciálů.

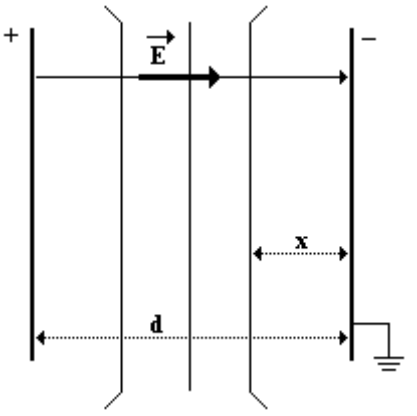
Potenciál země a uzemněných těles je nulový. A tedy napětí mezi určitým bodem elektrostatického pole a zemí je rovno elektrickému potenciálu tohoto bodu. Proto můžeme definovat potenciál jako podíl práce *W*, kterou vykoná elektrostatická síla při přenesení bodového náboje *q* z daného místa na zem, a tohoto náboje: $\varphi = \frac{W}{q}$.

Pohybuje-li se bodový náboj kolmo k siločárám elektrostatického pole, jeho elektrická potenciální energie se nemění (elektrostatická síla nekoná žádnou práci).

PLOCHA, KTERÁ JE VE VŠECH SVÝCH BODECH KOLMÁ K SILOČÁRÁM ELEKTROSTATICKÉHO POLE, MÁ VŠUDE STEJNÝ POTENCIÁL A NAZÝVÁ SE HLADINA STEJNÉHO POTENCIÁLU (EKVIPOTENCIÁLNÍ PLOCHA).

1. homogenní pole - ekvipotenciálními plochami jsou rovnoběžné roviny (jsou rovnoběžné se dvěma deskami, které dané pole vytvářejí). Vzhledem k tomu, že $\vec{E} = \overrightarrow{konst.}$ mění se potenciál rovnoměrně. Jednu desku (např. zápornou) je možné uzemnit (záporný náboj se na ní bude udržovat díky silovému působení kladného náboje na druhé desce). Je-li vzdálenost desek *d* a napětí mezi nimi *U*, je ve vzdálenosti $x \leq d$ od uzemněné desky

potenciál $\varphi = Ex = U\frac{x}{d}$ (obr. 5).



Obr. 5

2. radiální pole - ekvipotenciální plochy jsou kulové plochy se středem v bodovém náboji. Blízko u náboje je intenzita velká a potenciál se zde mění mnohem rychleji než ve větší vzdálenosti od náboje. Přiblížíme-li k pevnému bodovému náboji *Q* ve vakuu do vzdálenosti *r* bodový náboj *q* téhož znaménka, musíme překonat elektrostatickou odpudivou sílu. Soustava tak spotřebuje práci a získá potenciální energii $E_p = W = F_e r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r}$ a pro

potenciál dostáváme $\varphi = \frac{W}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$.

Budeme-li vzdálenost *r* zvětšovat až do nekonečna, bude hodnota elektrického potenciálu klesat k nule.

Zvětšovat vzdálenost (případně jinou fyzikální veličinu) do nekonečna není technicky možné. Budeme zvětšovat vzdálenost tak, že hodnota elektrického potenciálu bude neměřitelná (a tedy téměř nulová).

3.1.6 | Elektrostatické pole nabitého vodivého tělesa ve vakuu

Náboj přivedený na izolované vodivé těleso se rozloží pouze **na vnějším povrchu tělesa**.

Důvod je prostý: náboje shodného znaménka se vzájemně odpuzují - proto se snaží od sebe oddálit co nejvíce.

Na tělese kulového tvaru je rozložen rovnoměrně, zatímco na nepravidelných tělesech je rozložení nerovnoměrné - v dutinách je náboje málo, nejvíce ho je soustředěno na hrotech a hranách. V této souvislosti se pro lepší popis zavádí plošná hustota náboje σ : $\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$; $[\sigma] = \mathrm{C.m^{-2}}$.

V okolí nabité vodivé koule o poloměru *R* ve vakuu

vzniká radiální elektrostatické pole takové, jako kdyby celý náboj Q byl soustředěn v jejím středu. Velikost intenzity vně koule vypočteme ze vztahu $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q|}{r^2}$, uvnitř koule se ve všech bodech účinky jednotlivých částí náboje Q ruší: **uvnitř nabité vodivé koule je elektrická intenzita pole nulová**.

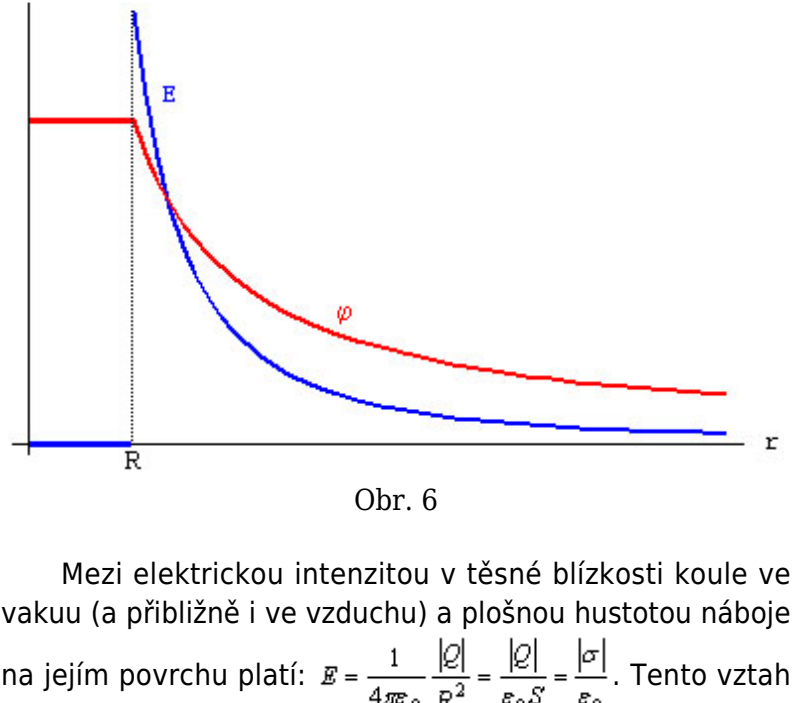
Vodivé nabité těleso, které má elektrický náboj pouze na svém povrchu, se nazývá Faradayova klec. Jako příklad Faradayovy klece může sloužit automobil, nabitá plechovka, ...

Proto je potenciál uvnitř koule všude stejný jako na povrchu: $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$, vně pak má tvar $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$ (viz obr. 6).

Fakt, že elektrický potenciál uvnitř nabité koule je konstantní, vyplývá ze skutečnosti, že uvnitř nabité koule je nulová elektrická intenzita ($\vec{E} = \vec{o}$). Proto elektrostatická síla uvnitř koule nekoná žádnou práci (tj. $W = 0$), a proto je potenciální energie konstantní ($E_p = konst$). Tedy je konstantní i elektrický potenciál, tj. $\varphi = konst$.

Není důvod předpokládat, že by při přechodu z vnitřku koule ven elektrický potenciál výrazně měnil

svou hodnotu - proto je jeho hodnota uvnitř koule stejná jako vně těsně při povrchu koule.



Obr. 6

Mezi elektrickou intenzitou v těsné blízkosti koule ve vakuu (a přibližně i ve vzduchu) a plošnou hustotou náboje na jejím povrchu platí: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q|}{R^2} = \frac{|Q|}{\varepsilon_0 S} = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$. Tento vztah platí i pro tělesa nepravidelného tvaru. Stejně tak povrch libovolného nabitého tělesa je ekvipotenciální plochou (jako povrch koule), protože siločáry vystupují z povrchu kolmo. Elektrická intenzita je největší v blízkosti hrotů, hran, ..., tedy tam, kde je největší hustota náboje.

Na hranách těles může docházet i při poměrně malých hodnotách potenciálů docházet díky velké elektrické intenzitě k ionizaci vzduchu. Ionty stejného náboje, jako je náboj na hrotu, jsou od hrotu odpuzovány a vzniká tak **elektrický vítr**. Opačně nabité ionty se přibližují k hrotu a neutralizují jeho náboj. Tento jev označovaný jako **sršení elektřiny** má velký technický význam: způsobuje ztráty při přenosu elektrické energie vedením velmi vysokého napětí. Dále se tohoto jevu využívá v elektrostatických filtrech kouře - částice kouře se nabíjejí záporně, hromadí se na stěnách a vlastní tíhou se sesouvají dolů do jímky.

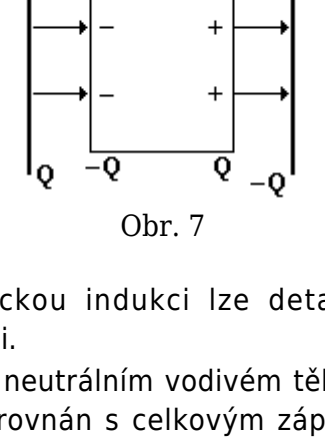
3.1.7 | Vodič a izolant v elektrostatickém poli

3.1.7.1 | Vodič

Umístíme-li do elektrostatického pole kovový vodič, vznikne dočasně elektrostatické pole i v něm a způsobí pohyb volných elektronů, které se hromadí na jeho povrchu v místech, kde siločáry vstupují do vodiče (viz obr. 7). Tato strana vodiče se nabije záporně, na opačné straně, kde siločáry z vodiče vystupují, vzniká stejně velký kladný náboj. Tento způsob zelektrování vodiče se nazývá **elektrostatická indukce**. Děj pokračuje tak dlouho, až pole indukovaných nábojů zruší vnější pole a intenzita pole

všude uvnitř vodiče je nulová. **Náboje tímto způsobem indukované ve vodiči je možné od sebe oddělit rozdělením vodiče na dvě části.**

Elektrostatická indukce je právě popisovaný jev, zatímco elektrická indukce je veličina popisující rozložení nábojů v dielektriku. Tou se příliš detailně zabývat nebudeme.



Obr. 7

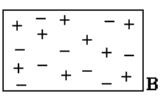
Elektrostatickou indukci lze detailně popsat na následující situaci.

V elektricky neutrálním vodivém tělese *B* je celkový kladný náboj vyrovnán s celkovým záporným nábojem. Náboj je přitom rozložen v tělese rovnoměrně (viz obr. 8).
Poznámka: Rozložení nábojů v tělese B *znázorněném na obr. 8 až obr. 10 je třeba chápat pouze informativně. Ve skutečnosti je záporný náboj (jehož nositeli jsou elektrony) vázán na náboj kladný (který je soustředěn v jádrech*

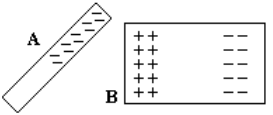
atomů). Pouze volné elektrony se mohou ve vodiči pohybovat.

Přiblížíme-li k elektricky neutrálnímu vodiči *B* jiné nabité těleso *A* (např. záporně nabitou tyč), změní se rozložení nábojů v tělese *B* (viz obr. 9). Volné elektrony v tělese *B* budou od záporně nabité tyče *A* odpuzované, a proto se soustředí v části tělesa vzdálené od záporně nabité tyče *A*. V této části tělesa *B* tak bude přebytek elektronů, zatímco v části bližší k tyči *A* jich bude nedostatek. Část vodiče *B* s nadbytkem elektronů proto bude nabita záporně, část s jejich nedostatkem bude nabita kladně. Vlivem záporně nabité tyče *A* došlo v tělesu *B* k pohybu nosičů náboje a tedy i ke změně rozložení elektrického náboje. Pokud tyč *A* od tělesa *B* oddálíme, elektrická rovnováha v tělese *B* (znázorněná na obr. 8) se obnoví.

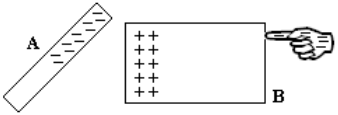
Pokud k vodiči *B* přiblížíme záporně nabitou tyč *A* znovu, právě popsaný děj proběhne znovu. Pokud se nyní dotkneme vodiče *B* v místě, kde je nadbytek elektronů (viz obr. 10), odvedeme elektrony z vodiče *B* do země. Po oddálení tyče *A* zjistíme, že těleso *B* zůstalo kladně nabité.



Obr. 8



Obr. 9



Obr. 10

Kdybychom celý experiment provedli stejným způsobem s kladně nabitou tyčí, získali bychom záporně

nabité těleso *B*. V tomto případě bychom odvedli do země kladný náboj, soustředěný na konci (který není v blízkosti nabité tyče) tělesa *B*. Ve skutečnosti se ve vodiči mohou přemísťovat pouze elektrony, proto by správné vysvětlení mělo znít takto: Nedostatek záporného náboje v dané části tělesa *B* byl vykompenzován elektrony, které na těleso při dotyku přešly z ruky (ze země).

Náboj, který se „objevil“ ve vodiči *B*, se nazývá **indukovaný náboj** a celý jev se nazývá **elektrostatická indukce**. Při elektrostatické indukci vznikají ve vodiči dva typy náboje:

1. náboj volný - je takový náboj, který lze z tělesa odvést
2. náboj vázaný - je náboj, který je elektrostatickou silou vázán na vodič

Volný náboj se může volně v tělese pohybovat a může být i z tělesa odveden pryč. Náboj vázaný je držen jiným nábojem a nemůže být odveden. V prvním experimentu (obr. 8 až obr. 10) byl volným nábojem náboj záporný a vázaným nábojem náboj kladný.

Může to být i naopak: volný náboj může být klidně kladný, ačkoliv se v kovech nemohou nosiče kladného náboje pohybovat. To ale není problém, protože to umíme vysvětlit pohybem záporného náboje.

Náboje tímto způsobem indukované ve vodiči lze od sebe oddělit rozdělením vodiče na dvě části.

To znamená, že kdybychom těleso *B* v situaci

znázorněné na obr. 9 rozdělili na dvě části, získali bychom dvě nabitá tělesa - jedno kladně a druhé záporně.

3.1.7.2 | Izolant

Izolanty (dielektrika) sice nemají volné elektrony, které se mohly přemísťovat z jednoho místa na druhé, ale i tak mohou výrazně ovlivnit elektrostatické pole.

Atomy izolantu, který není umístěn v elektrostatickém poli, jsou symetricky uspořádané (viz obr. 11) a nejsou proto zdrojem vlastního elektrostatického pole. Jádra a hlavně elektrony v atomech nejsou pevně vázány. Vlivem vnějšího elektrostatického pole se mohou jak jádra, tak elektrony pohybovat. Tak se původně neutrální atomy (viz obr. 12) stávají **elektrické dipóly**.

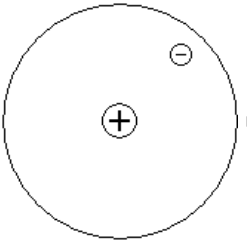
Poznámka: Podstatně snadnější je pohyb elektronů, protože mají ve srovnání s jádrem výrazně menší hmotnost.

Dipólem se atom stává proto, že má smysl mluvit o dvou (*di*) pólech: kladném a záporném.

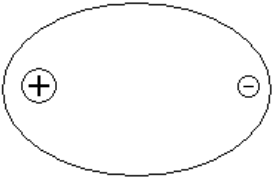
Mohou nastat tyto případy:

1. atomová (molekulová) polarizace dielektrika - právě popsaný jev, k němuž může dojít jak v atomech, tak v molekulách
2. orientační polarizace dielektrika - molekuly mnohých látek (voda, ...) mají vlastnosti dipólu, i když se nenacházejí v elektrostatickém. poli. Dipóly jsou

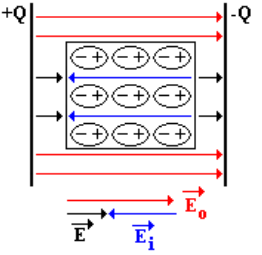
neuspořádané a navenek se neprojevují.
V elektrostatickém poli se usměrní (srovnají) podle směru siločar.



Obr. 11



Obr. 12



Obr. 13

Vlivem elektrostatického pole se vytvoří dipóly, které připomínají polarizovaný atom (viz obr. 12), ale jsou tvořeny větším množstvím polarizovaných atomů. Tyto dipóly se v dielektriku ve vnějším poli uspořádají ve směru elektrické intenzity $\vec{E_0}$ vnějšího pole (viz obr. 13). Uvnitř dielektrika se jejich silové působení vzájemně vykompenzuje, ale na okraji dielektrika ne. Vzniknou zde indukované náboje, které jsou vázané na dielektrikum: v místě, kde do dielektrika proniká intenzita $\vec{E_0}$, je záporný náboj, v místě, kde tato intenzita z dielektrika vychází, je náboj kladný.

Indukované náboje jsou vázány na dipóly a nelze je z dielektrika odvést.

Dielektrikum na obr. 13 tedy nelze rozdělit na dvě

opačně nabité části. Rozdělením získáme dva kusy zase jen elektricky neutrálních dielektrik. V dielektriku totiž nedochází k pohybu (k přemístění) nábojů. Přemísťovat se mohou jen volné náboje, které v dielektriku nejsou!

Náboje vzniklé v důsledku polarizace dielektrika vytvářejí vnitřní elektrostatické pole s intenzitou $\vec{E_i}$, která míří proti intenzitě $\vec{E_0}$ vnějšího pole, které polarizaci vyvolalo (viz obr. 13). Velikost výsledné intenzity je $E = E_0 - E_i$ a má směr původní intenzity $\vec{E_0}$ (vždy totiž je $E_0 \geq E$).

Relativní permitivita dielektrika ε_r je dána vztahem $\varepsilon_r = \frac{E_0}{E}$; $[\varepsilon_r] = 1$. Vzhledem k tomu, že $E_0 \geq E$, je $\varepsilon_r \geq 1$ ($\varepsilon_r = 1$ platí pro vakuum a přibližně pro vzduch). Kolem nabitého vodivého tělesa v dielektrickém prostředí vznikají vázané náboje opačného znaménka a intenzita okolo tělesa klesne oproti vakuu ε_r krát.

Skutečnost, že elektrostatické pole nemůže existovat ve vodivém prostředí, lze využít ke „stínění" elektrostatického pole. Stačí prostor, který chceme odstínit, obklopit vodivým prostředím. Uvnitř takto vytvořené dutiny je elektrostatické pole nulové a indukční tok začíná a končí na povrchu vodiče.

3.1.7.3 | ***Elektrická pevnost

dielektrika

Míra polarizace dielektrika je závislá na velikosti intenzity elektrického pole, do kterého je dielektrikum vloženo. Při překročení určité velikosti intenzity vnějšího elektrostatického pole budou elektrostatické síly působící na nabité částice atomu větší než síly, které udržují atomy dielektrika pohromadě. Dielektrikum se tak vnějším polem (tj. přiloženým napětím) poruší a dojde a nastane tzv. **průraz dielektrika**. Dielektrikum se stane vodivým a začíná jím procházet proud. Elektrony jsou totiž vytrženy z atomů a mohou se volně pohybovat - mohou tedy přenášet elektrický náboj.

U pevných dielektrik může dojít i k mechanickému poškození (u kapalin a plynů k poškození nedochází).

Průraz dielektrika známe všichni: blesk ve vzduchu, piezokrystal na zapalování plynového sporáku, plynový zapalovač, elektrická svářečka, ... Elektrická intenzita je natolik velká, že uvolní vodivostní částice z původně neutrálních molekul (v kapalinách a plynech to jsou jak elektrony, tak i ionty) a dielektrikem prochází elektrický proud.

Při elektrickém průrazu je překročena elektrická pevnost dielektrika, která ale není konstantní. Je závislá na teplotě, tloušťce dielektrika, vlhkosti, tvaru elektrod, ...

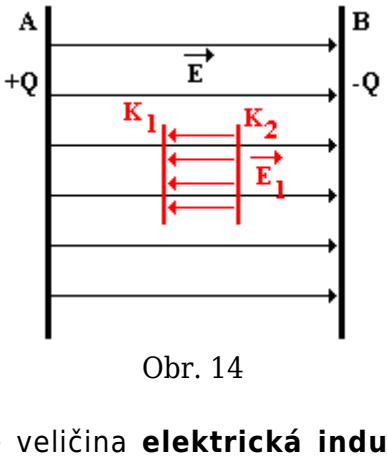
Proto svářečkou prochází velký proud, aby se vzduch ohřál a lépe vedl - tj. aby snáze došlo k průrazu, ...

Elektrická pevnost dielektrika je velikost elektrické intenzita, při níž dojde k elektrickému průrazu.

3.1.8 | ***Elektrická indukce

Velikost indukovaného náboje lze určit pomocí experimentů v homogenním poli (viz obr. 14). Do homogenního elektrostatického pole vložíme mezi dvě desky *A* a *B* rovnoběžně s nimi dvě menší destičky K_1 a K_2 o ploše *S*. V homogenním poli je od sebe oddálíme, pak je vyjmeme z pole a určíme velikost indukovaného náboje. Na základě experimentů zjistíme, že velikost indukovaného náboje závisí:

1. na velikosti náboje, kterým bylo pole vyvolané
2. na velikosti plochy destiček K_1 a K_2
3. na úhlu, který svírají destičky K_1 a K_2 se siločárami homogenního pole - budou-li destičky na siločáry kolmé, bude indukovaný náboj maximální; v případě, že budou destičky se siločárami rovnoběžné, náboj bude nulový



Obr. 14

Zavádí se veličina **elektrická indukce**, která se definuje vztahem $D = \frac{Q}{S}$; $[D] = C.m^{-2}$. Číselně je rovna indukovanému náboji, který připadá na jednotkovou plochu vodiče vloženého do elektrostatického pole. Jedná se o vektorovou fyzikální veličinu, jejíž směr je kolmý k ploše v takové poloze, v níž je indukovaný náboj největší.

Jinými slovy směr vektoru $\vec{D}$ je totožný se směrem vektoru $\vec{E}$.

Různá velikost elektrické intenzity $\vec{E}$ způsobí různě velký elektrický indukční tok Ψ (tj. různou velikost elektrické indukce $\vec{D}$). Tyto dvě veličiny jsou navzájem přímo úměrné a platí: $\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$.

Ačkoliv se může zdát, že jsou veličiny $\vec{E}$ a $\vec{D}$ skoro stejné a liší se „jen“ násobkem konstanty, ve skutečnosti se obě veličiny liší velmi podstatně. Jedním rozdílem je

např. fakt, že elektrická indukce nezávisí na prostředí, v němž se počítá.

Pozor! Skutečně je to napsané dobře. Opravdu $\vec{D}$ je všude stejná a mění se $\vec{E}$. Podívejte se např. na definiční vztah velikosti elektrické intenzity bodového náboje $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{|Q|}{r^2}$. Pro velikost elektrické indukce dostaneme $D = \varepsilon_0\varepsilon_r E = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{|Q|}{r^2} = \frac{|Q|}{4\pi r^2}$. Tento vztah je nezávislý na volbě prostředí - nevystupuje zde jeho permitivita.

3.1.9 | Kapacita vodiče, kondenzátor

Připojíme-li osamocený vodič ke svorce zdroje, získá vodič stejný potenciál jaký má svorka. Náboj na vodiči je přímo úměrný jeho potenciálu: $Q \approx \varphi$. Konstanta úměrnosti $C = \frac{Q}{\varphi}$ se nazývá **kapacita vodiče** a je závislá na velikosti a tvaru vodiče; $[C] = \mathrm{C.V^{-1}} = \mathrm{F}$ (farad).

Jednotka farad je velká - proto se používají jednotky dílčí. Běžná kapacita kondenzátorů se pohybuje v pF až mF.

Potenciál osamoceného kulového vodiče o poloměru *R* na jeho povrchu je: $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q}{R}$. **Kapacita kulového vodiče** tedy je: $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R$

Kapacita osamoceného vodiče je malá, mnohem větší kapacitu má soustava dvou plochých vodičů oddělených od sebe vrstvou dielektrika (vzduch, slída, ...) - **kondenzátor**. Nejjednodušší je deskový kondenzátor bez dielektrika (tj. mezi deskami je vzduch), který je tvořen dvěma rovnoběžnými deskami, jejichž účinná plocha má obsah S a jejichž vzdálenost je d. Připojíme-li tento kondenzátor ke svorkám zdroje, vznikne na desce s vyšším potenciálem náboj $+Q$, na druhé náboj $-Q$.

Rovnost absolutních hodnot obou nábojů je důsledkem jejich vzájemného silového působení.

Mezi deskami vznikne homogenní elektrostatické pole s intenzitou $E = \frac{U}{d}$ (vně kondenzátoru se elektrostatické pole obou desek vzájemně ruší). Elektrická intenzita mezi deskami kondenzátoru je dána také vztahem $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$. Srovnáním obou vztahů dostaneme: $Q = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U$. **Kapacita deskového kondenzátoru** je tedy dána vztahem: $C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$.

Pokud vyplníme prostor mezi deskami kondenzátoru dielektrikem, jeho kapacita se zvětší. Pro připojení tohoto kondenzátoru ke zdroji napětí vznikne opět elektrostatické pole s intenzitou $E = \frac{U}{d}$. K tomu je ale nutno přivést na desky větší náboj než v případě kondenzátoru bez

dielektrika - musíme překonat účinek vázaných nábojů vzniklých polarizací dielektrika. Platí $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$. Analogickým postupem jako u kondenzátoru bez dielektrika dostaneme $C_r = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} = \varepsilon_r C$. Vzhledem k tomu, že $\varepsilon_r > 1$, kapacita kondenzátoru s dielektrikem s relativní permitivitou ε_r se oproti kondenzátoru bez dielektrika zvýší ε_r krát..

Existují i další typy kondenzátorů, které se používají v praxi (např. válcový, ...). Výpočet jejich kapacity ale není možné provést bez znalosti vyšší matematiky.

3.1.10 | Kondenzátory - užití, spojování, energie

3.1.10.1 | Kondenzátory v praxi

Kondenzátory se uplatňují hojně v technice. Podle druhu dielektrika rozlišujeme kondenzátory s papírovým dielektrikem, s plastickou fólií, skleněné, slídové, keramické a elektrolytické. Elektrolytické jsou tvořeny dvěma hliníkovými (tantalovými) fóliemi, mezi nimiž je vrstva papíru napuštěná elektrolytem. Na jedné fólii se elektrochemicky vytvoří tenká vrstva oxidu, která slouží jako dielektrikum. Vzhledem k malé tloušťce dielektrika

mají tyto kondenzátory velkou kapacitu (řádově $10^{-6} - 10^{-2}\ \mathrm{F}$). Zoxidovaná fólie musí být zapojována do místa s vyšším potenciálem, jinak by hrozilo zničení kondenzátoru.

Většina kondenzátorů má neměnnou kapacitu. V radiotechnice se používají kondenzátory, jejichž kapacitu lze měnit. Jsou zhotoveny tak, že lze měnit účinnou plochu desek (např. otočný kondenzátor).

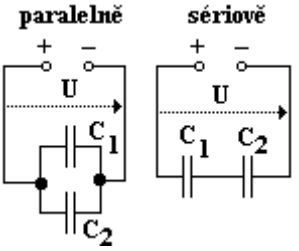
3.1.10.2 | Spojování kondenzátorů

Spojením kondenzátorů vytvoříme soustavu se dvěma svorkami, která se chová jako jediný kondenzátor.

Paralelní zapojení kondenzátorů je charakterizováno tím, že se oba kondenzátory nabijí na napětí zdroje *U*, k němuž jsou připojeny. Na vodivé desky musíme přivést celkový náboj $Q = Q_1 + Q_2$. Do vztahu lze dosadit a dále upravit: $Q = UC_1 + UC_2 = U(C_1 + C_2) = UC$. Soustava se tedy chová jako kondenzátor s kapacitou $C = C_1 + C_2$.

Sériové zapojení dvou kondenzátorů se vyznačuje vznikem nábojů $+Q$ a $-Q$ na deskách spojených se svorkami zdroje. Na zbývajících, vzájemně spojených deskách se elektrostatickou indukcí vytvoří náboje stejně velké, ale opačného znaménka. Napětí se rozdělí na oba kondenzátory tak, aby platilo $U = U_1 + U_2$. Po dosazení a úpravě dostaneme: $U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{Q}{C}$.

Soustava se chová jako jediný kondenzátor, pro nějž platí: $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$, čili $C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$.



Obr. 15

Paralelní i sériové zapojení kondenzátorů je zobrazeno na obr. 15.

Analogicky lze zapojovat více kondenzátorů.

3.1.10.3 | Energie kondenzátoru

Při nabíjení a vybíjení kondenzátoru dochází k pohybu náboje v elektrickém poli, při němž elektrostatické síly konají práci. Při nabíjení kondenzátor získává energii, při vybíjení ji ztrácí.

Uvažujme kondenzátor s kapacitou *C*, který lze nabít na maximální napětí U_C nábojem Q_C. Tyto veličiny jsou svázány vztahem $U_C=\frac{Q_C}{C}$, z něhož je patrné, že napětí na deskách kondenzátoru je přímo úměrné náboji na jeho

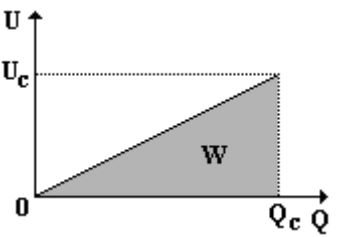
deskách.

Kapacita kondenzátoru je konstantní, proto je konstantní i její převrácená hodnota. Z toho plyne, že napětí je přímo úměrné náboji.

Graf závislosti napětí na deskách kondenzátoru na náboji na jeho deskách je tedy lineární funkce, která je zobrazena na obr. 16. Obsah plochy pod grafem této závislosti je číselně roven práci, kterou vykonaly elektrostatické síly při nabíjení (resp. vybíjení) kondenzátoru.

Během nabíjení se totiž musel přemístit náboj ze zdroje na desky kondenzátoru a proto elektrostatické síly musely konat práci.

Uvažovanou plochou je pravoúhlý trojúhelník, takže lze psát $W = \frac{1}{2} Q_C U_C = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_C^2}{C}$.



Obr. 16

Stejnou závislost bychom skutečně dostali i při vybíjení kondenzátoru. Napětí by klesalo úměrně s tím,

jak by se na deskách zmenšoval náboj. Byla by to tedy tatáž funkce a ne klesající, jak by se mohlo zdát!

Pokud nenabijeme kondenzátor na maximální napětí U_c, ale na napětí *U*, které je menší než maximální napětí, bude na deskách kondenzátoru náboj *Q*, který je menší než maximální náboj Q_c. I v tomto případě budou platit výše uvedené vztahy, tj. $U = \frac{Q}{C}$ i vztah pro práci vykonanou elektrostatickými silami. Tato práce bude rovna energii kondenzátoru, tj. $E = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$.

Rovnost práce vykonané elektrostatickými silami a energie kondenzátoru plyne ze zákona zachování energie.

Energie dodaná prací elektrostatických sil se spotřebovala k polarizaci dielektrika, kterým je kondenzátor vyplněn. Energie zůstane v polarizovaném dielektriku ve formě energie elektrostatického pole. Nabitý kondenzátor je tak zdrojem elektrické energie.

3.1.11 | ***Elektrostatické jevy v praxi

3.1.11.1 | Pohyb nabité částice v elektrostatickém poli

Zejména v televizní technice se využívají vlastnosti a účinky elektrostatického pole k vychylování a fokusování

elektronového svazku, který je emitován elektronovými tryskami. Vzhledem k tomuto konkrétnímu příkladu použití budou popisovány vlastnosti a interakce elektrostatického pole s elektronem, tj. se záporně nabitou částicí. V případě, že bychom uvažovali pohyb kladně nabité částice, zůstaly by principy dále popisovaných zařízení platné, pouze by bylo nutné změnit polaritu některých elektrod.

3.1.11.1.1 | Fyzikální principy

Uvažujme elektrostatické pole vznikající v nejjednodušším případě v důsledku rozdílu elektrických potenciálů φ_1 a φ_2 dvou navzájem rovnoběžných desek (bez újmy na obecnosti můžeme předpokládat, že $0 < \varphi_1 < \varphi_2$). Nebudou-li se hodnoty elektrických potenciálů φ_1 a φ_2 během uvažovaného děje měnit, bude konstantní i velikost elektrické intenzity $\vec{E}$, takže mezi deskami vznikne homogenní elektrostatické pole.

Stejný typ pole vzniká v kondenzátoru - proto si můžeme představit elektron, který prolétá nabitým kondenzátorem.

Správně bychom měli uvažovat „dvě nekonečně velké desky“, ale pokud bude splněno, že plocha desek bude řádově větší než jejich vzájemná vzdálenost (tj. mezi deskami bude s dobrou přesností vznikat homogenní elektrostatické pole), můžeme uvažovat desky konečných

rozměrů.

Pokud bychom uvažovali jinou geometrii elektrostatického pole, situace by byla fyzikálně obdobná, ale byl by složitější matematický popis problému.

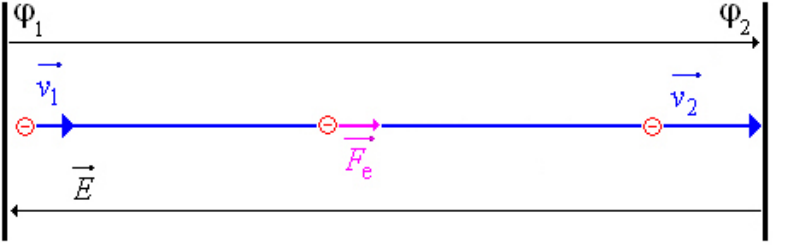
Elektron o hmotnosti m_e s nábojem *e* může být urychlován uvažovaným elektrostatickým polem dvojím způsobem v závislosti na vzájemném směru vektoru rychlosti elektronu $\vec{v}$, který má směr pohybu elektronu před jeho vstupem do uvažovaného elektrostatického pole, a vektoru elektrické intenzity $\vec{E}$ daného pole:

1. $\vec{v} \parallel \vec{E}$ - elektrostatická síla působící na elektron (viz obr. 17) mění velikost rychlosti elektronu (tj. tečné zrychlení elektronu je nenulové). Potenciální energie elektrostatického pole se tedy v souladu se zákonem zachování energie mění na kinetickou energii elektronu. Platí tedy $e(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{1}{2} m_e \left(v_2^2 - v_1^2 \right)$, kde v_1 je velikost rychlosti elektronu na vstupu do elektrostatického pole a v_2 je velikost rychlosti elektronu při výstupu z tohoto pole.

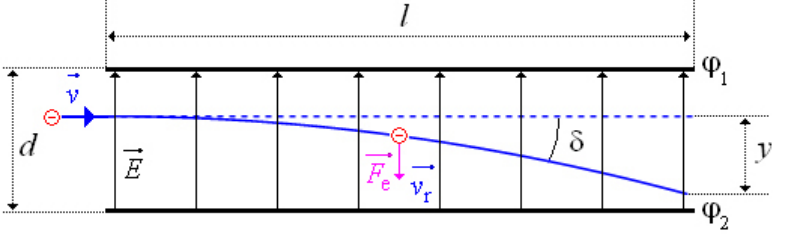
Kdyby měl elektron tachometr, tak v tomto případě se bude měnit údaj na jeho tachometru - bude se pohybovat rychleji nebo pomaleji v závislosti na

vzájemné orientaci navzájem rovnoběžných vektorů $\vec{v}$ a $\vec{E}$.

2. $\vec{v} \perp \vec{E}$ - elektrostatická síla působící na elektron (viz obr. 18) mění směr rychlosti elektronu. Elektrostatická síla $\vec{F}_e$ v tomto případě uděluje elektronu zrychlení $\vec{a}$, v důsledku čehož se bude elektron odchylovat od svého původního směru pohybu: bude se tedy navíc pohybovat radiální rychlostí $\vec{v}_r$ ve směru kolmém na původní směr pohybu.



Obr. 17



Obr. 18

Pro zrychlení elektronu můžeme tedy v tomto případě psát podle druhého Newtonova zákona vztah $\vec{a} = \frac{\vec{F_e}}{m}$ a vyjádříme-li elektrostatickou sílu pomocí elektrické intenzity, dostaneme $\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}$. Směr zrychlení je stejný jako směr elektrostatické síly a ta je opačně orientovaná než vektor elektrické intenzity, proto můžeme pro velikost zrychlení psát $a = -\frac{eE}{m}$. Uvědomíme-li si, že pro velikost elektrické intenzity v tomto případě platí $E = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d}$ (kde d je vzdálenost obou uvažovaných nabitých desek), můžeme pro velikost zrychlení elektronu psát $a = -\frac{e(\varphi_2 - \varphi_1)}{md}$.

Elektrostatická síla $\vec{F_e}$ zobrazená na obr. 17 a obr. 18 je výslednicí elektrostatických sil, kterými na elektron působí každá z nabitých desek. Vzhledem k tomu, že jsme (bez újmy na obecnosti) předpokládali, že platí $0 < \varphi_1 < \varphi_2$, je směr zobrazené síly správný.

Velikost rychlosti $\vec{v_r}$ bude postupně růst a odchylka (deviace) δ elektronu od původního směru tak bude narůstat. Velikost radiální rychlosti $\vec{v_r}$ v okamžiku, kdy bude elektron opouštět vytvořené elektrostatické pole,

bude rovna $v_y = |a|t = \frac{e(\varphi_2 - \varphi_1)}{md}t$. Čas t je čas, po který se elektron letící v přímém směru rychlostí o velikosti v pohybuje uvnitř elektrostatického pole. Vzhledem k tomu, že rozměr desek měřený ve směru pohybu elektronu je (podle obr. 18) l, je čas t roven $t = \frac{l}{v}$. Pro velikost rychlosti $\vec{v_y}$ tedy dostáváme $v_y = \frac{el(\varphi_2 - \varphi_1)}{mdv}$.

Předpokládáme přitom, že parametry elektrostatického pole a geometrie desek jsou takové, že elektron daným elektrostatickým polem proletí, aniž by dopadl na některou z desek. Pokud by elektron na některou z nabitých desek dopadl, nemohl by v případě, že tento způsob vychylování elektronů použijeme v praxi, přenést požadovanou informaci.

Pro maximální deviaci δ můžeme (s využitím obr. 18) psát $\operatorname{tg}\delta = \frac{y}{l} = \frac{0,5at^2}{vt} = \frac{0,5v_y t}{vt} = \frac{el(\varphi_2 - \varphi_1)}{2mdv^2}$.

Tento způsob elektrostatického vychylování se používá v praxi pouze u osciloskopů. Ve snímacích elektronkách a v televizní technice obecně se vyskytuje spíše výjimečně.

3.1.11.1.2 | Praktická realizace

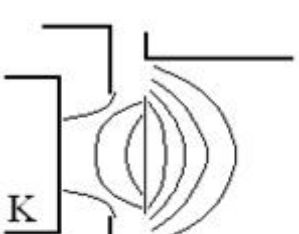
Působení homogenního elektrostatického pole na pohybující se elektron (viz obr. 19) se využívá se snímacích elektronkách a televizních obrazovkách k zaostření elektronového svazku v rovině elektrody nebo v rovině stínítka obrazovky. Toto zaostření elektronového svazku je nesmírně důležité pro správný záznam obrazu nebo reprodukci obrazu s dostatečnou rozlišovací schopností.

Elektronový svazek musí být přesně zaostřen proto, aby dopadal na stínítko televizní obrazovky do „správného“ bodu a aby byl reprodukovaný obraz ostrý.

Zaostřování elektronového svazku se provádí pomocí **elektrostatických čoček**, které existují v několika základních typech. Pro televizní techniku je nejdůležitější tzv. **imerzní objektiv**, který je tvořen soustavou elektrod v blízkosti katody emitující daný elektronový svazek. Většinou bývá tento objektiv, jehož schéma je zobrazeno na obr. 20, tvořen katodou *K*, Wehneltovým válcem G_1 (někdy je též nazýván první mřížka) a druhou mřížkou G_2 (někdy též nazývanou první anoda). Na obr. 20 jsou zobrazeny také ekvipotenciální plochy pro běžné rozložení elektrických potenciálů jednotlivých elektrod; pro potenciály zobrazených elektrod platí $\varphi_{G_1} < \varphi_K < \varphi_{G_2}$.

Označení *mřížka* a *anoda* je převzato z terminologie popisující elektronky, ale příslušné elektrody v tomto

případě nemají odpovídající tvar ani funkci.



Obr. 20

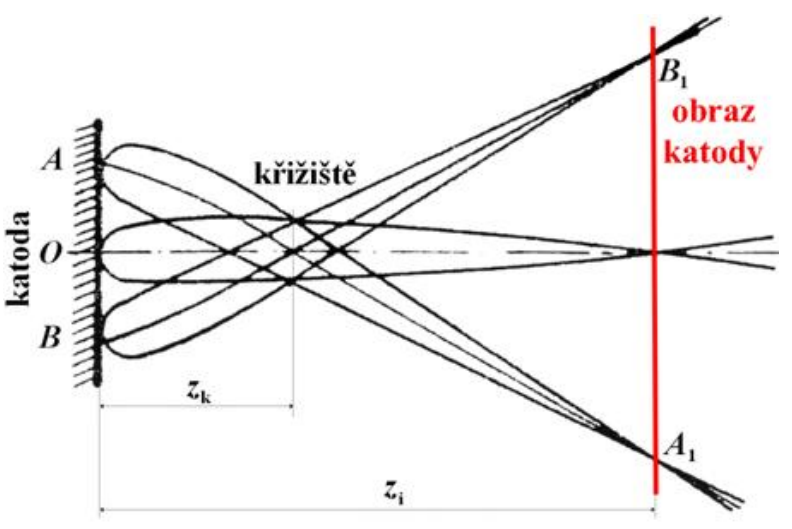
Wehneltův válec poprvé použil na přelomu let 1902 a 1903 německý fyzik Arthur Rudolph Berthold Wehnelt (1871 - 1944).

Katoda emituje elektrony s různými velikostmi radiálních rychlostí, tj. elektrony se různě rychle vzdalují od své přímé trajektorie. Proto imerzní objektiv soustřeďuje tyto elektrony do úzkého svazku tak, že se trajektorie těchto elektronů protínají v tzv. **křižišti**. To je bod, ve kterém má elektronový svazek nejmenší příčný průřez.

Dráhy elektronů v imerzním objektivu jsou zobrazeny na obr. 21. Předmětovou rovinou daného zobrazení je povrch katody, z níž jsou elektrony emitovány, a obrazovou rovinou je elektronový obraz katody ve vzdálenosti z_i od ní. V místě křižiště (tj. ve vzdálenosti z_k od povrchu katody) je rovina křižiště. Vzhledem k tomu, že

na stínítku obrazovky chceme získat ostrý a kvalitní obraz, musí pokud možno všechny elektrony, které byly emitovány katodou, dopadnout do daného místa stínítka. Navíc musí mít uvažovaný svazek elektronů co možná nejmenší příčný průřez. Křižištěm (místem, kde má elektronový svazek nejmenší příčný průřez) procházejí všechny katodou emitované elektrony. Křižiště je tedy využíváno jako předmět hlavní fokusační čočky a je zobrazováno v rovině stínítka jako jeden obrazový bod.

Elektrony jsou tedy v křižišti „natlačeny k sobě“ a pak jsou jakoby promítnuty až na stínítko obrazovky. Tam vytvoří odpovídající obraz, který odpovídá přenášenému signálu.



Obr. 21

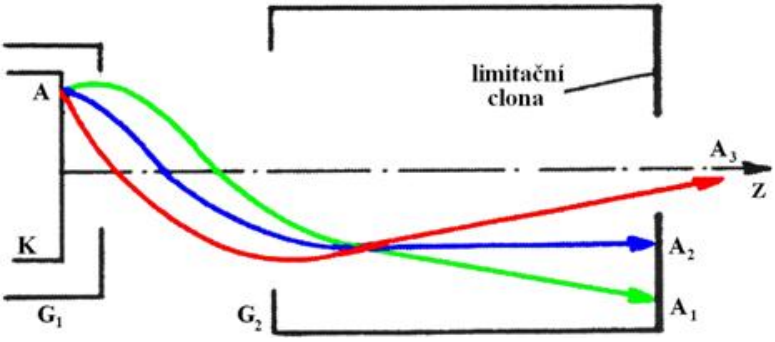
Snímací elektronky mají ve srovnání s obrazovkami menší rozměry. Proto jsou u snímacích elektronek přísnější požadavky na zaostření elektronového svazku.

Malá chyba se totiž snáze přehlédne na velké ploše stínítka než na malé.

Proto se z elektronového svazku vybírá pouze jeho střední část, která má malý rozptyl velikostí radiálních rychlostí.

Pouze elektrony, které mají nulovou velikost radiální rychlosti, se šíří původním směrem. Ostatní jsou vlivem elektrostatických polí, jimiž jsou vystaveny, od původního směru odkláněny.

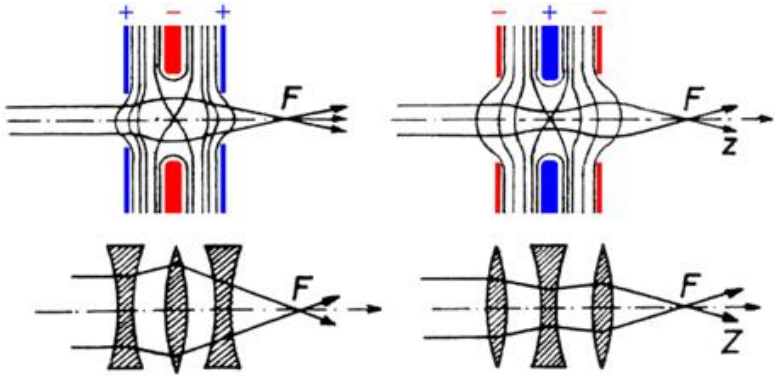
K omezení svazku elektronů slouží tzv. **limitační clona** (viz obr. 22) umístněná na výstupu elektrody G_2 (ta je součástí imerzního objektivu zobrazeného na obr. 20). V tomto místě se totiž přibližně nachází rovina obrazu katody. Limitační clona má centrální otvor o průměru přibližně $20\,\mu m$ a z elektronového svazku propouští pouze 1 % všech elektronů (a to těch, které mají velmi malou velikost radiální rychlosti). Ostatní elektrony dopadají na elektronu G_2 a jsou odváděny zpět do zdroje napětí.



Obr. 22

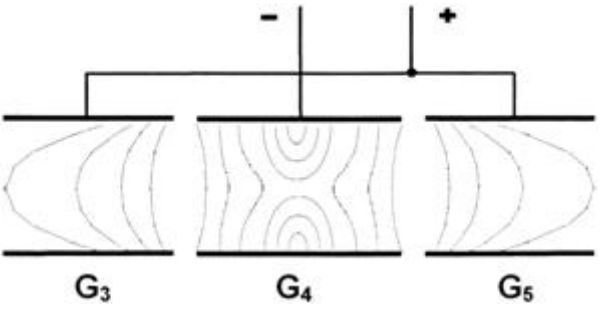
U televizních obrazovek, které mají většinou elektrostatické ostření, je součástí elektronové trysky ještě další soustava elektrod, které zaostřují elektronový svazek v rovině stínítka. Tyto elektrody tvoří tzv. **unipotenciální čočku**, jejíž princip činnosti je zobrazen na obr. 23. Na tomto obrázku je zobrazena také analogická optická soustava sestavená ze spojek a rozptylek.

Snímací elektronky mají většinou elektromagnetické ostření. Elektrostatická čočka, která je součástí elektronové trysky, má pouze pomocnou funkci při zaostřování elektronového svazku.



Obr. 23

Unipotenciální čočka je u běžných televizních obrazovek realizována souosými válci (viz obr. 24). Dvě vnější elektrody (většinou to jsou elektrody označované jako G_3 a G_5) jsou spolu spojeny a jsou nabity na vysoký elektrický potenciál.. Prostřední elektroda G_4 má nízký elektrický potenciál a jeho změnou lze nastavit rovinu zaostření elektronového svazku do roviny stínítka obrazovky.



Obr. 24

3.1.11.2 | Elektrostatické jevy v průmyslu

Zelektrování těles se provádí mechanickým třením nestejnorodých látek. Z toho vyplývá i nebezpečí, které může takové nabíjení těles v praxi přinést:

1. přečerpávání těkavých a hořlavých látek - nahromaděný náboj může způsobit výbuch nebo požár;
2. běžící řemeny a dopravníkové pásy;
3. pohyb vozidel s pryžovými pneumatikami;
4. pohyb letadel a balónů - při průletu mrakem zůstává na kovové kostře záporný náboj;
5. barvírny, čistírny, tiskárny;
6. práce se sypkými materiály;
7. blesky;

8. ...

Proto je třeba vzniklý náboj okamžitě odvést do Země nebo přijmout taková bezpečnostní opatření, která by vznik nehody nebo úrazu eliminovala. Metody ochrany před nežádoucím elektrickým nábojem:

1. uzemnění těles;
2. používání ochranných pomůcek (obleky, rukavice, ...);
3. zvětšování elektrické vodivosti vzduchu.

Ačkoliv to zní možná zvláštně, je to tak: zvýšená vodivost vzduchu opravdu omezí riziko vzniku elektrického výboje. Zvýšenou vodivostí ztratí vzduch své dielektrické vlastnosti a zmenší se jeho elektrická pevnost. Na vodičích ve vzduchu umístěných se tak nebude moci hromadit velký náboj, který by se mohl časem vybít v podobě jiskry, která by mohla něco zapálit, ...

Elektrostatické pole lze i využívat:

1. čistění vzduchu od mechanických nečistot;
2. elektrostatické filtry kouře (využívají sršení elektřiny);
3. čistění rud;
4. konstrukce měřících přístrojů - zejména elektrostatických voltmetrů.

3.2 | VZNIK ELEKTRICKÉHO PROUDU

3.2.1 | Elektrický proud jako děj a jako fyzikální veličina

Pokud nabijeme kondenzátor a ten budeme poté vybíjet, probíhá ve vodiči krátkodobý uspořádaný pohyb volných částic s nábojem (elektronů), který je důsledkem působení elektrického pole. Dochází tak k vyrovnávání nadbytku elektronů na záporné desce kondenzátoru a jejich nedostatku na desce kladné. Až náboje zaniknou (vyrovná se počet elektronů na obou deskách), zanikne i elektrické pole ve vodiči.

Elektrický proud označuje buď fyzikální děj a nebo fyzikální veličinu.

ELEKTRICKÝ PROUD (JAKO JEV) JE USPOŘÁDANÝ POHYB VOLNÝCH ČÁSTIC S ELEKTRICKÝM NÁBOJEM.

Důležité jsou všechny přívlastky.

Uspořádaný znamená, že se většina elektronů pohybuje jedním směrem. Není-li vodič připojen ke svorkám zdroje (a není-li tedy důvod, aby elektrický proud procházel), elektrony se i tak pohybují. Ovšem chaoticky. Situace je podobná pohybu částic vzduchu: v místnosti se částice pohybují chaoticky všemi směry a narážejí do našeho těla, ale přesto to nevnímáme.

Vnímat tento pohyb částic vzduchu začneme až v okamžiku, kdy se ustálí a převládne pohyb jedním směrem - říkáme, že fouká vítr.

Volné částice jsou ty, které nejsou silově vázány k jiným částicím (např. k jádrům atomů). Aby nějakým materiálem procházel elektrický proud, je nutné zajistit přítomnost těchto volných částic (např. ionizací).

A kdyby nebyly částice nabité (neměly elektrický náboj) nemohli bychom hovořit o vzniku elektrického proudu.

Volné elektrony se ve vodiči pohybují od záporného pólu ke kladnému (tedy proti směru elektrické intenzity). Elektrický proud nemusí být jen pohyb volných elektronů - může se jednat i o částice nabité kladně, které se pak pohybují ve směru elektrické intenzity. Elektrický proud může být tvořen i částicemi obojího znaménka (např. v polovodičích). **Směr elektrického proudu** je tedy určen dohodou:

SMĚR ELEKTRICKÉHO PROUDU JE DÁN SMĚREM USPOŘÁDANÉHO POHYBU KLADNĚ NABITÝCH ČÁSTIC.

Proud v jednoduchém elektrickém obvodu tedy vychází z kladného pólu zdroje a pohybuje se k pólu zápornému.

Jednoduchý obvod je např. obvod tvořený baterií, žárovkou a vypínačem. Složitější obvody se nazývají elektrické sítě.

Popsaný děj charakterizuje fyzikální veličina téhož jména: elektrický proud *I*.

ELEKTRICKÝ PROUD JE URČEN JAKO PODÍL CELKOVÉHO NÁBOJE Q, KTERÝ PROJDE PRŮŘEZEM VODIČE ZA JEDNOTKU ČASU, A TOHOTO ČASU: $I = \frac{Q}{t}$; $[I] = \mathrm{A}$ **(AMPÉR).**

Poznámka: Ampér je základní jednotkou soustavy SI.

Q je celkový náboj, který projde daným průřezem vodiče, tedy $Q = Q_+ + |Q_-|$. Pokud je pohyb náboje nerovnoměrný, pak proud definujeme vztahem $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, kde ΔQ je celkový náboj, který projde průřezem vodiče za čas Δt. Elektrický proud měříme **ampérmetrem**.

Pomocí definičního vztahu elektrického proudu lze vyjádřit jednotku elektrického náboje takto $[Q] = \mathrm{A.s}$ (*ampérsekunda*). Tato jednotka (resp. jednotka *ampérhodina*) se občas používá i v technické praxi jako jednotka kapacity zdroje napětí.

Nabíjecí baterie do přehrávačů, mobilních telefonů, diářů, ... jsou charakterizovány právě svojí kapacitou udávanou v ampérhodinách a jejích násobcích.

Elektrický proud je několikerého druhu:

1. kondukční (vodivostní) - přenos náboje ve vodiči, mezi jehož konci je vytvořeno napětí (rozdíl potenciálů). Jsou způsobeny volnými elektrony v kovech, ionty v elektrolytech,

elektrony a dírami v polovodičích, ...

Jde tedy o „normální“ elektrický proud, s nímž máme zkušenost.

2. konvekční - proud není způsoben pohybem částic s nábojem v důsledku existence potenciálového rozdílu

Např. proběhneme-li s nabitým tělesem dveřmi, proteče dveřním otvorem proudový impuls; přenos náboje nabitým pásem ve van de Graaffově elst. generátoru; ...

3. posuvné - tečou v dielektriku při jeho polarizaci

3.2.2 | Elektrický zdroj, přeměny energie v jednoduchém obvodu

Trvalý elektrický proud je podmíněn udržováním stálého rozdílu elektrických potenciálů mezi svorkami zdroje - **svorkové napětí** *U*. Mezi svorkami zdroje vzniká uvnitř zdroje i vně elektrické pole, jehož siločáry směřují od kladného pólu k zápornému (viz obr. 25).

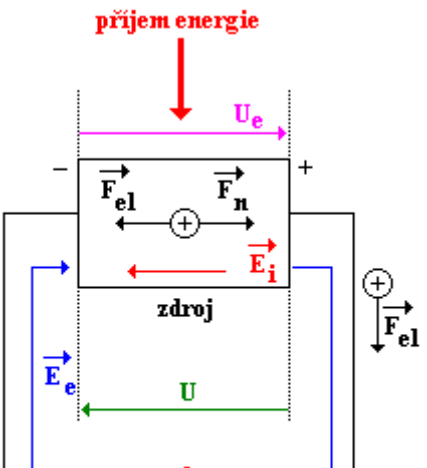
Zdroj tvoří tzv. vnitřní část obvodu, ostatní prvky zařazené do obvodu (rezistory, žárovky, ...) tvoří vnější část obvodu.

Ve vnější části obvodu se volné částice s nábojem pohybují ve směru působení **elektrostatických sil**. Ty při

tomto pohybu konají práci a nabité částice ztrácejí elektrickou potenciální energii, která se mění na jiné formy energie (vnitřní energie, konání mechanické práce, ...). Vnější část obvodu se chová jako spotřebič elektrické energie. Práce, kterou vykonají elektrostatické síly ve vnější části obvodu při přenesení náboje Q je určena vztahem $W = QU$. Svorkové napětí označujeme šipkou orientovanou ve směru působení elektrostatické síly na kladné částice (tedy od kladné k záporné svorce zdroje).

Ve shodě s úmluvou o směru elektrického proudu je celý děj vysvětlován na kladně nabitých částicích. Ve skutečnosti se vodičem pohybují elektrony ve směru opačném.

Elektrický proud teče i uvnitř zdroje, kde se ale volné částice pohybují proti směru elektrostatických sil, což znamená, že zde působí ještě jiné **síly neelektrostatického původu**. Tyto síly konají práci uvnitř zdroje. Elektrická potenciální energie nabitých částic se zvětšuje na úkor jiné formy energie, která je buď uvolňována přímo ve zdroji nebo je přiváděna zvenku. Tyto neelektrostatické síly vykonají při přenesení náboje Q práci W_z, na základě čehož se definuje **elektromotorické napětí** $U_e = \frac{W_z}{Q}$. Elektromotorické napětí se vyznačuje šipkou ve směru působení neelektrostatických sil (od záporného pólu ke kladnému).



Obr. 25

Není-li ke svorkám zdroje připojen žádný spotřebič a tedy zdrojem neprochází elektrický proud, jsou elektrostatické a neelektrostatické síly v rovnováze. Svorkové napětí nezatíženého zdroje (**napětí naprázdno**) U_0 má stejnou hodnotu jako napětí elektromotorické: $U_e = U_0$. Připojením spotřebiče dojde ke zmenšení nábojů na svorkách zdroje a poruší se rovnováha mezi elektrostatickými a neelektrostatickými silami. Tak se udržuje trvalý elektrický proud. Práce neelektrostatických sil se částečně spotřebuje uvnitř zdroje. U zatíženého zdroje proto platí: $W = UQ < W_z = U_e Q$ a tedy $U < U_e$.

Svorkové napětí zatíženého zdroje je vždy menší než napětí elektromotorické.

Uvnitř zdroje musí být tedy něco, co vrací kladně nabité částice, které dojdou k záporně nabité svorce zdroje (tam se pohybovaly samy pod vlivem elektrostatických sil), zase zpátky na kladnou svorku zdroje. Vzhledem k tomu, že na kladné částice působí elektrostatická síla, která je od kladné svorky odpuzuje, musí být neelektrostatické síly větší než síly elektrostatické.

Energie, která se ve zdroji přeměňuje na energii elektrickou, může být různého druhu:

1. galvanický článek - využívá se chemická energie uvolněná při chemické reakci kovových elektrod s vodivou kapalinou (elektrolyt).

Model lze získat: ze dvou mincí z různého kovu, mezi něž vložíme kousek savého papíru namočeného ve slabé kyselině (ocet, citrónová šťáva, ...); zasunutím měděného a zinkového plíšku do (promačkaného) citrónu nebo pomeranče; ...

2. fotoelektrický zdroj napětí (fotočlánek) - využívá energii elektromagnetického záření (např. světla) dopadající na vhodně upravenou vodivou destičku z polovodiče. Záření vhodné energie (tj. vhodné frekvence) může z destičky uvolnit elektrony (nastává

tzv. fotoefekt).

Tyto fotočlánky se sestavují do slunečních baterií a používají se v kalkulačkách, umělých družicích, ...

3. termoelektrický článek (termočlánek) - využívá termoelektrický jev (Seebeckův jev): spojíme-li dva různé kovové vodiče do uzavřeného obvodu, přechází část elektronů z jednoho kovu do druhého a na rozhraní se objeví malé kontaktní napětí, které závisí na teplotě spoje. Tyto zdroje (spoje) jsou v obvodu dva. Pokud mají stejnou teplotu, účinek jejich kontaktních napětí se ruší. Jestliže je mezi oběma spoji udržován rozdíl teplot, rovnováha se poruší a obvodem prochází elektrický proud. Výsledné elektromotorické napětí je $U_e = U_1 - U_2 = \alpha(T_1 - T_2)$, kde konstanta α závisí na použitých kovech; $[\alpha] = \mathrm{V.K^{-1}}$. Termoelektrický jev je možné také využít k měření teploty.

Uvedené zdroje, které udržují na svorkách konstantní napětí a obvodem prochází konstantní proud, se nazývají **stejnosměrné zdroje napětí**.

3.2.3 | Termoelektrické články

Jako termoelektrické články (termočlánky) se označují

zdroje stejnosměrného napětí, v nichž se přeměňuje tepelná energie (tj. teplo) na elektrickou energii. Termoelektrické jevy jsou dány většinou vlastnostmi rozhraní dvou pevných látek.

Různé vlastnosti na rozhraní dvou pevných látek přitom mohou vznikat v důsledku:

1. narušení krystalické struktury - na povrchu pevné látky jsou vazebné síly (a tedy i molekuly, mezi nimiž vazebné síly působí) rozloženy jinak než uvnitř pevné látky. Nevykompenzované vazebné síly mohou přitahovat nebo naopak odpuzovat elektricky nabité částice z okolí (nevykompenzované vazebné síly budou působit jako Coulombovské elektrostatické síly).

Uvnitř pevné látky se totiž síly působící na danou částici navzájem kompenzují - v okolí dané částice jsou (téměř) symetricky rozloženy jiné částice, které „táhnou“ danou částici symetricky do všech stran. Na povrchu pevné látky je rozložení částic značně asymetrické, protože pevná látka a okolní prostředí (většinou vzduch) mají velmi rozdílnou hustotu. Proto jsou silové poměry na povrchu pevných látek jiné než v jejím objemu.

2. změny rozložení elektricky nabitých částic - některé povrchové oblasti pevných látek mohou být nabité. Mohou vznikat tzv. dvojvrstvy - vrstva jedné látky vázaná pomocí

elektrostatických sil k vrstvě z jiné látky.

Dvojvrstvy mohou vznikat např. na elektrodách při elektrolýze při určité kombinaci materiálu elektrody a elektrolytu.

3. adsorpce - jev, při kterém je částice z okolí pevné látky vázána k povrchu pevné látky, ale neproniká dovnitř do její struktury.

V důsledku nabití pevné látky může tato látka přitahovat drobné předměty z okolí (prach, chmýří, ...), čímž se mění vlastnosti povrchu pevné látky (jiná odrazivost světla, elektrická vodivost, ...).

4. absorpce - částice z okolí pevné látky proniká do struktury pevné látky.

Tímto způsobem mohou vlastnosti pevných látek ovlivňovat např. částice radioaktivního záření.

5. ultračistých povrchů - tyto technologie se používají ke speciálním úpravám povrchů pevných látek: nanášení vrstev další látky (změna elektrické vodivosti povrchu, odrazivosti světla, ...), výroba přesných součástech (vědecké přístroje, měřící technika, nové technologie, ...).

Takto se vyrábějí součástky do kosmických raket, skafandrů, urychlovačů částic, ...

6. termoemise - volné elektrony opouštějí povrch pevné látky (kovy a polovodiče)

a dostávají se do okolí.

Díky termoemisi funguje např. klasická televizní obrazovka.

Při termoemisi se uvolňují ty elektrony, které mají dostatečnou energii, aby mohly opustit povrch pevné látky. Tato energie musí být větší než je tzv. výstupní práce, tj. energie nutná na přerušení sil, kterými je elektron přitahován k atomovým jádrům dané látky.

Z hlediska pásové struktury se jedná o ty elektrony, které leží ve vodivostním pásu.

Pro konstrukci termočlánku je nutné vytvořit mezi dvěma kovy (resp. mezi dvěma polovodiči) rozdíl napětí - tzv. **kontaktní napětí**.

Kovy (resp. polovodiče) se používají proto, že obsahují volné nosiče náboje - elektrony (resp. elektrony a díry). Má-li termočlánek být zdrojem elektrického napětí v elektrickém obvodu, musí jím procházet elektrický proud, tj. volné nabité částice.

Dále budou termoelektrické jevy popisovány na kovech, ale lze je využít i u polovodičů.

Toto kontaktní napětí, které vzniká při vzájemném dotyku dvou kovů, závisí na chemickém složení dotýkajících se kovů a na jejich teplotě. V roce 1800 ohlásil italský fyzik Alessandro Volta (1745 - 1827) vytvoření tzv.

Voltova sloupu. Jednalo se o první relativně stálý zdroj elektrického napětí, který byl vyroben. Volta jej zkonstruoval s využitím řady kovů, kterou na základě svých experimentů vytvořil:

Al - Zn - Pb - Sn - Sb - Bi - Hg - Fe - Cu - Ag - Au - Pt - Pd

Každý kov v řadě vytvoří při dotyku s libovolným dalším kovem určité kontaktní napětí.

Z hlediska moderní fyziky jsou kovy seřazeny podle výstupní práce, tj. energie, kterou musí elektron získat, aby opustil daný kov. Ve směru od hliníku k palladiu výstupní práce roste. To znamená, že z hliníku se uvolňují elektrony snadněji než z palladia. Proto se prvky s vyšší výstupní prací nabíjejí záporně, zatímco prvky s nižší výstupní prácí se nabíjejí kladně.

Jestliže se elektron např. z hliníku uvolňuje snadněji než z mědi, vzniká v hliníku po elektronu „prázdné místo" - tj. hliník má kladný náboj. Část záporného náboje si odnesl elektron. Tento elektron se předá dalšímu kovu, s nímž hliník spojíme - např. měď. Proto se měď nabíjí záporně - snáze elektrony (ze záporným nábojem) přijímá než vydává.

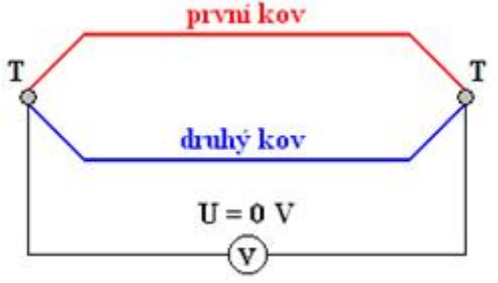
Výstupní práce *W* kovů je závislá na teplotě. Proto je na teplotě závislý i kontaktní potenciál $\varphi = \frac{W}{e}$ daného kovu (*e* je náboj elektronu). Vzhledem k tomu, že kontaktní

napětí dvou kovů je dáno rozdílem kontaktních potenciálů těchto kovů, závisí i kontaktní napětí na teplotě: s rostoucí teplotou toto napětí vzrůstá.

Kontaktní napětí je definováno tak, že je vždy kladné.

Kontaktní potenciály definované výše uvedeným vztahem $\varphi = \frac{W}{e}$ jsou záporné, neboť náboj elektronu je záporný. Kontaktní napětí je dáno rozdílem dvou kontaktních potenciálů - je tedy možné jej definovat tak, aby bylo vždy kladné.

Je-li teplota na obou rozhraních dvou kovů, které jsou spojeny k sobě podle obr. 26, stejná, nelze tento děj (tuto situaci) využít v praxi jako zdroj elektrického napětí (resp. elektrického proudu). Napětí na obou rozhraních jsou stejná a výsledné napětí měřené mezi oběma spoji je proto nulové.



Obr. 26

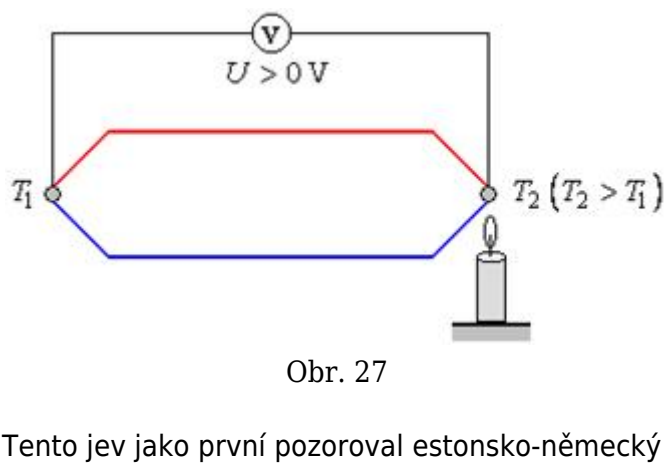
Právě popsaný jev lze využít v praxi tehdy, jsou-li teploty (a tedy i kontaktní napětí) na dvou rozhraních kovů různé. K tomu dochází při:

1. Seebeckovu jevu;
2. Peltierovu jevu;
3. Thomsonovu jevu.

Ačkoliv jsou uvedené jevy velmi podobné a navzájem propojené, jsou mezi nimi rozdíly.

3.2.3.1 | Seebeckův jev

Mají-li dva spoje dvou kovů, které tvoří termočlánek, rozdílnou teplotu, jsou i kontaktní napětí obou rozhraní různá. Proto výsledné napětí měřené mezi těmito rozhraními je nenulové a termočlánek lze využít jako zdroj elektrického napětí (viz obr. 27). Obvodem prochází elektrický proud a nastává tzv. **Seebeckův jev**.



Obr. 27

Tento jev jako první pozoroval estonsko-německý fyzik Thomas Johann Seebeck (1770 - 1831) v roce 1821. V neuzavřeném obvodu lze mezi oběma spoji dvou kovů naměřit **termoelektrické napětí** ΔU, které je dáno rozdílem kontaktních napětí vznikajících na obou spojích daných kovů. Proto platí: $\Delta U = U_{12}(T_2) - U_{12}(T_1)$.

Indexy u obou kontaktních napětí jsou stejné - jedná se o dvě napětí, která vznikají na rozhraní stejných kovů. Fakt, že jedno kontaktní napětí je vyšší než druhé, je dán pouze rozdílem teplot obou spojů.

Pro malé teplotní rozdíly teplot T_1 a T_2 obou spojů daných kovů platí přibližně lineární závislost termoelektrického napětí na teplotě, tj. lze psát $\Delta U = \alpha_{12}(T_2 - T_1) = \alpha_{12}\Delta T$, kde α_{12} je Seebeckův koeficient (též termoelektrický koeficient); $[\alpha_{12}] = \mathrm{V\,K^{-1}}$. Seebeckův koeficient závisí vždy na dané dvojici kovů.

Termoelektrické napětí závisí jen na rozdílu teplot a na daných materiálech - nezávisí na způsobu vedení tepla daným materiálem, na rychlosti ohřevu materiálu, ...

Hodnota Seebeckova koeficientu pro kovy je řádově $\left(10^{-6};10^{-5}\right)\mathrm{V.K^{-1}}$, hodnota Seebeckova koeficientu pro polovodiče je řádově $\left(10^{-5};10^{-3}\right)\mathrm{V.K^{-1}}$.

Pokud by rozdíl teplot obou rozhraní kovů byl větší než zhruba několik desítek kelvinů, bylo by nutné místo lineárního vztahu použít vztah složitější. Napětí by tak nebylo již přímo úměrné rozdílu teplot, ale ve výrazu by se objevily i kvadratické členy, kubické členy a další.

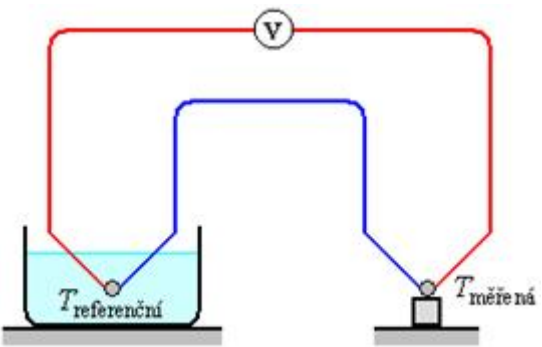
Použitelnost uvedeného lineárního vztahu je dána tím, jak přesné výsledky při měření napětí uvedeným způsobem očekáváme či potřebujeme.

Termoelektrické napětí je pro většinu dvojic kovů velmi malé. Navíc se z dodané tepelné energie přemění na elektrickou energii jen asi 1 % - 3 %. Proto se termočlánky v minulosti nepoužívaly jako zdroje elektrického napětí, ale využívaly se k měření teploty. Tímto způsobem se termočlánky využívají i v současné době.

Aby termočlánek fungoval, musí se mezi dvěma spoji kovů vytvořit teplotní rozdíl, což lze nejjednodušeji udělat tak, že jedno rozhraní ohřejeme. Tedy dodáme energii ve

formě tepla.

Měření teploty pomocí Seebeckova jevu je schématicky zobrazeno na obr. 28. Jeden konec termočlánku je udržován na stálé referenční teplotě (většinou teplota $0\,°C$ směsi vody a ledu), druhý konec je vystaven měřené teplotě. Pomocí voltmetru se měří termoelektrické napětí, na základě kterého lze pak stanovit rozdíl teplot obou spojů termočlánku a tedy i měřenou teplotu.

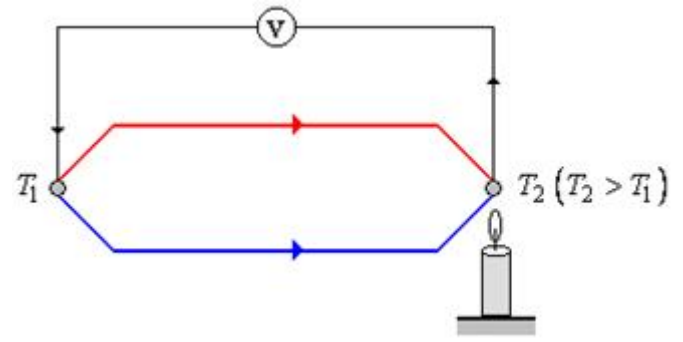


Obr. 28

3.2.3.2 | Peltierův jev

Peltierův jev, který je opačným jevem k Seebeckovu jevu, objevil v roce 1834 francouzský fyzik Jean Charles Athanase Peltier (1783 - 1845). Tento jev lze vysvětlit na

obvodu, na základě kterého byl objeven Seebeckův jev (viz obr. 29, na kterém jsou vyznačeny i směry proudů v jednotlivých částech obvodu).



Obr. 29

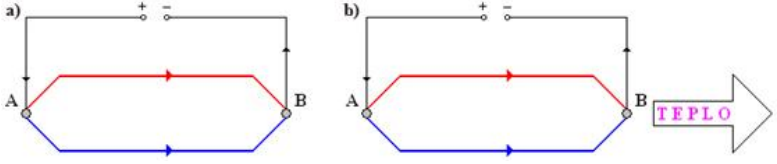
Kontaktní napětí spojů dvou kovů jsou kladná a s rostoucí teplotou rostou. Proto má „kladnější“ napětí spoj s vyšší teplotou. Směry elektrického proudu jsou tedy na obr. 29 naznačeny správně: zakresluje se domluvený směr, tedy směr pohybu kladně nabitých částic (tj. od kladného pólu zdroje napětí k zápornému pólu). Uvnitř zdroje (tj. samotnými dvěma kovy, které tvoří termočlánek) teče elektrický proud opačně.

Připojíme-li nyní takto vytvořený termočlánek k vnějšímu zdroji stejnosměrného napětí, aniž bychom vytvořili rozdíl teplot obou rozhraní kovů, nastane tzv. **Peltierův jev**. Průchodem elektrického proudu oběma kovy (a tedy i jejich spoji) se vytvoří teplotní rozdíl mezi

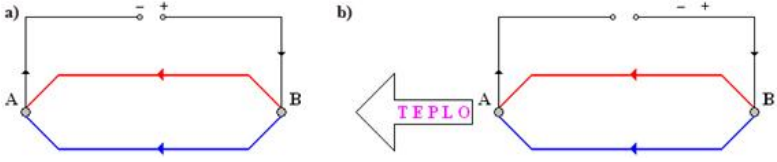
oběma spoji. V závislosti na polaritě přiloženého napětí se bude jeden spoj ohřívat a druhý ochlazovat.

Bude-li elektrický proud (z vnějšího zdroje napětí) procházet oběma kovy stejným směrem, jako je směr elektrického proudu při Seebeckovu jevu (viz obr. 29), bude se spoj *A* ochlazovat a spoj *B* ohřívat (viz obr. 30). Bude-li elektrický proud z vnějšího zdroje napětí procházet kovy opačným směrem, než je směr elektrického proudu při Seebeckovu jevu, bude se spoj *A* ohřívat a spoj *B* ochlazovat (viz obr. 31).

Na obr. 30 a obr. 31 je v části a) zobrazen stav po připojení termočlánku do obvodu a v části b) je naznačeno, ze kterého spoje se bude šířit teplo.



Obr. 30



Obr. 31

Průchodem elektrického proudu se v kovech (resp. v polovodičích) přemísťují volné nabité částice (v kovech elektrony, v polovodičích elektrony a díry). V důsledku tohoto přenosu částic se zvyšuje nerovnováha elektronů mezi oběma uvažovanými spoji dvou kovů (resp. polovodičů), čímž roste termoelektrické napětí termočlánku. Termoelektrické napětí je přímo úměrné rozdílu teplot uvažovaných spojů - proto s rostoucím termoelektrickým napětím poroste i rozdíl teplot obou spojů. Vyšší teplotu bude mít ten spoj, jehož kontaktní napětí (v důsledku průchodu elektrického proudu z vnějšího zdroje) bude vyšší. Z tohoto spoje se bude tedy šířit teplo.

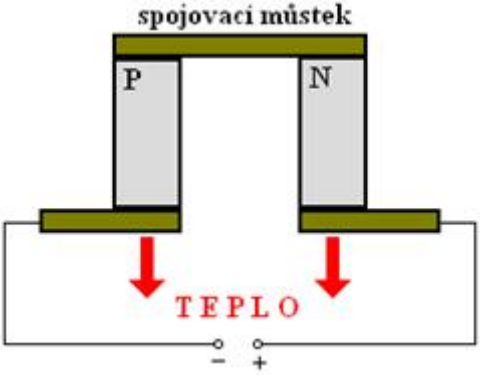
Ačkoliv je na obrázcích vyznačen domluvený směr elektrického proudu (tj. pohyb kladně nabitých částic), byl výklad proveden s využitím elektronů. Ve skutečnosti se v kovech pohybují právě elektrony - domluvený proud se zavádí jako pohyb kladně nabitých částic pouze na základně domluvy, nikoliv na základě skutečného fyzikálního pozorování.

Elektrický proud žene k jednomu spoji kladně nabité částice a ke druhému (nebo ze druhého) záporně nabité částice. V důsledku toho vzniká vyšší rozdíl napětí obou spojů: jeden spoj se stává „kladnější“, druhý „zápornější“.

Peltierův jev se v praxi využívá ke konstrukci

Peltierových článků.

Peltierův článek (viz obr. 32) se skládá ze dvou tělísek vyrobených z polovodičů (jedno z polovodiče typu N, druhé z polovodiče typu P) a spojovacího můstku. Spojovacím můstkem se přivádí do článku elektrická energie a absorbuje (resp. odvádí) se jím teplo z Peltierova článku.



Obr. 32

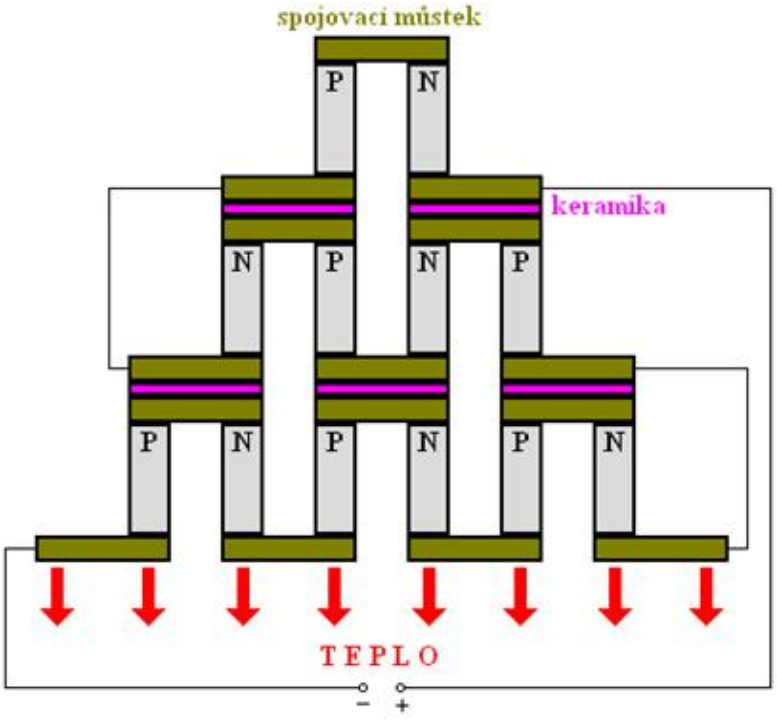
Při tomto zapojení článku jsou z polovodiče typu N, v němž jsou majoritními nosiči náboje elektrony, tyto elektrony odváděny směrem ke zdroji napětí. Analogicky jsou ke zdroji napětí z polovodiče typu P odváděny jeho majoritní nosiče náboje: díry. Ve spojovacím můstku tedy klesá počet volných nosičů náboje a tedy klesá kontaktní napětí mezi spojovacím můstkem a polovodiči. Spojovací můstek se tedy ochlazuje, zatímco druhý spoj se ohřívá.

Základním polovodičovým materiálem pro výrobu Peltierových článků jsou převážně bizmut-telluridy, tj. termální systémy Bi-Te-Se (pro výrobu polovodiče typu N) a Bi-Sb-Te (pro výrobu polovodiče typu P). Tyto materiály mají výhodné termoelektrické vlastnosti: mají malý měrný elektrický odpor a malý součinitel tepelné vodivosti. Spojovací můstky jsou vyráběny většinou z mědi, protože měď má malý měrný elektrický odpor a snadno se k ní pájí další součástky. Její nevýhodou je její případná difúze do materiálu polovodiče, což by zhoršovalo jeho vlastnosti. V místě styku můstku a polovodiče vzniká i nežádoucí přechodový odpor, který může značně nepříznivě ovlivnit dosažitelný chladící výkon článku a maximální dosažitelný teplotní rozdíl obou spojek. Nejlepší termoelektrický materiál je tedy bezcenný, nepodaří-li se najít vhodný technologický postup výroby, zajišťující nízký přechodový odpor.

Jednotlivé Peltierovy články se obvykle zapojují do série ve větší celky - do tzv. chladící termobaterie (viz obr. 33). K dosažení vyšších teplotních rozdílů při zachování určitého chladícího výkonu se spojují jednotlivé termoelementy do kaskádních baterií (viz obr. 34) nebo termobaterie do kaskády. V tomto případě se musí zajistit elektrická izolace mezi termobateriemi. Jako izolace se používají keramiky s dobrou tepelnou vodivostí.


absorbované teplo
polovodič typu P
polovodič typu N
keramika
měděný můstek
+
−
vyzařované teplo

Obr. 33



Obr. 34

Při spojování termobaterií do kaskády je vhodné keramické destičky potřít silikonovým tukem nebo baterie slepit vhodným lepidlem, které má malý součinitel tepelné vodivosti. Těmito úpravami se sníží tepelný odpor mezi bateriemi.

Teplo bude tedy tímto spojením snáze procházet.

Kaskádním řazením termoelementů se docílí zejména

vyšší chladící účinnosti pro požadované velké teplotní rozdíly.

Peltierovy články lze využít v praxi jako:

1. zařízení pro přenos tepelné energie - Peltierův článek bude jednu část prostoru ochlazovat a druhou ohřívat.

Teplo tak bude přeházet z tělesa chladnějšího na těleso teplejší, což by mohlo být na první pohled ve sporu s druhým termodynamickým zákonem, ale je nutno si uvědomit, že tento děj bude probíhat při konání práce! Peltierův článek bude odebírat ze zdroje napětí elektrickou energii a bude jí měnit v práci nutnou na přenos tepla. Druhý termodynamický zákon tedy není narušen.

Takto se používají např. v přenosných chladících boxech, jako chladič elektronických součástek (v počítačích), ...

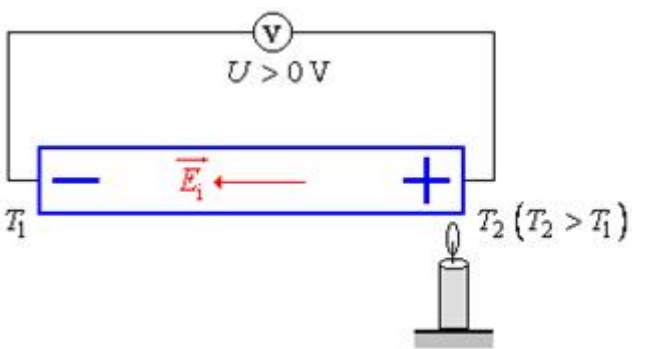
2. zdroj elektrického napětí - takto bude Peltierův článek fungovat, jestliže bude jedna jeho část ochlazována a druhá ohřívána. Jde vlastně o přímou aplikaci Seebeckova jevu.

3.2.3.3 | Thomsonův jev

Třetí termoelektrický jev objevil a experimentálně

potvrdil v roce 1851 William Thomson (1824 - 1907) známý též jako lord Kelvin of Largs následujícím experimentem. Jestliže kovovou tyč délky *l* zahříváme na jednom konci, vytvoří se v ní teplotní spád (teplotní gradient) $\frac{\Delta T}{\Delta l}$ a mezi konci vodiče vznikne nepatrné termoelektrické napětí *U* (viz obr. 35). Tomuto napětí odpovídá elektrostatické pole popsané vnitřní elektrickou intenzitou $\vec{E}_i$.

Tento jev je tedy podobný Seebeckovu jevu, rozdíl je v tom, že Thomsonův jev vzniká při ohřátí pouze jednoho vodiče (u Seebeckova jevu jsou nutné vodiče dva). I proto je měřené termoelektrické napětí u Thomsonova jevu velmi malé.



Obr. 35

Znaménko plus uvnitř vodiče na obr. 35 až obr. 37 označuje místo s vyšším („kladnějším“) potenciálem,

znaménko mínus pak místo s nižším potenciálem.

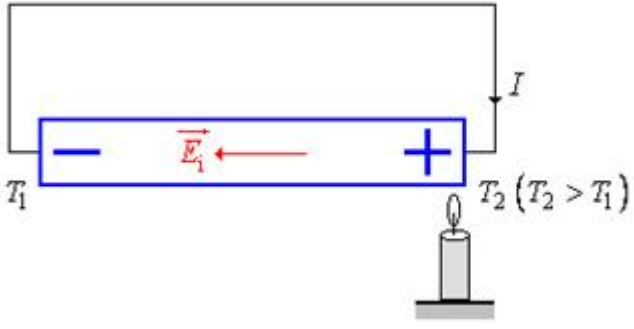
Prochází-li vodičem o elektrickém odporu R elektrický proud I, uvolňuje se do okolí teplo Q, které je popsáno vztahem $Q = RI^2 - \mu I \frac{\Delta T}{\Delta l}$, kde μ je Thomsonův koeficient. První člen vztahu odpovídá Jouleovu teplu, které se uvolňuje do okolí vodiče, prochází-li jím elektrický proud. Druhý člen je Thomsonovo teplo, které vzniká díky teplotnímu gradientu ve vodiči. Znaménko Thomsonova tepla se mění v závislosti na směru elektrického proudu, který vodičem protéká.

Na první pohled se zdá, že obě zmíněná tepla vznikají při průchodu elektrického proudu vodičem a v obou případech se vodič zahřívá. Jouleovo teplo vzniká v důsledku srážek elektronů, které se vodičem pohybují, s atomy krystalické mříže a vodič se přitom ohřívá ROVNOMĚRNĚ! Thomsonovo teplo se uvolňuje (nebo spotřebovává) proto, že ve vodiči je vytvořen teplotní spád. Ohřev vodiče související s Thomsonovým teplem je tedy NEROVNOMĚRNÝ! Kdyby ve vodiči nebyl vytvořen teplotní spád, Thomsonovo teplo by bylo nulové.

Thomsonův koeficient závisí pouze na jednom materiálu, ačkoli se jedná o analogii Seebeckova jevu nebo Peltierova jevu. U obou zmíněných jevů jsou koeficienty, které kvantitativně popisují děje při nich probíhající, závislé vždy na dvojici materiálů.

V kovech jako je zinek nebo měď, které mají na konci s vyšší teplotou vyšší potenciál a na konci s nižší teplotou nižší potenciál, se při průchodu elektrického proudu z konce s vyšší teplotou ke konci s nižší teplotou uvolňuje Thomsonovo teplo do okolí (viz obr. 36). Tento jev se nazývá **pozitivní Thomsonův jev**.

Elektrický proud tedy prochází ve směru od vyššího potenciálu k nižšímu potenciálu samovolně, není nutný žádný vnější zdroj.



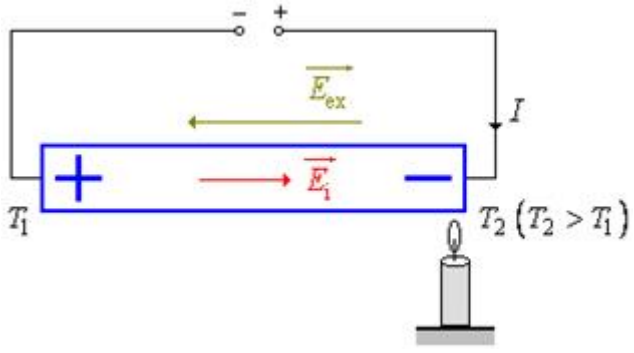
Obr. 36

Na rozdíl od toho v kovech jako je kobalt, nikl nebo železo, které mají na konci s nižší teplotou vyšší potenciál a na konci s vyšší teplotou nižší potenciál, se při průchodu elektrického proudu z konce s vyšší teplotou ke konci s nižší teplotou absorbuje Thomsonovo teplo (viz obr. 37). Tento jev se nazývá **negativní Thomsonův jev**.

V tomto případě prochází elektrický proud ve směru

od nižšího potenciálu k vyššímu potenciálu. Proto potřebuje (ve srovnání s předchozím případem) dodat energii ze zdroje napětí, aby se k vyššímu potenciálu „prodral“. Elektrický proud v tomto případě totiž teče jakoby „do kopce“.

Na obr. 37 je naznačen i zdroj napětí, který je zapojen „obráceně“. Zdroj je ve skutečnosti zapojen dobře, pokud chceme elektrony ve vodiči „donutit“ k pohybu z teplejšího konce tyče ke konci chladnějšímu, tedy (v tomto případě) proti směru elektrického pole vyvolaného rozdílnými teplotami konců vodiče.



Obr. 37

Rozdělení kovů na dvě skupiny v závislosti, zda dochází k pozitivnímu Thomsonovu jevu nebo k negativnímu Thomsonovu jevu (tj. jak se přerozdělí elektrický náboj ve vodiči po ohřátí jednoho konce

vodiče), souvisí s výstupní prací daného materiálu. Analogicky byl popsán vznik kontaktního napětí (resp. termoelektrického napětí) při Seebeckově jevu nebo Peltierově jevu.

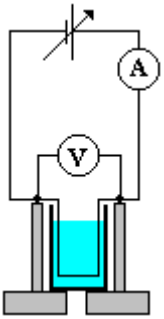
Vzhledem k malému napětí, které při Thomsonově jevu vzniká mezi konci vodiče, nenašel tento jev zatím praktické uplatnění.

3.3 | ELEKTRICKÝ PROUD V KOVECH

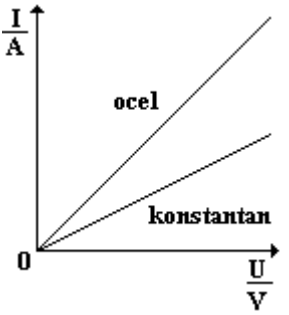
3.3.1 | Elektrický odpor vodiče, Ohmův zákon pro část obvodu

Vlastnost vodiče, který tvoří část elektrického obvodu, je možné vyšetřit následujícím způsobem: Vodič upevněný mezi pevné svorky ponoříme do chladící kapaliny (olej, destilovaná voda, ...) a připojíme k regulovatelnému zdroji stejnosměrného napětí (obr. 38). Svorkové napětí zdroje postupně zvyšujeme, přičemž měříme proud v obvodu a napětí mezi konci vodiče. Z naměřených hodnot lze sestrojit graf závislosti proudu na napětí, kterému se říká **voltampérová charakteristika** (obr. 39).

Chladící kapalina je nutná proto, aby se neměnil odpor vodiče v závislosti na teplotě. Průchodem proudu se totiž vodič zahřívá a dochází k teplotní změně odporu.



Obr. 38



Obr. 39

Je-li vodič dostatečně ochlazován (tj. jeho teplotu je možné považovat za konstantní) zjistíme, že proud procházející vodičem je přímo úměrný napětí mezi jeho konci: $I \approx U$. Tento poznatek objevil v roce 1826 německý fyzik Georg Simon Ohm (1787 - 1854), na jehož počest se nazývá **Ohmův zákon:**

NAPĚTÍ MEZI KONCI VODIČE JE PŘÍMO ÚMĚRNÉ PROUDU PROCHÁZEJÍCÍMU VODIČEM.

Tento zákon se někdy též nazývá Ohmův zákon pro část elektrického obvodu. A tou „částí elektrického obvodu“ je právě uvažovaný chlazený vodič.

To tedy znamená, že poměr $R = \frac{U}{I}$ je konstantní. Veličina *R*, která je pro daný vodič stálé teploty charakteristická, se nazývá **elektrický odpor vodiče**; $[R] = \mathrm{V\,A^{-1}} = \Omega$ (ohm).

Častou chybou bývá tvrzení, že vztah $R = \frac{U}{I}$ resp. $U = RI$ je matematickým vyjádřením Ohmova zákona. To ale není pravda!!! Podstatou Ohmova zákona je, že elektrický odpor (tj. poměr $\frac{U}{I}$) je konstantní. K uvedenému vztahu je potřeba dodat, že navíc je R konstantní. Pak vztah $U = RI$ skutečně vyjadřuje Ohmův zákon.

Fakt, že odpor vodiče je konstantní lze opsat i tak, že voltampérová charakteristika vodiče je lineární.

Vztah $U = RI$ totiž obecně platí třeba i pro polovodiče, u nichž se ovšem o Ohmově zákonu nedá vůbec hovořit!!! Odpor polovodičů totiž není konstantní a jejich voltampérové charakteristiky nejsou lineární!

Převrácený poměr $G = \frac{I}{U} = \frac{1}{R}$ se nazývá **elektrická vodivost** (konduktance); $[G] = \Omega^{-1} = \mathrm{S}$ (siemens).

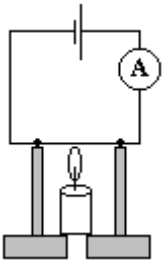
Analogicky lze provést pokus pro vodiče z různých materiálů, různé délky a průřezu. Při něm zjistíme, že elektrický odpor vodiče je na těchto parametrech závislý takto: $R = \rho \frac{l}{S}$, kde *l* je délka vodiče, *S* příčný průřez vodiče a ρ **měrný elektrický odpor** (rezistivita); $[\rho] = \Omega\,\mathrm{m}$.

Mnemotechnická pomůcka, jak si pamatovat správný poměr $R \approx \frac{l}{S}$: vodič si představíme jako tunel zarostlý

trávou. Čím bude tunel delší, tím obtížnější bude se jím prodrat (bude klást větší odpor), čím větší bude jeho průřez, tím více místa tam bude a průchod bude tedy snazší.

3.3.2 | Závislost odporu kovového vodiče na teplotě

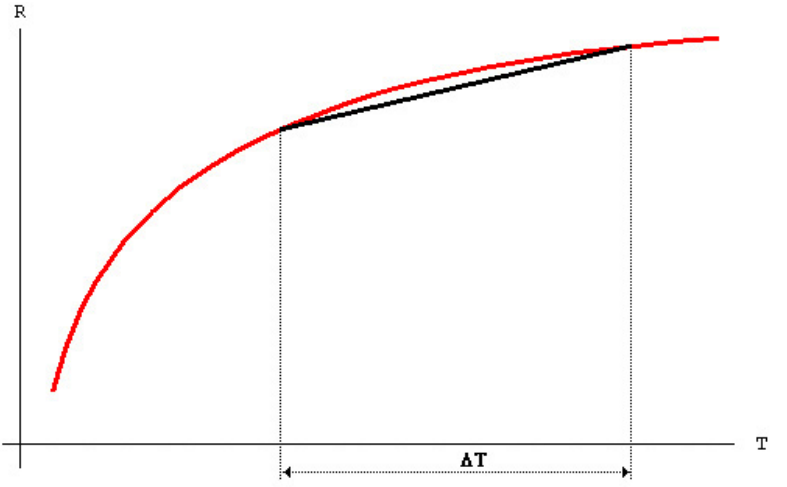
Provedeme-li pokus obdobný jako při vyšetřování elektrického odporu vodiče s tím rozdílem, že napětí zdroje bude konstantní a teplotu vodiče budeme měnit (např. zahříváním), zjistíme, že výchylka ampérmetru při zahřívání klesá. To znamená, že se zmenšuje proud, který protéká obvodem, a tedy odpor vodiče roste (podle vztahu $U = RI$). Po ochlazení vodiče odpor klesá a zvětšuje se proud. Přesným měřením bychom získali tuto závislost odporu kovového vodiče na teplotě: $R = R_1(1 + \alpha.\Delta T)$, kde R_1 je odpor při teplotě T_1, $\Delta T = T - T_1$ je teplotní rozdíl a α je **teplotní součinitel elektrického odporu** charakteristický pro daný materiál; $[\alpha] = \mathrm{K}^{-1}$. Analogicky se mění s teplotou i měrný elektrický odpor vodiče: $\rho = \rho_1(1 + \alpha.\Delta T)$.



Obr. 40

Uvedená závislost odporu na teplotě je lineární. Ve skutečnosti není tato závislost takto jednoduchá, ale pro malé rozdíly teplot je možné používat uvedený lineární tvar.

Závislost odporu kovového vodiče na teplotě je uvedena na obr. 41. Je vidět, že tato závislost není lineární. Pro malé přírůstky teplot lze uvedenou závislost nahradit úsečkou (část lineární funkce). Čím bude teplotní přírůstek ΔT menší, čím menší odchylky od skutečné závislosti vzniknou.



Obr. 41



Obr. 42



Obr. 43

Materiály s malým teplotním součinitelem elektrického odporu se používají k výrobě technických **rezistorů** (viz obr. 42) - součástek elektrických obvodů se soustředěným odporem stálé velikosti. Rezistor je obvykle zhotoven jako malé keramické tělísko. Podle dalšího postupu se rozlišují:

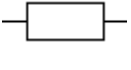
1. rezistory vrstvové - na keramickém tělísku je nanesena vodivá vrstva
2. rezistory drátové - na keramickém tělísku je navinut drát z odporové slitiny

Častá terminologická chyba, které se dopouštějí

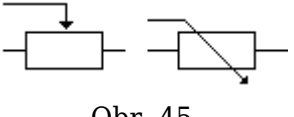
hlavně technici, se týká nesprávného označování prvku obvodu. Prvek obvodu se nazývá rezistor a je charakterizován svým odporem. Technik ale často použije větu: „Zapojíme do obvodu odpor $50\,\Omega$.“ To je z fyzikálního hlediska nesprávné. Správně by měl říci: „Zapojíme do obvodu rezistor o odporu $50\,\Omega$.“

Rezistory s plynule měnitelným odporem se nazývají **reostaty** (viz obr. 43).

Schématická značka rezistoru resp. reostatu je na obr. 44 resp. obr. 45.



Obr. 44



Obr. 45

3.3.3 | ***Hodnoty rezistorů a jejich barevné značení

Rezistory se nevyrábějí s libovolnou hodnotou odporu, ale vychází se z řady jmenovitých hodnot. Písmeno E značí, že jsou hodnoty rozloženy exponenciálně. Každá vyšší řada obsahuje vždy dvojnásobný počet hodnot než nejbližší řada nižší, což zaručuje, že vyšší řada obsahuje všechny hodnoty z nižší řady. Čísla v těchto řadách se samozřejmě mohou řádově měnit. Nejznámější je řada E12 s prvky

10-12-15-18-22-27-33-39-47-56-68-82. Řada E24, která má dvojnásobný počet prvků obsahuje 10-11-12-13-15-16-18-20-22-24-27-30-33-36-39-43-47-51-56-62-68-75-82-91. Poté se používají řady E3, E6, E48, E96, E192.

Hodnota odporu rezistorů se značí buď napsáním čísla na rezistor, a nebo častěji barevnými proužky.

Pro barevné značení velikosti hodnoty odporu rezistorů se používá mezinárodní kód podle normy EIA-RS-279. V USA se také používá jiný kód podle vojenské normy MIL-STD-199.

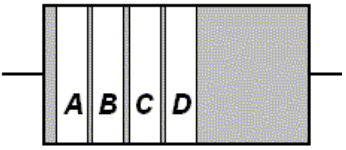
Hodnota odporu je u rezistoru znázorněna barevnými proužky. U běžných rezistorů má kód tři nebo čtyři proužky. Kód se čte zleva doprava, přičemž levá strana je ta, kde je první proužek blíže ke kraji rezistoru (viz obr. 46):

1. pruh A – první platná číslice hodnoty odporu
2. pruh B – druhá platná číslice hodnoty odporu
3. pruh C – desítkový násobitel
4. pruh D – tolerance (neuvádí se vždy; pokud není uvedena počítá se s tolerancí 20 %)

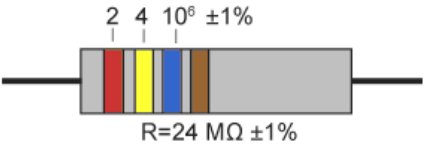
Některé rezistory používají ještě přesnější určování hodnoty odporu tím, že mají pět proužků. První tři proužky jsou pro hodnotu, čtvrtý je násobitel a pátý je tolerance. U některých odporů může být zcela vpravo ještě šestý pruh definující tepelný koeficient odporu, tento pruh je výrazně širší.

Barva	1.pruh	2.pruh	3.pruh	násobitel	tolerance
	0	0	0	10^0	
Hnědá	1	1	1	10^1	±1 %
Červená	2	2	2	10^2	±2 %
Oranžová	3	3	3	10^3	
Žlutá	4	4	4	10^4	
Zelená	5	5	5	10^5	±0,5 %
Modrá	6	6	6	10^6	±0,25 %
Fialová	7	7	7	10^7	±0,1 %
Šedá	8	8	8	10^8	±0,05 %
Bílá	9	9	9	10^9	
Zlatá				10^{-1}	±5 %
Stříbrná				10^{-2}	±10 %
žádná					±20 %

Při určování odporu rezistoru musíme nejdříve zjistit, na které straně tělíska jsou proužky naneseny blíže ke kraji rezistoru. Tam je začátek barevného kódu a odtud se stanoví pořadí proužků k opačnému konci. První, druhý (u pěti proužkového kódu i třetí) proužek zleva udává dvojčíslí (trojčíslí), které patří do číselné řady jmenovitých hodnot (např. E I2). Třetí (čtvrtý u pěti proužkového) proužek určuje jaká je mocnina daného čísla. Čtvrtý proužek (pátý u 5-ti proužkového) značí dovolenou toleranci v procentech. Tento údaj je méně důležitý. Avšak stříbrný nebo zlatý proužek na kraji rezistoru poslouží jako dobrý orientační bod, protože tento proužek je vždy vpravo. Příklad je uveden na obr. 47.



Obr. 46



Obr. 47

3.3.4 | Kovový vodič z hlediska vnitřní struktury

3.3.4.1 | Vedení elektrického proudu

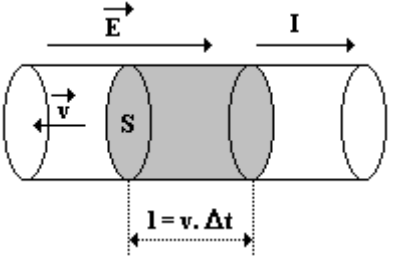
Valenční elektrony jsou k atomovým jádrům vázány slabými silami. V krystalech kovů jsou prakticky volné a chaoticky se pohybují mezi kladnými ionty krystalové mřížky. Těmto vodivostním elektronům se říká **elektronový plyn**, protože chaotický pohyb elektronů je možné přirovnat k tepelnému pohybu molekul plynu. Celkový počet vodivostních elektronů je srovnatelný s počtem atomů ve vodiči. Střední kinetická rychlost chaotického pohybu elektronů je velká (řádově $10^5 - 10^6\ \mathrm{m\,s^{-1}}$) a prakticky nezávisí na teplotě.

Připojíme-li vodič ke svorkám zdroje, vznikne v celém objemu vodiče elektrické pole. Jeho působením je záporně nabitý elektron unášen proti směru elektrické intenzity (což vyplývá dohodnutého směru elektrického proudu). Tedy vedle chaotického pohybu elektronů dochází ještě k

uspořádanému unášivému pohybu, který je podstatou elektrického proudu v kovech. Nepravidelnosti krystalové mříže brzdí pohyb elektronů, což se navenek projeví jako odpor vodiče.

I zde platí analogie mezi elektrickým proudem (tj. usměrněným pohybem nabitých částic) a větrem (tj. pohybem částic vzduchu jedním směrem).

Nechť má vodič průřez S, hustota vodivostních elektronů je N_V a velikost rychlosti jejich unášivého pohybu je v (obr. 48). Potom v objemu $Sv\Delta t$ je celkem $N_V Sv\Delta t$ elektronů. Za uvažovanou dobu Δt tedy projde uvedeným průřezem vodiče náboj $\Delta Q = N_V Sv\Delta te$. Proud, který vodičem proteče, je $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = N_V Sve$. Velikost rychlosti unášivého pohybu elektronů je velmi malá ve srovnání s velikostí rychlosti jejich tepelného pohybu (řádově $10^{-4}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$).



Obr. 48

Skutečnost, že např. po zapnutí vypínače u dveří místnosti se okamžitě rozsvítí žárovka visící uprostřed místnosti, je způsobena tím, že se elektrony začnou pohybovat všechny najednou. „Nerozjíždějí se“ tedy jako auta na křižovatce (vyjede první, druhý mezitím řadí a pak teprve vyjede, pak řadí a vyráží třetí, ...), ale „rozjíždějí se“ najednou. Jakmile je vytvořeno elektrické pole - a to je vytvořeno v okamžiku zapnutí obvodu - všechny elektrony se začnou pohybovat uspořádaným unášivým pohybem. Proto se žárovka rozsvítí okamžitě.

3.3.4.2 | ***Vysvětlení závislosti odporu kovu na teplotě

Z Ohmova zákona vyplývá, že při konstantní teplotě je velikost unášivé rychlosti *v* přímo úměrná velikosti elektrické intenzity pole ve vodiči. Připojíme-li vodič délky *l* o měrném odporu ρ ke zdroji o svorkovém napětí *U*, můžeme postupně psát: $I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho l} = E\frac{S}{\rho} = N_V Sve$. Odtud pro velikost rychlosti pohybu elektronů dostáváme $v = \frac{1}{N_V e \rho} E = \mu_e E$, kde μ_e je pohyblivost elektronů; $[\mu_e] = \mathrm{m^2.V^{-1}.s^{-1}}$.

Elektrický odpor kovových vodičů je důsledkem srážek vodivostních elektronů s nepravidelnostmi krystalové mříže. U čistých kovů se za obvyklých teplot (řádově $300\,\mathrm{K}$)

projevují především tepelné kmity iontů mříže. S rostoucí teplotou se amplituda kmitů zvětšuje a srážky iontů s elektrony jsou častější - odpor vodiče roste a velikost unášivé rychlosti elektronů klesá. Teplotní součinitel odporu má u čistých kovů hodnotu okolo $4.10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$.

Ve slitinách kovů se mnohem více uplatňují trvalé nepravidelnosti mříže. Měrný odpor slitin je proto větší něž měrný odpor čistých kovů, z nichž je slitina vytvořena, a teplotní součinitel odporu je malý.

3.3.5 | Spojování rezistorů

Elektrotechnická zařízení se většinu skládají z velkého počtu zdrojů, rezistorů, kondenzátorů a dalších součástek, které jsou spojeny do složitějších obvodů, tzv. elektrických sítí.

Základem i pro řešení složitějších elektrických sítí je znalost základních elektrických obvodů:

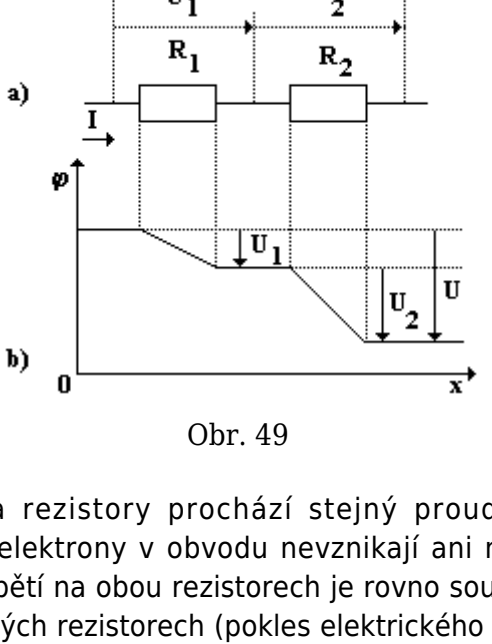
1. sériové spojení rezistorů
2. paralelní spojení rezistorů

3.3.5.1 | Sériové spojení rezistorů

Při vyšetřování celkového odporu dvou sériově spojených rezistorů o odporech R_1 a R_2 (obr. 49a) zanedbáme odpor spojovacích vodičů.

Zanedbání odporu spojovacích vodičů je

v elektrotechnice časté. Spojovací vodiče totiž mají odpor řádově tisíciny (setiny) ohmů, zatímco odpory rezistorů zařazených do obvodů jsou výrazně větší. Proto je toto zanedbání naprosto v pořádku.



Obr. 49

Oběma rezistory prochází stejný proud *I*, neboť vodivostní elektrony v obvodu nevznikají ani nezanikají. Celkové napětí na obou rezistorech je rovno součtu napětí na jednotlivých rezistorech (pokles elektrického potenciálu je znázorněn na obr. 49b): $U = U_1 + U_2$. Podle Ohmova zákona lze psát: $U = R_1 I + R_2 I = RI$.

CELKOVÝ ODPOR R REZISTORU, KTERÝ EKVIVALENTNĚ NAHRADÍ SÉRIOVÉ SPOJENÍ

REZISTORŮ O ODPORECH R_1 A R_2, JE ROVEN SOUČTU ODPORŮ JEDNOTLIVÝCH REZISTORŮ: $R = R_1 + R_2$.

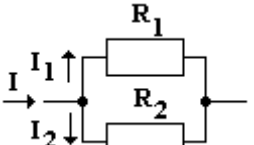
Celkové napětí se při sériovém spojení rezistorů rozdělí v poměru jednotlivých odporů: $U : U_1 : U_2 = R : R_1 : R_2$.

Odvozený vztah je možné zobecnit na libovolný počet sériově spojených rezistorů.

3.3.5.2 | Paralelní spojení rezistorů

Při paralelním spojení dvou rezistorů o odporech R_1 a R_2 je na obou stejné napětí *U*. Celkový proud je roven součtu proudů procházejících jednotlivými rezistory: $I = I_1 + I_2$, neboť každý vodivostní elektron projde jen jedním rezistorem (viz obr. 50). Podle Ohmova zákona je možné psát: $I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R}$. Pro celkový odpor a vodivost dané části obvodu dostáváme: $G = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = G_1 + G_2$.

PŘEVRÁCENÁ HODNOTA CELKOVÉHO ODPORU R REZISTORU, KTERÝ EKVIVALENTNĚ NAHRAZUJE PARALELNÍ ZAPOJENÍ REZISTORŮ O ODPORECH R_1 A R_2, JE ROVNA SOUČTU PŘEVRÁCENÝCH HODNOT SPOJOVANÝCH REZISTORŮ: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.



Obr. 50

Proud se při paralelním spojení rezistorů rozdělí v poměru $I : I_1 : I_2 = G : G_1 : G_2 = \frac{1}{R} : \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2}$.

Odvozený vztah je možné zobecnit na libovolný počet paralelně spojovaných rezistorů.

3.3.6 | Zatěžovací charakteristika zdroje, Ohmův zákon pro uzavřený obvod

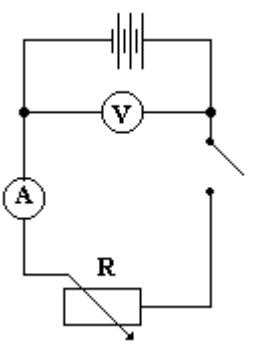
Vyjdeme ze schématu, které je znázorněno na obr. 51. K pólům zdroje (např. plochá baterie) připojíme voltmetr a změříme napětí nezatíženého zdroje (napětí naprázdno) U_0.

Voltmetrem sice prochází nepatrný proud, ale ten lze zanedbat.

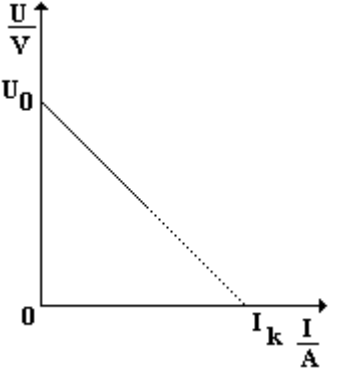
Platí $U_0 = U_e$ (tzv. napětí naprázdno). Potom sepneme spínač, postupně zvyšujeme proud *I* v obvodu

zmenšováním odporu R reostatu a měříme odpovídající svorkové napětí U. Ze změřených hodnot proudu v obvodu a svorkového napětí zdroje lze sestrojit graf závislosti svorkového napětí na odebíraném proudu - tzv. **zatěžovací charakteristika zdroje** (obr. 52).

Zatěžovací charakteristika ploché baterie má lineární průběh. S rostoucím proudem se svorkové napětí zmenšuje a rozdíl $U_0 - U$ je přímo úměrný proudu. Baterie se chová jako by byla složena z **ideálního zdroje** s konstantním napětím $U_e = U_0$ a z rezistoru o odporu R_i, který se nazývá **vnitřní odpor zdroje**. Úbytek napětí na vnitřním odporu je $U_0 - U = R_i I$. Odtud již dostáváme lineární průběh zatěžovací charakteristiky: $U = U_0 - R_i I$. Pomocí Ohmova zákona pro část obvodu můžeme pro svorkové napětí psát $U = RI$. Pro elektromotorické napětí je pak možné psát: $U_e = U_0 = U + R_i I = (R + R_i) I$.



Obr. 51



Obr. 52

Fakt, že svorkové napětí *U* je vždy menší (nebo rovno) než napětí elektromotorické U_e, má nyní jasnou příčinu: část elektromotorického napětí „se ztrácí“ na vnitřním odporu zdroje. Voltmetrem je možné měřit pouze svorkové napětí zdroje - vnitřní odpor není možné z měření „vynechat“. Pouze v případě nezatíženého zdroje (zdroj napětí, který není připojen k elektrickému obvodu) je možné naměřit přímo elektromotorické napětí.

Napětí udávané na bateriích (např. u ploché $4{,}5\,\mathrm{V}$, tužkové $1{,}5\,\mathrm{V}$, ...) je napětí elektromotorické.

Ohmův zákon pro uzavřený obvod můžeme vyjádřit opět ve formě úměry mezi proudem a napětím: $I = \frac{U_e}{R + R_i}$, kde $R + R_i$ je celkový odpor obvodu.

Kdybychom zmenšovali odpor *R* reostatu až k nule, nastalo by spojení nakrátko (zkrat) a obvodem by procházel proud $I_k = \frac{U_e}{R_i}$.

Odběr velkých proudů ze zdroje o malém vnitřním odporu může vést k poškození zdroje nebo vedení. Proto se do elektrických obvodů zařazují **pojistky** a **jističe**, které při překročení určité hodnoty proudu obvod přeruší. Podle velikosti vnitřního odporu zdroje rozlišujeme zdroje:

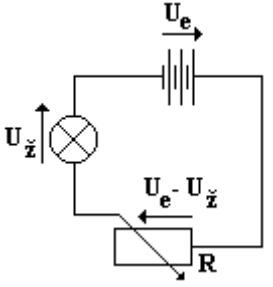
1. měkké - mají velký vnitřní odpor, a proto dodávají proudy pro lidské tělo bezpečné
2. tvrdé - mají malý vnitřní odpor, a proto proudy jimi dodávané jsou lidskému tělu nebezpečné

3.3.7 | Sériové a paralelní obvody

3.3.7.1 | Regulace proudu a napětí reostatem

Reostat zapojujeme se spotřebičem sériově podle obr. 53, kde spotřebičem je žárovka. *R* je odpor té části reostatu, na níž je napětí $U_e - U_ž$. Pro proud *I*, který prochází obvodem, tedy platí $I = \frac{U_e - U_ž}{R}$.

Změnou odporu reostatu lze regulovat proud procházející obvodem. Nejmenších hodnot proudu dosáhneme při plném odporu reostatu.

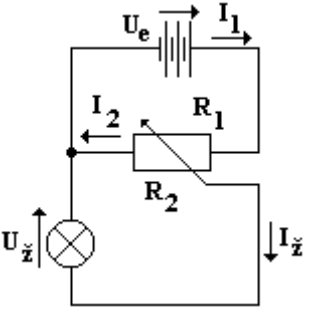


Obr. 53

3.3.7.2 | Regulace proudu a napětí potenciometrem

Potenciometrem lze regulovat napětí na spotřebiči (žárovce) od nulové hodnoty. Obvod (viz obr. 54) je kombinací sériového a paralelního spojení rezistorů. Celkový odpor potenciometru je $R_p = R_1 + R_2$ a pro jednotlivé veličiny v obvodu platí: $I_2 = \frac{U_ž}{R_2}$, $I_1 = I_ž + I_2 = I_ž + \frac{U_ž}{R_2}$ a $U_e - U_ž = R_1 I_1 = \left(R_p - R_2\right)\left(I_ž + \frac{U_ž}{R_2}\right)$. Odtud je již možné určit odpor R_2 (vyřešením kvadratické rovnice) a tak zjistit nastavení potenciometru.

Uvedenému zapojení potenciometru se též říká **dělič napětí**, neboť rozděluje elektromotorické napětí zdroje na dvě části.



Obr. 54

3.3.7.3 | Konstrukce a změna rozsahu ampérmetru a voltmetru

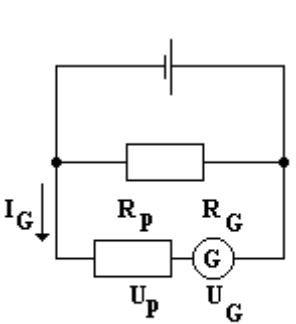
Základem většiny ručkových přístrojů je citlivý magnetoelektrický galvanometr, v němž se využívá silového působení magnetického pole na vodič s proudem. Plná výchylka ručky galvanometru nastává již při poměrně malém proudu I_{Gmax}. Na galvanometru je přitom malé napětí U_{Gmax}. Tyto hodnoty představují základní rozsah galvanometru. Odpor galvanometru je $R_G = \frac{U_{Gmax}}{I_{Gmax}}$.

Těchto poznatků se využívá při konstrukci ampérmetru a konstrukci voltmetru.

3.3.7.3.1 | Voltmetr

Voltmetr zapojujeme paralelně ke spotřebiči, na němž měříme napětí. Abychom mohli zanedbat proud, který jím prochází, musí být vnitřní odpor voltmetru co největší. Chceme-li z galvanometru udělat voltmetr, je nutno zařídit, aby na samotném galvanometru bylo nejvýše jeho maximální napětí U_{Gmax}. To znamená zapojit s galvanometrem do série **předřadný rezistor** o odporu R_p (obr. 55). Potom galvanometrem i tímto předřadným rezistorem prochází stejný proud I_G. Má-li být napěťový rozsah voltmetru U_{Vmax} musí platit:

$U_{V\max} = U_p + U_{G\max} = R_p I_G + R_G I_G = R_p \frac{U_{G\max}}{R_G} + U_{G\max}$. A odtud $R_p = \left(\frac{U_{V\max}}{U_{G\max}} - 1 \right) R_G$.



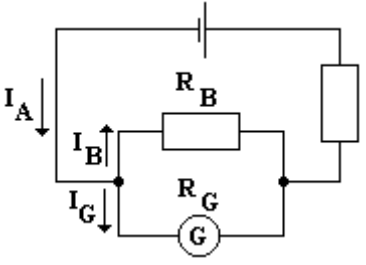
Obr. 55

Analogicky se postupuje při zvětšování rozsahu již existujícího voltmetru.

3.3.7.3.2 | Ampérmetr

Ampérmetr se zapojuje do série se spotřebičem, u něhož chceme měřit procházející proud. Aby na ampérmetru vznikalo jen zanedbatelné napětí, musí být jeho odpor co nejmenší. Chceme-li z galvanometru udělat ampérmetr, je nutno zařídit, aby samotným galvanometrem procházel nejvýše proud $I_{G\max}$. To

znamená připojit ke galvanometru paralelně rezistor o odporu R_B (obr. 56), který se nazývá **bočník**. Na galvanometru i bočníku je stejné napětí U_G. Má-li být proudový rozsah ampérmetru I_{Amax}, musí platit: $I_{Amax} = I_{Gmax} + I_B$. Po dosazení dostáváme $I_{Amax} = I_{Gmax} + \frac{U_{Gmax}}{R_B} = I_{Gmax} + \frac{I_{Gmax} . R_G}{R_B}$. Odtud $R_B = \frac{R_G}{\frac{I_{Amax}}{I_{Gmax}} - 1}$.



Obr. 56

Analogicky lze postupovat při zvětšování rozsahu již existujícího ampérmetru.

V praxi se často používají univerzální měřící přístroje, v nichž připojováním vhodného předřadného rezistoru či bočníku k jedinému galvanometru získáme voltmetr či ampérmetr s rozsahem, který právě potřebujeme. V digitálních měřících přístrojích je galvanometr s ručkou nahrazen integrovaným obvodem a displejem z kapalných krystalů.

3.3.7.4 | Měření odporu rezistoru

Odpor rezistoru se ve většině případů měří tak, že voltmetrem změříme elektrické napětí *U* na daném rezistoru a ampérmetrem elektrický proud *I*, který daným rezistorem prochází. Na základě těchto dvou údajů pak můžeme odpor rezistoru *R* určit na základě vztahu .

Tato metoda je použitelná pro určení odporu jakékoliv součástky (rezistor, termistor, fotorezistor, diodu, LED, ...), protože využívá aktuálního napětí měřeného na dané součástce a aktuálního proudu, který danou součástkou prochází. Není nutný žádný předpoklad o tom, jak vypadá voltampérová charakteristika dané součástky.

Ve všech dále uvedených variantách měření odporu rezistoru budeme uvažovat obvod připojený ke zdroji svorkového napětí *U*. Při skutečném měření je vhodné toto napětí (a tedy i proud procházející měřeným rezistorem) měnit (např. pomocí reostatu). Principiálně ale budeme mít v každém okamžiku (tj. při každém z několika provedených měření) měřený rezistor připojený k určitému zdroji o svorkovém napětí *U*.

Pokud bychom měli k dispozici zdroj daný svým elektromotorickým napětím a vnitřním odporem zdroje, určíme nejdříve na základě Ohmova zákona pro celý

obvod svorkové napětí zdroje.

Voltmetr připojujeme k měřenému rezistoru paralelně a ampérmetr sériově, ale i tak máme dvě základní možnosti - viz schémata elektrických obvodů na obr. 57 a obr. 58. V obou těchto zapojeních přitom neuvažujeme vnitřní odpory měřících přístrojů.

Uvedené způsoby zapojení jsou ve shodě s předpokladem, že nebudeme uvažovat vnitřní odpory obou přístrojů. Znamená to, že uvažujeme kvalitní měřící přístroje. Kvalitní ampérmetr má téměř nulový (ideální ampérmetr m přesně nulový) vnitřní odpor, a proto se zařazuje do obvodu sériově. Neovlivní tak proud, který daným obvodem prochází.

Kvalitní voltmetr má velmi vysoký (ideální voltmetr má nekonečně velký) vnitřní odpor, a proto se k dané součástce v obvodu zapojuje paralelně. V tom případě ani tento přístroj neovlivní měřenou součástku, protože jím bude procházet nulový proud; všechen proud poteče druhou větví, k níž je voltmetr paralelně připojen.

Chyba načtení: E_kovy_soubory/mereni_odporu/image002.jpg
Obr. 57

Chyba načtení: E_kovy_soubory/mereni_odporu/image003.jpg
Obr. 58

V zapojení podle schématu zobrazeného na obr. 57 pro elektrický proud naměřený ampérmetrem platí . Napětí na voltmetru pak je . Měřená hodnota odporu

rezistoru tedy je . Tedy naměříme stejnou hodnotu odporu, jaký daný rezistor má.

Veličinu s příslušnými indexy zavádíme proto, abychom odlišili hodnotu odporu R rezistoru, která je na daném rezistoru napsána, od hodnoty odporu, kterou počítáme na základě měření. Jak bude uvedeno dále, ne vždy budou tyto dvě hodnoty stejné.

V zapojení podle schématu zobrazeného na obr. 58 voltmetr ukáže hodnotu napětí a ampérmetr ukáže hodnotu proudu . Tedy přesně stejná situace jako v předchozím případě. Proto naměřená hodnota odporu rezistoru je .

Při pečlivém měření je ale nutné si uvědomit, že jak voltmetr tak ampérmetr nejsou ideální součástky. Každá z nich má svůj vnitřní odpor. Označme vnitřní odpor voltmetru a vnitřní odpor ampérmetru .

Na schématech zobrazených na obr. 59 a obr. 60 tak symboly „V v kroužku“ a „A v kroužku“ reprezentují opět ideální přístroje (ideální voltmetr a ideální ampérmetr). Vnitřní odpory obou měřících přístrojů jsou k těmto ideálním přístrojům připojeny sériově.

I v tomto případě máme dvě možnosti, jak daný obvod zapojit - viz schémata zobrazená na obr. 59 a obr. 60.

Chyba načtení: E_kovy_soubory/mereni_odporu/image014.jpg
Obr. 59

Chyba načtení: E_kovy_soubory/mereni_odporu/image015.jpg
Obr. 60

V zapojení podle obr. 59 jsou rezistor o odporu R a vnitřní odpor voltmetru spojeny paralelně a k nim je sériově připojen vnitřní odpor ampérmetru. Paralelní spojení rezistorů o odporech R a [×] můžeme nahradit jediným rezistorem o odporu [×]. Celkový odpor obvodu, který je zapojen podle schématu zobrazeného na obr. 59 (tj. sériové zapojení rezistorů o odporech [×] a [×]), tedy je dán vztahem [×]. Ampérmetr tedy ukáže hodnotu elektrického proudu danou vztahem: [×]. Napětí, které ukáže voltmetr, je dáno vztahem [×]. Pro měřenou hodnotu odporu [×] tedy můžeme psát [×]. Tento vztah můžeme dále upravit vytknutím a následným zkráceným na tvar [×].

Měřená hodnota odporu je tedy v tomto případě hodnota odporu rezistoru, kterým lze ekvivalentně nahradit paralelní zapojení rezistoru o odporu R a vnitřního odporu voltmetru. A to je ve shodě se schématem zobrazeným na obr. 59.

Hodnota odporu [×] (tedy hodnota, kterou skutečně na základě údajů voltmetru a ampérmetru změříme) by měla být stejná jako hodnota odporu R v obvodu zapojeného rezistoru. Z posledního vztahu je ale zřejmé, že měřená hodnota je ovlivněna vnitřním odporem voltmetru. Vzhledem k tomu, že kvalitní voltmetry mají hodnoty vnitřních odporů velmi velké (řádově desítky kiloohmů až megaohmy), je zřejmé, že pro hodnoty odporů R, které jsou výrazně menší než hodnota vnitřního odporu voltmetru, bude poslední vztah velmi dobře ve shodě se

skutečností a měření odporu nebude hodnotou vnitřního odporu příliš ovlivněno.

Bude-li mít vnitřní odpor voltmetru hodnotu např. ×
a bude-li mít měřený rezistor odpor např. ×, pak pro hodnotu měřeného odporu × dostaneme: ×. Při měření s kvalitnějším voltmetrem (tj. s voltmetrem, jehož vnitřní odpor bude mít vyšší hodnotu), získáme údaj, který se liší od skutečné hodnoty odporu *R* ještě méně.

Nyní prostudujeme zapojení obvodu podle schématu na obr. 60. V tomto obvodu je rezistor o odporu *R* zapojen sériově s vnitřním rezistorem ampérmetru ×. Toto sériové zapojení rezistorů o odporech *R* a × lze nahradit jediným rezistorem o odporu ×. Ze schématu je zřejmé, že ampérmetrem tedy poteče elektrický proud ×. Voltmetr zapojený paralelně ke zdroji napětí *U* ukáže hodnotu ×. Pro měřenou hodnotu odporu × tedy můžeme psát: ×.

Měřená hodnota odporu je tedy v tomto případě hodnota odporu rezistoru, kterým lze ekvivalentně nahradit sériové zapojení rezistoru o odporu *R* a vnitřního odporu ampérmetru. A to je ve shodě se schématem zobrazeným na obr. 60.

Hodnota odporu × (tedy hodnota určená na základě měření ampérmetrem a voltmetrem) závisí na vnitřním odporu ampérmetru ×. A přitom by tato hodnota měla být stejná, jako je hodnota měřeného odporu *R* rezistoru zapojeného do obvodu. Uvědomíme-li si, že kvalitní ampérmetry mají hodnoty vnitřních odporů velmi malé, je

zřejmé, že pro velké hodnoty odporů R rezistoru zapojeného do obvodu nebude měření odporu vnitřním odporem ampérmetru ovlivněno.

Na základě provedených výpočtů můžeme tedy formulovat závěr:

1. pro hodnoty odporů zapojeného rezistoru, které jsou výrazně menší než hodnota vnitřního odporu voltmetru (tj. pro), lze měřit hodnotu odporu R (resp.) pomocí obvodu, jehož schéma je na obr. 59;
2. pro hodnoty odporů zapojeného rezistoru, které jsou výrazně větší než hodnota vnitřního odporu ampérmetru (tj. pro), lze měřit hodnotu odporu R (resp.) pomocí obvodu, jehož schéma je na obr. 60.

3.3.8 | Kirchhoffovy zákony

Složitější elektrické obvody se nazývají **elektrické sítě**. **Uzel** sítě je místo, kde se vodivě stýkají alespoň tři vodiče. Vodivé spojení sousedních uzlů se nazývá **větev**.

Při řešení sítí obvykle známe napětí zdrojů a odpory rezistorů a hledáme proudy, které procházejí jednotlivými větvemi, a napětí jednotlivých rezistorů. Rovnice potřebné k „vyřešení sítě“ sestavíme na základě zákonů, které objevil v roce 1841 německý fyzik Gustav Robert Kirchhoff (1824 - 1887).

Elektrický proud v elektrické síti si lze představit jako vodu, která proudí potrubím. Tato analogie může některé problémy s představou elektrického proudu vyřešit. Ale je to jen analogie, takže má (jako jiné analogie) i svá omezení.

První Kirchhoffův zákon je formulován pro uzel elektrické sítě a je důsledkem zákona zachování elektrického náboje resp. zákona zachování energie.

ALGEBRAICKÝ SOUČET PROUDŮ V UZLU JE NULOVÝ. STÝKÁ-LI SE V UZLU n VĚTVÍ, PAK PLATÍ $\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$.

Jinými slovy částice s nábojem nemohu v uzlu vznikat ani zanikat. Proud, který od uzlu přiteče z něj musí také vytéct.

Druhý Kirchhoffův zákon je formulován pro jednoduchou smyčku elektrické sítě a říká, že celkový součet změn elektrického potenciálu v uzavřené smyčce je nulový:

SOUČET ÚBYTKŮ NAPĚTÍ NA REZISTORECH JE V UZAVŘENÉ SMYČCE STEJNÝ JAKO SOUČET ELEKTROMOTORICKÝCH NAPĚTÍ ZDROJŮ. NACHÁZÍ-LI SE VE SMYČCE n REZISTORŮ A m ZDROJŮ, PAK PLATÍ: $\sum_{k=1}^{n} R_k I_k = \sum_{j=1}^{m} U_{e_j}$ (RESP.

$$\sum_{k=1}^{n} R_k I_k - \sum_{j=1}^{m} U_{e_j} = 0 \text{).}$$

Napětí, které do dané smyčky obvodu „nacpou“ všechny zdroje napětí v této smyčce se přerozdělí na všechny rezistory, které jsou v této smyčce zapojeny.

Pokud bychom uvažovali vnitřní odpory zdrojů napětí, přerozdělí se celkové napětí zdrojů ve smyčce i na ně.

Ne u všech úloh je nutné postupovat přesně druhého Kirchhoffova zákona. Mnohdy si stačí uvědomit, jak jsou dané rezistory zapojené a jaké mají vlastnosti (stejný proud, stejné napětí, ...).

Doporučený postup při praktickém použití Kirchhoffových zákonů - při řešení elektrických sítí:

vyznačíme a označíme uzly

zvolíme označení a směr proudů v jednotlivých větvích (libovolně)

zvolíme a vyznačíme směr postupu v jednotlivých větvích (libovolně)

zapíšeme rovnici pro 1. Kirchhoffův zákon (proud, který do uzlu vtéká má kladné znaménko, proud, který vytéká záporné)

zapíšeme rovnici pro 2. Kirchhoffův zákon: je-li směr proudu v daném rezistoru totožný se směrem postupu, má úbytek napětí na tomto rezistoru kladné znaménko,

v opačném případě je znaménko úbytku napětí na rezistoru záporné; „narazíme-li“ při postupu na kladný pól zdroje, má elektromotorické napětí tohoto zdroje kladné znaménko, v případě, kdy „narazíme“ na záporný pól zdroje, má jeho elektromotorické napětí znaménko záporné (pravá strana rovnice je nulová)

sestavíme-li více rovnic, než je počet neznámých, můžeme jednu rovnici vynechat

3.3.9 | Elektrická práce a výkon v obvodu stejnosměrného proudu

Při přenesení náboje *Q* ve vnější části jednoduchého elektrického obvodu mezi svorkami zdroje o svorkovém napětí *U* vykonají síly elektrického pole práci $W = UQ$. Je-li proud v obvodu konstantní, platí $Q = It$ a lze tedy psát $W = UIt$. Má-li vnější část obvodu odpor *R*, platí $U = RI$ a tedy $W = RI^2t = \frac{U^2}{R}t$. Změny vnitřní energie vodičů způsobené průchodem proudu vedou ke zvýšení jejich teploty a k tepelné výměně mezi vodiči a okolím. Takto přenesená energie (teplo) Q_J se nazývá **Joulovo teplo**. Pokud nedochází zároveň k jiným přeměnám elektrické energie, je Joulovo teplo rovno elektrické práci: $Q_J = UIt = RI^2t = \frac{U^2}{R}t$.

Elektrická energie se může v obvodu měnit na

energii mechanickou (mixér, vrtačka, magnetofon, ...), tepelnou (kulma, toustovač, ...), světelnou, ...

Výkon elektrického proudu ve spotřebiči o odporu R vypočítáme ze vztahu $P = \frac{W}{t} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$. Uvnitř zdroje vykonají neelektrostatické síly práci $W_z = U_e Q$. Takto získaná energie se ale z části přemění ve vnitřní energii zdroje, čili můžeme hovořit o účinnosti elektrického obvodu: $\eta = \frac{W}{W_z} = \frac{UQ}{U_e Q} = \frac{U}{U_e}$. Můžeme ji také vyjádřit pomocí Ohmova zákona pro uzavřený obvod: $\eta = \frac{RI}{(R+R_i)I} = \frac{R}{R+R_i}$. Účinnost je tedy tím větší, čím menší je vnitřní odpor zdroje v porovnání s odporem spotřebiče.

Pozor! Takto definovaná účinnost je účinnost obvodu resp. zdroje. Udává, jaká část celkové energie produkované zdrojem napětí se dostane do vnější části obvodu - tj. ke spotřebiči. Neříká nic o účinnosti přeměny energie v samotném spotřebiči!!!

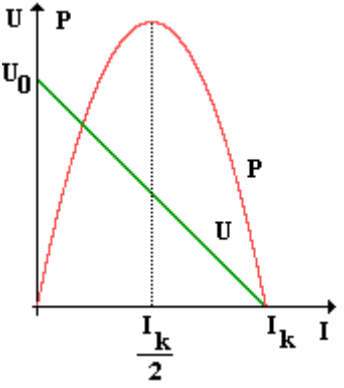
Zmenšujeme-li odpor spotřebiče připojeného ke zdroji o elektromotorickém napětí U_e a vnitřním odporu R_i, proud procházející obvodem se zvětšuje. Výkon ve spotřebiči je $P = UI = (U_e - R_i I)I = U_e I - R_i I^2$ a závisí na proudu kvadraticky - grafem závislosti výkonu na spotřebiči na procházejícím proudu je parabola (viz obr. 61). Z grafu je vidět, že maximálního výkonu dosáhneme,

když $I = \frac{I_k}{2} = \frac{U_e}{2R_i}$. V tom případě lze psát $I = \frac{U_e}{R + R_i} = \frac{U_e}{2R_i}$

a tedy $R = R_i$. Maximální výkon je $P_{max} = RI^2 = R_i \left(\frac{U_e}{2R_i} \right)^2$.

Účinnost obvodu při maximálním výkonu je $\eta = \frac{R_i}{2R_i} = 50\ \%$.

Jednoduché elektrické zdroje (např. kapesní svítilna, automobil, …) jdou navrženy tak, aby se dosáhlo rozumného kompromisu mezi maximální účinností a maximálním výkonem.



Obr. 61

3.4 | ELEKTRICKÝ PROUD V

POLOVODIČÍCH

3.4.1 | Polovodiče

Polovodiče byly teoreticky předpovězeny ve 20. letech 20. století, ale první byly vyrobeny až po druhé světové válce. Od té doby se jejich výroba stále zdokonalovala a dnes jsou součástí řady elektronických zařízení.

Podle měrného elektrického odporu lze látky rozdělit na:

1. kovy - $\rho \in \left(10^{-8};10^{-6}\right)\ \Omega.\mathrm{m}$, nejlepším vodičem je stříbro: $\rho_{Ag} = 1,6.10^{-8}\ \Omega.\mathrm{m}$
2. polovodiče - $\rho \in \left(10^{-6};10^{8}\right)\ \Omega.\mathrm{m}$
3. izolanty - $\rho \in \left(10^{8};\infty\right)\ \Omega.\mathrm{m}$, nejlepším izolantem je diamant: $\rho_{diamant} = 3.10^{16}\ \Omega.\mathrm{m}$

Při srovnání měrného odporu nejlepšího vodiče (stříbra) a nejlepšího izolantu (diamant) zjistíme, že se liší o 24 řádů!!! Neexistuje ve fyzice jiná charakteristika látek, která by měla tak široký interval.

A přitom dělení podle měrného odporu je nejlepší, jak rozdělit látky na vodiče, polovodiče a izolanty.

Druhým kritériem, pomocí něhož lze definovat polovodič, je teplotní závislost odporu:

1. kovy - s rostoucí teplotou roste měrný odpor

(a tedy i odpor)

2. polovodiče - s rostoucí teplotou většinou měrný odpor (a tedy i odpor) klesá

Mezi polovodiče patří řada pevných látek - křemík, germánium, selen, telur, uhlík (grafit), sulfid olovnatý, sulfid kademnatý, arsenid galia, ...

3.4.2 | Vznik a vedení elektrického proudu v polovodičích

Existují dva základní mechanismy vedení elektrického proudu v polovodičích:

1. vlastní vodivost - způsobena pouze samotným prvkem, který tvoří polovodič
2. příměsová vodivost - do daného prvku se přidávají prvky jiné, které výrazným způsobem ovlivňují vodivost polovodiče

V této souvislosti je nutné pečlivě rozlišit mezi dvěma pojmy:

1. nečistota - ve struktuře polovodiče se objevuje nahodile a její přítomnost není žádána. Do struktury polovodiče se dostává např. při tuhnutí taveniny přímo při výrobě krystalu polovodiče.
2. příměs - do struktury polovodiče se zabudovává cíleně tak, aby požadovaným způsobem ovlivnila vodivost polovodiče

3.4.2.1 | Vlastní polovodiče

Vlastní polovodič je polovodič neobsahující žádné příměsi.

Mohou se ale v jeho struktuře objevit nějaké nečistoty, ale ty nebudeme v dalším výkladu uvažovat.

Nejvýznamnějším materiálem pro výrobu polovodičových součástek je čistý monokrystalický křemík. Atom křemíku má 14 elektronů, z nichž je 10 pevně vázáno k jádru a zbývající 4 vytvářejí elektronové vazebné dvojice se čtyřmi sousedními atomy v krystalové mřížce. Křemík krystalizuje v diamantové struktuře, tj. plošně centrovaná kubická soustava. Na uvolnění elektronu z této kovalentní vazby je zapotřebí energie, která překoná vazebnou energii $E_v = 1{,}1\ \mathrm{eV}$. Tuto energii musí elektron získat najednou a jsou tyto možnosti jejího získání:

1. tepelná excitace - kladné ionty krystalové mřížky neustále kmitají kolem svých rovnovážných poloh. Díky tomuto pohybu může elektron získat energii, která stačí na překonání energie vazebné. Při pokojových teplotách ($T \approx 300\ \mathrm{K}$) je energie tepelných kmitů $E \doteq 0{,}025\ \mathrm{eV}$ a uvolňuje se tedy tímto způsobem velice málo elektronů. S rostoucí teplotou se jejich počet ale zvětšuje.
2. světelná excitace (vnitřní fotoefekt) - elektron

může energii získat dopadem elektromagnetického záření (a tedy i světla). Záření má energii, která je přímo úměrná jeho frekvenci. Energie viditelného světla se pohybuje v rozmezí $1,5-3,1\ \mathrm{eV}$.

Viditelné světlo tedy může způsobit excitaci elektronu resp. jeho vytržení z krystalické mříže atomu.

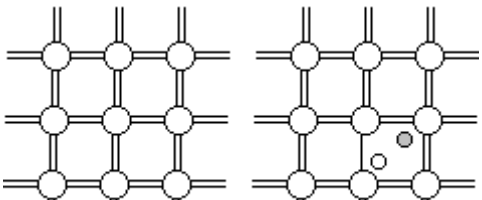
3. excitace silným elektrickým polem - při pokojových teplotách nepřipadá tento způsob excitace v úvahu, neboť by byla nutná elektrická intenzita takové velikosti, která by daný materiál zničila (nastal by tzv. elektrický průraz materiálu).

Dojde-li k uvolnění elektronu (○), začne se pohybovat krystalem. Na jeho místě vzniká prázdné místo, které má kladný náboj a které se může v krystalu také pohybovat. Tato kvazičástice (objekt, který se chová skoro jako částice) se nazývá **díra** (●). Pohyb díry se děje v krystalu tak, že na chybějící místo po uvolněném elektronu se dostane jiný elektron a díra tedy vznikne jinde.

... tak se vlastně díra přesunula na jiné místo krystalu.

Proces vzniku páru elektron - díra se nazývá **generace**. Ke generaci je nutno dodat energii.

Tuto energii lze dodat jedním z výše uvedených způsobů.



Obr. 62

Struktura polovodiče bude zakreslována pouze v rovině tak, jak ukazuje obr. 62. Ve skutečnosti se jedná pochopitelně o trojrozměrný útvar.

Dojde-li k setkání elektronu a díry, ztrácí elektron část své energie a zapojuje se opět do vazebné dvojice. Tomuto procesu se říká **rekombinace**. Při rekombinaci se uvolňuje energie. V polovodiči se při stálé teplotě udržuje dynamická rovnováha mezi generací a rekombinací.

Zapojíme-li polovodič do elektrického obvodu, vzniká v něm elektrické pole, které způsobuje upořádaný pohyb děr ve směru elektrické intenzity a volných elektronů ve směru opačném. Výsledný elektrický proud v polovodiči je součtem proudu elektronového a děrového: $I = I_e + I_d$. Hustota elektronů se s rostoucí teplotou zvětšuje, proto měrný elektrický odpor klesá na rozdíl od kovů, kde je hustota volných elektronů konstantní a měrný odpor se s rostoucí teplotou zvětšuje. V kovech totiž nedochází k uvolňování dalších elektronů z vazeb mříže.

Právě popsaný typ elektrické vodivosti se nazývá

vlastní vodivost.

Vlastní proto, že do struktury polovodiče nebyla přidána žádná příměs.

3.4.2.2 | Příměsové polovodiče

Příměsové polovodiče jsou polovodiče, které obsahují příměsi - atomy jiného prvku.

Energie, která je nutná k odtržení elektronu od atomu prvku, podstatným způsobem ovlivňuje vlastnosti polovodičů. Cizí atom se může vyskytovat v:

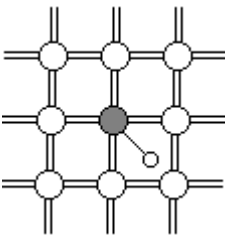
1. substituční poloze - nahradí vlastní atom v jeho poloze v krystalické mřížce
2. intersticiální poloze - cizí atom se nachází mimo krystalickou mřížku, mimo tzv. uzlové body

V polovodičích se využívá substituční poloha, protože při umístění do intersticiální polohy se mění i objem polovodiče. S rostoucím objemem klesá objemová hustota vodivostních částic (počet částic na jednotku objemu), což se výrazně projeví na vodivosti polovodiče. K výrazným změnám vlastností polovodičů dochází totiž už při koncentraci 1 atom cizího prvku na 10^8 atomů čistého prvku (většinou křemíku). Vodivost vyvolaná pomocí příměsí se nazývá **příměsová vodivost**.

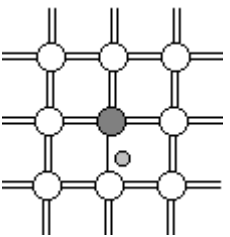
Přidáme-li do křemíku, který se nachází ve čtvrté skupině periodické soustavy prvků (PSP), prvek z páté

skupiny (P, As, Sb, ...), podílí se jen čtyři z pěti valenčních elektronů na kovalentní vazbě s křemíkem. Pátý elektron je vázán slabě (viz obr. 63), může se uvolnit a začít se pohybovat krystalem. Prvky 5. skupiny se stávají nepohyblivými kladnými ionty a nazývají se **donory** (dárci) - dávají k dispozici elektron. V takto upraveném krystalu převažují elektrony - jsou tedy **většinovými** (majoritními) nositeli náboje. Díry jsou **menšinové** (minoritní) nositelé náboje. Vytvořili jsme tak polovodič s **elektronovou vodivostí**, který se nazývá **polovodič typu N**.

Elektrony převažují proto, že kromě uvolněných elektronů od prvků z 5. skupiny PSP jsou v krystalu i volné elektrony vzniklé tepelnou generací. Mechanismy vlastní vodivosti nelze zrušit.



Obr. 63



Obr. 64

Přidáme-li do křemíku prvek ze třetí skupiny PSP (B, Al, Ga, In, ...), obsadí svými elektrony jen tři vazby. Po chybějícím elektronu, který by se podílel na další vazbě, vznikne díra (viz obr. 64), která může být snadno zaplněna

přeskokem elektronu z některého sousedního atomu křemíku. Díra se tak může pohybovat krystalem. Příměsi se stávají nepohyblivými zápornými ionty a nazývají se **akceptory** (příjemce).

Přijímají totiž elektrony od původního prvku polovodiče.

Majoritními nositeli náboje jsou díry, minoritními elektrony. Tímto způsobem vznikl polovodič s **děrovou vodivostí**, který se nazývá **polovodič typu P**.

Typy polovodičů si lze pamatovat jednoduše: elektronová vodivost je způsobena elektrony se záporným (negativním) nábojem a vzniká polovodič typu N; vodivost děrová je způsobena dírami s kladným (pozitivním) nábojem - vzniká polovodič typ P.

Hustota volných nositelů náboje v příměsových polovodičích je při nízkých teplotách konstantní. Při zvyšování teploty se začíná uplatňovat také vodivost vlastní, která zvyšuje koncentraci zejména minoritních nositelů náboje. U většiny polovodičových součástek je tento jev nežádoucí, proto musí být součástky chlazeny.

3.4.3 | Přechod PN

Řada polovodičových součástek využívá vlastnosti přechodů mezi polovodičem typu P a polovodičem typu N, které jsou vytvořeny vhodnou technologií v jediném krystalu polovodiče.

3.4.3.1 | Fyzikální podstata přechodu PN

Popišme děje, které budou probíhat v právě vytvořeném přechodu PN.

Vytvoření přechodu neznamená, že k sobě přiložíme polovodič typu P a polovodič typu N. Oba typy polovodiče se musí spojit na mikroskopické úrovni.

Po vytvoření přechodu bude docházet k difúzi děr z polovodiče typu P do polovodiče typu N (viz obr. 65).

Díry i elektrony jakožto nosiče náboje se totiž neustále chaoticky pohybují.

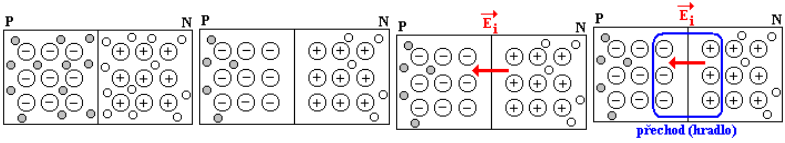
V polovodiči typu N díry rekombinují s elektrony. U rozhraní obou polovodičů se v polovodiči typu P objevují elektricky nevykompenzované nepohyblivé záporné ionty akceptorů.

Díry z okolí rozhraní obou polovodičů přešly částečně do polovodiče typu N a tam rekombinovaly („neutralizovaly se“) s elektrony.

Analogicky dochází k difúzi elektronů z polovodiče typu N do polovodiče typu P, kde rekombinují s dírami. U rozhraní obou typů polovodičů v polovodiči typu N vznikají nepohyblivé nevykompenzované kladné ionty donorů (viz obr. 66).

Ionty jsou pevně vázány do krystalické mříže a proto

se nemohou pohybovat. I kdyby se pohybovat mohly, jejich hmotnost je mnohem větší než hmotnost elektronů - proto by se pohybovaly výrazně pomaleji.



Obr. 65 Obr. 66 Obr. 67 Obr. 68

Vzniká tak **hradlová vrstva** (hradlo, přechod) silná asi $1\,\mu m$ s elektrickým polem, jehož intenzita směřuje z oblasti polovodiče N do oblasti polovodiče P (viz obr. 67). Toto elektrické pole brání dalšímu pronikání elektronů a děr do oblasti přechodu PN (viz obr. 68). V rovnovážném stavu se v této oblasti nenacházejí žádné částice s nábojem, proto má tato vrstva velký odpor.

Chceme-li nyní zapojit přechod PN do obvodu stejnosměrného proudu, jsou dvě možnosti.

Připojíme-li přechod PN tak, že oblast P připojíme ke kladnému pólu zdroje, vzniká v polovodiči působením zdroje elektrické pole, které je orientováno opačně než pole hradlové vrstvy (viz obr. 69). Dochází k potlačení („ztenčení“) této vrstvy a obvodem prochází elektrický proud. Přechod PN je zapojen v **propustném** (přímém) **směru**.

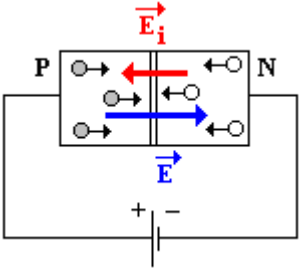
Díry jsou přitahovány k zápornému pólu zdroje, elektrony ke kladnému.

V případě, kdy zapojíme přechod PN tak, že ke

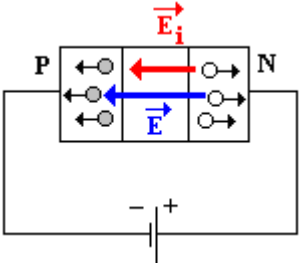
kladnému pólu zdroje připojíme oblast N, hradlová vrstva se zvětší. Elektrony z části polovodiče N jsou přitahovány vnějším elektrickým polem ke kladnému pólu zdroje a díry z části polovodiče P jsou přitahovány k zápornému pólu zdroje (viz obr. 70). Zvětší se tak oblast, v níž nejsou žádné volné nositelé náboje. V tomto případě proud přechodem neprochází a přechod PN je zapojen v **závěrném** (zpětném) **směru**.

Díky neuspořádanému pohybu vodivostních částic (děr i elektronů) i v tomto případě přes přechod PN teče velmi malý proud. Tento proud je ale zanedbatelný ve srovnání se zapojením stejného přechodu PN ke stejnému zdroji v propustném směru.

Průrazný režim přechodu PN je komplikovanější, protože některé typy průrazů jsou destruktivní, jiné nedestruktivní.



Obr. 69



Obr. 70

3.4.3.2 | Osvětlení přechodu

Pokud osvětlíme přechod PN, vznikají generací v oblasti přechodu elektrony a díry (potřebnou energii dodává světlo resp. obecně elektromagnetické záření). Záporně nabité elektrony jsou přitahovány ke kladně nabitým nevykompenzovaným iontům v oblasti N, zatímco kladné díry se pohybují do oblasti P. Přes hradlovou vrstvu se pohybují nabité částice a tedy obvodem protéká elektrický proud. V obvodu bychom naměřili napětí. Vzhledem k tomu, že vzniklo osvětlením přechodu, říká se mu fotoelektrické (fotoelektromotorické) napětí. Při osvětlení přechodu (hradla) došlo k uvolnění elektronů - nastal **hradlový fotoefekt**.

3.4.3.3 | ***Zapojení přechodu v závěrném směru

Vzhledem k tomu, že na přechodu PN se za normální situace nenacházejí žádní nositelé náboje (kromě minoritních), má přechod velký odpor. Zvětšováním napětí může dojít průrazu přechodu PN, ale ne každý průraz je destruktivní. Může nastat jeden z následujících typů průrazu:

1. tepelný průraz - zvětšováním napětí začíná procházet přechodem malý proud. Jeho

průchodem se uvolňuje Jouleovo teplo a následně dochází k excitaci nositelů náboje. Zvětší se proto vodivost, zvětší se i proud a následně i Jouleovo teplo. Tímto způsobem může při velké teplotě dojít k roztavení přechodu PN - přechod „zmizí“ a součástka ztrácí své polovodičové vlastnosti. Tento průraz je tedy destruktivní.

2. Zenerův průraz - dochází k němu při malé šířce přechodu, při níž se začínají uplatňovat kvantové jevy. Díky tunelovému jevu překoná nositel náboje potenciálovou bariéru, kterou představuje přechod PN, a zvětší se vodivost. Při vhodném uspořádání může být tento průraz užitečný; pak ho lze využít ke konstrukci Zenerovy diody.
3. lavinový průraz - při velké intenzitě vnějšího elektrického pole jsou elektrony urychlovány na dlouhé dráze (šířka přechodu PN). Získávají tak energii, která postačuje k uvolnění dalších elektronů z atomu. Uvolněný elektron s velkou energií může uvolnit další a dochází tedy k lavinovému uvolňování elektronů. Na místě elektronu vznikne díra, čili proces lavinového uvolňování elektronů je rovněž procesem lavinového uvolňování děr. Tím se zvětšuje vodivost přechodu PN.

3.4.4 | Polovodičové součástky

Polovodičové součástky lze rozdělit (kromě jiných druhů třídění) podle počtů přechodů PN:

1. 0 přechodů PN - termistor, fotorezistor, ...
2. 1 přechod PN - dioda, fotodioda, LED, ...
3. 2 přechody PN - tranzistor, ...
4. ...

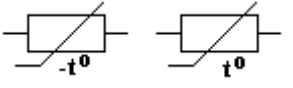
3.4.4.1 | Termistor

Termistory se vyrábějí z oxidu kovu (Mn, Fe, Co, Ni, ...), který se rozemele na prášek a podle požadovaných vlastností vyráběného termistoru se přidají další příměsi a pojidlo. Poté se směs za vysokého tlaku slisuje. Tvar termistoru (tyčinky, destičky, ...) závisí na jeho pozdějším použití. Nakonec se nechá vypálit v peci (při teplotách přes $1000\,°C$). Podle závislosti odporu na teplotě existují dva druhy (jejich značky jsou na obr. 71):

1. NTC (se záporným teplotním součinitelem odporu) - s rostoucí teplotou jeho odpor klesá, neboť roste vodivost a tedy i proud. Užívá se k měření teploty (při můstkovém zapojení je možno měřit až s přesností $10^{-4}\,K$), k určování velikosti rychlosti proudění tekutin (tekutina proudí, ochlazuje ho a je tedy

možné určit velikost rychlosti proudění), převodník teplota - napětí (při měření teploty na počítačích), v obrazovkách (zabraňuje žhavícímu vláknu se přehřát při zapnutí počátečním velkým proudem - je zapojen s vláknem v sérii, čímž část tepla vzniklého průchodem proudu „absorbuje“)

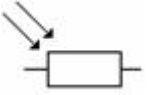
2. PTC (pozistor; s kladným teplotním součinitelem odporu) - s rostoucí teplotou roste odpor, přičemž roste mnohem rychleji než u kovů. Užívá se v elektrických troubách a vařičích ke stabilizaci napětí (v troubách se požaduje konstantní teplota - při náhodném zvýšení napětí vzroste proud, pozistor se zahřeje a zvětší se jeho odpor, následkem čehož se přerozdělí napětí a zmenší se výchylky proudu a napětí na spirále; analogicky funguje při poklesu napětí), zabraňuje spálení motorů, indikuje vzrůst nebo pokles teploty, využívá se v termostatech („hrubé“ rozdíly zpracuje pozistor, zbytek doladí termistor)



Obr. 71

3.4.4.2 | Fotorezistor

je součástka, která využívá energii dopadajícího elektromagnetického záření (a tedy i světla) ke zmenšení svého odporu. Schematická značka fotorezistoru je na obr. 72. Vyrábí se nejčastěji ze CdS, CdSe, … Energie viditelného světla má energii větší než je práce nutná k odtržení elektronu z atomu. Po dopadu fotonu viditelného světla tedy vzniká pár elektron - díra a tím se zvětšuje vlastní vodivost polovodiče. S růstem vodivosti klesá odpor fotorezistoru. Tento jev se nazývá **vnitřní fotoefekt**.



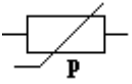
Obr. 72

Fotorezistory citlivé na infračervené záření jsou náročnější na výrobu, protože energie infračerveného záření je menší než energie viditelného světla.

Praktické použití: fotografování Země v infračerveném oboru spektra (infračervené záření proniká atmosférou), dálkové ovládání přístrojů, optické kabely (kterými lze přenášet až 30000 hovorů najednou), …

3.4.4.3 | Tenzometrické součástky

jsou součástky u nichž dochází ke změně elektrických veličin (odpor, vodivost, ...) s tlakem. Deformací tlakem se zmenšuje mřížková konstanta, v důsledku čehož se mění objemová hustota elektronů. To vede ke změně odporu. I relativně malé změny odporu lze při můstkovém zapojení zaznamenat a měřit.



Obr. 73

Užití: měření tlaku, převodník tlak - napět (v počítačích, ...), ...

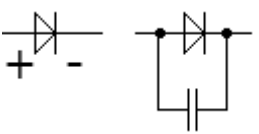
3.4.4.4 | Dioda

Přidáme-li k přechodu PN ochranu proti prachu, vlhkosti, ... dostáváme diodu. Vývod spojený s oblastí typu P se nazývá **anoda** (připojením ke kladnému pólu zdroje získáme zapojení v propustném směru), vývod spojený s oblastí N je **katoda**.

3.4.4.4.1 | Usměrňující dioda

Používají se běžně dva základní typy: hrotová a plošná.

Hrotová dioda se vyrábí tak, že k polovodičové destičce (většinou typu N) se přitlačí hrotem wolframový drátek, kterým se nechá krátkodobě projít elektrický proud. Tím dojde k přivaření drátku a vzniká stabilní přechod PN. Plocha přechodu je malá, proto může diodou procházet malý proud. Skutečnou diodu je možno nahradit schématem na obr. 74 (na němž je i její značka): ideální diodou paralelně spojenou s kondenzátorem.



Obr. 74

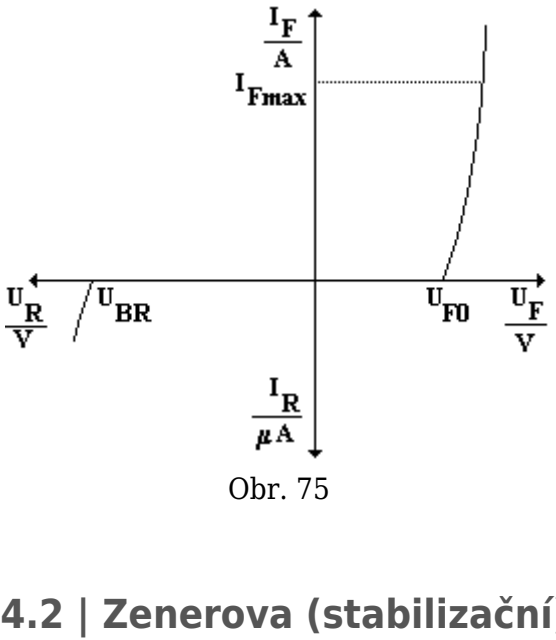
Při zapojení v propustném směru se kapacita diody neuplatní. V závěrném směru je odpor diody ale velký, takže proud by mohl procházet větví s kondenzátorem. Zde ale závisí na jeho kapacitanci $X_C = \frac{1}{C\omega}$. Bude-li obvodem procházet střídavý proud s velkou frekvencí, bude kapacitance malá, proud bude procházet přes kondenzátor a obvodem s diodou v závěrném směru bude procházet proud. To vede i k využití hrotové diody: usměrnění vysokofrekvenčních proudů (rádiové a televizní přijímače, ...). Čím vyšší frekvence, tím lépe bude proud usměrněn.

Plošná dioda má velkou plochu a proto i velkou

kapacitu; je tedy nevhodná pro usměrnění proudů vysoké frekvence (do $50\,\mathrm{Hz}$ jsou funkční). Díky velké ploše, snese dioda velký proud (až $1000\,\mathrm{A}$, je-li řádně chlazena).

Voltampérová charakteristika usměrňující diody je na obr. 75. Propustný směr popisuje křivka v I. kvadrantu, v němž je potenciál anody větší než potenciál katody, při zapojení v závěrném směru je tomu naopak. Veličiny naměřené v propustné části se označují indexem *F*, veličiny měřené v závěrném směru pak indexem *R*. Na kladných a záporných poloosách se volí jiné měřítko. V propustném směru prochází malý proud a teprve až při dosažení **prahového napětí** U_{F0}, které je pro křemíkovou diodu rovno $0{,}6\,\mathrm{V}$, začíná rychle narůstat. Při trvalém zatížení nesmí překročit hodnotu I_{Fmax} udanou výrobcem. V závěrném směru je proud procházející diodou malý. Jakmile napětí překročí **průrazné napětí** U_{BR}, proud prudce naroste a dioda se zničí.

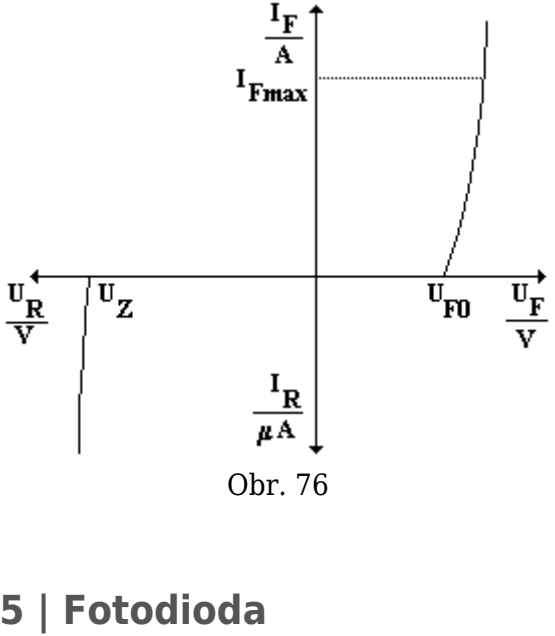
Existence prahového napětí vyplývá ze vzniku vnitřního elektrického pole přechodu PN.



Obr. 75

3.4.4.4.2 | Zenerova (stabilizační) dioda

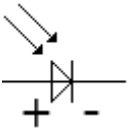
Voltampérová charakteristika Zenerovy diody v propustném směru je podobná jako u usměrňující diody (viz obr. 76). Dioda je vyrobena tak, aby mohla v závěrném směru pracovat i po překročení průrazného napětí U_z, které se nazývá **Zenerovo napětí**. Pohybuje se od $5\,V$ do několika desítek voltů podle typu součástky. V průrazném režimu proud rychle roste už při nepatrném zvýšení závěrného napětí - nastává tzv. nedestruktivní průraz. Toho se využívá ve stabilizačních obvodech.



Obr. 76

3.4.4.5 | Fotodioda

Fotodioda využívá hradlového fotoefektu: do oblasti přechodu PN proniká elektromagnetické záření, které generuje páry elektron - díra. Osvětlený přechod PN diody je vodivý i v závěrném směru a sám se stává zdrojem napětí. Tohoto jevu se využívá k přímé přeměně energie světelného záření na energii elektrickou (např. sluneční baterie, které však mají velmi malou účinnost). Jiná možnost využití fotodiody je zapojení jako odporová - tj. neosvětlena má fotodioda velký odpor, po osvětlení odpor klesne a diodou (obvodem) začne procházet elektrický proud, jehož velikost je závislá na osvětlení fotodiody.



Obr. 77

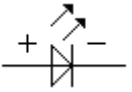
3.4.4.6 | LED

LED je zkratka anglického výrazu *Light Emitting Diode* (světlo emitující dioda).

Při rekombinaci páru elektron - díra se uvolňuje energie. Díky platnosti zákona zachování energie je tato uvolněná energie stejná jako energie nutná ke generaci. Energie se uvolňuje ve formě energie tepelné nebo světelné. Aby se uvolnila ve formě světelné je nutno přechod vyrobit ze speciálních materiálů. Barva světla je dána použitým materiálem. Nejjednodušší je výroba červené LED, protože červené světlo má nejmenší energii, ale vyrábějí se i modré LED (modré světlo má energii největší). Existují také infračervené LED.

Schématická značka LED je zobrazena na obr. 79. Při zapojování LED do obvodu je nutno dbát na správnou polaritu! V případě, že zapojíme LED do obvodu opačně, elektrický proud jí nebude procházet. Navíc hrozí nebezpečí jejího zničení.

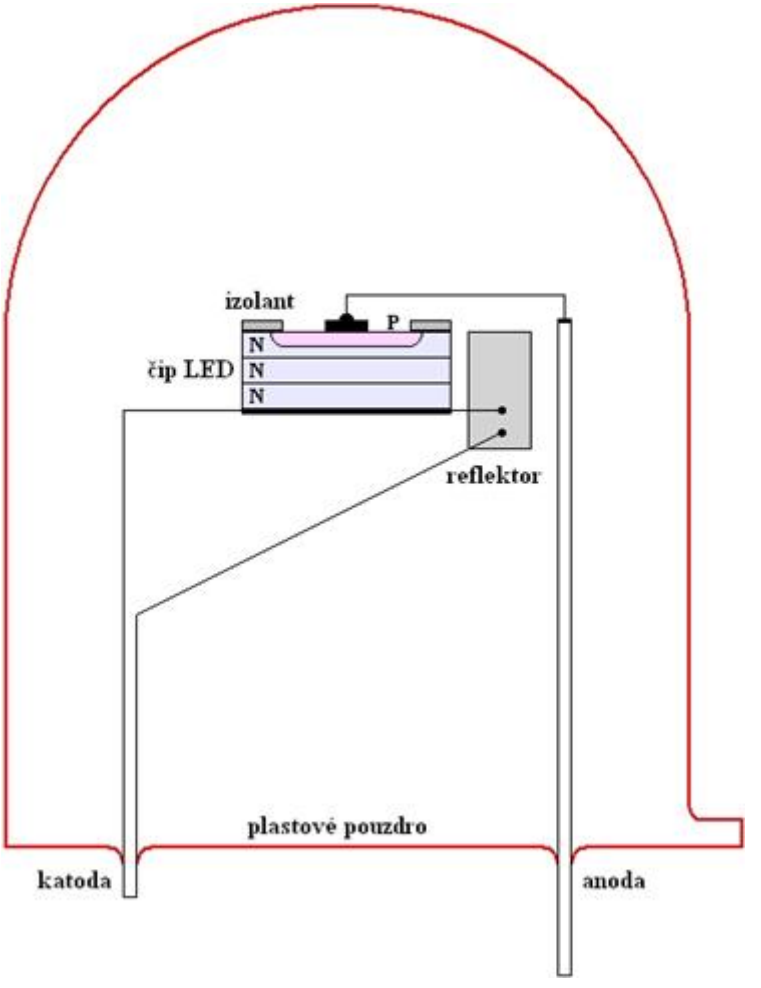
Kladnou resp. zápornou elektrodu LEDky poznáme v praxi jednoduše: katoda (tedy záporná elektroda, která se připojuje k zápornému pólu zdroje napětí) je kratší.



Obr. 79

Fakt, jestli elektrický proud při daném zapojení LED do obvodu LEDkou prochází nebo ne, vyplývá z toho, že hlavní částí LED je přechod PN.

Detailnější pohled na LED je zobrazen na obr. 78. Samotný čip LED je tvořen vrstvou polovodičů. Počet vrstev a jejich složení závisí na druhu LED. Na obrázku je zobrazena červená LED a proto jsou zobrazeny tři vrstvy polovodiče typu N a jedna vrstva polovodiče typu P. K výrobě polovodiče typu N pro tento účel se většinou používají materiály, které obsahují galium s příměsí arsenu a fosforu (viz tab. 1).


izolant
P
N
čip LED
N
N
reflektor
plastové pouzdro
katoda
anoda

Obr. 78

Materiál	**Druh elektromagnetického záření**	$\frac{\lambda}{\mathrm{nm}}$	$\frac{U_{\mathrm{LED}}}{\mathrm{V}}$
SiC, GaN	modrá barva	450	3,6
GaP	zelená barva	565	2,2
$GaAs_{0,15}P_{0,85}N$	žlutá barva	580	2,1
$GaAs_{0,35}P_{0,65}N$, $GaAs_{0,6}P_{0,4}$, GaPZnO	červená barva	635	2,0
SiC, GaN, luminofor na povrchu	bílá barva	450 - 650	3,6
GaAsSi	infračervené záření	820 - 950	1,5

tab. 1

Vzhledem k tomu, že LED odebírá malý proud, je vhodná jako indikace zapnutí přístroje. Dává ale málo světla, takže není vhodná k osvětlení. Proud LED prochází (a dioda svítí), je-li zapojena v propustném směru. Při zapojení v závěrném směru proud neprochází, a dioda nesvítí.

3.5 | ELEKTRICKÝ PROUD V KAPALINÁCH

3.5.1 | Elektrolyt, elektrolýza

Roztoky kyselin, zásad a solí (popř. jejich taveniny), které vedou elektrický proud, se nazývají **elektrolyty**. Jeho vodivost způsobují kladné a záporné ionty (**kationty** a **anionty**). Rozpad látek na ionty se nazývá **elektrolytická disociace** (**ionizace**). Příklady:

1. disociace kyseliny: $H_2SO_4 \rightarrow 2H^+ + SO_4^{2-}$; kationt H^+ nemůže v roztoku existovat samostatně -

vytváří tzv. oxoniový ion H_3O^+ s molekulou vody

2. disociace zásady: $KOH \rightarrow K^+ + OH^-$
3. disociace soli: $NaCl \rightarrow Na^+ + Cl^-$, $CuSO_4 \rightarrow Cu^{2+} + SO_4^{2-}$

V taveninách vznikají ionty tepelným rozpadem krystalové mříže.

K ionizaci elektricky neutrální atomů či molekul je tedy nutné dodat energii.

Elektrické pole, které vznikne v elektrolytu mezi **anodou** (spojenou s kladným pólem zdroje) a **katodou** (spojenou se záporným pólem zdroje), působí na ionty elektrostatickými silami a vyvolává jejich uspořádaný pohyb: elektrický proud. Kationty se pohybují směrem ke katodě, anionty k anodě. Na elektrodách odevzdávají ionty svůj náboj a mění se v elektricky neutrální atomy nebo molekuly, které se vylučují na povrchu elektrod nebo chemicky reagují s materiálem elektrody nebo elektrolytem. Látkové změny vyvolané průchodem proudu elektrolytem na elektrodách se nazývají **elektrolýza**.

Příklady elektrolýzy:

1. Elektrolyt: roztok $CuSO_4$, elektrody: Cu (anoda), C (katoda); kationty Cu^{2+} přijímají na katodě dva elektrony a vylučují se jako neutrální atomy mědi, anionty SO_4^{2-} reagují s materiálem anody a vytvářejí opět molekuly

$CuSO_4$. Z anody přechází do roztoku tolik atomů mědi, kolik se vyloučí na katodě - koncentrace roztoku se tedy nemění.

2. Elektrolyt: zředěná H_2SO_4, elektrody: platinové; kationty H^+ přijímají na katodě elektrony a vylučují se jako plynný vodík, anionty SO_4^{2-} předávají elektrony anodě a reagují s vodou za vzniku nové H_2SO_4 a plynného kyslíku. Počet molekul vodíku vyloučeného na katodě je dvakrát větší než počet molekul kyslíku vyloučeného na anodě. Proto je větší i objem vodíku. Koncentrace roztoku se postupně zvětšuje.

3.5.2 | Faradayovy zákony elektrolýzy

Při elektrolýze se na katodě vylučuje vždy vodík nebo kov (vytvářejí kladné ionty). Na anodě se může vylučovat také látka, ale může také docházet jen k rozpouštění anody. Každá vyloučená molekula přijme z katody (resp. odevzdá anodě) několik elektronů. Označíme-li počet elementárních nábojů nutných pro vyloučení jedné molekuly symbolem ν, je počet vyloučených molekul $N = \frac{Q}{\nu e}$, kde $Q = It$ je celkový náboj prošlý povrchem elektrody. Pro celkovou hmotnost vyloučené látky

dostáváme: $m = Nm_0 = \frac{Q}{ve}\frac{M_m}{N_A} = \frac{M_m}{Fv}Q$, kde m_0 je hmotnost molekuly, M_m molární hmotnost vyloučené látky, N_A Avogadrova konstanta a $F = N_A e = 9,65.10^4\ \mathrm{C.mol^{-1}}$ je **Faradayova konstanta**. Odvozený výraz vyjadřuje zákony, které objevil v roce 1833 britský fyzik a chemik Michael Faraday (1791 - 1867).

První Faradayův zákon určuje hmotnost látky vyloučené na elektrodě nebo v roztoku.

HMOTNOST m VYLOUČENÉ LÁTKY JE PŘÍMO ÚMĚRNÁ NÁBOJI Q, KTERÝ PROŠEL ELEKTROLYTEM: $m = AQ = AIt$, KDE KONSTANTA ÚMĚRNOSTI JE PRO DANOU LÁTKU CHARAKTERISTICKÁ A NAZÝVÁ SE ELEKTROCHEMICKÝ EKVIVALENT LÁTKY; $[A] = \mathrm{kg.C^{-1}}$.

Druhý Faradayův zákon zpřesňuje výpočet konstanty *A* ,která vystupuje v prvním zákoně.

ELEKTROCHEMICKÝ EKVIVALENT LÁTKY A VYPOČTEME, JESTLIŽE JEJÍ MOLÁRNÍ HMOTNOST DĚLÍME FARADAYOVOU KONSTANTOU A POČTEM ELEKTRONŮ NUTNÝCH K VYLOUČENÍ JEDNÉ MOLEKULY: $A = \frac{M_m}{Fv}$. LÁTKOVÁ MNOŽSTVÍ RŮZNÝCH LÁTEK VYLOUČENÝCH PŘI ELEKTROLÝZE TÝMŽ NÁBOJEM JSOU CHEMICKY EKVIVALENTNÍ. (MOHOU SE NAVZÁJEM NAHRADIT V CHEMICKÉ SLOUČENINĚ NEBO SE MOHOU BEZE ZBYTKU SLOUČIT.)

Počet elektronů, které jsou nutné k vyloučení jedné

molekuly látky poznáme toho, o kolikavazný prvek se v dané sloučenině jedná. Tak např. k vyloučení mědi ze síranu měďnatého $CuSO_4$ jsou zapotřebí 2 elektrony, neboť měď je dvojvazná - vytváří kationty Cu^{2+}. (Jde o síran měď**natý**!)

Elektrolýza má rozsáhlé využití v praxi - galvanické pokovování, galvanické leptání, využívá se v elektrometalurgii (výroba hliníku elektrolýzou taveniny Al_2O_3, výroba sodíku elektrolýzou taveniny NaCl, ...), ...

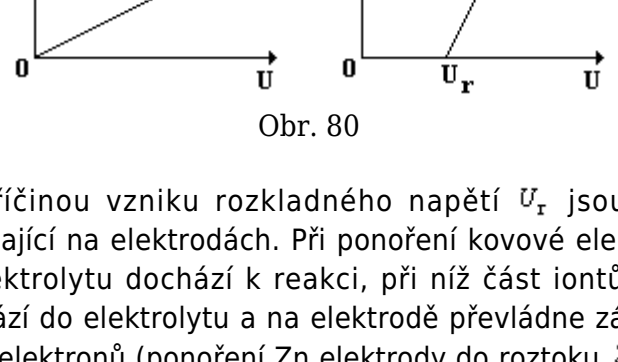
3.5.3 | Voltampérová charakteristika elektrolytického vodiče, galvanické články

Vložíme-li do vaničky s roztokem $CuSO_4$ dvě měděné elektrody, zapojíme obvod a budeme postupně zvyšovat napětí, zjistíme, že proud je přímo úměrný napětí a tedy platí Ohmův zákon (viz obr. 80a). Pokud elektrody od sebe oddálíme nebo snížíme hladinu elektrolytu v nádobě, proud se zmenší. Odpor elektrolytického vodiče tedy splňuje vztah $R = \rho \frac{l}{S}$, kde *l* je jeho délka a *S* příčný průřez. Měrný elektrický odpor ρ elektrolytu s rostoucí teplotou klesá, neboť se zmenšuje vnitřní tření brzdící pohyb iontů v elektrolytu.

Tření se zmenšuje v důsledku poklesu hustoty

elektrolytu.

Odlišný výsledek zaznamenáme s roztokem H_2SO_4 a platinovými (nebo uhlíkovými) elektrodami. Při malém napětí vznikne nepatrný proud, který za krátkou dobu opět zanikne. Při pomalém zvětšování napětí se tento jev opakuje, dokud nepřekročíme tzv. **rozkladné napětí** U_r (viz obr. 80b). Potom proud v závislosti na napětí roste lineárně a elektrolýza probíhá již standardně. Závislost proudu na napětí je popsána vztahem $I = \frac{U - U_r}{R}$, který se odlišuje od Ohmova zákona.



Obr. 80

Příčinou vzniku rozkladného napětí U_r jsou děje probíhající na elektrodách. Při ponoření kovové elektrody do elektrolytu dochází k reakci, při níž část iontů kovu přechází do elektrolytu a na elektrodě převládne záporný náboj elektronů (ponoření Zn elektrody do roztoku $ZnSO_4$, ...) nebo se část kationtů z elektrolytu připojí ke krystalické mříži elektrody, která se nabije kladně (ponoření Cu

elektrody do $CuSO_4$, ...). Na rozhraní kovu a elektrolytu vzniká **elektrická dvojvrstva** s určitým elektromotorickým napětím. V případě měděných elektrod v roztoku $CuSO_4$ zůstávají elektrody během elektrolýzy stejné a elektromotorická napětí obou dvojvrstev se navenek ruší. V případě uhlíkových elektrod v roztoku H_2SO_4 se katoda pokrývá bublinkami vodíku a anoda bublinkami kyslíku. Vznikají tedy dvě různé dvojvrstvy, jejichž elektromotorická napětí jsou různá a jejichž rozdíl se navenek projevuje vznikem rozkladného napětí U_r. Říkáme, že elektrody se **polarizují** a vzniká na nich **polarizační napětí** opačně orientované než elektromotorické napětí připojeného vnějšího zdroje.

Vytvoření elektrické dvojvrstvy na rozhraní kov - elektrolyt se využívá v galvanických článcích:

1. (Leclanchévy) suché články - jsou nejrozšířenější (např. kapesní svítilny, radiopřijímače, ...). Elektrodami jsou zinková nádoba a uhlíková tyčinka obklopená směsí burelu MnO_2 a koksu, jako elektrolyt slouží roztok salmiaku NH_4Cl zahuštěný škrobem. Elektromotorické napětí článku je asi $1,5\,V$. Po připojení elektrického spotřebiče prochází elektrický proud celým obvodem a uvnitř článku probíhá elektrolýza, při níž se zinková anoda rozpouští, čímž se článek postupně znehodnocuje, a na uhlíkové katodě se

vylučuje vodík, který reaguje s burelem za vzniku vody. Tím se zabraňuje polarizaci uhlíkové elektrody.

2. Voltův článek - založen na existenci tzv. kontaktního potenciálu kovů, který souvisí s energií, kterou je nutno dodat elektronu, aby opustil povrch kovu. Vloží-li se mezi dva různé kovy papír namočený v kyselině solné, přechod elektronů se usnadní. Tímto způsobem lze vrstvit kovy na sebe a je možné získat velký rozdíl potenciálů. Volta stanovil řadu kovů: Al, Zn, Sn, Cd, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd, které jsou pro tento typ článku (v tomto pořadí) vhodné.
3. Danielův článek - tvořen dvěma elektrodami: Zn a Cu (anoda), které jsou umístěné v elektrolytu. Zinková elektroda je v roztoku $ZnSO_4$, měděná v roztoku $CuSO_4$. Oba roztoky jsou od sebe odděleny membránou, kterou může procházet voda, náboje, ale nikoliv samotný roztok. Elektromotorické napětí je asi $1{,}1\,V$.
4. akumulátory - založeny na polarizaci elektrod. Nejrozšířenější je akumulátor olověný používaný v automobilech. Jako elektrolyt je použit roztok H_2SO_4, elektrody jsou obě z olova. Na nich se vytvoří slabá vrstva $PbSO_4$. Po připojení elektrod ke zdroji napětí probíhá

nabíjení akumulátoru: na katodě vzniká redukcí čisté olovo, na anodě oxidací PbO_2, přičemž hustota kovu roste. Vznikne galvanický článek se dvěma různými elektrodami, jehož elektromotorické napětí je přibližně $2\,V$. Jakmile se spotřebuje vrstva $PbSO_4$, začíná se na katodě vylučovat vodík, na anodě kyslík. Nabíjení tedy ukončíme a připojíme akumulátor do obvodu jako zdroj. Obvodem začne procházet elektrický proud ve směru opačném než měl při nabíjení. Rovněž děje probíhající na elektrodách mají opačný průběh: elektrody se pokrývají vrstvou $PbSO_4$ a hustota elektrolytu klesá, až se obnoví původní stav a proud ustane.

V praxi se používají akumulátory spojené sériově do akumulátorových baterií s napětím $6\,V$ (resp. $12\,V$). **Kapacita akumulátoru** se určuje celkovým nábojem, který může akumulátor vydat při vybíjení. Většinou se udává v *ampérhodinách*. Kromě olověných se používají také akumulátory alkalické (elektrolytem je KOH), oceloniklové (NiFe) a niklokadmiové (NiCd).

3.6 | ELEKTRICKÝ PROUD V PLYNECH A VE VAKUU

3.6.1 | Nesamostatný a samostatný výboj v plynu

Vzduch je za normálních okolností dobrým izolantem.

O tom svědčí některé experimenty z elektrostatiky, při nichž výchylka např. na elektroskopu vydrží poměrně dlouho stálá.

Lze ukázat, že plyn je možné **ionizovat**, tj. rozštěpit některé jeho molekuly na elektron a kladný iont.

Např. svíčkou vloženou mezi dvě svislé rovnoběžné kovové desky připojené ke zdroji vysokého napětí, jejíž plamen se bude odchylovat směrem k záporně nabité desce.

Plamen, rentgenové nebo radioaktivní záření, ohřátý vzduch, ... působí jako **ionizátor** - dodávají energii potřebnou k rozštěpení molekul (atomů). Vzduch je běžně alespoň částečně ionizován účinkem kosmického záření a radioaktivity zemské kůry (v $1\,\mathrm{cm}^3$ vzniká každou sekundu asi 10 kladných iontů a elektronů). Elektron vzniklý ionizací se může spojit s neutrální molekulou a vytvořit záporný iont. Současně probíhá uvnitř plynu i děj opačný - **rekombinace**.

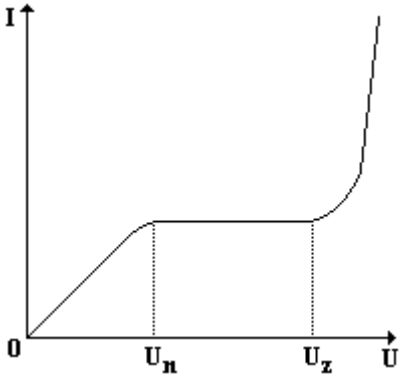
Nachází-li se ionizovaný plyn v elektrickém poli mezi dvěma elektrodami, vzniká elektrický proud jako uspořádaný pohyb kladných iontů k záporně nabité katodě, záporných iontů a elektronů ke kladně nabité anodě. Ionty,

které dorazí na elektrody ztrácejí svůj náboj a mění se v neutrální atomy. Elektrický proud v plynu, který se udržuje jen po dobu působení ionizátoru, se nazývá **nesamostatný výboj**. Jakmile přestane ionizátor působit, převládne rekombinace nad ionizací elektrický proud zaniká.

Elektrické vlastnosti ionizovaného plynu je možné měřit v **ionizační komoře**, což je v podstatě deskový kondenzátor v kovovém krytu s okénkem, kterým do prostoru mezi deskami proniká ionizující záření. Pomocí ionizační komory se dá měřit **voltampérová charakteristika výboje**. Tato charakteristika je znázorněna na obr. 81.

Je-li napětí malé, většina iontů zanikne rekombinací dříve, než dorazí na elektrody. V této fázi je počet elektronů, které předají svůj náboje elektrodám přímo úměrný napětí a platí tedy Ohmův zákon. S rostoucím napětím se pohyb elektronů zrychluje, až při určitém napětí U_n jich převážná část nestačí rekombinovat a doletí k elektrodám. Komorou prochází **nasycený proud**, který se při dalším růstu napětí dlouho nemění (Ohmův zákon v této fázi výboje již neplatí). K dalšímu zvýšení proudu dochází až po překročení **zápalného napětí** U_z. Příčinou zvýšení proudu je **ionizace nárazem** - elektrony a ionty vzniklé ionizací narážejí při svém pohybu na neutrální molekuly, kterým předávají kinetickou energii získanou urychlením elelektrickým polem. Jsou-li urychleny dostatečně, mají takovou kinetickou energii, že jsou

schopny nárazem na neutrální molekulu tuto molekulu ionizovat. Počet iontů tak lavinovitě narůstá a nastává **samostatný výboj**, který je nezávislý na vnějším ionizátoru. Vysoce ionizovaný plyn v samostatném výboji se nazývá **plazma**.



Obr. 81

Při samostatném výboji se mohou uplatnit i elektrony uvolněné z elektrod dopadem iontů. Tento děj se nazývá sekundární emise. K uvolnění elektronů z elektrody může dále dojít:

1. tepelnou emisí - rozžhavením elektrody dochází k uvolňování elektronů
2. fotoemisí - dopad ultrafialového záření může také vyvolat emisi elektronů
3. tunelovým jevem - elektrony jsou vytrhovány silným elektrickým polem v blízkosti katody

3.6.2 | Samostatný výboj v plynu za atmosférického a za sníženého tlaku

Za atmosférického tlaku mohou nastat tyto typy vývoje:

Obloukový výboj lze realizovat elektrickým obvodem s napětím zdroje alespoň $60\,\mathrm{V}$, který dává proud alespoň $10\,\mathrm{A}$, dvěma uhlíkovými elektrodami a předřadným rezistorem. Přiblížíme-li elektrody k sobě a přitiskneme-li je k sobě, konce elektrod se rozžhaví a po oddálení elektrod od sebe (řádově na milimetry) způsobí tepelnou ionizaci molekul okolního vzduchu. Obvodem prochází velký elektrický proud, kterým se teplota elektrod i plazmy mezi nimi zvýší na několik tisíc kelvinů. Pro technickou praxi je tento typ výboje nejrozšířenější. Použití:

1. vysokotlaké xenonové výbojky - zdroj intenzivního světla (promítací přístroje, světlomety, ...)
2. vysokotlaké sodíkové výbojky - veřejné osvětlení, ...
3. vysokotlaké rtuťové výbojky - zdroj ultrafialového záření („horské sluníčko“, ...)
4. obloukové sváření kovů - jednou elektrodou je svařovaný materiál, druhou tvoří drát z přídavného kovu.

Jiskrový výboj se od obloukového liší krátkou dobou

trvání. Dojde k němu, když intenzita elektrického pole mezi elektrodami dosáhne hodnoty potřebné pro lavinovitou ionizaci, ale zdroj tohoto pole není schopen trvale dodávat elektrický proud. Přeskok jiskry je doprovázen vznikem zvukové vlny, kterou vnímáme jako prasknutí (malé výboje) nebo ohlušující ránu (silné výboje ve zkušebnách vysokého napětí, …). Vysokou teplotou se narušuje povrch elektrod.

Mohutným jiskrovým výbojem přírodního charakteru je blesk, kterým se během bouřky vyrovnává elektrické napětí mezi dvěma mraky nebo mrakem a zemským povrchem, které dosahuje až $10^9\ \mathrm{V}$. Během tisíciny sekundy dosahuje proud hodnot až $10^5\ \mathrm{A}$ a uvolňuje se energie až $100\ \mathrm{kW.h}$.

Bohužel jako zdroj elektrické energie pro lidstvo je nevyužitelný. Není předem známo kdy a kam udeří a navíc by byl problém v tak krátkém čase zpracovat takové množství energie.

Koróna je trsovitý výboj, který vzniká v nehomogenním elektrickém poli okolo drátů, hrotů a hran s vysokým potenciálem, jestliže intenzita elektrického pole je dostatečná pro vyvolání lavinovité ionizace jen v jejich nejbližším okolí. Koróna způsobuje ztráty na vedení velmi vysokého napětí, lze se s ní setkat v silných atmosférických polích před bouřkou na skalních útesech, stožárech lodí, … Námořníci tomuto jevu říkají tzv. Eliášův oheň.

V elektrickém poli mezi elektrodami jsou ionty

a elektrony urychlovány elektrostatickou silou. Změna kinetické energie nabité částice mezi dvěma nárazy na neutrální molekuly je největší při pohybu ve směru působení elektrostatické síly a platí: $E_k = eEl$, kde E je velikost intenzity elektrického pole a l proběhnutá vzdálenost. Střední volná dráha částice je nepřímo úměrná hustotě molekul plynu. Za atmosférického tlaku je malá - asi $6.10^{-8}\,\mathrm{m}$. Má-li dojít k lavinovité ionizaci nárazem, musí mít elektrické pole intenzitu o velikosti $3.10^{6}\,\mathrm{V.m^{-1}}$.

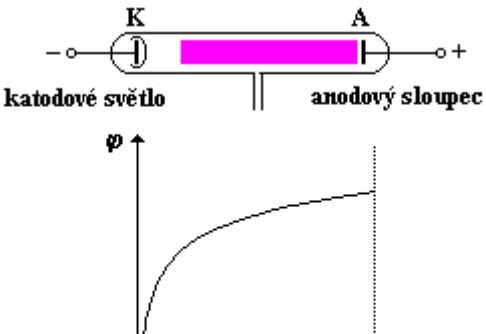
Umístíme-li elektrody do uzavřeného prostoru **výbojové trubice**, v níž snížíme tlak plynu, zvětší se střední volná dráha elektronů (i iontů) a zvýší se i práce vykonaná elektrostatickou silou mezi dvěma nárazy nabité částice na neutrální molekuly. K samostatnému výboji dochází tedy už při mnohem menším napětí mezi elektrodami než za atmosférického tlaku.

K pozorování výboje za sníženého tlaku slouží výbojová trubice, z níž je postupně odčerpáván vzduch. Při poklesu tlaku (už na hodnotu asi $10^{4}\,\mathrm{Pa}$) se náhle objeví úzký vlnící se pruh výboje, který se postupně rozšiřuje a při tlaku $100\,\mathrm{Pa}$ vyplňuje celou trubici. Probíhá **doutnavý výboj**, který se od obloukového liší malým proudem a nízkou teplotou elektrod i výbojové trubice. V blízkosti katody je možné pozorovat modré **katodové doutnavé světlo** a skoro celý zbytek trubice vyplňuje růžový **anodový sloupec** (viz obr. 82). Při doutnavém výboji je napětí mezi elektrodami rozloženo nerovnoměrně.

Vzhledem k většímu potenciálovému spádu mezi katodou a katodovým doutnavým světlem, má elektrické pole větší intenzitu než v anodovém sloupci. Kladné ionty, vzniklé v oblasti katodového doutnavého světla, jsou silně urychlovány a při dopadu na katodu některé z nich způsobí sekundární emisi elektronů. Elektrony uvolněné z katody postupují k anodě a vyvolávají lavinovitou ionizaci plynu. Oba děje se vzájemně podmiňují.

Užití doutnavého výboje:

1. doutnavky - krátké výbojky plněné neonem při tlaku řádově $10^3\ \mathrm{Pa}$. V nich nevzniká anodový sloupec, ale jen katodové doutnavé světlo, které pokrývá elektrodu s nižším potenciálem. Zápalné napětí je $\langle 80;150\rangle\ \mathrm{V}$. Užití: kontrolní světla s nepatrnou spotřebou, ...
2. reklamní trubice, zářivky - využívají anodový sloupec. Jejich plynnou náplň tvoří argon a páry rtuti. Samotný výboj vydává především ultrafialové záření, které způsobuje světélkování vrstvy oxidů kovů nanesené na vnitřní stěně trubice. Světelná účinnost je několikrát větší v porovnání se žárovkami.



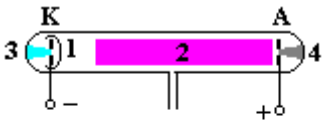
Obr. 82

Pomocí doutnavky je možné určit náboj zelektrovaného tělesa. Přiblížíme-li sulfitovou doutnavku k zelektrovanému tělesu a objeví-li se v doutnavce výboj, pak je dané těleso nabito záporně, neboť doutnavý výboj se objevuje u katody.

3.6.3 | Katodové a kanálové záření, obrazovka

Uvnitř trubice, v níž probíhá doutnavý výboj, se proti sobě pohybují dva druhy nabitých částic - elektrony a kladné ionty. Jestliže opatříme katodu otvorem (kanálem), budou kladné ionty pronikat za katodu jako tzv. **kanálové záření** (obr. 83) a projeví se světélkováním plynné náplně. Podobně prolétají otvorem v anodě

elektrony jako tzv. **katodové záření**, které způsobuje světélkování skleněné stěny výbojové trubice. Objev obou druhů záření měl zásadní význam pro další výzkum stavby hmoty: zkoumáním katodových paprsků byla objevena existence elektronů, studium kanálového záření umožnilo měření hmotnosti iontů a objev izotopů.



1 - katodové doutnavé světlo
2 - anodový sloupec
3 - kanálové záření
4 - katodové záření

Obr. 83

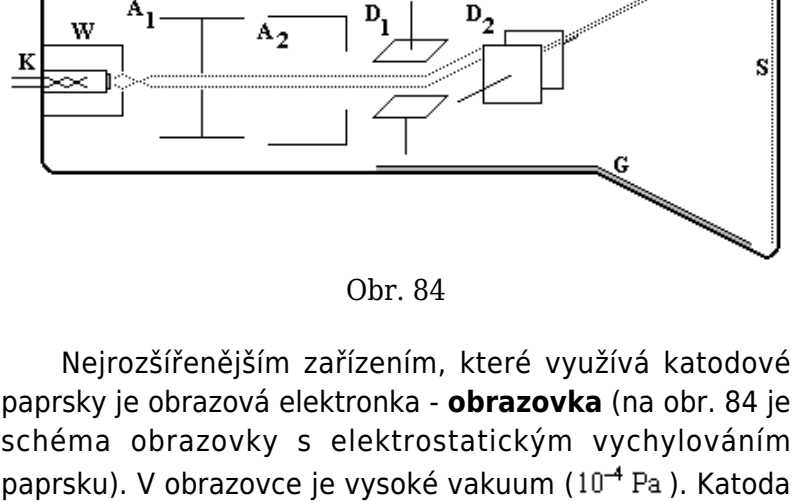
Při zmenšení tlaku pod $1\,\mathrm{Pa}$, projdou elektrony uvolněné z katody téměř beze srážek celou výbojovou trubicí. Katodové doutnavé světlo a anodový sloupec zmizí, ale stěny trubice proti katodě budou silně zeleně světélkovat. V trubici převládne katodové záření.

Vlastnosti katodového záření:

1. způsobuje světélkování
2. magnetické a elektrické pole způsobuje jeho vychylování - např. obrazovka, ...
3. má účinky mechanické - může např. roztočit lehký mlýnek (tzv. Croogsův mlýnek)
4. má účinky tepelné - jeho soustředěním lze

rozžhavit anodu

5. má účinky chemické - může způsobit naexponování fotografického materiálu
6. vyvolává pronikavé rentgenové záření - při dopadu na kov s velkou relativní atomovou hmotností



Obr. 84

Nejrozšířenějším zařízením, které využívá katodové paprsky je obrazová elektronka - **obrazovka** (na obr. 84 je schéma obrazovky s elektrostatickým vychylováním paprsku). V obrazovce je vysoké vakuum (10^{-4} Pa). Katoda *K* obrazovky je rozžhavena žhavícím vláknem a uvolňuje elektrony tepelnou emisí. Povrch katody je pokryt vrstvou BaO, čímž se snižuje výstupní práce elektronu z katody. Elektrony vystupují malým otvorem v řídící elektrodě *W* (Wehneltův válec). Potom jsou soustavou anod A_1 a A_2

urychlovány a soustřeďovány do elektronového paprsku, který prochází dvěma páry vychylovacích destiček D_1 a D_2 a dopadá na stínítko *S* pokryté vrstvou ZnS. *G* označuje grafitový povlak obrazovky. V místě dopadu elektronu na stínítko vzniká svítící stopa. Typy obrazovek:

1. obrazovky s elektrostatickým vychylováním - používají se v osciloskopech, které umožňují sledovat časový průběh proměnných elektrických napětí. Na destičky D_1, které vychylují paprsek ve svislém směru, je přivedeno sledované harmonické napětí u_y s periodou T_y. Na destičky D_2, které vychylují paprsek ve směru vodorovném, je přivedeno pilové napětí časové základny u_x, jehož perioda T_x je přirozeným násobkem periody T_y. Stopa elektronového paprsku pak koná složený pohyb, který je hledaným časovým diagramem napětí u_y. Při zpětném chodu paprsku po obrazovce je jas stopy potlačen řídící elektronkou.
2. televizní obrazovky - katodový paprsek se vychyluje pomocí magnetického pole soustavy cívek

3.7 | STACIONÁRNÍ MAGNETICKÉ POLE

3.7.1 | Základní poznatky o magnetickém poli

Základní poznatky o magnetickém poli byly probrány už na základní škole:

1. kolem magnetu existuje magnetické pole, které ovlivňuje ocelové předměty - ty jsou k magnetu přitahovány magnetickou silou
2. existenci magnetického pole prokážeme magnetkou - magnet tvaru kosočtverce, který se může volně otáčet; severní pól je zbarven tmavě
3. v blízkosti tyčového magnetu se magnetka natočí tak, že severním pólem míří k jižnímu pólu magnetu; značení: *N* - severní pól, *S* - jižní pól
4. Země má vlastnosti magnetu, proto se používá magnetka jako kompas k orientaci (v blízkosti severního geografického pólu leží jižní magnetický pól)

Magnetické pole může být:

1. stacionární - vlastnosti pole se nemění s časem (např. magnetická indukce je konstantní, ...); zdrojem je permanentní magnet (který je vůči čidlu, kterým pole registrujeme) v klidu, vodič, kterým prochází

stálý elektrický proud, ...

2. nestacionární - vlastnosti magnetického pole se mění v závislosti na čase; zdrojem je: magnet, který se vzhledem k čidlu pohybuje, vodič, kterým prochází časově proměnný proud, ...

Při hledání příkladů zdrojů jednotlivých typů magnetického pole je nutné si uvědomit, že pohyb je relativní. Pokud se tedy bude pohybovat jak magnet, tak i čidlo, kterým magnetické pole vyšetřujeme, tak, že vzdálenost mezi magnetem a čidlem bude konstantní, bude magnet (z hlediska čidla) zdrojem stacionárního magnetického pole.

Pohybující se permanentní magnet je pro čidlo zdrojem nestacionární magnetického pole. Pro mouchu, která sedí na magnetu, je zdrojem pole stacionárního.

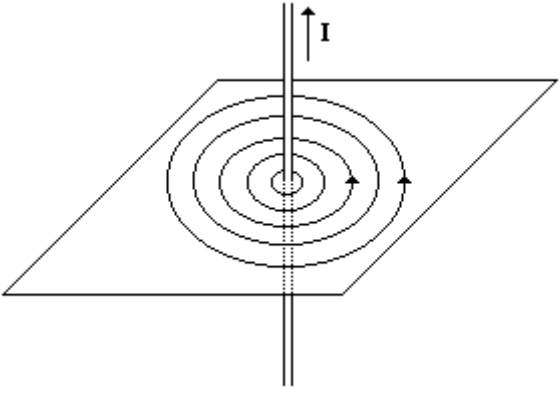
3.7.2 | Magnetické pole vodiče s proudem

Magnetické vlastnosti látek byly známy už od starověku, ale teprve v roce 1820 si dánský fyzik, chemik a filosof Hans Christian Oersted (1777 - 1851) všiml souvislosti magnetismu a elektrického proudu. Zjistil, že magnetka umístěná v blízkosti vodiče se vychýlí, začne-li vodičem protékat proud. S výsledky jeho bádání se

seznámil francouzský fyzik André Marie Ampére (1775 - 1836), který poté zjistil, že na sebe vzájemně působí silami i vodiče, kterými prochází elektrický proud. Těmito pokusy byla prokázána přítomnost magnetického pole v okolí vodičů s proudem. Jeho příčinou je pohyb nositelů elektrického náboje (elektronů) ve vodiči.

Pomocí magnetky lze zkoumat magnetické pole cívky, přičemž zjistíme, že je v podstatě velice podobné jako magnetické pole v okolí trvalého magnetu. I u cívky tedy můžeme mluvit o severním a jižním pólu.

Poněkud jiný typ pole bude v okolí přímého vodiče s proudem. O průběhu magnetického pole přímého vodiče se můžeme přesvědčit pomocí ocelových pilin, které se chovají jako miniaturní magnetky (viz obr. 85).



Obr. 85

Na základě těchto pokusů byla zavedena **magnetická**

indukční čára:

MAGNETICKÁ INDUKČNÍ ČÁRA JE PROSTOROVÁ ORIENTOVANÁ KŘIVKA, JEJÍŽ TEČNA V DANÉM BODĚ MÁ SMĚR OSY VELMI MALÉ MAGNETKY UMÍSTĚNÉ V TOMTO BODĚ. ORIENTACI INDUKČNÍ ČÁRY URČUJE SMĚR OD JIŽNÍHO K SEVERNÍMU PÓLU MAGNETKY ($S \to N$).

Magnetické indukční čáry vnějšího pole magnetu mají orientaci opačnou. Je to dáno tím, že magnetické indukční čáry jsou (na rozdíl od siločar elektrického pole) vždy křivky uzavřené.

Po zavedení magnetické indukce $\vec{B}$ lze říci, že tečna sestrojená v libovolném bodě magnetické indukční čáry má směr vektoru magnetické indukce.

Často se používá nesprávný termín magnetické siločáry (siločáry magnetického pole). Ten ale není zcela přesný.

Pojem magnetická siločára (též čára pole vektoru magnetické intenzity) ve fyzice totiž existuje. Je to orientovaná křivka mající ve všech bodech (kde je $H \neq 0$) tečnu ve směru vektoru magnetické intenzity $\vec{H}$. Odpovídá-li hustota siločar v každém bodě velikosti vektoru $\vec{H}$, jsou magnetické siločáry modelem magnetického pole.

Magnetické indukční čáry (čáry pole vektoru magnetické indukce) definované výše jsou (za předpokladu, že odpovídá hustota indukčních čar v každém bodě velikosti vektoru magnetické indukce $\vec{B}$) modelem silových účinků magnetického pole.

My se budeme zabývat výhradně magnetickými indukčními čarami.

Magnetické indukční čáry přímého vodiče s proudem mají tvar soustředných kružnic rozložených v rovině kolmé k vodiči, jejichž středy leží v místě průchodu vodiče rovinou. Orientaci magnetických indukčních čar je možné určit pomocí **Ampérova pravidla pravé ruky**:

NAZNAČÍME-LI UCHOPENÍ VODIČE DO PRAVÉ RUKY TAK, ABY PALEC UKAZOVAL DOHODNUTÝ SMĚR PROUDU VE VODIČI, PRSTY PAK UKAZUJÍ ORIENTACI MAGNETICKÝCH INDUKČNÍCH ČAR.

Dohodnutý směr elektrického proudu je dán pohybem kladných částic - tedy od kladné svorky zdroje k záporné. Pro magnetické pole a pravidla na určování orientace magnetických indukčních čar, magnetické síle, ... je tento směr velmi podstatný. Všechna pravidla vycházejí z dohodnutého směru proudu!!!

Magnetické indukční čáry jsou vždy křivky uzavřené (na rozdíl od siločar elektrického pole). U elektrického pole jsou nabitá tělesa zdrojem elektrického pole a elektrické

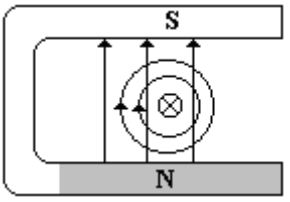
siločáry na nich začínají a končí - tento druh pole se označuje jako **pole zřídlové**. U magnetických polí obdobný zdroj neexistuje a pole označujeme jako **pole vírové**.

3.7.3 | Magnetická síla

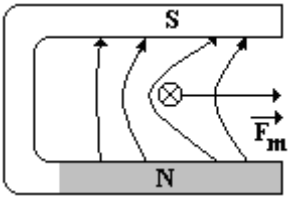
Silové působení určitého druhu je charakteristickým rysem každého fyzikálního pole - u gravitačního se jedná o newtonovskou sílu, u elektrického o sílu coulombovskou. Podobně je tomu i u pole magnetického - základním jeho projevem je silové působení na vodič s proudem. O existenci magnetické síly $\overrightarrow{F_m}$ je možné se přesvědčit pokusem: mezi dva póly magnetu je pohyblivě umístěn vodič (viz obr. 86), který připojíme ke zdroji napětí. Podle směru proudu ve vodiči (a tedy podle orientace magnetických indukčních čar) a podle polarity magnetu se vodič vychýlí buď na jednu stranu nebo na druhou.

Příčinou vychýlení vodiče je vzájemné působení magnetu a vodiče s proudem prostřednictvím jejich magnetických polí (obr. 87). Vlevo od vodiče jsou magnetické indukční čáry obou polí orientovány souhlasně, zatímco vpravo od něj opačně. Vzniká tedy nesouměrné rozložení magnetických indukčních čar v okolí vodiče. Složením obou polí vzniká pole výsledné s větší hustotou indukčních čar vlevo a menší hustotou vpravo od vodiče. To se projeví vznikem magnetické síly $\overrightarrow{F_m}$, která působí na

vodič a míří do místa s menší hustotou magnetických indukčních čar. Při změně směru proudu nebo orientace magnetických indukčních čar magnetu se změní i orientace magnetické síly.



Obr. 86



Obr. 87

<u>Poznámka:</u> Při kreslení obrázků a náčrtů se často volí takový pohled, kdy vektor dané veličiny míří z nebo do nákresny, přičemž jeho směr je dost podstatný. Proto se používá schematického označení: symbol ⊗ znamená, že daný vektor míří do nákresny (do papíru, tabule, ...). Symbolem ⊙ se pak značí směr vektoru, který míří z nákresny. (Mnemotechnická pomůcka: vektor jde ven z nákresny - udělá zatím jen malou dírku, zatímco jde-li dovnitř, musel nákresnu již protrhnout.)

Dosud jsme uvažovali pouze vodič, který byl umístěn v magnetickém poli kolmo k indukčním čarám. V případě, že bude vodič svírat s indukčními čarami libovolný jiný úhel, bude silové působení na vodič vždy menší. Velikost magnetické síly bude nulová, pokud bude vodič rovnoběžný s magnetickými indukčními čarami. Tohoto jevu se v technické praxi využívá v případě, kdy mezi póly

magnetu umístíme vodič tvaru smyčky, který je otáčivý kolem své osy. Prochází-li smyčkou elektrický proud, působí na části smyčky kolmé k indukčním čarám magnetické síly opačného směru, které uvádějí smyčku do otáčivého pohybu. Moment této dvojice sil se během otáčení mění podle toho, jak se mění velikost magnetických sil.

S tímto jevem je možné se setkat u dynam, generátorů elektrického proudu, ale i elektromotorů.

3.7.4 | Magnetická indukce

HOMOGENNÍ MAGNETICKÉ POLE JE POLE, KTERÉ JE MOŽNÉ MODELOVAT POMOCÍ DVOU NESOUHLASNÝCH ROZLEHLÝCH PÓLŮ MAGNETU V MALÉ VZDÁLENOSTI OD SEBE. VEKTORY MAGNETICKÉ INDUKCE (A TEDY I MAGNETICKÉ INDUKČNÍ ČÁRY) JSOU NAVZÁJEM ROVNOBĚŽNÉ.

Jedná se opět pouze o idealizaci - skutečná magnetická pole jsou nehomogenní. Nehomogenity vznikají zejména na okrajích pole - magnetické indukční čáry přestávají být navzájem rovnoběžné.

Homogenní magnetické pole se definuje podobně jako homogenní elektrostatické pole.

Budeme-li nyní uvažovat v homogenním magnetickém poli vodič kolmo k indukčním čarám tohoto pole, zjistíme, že velikost magnetické síly je:

1. přímo úměrná proudu *I*, který prochází vodičem
2. přímo úměrná délce *l* části vodiče, která je v mg. poli (tzv. **aktivní délka**) - toho lze docílit myšlenkovým pokusem: rozdělit pomyslně vodič na více malých částí a výslednou magnetickou sílu určit jako výslednici dílčích magnetických sil od těchto malých částí

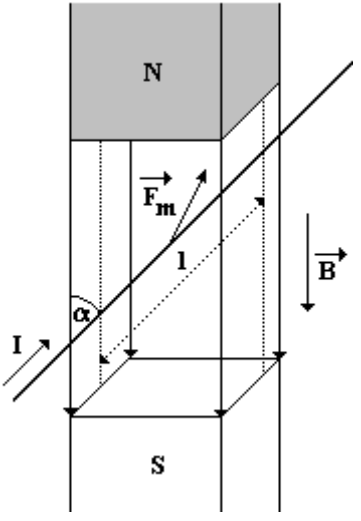
V uvažovaném případě tedy platí $F_m = BIl$, kde veličina *B* má význam konstanty úměrnosti a charakterizuje silové působení magnetického pole na vodič s proudem. V homogenním magnetickém poli má stále stejnou velikost ($B = konst$) a spolu se směrem magnetických indukčních čar určuje vektorovou veličinu $\vec{B}$ - **magnetickou indukci**; $[B] = \mathrm{N.A^{-1}.m^{-1}} = \mathrm{T}$ (*tesla*). (Nikola Tesla byl chorvatský elektrotechnik žijící v Americe, kde proslul vynálezy v oblasti elektrických strojů a vysokých frekvencí.)

Jednotka tesla je poměrně velká - velikost magnetické indukce permanentního magnetu je řádově $10^{-2} - 10^{-1}\ \mathrm{T}$, velikost magnetické indukce Země je v našich zeměpisných šířkách řádově $10^{-5}\ \mathrm{T}$. Ale pro laboratorní účely se konstruují elektromagnety, u nichž má magnetické pole velikost magnetické indukce velikosti řádově jednotek tesla.

Pokud by byl vodič umístěn do homogenního magnetického pole rovnoběžně s indukčními čarami, silové působení by nenastalo ($F_m = 0$). Velikost magnetické síly

závisí tedy na úhlu α, který svírá vodič s indukčními čarami magnetického pole: $F_m = BIl\sin\alpha$, kde $\alpha \in \langle 0; \pi \rangle$. Magnetická síla $\overrightarrow{F_m}$ je kolmá jak na vodič, tak na magnetickou indukci $\vec{B}$ (a tedy i na magnetické indukční čáry) (viz obr. 88). K určení jejího směru používáme **Flemingovo pravidlo levé ruky**:

POLOŽÍME-LI OTEVŘENOU LEVOU RUKU K PŘÍMÉMU VODIČI TAK, ABY PRSTY UKAZOVALY DOHODNUTÝ SMĚR PROUDU A INDUKČNÍ ČÁRY MAGNETU VSTUPOVALY DO DLANĚ, UKAZUJE ODTAŽENÝ PALEC SMĚR SÍLY, KTEROU PŮSOBÍ MAGNETICKÉ POLE NA VODIČ S PROUDEM.



Obr. 88

3.7.5 | Magnetické pole rovnoběžných vodičů s proudem

Chceme-li vyšetřovat magnetické pole dvou vodičů s proudem, musíme nejdříve prozkoumat detailněji magnetické pole, které vzniká kolem osamoceného přímého dostatečně dlouhého vodiče.

Ideální by bylo vyšetřovat magnetické pole v okolí nekonečně dlouhého vodiče, neboť bychom se nemuseli zabývat jevy, které nastávají na koncích vodiče. Takový vodič ale neexistuje.

Magnetické indukční čáry jsou soustředné kružnice se středem v ose vodiče ležící v rovině kolmé k vodiči. Vektor magnetické indukce $\vec{B}$ leží v rovině kolmé k vodiči a má směr tečny k magnetické indukční čáře (viz obr. 89). Pro velikost magnetické indukce v bodě *A* platí vztah: $B = \mu \frac{I}{2\pi d}$, kde *I* je proud procházející vodičem, *d* vzdálenost bodu od vodiče (tj. poloměr magnetické indukční čáry) a μ **permeabilita prostředí** (např. jádra cívky, ...). Pro vakuum (a přibližně i pro vzduch) má **permeabilita vakua** hodnotu $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \mathrm{N.A^{-2}}$. Permeabilita prostředí souvisí s permeabilitou vakua vztahem $\mu = \mu_0 \mu_r$, kde μ_r je **relativní permeabilita prostředí**.

Relativní permeabilita výrazným způsobem ovlivňuje

magnetické vlastnosti látek.

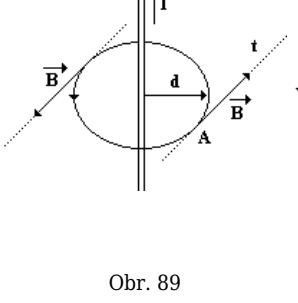
Nyní uvažujme situaci, kdy je v magnetickém poli přímého vodiče umístěn rovnoběžně další velmi dlouhý tenký vodič, kterým protéká proud. Vodiče na sebe budou působit magnetickou silou, neboť každý z nich se nachází v magnetickém poli druhého vodiče. Směr magnetické síly, která působí na jeden z rovnoběžných vodičů s proudem, závisí na směru proudu v druhém vodiči (viz obr. 90):

1. proudy ve vodičích mají souhlasný směr - vodiče se přitahují
2. proudy ve vodičích mají opačný směr - vodiče se odpuzují

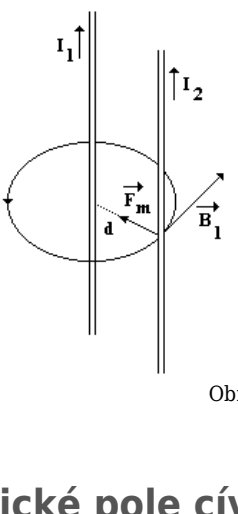
Tato interakce je tedy „opačná“ než interakce dvou nábojů resp. dvou magnetů.

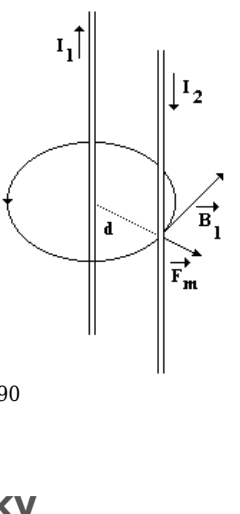
Určíme nyní velikost magnetické síly, která působí na část jednoho vodiče délky *l*, je-li druhý vodič vzdálen od tohoto vodiče *d*: $F_m = B_1 I_2 l = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} l$, kde I_1 a I_2 jsou proudy ve vodičích. Na základě tohoto vztahu se definuje jednotka ampér patřící mezi základní jednotky soustavy SI.

Výraz $\sin\alpha$ jsme do vztahu pro magnetickou sílu nepsali, neboť magnetické indukční čáry magnetického pole vytvářeného jedním vodičem jsou kolmé ke druhému vodiči. A tedy $\sin\alpha = \sin 90° = 1$.



Obr. 89





Obr. 90

3.7.6 | Magnetické pole cívky

Podobně jako je možné znázornit magnetické pole přímého vodiče s proudem, je možné znázornit i magnetické pole vodičů s proudem ve tvaru závitu nebo cívky. (Nekonečně) dlouhá válcová cívka s velkým počtem závitů, jejichž průměr je mnohem menší než délka cívky, se nazývá **solenoid**. Stočíme-li solenoid do prstence, dostaneme **toroid**. Pomocí pokusu s pilinami je možné zjistit, že uvnitř solenoidu (v jeho střední části) jsou magnetické indukční čáry rovnoběžné s jeho osou - je zde tedy **homogenní magnetické pole**. Orientaci magnetických indukčních čar určíme pomocí **Ampérova pravidla pravé ruky**:

PRAVOU RUKU POLOŽÍME NA CÍVKU (ZÁVIT) TAK, ABY POKRČENÉ PRSTY UKAZOVALY

DOHODNUTÝ SMĚR PROUDU V ZÁVITECH CÍVKY, A PALEC UKAZUJE ORIENTACI MAGNETICKÝCH INDUKČNÍCH ČAR V DUTINĚ CÍVKY.

Magnetické pole cívky je podobné magnetickému poli tyčového magnetu. Magnetické indukční čáry mají vně magnetu orientaci $N \rightarrow S$. Podle Ampérova pravidla je tedy severní pól na straně palce - je to způsobeno tím, že magnetické indukční čáry jsou uzavřené.

Pro velikost magnetické indukce uvnitř velmi dlouhého solenoidu navinutého hustě tenkým vodičem umístěného v prostředí s permeabilitou μ platí vztah (který nelze odvodit pomocí středoškolské matematiky): $B = \mu \frac{NI}{l}$. *I* je proud v cívce a *N* počet závitů části cívky o délce *l*. Podíl $\frac{N}{l}$ udává počet závitů na jednotku délky a označuje se jako **hustota závitů**.

3.7.6.1 | ***„Speciální“ cívky

Je-li cívka tvořena jedním závitem (resp. se jedná o cívku jejíž délka je vzhledem k průměru závitů zanedbatelná), pak pro velikost magnetické indukce ve středu kruhového závitu o poloměru *r*, kterým prochází proud *I*, platí: $B = \mu \frac{I}{2r}$. V praxi se používají cívky různého tvaru a provedení. Výpočet velikosti magnetické indukce těchto cívek není zcela triviální, vždy ale závisí na hustotě

závitů a na proudu v cívce.

Technickým problémem je vytvoření homogenního magnetického pole. Poměrně slabé, téměř homogenní magnetické pole lze získat dvojicí úzkých kruhových cívek se společnou osou, jejichž vzájemná vzdálenost je rovna poloměru cívek. Nazývají se **Helmholtzovy cívky** (pojmenované podle německého lékaře a fyzika Hermanna von Helmholtze (1821 - 1894)) používají se např. ve Wehneltově trubici, která umožňuje pozorovat pohyb elektronů v magnetickém poli. Dále se v praxi používají speciální prstencové cívky (toroidy). Jsou-li jejich závity navinuty těsně vedle sebe, je magnetické pole soustředěno jen v dutině cívky a magnetické indukční čáry mají tvar kružnice se středem v ose prstence. Magnetická indukce má ve všech bodech stejnou velikost a platí pro ní stejný vztah jako pro solenoid.

3.7.7 | Částice s nábojem v magnetickém poli

Proud ve vodiči je tvořen nabitými částicemi (elektrony), na které rovněž působí magnetické pole. Magnetickou sílu je možno chápat jako výslednici sil, které působí na jednotlivé nosiče náboje. Uvažujme vodič délky *l*, v němž je *N* volných elektronů. Celkový náboj těchto elektronů je $Q = -eN$. Pohybují-li se tyto elektrony ve vodiči rychlostí $\vec{v}$ ve směru vodiče, urazí vzdálenost *l* za dobu

$t = \frac{l}{v}$. Za tu dobu projde průřezem vodiče náboj Q, jemuž odpovídá proud $I = \frac{|Q|}{t} = \frac{Nev}{l}$. Pro velikost magnetické síly tedy můžeme psát (v případě, že vodič je kolmý k magnetickým indukčním čarám): $F_m = BIl = BNev$.

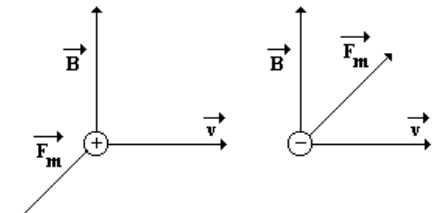
Odtud pro velikost síly působící na jeden elektron dostáváme $F_m = Bev$. Tento vztah platí nejen pro elektrony ve vodiči, ale i pro částice s nábojem mimo vodič (protony, ionty, ...).

V obecném případě (částice se nepohybuje kolmo k indukčním čarám, ...) je magnetická síla dána vektorovým zápisem $\vec{F_m} = e\vec{v} \times \vec{B}$.

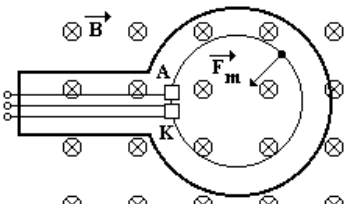
Směr magnetické síly závisí na náboji částice, což ostatně vyplývá ze vztahu pro její velikost. Vektor této síly je kolmý k vektoru magnetické indukce i k vektoru rychlosti.

Kolmost síly k vektoru magnetické indukce a k vektoru rychlosti vyplývá z vektorového zápisu této síly.

Schématicky je situace znázorněná na obr. 91.



Obr. 91



Obr. 92

Velikost magnetické síly je maximální v případě, kdy vektor rychlosti a vektor magnetické indukce svírá úhel $\alpha = 90°$. Při zmenšování úhlu bude se bude velikost magnetické síly zmenšovat. Nulovou velikost bude mít v případě, kdy se bude částice pohybovat ve směru magnetické indukce. Vzhledem k tomu, že magnetická síla je kolmá na směr pohybu částice, nekoná tato síla práci. Velikost rychlosti částice (a tedy i kinetická energie) se v magnetickém poli nemění.

Mluvíme pouze o velikosti rychlosti!!! Směr se měnit může.

Pohyb elektronů v magnetickém poli lze pozorovat v tzv. Wehneltově trubici (schéma viz obr. 92). Do skleněné baňky naplněné vodíkem o nízkém tlaku ($1\,\mathrm{Pa}$) je zataven zdroj elektronů. Celá trubice je umístěna v homogenním magnetickém poli, které vytvářejí Helmholtzovy cívky s velkým průměrem. Elektrony vyletují ze zdroje rychlostí $\vec{v}$ kolmo k indukčním čarám. Na elektrony působí magnetická síla $\overrightarrow{F_m}$, která zakřivuje jejich trajektorii, po níž se elektrony pohybují (a tím mění i směr

rychlosti $\vec{v}$). Výsledkem je pohyb elektronu po kružnicové trajektorii, protože magnetická síla se stává silou dostředivou.

Lze tedy psát: $F_m = F_d$ a tedy $Bev = m\frac{v^2}{r}$. Odtud $r = \frac{m}{e}\frac{v}{B}$.

Podíl $\frac{m}{e}$ je pro danou částici konstantní a je její důležitou charakteristikou. Pohyb částice v magnetickém poli naznačuje, jak je možné tuto konstantu měřit.

Pohybuje-li se částice současně v magnetickém i elektrickém poli, působí na ní jak síla elektrostatická $\overrightarrow{F_e}$, tak síla magnetická $\overrightarrow{F_m}$. Výslednicí obou těchto sil je síla $\overrightarrow{F_L} = \overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m}$, která se nazývá **Lorentzova síla**.

Pro Lorentzovu sílu tedy platí: $\overrightarrow{F_L} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B}$.

Působení magnetického pole na částice s nábojem našlo široké využití v praxi - vychylování elektronového paprsku v televizní obrazovce, měření v mlžné komoře, ...

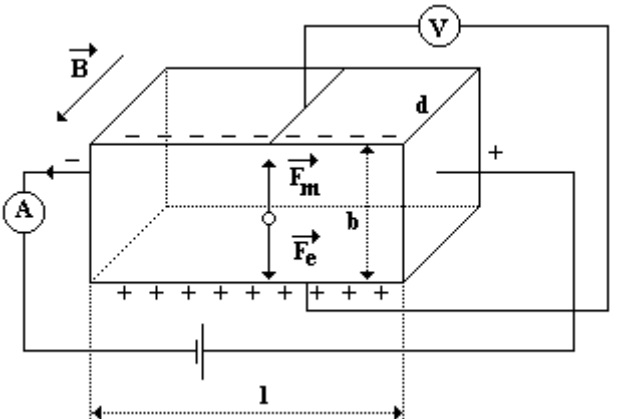
3.7.8 | ***Hallův jev

Vodivou destičku z kovu nebo polovodiče umístíme do homogenního magnetického pole tak, aby vektor magnetické indukce $\vec{B}$ byl na destičku kolmý. Prochází-li destičkou elektrický proud ve směru nejdelší její hrany lze voltmetrem zjistit, že mezi bočními stěnami destičky

vzniká napětí (viz obr. 93). Toto napětí se označuje U_H a nazývá se **Hallovo napětí** na počest amerického fyzika E. H. Halla (1855 - 1938), který tento jev v roce 1879 objevil. Příčinou vzniku Hallova napětí je magnetická síla $\vec{F_m}$, která působí na volné nosiče náboje tvořící proud *I* v destičce. Tyto nositelé náboje jsou vychylovány ze svého původního směru, a tak není jejich koncentrace v příčném průřezu destičky konstantní. U jedné boční destičky proto vzniká jejich nadbytek, u protilehlé nedostatek. Nerovnoměrné rozdělení náboje je příčinou vzniku elektrického pole o intenzitě $\vec{E}$. Silové působení tohoto elektrického pole na částice je orientováno proti silovému působení pole magnetického.

Hodnota Hallova napětí U_H je dána rovnováhou mezi magnetickou silou $\vec{F_m}$ působící na elektrony procházející destičkou délky *l* a elektrickou silou $\vec{F_e}$, kterou působí příčné elektrické pole o intenzitě $\vec{E}$ na celkový náboj *Q* volných nosičů náboje v destičce. Pro rovnovážný stav platí: $F_e = F_m$ a po dosazení $QE = BI$. Je-li Hallovo napětí měřeno na destičce šířky *b*, je $U_H = Eb$ a tedy $E = \frac{U_H}{b}$. Po dosazení do vztahu popisující rovnovážný stav dostáváme: $U_H = \frac{BIlb}{Q} = \frac{BIlb}{qnbld} = \frac{BI}{qnd} = R_H \frac{BI}{d}$, kde *q* je náboj jednoho nositele náboje, *n* je koncentrace nositelů náboje v jednotce objemu, *d* je třetí rozměr destičky a $R_H = \frac{1}{qn}$ je

Hallova konstanta; $[R_H] = m^3.C^{-1}$.



Obr. 93

Hallova konstanta může být kladná i záporná podle toho, jaký náboj má daný nositel (elektron - záporný náboj, díra - kladný náboj, ...). Na obr. 93 je znázorněna kovová destička a tedy $R_H < 0$, neboť $q_{elektronu} < 0$.

Hallův jev se využívá v praxi k měření magnetické indukce magnetického pole - tzv. Hallovou sondou.

3.7.9 | Magnetické vlastnosti látek

Velikost magnetické indukce cívky je závislá na permeabilitě prostředí, v němž se cívka nachází resp. kterým je tvořeno její jádro. Proto je magnetická indukce

cívky navinuté na uzavřeném ocelovém jádře větší než magnetická indukce téže cívky bez jádra. Hodnota relativní permeability je určena vlastnostmi atomů, z nichž je látka složena. S tímto poznatkem přišel již Ampér, který tvrdil, že magnetické vlastnosti látek určují elektrické proudy uvnitř těchto látek.

Zjednodušený model vypadá takto: elektrony v atomech vytvářejí elementární magnetická pole, která se skládají a vytvářejí výsledné magnetické pole atomu. Podle uspořádání elektronů v atomu dělíme magnetické látky do tří skupin:

Diamagnetické látky se skládají z diamagnetických atomů a mají relativní permeabilitu nepatrně menší než 1 ($\mu_r < 1$). To znamená, že tyto látky mírně zeslabují magnetické pole (patří sem inertní plyny, voda, zlato, měď, rtuť, ...).

Diamagnetická látka se od magnetu odpuzuje.

Paramagnetické látky jsou složeny z paramagnetických atomů a jejich permeabilita je nepatrně větší než 1, tj. $\mu_r > 1$. Tyto látky mírně zesilují magnetické pole (draslík, sodík, hliník, modrá skalice, ...).

Fakt, že měď patří mezi diamagnetické látky a modrá skalice mezi paramagnetické látky, je dán chemickou vazbou mědi v modré skalici, přítomností dalších chemických prvků v této sloučenině, ...

Atomy těchto látek mají vlastní magnetické pole. Vnějším magnetickým polem by tedy bylo možné je uspořádat tak, aby došlo k souhlasné orientaci magnetických polí jednotlivých atomů, a tím i ke značnému zesílení magnetického pole v látce. Ve skutečnosti tento stav nenastává - brání mu tepelný pohyb. Magnetické pole v paramagnetické látce není možné zesílit ani vnějším polem o velké magnetické indukci.

Paramagnetická látka se k magnetu přitahuje a bude sama přitahovat drobné kovové předměty (kancelářské svorky, ...) pouze v případě, že bude v blízkosti magnetu. Paramagnetickou látku není možné zmagnetovat trvale.

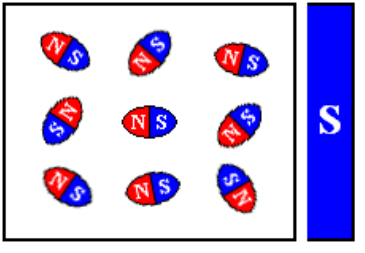
Feromagnetické látky jsou složeny také z paramagnetických atomů, ale v takovém uspořádání, že výrazně zesilují magnetické pole. Jejich relativní permeabilita je mnohem větší než 1 ($\mu_r \gg 1$). Již slabým magnetickým polem lze u nich vyvolat takové uspořádání atomů, že se magnetické pole zesílí a dojde k **magnetování látky**. Magnetické pole ve feromagnetické látce zůstává, i když vnější pole zanikne.

Příčinou magnetizace látky je působení tzv. výměnných sil mezi sousedními atomy. Jejich vlivem nastává i bez vnějšího magnetického pole souhlasné uspořádání magnetických polí v malé oblasti látky. Při této **spontánní** (**samovolné**) **magnetizaci** vznikají v látce zmagnetované mikroskopické oblasti (o objemu $10^{-3} - 10\,\mathrm{mm}^3$) zvané **magnetické domény**, které jsou

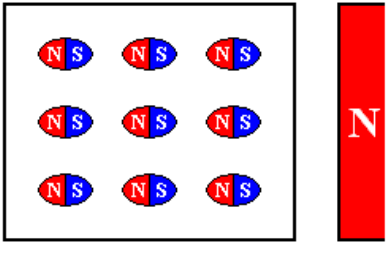
orientovány nahodile (viz obr. 94). Působením vnějšího magnetického pole se tyto domény orientují souhlasně a látka získává vlastnosti magnetu (viz obr. 95). Při tomto ději se objem domén postupně zvětšuje, až při jejich souhlasném uspořádání doménová struktura mizí - látka je magneticky nasycena.

Feromagnetickou látku lze zmagnetovat trvale: např. přejedeme-li magnetem nůž nebo šroubovák, začne přitahovat drobné kovové předměty (kancelářské svorky, šroubky, ...).

Feromagnetická látka je tvořena týmž druhem atomů jako látka paramagnetická, liší se ale v jiném uspořádání atomů a tedy i v jiném vzájemném silovém působení.



Obr. 94



Obr. 95

Strukturu paramagnetické látky lze přiblížit obr. 94. Zmagnetované oblasti jsou ale v paramagnetické látce výrazně menší než v látce feromagnetické - v látce

paramagnetické se jedná pouze o jednotlivé atomy, zatímco v látce feromagnetické jde o „shluky“ atomů. Navíc tyto oblasti není možné v paramagnetické látce uspořádat ve směru vnějšího magnetického pole (jako u látky feromagnetické - viz obr. 95); tomuto uspořádání brání tepelný chaotický pohyb částic látky!

Počet feromagnetických látek není velký, přesto mají značný praktický význam: vyrábějí se z nich jádra cívek v elektromagnetech, transformátorech, elektrických. strojích, ...

Základní vlastnosti feromagnetických látek:

1. Feromagnetismus se projevuje jen tehdy, je-li látka v krystalickém stavu - v kapalném nebo plynném stavu se chovají jako látky paramagnetické. Feromagnetismus je tedy vlastností struktury, ne jednotlivých atomů.
2. Pro každou feromagnetickou látku existuje určitá teplota (tzv. **Curieova teplota**), při jejímž překročení látka ztrácí feromagnetické vlastnosti a stává se látkou paramagnetickou.

Po překročení Curieovy teploty (řádově stovky stupňů Celsia) je tepelný pohyb tak intenzivní, že se vzniklé magnetické domény rozpadají zpět na jednotlivé atomy.

Chcete-li tedy někomu zničit jeho magnet, vhoďte jej do ohně. Necháte-li jej chladnout bez přítomnosti magnetického pole, získáte kus nemagnetického materiálu. Zahřejete-li jej ovšem znovu na Curieovu teplotu a necháte-li jej poté chladnout v magnetickém poli, získáte opět magnet.

Vzniku domén totiž brání vnitřní tepelný pohyb částic. Proto se tyto domény snáze vytvoří v přítomnosti vnějšího magnetického pole. Před opětovným vytvořením magnetických domén je nutný ohřev na Curieovu teplotu proto, aby se intenzivním tepelným pohybem rozpadly zbytky magnetických domén, které mohly ve struktuře látky zůstat z předchozího magnetování. Bez ohřevu na Curieovu teplotu by bylo nutné použít velmi silné vnější magnetické pole.

K natočení domén je nutno dodat určitou energii, je nutné vykonat určitou práci. A tuto energii je možné získat ohřevem materiálu (částice i domény začnou intenzivněji vibrovat a je tedy snadnější je překlopit do žádané polohy) a nebo silným magnetickým polem (magnetická síla se bude snažit domény natočit tak, aby byly v energeticky výhodném stavu).

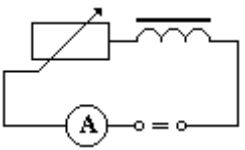
Mezi látky feromagnetické patří také **ferimagnetické látky** (**ferity**) - sloučeniny Fe_2O_3 s oxidy jiných kovů (Mn, Ba, ...). Mají mnohem větší elektrický odpor než kovové

feromagnetické látky, a proto nalezly široké uplatnění v praxi (slaboproudá elektrotechnika, permanentní magnety, ...).

3.7.10 | ***Magnetická hystereze

Pro velikost magnetické indukce velmi dlouhé cívky platí vztah: $B = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{l} = \mu \frac{NI}{l} = \mu H$, kde $H = \frac{NI}{l}$ je **intenzita magnetického pole**; $[H] = \mathrm{A.m^{-1}}$. Jedná se o vektorovou fyzikální veličinu, jejíž vektor má (v izotropním prostředí) stejný směr jako vektor magnetické indukce. Relativní permeabilita feromagnetických látek není konstantní, ale závisí na velikosti intenzity magnetického pole. Závislost $B = \mu_0 \mu_r H$ tedy není lineární.

Budeme-li v uvažované cívce s jádrem z feromagnetické látky (schéma zapojení obvodu je na obr. 97) postupně zvětšovat proud z nulové hodnoty, bude se magnetická indukce v jádře zvětšovat v závislosti na zvětšující se intenzitě magnetického pole.



Obr. 97

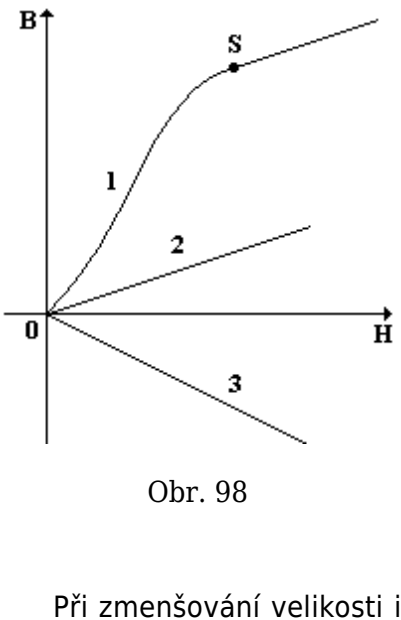
Uvědomme si, že velikost magnetické intenzity je

dána vztahem $H = \frac{NI}{l}$, to znamená, že magnetická intenzita se mění v závislosti na změně proudu. Počet závitů *N* cívky a její délka *l* je konstantní.

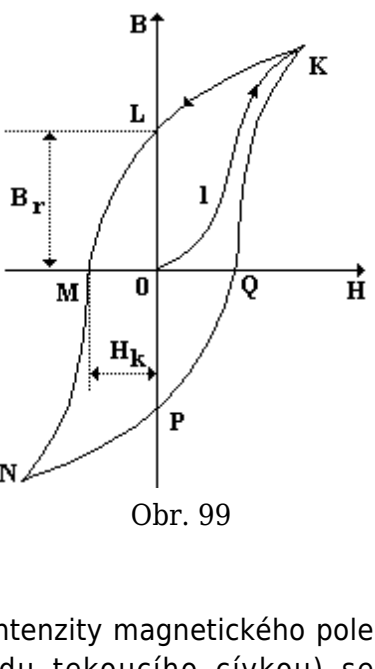
Proto vlastně popisujeme závislost magnetické indukce na proudu procházejícím cívkou.

Grafem této závislosti je **křivka prvotní magnetizace** (panenská křivka), která je zobrazená na obr. 98 část 1. Bod *S* na této křivce odpovídá magnetickému nasycení látky. To je stav, v němž jsou magnetické domény jsou paralelně uspořádány ve směru $\vec{H}$ (viz obr. 96). Další zvětšování magnetické indukce za bod *S* je způsobeno zvětšováním magnetické indukce pole samotné cívky (tj. už se neuplatní vliv feromagnetického jádra) - viz obr. 98 křivka 2.

Křivka 3 na tomtéž obrázku charakterizuje diamagnetickou látku.



Obr. 98



Obr. 99

Při zmenšování velikosti intenzity magnetického pole (tedy při zmenšování proudu tekoucího cívkou) se zmenšuje i velikost magnetické indukce. Grafem závislosti je křivka *KL*, která vypovídá o **nevratnosti magnetizačních procesů ve feromagnetických látkách.** Celý graf je zakreslen na obr. 99.

Po dosažení nulové hodnoty intenzity magnetického pole neklesne velikost magnetické indukce na nulovou hodnotu, ale na hodnotu B_r. Látka je tedy zmagnetována i bez působení vnějšího magnetického pole. Magnetická indukce $\vec{B_r}$ se nazývá **remanentní magnetická indukce** (**zbytková magnetická indukce**). Změníme-li směr

vektoru intenzity magnetického pole na opačný (tj. obrátíme-li směr proudu v cívce), bude se s dalším zvětšováním proudu tekoucího cívkou (tedy i velikosti magnetické intenzity) zmenšovat velikost magnetické indukce (část křivky *LM*).

Dosáhne-li velikost intenzity magnetického pole hodnoty H_k (tzv. **koercitivní intenzita magnetického pole**), klesne velikost magnetické indukce v látce na nulu (bod *M*). Při dalším zvětšování intenzity magnetického pole (a tedy i proudu procházejícího cívkou) se vzorek magnetuje opačně až do nasycení (bod *N*). Poté začneme intenzitu magnetického pole opět zmenšovat a po dosažení její nulové velikosti změníme opět směr proudu v cívce a dojdeme do bodu *K* (část křivky *NPQK*). Tím je jeden magnetizační cyklus uzavřen.

Popsaný jev se nazývá **magnetická hystereze** a křivka *KLMNPQK* **hysterezní smyčka**.

Hysterezní smyčka je důležitou charakteristikou feromagnetických látek - dají se z ní určit hodnoty B_r a H_k, je možné odhadnout tzv. hysterezní ztráty, které jsou příčinou nežádoucího zahřívání feromagnetických látek při jejich střídavém magnetování (zahřívání ocelových jader transformátorů), ... Hyysterezní ztráty jsou přitom přímo úměrné obsahu plochy ohraničené hysterezní smyčkou.

Podle tvaru křivky dělíme látky na:

1. magneticky tvrdé - mají širokou hysterezní smyčku, velkou hodnotu B_r a jsou tedy více

odolnější vůči zmagnetování (ocel s velkým obsahem uhlíku, …). Po zrušení vnějšího magnetického pole, zůstávají nadále zmagnetovány a chovají se jako permanentní magnet. Jejich magnetické pole lze zrušit pomocí vnějšího magnetického pole opačné polarity (např. do cívky s jádrem zavedeme proud opačného směru).

2. magneticky měkké - materiály s úzkou hysterezní smyčkou, které se dají snadno zmagnetovat (magnetofonové pásky, diskety, …). Mají malou hodnotu B_r, což znamená, že po zrušení vnějšího magnetického pole jejich vlastní magnetické pole prakticky zaniká.

3.7.11 | Magnetické materiály v praxi

Magnetické materiály se vyžívají především jako jádra cívek. Cívka navinutá na feromagnetickém jádře se nazývá **elektromagnet**. Neprochází-li vinutím elektrický proud, jádro je nemagnetické. Po zapojení proudu dochází k magnetování jádra - jádro se stává magnetem. Jeho magnetické vlastnosti lze určit na základě hysterezní smyčky.

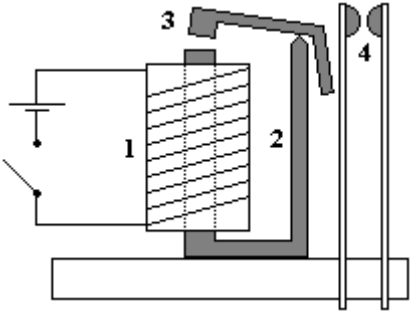
V praxi se elektromagnety využívají např. jako součásti:

1. elektromagnetického relé;

2. přístroje k magnetickému záznamu signálu;
3. měřícího přístroje s otočnou cívkou.

3.7.11.1 | Elektromagnetické relé

je příkladem využití elektromagnetu v zařízení, které je důležitým prvkem v soustavách automatizace. Schematicky je znázorněno na obr. 100. V blízkosti elektromagnetu tvořeného cívkou (*1*) a jádrem (*2*) z magneticky měkké oceli je pohyblivá kotva (*3*), rovněž z magneticky měkké oceli. Kotva se dotýká pružných kontaktů (*4*), k nimž je připojen obvod ovládaného zařízení.



Obr. 100

Začne-li elektromagnetem procházet ovládací proud, kotva relé se přitáhne k jádru cívky a sepne pružné kontakty. Tím je ovládané zařízení uvedeno do chodu. Přitom k přitažení kotvy postačuje mnohem menší ovládací proud, než je proud, který prochází obvodem ovládacího

zařízení (výkonný elektromotor, signalizační návěstí, obvod spojující telefonní stanice, …).

3.7.11.2 | Magnetický záznam signálu

Magnetický záznam se používá pro zaznamenání zvukového signálu, obrazového signálu nebo digitálního signálu.

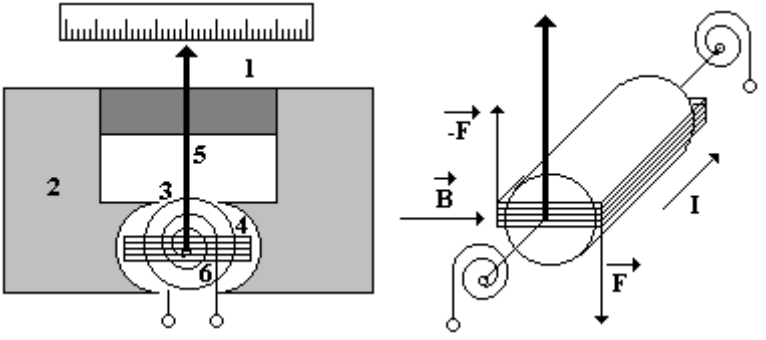
3.7.11.3 | Měřící přístroj s otočnou cívkou

Princip přístroje spočívá v působení dvojice sil na cívku s proudem v magnetickém poli. Měřící přístroj je znázorněn na obr. 101, v jehož pravé části je detailní pohled na válec s cívkou. Zdrojem magnetického pole je magnet (*1*). Mezi jeho pólovými nástavci (*2*) z měkké oceli je umístěn válec (*3*) rovněž z měkké oceli. V mezeře mezi nástavci a válcem je otočná cívka (*4*), s níž je pevně spojena ručka (*5*) měřícího přístroje. Prochází-li cívkou proud, vzniká v ní magnetické pole. Cívka je ale umístěná v magnetickém poli permanentího magnetu. Toto vnější magnetické pole je příčinou vzniku magnetické síly (resp. dvojice sil). Velikost momentu této dvojice je přímo úměrná velikosti proudu v cívce. Do klidové polohy se snaží cívku vrátit spirálové pružiny (*6*), které na ní působí dvojicí sil s opačným momentem. Velikost tohoto momentu je přímo

úměrná úhlové výchylce cívky s ručkou.

Ustálená výchylka ručky měřidla odpovídá rovnosti velikosti momentů obou dvojic sil a je přímo úměrná proudu v cívce. Proto je stupnice měřidla rovnoměrná.

Měřící přístroje s otočnou cívkou se nazývají **magnetoelektrické** nebo **deprézské** (jejich princip navrhl francouzský elektrotechnik Marcel Depréz).



Obr. 101

3.8 | NESTACIONÁRNÍ MAGNETICKÉ POLE

3.8.1 | Elektromagnetická indukce

Nestacionární magnetické pole je možné vytvořit tak,

že budeme pohybovat magnetem. Budeme-li jím pohybovat v blízkosti cívky, k níž je připojen voltmetr, je možné na voltmetru pozorovat výchylku. Výchylka při přiblížení a oddálení magnetu je opačná. Mezi elektrickým a magnetickým polem je těsná souvislost - nestacionární magnetické pole je příčinou vzniku nestacionárního elektrického pole (a naopak). Projevem tohoto pole je časově proměnné napětí na koncích cívky.

Příčina vzniku elektrického napětí ve vodiči umístěném v nestacionárním magnetickém poli vyplývá z chování nabitých částic v magnetickém poli. Časově proměnná síla uvede do pohybu volné nosiče náboje (v kovech to jsou elektrony) a vytvoří se nerovnovážný stav. Mezi konci vodiče je proto možné naměřit elektrické napětí.

Nestacionární pole je příčinou vzniku **indukovaného elektrického pole** a tento jev nazývá **elektromagnetická indukce**. Na koncích cívky vzniká **indukované elektromotorické napětí** U_i a uzavřeným obvodem prochází **indukovaný proud** I_i.

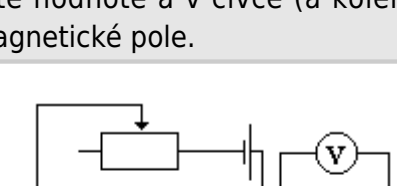
Pozor! Neplést dva pojmy: magnetická indukce je fyzikální veličina, zatímco elektromagnetická indukce je fyzikální jev!

Elektromagnetická indukce nastane i v případě zapojení obvodu podle schéma na obr. 102. Nestacionární magnetické pole vzniká jako důsledek změn proudu v **primární cívce** *P*, která je vzhledem k **cívce sekundární**

S v klidu. Při sepnutí vypínače v obvodu primární cívky vzniká v sekundární cívce indukované napětí a ručka voltmetru se vychýlí na jednu stranu. Při rozpojení vypínače je výchylka opačná.

Pokus je možné vysvětlit z různých vztažných soustav různě, jiným principem vzniku napětí, ale ve všech případech je výsledek stejný.

V případě dlouhodobě sepnutého vypínače se v sekundární cívce nebude indukovat žádné napětí. Elektrický proud procházející primární cívkou se totiž ustálí na určité hodnotě a v cívce (a kolem ní) vznikne stacionární magnetické pole.



Obr. 102

Indukované elektrické pole se liší od elektrického pole tvořeného náboji (to jsme označili jako zřídlové pole). Siločáry indukovaného elektrického pole jsou uzavřené křivky - jde tedy o pole vírové. Magnetické pole může být je vírové, zatímco elektrické pole může být buď vírové

nebo zřídlové.

Rozdíly mezi uvedenými typy polí:

1. pole zřídlové - siločáry začínají na kladně nabitých tělesech a končí na záporně nabitých. Pohybuje-li se částice s nábojem po uzavřené křivce, je celková vykonaná práce nulová.
2. pole vírové - siločáry jsou uzavřené a práce, která se vykoná při pohybu částice s jednotkovým nábojem po uzavřené křivce, je číselně rovna indukovanému napětí (a tedy je nenulová).

3.8.2 | Magnetický indukční tok

Pro kvantitativní popis elektromagnetické indukce je dobré zavést novou skalární fyzikální veličinu - **magnetický indukční tok** Φ. Uvažujme rovinou plochu o obsahu *S* umístěnou v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $\vec{B}$. Je-li plocha kolmá k magnetickým indukčním čarám (tj. vektor $\vec{B}$ má směr normály *n* plochy), je magnetický indukční tok určen vztahem $\Phi = BS$; $[\Phi] = \mathrm{T.m^2} = \mathrm{Wb}$ (*weber*).

Normála plochy je přímka, která je k ploše kolmá.

V případě, že vektor $\vec{B}$ svírá s normálou plochy úhel α, platí $\Phi = BS\cos\alpha$.

Pozor! Zde je úhel α definován jako úhel mezi normálou plochy a magnetickou indukční čarou, zatímco

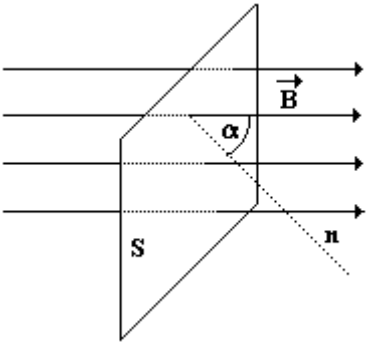
v případě silového působení magnetického pole na vodič s proudem byl úhel α definován jako úhle mezi vodičem a magnetickou indukční čarou. Proč se pokaždé zavádí úhel α jinak vyplývá z charakteru objektů, které jsou do magnetického pole vloženy: vždy se hledá odchylka magnetické indukční čáry a „přirozeného směru“ objektu. Vodiči lze připsat směr vodiče (tzv. směrový vektor), zatímco ploše (rovině) vektor normálový (normálu).

Pro děje v nestacionárním magnetickém poli jsou charakteristické změny indukčního toku. Tato změna může být způsobena změnou magnetické indukce, změnou plochy obsahu *S* nebo natočením dané plochy vůči magnetickým indukčním čarám. Časovou změnu magnetického indukčního toku je možné vyjádřit výrazem $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, kde $\Delta\Phi$ je změna magnetického indukčního toku za dobu Δt.

Samotný magnetický indukční tok pro nás nemá příliš velký význam - nesmírně podstatná a stěžejní je časová změna magnetického indukčního toku.

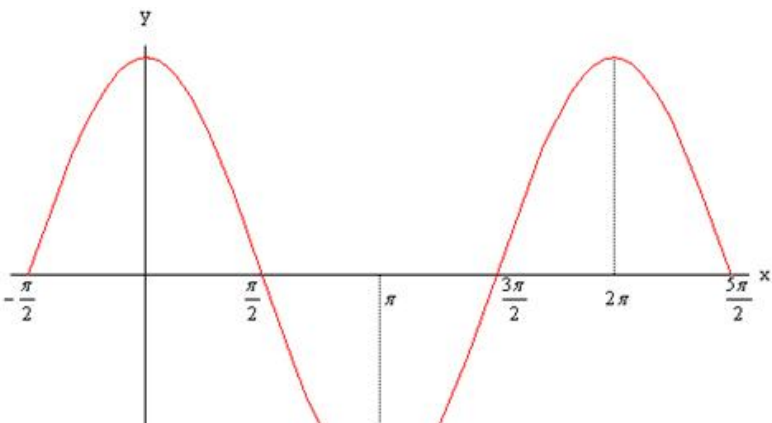
Pro praktické použití (např. jednofázový generátor střídavého proudu) je důležitý případ, kdy je v homogenním magnetickém poli umístěn rovinný závit, který se otáčí kolem osy ležící v rovině závitu úhlovou rychlostí o velikosti ω. Pro magnetický indukční tok pak je možné psát $\Phi = BS\cos\omega t$, tj. magnetický indukční tok se mění harmonicky. Díky tomu má i indukované

elektromotorické napětí harmonický průběh. Největší výchylku bychom voltmetrem naměřili v okamžiku, kdy $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (resp. $\alpha = \frac{3\pi}{2}$), tj. v okamžiku, kdy $\Phi = 0$. Naopak nulová výchylka voltmetru je při maximálním magnetickém indukčním toku (tj. $\alpha = 0$ resp. $\alpha = \pi$). Tento princip se používá i v elektrárnách k výrobě elektrické energie.



Obr. 103

Jediná veličina, která se při rotaci závitu kolem své osy (v nejjednodušším případě) mění, je úhel, který svírá normála plochy s magnetickými indukčními čarami. Proto je maximum resp. minimum změny magnetického indukčního toku dáno maximem resp. minimem změn funkce $y = \cos x$. Z obr. 104 je vidět, že nejvíce se funkce mění v okolí bodů $(2k+1)\frac{\pi}{2}$, kde $k \in \mathbb{Z}$; naopak nejméně se funkční hodnoty mění v okolí bodů $k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).



Obr. 104

Napětí indukované v jednom závitu je velice malé. Je možné jej ale zvětšit použitím cívky s *N* závity. Potom magnetický indukční tok je $\Phi = NBS\cos\omega t$ a indukované napětí se zvětší také *N* - krát.

3.8.3 | Faradayův zákon elektromagnetické indukce

Faradaye inspiroval Oerstedův pokus svědčící o souvislosti elektřiny a magnetismu. Faraday se začal proto zabývat problémem „jak přeměnit magnetismus v elektřinu“. To se mu podařilo vyřešit až roku 1831 po

mnoha pokusech s cívkami. Zjistil, že k indukci elektromotorického napětí dochází jen při časové změně magnetického indukčního toku. Zobecnění jeho experimentů vyústilo ve **Faradayův zákon elektromagnetické indukce**:

ZMĚNÍ-LI SE MAGNETICKÝ INDUKČNÍ TOK VE VODIČI ZA DOBU Δt O $\Delta\Phi$, VZNIKÁ VE VODIČI INDUKOVANÉ ELEKTROMOTORICKÉ NAPĚTÍ, JEHOŽ STŘEDNÍ HODNOTA JE $U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Na základě zákona elektromagnetické indukce snadno zdůvodníme časový průběh indukovaného napětí v otáčejícím se závitu. Magnetický indukční tok se mění nejpomaleji, dosahuje-li největších hodnot (viz obr. 105 a komentář k němu), a nejrychleji, je-li nulový. Proto se indukované napětí mění harmonicky, ale s funkcí sinus: $u = U_m \sin \omega t$, kde *u* je okamžitá hodnota indukovaného napětí a U_m největší hodnota (amplituda) indukovaného napětí. Toto napětí se nazývá střídavé.

Sinusový průběh indukovaného napětí, které vzniká díky kosinovému průběhu změny magnetického indukčního toku, vyplývá z diferenciálního počtu. Místo vztahu $U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ lze totiž přesněji psát $U_i = -\frac{d\Phi}{dt}$. Po dosazení a výpočtu dostáváme:

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS\cos\omega t) = -BS\frac{d}{dt}(\cos\omega t) = BS\omega\sin\omega t = U_m\sin\omega t\,.$$

3.8.3.1 | ***Odvození Faradayova zákona elektromagnetické indukce

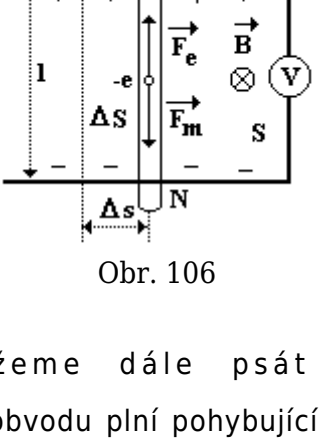
Postup, který se aplikuje při odvozování Faradayova zákona elektromagnetické indukce, se vyskytuje často i při řešení úloh.

Vyjdeme ze situace, kdy se v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $\vec{B}$ pohybuje kolmo k indukčním čarám vodič délky *l* (obr. 106). Vodič se při pohybu dotýká dvou rovnoběžných vodičů spojených s citlivým voltmetrem. Při pohybu vodiče působí na elektrony ve vodiči magnetická síla o velikosti $F_m = BNev$ (*e* je náboj elektronu a N je počet elektronů ve vodiči). Působením této síly se elektrony pohybují směrem k dolní části vodiče, kde tak vzniká záporný náboj. Horní část vodiče je nabita kladně, takže ve vodiči vzniká elektrické pole o intenzitě $\vec{E_i} = \frac{\vec{F_m}}{-Ne}$.

Směr síly $\vec{F_m}$ vyplývá z Flemingova pravidla levé ruky.

Indukované elektrické pole způsobí, že mezi konci vodiče (*M* a *N*) je indukované napětí U_i, přičemž platí:

$U_i = E_i l = Bvl$, což je možné přepsat ve tvaru: $U_i = B\frac{\Delta s l}{\Delta t} = B\frac{\Delta S}{\Delta t}$, kde Δs je dráha, kterou vodič urazí za dobu Δt, a ΔS je změna obsahu plochy opsané vodičem za tuto dobu.



Obr. 106

Dále můžeme dále psát $U_i = B\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$. V uvažovaném obvodu plní pohybující se vodič funkci zdroje napětí a voltmetr ukazuje hodnotu svorkového napětí. Pokud můžeme zanedbat proud procházející voltmetrem, má toto svorkové napětí *U* stejnou hodnotu jako indukované napětí U_i. Tak můžeme měřit indukované napětí, které má význam elektromotorického napětí. Obě napětí mají opačnou polaritu, což vyjadřuje znaménko mínus.

Znaménko mínus ve Faradayově zákonu

elektromagnetické indukce lze zdůvodnit i Lenzovým zákonem.

3.8.4 | Indukovaný proud

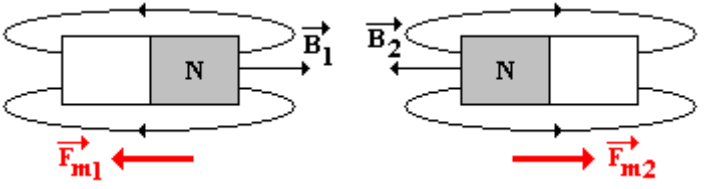
Příčinou vzniku indukovaného napětí je změna magnetického indukčního toku. Uděláme-li nyní pokus, kdy do lehkého hliníkového prstence zavěšeného na stojanu vsuneme prudce magnet, zjistíme, že se kroužek vychýlí ve směru pohybu magnetu. Při prudkém vytažení magnetu se vychýlí na opačnou stranu - tedy opět ve směru pohybu magnetu.

Příčinou tohoto děje je **indukovaný elektrický proud** I_i, který při elektromagnetické indukci vzniká v každém uzavřeném vodiči (resp. obvodu). Platí: $I_i = \frac{U_i}{R}$, kde *R* je odpor vodiče. Vzhledem k malému odporu hliníkového prstence, je i při malém indukovaném napětí indukovaný proud natolik velký, že se výrazně projeví jeho magnetické pole. Směr tohoto proudu je takový, že jeho magnetické pole odpuzuje magnet, tzn. působí proti změně, která tento proud (a jím vytvořené magnetické pole) vyvolala.

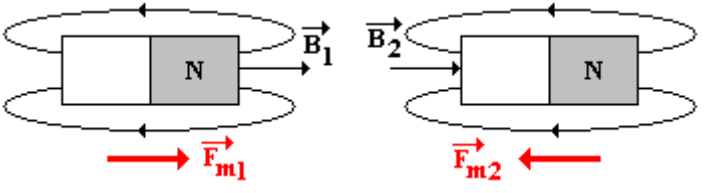
Při vysunutí magnetu vzniká proud opačného směru a jeho magnetické pole působí proti vysunutí magnetu. Indukční čáry magnetického pole kroužku jsou orientovány souhlasně s indukčními čárami magnetu a kroužek je

magnetem přitahován.

Pro ujasnění situace je vhodné vzpomenout si, jak se chovají dva magnety umístěné souhlasnými resp. nesouhlasnými póly k sobě (viz obr. 107 resp. obr. 108). Důležité pro pochopení Lenzova zákona je sledovat, jak souvisí vzájemné směry magnetických indukčních čar (resp. magnetických indukcí $\vec{B_1}$ a $\vec{B_2}$) s odpuzováním resp. přitahováním magnetů.



Obr. 107



Obr. 108

Při zasunutí magnetu se zvětšuje magnetický indukční tok procházející kroužkem, ale zvětšení toku brání magnetický indukční tok pole vytvořeného indukovaným

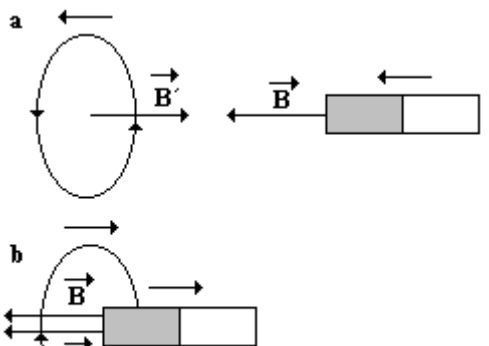
proudem. Při vysunutí magnetu se magnetický indukční tok snižuje, ale indukovaný proud vytváří magnetické pole, které opět působí proti změně magnetického indukčního toku.

Obdobným problémem se zabýval ruský fyzik a geofyzik Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804 - 1865) a v roce 1834 formuloval **Lenzův zákon**:

INDUKOVANÝ ELEKTRICKÝ PROUD V UZAVŘENÉM OBVODU MÁ TAKOVÝ SMĚR, ŽE SVÝM MAGNETICKÝM POLEM PŮSOBÍ PROTI ZMĚNĚ MAGNETICKÉHO INDUKČNÍHO TOKU, KTERÁ JE JEHO PŘÍČINOU (RESP. KTERÁ TENTO PROUD VYVOLALA).

Ve formulaci Faradayova zákona elektromagnetické indukce je Lenzův zákon zahrnut v podobě znaménka mínus.

1. $\Delta\Phi > 0$ - indukované napětí má takovou polaritu, že indukovaný proud vytváří magnetické pole s opačným směrem indukčních čar (viz obr. 109a)
2. $\Delta\Phi < 0$ - směr indukčních čar indukovaného magnetického pole je souhlasný se směrem magnetického pole, které elektromagnetickou indukci vyvolalo (viz obr. 109b)



Obr. 109

Jakousi obdobu Lenzova zákona známe z běžného života: v krajině, do níž byl proveden zásah (např. povrchová těžba, skládka, ...) dochází výrazně rychleji k regeneraci porostu; čím častěji se mladý muž holí, tím rychleji mu rostou vousy; ... Zkrátka následek (růst porostu, růst vousů, ...) působí vždy proti příčině (zničení porostu, oholení tváře, ...).

Indukované proudy vznikají nejen v cívkách, ale i v masivních vodičích (plechy, desky, hranoly, ...), které jsou v proměnném magnetickém poli. Proudy indukované v plošných vodičích, které si můžeme představit jako miniaturní víry, se nazývají **vířivé** (**Foucaltovy**) **proudy**. Jejich objevitelem je francouzský fyzik Jean Bernard Leon Foucault (1819 - 1868). Jejich účinku se využívá k tlumení pohybu - např. brzdění hliníkového kotoučku v elektroměru:

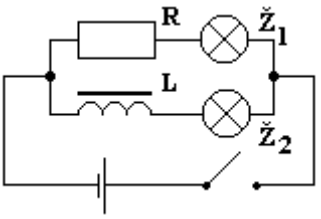
kotouček zasahuje do úzké mezery permanentního magnetu a při přerušení odběru proudu se prakticky ihned zastaví. Energie pohybujícího se kotoučku se přemění na energii indukovaných proudů.

3.8.5 | Vlastní indukce

Zapneme-li vypínač v obvodu na obr. 110, zjistíme, že žárovka ve větvi s rezistorem se rozsvítí okamžitě, zatímco ve větvi s cívkou se rozsvítí později. Příčinou je magnetické pole, které je vytvářeno proudem v cívce.

V rezistoru vzniká průchodem elektrického proudu magnetické pole také, ale toto pole je výrazně slabší než u cívky. Proto je možné magnetické pole vznikají v rezistoru zanedbat.

Po zapnutí se s rostoucím proudem zvětšuje magnetická indukce vznikajícího pole. Magnetické pole je tedy nestacionární a je příčinou vzniku indukovaného elektrického pole v cívce. Podle Lenzova zákona působí toto pole svými účinky proti změně, která ho vyvolala: na koncích cívky proto vzniká napětí opačné polarity, než je napětí zdroje. To způsobí, že proud nedosáhne okamžitě plné hodnoty, ale narůstá postupně až na hodnotu určenou odporem cívky a dále se již nemění. Nastává ustálený stav a indukované elektrické pole zaniká.



Obr. 110

Indukované elektrické pole vzniká ve vodiči i při změnách magnetického pole, které vytváří proud procházející vlastním vodičem. Tento jev nazýváme **vlastní indukce**. Vlastní magnetické pole vytváří v cívce magnetický indukční tok Φ, který prochází plochou závitů cívky a který je přímo úměrný proudu (v prostředí s konstantní permeabilitou): $\Phi = LI$. Veličina *L* se nazývá **indukčnost cívky** a jedná se o parametr cívky.

Tak jako rezistor je charakterizován svým odporem *R*, je cívka charakterizována svojí indukčností *L*.

Změní-li se za dobu Δt proud o ΔI, změní se magnetický indukční tok cívkou o $\Delta\Phi$ a v cívce se indukuje napětí: $U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$. Odtud dostáváme $[L] = \mathrm{V.s.A^{-1}} = \mathrm{Wb.A^{-1}} = \mathrm{H}$ (*henry*; pojmenovaná po americkém fyzikovi J. H. Henrym (1797 - 1878)).

Indukčnost je vlastnost celého elektrického obvodu - všech prvků, které jsou v něm zapojeny. Projevuje se ale nejvíce u cívek a především u těch, které mají uzavřené feromagnetické jádro. Ty mají široké uplatnění v praxi

a nazývají se **tlumivky**. Indukčnost cívek bez jádra je řádově $10^{-6} - 10^{-2}\,\mathrm{H}$, tlumivky s jádrem mají indukčnost $10^{-1} - 10^{2}\,\mathrm{H}$.

Pro indukčnost dlouhé válcové cívky o délce *l*, s obsahem plochy jednoho závitu *S* a s počtem závitů *N* platí: $L = \mu \frac{N^2 S}{l} = \mu \frac{N^2}{l^2} V$, kde $V = Sl$ je objem jádra cívky.

Odvození tohoto vztahu vyplývá z definičního vztahu magnetického indukčního toku, který je možné rozepsat takto: $\Phi = NBS\cos\alpha = LI$. Vzhledem k tomu, že pro cívku je $\alpha = 0°$ (normála plochy závitu je rovnoběžná se směrem magnetických indukčních čar homogenního magnetického pole cívky), je $\cos\alpha = 1$. Pro velikost magnetické indukce homogenního magnetického pole cívky platí vztah $B = \mu \frac{NI}{l}$. Nyní můžeme již psát: $\Phi = NBS\cos\alpha = LI$. Odtud $N\mu \frac{NI}{l} S = LI$, a tedy $L = \mu \frac{N^2 S}{l} = \mu \frac{N^2}{l^2} V$.

Pro cívku s feromagnetickým jádrem uvedený vztah neplatí přesně, protože její indukčnost je ovlivněna i magnetizací jádra, a proto závisí i na proudu, který cívkou prochází.

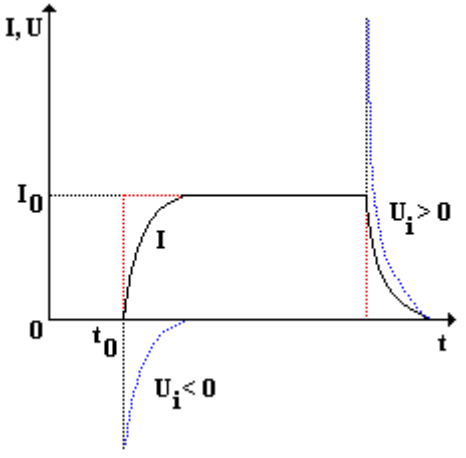
3.8.6 | Přechodný děj

Indukčnost cívek se projeví zejména při přechodném ději, kdy dochází ke změně napětí skokem: z hodnoty U_1 na hodnotu U_2. Přechodný děj proběhl v obvodu, jehož schéma je na obr. 111. Před připojením zdroje elektrického napětí je $U_1 = 0$; v okamžiku připojení zdroje vzroste napětí skokem na hodnotu elektromotorického napětí zdroje: $U_2 = U_e$ (viz obr. 112 čárkovaně červeně).

V části obvodu s rezistorem o odporu *R*, jehož indukčnost je prakticky zanedbatelná, vzroste proud okamžitě z nulové hodnoty na ustálenou hodnotu $I_0 = \frac{U_e}{R}$. V části obvodu s cívkou však vzniká vlivem její indukčnosti indukované napětí U_i a proud v obvodu je určen vztahem $I = \frac{U_e + U_i}{R} = \frac{U_e - L\frac{\Delta I}{\Delta t}}{R}$. V okamžiku zapojení zdroje napětí je $I = 0$ a indukované napětí má stejnou hodnotu, ale opačnou polaritu než zdroj. Vzhledem k tomu, že indukované napětí existuje jen při změnách proudu, začíná se proud zvětšovat, ale postupně se přírůstky proudu zmenšují, až nastane ustálený stav, charakterizovaný proudem I_0. Celkový průběh přechodného děje v obvodu s indukčností je na obr. 112 (plně).

Obdobný přechodný děj nastane i při přerušení obvodu. V obvodu s cívkou vzniká indukované napětí stejné polarity jakou má zdroj napětí. Proto proud v obvodu

nezaniká okamžitě, ale postupně. Rozpojením obvodu se jeho odpor rychle zvětší, změní se velmi rychle i proud v obvodu. Tomu odpovídá velká hodnota indukovaného napětí, která několikanásobně překračuje hodnotu napětí zdroje.



Obr. 112

Velké indukované napětí při přerušení obvodu je příčinou vzniku jiskrového výboje v místě přerušení obvodu (např. kontakty vypínače). Tento jev je nežádoucí, protože dochází k opalování kontaktů, jiskření ruší příjem rozhlasu a ve výbušném prostředí může dojít k explozi. Vzniku velkého indukovaného napětí je možné zabránit např. připojením kondenzátoru paralelně ke kontaktům vypínače.

Průběh přechodného děje v obvodu s cívkou vyplývá ze zákona zachování energie. Vytvoření (resp. zánik) magnetického pole provázejí přeměny energie, které ale neprobíhají okamžitě. Přechodný děj je spojen s konáním práce, což trvá určitou dobu. Elektrostatické síly konají práci a energie elektrická se mění v energii magnetického pole. Čím větší je indukčnost cívky, tím delší dobu se bude magnetické pole vytvářet a proud narůstá pomaleji. Indukčnost zde tedy představuje jistou „setrvačnost“ ve vztahu ke změnám proudu v obvodu.

Při srovnání s přeměnou energie v mechanice jde o veličinu analogickou hmotnosti.

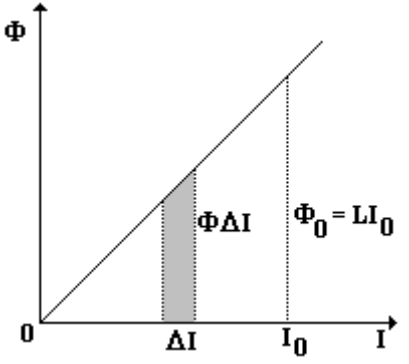
3.8.7 | Energie magnetického pole cívky

Stejně tak jako i jiná silová pole, má i magnetické pole energii. Po zapnutí zdroje napětí v obvodu s cívkou se zvětšuje proud v cívce z nulové hodnoty a po určité době dosáhne hodnoty odpovídající ustálenému stavu. Současně se vytváří magnetické pole cívky. Magnetický indukční tok roste s proudem lineárně $\Phi = LI$ a na cívce se indukuje elektromotorické napětí $U_i = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$. Aby tedy vznikl v cívce proud je nutno vykonat práci na překonání indukovaného elektromotorického napětí.

Za velmi krátkou dobu Δt se proud v cívce zvětší o ΔI

a energie magnetického pole cívky se zvětší o ΔE_m. Tuto energii získalo magnetické pole cívky přeměnou stejně velké části elektrické energie zdroje. Elektrostatické síly působící na volné elektrony ve vodiči cívky vykonaly při této změně práci, která je rovna ΔE_m:

$$\Delta E_m = W = \Delta E_e = UQ = |U_i| I \Delta t = L \frac{\Delta I}{\Delta t} I \Delta t = \Phi \Delta I .$$



Obr. 113

Pro získání celkové energie E_m magnetického pole cívky, kterou prochází ustálený proud I_0, vyjdeme z grafu funkce $\Phi = LI$ (viz obr. 113). Energii E_m magnetického pole cívky s proudem I_0 odpovídá obsah trojúhelníku ležící pod grafem funkce $\Phi = LI$.

Ze vztahu pro ΔE_m totiž vyplývá, že součin magnetického indukčního toku a proudu má jednotku joule.

Obsah uvažovaného trojúhelníka je $\frac{1}{2}\Phi_0 I_0 = \frac{1}{2} L I_0^2$. Tedy pro **energii** vytvořeného **magnetického pole** cívky dostáváme vztah: $E_m = \frac{1}{2} L I_0^2$.

V analogii s mechanikou je možné energii magnetického pole považovat za analogii kinetické energie mechanického pohybu.

Uvedený vztah platí pro cívku bez jádra (resp. pro cívku s otevřeným jádrem). U cívek s uzavřeným jádrem není závislost $\Phi = LI$ lineární a pro výpočet E_m je nutné použít vyšší matematiku.

3.9 | STŘÍDAVÝ PROUD

3.9.1 | Zdroje střídavého proudu

Otáčí-li se závit v magnetickém poli, mění se na jeho koncích napětí harmonicky a jeho okamžitá hodnota *u* je určena vztahem $u = U_m \sin \omega t$, kde U_m je amplituda napětí a *w* úhlová rychlost otáčení závitu. S časem se mění i polarita napětí, čemuž odpovídají i periodické změny proudu v připojeném obvodu. Proměnné napětí s harmonickým průběhem se označuje názvem **střídavé**

napětí a elektrickým obvodem prochází **střídavý proud**, který má také harmonický průběh. Střídavé napětí představuje **harmonické elektrické kmitání**.

Existují různé zdroje střídavého napětí:

1. zdroje založené na otáčení cívek v magnetickém poli - užívají se v energetice (generátory, …)
2. elektronické zdroje (oscilátory)

Frekvence střídavého napětí jsou různé - v energetice se užívá napětí nízké frekvence $f = 50\ \mathrm{Hz}$, zatímco např. ve sdělovací technice, kde slouží střídavé napětí pro přenos signálů, se používají jak nízké frekvence v akustickém oboru (do $16\ \mathrm{kHz}$), tak frekvence řádově $10\ \mathrm{GHz}$, jimiž se přenáší televizní signály z družic.

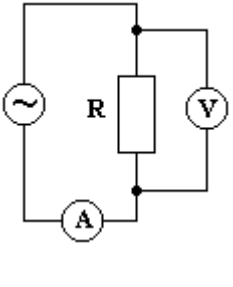
3.9.2 | Obvody střídavého proudu

Střídavý proud a jeho vztah ke střídavému napětí je značně ovlivněn nejen frekvencí, ale také vlastnostmi elektrického obvodu. Probereme si tedy základní **obvody střídavého proudu** (**střídavé obvody**). Střídavý obvod tvoří různé prvky, které jsou charakterizované svými parametry - rezistor s odporem *R*, cívka s indukčností *L* a kondenzátor s kapacitou *C*. Zařazením jediného prvku do obvodu vzniká **jednoduchý obvod střídavého proudu**, je-li zařazeno prvků více, vzniká **složený obvod střídavého proudu**.

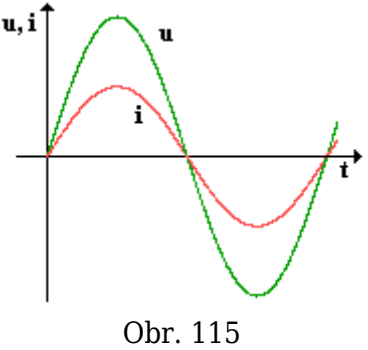
Střídavé obvody používané v praxi jsou vždy tvořeny kombinací těchto prvků.

3.9.2.1 | Obvod s rezistorem

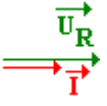
Nejjednodušší střídavý obvod je tvořen rezistorem (obr. 114), u něhož uvažujeme jen jeho odpor *R*. Připojíme-li obvod ke zdroji střídavého napětí s okamžitou hodnotou *u*, prochází obvodem střídavý proud s okamžitou hodnotou $i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t$, kde $I_m = \frac{U_m}{R}$ je amplituda střídavého proudu. Pro střídavý proud v obvodu platí Ohmův zákon stejně jako pro proud stejnosměrný. Odpor *R* rezistoru v obvodu střídavého proudu je stejný jako v obvodu stejnosměrného proudu a nazývá se také **rezistance**.



Obr. 114



Obr. 115



Obr. 116

Pomocí osciloskopu je možné sledovat časový průběh

okamžité hodnoty napětí a proudu v obvodu. Pomocí těchto časových diagramů je možné určit rozdíl fází obou veličin - fázový rozdíl φ. V obvodu s rezistorem dosahuje střídavé napětí i proud amplitudy ve stejném okamžiku - **nevzniká fázový rozdíl** mezi proudem a napětím (viz obr. 115).

Ke vzniku fázového rozdílu není žádný fyzikální důvod. Rezistor je vlastně kus drátu, který má pouze nějaký odpor. Jeho indukčnost (a tedy i magnetické pole) je zanedbatelně malá.

Dalším způsobem znázornění veličin střídavých obvodů je **fázový diagram**. Veličina je znázorněna orientovanou úsečkou umístěnou v soustavě souřadnic - **fázorem**. Jeho délka je rovna amplitudě dané veličiny a s osou *x* svírá úhel rovný počáteční fázi.

Jak se konstruuje fázový diagram je detailně popsáno v kapitole věnované mechanickému kmitání.

3.9.2.2 | Obvod s cívkou

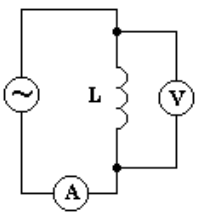
Druhým nejjednodušším střídavým obvodem je obvod s cívkou (viz obr. 117), která je charakterizována jen svou indukčnost *L* - tj. jedná se o ideální cívku:

IDEÁLNÍ CÍVKA JE CÍVKA CHARAKTERIZOVANÁ POUZE SVOJÍ INDUKČNOSTÍ. JEJÍ OHMICKÝ ODPOR JE TEDY ZANEDBATELNÝ.

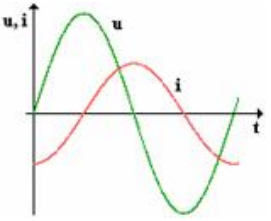
Ačkoliv je cívka drát stočený do „správného“ tvaru,

pro začátek se budeme zabývat pouze ideální cívkou (tedy budeme ohmický odpor drátu zanedbávat). Pokud bychom chtěli uvažovat i její odpor, je nutné na cívku nahlížet jako na sériové spojení ideální cívky a rezistoru s odporem rovným ohmickému odporu cívky.

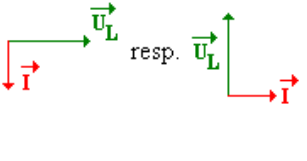
Střídavý proud procházející vinutím cívky vytváří proměnné magnetické pole. Tím se v cívce indukuje napětí, které má podle Lenzova zákona opačnou polaritu než zdroj napětí. Následkem toho proud v obvodu nabývá největší hodnoty později než napětí (tzv. vlastní indukce cívky). Proud se za napětím zpožďuje a vzniká **fázový rozdíl**.



Obr. 117



Obr. 118



Obr. 119

Je možné se přesvědčit, že křivka napětí je posunuta vzhledem ke křivce proudu na časové ose o $\frac{T}{4}$ (viz obr. 118), což odpovídá fázovému rozdílu $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Pro okamžitou hodnotu proudu tedy platí $i = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -I_m \cos\omega t$.

Připojíme-li cívku s uzavřeným feromagnetickým jádrem ke zdroji střídavého napětí měnitelné frekvence,

a měříme při různých frekvencích veličinu $X_L = \frac{U_m}{I_m}$; $[X_L] = \Omega$, kterou nazýváme **induktance**. Je možné ukázat, že induktance cívky je přímo úměrná frekvenci a indukčnosti cívky. Cívka se chová ve střídavém obvodu jako odpor. Nedochází zde ale k přeměně energie střídavého proudu v teplo jako u rezistoru; v cívce jen vzniká a zaniká magnetické pole. Z pokusů vyplývá vztah $X_L = \omega L$.

Induktance představuje jakýsi odpor cívky. Tato veličina se zavádí proto, aby bylo možné srovnávat ohmický odpor cívky (odpor drátu, z něhož je cívka vytvořena) s „magnetickou částí cívky“. Veličina X_L udává „odpor magnetické části cívky“.

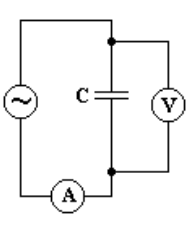
V praxi se k dosažení velkých induktancí používají cívky zvané **tlumivky**. Tlumivky pro střídavé proudy nízké frekvence mají mnoho závitů izolovaného drátu navinutého na ocelovém uzavřeném jádře. Tlumivky pro vysokofrekvenční střídavé proudy mají feritové jádro a v obvodech pro velmi vysoké frekvence postačuje několik volně navinutých závitů drátu.

Skutečné cívky mají kromě indukčnosti také odpor. Je-li odpor *R* cívky malý, tj. $R \ll X_L$, je možné ho zanedbat a cívka má přibližně vlastnosti ideální cívky. Není-li možné odpor cívky ve srovnání s její indukčností zanedbat, má obvod s cívkou vlastnosti složeného obvodu s parametry *RL* v sérii.

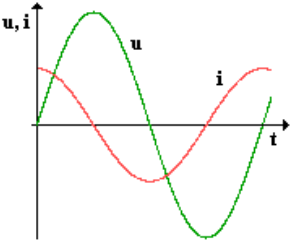
3.9.2.3 | Obvod s kondenzátorem

Opačné účinky než cívka má v obvodu střídavého proudu kondenzátor charakterizovaný kapacitou *C* (obr. 120). Po připojení ke zdroji střídavého napětí dochází k jeho periodickému nabíjení a vybíjení. Dielektrikem mezi deskami kondenzátoru vodivostní proud neprochází - mění se jen intenzita elektrického pole a dielektrikum se střídavě polarizuje.

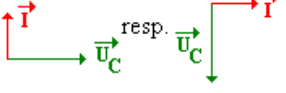
Nabíjecí proud kondenzátoru je největší v okamžiku, kdy je kondenzátor nenabitý, tj. napětí mezi jeho deskami je nulové. Naopak v okamžiku, kdy je kondenzátor nabit na napětí U_m je proud v obvodu nulový.



Obr. 120



Obr. 121



Obr. 122

Opět je možné se přesvědčit, že křivka napětí je v tomto případě časově posunuta o $\frac{T}{4}$ za křivkou proudu (viz obr. 121). Napětí je opožděno za proudem a jejich

fázový rozdíl je $\varphi = -\frac{\pi}{2}$. Pro okamžitou hodnotu proudu v obvodu s kondenzátorem platí $i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos\omega t$.

Provedeme-li pokus se zdrojem měnitelné frekvence, k němuž připojíme kondenzátor, můžeme měřit veličinu $X_C = \frac{U_m}{I_m}$; $[X_C] = \Omega$, která se nazývá **kapacitance**. Její hodnota se s rostoucí frekvencí střídavého proudu zmenšuje. Také na kapacitě *C* kondenzátoru závisí nepřímo úměrně, tedy $X_C = \frac{1}{\omega C}$.

Kapacitance představuje „odpor“ kondenzátoru. I tato veličina se zavádí proto, aby bylo možné porovnat chování kondenzátoru v obvodu střídavého proudu s cívkou a rezistorem.

3.9.2.4 | Složený obvod

Obvody střídavého proudu nejsou v praxi jednoduché, navíc u jejich prvků je nutno uvažovat více parametrů - odpor, indukčnost i kapacitu. Vlastnosti složeného obvodu se určují buď graficky nebo výpočtem. Vzhledem k tomu, že uvažovaný obvod obsahuje obecně odpor, indukčnost i kapacitu označuje se jako **obvod *RLC***.

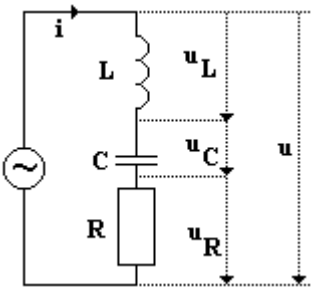
3.9.2.4.1 | Sériový RLC obvod

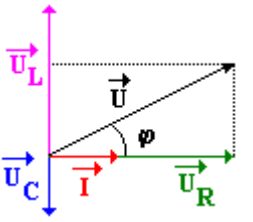
Prvky obvodu (viz obr. 126) prochází stejný proud, ale napětí na jednotlivých prvcích se liší jak hodnotou tak vzájemnou fází: napětí u_R má stejnou fázi jakou proud, napětí u_L proud předbíhá a napětí u_C se za proudem zpožďuje.

Tyto skutečnosti lze vyjádřit graficky jedním fázovým diagramem (viz obr. 127), který vznikl z fázových diagramů na obr. 123, obr. 124 a obr. 125.

Díky fázovým rozdílům není možné získat výslednou hodnotu napětí *u* v celém obvodu aritmetickým součtem. Pro efektivní hodnotu *U* výsledného napětí dostáváme (viz obr. 127): $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$, kde U_R, U_L a U_C jsou efektivní hodnoty napětí na jednotlivých prvcích obvodu. Dále můžeme psát:

$$U = \sqrt{(IR)^2 + \left(\omega L I - \frac{I}{\omega C}\right)^2} = I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\ .$$





Obr. 126 Obr. 127

Obvod jako celek je pak charakterizován jediným parametrem, který se nazývá **impedance** *Z*. Z Ohmova zákona pro impedanci dostáváme:

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\ ;\ [Z] = \Omega.$$

Impedance je „celkový odpor“ střídavého obvodu nebo součástky (sluchátka, zesilovač, vstupní nebo výstupní konektor, ...).

Pro fázový rozdíl φ napětí a proudu v obvodu pak můžeme psát (podle obr. 127): $\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$, přičemž $\varphi \in \left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$.

Dále je možné zavést pojem **reaktance** $X = X_L - X_C$, která charakterizuje vlastnosti té části obvodu střídavého proudu, v níž se elektromagnetická energie nemění v teplo, ale jen v energii elektrického a magnetického pole.

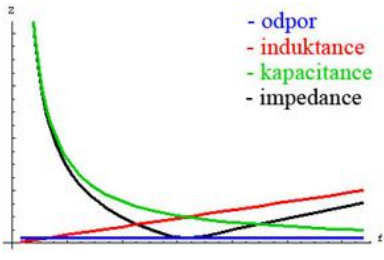
Jediný prvek, na kterém se může měnit energie elektromagnetického pole na teplo nebo mechanickou práci, je rezistor. Energie cívky a kondenzátoru se „přelévá“ mezi cívkou a kondenzátorem bez schopnosti konat práci.

Zvláštní případ nastává v *RLC* obvodu v sérii, je-li při

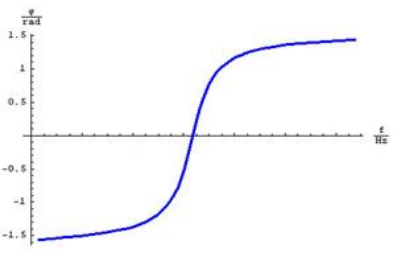
dané frekvenci induktance obvodu stejně veliká jako jeho kapacitance, tj. $X_L = X_C$. Z toho vyplývá, že $Z = R$. Fázový rozdíl proudu a napětí je nulový a obvod má vlastnost rezistance.

> Složený střídavý obvod se chová jako kdyby v něm byl zapojen pouze rezistor. Změny fáze, ... způsobené cívkou a kondenzátorem se vzájemně vykompenzují.

V tomto případě dosahuje proud v obvodu maximální hodnot a tento stav obvodu označujeme jako **rezonance** střídavého obvodu a příslušnou **rezonanční frekvenci** f_0 určíme z podmínky $X_L = X_C$. Po dosazení dostaneme $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ a tedy $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Tento vztah bývá označován jako **Thompsonův vztah**.



Obr. 128



Obr. 129

Skutečnost, že při rezonanci je impedance obvodu minimální, dokumentuje i obr. 128, na kterém jsou zobrazeny grafy závislosti odporu, induktance, kapacitance a impedance na frekvenci proudu (resp. napětí). Odpor rezistoru na frekvenci proudu nezávisí, induktance cívky se

s rostoucí frekvencí proudu zvětšuje a kapacitance kondenzátoru s rostoucí frekvencí proudu klesá. Impedance dosahuje svého minima právě v případě rezonance obvodu, kdy je její hodnota totožná s odporem rezistoru a kapacitance a induktance jsou stejné.

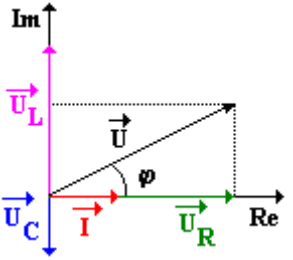
Na obr. 129 je zobrazen průběh fázového posunu proudu a napětí.

3.9.2.4.2 | Sériový RLC obvod - popis pomocí komplexních čísel

Přeformulováním řady fyzikálních problémů do komplexních čísel se tyto problémy většinou matematicky zjednoduší. S komplexními čísly se totiž velmi jednoduše pracuje a pro každý typ úlohy (podle matematického zápisu rovnic, podle povahy hledaného řešení, ...) je vhodný jiný zápis komplexních čísel. Důležité je ovšem na konci úlohy správně interpretovat získané řešení, tj. přiřadit komplexním číslům (resp. jejich imaginárním částem) správný fyzikální smysl.

Na základě fyzikálního popisu sériového RLC obvodu, který je zobrazen na obr. 130, je možné zakreslit fázory proudu a napětí na jednotlivých prvcích obvodu i do Gaussovy roviny, do níž se zobrazují komplexní čísla. Proud procházející obvodem je na všech prvcích obvodu stejný a má nulový fázový posun vůči napětí na rezistoru. Proto se obě tyto veličiny zobrazují na reálnou osu (viz obr. 132).

Napětí na cívce, které se předbíhá oproti proudu procházejícímu cívkou právě o $\frac{\pi}{2}$, se zobrazuje na kladnou imaginární poloosu. Analogicky se napětí na kondenzátoru (které se za proudem tekoucím kondenzátorem o $\frac{\pi}{2}$ opožďuje) zobrazí na zápornou imaginární poloosu. Grafická znázornění na obr. 131 a obr. 132 jsou tedy velmi podobná. Výpočet se ale liší.



Obr. 132

Napětí $\mathbf{U}_R$ na rezistoru o odporu *R* je dáno vztahem $\mathbf{U}_R = R\mathbf{I}$.

Fázory jsou v textu označené tučným písmem a na obrázcích (aby nemohlo dojít k záměně se skalárními veličinami) jsou označené jako vektory.

Napětí $\mathbf{U}_L$ na cívce o indukčnosti *L* je dáno vztahem $\mathbf{U}_L = X_L\mathbf{I} = \omega L\mathbf{I}j$, kde *j* je imaginární jednotka, pro kterou platí $j^2 = -1$.

V matematice se tatáž imaginární jednotka značí symbolem *i*. Symbol *j* je zde volen záměrně, aby nedocházelo k záměně s okamžitou hodnotou proudu, která se značí *i*. Přeznačením imaginární jednotky se matematické definice a pravidla, kterými se počítání s komplexními čísly řídí, nezmění!

Analogicky lze definovat napětí $\mathbf{U}_C$ na kondenzátoru vztahem $\mathbf{U}_C = X_C.\mathbf{I} = \frac{\mathbf{I}}{\omega C \mathrm{j}}$.

Na první pohled není jasné, že napětí na kondenzátoru U_C má fázový posun vůči proudu, který má mít - tj. že se za proudem v obvodu zpožďuje o čtvrt periody. To je možné ukázat tak, že napětí vyjádříme tak, jak se komplexní čísla běžně vyjadřují, tj. s imaginární jednotkou v čitateli: $\mathbf{U}_C = \frac{\mathbf{I}}{\omega C \mathrm{j}} = \frac{\mathbf{I}}{\omega C \mathrm{j}} . \frac{\mathrm{j}}{\mathrm{j}} = \frac{\mathbf{I}}{\omega C \mathrm{j}^2} \mathrm{j} = -\frac{\mathbf{I}}{\omega C} \mathrm{j}$.

Z tohoto vztahu je vidět, že napětí na kondenzátoru skutečně má smysl nanášet v Gaussově rovině na zápornou imaginární poloosu.

Jiným způsobem je možné odvodit kapacitanci kondenzátoru pomocí goniometrického tvaru komplexních čísel. Stačí si uvědomit, že napětí na kondenzátoru v obvodu střídavého proudu je vzhledem k proudu posunuto o $-\frac{\pi}{2}$. Pak lze psát: $X_C = \frac{1}{\omega C}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \mathrm{j}\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = -\frac{\mathrm{j}}{\omega C}$.

Pro napětí zdroje platí: $\mathbf{U} = \mathbf{U}_R + \mathbf{U}_L + \mathbf{U}_C$.

Sčítáme fázory, v nichž je zahrnut i fázový posun dané veličiny, takže je možné tento vztah napsat. Analogický vztah pro hodnoty napětí (tj. vztah psaný normálním písmem) je neplatný!

Po dosazení dostáváme $\mathbf{U} = R\mathbf{I} + \omega L\mathbf{I}\mathrm{j} - \frac{\mathbf{I}}{\omega C}\mathrm{j} = R\mathbf{I} + \left(\omega L\mathbf{I} - \frac{\mathbf{I}}{\omega C}\right)\mathrm{j} = \mathbf{I}\left[R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\mathrm{j}\right]$.

Číselná hodnota výsledného napětí *U* je pak dána absolutní hodnotou komplexního čísla, ve které už nevystupuje imaginární jednotka *j*: $U = I\left|R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\mathrm{j}\right| = I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$, což je stejný vztah jako vztah, který byl odvozen pro sériový RLC obvod s použitím reálných čísel.

Pro impedanci pak platí: $\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}} = R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\mathrm{j}$ a její číselná hodnota je dána vztahem $Z = \left|R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\mathrm{j}\right| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$, což je opět stejný vztah, který byl odvozen při popisu sériového RLC obvodu pomocí reálných čísel.

Pro fázový rozdíl napětí a proudu v obvodu lze použít stejný vztah jako je vztah odvozený pro sériový RLC obvod pomocí reálných čísel (viz obr. 132):

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R},\ \varphi \in \left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle.$$

Matematický popis rezonance se neliší. Při rezonanci prochází obvodem maximální proud a proto je tedy impedance obvodu minimální. To znamená, že $X_L = X_C$, odkud přímo vyplývá vztah pro rezonanční frekvenci f_0:

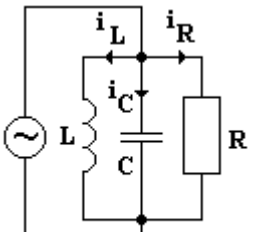
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

3.9.2.4.3 | Paralelní RLC obvod

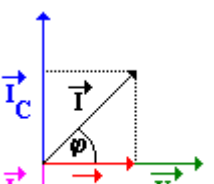
Na prvcích tohoto obvodu (viz obr. 133) je stejné napětí, ale proudy v jednotlivých větvích jsou různé. Liší se nejen svou hodnotou, ale i fází: proud i_R má stejnou fázi jako napětí, proud i_L se za napětím opožďuje a proud i_C ho předbíhá.

Vzhledem k různým fázím proudů, není možné získat celkový proud obvodu aritmetickým součtem proudů v jednotlivých větvích. Pro efektivní hodnotu *I* výsledného proudu dostaneme (podle obr. 134): $I^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2$, kde I_R, I_L a I_C jsou efektivní hodnoty proudů v jednotlivých větvích. Po úpravě je možné psát:

$$I = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(U\omega C - \frac{U}{\omega L}\right)^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}.$$



Obr. 133



Obr. 134

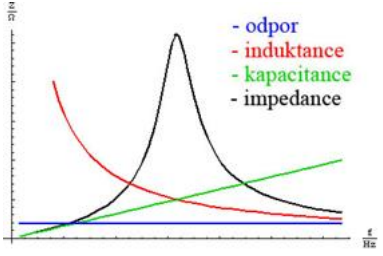
Obvod je opět charakterizován jediným parametrem - impedancí Z: $Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$. Někdy se zavádí nová charakteristika paralelního *RLC* obvodu: **admitance** Y: $Y = \frac{1}{Z}$. Po dosazení dostáváme $Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$; $[Y] = \Omega^{-1}$.

I u paralelního *RLC* obvodu je možné hovořit o **rezonanci**. Ta nastává opět při **rezonanční frekvenci** f_0, při níž je fázový rozdíl proudu a napětí nulový a tedy impedance je maximální (u sériového obvodu je impedance minimální) resp. admitance je minimální. Rezonanční frekvence splňuje podmínku: $X_L = X_C$. Po dosazení dostaneme $\omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L}$, a tedy $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Při rezonanci prochází obvodem minimální proud.

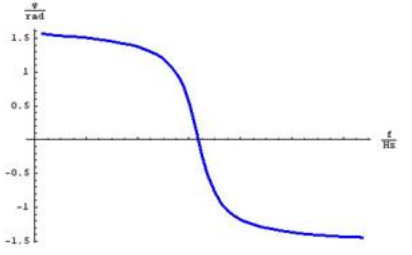
I při paralelním spojení prvků obvodu se při rezonanci chová obvod tak, jako kdyby v něm byl zapojen pouze rezistor.

Závislost impedance, „kapacitance“, „induktance“ a „odporu“ na frekvenci je zobrazena na obr. 135.

Zdánlivé odpory cívky a kondenzátoru jsou v uvozovkách proto, že se nejedná o tytéž veličiny jako v případě sériového obvodu, ale o jejich převrácené hodnoty.



Obr. 135



Obr. 136

Na obr. 136 je zobrazena závislost fázového rozdílu mezi napětím a proudem v paralelním *RLC* obvodu na frekvenci.

3.9.2.4.4 | Derivační a integrační

články

V elektrotechnické praxi, ale i v dalších technických odvětvích (přenos televizního signálu, digitalizace signálu, vzorkování signálu, ...) se velmi často využívají dva typy článků měnící procházející signál. Oba články lze popsat pomocí vlastností RLC obvodu popsaného pomocí komplexních čísel.

Místo názvu *článek* se v této souvislosti často také používá název *člen*.

Oba tyto články patří mezi tzv. komplexní dvojbrany:

1. derivační článek má vlastnost hornofrekvenční propusti (horní propust);

To tedy znamená, že derivačním článkem projdou pouze ty složky časově proměnného elektrického proudu, které mají frekvenci vyšší než je určitá mezní frekvence.

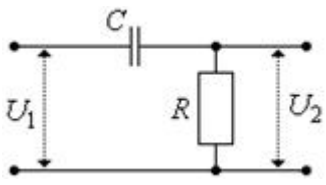
2. integrační článek má vlastnost dolnofrekvenční propusti (dolní propust).

Integračním článkem tedy projdou pouze ty složky časově proměnného elektrického proudu, jejichž frekvence jsou menší než určitá mezní frekvence

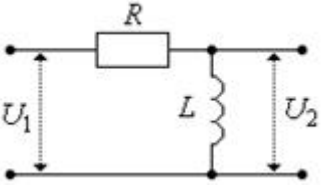
3.9.2.4.4.1 | Derivační článek

Derivační článek, který může být zapojen podle dvou

schémat (viz obr. 137 a obr. 138), je elektrotechnická součástka, která realizuje v obvodu matematickou funkci derivace. To znamená, že průběh výstupního napětí je dán derivací vstupního napětí podle času.



Obr. 137



Obr. 138

V dalším odvození budeme předpokládat ideální zdroj napětí U_1 (vstupní napětí) a výstup článku naprázdno, tj. s nezapojenou zátěží článku.

Jinými slovy výstup článku je rozpojen - mezi svorkami, z nichž odebíráme výstupní napětí, je teoreticky nekonečně velký odpor. To odpovídá v praxi např. připojení voltmetru k výstupním svorkám tohoto článku. Dobrý voltmetr je totiž charakterizován velmi velkým vnitřním odporem.

Kvalitu přenosu signálu derivačním článkem vyjádříme pomocí tzv. **napěťového přenosu derivačního článku** A_1.

NAPĚŤOVÝ PŘENOS A_1 JE DÁN POMĚREM

VÝSTUPNÍHO NAPĚTÍ $\mathbf{U}_2$ A VSTUPNÍHO NAPĚTÍ $\mathbf{U}_1$, TAKŽE PLATÍ $A_1 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1}$, PŘIČEMŽ $[A_1] = 1$.

Začneme s derivačním článkem, jehož schéma je zobrazeno na obr. 137. Pro napětí $\mathbf{U}_1$, které měříme vlastně na sériové kombinaci rezistoru o odporu *R* a kondenzátoru o kapacitě*C*, dostáváme: $\mathbf{U}_1 = (R + X_C)\mathbf{I} = \left(R + \frac{1}{\omega C \cdot j}\right)\mathbf{I}$, kde ω je úhlová frekvence procházejícího elektrického proudu a *j* je imaginární jednotka s vlastností $j^2 = -1$.

Zápis pomocí tučného fontu pouze naznačuje, že se nejedná přímo o hodnoty elektrického napětí a elektrického proudu, ale o fázory, ve kterých je zápisem pomocí komplexních čísel zohledněn i vzájemný fázový posun.

Pro napětí $\mathbf{U}_2$ na výstupu článku (tj. na rezistoru o odporu *R*) dostáváme: $\mathbf{U}_2 = R \cdot \mathbf{I}$.

Elektrický proud procházející článkem je stejný na vstupu i na výstupu - daným zapojením článku se mění vlivem různé impedance vstupu článku a impedance výstupu článku pouze napětí.

Pro napěťový přenos článku A_1 tedy můžeme psát:

$$A_1 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{R\cdot\mathbf{I}}{\left(R+\frac{1}{\omega C\cdot \mathrm{j}}\right)\mathbf{I}} = \frac{R}{\frac{\omega CR\cdot \mathrm{j}+1}{\omega C\cdot \mathrm{j}}} = \frac{\omega CR\cdot \mathrm{j}}{1+\omega CR\cdot \mathrm{j}}.$$

Pro článek, jehož schéma je zobrazeno na obr. 138, budeme postupovat velmi podobně. Vstupní napětí $\mathbf{U}_1$ je napětí na sériové kombinaci rezistoru o odporu R a cívky s indukčností L a můžeme pro něj tedy psát: $\mathbf{U}_1 = (R+X_\mathrm{L})\mathbf{I} = (R+\omega L\cdot \mathrm{j})\mathbf{I}$. Pro výstupní napětí $\mathbf{U}_2$ (napětí na cívce) platí: $\mathbf{U}_2 = \omega L\cdot \mathrm{j}\cdot\mathbf{I}$.

Pro napěťový přenos článku A_2 proto dostáváme:

$$A_1 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{\omega L\cdot \mathrm{j}\cdot\mathbf{I}}{(R+\omega L\cdot \mathrm{j})\mathbf{I}} = \frac{\omega L\cdot \mathrm{j}}{R+\omega L\cdot \mathrm{j}} = \frac{\omega L\cdot \mathrm{j}}{R\left(1+\omega\frac{L}{R}\cdot \mathrm{j}\right)} = \frac{\omega\frac{L}{R}\cdot \mathrm{j}}{1+\omega\frac{L}{R}\cdot \mathrm{j}}.$$

Vztahy pro veličiny A_1 a A_2 jsou formálně velmi podobné, a proto je dále budeme vyšetřovat oba společně. Je zřejmé, že jednotky součinu $C\cdot R$ i podílu $\frac{L}{R}$ jsou navzájem stejné a jsou rovné jednotce času, tj. sekundě.

Tato skutečnost vyplývá z toho, že $[A_1]=[A_2]=1$ a tedy musí mít čitatel i jmenovatel zlomku stejnou jednotku. Jmenovatel musí být bez jednotky, protože je tvořen součtem čísla a určitého výrazu. Tento výraz, vystupující v součtu ve jmenovateli, je ale v obou zlomcích totožný s výrazem v čitateli. Tedy

$[\omega C \cdot R] = \left[\omega \frac{L}{R}\right] = 1$. Odtud je zřejmé, že $[C \cdot R] = \left[\frac{L}{R}\right] = s$, neboť $[\omega] = s^{-1}$.

Můžeme tedy definovat tzv. **časovou konstantu** τ vztahem $\tau = C \cdot R$ resp. $\tau = \frac{L}{R}$. Nyní lze oba přenosy článku A_1 a A_2 přepsat ve shodném tvaru $A = A_2 = A_1 = \frac{\omega \cdot \tau \cdot \mathrm{j}}{1 + \omega \cdot \tau \cdot \mathrm{j}}$. Pokud si uvědomíme vztah mezi úhlovou frekvencí a frekvencí *f*, můžeme psát $A = \frac{2\pi \cdot f \cdot \tau \cdot \mathrm{j}}{1 + 2\pi \cdot f \cdot \tau \cdot \mathrm{j}}$. Dále můžeme definovat **mezní frekvenci** f_m vztahem $f_\mathrm{m} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}$ a s jejím využitím přepsat vztah pro veličinu *A* ve tvaru:

$$A = \frac{\frac{f}{f_\mathrm{m}} \mathrm{j}}{1 + \frac{f}{f_\mathrm{m}} \mathrm{j}}.$$

Vzhledem k tomu, že vztahy pro přenos článku jsou pro oba články stejné, je zřejmé, že oba články ovlivňují procházející signál stejným způsobem. Oba články tedy mají stejné přenosové vlastnosti (stejnou přenosovou charakteristiku).

Rovnici jejich **útlumové charakteristiky** získáme tak, že vyjádříme absolutní hodnotu napěťového přenosu článku.

Napěťový přenos článku je vyjádřen podílem dvou komplexních čísel. Absolutní hodnotu tohoto podílu můžeme psát jako podíl absolutních hodnot komplexních čísel.

Pro absolutní hodnotu přenosu článku tedy můžeme psát: $|A| = \frac{\left|\frac{f}{f_m}\mathrm{j}\right|}{\left|1+\frac{f}{f_m}\mathrm{j}\right|}$. S využitím definice absolutní hodnoty komplexního čísla můžeme dále psát: $|A| = \frac{\sqrt{0^2+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}{\sqrt{1^2+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}} = \frac{\frac{f}{f_m}}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$. Graf této útlumové charakteristiky je zobrazen na obr. 139. Rovnici této charakteristiky je možné vyjádřit též pomocí logaritmické funkce a získáme **logaritmickou amplitudovou frekvenční charakteristiku** *a*, pro níž můžeme psát: $a = 20\log\frac{\frac{f}{f_m}}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$. Tento vztah je možné dále upravit s využitím vlastností logaritmické funkce do tvaru

$$a = 20 \log \frac{f}{f_m} - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2} = 20 \log \frac{f}{f_m} - 10 \log \left(1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right),$$

přičemž $[a] = \mathrm{dB}$ (decibel). Graf této funkce je zobrazen na obr. 140; na vodorovné ose jsou hodnoty vynášené v logaritmické škále. Na tomto obrázku je též zobrazena tečna ke grafu vykreslené závislosti pro malé frekvence, jejíž směrnice má hodnotu 20 decibelů na dekádu nebo též 6 decibelů na oktávu.

Vzhledem k tomu, že vyšetřujeme závislost na frekvenci, má dobrý význam hovořit o oktávě. Oktáva je přitom takový interval frekvencí, jehož krajní hodnoty frekvencí jsou vůči sobě poloviční resp. dvojnásobné.

Takže např. hudební tóny s frekvencemi 440 Hz a 880 Hz tvoří oktávu.

První člen v rozpisu charakteristiky *a* (tj. člen $20 \log \frac{f}{f_m}$) odpovídá v grafu na obr. 140, jehož vodorovná osa má logaritmickou škálu, přímce se směrnicí 20 dB na dekádu. To znamená, že při každém zvýšení podílu $\frac{f}{f_m}$ na 10násobek předcházející hodnoty, se hodnota prvního členu charakteristiky *a* zvětší o 20 dB. Proto je hodnota směrnice uvažované přímky právě 20 dB na dekádu.

Analogicky by bylo možné vyjádřit veličinu *a* pomocí

logaritmu o základu 2. Je nutné si ale uvědomit, že platí vztah $\log_2 x = \frac{\log x}{\log 2}$, kterým je možné vyjádřit logaritmus při základu 2 pomocí logaritmu o jiném základu (v našem případě pomocí dekadického logaritmu). Platí-li pro veličinu *a* vztah $a = 20 \log A$, pak také platí $a = 20 \log 2 \cdot \log_2 A \doteq 20 \cdot 0{,}3 \cdot \log_2 A \doteq 6 \log_2 A$. První člen charakteristiky *a* tedy můžeme přepsat ve tvaru $20 \log \frac{f}{f_m} \doteq 6 \log_2 \frac{f}{f_m}$. Tedy při každém zvýšení podílu $\frac{f}{f_m}$ na dvojnásobek hodnoty (tj. při zvýšení frekvence o oktávu), se zvýší veličina *a* o 6 dB. Proto má směrnice uvažované přímky hodnotu 6 dB na oktávu.

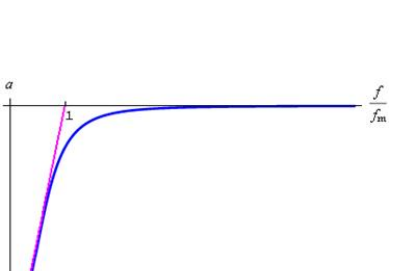
Pro malé hodnoty podílu $\frac{f}{f_m}$, tj. pro $\frac{f}{f_m} \in (0;1)$ se uplatní pouze první člen v rozpisu charakteristiky *a*, protože druhý člen bude vzhledem k závislosti na $\left(\frac{f}{f_m}\right)^2$ oproti prvnímu velmi malý.

Pro velké hodnoty podílu $\frac{f}{f_m}$ budou ve vztahu pro logaritmickou amplitudovou frekvenční charakteristiku *a* vystupovat oba uvedené členy. Ve druhém členu ale

v tomto případě je konstanta 1 vzhledem k podílu $\left(\frac{f}{f_m}\right)^2$ zanedbatelná, takže můžeme tento druhý člen charakteristiky *a* psát v přibližném tvaru $-10\log\left(\frac{f}{f_m}\right)^2 = -20\log\left(\frac{f}{f_m}\right)$. Tento člen je tedy pro velké hodnoty podílu $\frac{f}{f_m}$ přesně opačný, než první člen. Proto bude výsledná charakteristika *a* pro velké frekvence nulová.



Obr. 139



Obr. 140

Z toho, co bylo dosud uvedeno a z uvedených charakteristik je tedy zřejmé, že derivační článek má charakter horní propusti. Propustí tedy pouze signály takové frekvence, jejichž hodnota je vyšší než mezní frekvence daného článku. A tato mezní frekvence závisí na parametrech *R*, *L* a *C* daného článku.

Při malých frekvencích má kondenzátor v CR článku

velkou kapacitanci (kapacitní reaktanci), a proto článkem prochází malý proud. V důsledku toho je na rezistoru, který je zapojen na výstupu článku, malé napětí. Článek tedy výrazně zeslabuje vstupní signál. S rostoucí frekvencí se kapacitance kondenzátoru snižuje, roste elektrický proud procházející článkem a roste i výstupní napětí na rezistoru - článek tedy již procházející signál propouští.

A to je ve shodě s tím, že článek funguje jako horní propust, tj. propouští signály vyšších frekvencí.

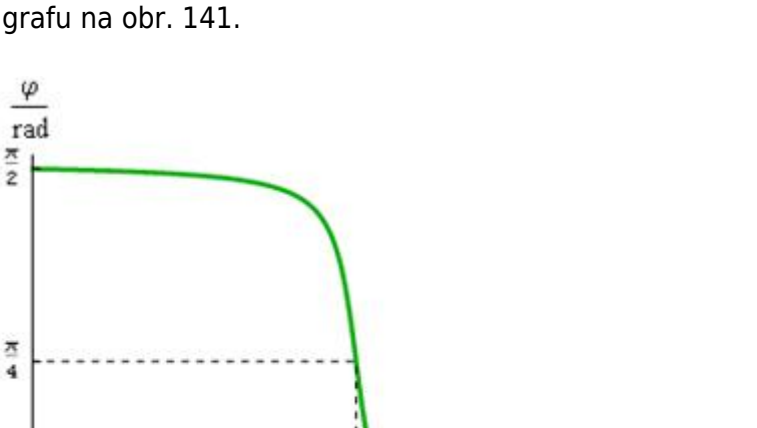
RL článek pracuje podobným způsobem. Při malých frekvencích je induktance (induktivní reaktance) cívky na výstupu článku velmi malá, a proto je na cívce velmi malé napětí. Článek tedy výrazně zeslabuje procházející signál. S rostoucí frekvencí roste induktance cívky a tedy roste i výstupní napětí článku (to je napětí měřené na cívce). I tento typ derivačního článku tedy dobře propouští signály vyšších frekvencí.

O odporu rezistoru na vstupu článku jsme v této souvislosti nemluvili - jeho hodnota se v závislosti na frekvenci totiž nemění!

Poslední charakteristikou, kterou můžeme u derivačního článku definovat, je tzv. **fázová charakteristika**. Proto budeme muset najít závislost fáze φ procházejícího signálu na frekvenci. Tato fáze je určena argumentem komplexního čísla, kterým je popsán napěťový přenos článku *A*. Argument komplexního čísla je

přitom dán vztahem $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im}(A)}{\operatorname{Re}(A)}$, kde Im($A$) značí imaginární část komplexního čísla A a Re(A) značí jeho reálnou část. V tomto případě pak platí: $\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\frac{f}{f_m}}\right)$.

Fázová charakteristika derivačního článku je zobrazená v grafu na obr. 141.

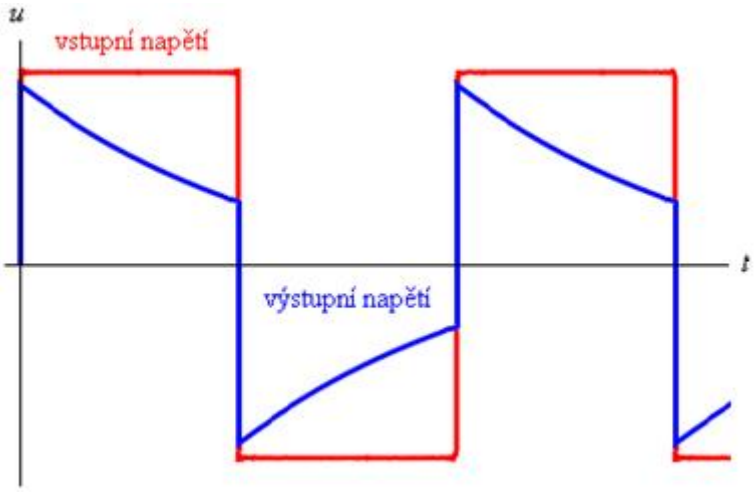


Obr. 141

Časový průběhu vstupního napětí a časový průběh výstupního napětí na derivačním článku je zobrazen na obr.

142. Parametry výstupního napětí (křivost křivky, ...) se mohou měnit, ale principiálně se bude vždy jednat o exponenciální pokles, který bude závislý na úhlové frekvenci ω charakteristické pro tento článek. Klesající část průběhu výstupního napětí odpovídá nabíjení kondenzátoru (resp. růstu magnetického indukčního toku v cívce), rostoucí část průběhu odpovídá vybíjení kondenzátoru (resp. situaci, kdy začíná cívkou procházet indukovaný proud ve shodě s Faradayovým zákonem elektromagnetické indukce a Lenzovým zákonem).

Časová závislost výstupního napětí je ovlivněna také ostatními částmi obvodu: impedance předcházející součástky obvodu, hodnota odporu rezistoru, který připojíme na výstup článku, ...

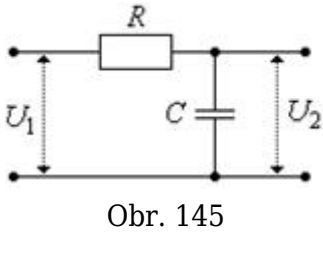


Obr. 142

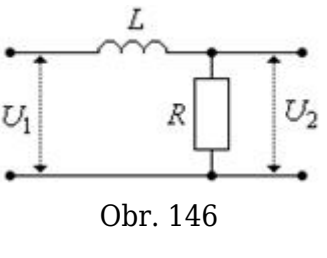
Na obr. 142 je zobrazeno vstupní napětí ve formě obdélníkového impulsu. To proto, že v aplikacích, ve kterých se derivační články používají, se většinou signály šíří v podobně napěťového impulsu (např. televizní signál).

3.9.2.4.4.2 | Integrační článek

Integrační článek, který může být zapojen podle dvou schémat (viz obr. 145 a obr. 146), je elektrotechnická součástka, která realizuje v obvodu matematickou funkci integrál. To znamená, že průběh výstupního napětí odpovídá primitivní funkci (integrálu) vstupního napětí v závislosti na čase.



Obr. 145



Obr. 146

Srovnáme-li první schéma integračního článku (obr. 145) s prvním schématem derivačního článku (viz obr. 143) a druhé schéma integračního článku (viz obr. 146) s druhým schématem derivačního článku (viz obr. 144), zjistíme, že u obou dvojic článků jsou pouze navzájem vyměněné součástky připojené ke vstupním svorkám a výstupním svorkám (v první dvojici kondenzátor s rezistorem, ve druhé dvojici cívka s rezistorem).

V dalším odvození budeme předpokládat stejně jako u derivačního článku ideální zdroj napětí U_1 (vstupní napětí) a výstup článku naprázdno, tj. článek s nepřipojenou zátěží.

Výstup článku je tedy rozpojen - mezi svorkami, z nichž odebíráme výstupní napětí, tak je teoreticky nekonečně velký odpor. V praxi bychom mohli klidně k výstupním svorkám připojit voltmetr a stále bychom mohli považovat článek za nezatížený - voltmetr je totiž charakterizován velmi velkým vnitřním odporem.

Kvalitu přenosu signálu integračním článkem vyjádříme pomocí tzv. **napěťového přenosu**

integračního článku A_1 ($[A_1]=1$), tj. poměru výstupního napětí $\mathbf{U}_2$ a vstupního napětí $\mathbf{U}_1$.

Tato veličina je naprosto stejná jako u derivačního článku.

Nejdříve popíšeme integrační článek, jehož schéma je zobrazeno na obr. 145. Napětí $\mathbf{U}_1$, které měříme vlastně na sériové kombinaci rezistoru o odporu *R* a kondenzátoru o kapacitě *C*, dostáváme: $\mathbf{U}_1 = (R+X_C)\mathbf{I} = \left(R+\frac{1}{\omega C \cdot \mathrm{j}}\right)\mathbf{I}$, kde ω je úhlová frekvence procházejícího elektrického proudu a *j* je imaginární jednotka, pro níž platí $j^2=-1$.

Zápis fyzikálních veličin pomocí tučného fontu pouze naznačuje, že se nejedná přímo o hodnoty elektrického napětí a elektrického proudu, ale o fázory, ve kterých je zápisem pomocí komplexních čísel zohledněn i vzájemný fázový posun.

Pro napětí $\mathbf{U}_2$ na výstupu článku (tj. na kondenzátoru s kapacitou *C*) dostáváme: $\mathbf{U}_2 = X_C \cdot \mathbf{I} = \frac{1}{\omega C \cdot \mathrm{j}} \cdot \mathbf{I}$.

Elektrický proud procházející článkem je stejný na vstupu i na výstupu - daným zapojením článku se mění (vlivem různé vstupní impedance a výstupní impedance článku) pouze napětí.

Pro napěťový přenos článku A_1 tedy můžeme psát:

$$A_1 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{\frac{1}{\omega C \cdot \mathrm{j}} \cdot \mathbf{I}}{\left(R + \frac{1}{\omega C \cdot \mathrm{j}}\right)\mathbf{I}} = \frac{\frac{1}{\omega C \cdot \mathrm{j}}}{\frac{\omega CR \cdot \mathrm{j} + 1}{\omega C \cdot \mathrm{j}}} = \frac{1}{1 + \omega CR \cdot \mathrm{j}}.$$

Pro integrační článek, jehož schéma je zobrazeno na obr. 146, budeme postupovat velmi podobně. Vstupní napětí $\mathbf{U}_1$ je napětí na sériové kombinaci rezistoru o odporu *R* a cívky s indukčností *L* a můžeme pro něj tedy psát: $\mathbf{U}_1 = (R + X_\mathrm{L})\mathbf{I} = (R + \omega L \cdot \mathrm{j})\mathbf{I}$. Pro výstupní napětí $\mathbf{U}_2$ (napětí na rezistoru) platí: $\mathbf{U}_2 = R \cdot \mathbf{I}$.

Pro napěťový přenos článku A_2 proto dostáváme:

$$A_1 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{R \cdot \mathbf{I}}{(R + \omega L \cdot \mathrm{j})\mathbf{I}} = \frac{R}{R + \omega L \cdot \mathrm{j}} = \frac{R}{R\left(1 + \omega \frac{L}{R} \cdot \mathrm{j}\right)} = \frac{1}{1 + \omega \frac{L}{R} \cdot \mathrm{j}}.$$

Je zřejmé, že vztahy pro veličiny A_1 a A_2 jsou formálně velmi podobné, a proto je dále můžeme vyšetřovat oba najednou. Z obou vztahů pro veličiny A_1 a A_2 vyplývá, že jednotky součinu $C \cdot R$ i podílu $\frac{L}{R}$ jsou stejné jako jednotka času, tj. sekunda.

Vzhledem k tomu, že $[A_1] = [A_2] = 1$, musí mít čitatel i jmenovatel zlomku stejnou jednotku. Čitatelé obou vztahů jsou konstanty bez jednotky. Jmenovatelé musí být tedy také bez jednotky; navíc jsou jmenovatelé tvořeny součtem čísla a určitého výrazu. Proto musí platit

$[\omega C \cdot R] = \left[\omega \frac{L}{R}\right] = 1$. Odtud je zřejmé, že $[C \cdot R] = \left[\frac{L}{R}\right] = s$, neboť $[\omega] = s^{-1}$.

Můžeme tedy (stejně jako u derivačního článku) definovat tzv. **časovou konstantu** τ vztahem $\tau = C \cdot R$ resp. $\tau = \frac{L}{R}$. Nyní můžeme oba napěťové přenosy A_1 a A_2 přepsat ve shodném tvaru $A = A_2 = A_1 = \frac{1}{1 + \omega \cdot \tau \cdot j}$. Pokud si uvědomíme vztah mezi úhlovou frekvencí a frekvencí *f*, můžeme psát $A = \frac{1}{1 + 2\pi \cdot f \cdot \tau \cdot j}$. Dále můžeme definovat mezní frekvenci f_m vztahem $f_m = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}$ a s jejím využitím přepsat vztah pro veličinu *A* ve tvaru: $A = \frac{1}{1 + \frac{f}{f_m} j}$.

Vzhledem k tomu, že vztahy pro napěťový přenos obou článků jsou stejné, je zřejmé, že oba články ovlivňují procházející signál stejným způsobem. Oba články tedy mají stejné přenosové vlastnosti (stejnou přenosovou charakteristiku).

Rovnici jejich **útlumové charakteristiky** získáme tak, že vyjádříme absolutní hodnotu napěťového přenosu článku.

Přenos článku je vyjádřen podílem reálného čísla

a komplexního čísla. Proto absolutní hodnotu tohoto podílu můžeme psát jako podíl absolutních hodnot čitatele a jmenovatele daného zlomku.

Pro absolutní hodnotu napěťového přenosu článku tedy dostáváme: $|A| = \frac{|1|}{\left|1 + \frac{f}{f_m}\mathrm{j}\right|}$. S využitím definice absolutní hodnoty komplexního čísla můžeme dále psát: $|A| = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$. Graf této útlumové charakteristiky je zobrazen na obr. 147. Rovnici této charakteristiky je možné vyjádřit též pomocí logaritmické funkce. Pro **logaritmickou amplitudovou frekvenční charakteristiku** *a* tedy můžeme psát: $a = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$. Tento vztah je možné dále upravit s využitím vlastností logaritmické funkce do tvaru $a = 20 \log 1 - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2} = -10 \log \left(1 + \left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right)$, přičemž $[a] = \mathrm{dB}$ (decibel). Graf této funkce je zobrazen na obr. 148. Na vodorovné ose tohoto grafu jsou hodnoty vynášené v logaritmické škále. Na tomto obrázku je též zobrazena tečna ke grafu vykreslené závislosti pro velké frekvence,

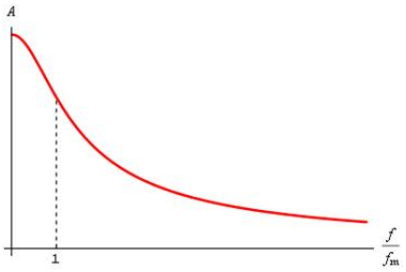
jejíž směrnice má hodnotu 20 decibelů na dekádu nebo též 6 decibelů na oktávu.

Vzhledem k tomu, že vyšetřujeme závislost na frekvenci, má dobrý význam hovořit o oktávě. Oktáva je přitom takový interval frekvencí, jehož krajní hodnoty frekvencí jsou vůči sobě poloviční resp. dvojnásobné.

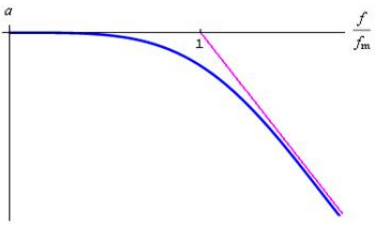
Takže např. hudební tóny s frekvencemi 440 Hz a 880 Hz tvoří oktávu.

Charakteristiku *a* můžeme pro velké hodnoty podílu $\frac{f}{f_m}$ psát v přibližném tvaru $a = -10\log\left(1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2\right) \doteq -10\log\left(\frac{f}{f_m}\right)^2 = -20\log\left(\frac{f}{f_m}\right)$, protože konstanta 1 je vzhledem ke druhé mocnině podílu frekvencí zanedbatelná. Odtud je zřejmé, že směrnice tečny pro velké hodnoty podílu $\frac{f}{f_m}$ je skutečně 20 dB na dekádu.

Vysvětlení souvislosti decibelů na dekádu s decibely na oktávu je uvedeno u derivačního článku.



Obr. 147



Obr. 148

Z uvedených charakteristik je tedy zřejmé, že integrační článek má charakter dolní propusti. Propustí tedy pouze signály takové frekvence, jejichž hodnota je nižší než určitá mezní frekvence daného článku. A tato mezní frekvence závisí na parametrech *R*, *L* a *C* daného článku.

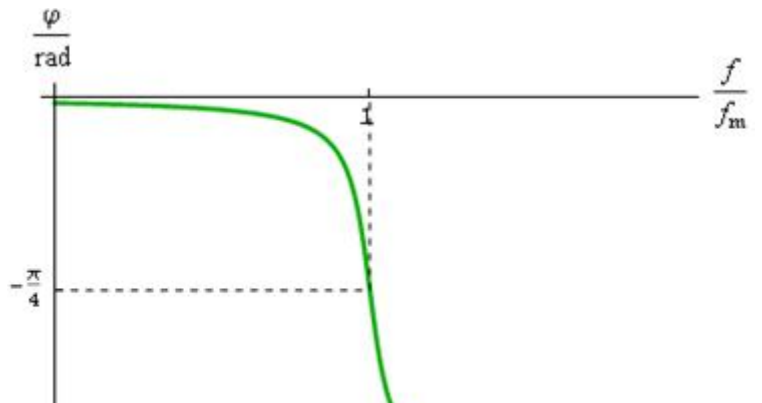
Při malých frekvencích má kondenzátor v RC článku velkou kapacitanci (kapacitní reaktanci), a proto je na něm soustředěno velké napětí. Vzhledem k tomu, že je kondenzátor zapojen na výstupu článku, znamená to, že se vstupní napětí zesiluje. Článek tedy procházející signál propouští. S rostoucí frekvencí se kapacitance kondenzátoru snižuje a tedy se snižuje i hodnota výstupního napětí článku (tj. napětí na kondenzátoru). Článek tedy výrazně snižuje vstupní napětí, a proto můžeme říci, že elektrické napětí vyšších frekvencí článkem neprochází.

A to je ve shodě s tím, že článek funguje jako dolní propust, tj. propouští signály nižších frekvencí.

LR článek pracuje podobným způsobem. Při malých frekvencích je iduktance (induktivní reaktance) cívky na vstupu článku velmi malá a článkem tedy prochází velký elektrický proud. Proto je na rezistoru na výstupu článku relativně velké napětí. Elektrický signál tedy článkem prochází. S rostoucí frekvencí roste induktance cívky a tedy klesá hodnota elektrického proudu tekoucího článkem. V důsledku toho klesá i výstupní napětí článku (to je napětí měřené na rezistoru). V tomto případě tedy článek zeslabuje vstupní napětí a signál jím tak neprochází. I tento typ integračního článku tedy dobře propouští signály nižších frekvencí.

O odporu rezistoru v závislosti na frekvenci procházejícího elektrického signálu jsme nemluvili - jeho hodnota se totiž v závislosti na frekvenci nemění!

Poslední charakteristikou integračního článku je tzv. **fázová charakteristika**. Budeme tedy muset najít závislost fáze φ procházejícího signálu na frekvenci. Tato fáze je určena argumentem komplexního čísla, kterým je popsán napěťový přenos článku *A*. Argument komplexního čísla je přitom dán vztahem $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\mathrm{Im}(A)}{\mathrm{Re}(A)}$, kde Im(*A*) značí imaginární část komplexního čísla *A* a Re(*A*) značí jeho reálnou část. V tomto případě platí: $\varphi = -\operatorname{arctg}\left(\frac{f}{f_m}\right)$. Fázová charakteristika derivačního článku je zobrazená v grafu na obr. 149.



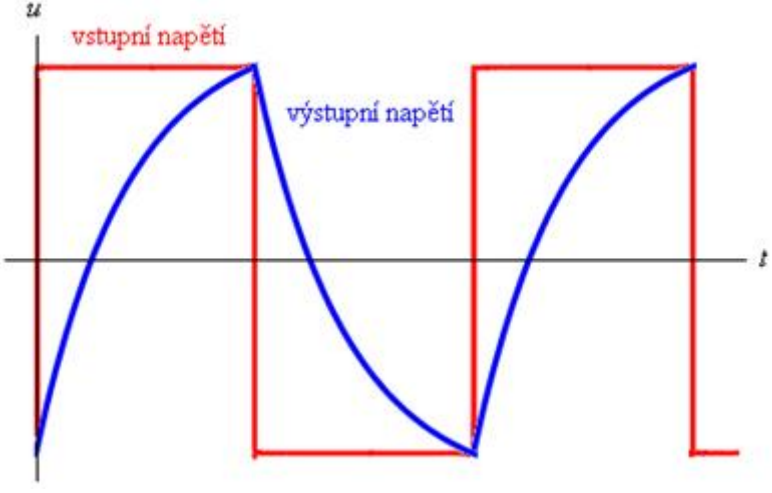
Obr. 149

Časový průběhu vstupního napětí a časový průběh výstupního napětí integračního článku je zobrazen na obr. 150. Parametry výstupního napětí (křivost křivky, ...) se mohou měnit, ale principiálně se bude vždy jednat o exponenciální pokles, který bude závislý na úhlové frekvenci ω charakteristické pro tento článek.

Během trvání čela obdélníkového impulsu se začíná kondenzátor nabíjet a napětí na něm exponenciálně roste až do okamžiku, kdy je kondenzátor nabitý. Právě popsaný exponenciální růst napětí na kondenzátoru tvoří náběžnou hranu impulsu výstupního napětí. Při změně polarity vstupního napětí (resp. při jeho poklesu na nulovou hodnotu) se nabitý kondenzátor vybíjí přes rezistor

a vnitřní impedance funkčních bloků. Vybíjení kondenzátoru se projeví exponenciálním poklesem napětí výstupního signálu. V závislosti na střídě vstupního signálu lze pomocí hodnot odporu rezistoru *R* a kapacity kondenzátoru *C* určit efekt integrace článku.

V případě integračního článku, ve kterém je místo kondenzátoru cívka s indukčností *L*, odpovídá čelo vstupního impulsu nárůstu magnetického indukčního toku v cívce a následná změna polarity vstupního napětí pak odpovídá situaci, kdy začíná cívkou procházet indukovaný proud ve shodě s Faradayovým zákonem elektromagnetické indukce a Lenzovým zákonem.



Obr. 150

S rostoucí kapacitou kondenzátoru se začínají zaoblovat náběžné hrany a sestupné hrany obdélníkového impulsu. Původně obdélníkový impuls se začíná více podobat pilovitému průběhu napětí a následně trojúhelníkovému průběhu napětí. Další zvyšování kapacity kondenzátoru pak vede k situaci, kdy se kondenzátor již nestihá nabíjet a vybíjet, čímž se snižuje u trojúhelníkového průběhu rozdíl mezi maximy a minimy tohoto průběhu.

V elektronice se občas integračního efektu RC článku používá záměrně. Výhodou integračního článku je harmonická změna výstupního signálu po dobu trvání čela impulsu. Při určitém poměru parametrů *R* a *C* článku a frekvence vstupního napětí bude původně exponenciální průběh výstupního napětí přibližně lineární. Výstupní signál má potom trojúhelníkový průběh a integrační článek lze považovat za zdroj trojúhelníkového průběhu napětí.

3.9.3 | Výkon střídavého proudu

3.9.3.1 | Obvod s odporem

Pro výkon *P* stejnosměrného proudu platí vztah $P = UI = RI^2$.

Vzhledem k tomu, že v obvodu střídavého proudu se napětí i proud stále mění, bude se měnit i výkon. Jeho okamžitá hodnota je $p = ui$. V obvodu, který má vlastnost pouze odporu, platí $p = Ri^2 = RI_m^2 \sin^2 \omega t$.

Tento vztah tedy platí pro jednoduchý obvod s rezistorem nebo pro složený RLC obvod, který je v rezonanci.

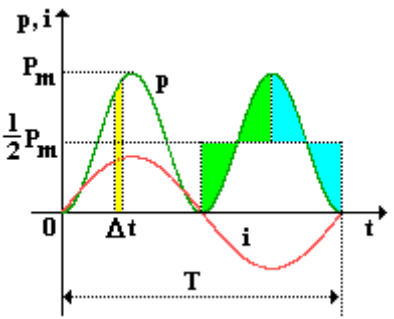
S využitím vztahu $\left|\sin\frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$ lze vztah $p = RI_m^2 \sin^2 \omega t = P_m \sin^2 \omega t$ postupně přepsat do tvaru: $p = P_m \sin^2 \omega t = P_m \frac{1-\cos 2\omega t}{2} = \frac{1}{2} P_m - \frac{1}{2} P_m \cos 2\omega t$. Tato závislost okamžitého výkonu na čase je zobrazena na obr. 151.

Z grafu na obr. 151 je vidět, že okamžitá hodnota výkonu se mění s dvojnásobnou frekvencí než proud a nabývá amplitudy $P_m = RI_m^2$. Z tohoto grafu lze také určit střední hodnotu výkonu. Je nutné ale znát celkovou práci střídavého proudu za periodu *T* (nebo energii, která se v rezistoru za periodu změní v teplo).

… což je totéž.

Za velmi krátkou dobu Δt vykoná elektrický proud elementární práci $\Delta W = p\Delta t$, jejíž velikost je úměrná

obsahu vyšrafované plošky. Celková práce $W = \sum_{i=1}^{n} \Delta W_i$ je úměrná obsahu plochy ohraničené osou *t* a křivkou grafu okamžitého výkonu. Z grafu je vidět, že obsah této plochy je stejný jako obsah obdélníku, jehož jedna strana je úměrná periodě a druhá polovině amplitudy výkonu.



Obr. 151

Lze tedy psát $W = \frac{P_m}{2} T = \frac{1}{2} I_m^2 RT$. Střední hodnota výkonu pak je $\bar{P} = \frac{W}{T} = \frac{1}{2} P_m = \frac{1}{2} I_m^2 R$. Harmonický střídavý proud o amplitudě I_m má tedy stejný střední výkon jako ustálený stejnosměrný proud takové hodnoty *I*, pro kterou platí: $I^2 R = \frac{1}{2} I_m^2 R$ a odtud $I = \frac{\sqrt{2}}{2} I_m \doteq 0,707\, I_m$.

Obdobnou úvahou je možné dospět k závěru, že v obvodu, který má vlastnost pouze odporu, má střídavý

proud o napětí $u = U_m \sin \omega t$ stejný výkon jako ustálený stejnosměrný proud o napětí $U = \frac{\sqrt{2}}{2} U_m = 0{,}707 U_m$. Tyto hodnoty proudu a napětí se nazývají **efektivní hodnota proudu** a **efektivní hodnota napětí**:

EFEKTIVNÍ HODNOTY STŘÍDAVÉHO PROUDU A NAPĚTÍ ODPOVÍDAJÍ HODNOTÁM STEJNOSMĚRNÉHO PROUDU A NAPĚTÍ, PŘI NICHŽ JE VÝKON V OBVODU S ODPOREM STEJNÝ JAKO VÝKON DANÉHO STŘÍDAVÉHO PROUDU. PRO VÝKON STŘÍDAVÉHO PROUDU V OBVODU S ODPOREM PAK PLATÍ $P = UI$.

Efektivní hodnoty tedy „zestejnosměrňují“ hodnoty střídavého proudu.

Efektivní hodnoty proudu a napětí ukazují obvykle také měřící přístroje v obvodech střídavého proudu.

Při měření střídavých veličin by (zejména u analogových přístrojů) docházelo k poškozování přístroje při kmitání ručky. Proto se měří hodnota efektivní (tj. stejnosměrná).

Změříme-li voltmetrem (efektivní) napětí v elektrické síti $U = 230\ \mathrm{V}$, znamená to, že napětí v obvodu dosahuje maximální hodnoty $U_m = 230.\sqrt{2}\ \mathrm{V} = 325\ \mathrm{V}$.

Poznámka: Vzhledem k tomu, že v praxi známe častěji efektivní hodnoty proudu a napětí, používáme i ve fázových diagramech střídavých obvodů místo fázorů I_m a U_m fázory **U** *a* **I** *o velikostech rovným efektivním*

hodnotám U, I.

3.9.3.2 | Obvod s impedancí

Ve střídavém obvodu, který obsahuje kromě parametru *R* také parametry *L* a *C*, je výkon střídavého proudu ovlivněn fázovým rozdílem mezi napětím a proudem. Elektrická energie se totiž přeměňuje v teplo pouze v části obvodu s odporem. V ostatních částech obvodu se elektrická energie v jedné části periody mění na energii elektrického pole (v kondenzátoru) nebo magnetického pole (v cívce) a v další části periody se mění na energii proudu směřujícího z obvodu ven. Tento děj ale není spojen s konáním užitečné práce. Tedy s rostoucím fázovým rozdílem mezi napětím a proudem v obvodu klesá užitečný čili **činný výkon** *P* střídavého obvodu.

Střední výkon střídavého proudu je možno vyjádřit takto: $P = RI^2 = RI.I = RI\frac{U}{Z} = UI\frac{R}{Z} = UI\cos\varphi$ (s použitím vztahů $Z = \frac{U}{I}$ a $\cos\varphi = \frac{U_R}{U}$ a obr. 152), kde *U* a *I* jsou efektivní hodnoty střídavého napětí a proudu.

Toto odvození není sice příliš „čisté“, ale dává alespoň náznak, kde se objevil vztah pro činný výkon.

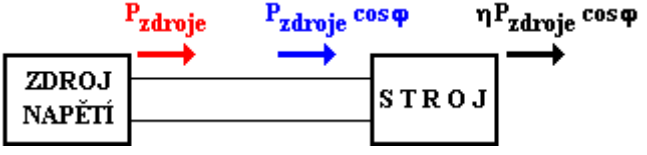
Činitel $\cos\varphi$ se nazývá **účiník** a určuje účinnost přenosu energie ze zdroje střídavého proudu do spotřebiče. Činný výkon pak odpovídá té části elektrické energie

dodané zdrojem, která se v obvodu za jednotku času mění v teplo nebo užitečnou práci (např. elektromotor).

Účiník obvodu je dán zapojením obvodu (tj. celkovou impedancí obvodu). Není možné účiník tedy zvýšit např. promazáním ložisek elektromotoru, ... Tím lze ovlivnit účinnost daného stroje!

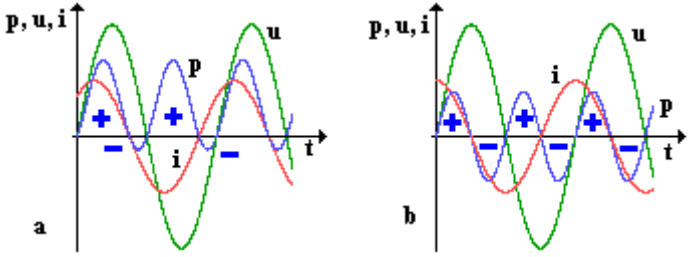
Účiník nijak nesouvisí s účinností, která je definovaná jako podíl výkonu a příkonu (resp. podíl práce vykonané určitým strojem a energie jemu dodané). Situaci schématicky zobrazuje obr. 154. Výkon dodávaný zdrojem se pro vlastní činnost stroje nevyužije celý - využije se jen činný výkon. Část výkonu, která se využije na konání práce strojem, je úměrná účiníku stroje (jeho vnitřnímu elektrickému zapojení). Vlivem třecích sil, odporu vzduchu, ... dochází k dalším ztrátám, které ale charakterizuje už účinnost η.

Mechanický výkon stroje je tedy ve srovnání s elektrickým výkonem zdroje, k němuž je stroj připojen, snížen dvakrát. Jednou díky elektrickému zapojení stroje, podruhé díky mechanické účinnosti.



Obr. 154

Činný výkon je v grafu úměrný rozdílu obsahů ploch omezených kladnými a zápornými hodnotami okamžitého výkonu $p = ui$. Na obr. 155a je zobrazen případ, kdy $\varphi = -\frac{\pi}{4}$, na obrázku obr. 155b pak případ pro $\varphi = -\frac{\pi}{2}$. (Případ pro $\varphi = 0$ je na obr. 153.)



Obr. 155

Z grafu na obr. 155b je zřejmé, že plochy odpovídající kladným a záporným hodnotám *p* jsou stejné a tedy celková práce vykonaná střídavým proudem během jedné periody je nulová. Čtvrtinu periody je výkon kladný a energie postupuje od zdroje ke spotřebiči. V následující čtvrtině je však výkon záporný - energie přenesená ke spotřebiči se beze změny vrací zpět do zdroje. Nekoná se tedy žádná užitečná práce, jen část energie se mění v přívodních vodičích v teplo - dochází ke ztrátám energie.

Uvedený děj nastává např. v obvodu s cívkou nebo kondenzátorem. V první čtvrtině se vytváří magnetické

pole cívky (resp. elektrické pole kondenzátoru) - elektrická energie přechází od zdroje ke spotřebiči. V další čtvrtině periody se cívka (kondenzátor) stává zdrojem energie, která se vrací zpět do zdroje. Energie tak neúčinně kmitá mezi zdrojem a spotřebičem.

Tento poznatek je důležitý v praxi: účiník nemůže být příliš malý, jinak by bylo požadovaného výkonu dosaženo až při velkých proudech (a tedy s většími ztrátami v přívodních vodičích). Např. elektromotory mají velkou indukčnost a proto se pro zlepšení účiníku zapojují zvláštní kompenzační kondenzátory. U elektrických strojů bývá zvykem uvádět tzv. **zdánlivý výkon** $P_S = UI$; $[P_S] = \mathrm{V.A}$. Účiník je pak možné určit jako podíl činného a zdánlivého výkonu.

3.10 | STŘÍDAVÝ PROUD V ENERGETICE

3.10.1 | Základní rozbor

Na dostatku elektrické energie je závislý chod a rozvoj celého státu a společnosti. Primárními zdroji elektrické energie jsou uhlí, ropa, zemní plyn, voda v přehradách a jaderné palivo. Přeměna energie primárních zdrojů se uskutečňuje v **elektrárnách**, v nichž pracují výkonné generátory střídavého napětí - **alternátory**. V energetice se využívá střídavé napětí o frekvenci $50\,\mathrm{Hz}$, které se

rozvádí do míst spotřeby pomocí **elektrické rozvodné sítě**.

Postupy, jimiž se získává elektrická energie, nepříznivě ovlivňují životní prostředí (spalování uhlí, výstavba velkých vodních přehrad, nehoda jaderného reaktoru, ...). Proto se hledají alternativní zdroje elektrické energie založené na využití např. sluneční energie, geotermální energie (vnitřní energie nitra Země), ... Tyto zdroje ale zatím nejsou příliš účinné, takže i nadále je nejlepší ochranou životního prostředí omezení spotřeby elektrické energie.

Na střídavý elektrický proud je kladen velký důraz proto, že (ve srovnání se stejnosměrným proudem) se snadněji vyrábí, lze ho transformovat (měnit hodnotu proudu), ...

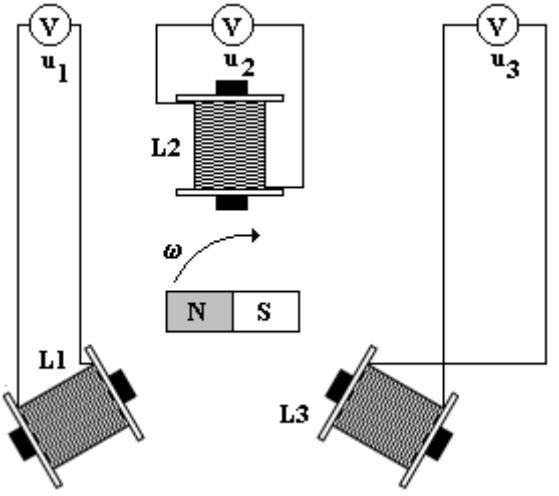
3.10.2 | Generátor střídavého proudu

Princip generátoru střídavého proudu spočívá v otáčení vodivé smyčky v magnetickém poli. Alternátor používaný v elektrárnách má tyto hlavní části:

1. rotor - část, která koná rotační pohyb; u alternátoru jde o elektromagnet
2. stator - část, v níž se indukuje střídavé napětí (soustava cívek); proud se pak odvádí pevnými svorkami, což je jednodušší a vznikají menší ztráty

Jednofázový generátor je tvořen otáčejícím se závitem v magnetickém poli (tj. mezi pólovými nástavci magnetu).

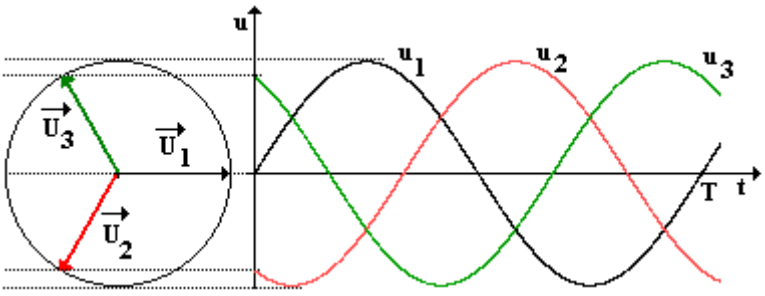
V elektrárnách se používá trojfázový alternátor, jehož princip je na obr. 156. Stator je tvořen třemi cívkami, jejichž osy svírají vzájemně úhel $120°$. Mezi cívkami se otáčí magnet a v cívkách se indukují střídavá napětí.



Obr. 156

Tato napětí jsou vzájemně posunuta o $\frac{1}{3}$ periody a matematicky je můžeme popsat rovnicemi: $u_1 = U_1 \sin \omega t$, $u_2 = U_2 \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$ a $u_3 = U_3 \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$. Jejich časový diagram je na obr. 157.

Vzájemný posun fází jednotlivých napětí o třetinu periody vyplývá z natočení a polohy cívek.



Obr. 157

Trojfázové generátory používané v energetice jsou konstruovány na velký výkon, proto mají mohutnou konstrukci.

Stator je tvořen pláštěm, který je pevně přišroubován k nosné plošině generátoru. Musí totiž odolávat velkému momentu síly. Jádro statoru je složeno z tenkých izolovaných plechů a v jeho drážkách je uloženo vinutí fázových cívek. Konce cívek jsou vyvedeny na svorkovnici alternátoru.

Rotor je v podstatě silný elektromagnet uložený na ocelové ose ve středu alternátoru. Na obvodu rotoru jsou vyfrézovány drážky, do nichž je vloženo budící vinutí. Tímto vinutím prochází proud z generátoru stejnosměrného napětí (dynama), který je umístěn na společné ose a nazývá se **budič**.

Rotory jsou obvykle konstruovány na frekvenci otáčení 3000 otáček za minutu, čemuž odpovídá frekvence $50\,\mathrm{Hz}$. V elektrárnách je alternátor obvykle spojen s hřídelí hnací turbíny. Celé soustrojí se nazývá **turboalternátor**.

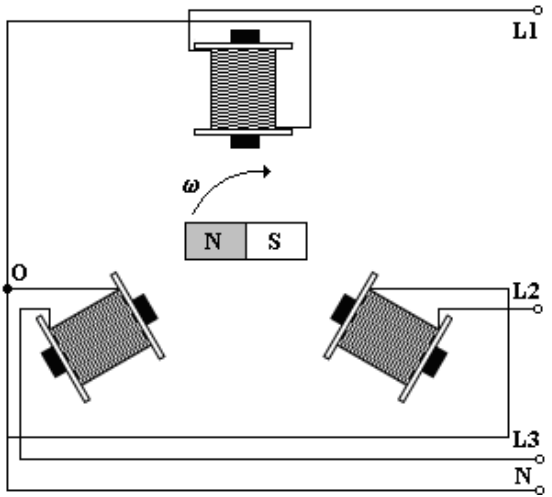
3.10.3 | Trojfázová soustava střídavého napětí

Tři fázově posunutá napětí z alternátoru lze rozvádět šesti vodiči. V energetice se používá ale rozvodná síť, v níž jsou vodiče vzájemně vhodným způsobem propojeny a k rozvodu elektrické energie stačí menší počet vodičů. Nejčastěji se používá trojfázová soustava střídavých napětí, která je založená na poznatku, že součet okamžitých hodnot střídavých napětí indukovaných v cívkách alternátoru je stále nulový: $u_1 + u_2 + u_3 = 0$.

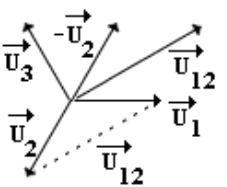
Důkaz lze provést buď grafickým sečtením fázorů příslušných napětí nebo pomocí součtových vzorců goniometrických funkcí.

Na základě tohoto poznatku je možné spojit jeden konec každé z cívek do společného bodu - **uzlu** *O* (viz obr. 158). Ke druhému konci cívek jsou připojeny **fázové vodiče** a s uzlem spojíme **střední vodič** (dříve nulovací vodič nebo též „nulák“). Mezi fázovými vodiči a středním vodičem jsou **fázová napětí** u_1, u_2 a u_3. Napětí u_{12}, u_{13} a

u_{23} jsou **napětí sdružená**.



Obr. 158



Obr. 159

Efektivní hodnoty sdružených napětí jsou stejné. Např. při výpočtu efektivní hodnoty U_{12} je možné postupovat podle obr. 159. Platí $\mathbf{U}_{12} = \mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2$ a tedy efektivní hodnotu lze určit např. pomocí kosinové věty: $U_{12}^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2 \cos 120°$. Vzhledem k tomu, že $U_1 = U_2 = U = 230\ \mathrm{V}$, lze psát $U_{12}^2 = 2U^2 - 2U^2\left(\frac{1}{2}\right) = 3U^2$. Odtud $U_{12} = \sqrt{3}U \doteq 400\ \mathrm{V}$.

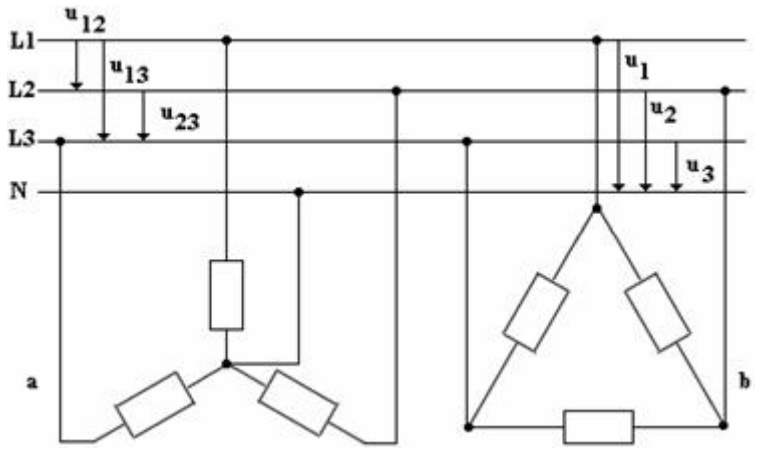
Spotřebitelská síť je provedena tak, že jednotlivé fázové vodiče jsou zatíženy připojenými spotřebiči přibližně

rovnoměrně. V tom případě prochází středním vodičem proud $i_N = i_1 + i_2 + i_3 = 0$. V praxi není tento proud nulový, ale má vždy menší hodnotu než proud ve fázovém vodiči. Proto bývá střední vodič tvořen vodičem s menším průměrem, čímž se dosahuje úspor.

Řada spotřebičů konstruovaných na větší výkon (elektromotory, …) se připojuje současně ke všem fázovým vodičům. Jejich elektrický obvod (např. vinutí elektromotoru) má tři stejné části, zapojené buď **do hvězdy** (obr. 160a) nebo **do trojúhelníka** (obr. 160b). Při spojení do hvězdy jsou jednotlivé spotřebiče připojeny k fázovému napětí ($230\ \mathrm{V}$) a při spojení do trojúhelníka jsou připojeny k napětí sdruženému ($400\ \mathrm{V}$). Proto je výkon spotřebiče při tomto zapojení větší.

Soustava využívající tři cívky je nejoptimálnější. Při použití dvou cívek by se mohl rotor elektromotoru zastavit v tzv. „mrtvé poloze“; tj. v takové poloze, z níž by se nebyl schopen bez zásahu zvenčí dostat. V této poloze se síly působící na rotor navzájem kompenzují a nejsou schopné jej uvést do pohybu.

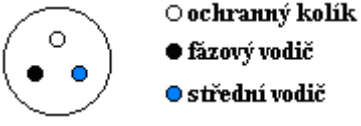
Při použití čtyř, pěti, … by byl chod elektromotorů sice pravidelnější, ale vzrostly by náklady na provoz elektrorozvodné sítě (místo čtyř vodičů by bylo nutné mít 5, 6, …) vodičů.



Obr. 160

3.10.4 | ***Zásuvka a zástrčka

V běžné síťové zásuvce je tedy fázové napětí, takže její pravá zdířka je spojena se středním vodičem a druhá (levá) s fázovým vodičem. Střední vodič (dříve nulovací vodič) je přiváděn nejdříve k ochrannému kolíku a z něho k pravé zdířce. **Dotyk fázového vodiče rukou nebo vodivým předmětem je životu nebezpečný!**



Obr. 161

Střední vodič má barvu světle modrou (a to jak v izolaci, tak bez izolace), fázové vodiče v izolaci pak mají barvu černou nebo hnědou. Jsou tyto vodiče bez izolace, mají barvu oranžovou.

Do zásuvky zasunujeme zástrčku (vidlici) se šňůrou, jejíž konec je buď trvale spojen s elektrickým spotřebičem (stolní lampa, televizor, ...) nebo je u starších elektrických spotřebičů ukončen násuvkou, která se nasunuje na vidlici spotřebiče (přenosný elektrický vařič, remoska, ale i počítač, ...). Šňůra spojující zástrčku se spotřebičem je trojžilová: jedna žíla je po zasunutí do zásuvky spojena s fázovým vodičem, druhá se středním vodičem a třetí s ochranným kolíkem. Tato třetí žíla (ochranný vodič) je připojena ke krytu (kostře) elektrického spotřebiče. Dojde-li k nežádoucímu styku fázového vodiče s krytem (kostrou) elektrického spotřebiče, vytvoří se obvod, jehož proud přetaví pojistku a na kovových částech elektrického spotřebiče se nevytvoří nebezpečné dotykové napětí.

Některé elektrické spotřebiče (holicí strojek, televizor, ...) mají jen dvoužilové šňůry bez ochranného vodiče. Použití těchto vodičů je dovoleno u elektrických spotřebičů, jejichž okruh je přesně stanoven předpisy. Jedná se např. o nepřenosné nebo málo přemísťované elektrické spotřebiče, u nichž se používá dvoužilová šňůra z polyvinylchloridu. Jsou to spotřebiče v izolačních krytech (televizor, lednička, ...) nebo takové, kde jsou vnitřní kovové části chráněny nejen krytem z plastické hmoty, ale plastická hmota je použita i k mechanickému spojení

elektromotorku s kovovými nožíky (vysoušeč vlasů, holicí strojek, ...).

3.10.5 | ***Pojistky a jističe

3.10.5.1 | Pojistky

Dojde-li ke zkratu obvodu, klesne jeho odpor a obvodem začne protékat velký proud, který by mohl zvýšit teplotu vedení a zapojených elektrických spotřebičů natolik, že by mohlo dojít k požáru. A právě tomu zabraňuje pojistka. Existuje řada typů pojistek:

1. tavné - nejrozšířenější typ; je to část vedení z krátkého drátku o velmi malém průřezu, který se v okamžiku zkratu nebo při trvalém přetížení zvýšeným proudem přetaví a přeruší obvod
2. trubičková - skleněná trubička s vodivými kontakty na koncích, uvnitř které je tavný drátek. Při zvýšení proudu (a tedy i teploty) dojde k přepálení drátku a přerušení obvodu.
3. lamelová - při zvýšení proudu dojde k přerušení lamely

Nejdůležitější částí tavné pojistky je porcelánová **pojistková vložka** (viz obr. 162), v jejíž dutince je tavný drátek. Ten spojuje dva protilehlé kontakty (kovové

čepičky). Dutinka s tavným drátkem je vyplněna jemným křemičitým pískem, jehož úkolem je absorbovat teplo uvolněné přetavením drátku. Dutinkou prochází ještě jeden drátek, na němž je připevněn malý barevný kotouček, který pružinka po přetavení drátku uvolní. Tak je možné rozeznat poškozenou pojistkovou vložku.

Pojistková vložka se vkládá do spodku pojistky tak, že užším koncem prochází **vymezovacím kroužkem** a je přitažena **pojistkovou hlavicí**, která umožňuje vodivý styk mezi vstupním a výstupním kontaktem.



Obr. 162

Nejvyšší proud, který může trvale procházet pojistkou (tavným drátkem) se nazývá **jmenovitý proud**. Proud, při němž se pojistka přetaví, je **tavný proud**. Jmenovité proudy jsou vyznačeny na pojistkové vložce a jsou vždy menší než tavný proud. Je to dáno tím, že proud v obvodu není konstantní - např. zapnutí spotřebiče (motoru, ...) vzniká proudový nárůst, kdy obvodem protéká proud až

4 krát větší. A pojistka tento proudový nárůst musí krátkodobě vydržet.

Při zapnutí spotřebiče mají totiž přívodní vodiče pokojovou teplotu. Začne-li jimi procházet proud, začnou se zahřívat a jejich odpor klesá. Proto se zmenšuje i procházející elektrický proud.

Elektrický rozvod v bytě musí být rozdělen na sekce, protože počet spotřebičů zapojených do obvodu, který chrání jedna pojistka, je omezen.

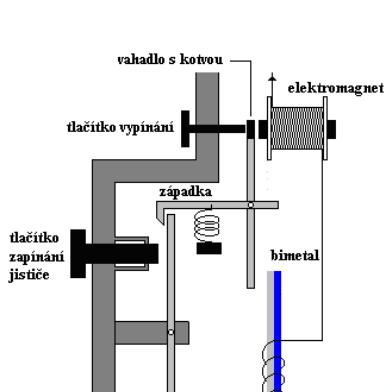
Je-li např. elektrický rozvod pro napětí 230 V přizpůsobený na proud 10 A, pak je možné spočítat, že do jedné zásuvky nelze zapojit současně dva elektrické spotřebiče o výkonu 2300 W. Obvod by byl totiž trvalé přetížen a pojistka by se přetavila.

3.10.5.2 | Jističe

Jističe jsou samočinné vypínače, které mají v obvodu stejnou funkci jako pojistka. Mají oproti ní některé výhody: při přerušení proudu a následném odstranění závady je možné jistič znovu zapnout překlopením páčky či stlačením tlačítka, stejně tak je možné jistič i vypínat, ... Jističe mají většinou tvar hranolovitých skříněk z umělé hmoty, vyrábějí se ale také takové, které lze zašroubovat místo pojistkové vložky. Jsou konstruovány pro různé jmenovité hodnoty proudu.

Podstatou činnosti jističů je ochrana:

1. tepelným vypínáním - jistič rozepne kontakty při zahřátí jističe nad dovolenou teplotu dlouhodobým průchodem zvýšeného proudu
2. elektromagnetickým vypínáním - jistič rozepne kontakty při náhlém proudovém nárůstu



Obr. 163


Obr. 164

Na obr. 163 je znázorněn stav, kdy proud postupně prochází rozpojovatelnými kontakty, cívkou bimetalu a cívkou elektromagnetu. Vznikne-li v obvodu zkrat, pak zkratový proud uvede v činnost relé (elektromagnetem bude procházet větší proud a ten vytvoří silnější magnetické pole), jeho jádro přitáhne kotvu, západka se uvolní, pružina rozpojí kontakty a obvod se přeruší.

Při poruše ovšem může protékat obvodem proud sice jen o málo větší než proud přípustný, ale prochází-li delší dobu, přetěžuje vodiče a může poškodit elektrické spotřebiče. A protože takový proud někdy nestačí k uvedení elektromagnetické ochrany v činnost, má jistič také ochranu tepelnou.

Prochází-li obvodem delší dobu větší proud, než je proud přípustný, bimetal se postupně zahřívá, prohne se tak, že nadzvedne kotvu a pak se opět západka uvolní, pružina rozpojí kontakty a obvod se přeruší.

Touto tepelnou ochranou se jistič podstatně liší od pojistky, která přeruší obvod pouze v případě zkratu, ale ne při i značném **přetěžovacím proudu**, jenž může poškodit elektrické spotřebiče.

Na obr. 164 je znázorněn skutečný jistič.

K ochraně před úrazem nebo požárem též přispívá proudový chránič.

3.10.6 | Elektromotor na trojfázový proud

Velký praktický význam trojfázových proudů je dán možností konstruovat jednoduché a výkonné elektromotory, které mění energii elektrickou na energii mechanickou. Jsou založeny na pohybu vodičů, kterými prochází elektrický proud, v magnetickém poli, které je buzeno proudem ve vinutí statoru.

Uvažme situaci na obr. 165. tři cívky, jejichž osy svírají vzájemně úhel $120°$ a jejichž vinutí jsou spojena do hvězdy. Tyto cívky připojíme k trojfázovému napětí z jiného zdroje. Proud procházející cívkami vytváří v prostoru mezi nimi magnetické pole. Umístíme-li do tohoto pole magnetku (magnet) začne se otáčet s frekvencí stejnou, jako má střídavý proud. Magnetka se tedy otáčí **synchronně** s magnetickým polem. Příčinou otáčení magnetky je magnetické pole, jehož vektor magnetické indukce mění periodicky směr. Vzniká zde **točivé magnetické pole**.

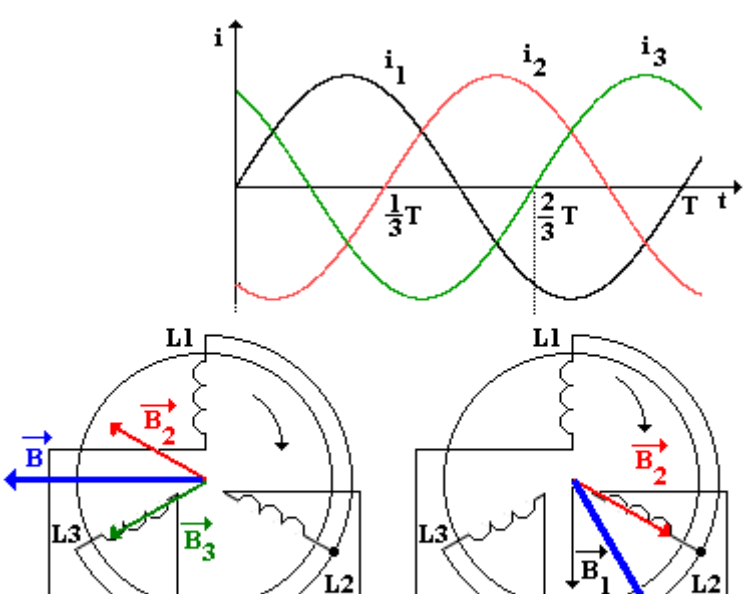
Koncový bod vektoru magnetické indukce se pohybuje po kružnici.

Na obr. 166 je znázorněn v horní části časový diagram proudu na cívkách a v dolní části je pak naznačen vznik točivého magnetického pole. V okamžiku $t = 0$ je proud ve vinutí fáze *L1* nulový, vinutím fází *L2* a *L3* prochází stejně velký proud opačného směru. Indukční čáry směřují od vinutí fáze *L2* k vinutí fáze *L3*. Analogicky je možné najít směr indukčních čar v dalších časových okamžicích (na obrázku je znázorněna situace ještě pro čas $t = \frac{2}{3}T$). Zjistíme, že vektor mg. indukce $\vec{B}$ se otáčí s periodou *T* ve směru šipky.

Trojfázový elektromotor má dvě základní části:

1. stator - má obdobnou konstrukci jako stator alternátoru
2. rotor (kotva) - válec zhotovený z ocelových

plechů s drážkami, v nichž je uloženo vinutí



Obr. 166

Používá se tzv. klecového vinutí, které se vytváří např. tak, že se do drážek nalije roztavený hliník. Jeho ztuhnutím vznikne vodivá klec ze silných hliníkových tyčí, které jsou v čelech rotoru vodivě spojeny hliníkovými prstenci. Vinutí kotvy má zanedbatelný odpor a motor s tímto typem rotoru se označuje jako **motor s kotvou nakrátko**.

K rotoru nevedou žádné přívodní vodiče.

Tento typ rotoru vypadá stejně jako klec na *Ježka v kleci* - hlavolamu, který se objevuje v knihách Jaroslava Foglara.

Vzhledem k malému odporu kotvy indukuje točivé magnetické pole ve vinutí velké proudy. To má za následek vznik velké magnetické síly, která uvede rotor do otáčivého pohybu. Kotva se ale neroztočí s frekvencí točivého magnetického pole. Kdyby tomu tak bylo, nedocházelo by ke změně magnetického indukčního toku vinutím, zanikl by indukovaný proud a tím i příčina otáčení.

Je nutné, aby se kotva vůči točivému magnetickému poli pohybovala - tj. aby „cítila“ nestacionární magnetické pole. Pokud by se otáčela synchronně (se stejnou frekvencí jako točivé magnetické pole) „cítila“ by stacionární pole.

Použije-li se jako rotor magnet, dojde k synchronnímu otáčení a vznikne **synchronní elektromotor** (gramofon, šicí stroj, ...).

Na rozdíl od synchronního otáčení magnetu se kotva trojfázového elektromotoru otáčí vždy s menší frekvencí, tzv. asynchronně. Tyto elektromotory se označují jako **trojfázové asynchronní elektromotory** (motor vodárny, ...). Veličina charakterizující chod asynchronního elektromotoru se nazývá **skluz** *s* a je definována vztahem $s = \frac{f_p - f_r}{f_p}$, kde f_p je frekvence otáčení točivého mg. pole a

f_r je frekvence otáčení rotoru. Skluz je možné vyjádřit v procentech.

Nepřekonává-li kotva při otáčení žádný odpor, tj. když jde zařízení motorem pohánění naprázdno (např. okružní pila), je skluz nepatrný a vinutím kotvy prochází malý proud. Při zatížení motoru (okružní pila řeže dřevo, ...) skluz roste, ve vinutí se indukuje větší proud a otáčení rotoru je udrženo větší magnetickou silou. V praxi bývá skluz při plném zatížení elektromotoru 2 % až 5 %.

Asynchronní elektromotory mají ve srovnání s jinými elektromotory řadu předností: jednoduchá konstrukce a obsluha, dlouhá životnost, neznečišťují ovzduší, ... Proto mají rozsáhlé uplatnění v praxi, hlavně tam, kde není nutno měnit frekvenci otáčení (pohon strojů, čerpadel, ...).

3.10.7 | Transformátor

Přenos elektrické energie se neobejde bez zařízení, která by umožňovala zvyšovat resp. snižovat v rozvodné síti elektrické napětí. Takové zařízení se nazývá **transformátor**.

Transformátory jsou obsažené jak ve velkých elektrorozvodných, tak např. v adaptér pro walkmana, v nabíječce mobilního telefonu, ...).

Princip transformátoru je založen na elektromagnetické indukci. Podle jejich konstrukce rozlišujeme jednofázové transformátory a trojfázové

transformátory.

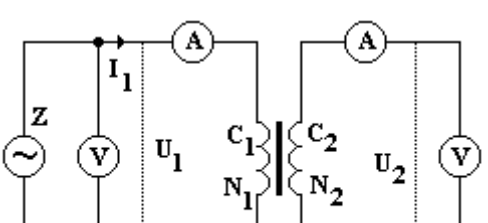
3.10.7.1 | Jednofázové transformátory

Jednofázový transformátor je tvořen dvěma cívkami - primární a sekundární, které jsou umístěny na společném ocelovém jádře z měkké oceli. Jedná se o jádro listové, které je tvořeno navzájem izolovanými plechy, aby se zabránilo vzniku vířivých proudů, které by zvětšovaly ztráty.

Primární cívka C_1 je připojena ke zdroji střídavého napětí U_1 a prochází jí střídavý proud I_1. Ten vytváří v jádře transformátoru proměnné magnetické pole a v libovolném závitu primární nebo sekundární cívky se indukuje napětí $u_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Závity cívek jsou spojeny za sebou, takže napětí na jednotlivých závitech se sčítají. Celkové napětí na primární cívce s N_1 závity je $u_1 = -N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, na sekundární cívce s N_2 závity bude napětí $u_2 = -N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Má-li primární cívka zanedbatelný odpor, má indukované napětí u_1 stejnou hodnotu jako napětí připojeného zdroje, ale má opačnou fázi. Pro poměr efektivních hodnot indukovaných napětí odtud vyplývá **rovnice transformátoru**: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = k$. Veličina $k = \frac{N_2}{N_1}$ se

nazývá **transformační poměr transformátoru**.



Obr. 167

Pro k mohou nastat tyto případy:

1. $k>1$ - transformace nahoru

Dochází k ní v elektrárnách, v nichž se vyrobené napětí transformuje před přenosem na vysoké.

2. $k<1$ - transformace dolů

Používá se v městských rozvodnách, v adaptérech mobilních telefonů, ...

Rovnice transformátoru byla odvozena za zjednodušených podmínek - neuvažovali jsme ztráty vznikající přeměnou elektrické energie na vnitřní energii vinutí a jádra transformátoru, ... Transformátor pracoval bez zatížení, **naprázdno** - sekundárním vinutím neprocházel žádný proud ($I_2=0$). Odebíráme-li ze sekundárního vinutí proud, zvětšuje se také proud primárního vinutí. Přestože jsou odpory cívek malé, vznikají ve vinutí ztráty, a proto bývá sekundární napětí zatíženého

transformátoru o 2 % až 10 % menší, než odpovídá transformačnímu poměru. V transformátorech vznikají ztráty zahříváním vodičů cívek, vířivými proudy a periodickým magnetováním jádra. Účinnost malých transformátorů proto bývá 90 % až 95 %, velkých až 98 %.

V souladu se zákonem zachování energie musí být výkon P_1 v primárním vinutí transformátoru (tzv. **příkon**) při zanedbatelných ztrátách roven jeho výkonu P_2 v sekundární části (za předpokladu, že je transformátor plně zatížen a zátěž má jen rezistanci). Pro činné výkony tedy platí: $P_1 = P_2$. Po dosazení dostáváme $U_1 I_1 \cos\varphi_1 = U_2 I_2 \cos\varphi_2$. Za uvedených podmínek jsou hodnoty φ_1 a φ_2 malé (a proto $\cos\varphi_1 \doteq \cos\varphi_2 \doteq 1$) a tedy platí $\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}$.

Jednofázové transformátory se používají tam, kde je nutno měnit hodnotu proudů nebo napětí (rozhlasové přijímače, televizory, měřící přístroje, ...).

3.10.7.2 | Trojfázové transformátory

Trojfázové transformátory se používají k transformaci trojfázového proudu. Jejich konstrukce je obdobná jako u jednofázových transformátorů. Jejich jádro má tři magnetické větve. Každá fáze má vlastní primární vinutí a sekundární vinutí. Cívky primárního vinutí resp. cívky sekundárního vinutí jsou v zapojení do hvězdy nebo

v zapojení do trojúhelníka.

Transformátory pro velké výkony se značně zahřívají a proto je třeba je chladit. Větší transformátory bývají ponořeny ve speciální nádobě s olejem, který odvádí teplo a chladí se přes stěny nádoby vzduchem.

3.10.8 | Přenos elektrické energie

Rozvod elektrické energie je po celém území státu uskutečňován složitou přenosovou soustavou, v níž je střídavé napětí transformováno na různou hodnotu. **Dálkový přenos** (často přesahující i hranice státu) se uskutečňuje při vysokém napětí ($110\,\mathrm{kV}$, $220\,\mathrm{kV}$ nebo $400\,\mathrm{kV}$).

Vlivem ztrát se přenášený výkon snižuje o hodnotu $P = I^2 R$ (neboť práce $W = I^2 R t$ se mění ve vodiči v Joulovo teplo), kde *I* je proud ve vodičích vedení a *R* jejich odpor. Chceme-li docílit minimálních ztrát, musí být tedy Joulovo teplo také minimální. Toho je možné dosáhnout menším proudem ve vedení (při daném odporu vedení) a tedy větším napětím. Proto se elektrická energie přenáší vysokým napětím.

Na menší vzdálenosti (**blízký přenos**) se elektrická energie přenáší menším napětím ($22\,\mathrm{kV}$), které se získává transformací v rozvodnách napojených na dálkový přenos. Přenosovou soustavu pak ukončují transformační stanice, v nichž se získává trojfázové napětí $3\times400\,\mathrm{V}/230\,\mathrm{V}$, které

se rozvádí převážně pomocí kabelů k jednotlivým spotřebitelům.

Hlavním článkem přenosové soustavy jsou elektrárny, v nichž se elektrická energie získává přeměnou z jiných forem energie:

1. uhelné elektrárny (tepelné elektrárny) - alternátory jsou poháněny parními turbínami. Potřebná energie se získává spalováním uhlí, oleje, plynu, … Spalování probíhá v kotli se soustavou trubek, kterými proudí voda a mění se v páru o vysokém tlaku ($10\,\mathrm{MPa}$) a teplotě ($500\,^{\circ}\mathrm{C}$). U nás se z nich získává $70\,\%$ elektrické energie.
2. jaderné elektrárny - jedná se v podstatě o tepelnou elektrárnu, v níž se energie potřebná pro výrobu páry získává přeměnou jaderné energie. Základem této elektrárny je jaderný reaktor, v němž probíhá proces štěpení jader paliva. Při tom se uvolňuje značná energie, která se přenáší nejčastěji vodou do výměníku tepla. Ten zajišťuje, že radioaktivní látky z reaktoru neproniknou do páry, která pohání turbínu. Podíl na produkci energie v ČR je $27\,\%$.
3. vodní elektrárny (hydroelektrárny) - jsou založeny na využití energie vodního toku. Alternátor je poháněn vodní turbínou a soustrojí turboalternátoru má zpravidla

svislou osu. Frekvence otáčení je zde menší než u parních turbín. Proto se používají alternátory, jejichž rotor tvoří elektromagnet s více póly, nebo se mezi turbínu a alternátor zařazuje mechanický převod, který upravuje frekvenci otáčení rotoru alternátoru. Produkují přibližně 3% elektrické energie.

Největším producentem u nás je elektrárenská společnost ČEZ, a. s., která zajišťuje zhruba 80% elektrické energie v 51 elektrárnách (11 uhelných, 35 vodních, 2 jaderné, 2 větrná a 1 sluneční).

Největší množství škodlivin produkují uhelné elektrárny. Proto se pracuje na řadě projektů odsíření jejich spalin, snížení emisí N_xO, CO a prachu. Další jejich výstavba se neplánuje - nároky na elektrickou energii bude možné krýt provozem jaderných elektráren. Ty představují, při dodržení bezpečnostních hledisek, zdroj energie, který nenarušuje životní prostředí. Jedná se ale o nákladné a technologicky komplikované stavby vyžadující velké investice.

Jaderná elektrárna Dukovany byla dokončena v roce 1988 a jejím základem jsou čtyři tlakovodní jaderné reaktory typu VVER 440, z nichž každému přísluší dva turbogenerátory o elektrickém výkonu $2\times220\,\mathrm{MW}$. Celkový výkon elektrárny je tedy $1760\,\mathrm{MW}$. Od roku 2002 je největší jadernou elektrárnou u nás Jaderná elektrárna Temelín, jejímž základem jsou dva výrobní bloky o výkonu $2\times981\,\mathrm{MW}$.

Vzhledem k technologické náročnosti i negativním dopadům produkce elektrické energie je důležitým společenským požadavkem snižování spotřeby. Týká se to zejména náhrady zastaralých výrobních postupů postupy novými, které nejsou na elektrickou energii tak náročné. Současně se hledají i alternativní zdroje elektrické energie. Nejdále je tento výzkum u větrných elektráren, které pracují i u nás s výkonem od $60\,\mathrm{kW}$ do $315\,\mathrm{kW}$ (Mladoňov u Šumperka, ...). Dalším zdrojem jsou tzv. fotovoltaické zdroje založené na přímé přeměně sluneční energie na energii elektrickou.

3.10.9 | ***Ochrana před úrazem elektrickým proudem

U el. obvodů rozlišujeme:

1. živé části - části elektrického obvodu, kterými prochází elektrický proud a může zde tedy dojít k úrazu
2. neživé části - části, kterými elektrický proud neprochází

Úraz elektrickým proudem může nastat, projde-li lidským tělem nebo jeho částí elektrický proud. K tomu může dojít takto:

1. jedna část se dotkne neizolovaného fázového vodiče, který má vůči zemi napětí, a druhá část předmětu, který má se zemí vodivé

spojení (tj. proud projde do země)

2. jedna část se dotkne neizolovaného fázového vodiče a druhá neizolovaného středního vodiče - tyto úrazy jsou vzhledem k předchozí skupině horší

Zvlášť nebezpečné jsou ty úrazy elektrickým proudem, při nichž proud projde srdečním svalem. Průchod proudu lidským tělem způsobuje křeč svalů a může tedy dojít k poruše činnosti (resp. zastavení) srdce.

Prostředí, v němž se člověk nachází, je možné klasifikovat jako:

1. bezpečné - normální vlhkost, teplota, ...
2. nebezpečné - horko, vlhko, prašno, silné otřesy, ...
3. zvláště nebezpečné - mokré

Bezpečné hodnoty napětí jsou uvedeny v tab. 1.

	$\frac{U}{\mathrm{V}}$ (střídavé)	$\frac{U}{\mathrm{V}}$ (stejnosměrné)
bezpečné	50	100
nebezpečné	24	60
zvláště nebezpečné	12	24

tab. 1

Smrtelná hodnota proudu je pro střídavé napětí $10\,\mathrm{mA}$, pro stejnosměrné napětí $25\,\mathrm{mA}$. Odpor lidského těla se

pohybuje v rozmezí $2-3\,k\Omega$ podle vlhkosti pokožky.

Střídavé napětí je pro člověka nebezpečnější (a proto jsou i kritické hodnoty menší než u stejnosměrného napětí), protože elektrický proud se pohybuje oběma směry. Tak uvádí do kmitavého pohybu tkáně lidského těla, které se mohou snáze poškodit.

Ochrana před **dotykovým napětím** (tj. napětím, které ještě není životu nebezpečné) se provádí těmito způsoby:

1. ochrana polohou - nejjednodušší a nejspolehlivější. Spočívá v tom, že elektrické vedení a elektrické zařízení umístíme tak, abychom s nimi nemohli přijít do styku

Např. vypínač v koupelně musí být podle předpisů v určité vzdálenosti od vany a v určité výšce nad podlahou, ...

2. ochrana přídavnou izolací - vodiče nebo kovové součástky izolujeme různými kryty z nevodivých materiálů

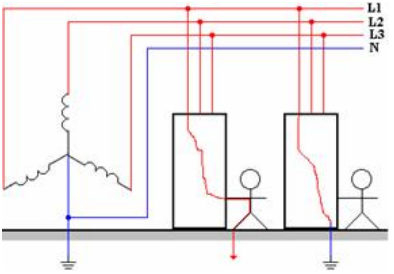
Části, kterými se dotýkáme elektrického vysavače, holícího strojku, vypínače, ...

3. ochrana malým napětím - nařízená v nebezpečných provozech u některých elektrických spotřebičů. Tato ochrana stanovuje nejvyšší přípustné napětí, s nimiž

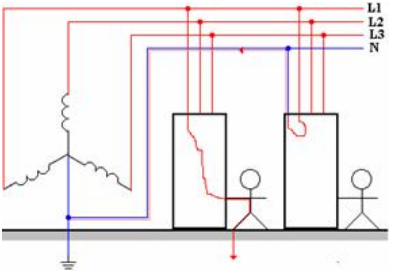
mohou elektrické přístroje a zařízení pracovat.

Týká se ručních vrtaček ve vlhkém prostředí, dětských hraček, ...

4. ochrana uzemněním - užívá se u izolované rozvodné soustavy. Všechny vodivé části, na nichž by mohlo vzniknout nebezpečné dotykové napětí, spojíme vodivě se zemí (uzemníme) (viz obr. 168). Při porušení izolace vodiče je proud uzemněním odváděn do země a dotykové napětí se sníží pod nebezpečnou hranici.
5. ochrana nulováním - užívá se u rozvodné soustavy s vyvedeným uzemněným středním vodičem. Kovový kryt (kostru) elektrických spotřebičů spojíme se středním vodičem, který je uzemněn přímo v transformační stanici (viz obr. 169). Je jednodušší a levnější. Poškodí-li se izolace fázového vodiče a dojde-li ke styku s kostrou nebo krytem elektrického spotřebiče, začne obvodem protékat tzv. zkratový proud, který přetaví pojistku (resp. vypne jistič) a tím se nebezpečný průtok proudu spolehlivě přeruší.

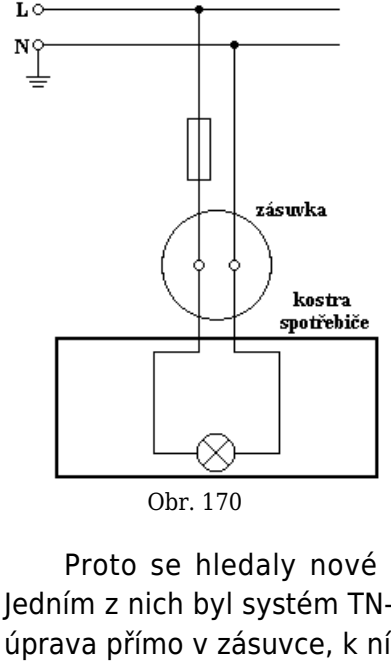


Obr. 168

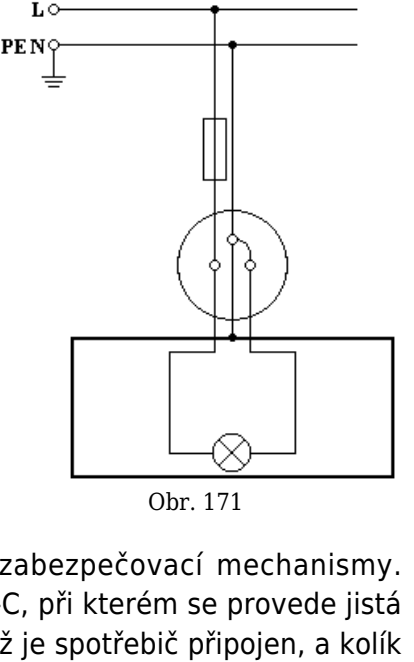


Obr. 169

Ochrana elektrických rozvodů prošla řadou změn a vylepšeních. Nejjednodušší je zařadit do obvodu pojistku (viz obr. 170). Důležité je si uvědomit, že každá ochrana se dává na fázový vodič - **střední vodič nesmí být nikdy přerušen!** Ani pojistka ale nevyřeší všechny problémy - nezabrání např. probití fázového vodič na kostru spotřebiče.



Obr. 170



Obr. 171

Proto se hledaly nové zabezpečovací mechanismy. Jedním z nich byl systém TN-C, při kterém se provede jistá úprava přímo v zásuvce, k níž je spotřebič připojen, a kolík zásuvky se vodivě spojí s kostrou přístroje (viz obr. 171). Vodič označený PE N se nazývá **střední a ochranný vodič** a má zelenou a žlutou barvu. Řadu problémů tento systém řeší spolehlivě (závada přímo v zásuvce, ...), ale přesto se najdou některé typy závad, které ani tento systém spolehlivě nevyřeší.

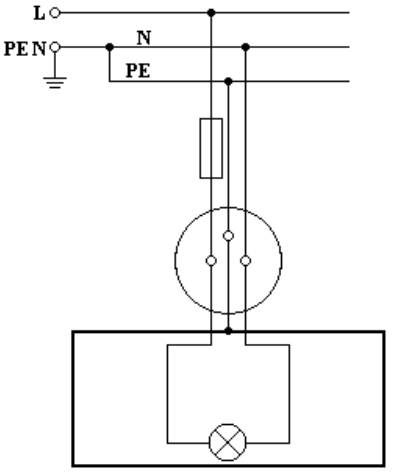
Přeruší-li se ochranný vodič ve zdi (tedy před zásuvkou), dojde při dotyku kostry přístroje k úrazu. Při této závadě může dojít dokonce i k úrazu při dotyku k přístroje, který je připojen do poškozené zásuvky

a který je vypnutý (ale přitom je zapojen do zásuvky).

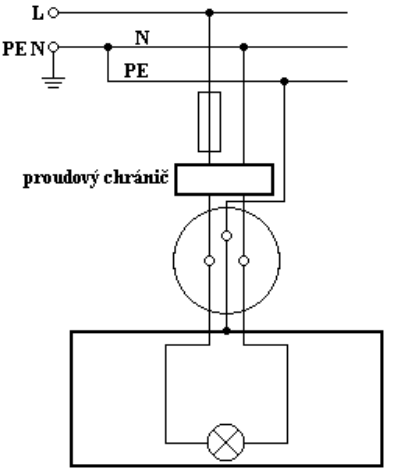
Dalším vylepším systému TN-C je systém TN-S (viz obr. 172), v němž je ochranný vodič rozdělen na dva: na střední vodič N světle modré barvy a ochranný vodič PE, který má zelenou a žlutou barvu. Toto rozdělení se provádí před bytem. Poruchy, které v systému TN-C vedly k úrazu, jsou v tomto systému již bezpečné.

Dalším vylepšením systému TN-S je možnost připojit **proudový chránič** (viz obr. 173), který pomáhá odhalit postupné poruchy (vlhkost, uhnívání vodičů, ...), které nerozpozná jistič. Proudový chránič (viz obr. 174) pracuje jako diferenciální transformátor.

Diferenciální (porovnávací) transformátor pracuje tak, že srovnává proud, který vstupuje do chrániče (spotřebiče) s proudem, který z něho vystupuje.

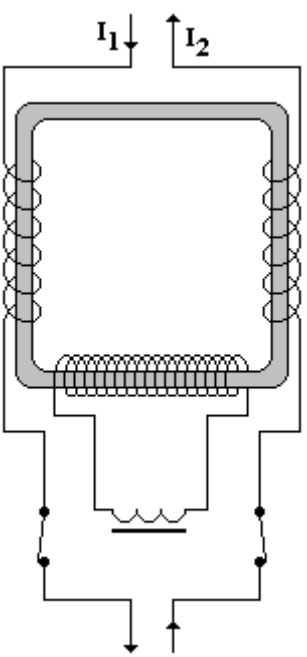


Obr. 172



Obr. 173

Proud I_1 vtékající do proudového chrániče vytváří v okolí cívky, kterou prochází, magnetické pole. Proud I_2 vytékající z chrániče ven vytváří v okolí cívky, kterou prochází, také magnetické pole; to je ale orientováno opačně než magnetické pole vytvořené proudem I_1. Pokud $I_1 = I_2$ jsou mají obě vytvořená magnetická pole stejnou velikost magnetické indukce. Vzhledem ke vzájemně opačné orientaci těchto polí je výsledné magnetické pole v uzavřeném feromagnetickém jádře nulové a elektromagnetem (relé) neprochází proud.



Obr. 174

Pokud dojde k náznaku poruchy (některý vodič začne korodovat, uhnívat, …) změní se jeho odpor, což se projeví změnou jednoho z proudů I_1 nebo I_2. Magnetické pole v jádře nebude už nulové, ale bude proměnné. Proto začne elektromagnetem procházet elektrický proud. Bude-li tento proud dostatečně velký (podle nastavení chrániče), rozepne spínače a vedení elektrického proudu se přeruší.

3.11 | FYZIKÁLNÍ ZÁKLADY ELEKTRONIKY

3.11.1 | Usměrňovač

Střídavé napětí lze získávat snadněji než napětí stejnosměrné. Proto je nutné znát princip, jak napětí střídavé „převedeme“ na napětí stejnosměrné. K tomu lze využít z polovodičových součástek nejlépe diodu. Procházející proud je totiž závislý na polaritě napětí na diodě. Diodou prochází proud jen tehdy, když je anoda *A* diody připojena ke kladnému pólu zdroje napětí (tzv. propustný směr). Při opačné polaritě má dioda velký odpor a prochází jí jen nepatrný proud.

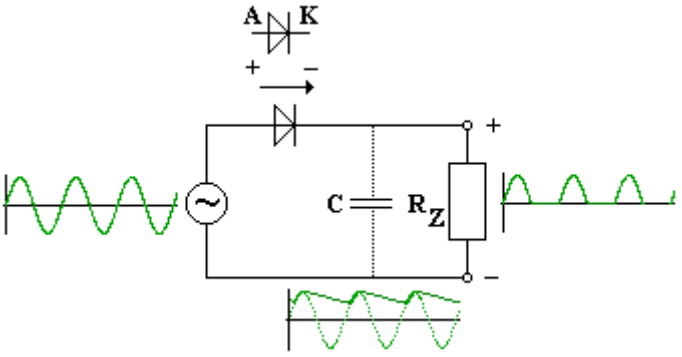
Proud procházejí diodou v závěrném směru je tak malý, že je možné ho vzhledem k proudu procházejícímu diodou v propustném směru zanedbat.

Připojíme-li diodu do obvodu střídavého proudu, pracuje jako „elektrický ventil“: prochází jí proud jen v kladných půlperiodách vstupního střídavého napětí, kdežto v záporných půlperiodách napětí obvodem proud neprochází. Výstupní napětí na pracovním rezistoru R_Z je stejnosměrné a pulsující (tepavé). Nastalo usměrnění střídavého napětí, přičemž se ale využívá jen jedna polovina periody střídavého napětí. Dioda pracuje jako **jednocestný usměrňovač** a obvodem prochází

stejnosměrný proud (viz obr. 175).

Pro praktické použití usměrňovače je důležité omezit pulsaci výstupního napětí. Toho lze dosáhnout pomocí kondenzátoru o kapacitě *C*, který připojíme paralelně k výstupu usměrňovače (na obr. 175 čárkovaně). V kladných půlperiodách se kondenzátor nabíjí, v záporných půlperiodách se přes rezistor R_Z vybíjí. Kondenzátorem se pulsace zčásti vyhladí.

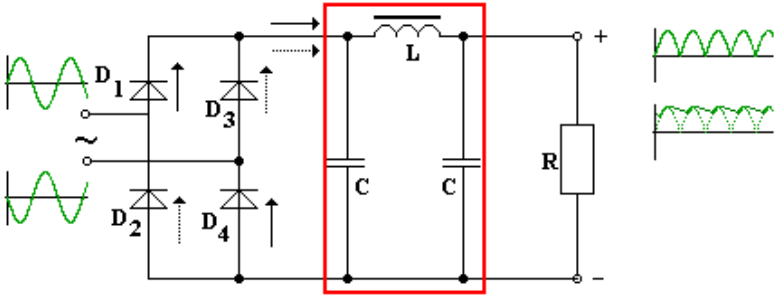
Vyhlazení je tím účinnější, čím větší je kapacita *C* kondenzátoru a odpor R_Z rezistoru. Pro $R_Z \to \infty$ (usměrňovač naprázdno), má usměrněné napětí hodnotu odpovídající amplitudě střídavého napětí.



Obr. 175

U jednocestného usměrňovače není využita jedna polovina usměrňovaného napětí. Proto se v technické praxi používá usměrňovač se čtyřmi diodami v tzv. Graetzově zapojení (obr. 176). Dvojicemi diod D_1 a D_2, D_3 a D_4

střídavě prochází proud a výstupní napětí pulsuje s dvojnásobnou frekvencí. K dokonalému usměrnění pulsujícího napětí se používají složitější filtry s kondenzátory o velké kapacitě a s rezistory resp. tlumivkami (na obr. 176 orámováno).



Obr. 176

Usměrňovače jsou funkční částí mnoha elektronických přístrojů, které jsou napájeny z elektrické sítě. Diody se dále uplatňují v měřících přístrojích, k detekci signálů v rozhlasových přijímačích, ...

3.11.2 | Tranzistor

Tranzistor patří mezi nejdůležitější polovodičové součástky. Je tvořen krystalem se dvěma přechody PN. Střední část krystalu je **báze** *B* a přechody PN ji oddělují od oblasti s opačným typem vodivosti, které označujeme jako **kolektor** *C* a **emitor** *E* (viz obr. 177). Oblast kolektoru je

zpravidla větší než oblast emitoru a přechody jsou v malé vzájemné vzdálenosti, takže objem báze mezi oběma přechody je velmi malý.

Podle druhu vodivostí jednotlivých částí označujeme tranzistory jako typ NPN a PNP. Schematické značky obou typů jsou podobné - na obr. 178a je schematická značka pro typ NPN, na obr. 178b pak pro typ PNP.

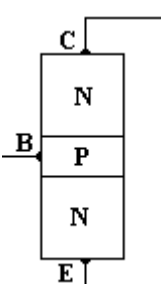
Mnemotechnická pomůcka, jak si pamatovat, která značka patří ke kterému tranzistoru: „NPN šipka ven!“ Máme na mysli šipku, která se objevuje v nákresu schematické značky.

Tranzistor má dva obvody - vstupní a výstupní. Proto by měl mít čtyři vývody. Tranzistor má však ve skutečnosti pouze tři vývody (elektrody); jedna elektroda je společná oběma obvodům. Proto se rozlišují zapojení se společnou bází, zapojení se společným kolektorem nebo zapojení se společným emitorem.

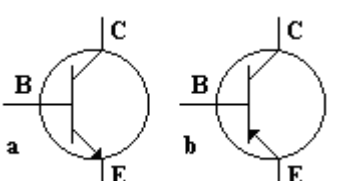
Tranzistor má dva přechody PN - emitorový (přechod E - B) a kolektorový (přechod B - C). Oba je možné zapojit dvěma způsoby a tak získáváme celkem čtyři možnosti zapojení:

1. oba přechody v propustném směru - odpor obou přechodů je malý, je proto malý i celkový odpor součástky a součástkou prochází velký proud. Není ale možné realizovat velké změny napětí, takže toto zapojení je pro zesilování nevhodné.

2. oba přechody v závěrném směru - prochází malý proud nezávisle na napětí (odpor přechodů a tedy i celé součástky je velký), čili opět nevhodné pro praktické využití.
3. jeden přechod v propustném a druhý v závěrném směru - jedná se o dvě záměnné možnosti. V tomto zapojení je možné použít tranzistor jako zesilovač. To ale znamená, že tranzistor musí být zařízen tak, aby mohl kolektorem procházet velký proud - proto musí mít kolektor větší plochu, aby se více ochlazoval. Geometrické uspořádání kolektoru a emitoru je proto jiné.



Obr. 177



Obr. 178

Následující výklad bude proveden pro tranzistor typu PNP, i když v praxi se více vyskytuje tranzistor typu NPN. Je to z toho důvodu, že tranzistor PNP je srozumitelnější na

výklad. Vysvětlení tranzistoru typu NPN je analogické.

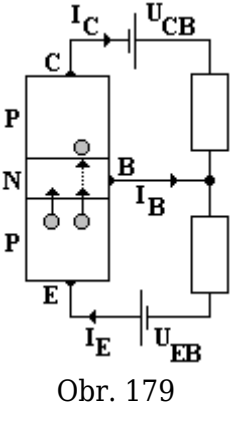
3.11.2.1 | Zapojení tranzistorů

3.11.2.1.1 | ***Zapojení se společnou bází

Při zapojení tranzistoru se společnou bází podle obr. 179 je emitorový přechod zapojen v propustném směru a kolektorový ve směru závěrném. Dosáhne-li napětí U_{EB} na emitorovém přechodu hodnoty prahového napětí, začne přechodem procházet proud - tranzistor se otvírá.

Budeme nyní sledovat pohyb děr. Proto uvažujme, že proud I_E je tvořen dírami.

Díry z emitorového přechodu postupně buď rekombinují s elektrony nebo se dostanou až do oblasti druhého (kolektorového) přechodu. Ten je pro ně zapojen v propustném směru. Díky přítomnosti děr jako volných částic s nábojem se sníží odpor kolektorového přechodu a zvětší se proud procházející přechodem. Zvětšíme-li nyní napětí U_{EB}, prochází emitorovým přechodem větší proud, zvýší se koncentrace děr a proto se dostane i více děr na kolektorový přechod, což má za následek zvětšení proudu procházejícího přechodem. Právě popsaný proces se nazývá **vstřikování (injekce) minoritních částic do oblasti báze**.



Obr. 179

Část děr v bázi rekombinuje s elektrony, kterých tak začíná v bázi ubývat. Pro udržení rovnováhy je nutné přivádět do prostoru báze další elektrony (nebo odebírat díry). Proto má proud I_B procházející bází daný směr.

Směr proudu je dán podle úmluvy pohybem kladně nabitých částic.

Pravděpodobnost rekombinace elektronů a děr je dána jejich objemovou hustotou a časem, po který jsou díry v bázi. Hustotu elektronů lze ovlivnit vhodným materiálem polovodiče typu N (materiál báze). Velký odpor báze (tedy nedostatek elektronů) a její malý rozměr (díry jí projdou rychle a nestačí rekombinovat) zaručuje, že proud I_B bude malý.

Podle 1. Kirchhoffova zákona lze psát: $I_E = I_B + I_C$. Vzhledem k tomu, ke směrům proudům je jasné, že $I_E > I_C$. Platí-li nerovnost pro proudy, platí i pro jejich přírůstky, tj.

$\Delta I_E > \Delta I_C$. Zavádí se **proudový zesilovací činitel v zapojení se společnou bází** $\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}$ při konstantním napětí U_{CB}. Vzhledem k uvedeným nerovnostem mezi proudy je $\alpha < 1$. **Napěťové zesílení** je $A_B = \frac{\Delta U_{CB}}{\Delta U_{EB}}$. Výrobci tranzistorů se snaží, aby proud procházející bází byl co nejmenší, tedy: $I_B \to 0$.

Malého proudu I_B lze dosáhnout malým rozměrem báze.

Proto $I_E \doteq I_C$ a tedy $\alpha \doteq 1$. Vzhledem k zapojení obou přechodů je $R_{CB} \gg R_{EB}$; proto $\Delta U_{CB} \gg \Delta U_{EB}$ a tedy $A_B \gg 1$.

Kolektorový přechod PN je zapojen v závěrném směru.

Tranzistor zapojený se společnou bází výrazně zesiluje napětí a nepatrně zeslabuje proud. Zesiluje tedy výkon.

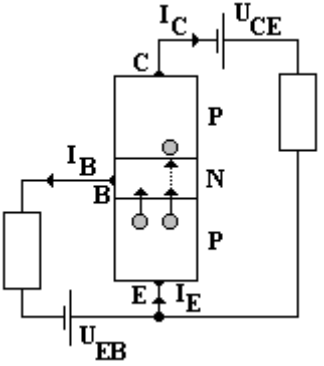
3.11.2.1.2 | Zapojení se společným emitorem

Při zapojení tranzistoru se společným emitorem podle obr. 180 je emitorový přechod zapojen v propustném směru a kolektorový ve směru závěrném.

Vysvětlení činnosti tranzistoru v tomto případě je analogické s vysvětlením činnosti tranzistoru zapojeného se společnou bází.

I zde platí: $I_E = I_B + I_C$, z toho $I_E > I_C$ a tedy $\Delta I_E > \Delta I_C$. Zavádí se **proudový zesilovací činitel v zapojení se společným emitorem** $\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$ při konstantním napětí U_{CE}. Pro proudový zesilovací činitel je možné též psát:

$$\beta = \frac{\frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}}{\frac{\Delta I_B}{\Delta I_E}} = \frac{\frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}}{\frac{\Delta I_E - \Delta I_C}{\Delta I_E}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} >> 1 .$$



Obr. 180

I zde je patrná snaha výrobců tranzistorů o to, aby v bázi docházelo k malé rekombinaci a tedy $I_B \to 0$. Proto je β mnohem větší než 1 a nastává **tranzistorový jev**: Malé napětí vzbuzuje v obvodu báze proud, který je příčinou vzniku mnohem většího proudu v obvodu kolektorovém.

Proud procházející bází prochází přechodem báze - emitor, který se chová jako odpor (je zapojen v propustném směru). Tento proud je malý, a proto bude malé i napětí na přechodu. Přechod zapojený v propustném směru má malý odpor (vůči odporu přechodu zapojeném v závěrném směru), ale i tak je tento odpor větší než je odpor ostatních částí obvodu. Napětí se soustředí na místě většího odporu: na přechodu báze - kolektor, který je zapojen ve směru závěrném. Z toho vyplývá, že hodnota koeficientu **napěťového zesílení** $A_E = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta U_{EB}}$ je řádově mnohem větší než 1.

Při zapojení tranzistoru se společným emitorem se zesiluje jak napětí, tak i proud. Výkon se tedy zesiluje více než v zapojení se společnou bází. Proto je zapojení se společným emitorem výhodnější a více používané.

3.11.2.1.3 | Zapojení se společným kolektorem

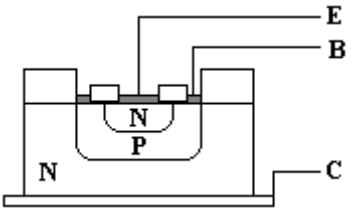
Toto zapojení není příliš běžné - používá se pouze výjimečně a pro speciální účely.

3.11.2.2 | Výroba tranzistorů

Při výrobě tranzistorů se používá řada technologií podle toho, kde má být tranzistor použit. Podle toho jsou

kladeny příslušné nároky i na jejich přesnost. Je zřejmé, že s rostoucími požadavky na přesnost (citlivost na malé změny proudu, ...) roste i cena tranzistorů.

Nejrozšířenější výrobní technologií je **planární technologie**. Tranzistor při ní vzniká v tenké destičce vyříznuté z monokrystalu křemíku s vodivostí např. typu N. V destičce se postupnými operacemi (oxidace povrchu na SiO_2, leptání a difúze příměsí, při níž se mění typ vodivosti) vytváří struktura tranzistoru (viz obr. 181).



Obr. 181

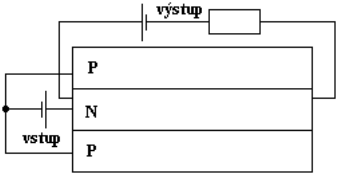
3.11.2.3 | ***Tranzistory řízené elektrickým polem (unipolární tranzistory)

Tyto tranzistory se označují zkratkou FET (*Fiel Effect Transistor*). Jedná se o typ tranzistorů, na jejichž funkci se podílí jen jeden typ náboje, tj. buď elektrony nebo díry. Po fyzikální stránce se jedná o poměrně komplikované součástky, ale důležitá je základní představa.

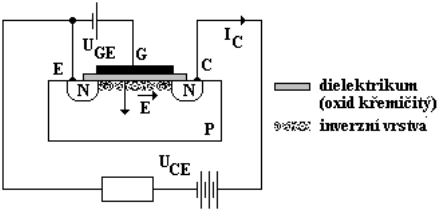
Existují dva základní mechanismy jejich vytvoření:

1. tranzistor s hradlem odděleným přechodem PN - zobrazen na obr. 182. Oba přechody PN jsou zapojeny v závěrném směru. Začne-li růst napětí, šířka přechodu se dále rozšiřuje. Část polovodiče typu N mezi oběma přechody, kterou teče proud, se nazývá **kanál**. Roste-li napětí na vstupu, zmenšuje se šířka kanálu (roste šířka obou přechodů), roste jeho odpor a kanálem protéká menší proud. Tedy změnou vstupního napětí se mění výstupní proud. Terminologie: kolektor, emitor zůstává, místo o bázi se hovoří o hradlu *G* (*gate*).
2. tranzistor s hradlem odděleným dielektrikem - viz obr. 183. Tento typ tranzistorů se vyrábí planární technologií, při níž se v křemíkové destičce s vodivostí typu P vytvoří dvě oblasti s vodivostí typu N. Ty tvoří kolektor a emitor tranzistoru. Povrch destičky je pokryt izolační vrstvou SiO_2 a na ní je nanesena tenká vrstva kovu, která plní funkci řídící elektrody *G* (*gate*). Tento typ tranzistoru se označuje jako MOSFET (*Metal - Oxid - Semiconductor*: kov - oxid - polovodič).
   Vstupní obvod je obvod mezi emitorem a hradlem, výstupní obvod je mezi emitorem a kolektorem. Jeden z přechodů PN je zapojen v závěrném směru. U povrchu je elektrická

intenzita $\vec{E}$ kolmá na povrch, což způsobuje odpuzování majoritních nositelů náboje - děr. Toto odpuzování může být natolik intenzivní, že vznikne inverzní vrstva - u povrchu polovodiče typu P vznikne vrstva polovodiče typu N. Odpor této vrstvy je dán její tloušťkou, která je závislá na vstupním napětí U_{GE}.
S rostoucím napětím roste šířka obou přechodů, prosto se zmenšuje šířka kanálu, roste jeho odpor a kanálem protéká menší proud. Tedy opět změnou vstupního napětí měníme výstupní proud I_C.



Obr. 182



Obr. 183

3.11.2.4 | ***„Speciální“ tranzistory

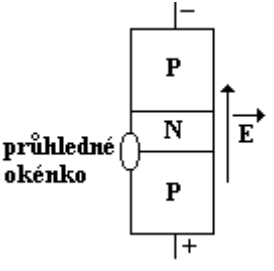
3.11.2.4.1 | Fototranzistor

Na rozdíl od „klasického“ tranzistoru má jen dva vývody (dvě elektrody). Roli třetí elektrody hraje průhledné

okénko, kterým je možné jeden z přechodů osvítit. Jakmile dopadne na přechod světlo, energie světla způsobí generaci párů elektron - díra. Napětí je soustředěno hlavně na přechodech (mají větší odpor než ostatní části tranzistoru). Ve směru elektrické intenzity se začínají pohybovat díry z osvětleného přechodu. Druhý přechod je zapojen v propustném směru pro minoritní částice - díry.

V polovodiči typu N jsou minoritními částicemi díry.

Osvětlením přechodu dojde k ději analogickému vstřikování minoritních částic do oblasti báze. Tak se zvětší proud na druhém přechodu (v obvodu).



Obr. 184

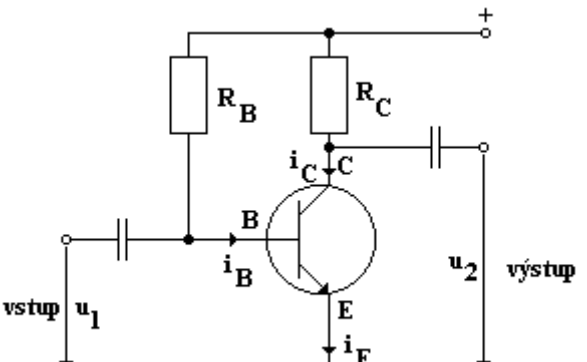
3.11.2.4.2 | Piezotranzistor

Koncentrace elektronů a děr se mění vnějším tlakem. Další výklad je pak analogický „klasickému“ tranzistoru.

3.11.2.4.3 | Zesilovač

Tranzistor slouží především k zesilování proudu a napětí. Toho se využívá v tranzistorovém zesilovači, jehož schéma je na obr. 185. Uvedené schéma popisuje zapojení tranzistoru se společným emitorem, které se v praxi používá nejčastěji.

Na vstup zesilovače je přivedeno střídavé napětí $u_1 \equiv u_{BE}$, které vyvolá v obvodu báze změny proudu. S kolektorem tranzistoru je spojen výstup zesilovače. Měřením se lze přesvědčit, že amplituda výstupního napětí je mnohem větší než amplituda napětí vstupního - nastalo tedy zesílení napětí. Vstup a výstup zesilovače je od dalších obvodů oddělen kondenzátory, které mají malou impedanci pro zesilované střídavé napětí, ale pro stejnosměrný proud je obvod kondenzátorem přerušen. Vstup a výstup je tak pomocí kondenzátorů oddělen od zdroje stejnosměrného napětí.



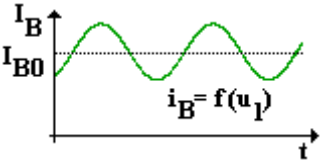
Obr. 185

Pro správnou funkci zesilovače je nutné zvolit vhodné pracovní podmínky činnosti tranzistoru. Ty jsou určeny klidovým proudem I_{B0} procházejícím bází tranzistoru při $u_1 = 0$. Hodnotu proudu I_{B0} určuje odpor rezistoru R_B, který je spojen s kladným pólem napájecího zdroje.

Kolektor *C* tranzistoru je připojen ke zdroji přes pracovní rezistor R_C. Samotný tranzistor můžeme považovat za obvodový prvek, jehož odpor se mění podle proudu báze. Rezistor R_C a tranzistor tak tvoří dvojici obvodových prvků spojených sériově. Jestliže se proud bází zvětší, zmenší se odpor tranzistoru a na jeho kolektoru je menší napětí. Při zesilování střídavého napětí se proud báze mění periodicky kolem hodnoty I_{B0} (viz obr. 186). Těmto změnám odpovídají periodické změny výstupního napětí. Jestliže se vstupní napětí zvětšuje, výstupní napětí

se zmenšuje a naopak. Vstupní a výstupní napětí mají opačnou fázi (viz obr. 187). Výstupní napětí $u_2 \equiv u_{CE}$ lze charakterizovat rovnicí $u_2 = f(i_B)$.

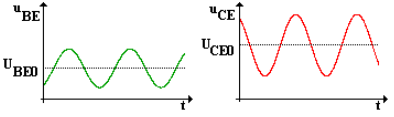
Výstupní napětí tedy závisí na okamžité hodnotě proudu procházejícím bází.



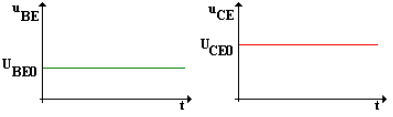
Obr. 186

Tranzistorem je možné zesilovat i stejnosměrná napětí. Příslušné grafy jsou zobrazeny na obr. 188.

Zesilovač byl popsán na jednom zesilovacím stupni. V praxi jsou ale většinou zesilovací stupně spojovány do složitých soustav, jimiž se dosahuje značného zesílení vstupních signálů popř. se zvětšuje jejich výkon tak, aby bylo možné uvést do chodu další zařízení (reprodukторy elektroakustické aparatury, ...).



Obr. 187



Obr. 188

3.11.2.4.4 | ***Spínač

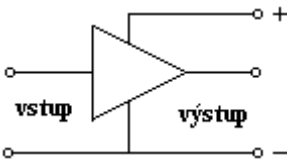
Dalším využitím tranzistoru je jeho zapojení ve funkci spínače. Je-li odpor rezistoru R_B velký, je proud I_{B0} nepatrný. Tomu odpovídá malý kolektorový proud a na kolektoru tranzistoru je napětí blízké napětí zdroje. Když proud I_{B0} vzroste na dostatečně velkou hodnotu, zvětší se kolektorový proud natolik, že napětí na kolektoru se blíží nulové hodnotě. Naznačené změny kolektorového napětí mohou probíhat skokem a obvod s tranzistorem se chová jako spínač se dvěma stavy: zapnuto - vypnuto.

3.11.2.4.5 | Integrované obvody

Od začátku 20. století se používaly jako elektronické součástky vakuové elektronky. Objev tranzistoru roku 1948 znamenal začátek nové éry elektronických součástek. Další kvalitativní změnu přinesl počátkem 60. let objev integrovaného obvodu, s nímž je spojena první etapa rozvoje jednoho z nejprogresivnějších oborů - mikroelektroniky.

Integrovaný obvod je charakteristický tím, že v křemíkové destičce malého rozměru (tzv. **čip**) je vytvořen celý funkční elektronický systém obsahující velké množství tranzistorů, diod, rezistorů, ... Integrovaný obvod není možné rozčlenit na jednotlivé součástky, a proto tvoří jediný obvodový prvek, který má svoji schematickou

značku (viz obr. 189). Na tomto obrázku jsou ale vyznačeny pouze vstupní a výstupní svorky. Integrovaný obvod má dále svorky pro připojení napájecího zdroje a pro připojení pomocných obvodů.



Obr. 189

Integrované obvody lze rozdělit do dvou skupin podle charakteru signálů, k jejichž zpracování jsou určeny:

1. integrované obvody analogové techniky - užívají se pro zpracování spojitých (analogových) signálů.

Jedná se o signály, které se s časem mění spojitě - např. zvukový signál, signál nesoucí informaci o okamžité hodnotě fyzikální veličiny (teplota, napětí, ...). Příkladem tohoto typu integrovaného obvodu je např. operační zesilovač, který slouží nejen k zesilování střídavých a stejnosměrných napětí, ale také umožňují matematické operace - sčítání, integraci a konstrukci analogově číslicových převodníků, jimiž se signál analogový převádí na číslicový a naopak.

2. integrované obvody pro zpracování číslicového signálu - takový signál je tvořen

sledem impulsů napětí, které se mění skokem mezi dvěma hodnotami. Nižší hodnota představuje tzv. logickou nulu a vyšší pak logickou jedničku. Číslicový signál se v integrovaných obvodech zpracovává logickými operacemi, které se řídí zvláštní algebrou pro funkce, v nichž proměnná veličina nabývá jen dvou hodnot.
K nejdokonalejším integrovaným obvodům číslicové techniky patří **mikroprocesor**, který je základní funkční součástkou počítače. Jeho logické funkce lze programovat. Byl vyvinut v 70. letech a na jeho základě vznikl samostatný obor elektroniky - mikroprocesorová technika, která se podílí na výrobě počítačů, konstrukci různých strojů a automatizovaných výrobních zařízení.

3.12 | ELEKTROMAGNETICKÉ KMITÁNÍ A VLNĚNÍ

3.12.1 | Základní pojmy

Alternátory v elektrárnách jsou zdrojem střídavých proudů s harmonickým průběhem a nízkou frekvencí (většinou $50\,\mathrm{Hz}$), které se využívají v energetice. V praxi se

ale setkáváme i se střídavými proudy jiných frekvencí, jejichž zdrojem jsou různé typy **oscilátorů**. Střídavé proudy a napětí pak označujeme jako **elektromagnetické kmitání**. Jeho zdrojem je **elektromagnetický oscilátor**, jehož chování lze popsat vzájemnými přeměnami energie elektrického a magnetického pole.

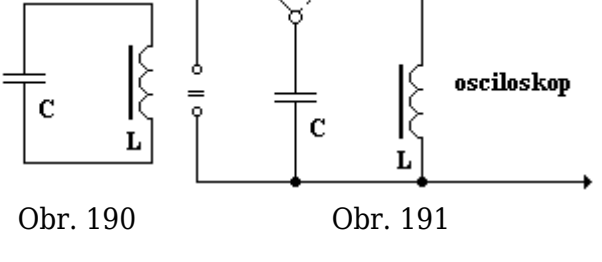
Stejně tak jako je kmitání mechanického oscilátoru charakterizováno vzájemnou periodickou přeměnou kinetické energie a potenciální energie pružnosti. Podobně jako parametry mechanického oscilátoru (hmotnost *m* závaží a tuhost *k* pružiny) určují periodu jeho kmitání, lze nalézt analogické veličiny i zde.

3.12.2 | Elektromagnetický oscilátor

Nejjednodušším příkladem elektromagnetického oscilátoru je obvod tvořený cívkou a kondenzátorem - **obvod *LC*** (**oscilační obvod**). Jeho parametry jsou indukčnost *L* a kapacita *C* (obr. 190). O kmitání oscilačního obvodu je možné se přesvědčit pokusem podle schématu na obr. 191.

Kondenzátor nabijeme ze zdroje stejnosměrného napětí a poté jej připojíme k cívce. V oscilačním obvodu vznikne elektromagnetické kmitání, jehož časový průběh je možné sledovat na obrazovce osciloskopu. Zobrazíme-li proud i napětí do téhož grafu (resp. zapojíme-li do obvodu jak voltmetr, tak ampérmetr), je možné určit i fázový rozdíl

napětí a proudu.



Obr. 190 Obr. 191

Po nabití kondenzátoru se mezi jeho deskami vytvoří elektrické pole, jehož energie představuje počáteční energii oscilátoru. Po připojení kondenzátoru k cívce začne oscilačním obvodem procházet proud, kondenzátor se vybíjí a energie elektrického pole se zmenšuje. Současně se zvětšuje proud procházející cívkou a kolem ní se vytváří magnetické pole. Energie elektrického pole kondenzátoru se tedy mění na energii magnetického pole cívky.

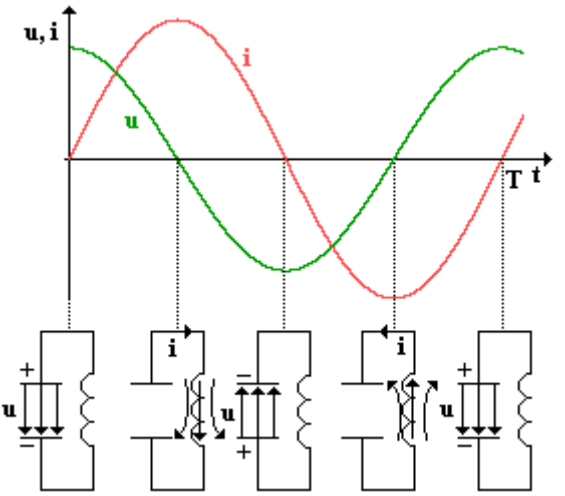
Kondenzátor se vybije za jednu čtvrtinu periody *T* kmitání obvodu LC. V tom okamžiku dosahuje proud maximální hodnoty a celková energie kmitání je dána energií magnetického pole. Kondenzátor je vybit a proud se začíná zmenšovat. To vede ke vzniku indukovaného napětí, obvodem prochází indukovaný proud a kondenzátor se opět nabíjí.

Napětí se indukuje v cívce, kterou prochází proměnný proud; ten je zdrojem proměnného

magnetického pole (tj. nestacionárního magnetického pole).

Polarita jeho napětí je ale opačná a v okamžiku $t = \frac{T}{2}$ je ukončena přeměna magnetické energie v energii elektrickou. Ve druhé polovině periody se popsaný děj opakuje - směry proudů a pořadí polarit napětí kondenzátoru jsou ale opačné.

Tento rozbor ukazuje, že časové diagramy napětí a proudu jsou vzájemně posunuty o $\frac{T}{4}$, tzn. mezi napětím a proudem je fázový rozdíl $\frac{\pi}{2}$ (viz obr. 192) - při maximálním napětí v obvodu jím prochází minimální proud a naopak.



Obr. 192

Amplitudy napětí i proudu se s časem zmenšují. Příčinou je odpor *R* oscilačního obvodu, na němž se převážně podílí odpor vinutí cívky.

Malou částí se též podílí odpor spojovacích vodičů.

V částech obvodu, které mají Ohmický odpor, se energie elektrického a magnetického pole postupně mění ve vnitřní energii vodiče (tzv. Jouleovo teplo). (Vlastní) elektromagnetické kmitání oscilačního obvodu je proto vždy tlumené.

Děje v mechanických a elektromagnetických oscilátorech se liší fyzikální podstatou, existuje však mezi nimi jistá analogie vycházející z obdobného průběhu

přeměn energie v oscilátorech. V mechanickém se periodicky přeměňuje potenciální energie v kinetickou energii (a naopak), v elektromagnetickém pak energie elektrického pole v energii magnetického pole. Tyto přeměny umožňují srovnat veličiny, kterými děje v oscilátorech popisujeme (viz tab. 2).

Mechanický oscilátor		**Elektromagnetický oscilátor**	
okamžitá výchylka	y	okamžitý náboj	q
okamžitá rychlost	v	okamžitý proud	i
potenciální energie	E_p	elektrická energie	E_e
kinetická energie	E_k	energie magnetického pole	E_m
síla	F	elektrické napětí	u
hmotnost	m	indukčnost	L
tuhost pružiny	$k = \frac{F}{y}$	reciproká hodnota kapacity	$\frac{1}{C} = \frac{u}{q}$

tab. 2

Právě uvedená tabulka má posloužit pouze k ujasnění si základních analogií. Pokud někomu připadá nepochopitelná, není nutné se jí zabývat. V dalším textu se na ní nebudeme odvolávat.

Analogie s kmitáním, případně vlněním mechanickým ale používat budeme.

3.12.3 | Perioda kmitání

elektromagnetického oscilátoru

Můžeme-li zanedbat odpor oscilačního obvodu, je perioda jeho kmitání určena pouze parametry *L* a *C*. Kmitání tohoto obvodu se označuje jako **vlastní kmitání elektromagnetického oscilátoru**.

V mechanickém kmitání to odpovídá situaci, kdy na pružině kmitá závaží, kýve se kyvadlo, ... a jeho pohyb (ač je tlumen odporovými silami) považujeme za netlumený. Ale pouze v případě, že odporové síly jsou zanedbatelné ve srovnání se silami uvádějícími oscilátor do pohybu (tj. většinou tíhová síla).

Vztah pro periodu kmitání oscilačního obvodu lze nalézt následující úvahou: obvod je uzavřený a elektromagnetické kmitání v něm vytváří střídavý proud *I*, který prochází jak kondenzátorem, tak cívkou. Napětí na kondenzátoru $U_C = X_C I$ je stejně veliké jako napětí na cívce $U_L = X_L I$. Lze tedy psát $U_C = U_L$ a tedy $X_C = X_L$.

Jedná se o elektromagnetický oscilátor z obr. 193, takže na cívce i na kondenzátoru je stejné napětí a oběma součástkami prochází stejný proud. Stejné napětí vyplývá z toho, že jedna součástka je zdrojem napětí pro druhou. Stejný proud jimi prochází proto, že obvod nemá žádnou větev, kterou by proud „unikal“ jinam.

Po dosazení dostáváme $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$, kde ω_0 je **úhlová**

frekvence vlastního kmitání elektromagnetického oscilátoru. Odtud $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Pro periodu (resp. frekvenci) vlastního kmitání elektromagnetického oscilátoru dostáváme **Thomsonův vztah** ve tvaru: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ (resp. $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$). Perioda (frekvence) tedy nezávisí na podmínkách, za nichž kmitání vzniklo.

U kmitání mechanického je to podobné: počáteční výchylka kmitání (není-li příliš velká) také nemá na vlastní periodu resp. frekvenci vliv.

Napětí kondenzátoru v počátečním okamžiku nemá tedy vliv na periodu kmitání. Určuje však amplitudu napětí U_m elektromagnetického kmitání obvodu. Pro okamžité napětí platí vztah: $u = U_\mathrm{m}\cos\omega_0 t$. Proud procházející obvodem je opožděn za napětím o $\frac{\pi}{2}$, takže platí $i = I_\mathrm{m}\cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) = I_\mathrm{m}\sin\omega_0 t$, kde I_m je amplituda proudu.

Uvedené vztahy pro periodu, frekvenci, napětí a proud platí pro ideální případ, kdy je odpor obvodu zanedbatelný a kmitání je harmonické.

Odpor skutečného oscilátoru není zanedbatelný a jeho vlastní kmitání je vždy tlumené. A tlumené kmitání není harmonické. Navíc má tlumení vliv i na úhlovou frekvenci ω vlastního kmitání oscilátoru, pro kterou

z teorie vyplývá vztah: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, kde δ je součinitel tlumení, který má v případě oscilačního obvodu s odporem hodnotu $\delta = \frac{R}{2L}$. Vlivem tlumení se proto úhlová frekvence oscilátoru zmenšuje (prodlužuje se perioda). Mohou nastat případy:

$\omega_0 < \delta$ - oscilátor se nerozkmitá a kondenzátor se jen postupně vybije, přičemž se veškerá energie elektrického pole kondenzátoru změní ve vnitřní energii vodičů

$\omega_0^2 >> \delta^2$ - tlumení je zanedbatelné a kmitání oscilačního obvodu se jen málo liší od kmitání harmonického

3.12.4 | Nucené kmitání elektromagnetického oscilátoru

Vlastní kmitání elektromagnetického oscilátoru je podmíněno tím, že mu je v počátečním okamžiku dodána určitá energie. Ztráty energie způsobené tlumením nebyly nahrazovány, proto kmitání postupně ustalo. Aby se kmitání udrželo, bylo by možné např. na začátku každé periody připojit oscilační obvod na krátký okamžik ke zdroji stejnosměrného napětí, kondenzátor by se nabil na

počáteční hodnotu a oscilátor by kmital neustále. Jeho napětí by ale nebylo harmonické.

Podobně jako u mechanického kmitání, když maminka udržuje kývající se pouťovou houpačku v pohybu tím, že do ní v okamžiku, kdy se houpačka přiblíží k mamince, strčí. Kmitání houpačky je sice netlumené, ale není harmonické.

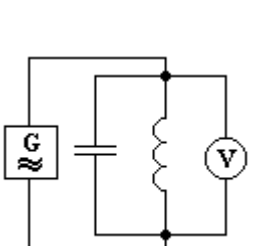
Netlumené harmonické kmitání elektromagnetického oscilátoru vznikne tehdy, když jsou ztráty energie nahrazovány v průběhu celé periody. Toho lze docílit, připojíme-li oscilátor ke zdroji harmonického napětí $u = U_m \sin \omega t$. Oscilační obvod pak kmitá harmonicky s úhlovou frekvencí ω, která se může lišit od úhlové frekvence vlastního kmitání ω_0.

U elektromagnetického kmitání lze tohoto stavu dosáhnout snadněji, než u příkladu s maminkou a houpačkou. Maminka asi bude těžko s houpačkou běhat tam a zpátky ...

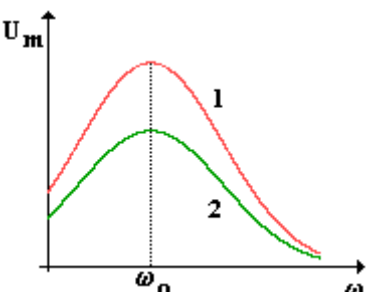
Připojením elektromagnetického oscilátoru ke zdroji harmonického napětí (viz obr. 194) vzniká v oscilátoru **nucené kmitání**. Oscilátor kmitá s frekvencí připojeného zdroje (ne s frekvencí vlastního kmitání). **Nucené kmitání je netlumené**.

Frekvence nuceného kmitání tedy nezávisí na parametrech oscilačního obvodu. Vlastnostmi oscilátoru je ale ovlivněna amplituda nuceného kmitání. Připojíme-li oscilační obvod ke zdroji měnitelné frekvence, ukazuje

voltmetr napětí, které je úměrné amplitudě nucených kmitů v obvodu (za předpokladu, že ve vodičích je udržován stálý proud).



Obr. 194



Obr. 195

Průběh právě popsaného pokusu lze vyjádřit grafem závislosti amplitudy napětí v oscilačním obvodu na úhlové frekvenci.

Na svislé ose je skutečně amplituda napětí a ne jeho okamžitá hodnota (jak bylo zvykem např. u střídavých obvodů).

Z obr. 195 je vidět, že nucené kmitání dosahuje maximální amplitudy tehdy, když je frekvence nuceného kmitání rovna vlastní frekvenci oscilačního obvodu. Je-li splněna tato podmínka, nastává **rezonance elektromagnetického oscilátoru**. Závislost na obr. 195 se nazývá **rezonanční křivka**.

Někdy se na vodorovnou osu vynáší místo úhlové frekvence přímo frekvence. Z fyzikálního hlediska se nejedná o žádnou změnu - tyto veličiny jsou ekvivalentní.

Tlumení má vliv na tvar rezonanční křivky. Při malém tlumení je rezonanční křivka úzká a hodnota U_m je při rezonanci velká (křivka *1*). V takovém obvodu tedy vznikne nucené kmitání jen v malém intervalu frekvencí v okolí rezonance. Při větším tlumení je maximum křivky nižší a křivka je širší (křivka *2*). Nucené kmitání tady vznikne ve větším intervalu frekvencí, ale dosahuje menší amplitudy.

V oscilačním obvodu jsou prvky spojeny paralelně. Uvážíme-li navíc i odpor *R* (spojovacích vodičů a vinutí cívky) dostaneme paralelní *RLC* obvod. Ten má při rezonanci maximální impedanci a na jednotlivých prvcích obvodu je při rezonanci maximální napětí a přívodními vodiči prochází minimální proud, který nahrazuje ztráty vzniklé tlumením kmitů. V případě zanedbatelného odporu je i tento proud zanedbatelný a v obvodu se udrží netlumené vlastní kmitání.

Rezonance elektromagnetického oscilátoru má široké uplatnění v praxi.

Např. v rozhlasovém přijímači: elektromagnetické kmitání je zde vynucováno malým napětím z antény. Při ladění se mění parametry oscilačního obvodu (většinou změnou kapacity kondenzátoru) tak, aby byl v rezonanci

s frekvencí, na níž vysílá rozhlasová stanice. Oscilační obvod se s touto frekvencí rozkmitá a v dalších částech přijímače je rezonující zesílený signál zpracován.

3.12.5 | Vznik elektromagnetického vlnění

Tak jako mechanický oscilátor je zdrojem mechanického vlnění (např. kmitající struna je zdrojem zvuku, ...), je i elektromagnetický oscilátor zdrojem elektromagnetického vlnění.

Např. v rozhlasovém vysílači kmitá oscilátor, který je zdrojem elektromagnetického vlnění vyzařovaného anténou; elektrická jiskra nebo atom je zdrojem určitého druhu elektromagnetického vlnění, které vnímáme jako světlo; ...

Základní poznatky o elektromagnetickém vlnění jsou důležité nejen pro pochopení funkce zařízení používaných ve sdělovací technice, ale i jako základ optiky a dějů probíhajících v atomech.

Světlo, kterým se zabývá optika, není nic jiného než elektromagnetické vlnění v určitém rozsahu vlnových délek resp. frekvencí.

Kmitá-li elektromagnetický oscilátor, probíhají v něm periodické změny energie, která ale nepřechází do okolí oscilátoru (stále se udržuje např. v oscilačním obvodu).

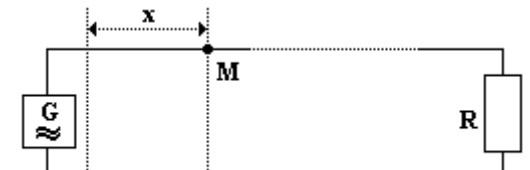
V praxi je ale nutné energii z oscilátoru přenášet.

Např. ze zdroje střídavého napětí o frekvenci $50\,\mathrm{Hz}$ přenášíme energii dvěma vodiči ke spotřebiči, přičemž mezi vodiči spojujícími zdroj a spotřebič je v každém okamžiku ve všech bodech vedení stejné napětí; ... Jiný průběh bude mít přenos energie ze zdroje ke spotřebiči v případě, že oscilátor kmitá s vysokou frekvencí.

Uvažujme zdroj harmonického napětí vysoké frekvence, který je spojen se spotřebičem dvouvodičovým vedením (viz obr. 196).

Nejdříve je ale nutné uvědomit si jednu základní skutečnost: změny napětí na začátku vedení dospějí na jeho konec (ke spotřebiči) s jistým zpožděním. Přenos energie probíhá sice velkou, ale přece jen konečnou rychlostí. Anglický fyzik James Clerk Maxwell (1831 - 1879) dospěl ve druhé polovině 19. století k závěru, že elektromagnetický rozruch se šíří stejnou rychlostí jako světlo. Ve vakuu je velikost rychlosti elektromagnetického vlnění $c = 2{,}997923.10^8\ \mathrm{m.s^{-1}} \doteq 3.10^8\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

Pro velikost rychlosti světla ve vakuu platí: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.



Obr. 196

Při velké frekvenci zdroje napětí bude napětí mezi vodiči dvoužilového vedení záviset nejen na čase, ale také na vzdálenosti od zdroje. Jestliže pro okamžité napětí zdroje platí vztah $u = U_m \sin \omega t$, pak v bodě *M* ve vzdálenosti *x* od zdroje (obr. 196) bude určité okamžité napětí později o dobu $\tau = \frac{x}{c}$. Pro napětí mezi vodiči v bodě *M* tedy dostáváme:

$$u = U_m \sin \omega (t - \tau) = U_m \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{c} \right) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

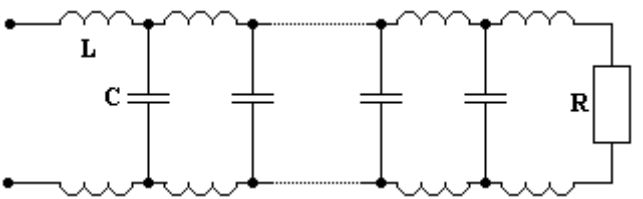
Za periodu *T* dospěje vlnění do vzdálenosti λ, kterou nazýváme **vlnová délka elektromagnetického vlnění** $\lambda = cT = \frac{c}{f}$, kde *f* je frekvence kmitání oscilátoru.

Analogickou rovnicí je popsáno i mechanické vlnění (např. v pružném vlákně). Vlákno bylo možné považovat za řadu elementárních oscilátorů spojených vzájemně pružinami, kterými se energie přenáší z jednoho oscilátoru na druhý. Podobná analogie funguje i zde.

Dvouvodičové vedení lze považovat za řadu vzájemně

spojených obvodů *LC* (viz obr. 197). Indukčnost představují jednotlivé části vodiče a kapacita je dána jejich vzájemnou vzdáleností resp. prostředím mezi nimi. Oba parametry *L* i *C* jsou tedy rovnoměrně rozděleny podél celého vedení, které tvoří jednorozměrnou soustavu s rozestřenými parametry.

Velkou rychlostí šíření elektromagnetického vlnění je možné vysvětlit, proč při frekvenci $50\,\mathrm{Hz}$ je mezi vodiči vedení od zdroje ke spotřebiči všude stejné napětí. Uvažovanému ději odpovídá vlnová délka $\lambda = \frac{c}{f} = 6.10^6\ \mathrm{m} = 6000\ \mathrm{km}$. Rozměry celého obvodu je tedy možné vzhledem k vlnové délce zanedbat a děje ve vedení mají ráz kmitání.



Obr. 197

Jinými slovy při malých frekvencích napětí a přenášeného proudu se celý obvod chová pouze jako oscilátor; velikost rychlosti šíření vlnění lze považovat za „nekonečnou“. S rostoucí frekvencí se projevuje jeho vlnový charakter a je nutné vzít v úvahu konečnou

rychlosti šíření vlny.

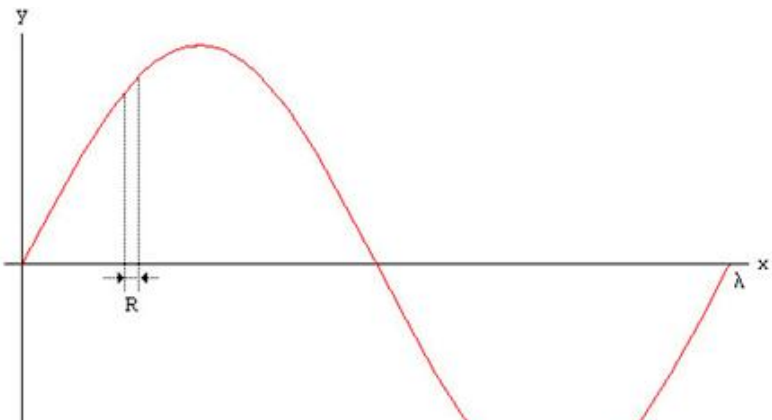
Toto zanedbání je možné provést vždy, když v rovnici postupné vlny je $\frac{t}{T} \gg \frac{x}{\lambda}$.

Právě uvedená podmínka nesouvisí jenom s matematickým výpočtem vyplývajícím z rovnice vlny, ale má i svůj fyzikální význam. Vlnová délka vlnění je dána vztahem $\lambda = cT$. Při vyšetřování šíření vlny na vzdálenosti řádově *R*, pro kterou platí $R = ct$, je možné zanedbat její vlnový charakter, pokud je splněno $R \ll \lambda$ (viz obr. 198). To znamená, že za čas *t* dojde k velmi malé změně sledované veličiny (výchylka, napětí, proud, ...).

Podmínku $R \ll \lambda$ lze přepsat ve tvaru $ct \ll cT$, tj. $t \ll T$.

Lze též uvažovat tak, že velikost rychlosti *v* změny ve sledovaném časovém úseku *t* je zanedbatelná vzhledem k velikosti rychlosti *c* šíření vlny. Takže lze psát $v \ll c$ a po dosazení $\frac{R}{t} \ll \frac{\lambda}{T}$. Po úpravě dostaneme $\frac{R}{\lambda} \ll \frac{t}{T}$, což je tatáž podmínka, která byla uvedena jako první.

Všechny tři uvedené podmínky jsou fyzikálně ekvivalentní. Pokud budou splněny, vlnový charakter sledovaného děje se neprojevuje a tento děj lze tedy považovat za kmitání.



Obr. 198

Za těchto podmínek přehází rovnice ve vztah pro kmitání $u = U_m \sin \omega t$ a vlnový ráz uvažovaného děje se neprojevuje. Jako vlnění tedy chápeme děj v soustavách, jejichž rozměry jsou srovnatelné nebo větší, než je vlnová délka elektromagnetického vlnění.

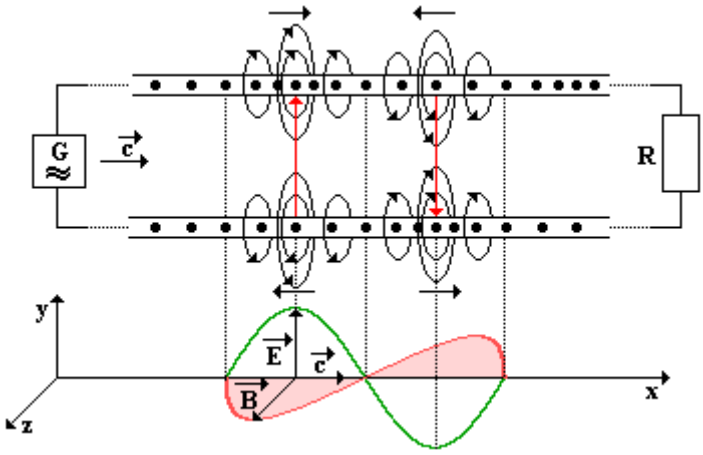
3.12.6 | Elektromagnetická vlna

Je-li připojeno dvouvodičové vedení ke zdroji harmonického napětí vysoké frekvence, je napětí mezi vodiči popsáno rovnicí postupné elektromagnetické vlny. To ale znamená, že ani náboj vodičů není rozložen rovnoměrně a mezi vodiči je v různých místech různá

elektrická intenzita $\vec{E}$. Mezi vodiči tedy vzniká elektrické pole s nerovnoměrným rozložením siločar. Pro určitý okamžik je elektrické pole znázorněno na obr. 199 (symbolem • jsou značeny vodivostní elektrony).

Je-li ke konci vedení připojen rezistor (spotřebič), v němž se veškerá elektromagnetická energie mění v jinou formu energie (vnitřní energie, ...), má proud ve vedení stejnou fázi jako napětí. V místech největšího napětí bude tedy ve vedení také největší proud. Současně s elektrickým polem bude tedy vznikat kolem vedení i magnetické pole, které je na obr. 199 znázorněno magnetickými indukčními čarami ve tvaru soustředných kružnic. Vektor magnetické indukce $\vec{B}$ je kolmý na vektor $\vec{E}$.

Při přenosu elektromagnetické energie dvouvodičovým vedením vzniká v prostoru mezi vodiči časově proměnné silové pole, které má složku elektrickou a magnetickou a nazývá se **elektromagnetické pole**. Energie není přenášena samotnými vodiči, ale elektromagnetickým polem mezi nimi. Tento děj má charakter vlnění. Tak jsme dospěli k postupné elektromagnetické vlně, ale za předpokladu, že veškerá elektromagnetická energie se na konci vedení pohltí. Pokud tomu tak není, nastává na konci vedení odraz vlnění a odražené vlnění se skládá s vlněním postupujícím a vzniká vlnění stojaté.



Obr. 199

Stojaté vlnění vznikne na dvouvodičovém vedení v případě, že k vedení není připojen žádný spotřebič (vedení naprázdno). Protože má konec vedení značný odpor ($R \to \infty$), dosahuje napětí na konci vedení svého maxima, naopak proud zde má stále nulovou hodnotu (vedení je zde rozpojeno). V celém vedení tedy vzniká fázový rozdíl mezi napětím a proudem $\frac{\pi}{2}$. Tomu odpovídá i průběh stojatého elektromagnetického vlnění ve vedení. Na konci vedení vzniká kmitna napětí, ale uzel proudu. Ve vzdálenosti $\frac{\lambda}{4}$ je situace opačná: je zde uzel napětí a kmitna proudu.

O tom se lze přesvědčit smýkáním vodivého můstku

se žárovkou po vedení: v místech kmiten napětí svítí žárovka nejvíce, v místech uzlů napětí se nerozsvítí vůbec.

Vedení se stojatou elektromagnetickou vlnou lze přirovnat k oscilačnímu obvodu. Periodicky zde dochází k přeměně energie elektrického pole mezi vodiči na energii magnetického pole. Ve stojaté elektromagnetické vlně je mezi časově proměnnými vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ fázový rozdíl $\frac{\pi}{2}$.

Tj. vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ jsou na sebe navzájem kolmé.

3.12.7 | Elektromagnetický dipól

Elektromagnetické vlnění, které se šíří dvouvodičovým vedením je s vedením těsně spjato a jeho energie je soustředěna převážně mezi vodiči. Ve sdělovací technice je ale často potřeba vyzařovat elektromagnetické vlnění do většího prostoru.

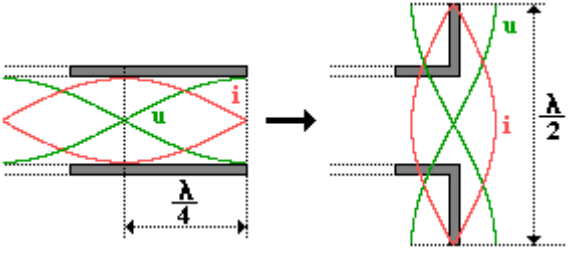
Např. ve vysílači, ...

Tuto funkci plní ve vysílači anténa - z fyzikálního hlediska jde o **elektromagnetický dipól**.

Název dipól vychází z faktu, že popisované zařízení má dva konce.

K jeho fyzikální podstatě lze dospět následující úvahou: Rozevřeme konce dvouvodičového vedení o délce $\frac{\lambda}{4}$ do

směru kolmého k vedení (viz obr. 200). V odchýlených částech vedení vznikají proudy, které mají v každém okamžiku souhlasný směr. Magnetické pole těchto proudů pak zasahuje do celého prostoru v okolí dipólu. Napětí na koncích vodičů dosahuje periodicky největší hodnoty a vzniká elektrické pole, které rovněž zasahuje do okolí. Délka tohoto jednoduchého elektromagnetického dipólu je polovina vlnové délky vyzařovaného elektromagnetického vlnění. Proto se mu říká **půlvlnný dipól**.



Obr. 200

K elektromagnetickému dipólu lze dospět i od kondenzátoru. V nabitém deskovém kondenzátoru je kumulovaná elektrická energie, mezi vzájemně rovnoběžnými (a navzájem opačně nabitými) deskami kondenzátoru je vytvořeno elektrické pole. Siločáry tohoto pole jsou omezeny pouze na prostor mezi deskami kondenzátoru - elektrické pole ani elektrická energie se nedostává mimo objem kondenzátoru. Začneme-li desky kondenzátoru rozvírat na jednom konci od sebe, bude se

elektrické pole (a tedy i jeho energie) šířit do prostoru mimo kondenzátor. Postupným rozvíráním desek kondenzátoru lze dospět k „ideálnímu“ tvaru - k elektromagnetickému půlvlnnému dipólu.

V okolí dipólu vzniká pole, které má elektrickou a magnetickou složku, které jsou vzájemně spjaté a nelze je od sebe oddělit. Tvoří jediné elektromagnetické pole, které se znázorňuje pomocí siločar elektrické složky a magnetických indukčních čar magnetické složky. Siločáry elektrické složky leží v rovině dipólu a magnetické indukční čáry magnetické složky vytvářejí soustředné kružnice v rovině kolmé k dipólu. I u dipólu jsou vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ navzájem kolmé.

Elektromagnetický dipól se používá jako **anténa** u vysílačů i přijímačů ve sdělovací technice:

1. anténa vysílače - vyzařuje do okolního prostoru energii v podobě elektromagnetického vlnění. V případě jednoduchého dipólu je největší část energie vyzařována ve směru kolmém k ose dipólu, zatímco ve směru osy dipólu energii nevyzařuje.
2. anténa přijímače - má opačnou funkci: zachytí část elektromagnetického vlnění a vznikne v ní nucené elektromagnetické kmitání. Anténní dipól přijímače je často doplněn tzv. pasivními prvky, které zlepšují funkci antény a umožňují

příjem signálu z určitého směru (anténa pro příjem televizního signálu, …)

3.12.8 | Vlastnosti elektromagnetického vlnění

Některé vlastnosti jsme již poznali v předešlém výkladu:

1. elektromagnetická vlna má dvě vzájemně neoddělitelné složky: elektrickou, charakterizovanou vektorem elektrické intenzity $\vec{E}$, a magnetickou charakterizovanou vektorem magnetické indukce $\vec{B}$

Naprosto ekvivalentního popisu bychom dosáhli pomocí vektorů elektrické indukce $\vec{D}$ a magnetické intenzity $\vec{H}$, ale použití vektorů $\vec{E}$ a $\vec{B}$ pro popis elektromagnetického vlnění je výhodnější. Elektrická intenzita $\vec{E}$ a magnetická indukce $\vec{B}$ totiž závisí na prostředí, kterým se elektromagnetická vlna šíří, zatímco elektrická indukce $\vec{D}$ a magnetická intenzita $\vec{H}$ jsou ve všech prostředích stejné a nezávisí na permitivitě ani permeabilitě prostředí. (To znamená, že ve výrazech pro velikost $\vec{D}$ resp. $\vec{H}$ nevystupuje permitivita resp. permeabilita prostředí.)

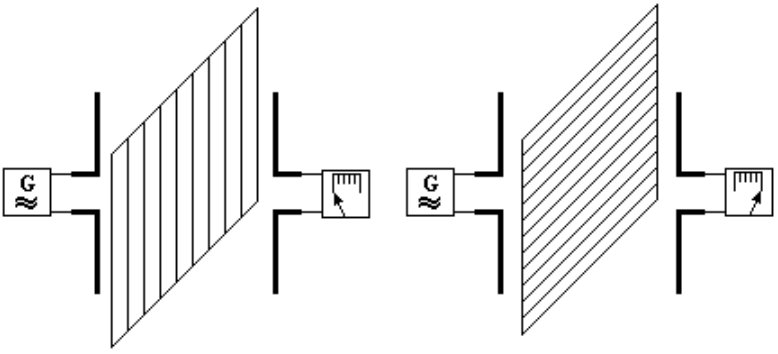
2. vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ jsou vzájemně kolmé, v postupné elektromagnetické vlně mají souhlasnou fázi a jejich kmity probíhají napříč směru, kterým se vlnění šíří
3. elektromagnetické vlnění je tedy vlnění příčné

Elektromagnetické vlnění je popsané vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$. Jejich směr není pevně dán, ale v každém okamžiku jsou na sebe navzájem kolmé a navíc jsou oba kolmé na směr šíření vlnění. Oba vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ mohou měnit svojí velikost, mohou se otáčet, ... ale vždy musí být splněny podmínky na vzájemnou kolmost a kolmost na směr šíření vlny.

Řada z vlastností elektromagnetického vlnění je detailně probrána i v optice.

3.12.8.1 | Polarizace

Jestliže se směr vektorů $\vec{E}$ a $\vec{B}$ v elektromagnetické vlně nemění, hovoříme o **lineárně polarizované elektromagnetické vlně**. Vlnění vyzařované dipólem je polarizováno tak, že v rovině dipólu leží vektor $\vec{E}$ a v rovině kolmé k dipólu vektor $\vec{B}$. Tato podmínka je splněna i pro nepolarizovanou elektromagnetickou vlnu, v níž se ale směr uvažovaných vektorů periodicky mění v čase (rotují kolem osy určené směrem postupu vlnění).



Obr. 201

O polarizaci elektromagnetického vlnění se lze přesvědčit tak, že mezi dipól vysílače a přijímače vložíme mříž vytvořenou z rovnoběžných vodičů (obr. 201). Jsou-li vodiče mříže a dipóly rovnoběžné, chovají se jako rezonátory: pohlcují dopadající energii a vlnění k dipólu přijímače nedospěje. Otočíme-li mříž o $90°$, kmitání ve vodičích nevzniká a vlnění mříží prochází.

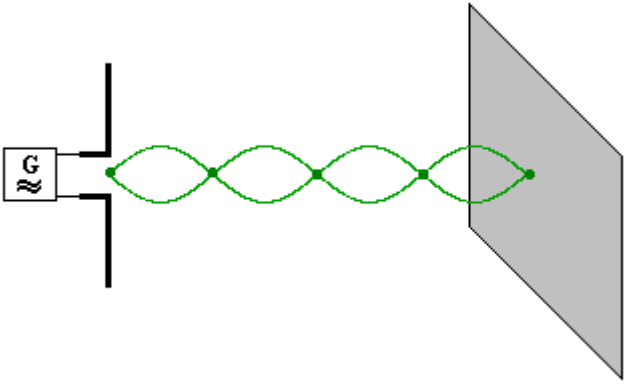
Princip polarizace lze velmi hrubě přiblížit na člověku, který nese v náručí stejné latě, které ale nejsou vzájemně rovnoběžné. Polarizovat pak znamená nechat projít jen ty latě, které mají určitý směr (např. mezi dvěma sloupky plotu, ...).

Podrobněji bude polarizace probrána v optice.

3.12.8.2 | Odraz a ohyb

Plošný vodič je pro elektromagnetické vlnění překážkou, kterou vlnění neproniká a odráží se od ní. Při kolmém dopadu vlnění na vodivou překážku se vlnění odráží zpět směrem k vysílači, interferuje s vlněním postupujícím a v prostoru mezi vysílačem a překážkou vzniká stojaté vlnění (obr. 202).

Jestliže vodivou plochu (resp. jen tyč určité délky) umístíme do vhodné vzdálenosti (do takové, v níž má vlnění nulovou výchylku) od dipólu přijímače, amplituda jeho kmitů se zvětší a přijatý signál zesílí. Vzniku stojatého vlnění se proto využívá v konstrukcích anténních systémů pro dálkový přenos elektromagnetického vlnění (antény pro příjem televizního signálu, antény radarů, ...).



Obr. 202

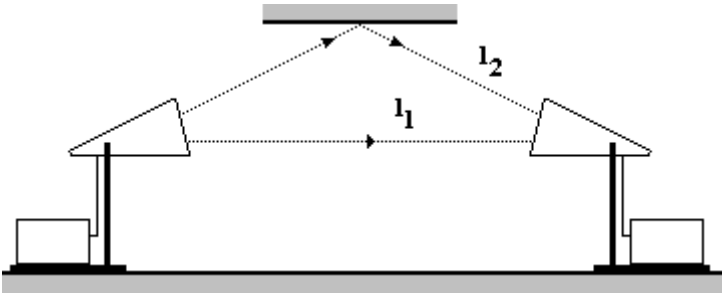
Elektromagnetické vlnění dopadající na vodivou překážku pro určitým úhlem, se od překážky odráží podle zákona odrazu. Platnost tohoto zákona se projevuje tím výrazněji, čím je vlnová délka elektromagnetického vlnění kratší.

Vlnová délka elektromagnetického vlnění má také značný vliv na vznik stínu za překážkou a na ohyb vlnění:

1. rozměry plošného vodiče jsou značně větší než vlnová délka - vlnění za překážku nepronikne a za plošným vodičem vzniká stín vlnění
2. rozměry překážky jsou malé vzhledem k vlnové délce - vlnění za překážku proniká, ale část energie se i v tomto případě odráží

3.12.8.3 | Interference

V praxi nastává často případ, že k dipólu přijímače dospěje vlnění z vysílače jednak přímo, jednak po odrazu od vodivé překážky (viz obr. 203). Přímá a odražené vlna spolu interferují a amplituda výsledného vlnění závisí na rozdílu drah $\Delta l = l_2 - l_1$ obou vlnění.



Obr. 203

Existují dva „speciální“ případy:

„Speciálnost“ těchto případů se projevuje v tom, že jsou nejjednodušší.

1. $\Delta l = 2k\frac{\lambda}{2}; k \in N_0$ - vlnění se setkávají se stejnou fází a amplituda výsledného vlnění se zvětší; nastává tzv. interferenční maximum
2. $\Delta l = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; k \in N_0$ - vlnění se setkávají s opačnou fází a výsledné vlnění má menší amplitudu; nastává tzv. interferenční minimum

3.12.8.4 | Vliv prostředí na vlnovou délku

Velikost rychlosti elektromagnetického vlnění je

v každém hmotném prostředí menší než ve vakuu a z teorie pro ní plyne vztah $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_r \mu_r}}$, kde ε_0 je permitivita vakua, ε_r relativní permitivita prostředí, μ_0 permeabilita vakua a μ_r relativní permeabilita prostředí. V této podobě platí vztah pro relativně nízké frekvence.

Pro vlnovou délku λ_0 ve vakuu platí $\lambda_0 = cT = \frac{c}{f}$. Pro vlnovou délku λ téhož elektromagnetického vlnění v prostředí s danými konstantami pak platí $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$. Vlnová délka v hmotném prostředí je tedy vždy menší než vlnová délka téhož vlnění ve vakuu (vzhledem k tomu, že $\varepsilon_r > 1$ a pro většinu látek i $\mu_r > 1$). To tedy znamená, že dipól pro příjem daného elektromagnetického vlnění v daném prostředí musí být $\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ - krát kratší než dipól vysílače ve vakuu. Jinak by nenastala rezonance s kmitáním vysílače a signál přenášený elektromagnetickým vlněním by nebyl přijat.

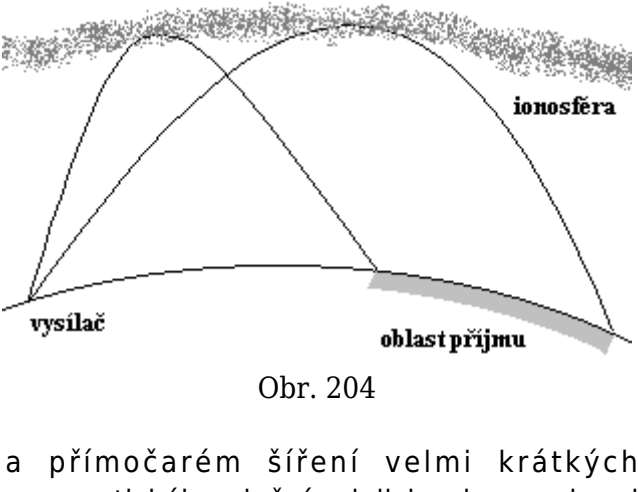
3.12.8.5 | Šíření elektromagnetického vlnění

Vlastnosti elektromagnetického vlnění se projevují hlavně při šíření vln prostorem. Jevy, k nimž při tom dochází, souvisí do značné míry s vlnovou délkou

elektromagnetického vlnění. Dále se omezíme jen na ty druhy elektromagnetického vlnění, která jsou vyzařována anténami radioelektronických zařízení, tj. $\lambda \in \langle 10^{-2}; 10^{3} \rangle \,\mathrm{m}$.

U dlouhých a středních vln se výrazně uplatňuje ohyb vlnění podél zemského povrchu, takže jejich příjem je možný i za velmi rozměrnými překážkami a v členitém terénu. Naopak pro příjem velmi krátkých vln (rozhlas, televize) je nutno zachovat přibližně přímou viditelnost mezi vysílačem a přijímačem.

U některých krátkých vln se využívá odrazu od vrstvy atmosféry zvané **ionosféra** (viz obr. 204). Tato oblast začíná ve výšce asi $60\,\mathrm{km}$ až $80\,\mathrm{km}$ nad zemským povrchem a obsahuje určité množství molekul vzduchu rozštěpených účinkem slunečního ultrafialového záření na ionty a volné elektrony. Proto se ionosféra chová vůči elektromagnetickému vlnění jako vodivá plocha. Krátké vlny se v ionosféře odrážejí a lámou a dospívají až do značných vzdáleností od vysílače. Stav ionosféry se ale vlivem slunečního záření mění (jsou změny denní i roční), a proto se mění i podmínky šíření krátkých vln v různých denních a nočních hodinách.



Obr. 204

Na přímočarém šíření velmi krátkých vln elektromagnetického vlnění a jejich odrazu od vodivých překážek je založena radiolokace. Hlavní součástí radiolokační soustavy je RADAR (*Radio Detecting And Randing*) - zařízení pro zjišťování a dálkové určování polohy rádiem. První radary byly použity poprvé za 2. světové války při vzdušné obrazně Anglie. Dnes slouží pro určování polohy různých objektů (letadel, lodí, raket, bouřkových mraků, ...) v prostoru.

Základem radiolokátoru je vysílač elektromagnetického vlnění o vlnových délkách $0,01\,\mathrm{m}$ až $0,5\,\mathrm{m}$. Vlnění je vyzařováno v krátkých impulsech anténou, která má často tvar paraboly. Vlnění se šíří v úzkém paprsku směrem ke sledovanému objektu a po odrazu od jeho povrchu se vrací zpět k anténě. V přijímači radiolokátoru se zjišťuje doba *t*, která uplynula od vyslání

impulsu, a z toho se určí jeho vzdálenost $l = \frac{cf}{2}$ sledovaného objektu od radiolokátoru. Směr objektu, který je určen polohou antény v okamžiku vyslání impulsu, a vzdálenost určují souřadnice sledovaného objektu v prostoru.

Kromě právě popsaného typu radiolokátoru se používají i jiné, které vytvářejí na stínítku obrazovky celou radiolokační mapu okolí radiolokátoru až do vzdálenosti několika desítek (dokonce stovek) kilometrů. Umožňují tak např. řídit letový provoz velkých letišť, bezpečný pohyb letadel i lodí v noci nebo v mlze, ...

3.12.9 | ***Druhy elektromagnetického vlnění

Rozsah vlnových délek	**Druh záření**	**Zdroj v přírodě**	**Umělý zdroj**
$\lambda < 10^{-12}\ \mathrm{m}$	záření γ	reakce elementárních částic	betatrony, cyklotrony, reaktory
		děje v jádře atomu	
$\lambda \in \langle 10^{-12}; 10^{-11} \rangle\ \mathrm{m}$	rentgenové záření tvrdé		
		děje v elektronovém obalu atomu	
$\lambda \in \langle 10^{-11}; 10^{-10} \rangle\ \mathrm{m}$	rentgenové záření měkké		
			výboj v plynu, oblouk, jiskra
$\lambda \in \langle 10^{-10}; 10^{-9} \rangle\ \mathrm{m}$	rentgenové záření mezní		
$\lambda \in \langle 10^{-9}; 10^{-8} \rangle\ \mathrm{m}$	ultrafialové záření vakuové		
$\lambda \in \langle 10^{-8}; 10^{-7} \rangle\ \mathrm{m}$	ultrafialové záření blízké		

$\lambda \in \langle 10^{-7}; 10^{-6} \rangle$ m	světlo		
		kmity molekul	rozžhavená vlákna
$\lambda \in \langle 10^{-6}; 10^{-5} \rangle$ m	infračervené záření mikrovlnné		
$\lambda \in \langle 10^{-5}; 10^{-4} \rangle$ m	infračervené záření vzdálené		
		reakce molekul	
$\lambda \in \langle 10^{-4}; 10^{-1} \rangle$ m	mikrovlny		tepelné zdroje
		kmitavý pohyb elektronů	
$\lambda \in \langle 10^{-1}; 10 \rangle$ m	televizní a rozhlasové vlny s frekvenční modulací (VKV)		elektronické oscilátory
$\lambda \in \langle 10; 10^{2} \rangle$ m	rozhlasové vlny s amplitudovou modulací (KV)	atmosférické výboje	
$\lambda \in \langle 10^{2}; 10^{3} \rangle$ m	rozhlasové vlny s amplitudovou modulací (SV)		elektrické obvody
$\lambda \in \langle 10^{3}; 10^{4} \rangle$ m	rozhlasové vlny s amplitudovou modulací (DV)		
$\lambda > 10^{4}$ m	nízkofrekvenční vlny; technické frekvence		

3.12.10 | Elektromagnetická interakce

Elektromagnetické kmitání v oscilačním obvodu je spojeno s pohybem náboje, jehož velikost na deskách kondenzátoru se periodicky mění. Mezi deskami kondenzátoru vzniká časově proměnné elektrické pole, jehož siločáry začínají na kladně nabité desce a končí na desce nabité záporně. Jedná se tedy o zřídlové pole.

Elektromagnetické pole tvořící elektromagnetické vlnění není ale vázáno na existenci nabitých těles - vlnění

se šíří v prostoru i bez elektrických nábojů (např. ve vakuu). Příčina tohoto jevu je analogická jako při elektromagnetické indukci: **každá změna pole magnetického, je provázena vznikem pole elektrického**.

Z tohoto poznatku vyšel i anglický fyzik James Clerk Maxwell (1831 - 1879) a vyslovil předpoklad o existenci i opačného děje: **měnící se elektrické pole vytváří magnetické pole**. To znamená, že jevy vznikající při změnách jednoho z obou těchto polí jsou symetrické. Toto je nejdůležitější Maxwellův objev a je základem **teorie elektromagnetického pole**, která jednotným způsobem vysvětluje všechny elektromagnetické jevy.

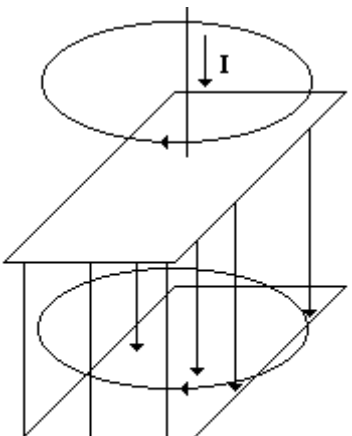
Při šíření elektromagnetické vlny se její složky (elektrická i magnetická) vytvářejí navzájem a prostorem se šíří jako celek v podobě elektromagnetického pole (elektromagnetické vlny).

Základní myšlenku Maxwellovy teorie si ukážeme na následujícím příkladu (viz obr. 205). Prochází-li přívodními vodiči kondenzátoru nabíjecí elektrický proud, vzniká kolem vodičů magnetické pole, které lze znázornit uzavřenými indukčními čarami. Současně se ale mění elektrická intenzita mezi deskami kondenzátoru. Tato změna je provázena rovněž vznikem magnetického pole, které lze znázornit uzavřenými indukčními čarami. Magnetické pole je tedy jak kolem vodičů, jimiž se pohybují náboje, tak v měnícím se elektrickém poli, v němž volné

náboje neexistují. Rozdíl je jen v tom, že kolem vodičů vzniká magnetické pole i při ustáleném proudu, zatímco vznik magnetického pole v elektrickém poli (tj. prostor bez volných nosičů náboje) je podmíněn jeho změnou.

Mezi deskami kondenzátoru je dielektrikum - tedy prostředí elektricky nevodivé. Kdyby bylo prostředí vodivé, rozdíl potenciálů by nevznikl, protože opačné elektrické náboje by se navzájem vykompenzovaly.

Z teorie elektromagnetického pole plyne, že nejen magnetické, ale ani elektrické pole není nutně vázáno na přítomnost nosičů náboje. Elektrické pole se indukuje změnami magnetického pole i ve vakuu nebo dielektriku bez volných nosičů náboje. Ale na rozdíl od elektrického pole tvořeného náboji, v němž siločáry začínají na náboji kladném a končí na náboji záporném, siločáry indukovaného elektrického pole jsou křivky uzavřené. Indukční čáry magnetického pole jsou vždy uzavřené.



Obr. 205

V prostředí bez nábojů může elektrické a magnetické pole existovat pouze tak, že změny jednoho pole způsobují vznik pole druhého, a vzájemná indukce probíhá nepřetržitě. Přitom vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$, kterými tato pole charakterizujeme, jsou vzájemně kolmé. Obě pole jsou neoddělitelně spjata a vytvářejí jediné elektromagnetické pole.

V době, kdy Maxwell tuto teorii propracoval také matematicky, nebyl pro jeho tvrzení žádný přímý důkaz. Celá teorie je založena čistě na vědecké dedukci: na základě jistých předpokladů (indukce magnetického pole pomocí měnícího se elektrického pole) je matematicky

formulován závěr, který je třeba experimentálně ověřit. K tomu ale došlo až 10 let po Maxwellově smrti.

Důkazem správnosti Maxwellovy teorie elektromagnetického pole je právě objev elektromagnetického vlnění, o který se zasloužil německý fyzik Heinrich Hertz (1857 - 1894). Ten pomocí pokusů s elektromagnetickými vlnami buzenými jiskrovým výbojem ověřil většinu Maxwellových závěrů a objevil elektromagnetické vlnění - přenos elektromagnetického pole na určitou vzdálenost. Tento objev byl nesmírně podstatný pro další rozvoj elektrotechniky a společnosti vůbec.

Na základě elektromagnetických vln funguje rozhlas, vysílače, televize, družice, mobilní telefony, ...

Maxwellova teorie elektromagnetického pole je základem **elektrodynamiky**, která vysvětluje děje, při nichž vzniká elektrická nebo magnetická síla.

Dvě nabitá tělesa se přitahují nebo odpuzují, dva vodiče s proudem se přitahují nebo odpuzují, magnetka se v blízkosti vodiče s proudem vychyluje, vodič s proudem je působením magnetického pole uváděn do pohybu, trajektorie částice s nábojem se v elektrickém a magnetickém poli zakřivuje, ...

Tyto poznatky svědčí o existenci vzájemného elektromagnetického působení, čili o **elektromagnetické interakci**. Jedná se o jednu ze základních forem vzájemného působení hmotných objektů. Síly vznikající při

elektromagnetické interakci jsou poměrně značné a je tedy relativně snadné je zkoumat experimentálně.

V přírodě existují čtyři základní druhy interakce:

1. elektromagnetická interakce - nejsilnější; projevuje se při vzniku chemické vazby, je příčinou vzniku molekul, vytváří objem těles, ...

Z hlediska obecné klasifikace interakcí v mikrosvětě je nejsilnější interakcí silná jaderná interakce.

2. gravitační interakce - slabší; projevuje při vzájemném působení těles (Země a tělesa na ní, Země - Měsíc, Slunce a planety, ...)
3. slabá jaderná interakce - slabá interakce; podílí se na radioaktivním rozpadu, ...
4. silná jaderná interakce - slabá interakce; díky ní drží pohromadě atomové jádro

3.12.10.1 | ***Maxwellovy rovnice

Celou teorii elektromagnetického pole vypracovanou J. C. Maxwellem lze shrnout do následujících čtyř lineárních parciálních diferenciálních rovnic:

1. $\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$ - říká, že siločáry elektrického pole začínají a končí v tom místě prostoru, kde je soustředěn elektrický náboj; zdrojem

elektrického pole je tedy náboj

2. $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$ - siločáry magnetického pole nikde nezačínají a nikde nekončí (jsou to křivky uzavřené), tj. neexistují magnetické náboje a magnetické pole je tedy vždy vírové
3. $\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ - při časové změně magnetického pole je elektrické pole vírové (siločáry jsou uzavřené) a podél vírů je možno měřit napětí

Skutečnost, že při změně magnetického pole je možné měřit napětí pak popisuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce. Takže tato rovnice v podstatě popisuje Faradayův zákon.

4. $\mathrm{rot}\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}$ - teče-li obvodem proud, vzniká kolem něho magnetické pole (tj. magnetické pole je vírové), což popisuje tzv. Oerstedův - Ampérův jev; další výklad: změnou elektrického pole vzniká pole magnetické (Maxwellův posuvný proud)

V rovnicích představuje $\rho = \frac{Q}{V}$ objemovou hustotu náboje a $\vec{j}$ proud (Maxwellův posuvný).

Na základě těchto čtyř vektorových diferenciálních rovnic jsou popsány všechny vztahy a zákonitosti elektromagnetického pole.

Tzn. že v těchto čtyř rovnicích jsou skryty všechny

fyzikální zákony, kterými jsme se v elektřině a magnetismu zabývali (Coulombův, Ohmův, Kirchhoffovy, Faradayův, ...). A přitom tyt rovnice jsou relativně jednoduché, ačkoliv to jsou lineární parciální diferenciální rovnice.

3.13 | PŘENOS INFORMACÍ ELEKTROMAGNETICKÝM VLNĚNÍM

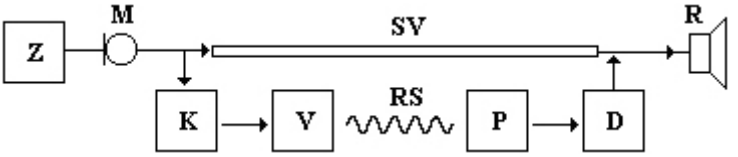
3.13.1 | Výchozí situace

Moderní společnost klade vysoké požadavky na přenos informací v různé podobě - mluvené slovo, obraz, údaje měřících přístrojů, počítačová data, ... Problematikou tohoto přenosu se zabývá samostatný technický obor - sdělovací technika. Přenos informací se uskutečňuje mnoha způsoby, pomocí často značně složitých zařízení používaných ve sdělovacích soustavách rozhlasového a televizního vysílání.

3.13.2 | Sdělovací soustava

K přenosu informací slouží **sdělovací soustava** (viz schéma na obr. 206). Jako informaci obecně chápeme **zprávu**, což je každá skutečnost, kterou je třeba sdělit z jednoho místa na jiné, bez ohledu na vzdálenost, formu

zprávy či použitý sdělovací prostředek.



Obr. 206

Sdělovací soustava má tyto části:

1. **zdroj zprávy** *Z*
2. **mikrofon** *M* - v případě, že má zpráva podobu mluveného slova (akustického signálu).
   V něm se mechanické kmitání mění v kmitání elektrické, které je možné přenášet na velké vzdálenosti
3. **sdělovací vedení** *SV* - v podobě kabelu nebo telefonní sítě, jíž může probíhat vlastní přenos
4. **radiokomunikační soustava** *RS* - bezdrátový přenos pomocí elektromagnetického vlnění, které se šíří volným prostorem
   a) kódování *K* - převod daného elektromagnetického signálu na signál vhodnější k přenosu (v současnosti se používá modulace zprávy).
   b) vysílač *V* - vysílá kódované elektromagnetické vlnění

c) přijímač *P* - přijímá vyslané elektromagnetické vlnění
d) demodulace *D* - signál je přeměněn na původní zprávu v podobě elektrického signálu

5. **reproduktor** *R* - elektrický signál (elektrické kmity) se mění ve zvukové vlnění (mechanické kmity)

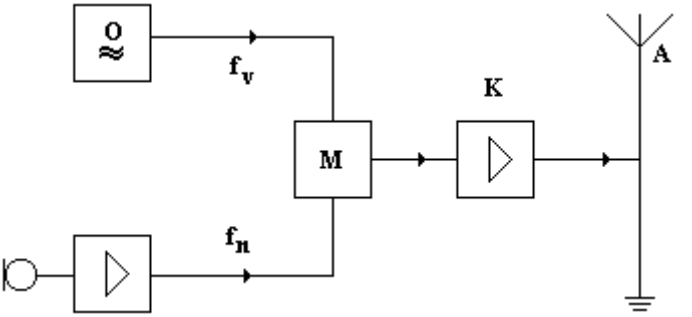
3.13.3 | Vysílač

Radiokomunikační sdělovací soustava pro bezdrátový přenos informací může mít různé uspořádání podle účelu, kterému má sloužit.

Určitě se liší např. soustava komunikace pilota dopravního letounu s řídící věží letiště od soustavy rozhlasového vysílání, které přijímá velký počet posluchačů.

Vždy však musí být její součástí **vysílač**, jehož schéma je na obr. 207. **Oscilátor *O*** je zdrojem elektromagnetických kmitů vysoké frekvence f_v (řádově $10^{-1} - 10^{3}\ \mathrm{MHz}$), která je nosnou frekvencí vysílače.

Tj. je to ta frekvence, kterou ladíme na rozhlasovém přijímači pro konkrétní rozhlasovou stanici.



Obr. 207

Tyto nosné frekvence jsou mezinárodní dohodou rozděleny do radiokomunikačních pásem (viz tab. 3).

Radiokomunikační pásmo	**Frekvenční rozsah v MHz**	**Radiokomunikační pásmo**	**Frekvenční rozsah v Mhz**
dlouhé vlny	0,1485 - 0,2835	VKV	86 - 106
střední vlny	0,526 - 1,6065	III. televizní pásmo	174 - 230
krátké vlny	3,950 - 26,1	IV. a V. televizní pásmo	470 - 790
I. televizní pásmo	41 - 68		

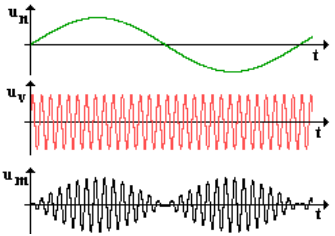
tab. 3

V **modulátoru** *M* se uskutečňuje modulace vysokofrekvenčního kmitání z oscilátoru vysílače akustickým signálem nízké frekvence f_n. Ve vysílačích pro rozhlasové účely se používají dva druhy modulace:

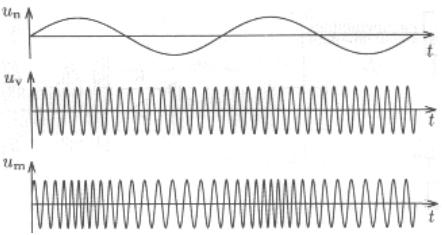
1. amplitudová modulace - používá se pro dlouhé, střední a krátké vlny. Nízkofrekvenčním signálem u_n se mění amplituda vysokofrekvenčních kmitů u_v a vzniká výsledný modulovaný signál u_m (viz

obr. 208).

2. frekvenční modulace - pro velmi krátké vlny. Amplituda nosných kmitů je konstantní a mění se jejich frekvence. Frekvenčně modulovaný signál je značně složitý a k jeho přenosu je zapotřebí podstatně širší pásmo frekvencí (viz obr. 209). Proto se používá právě pro VKV.



Obr. 208



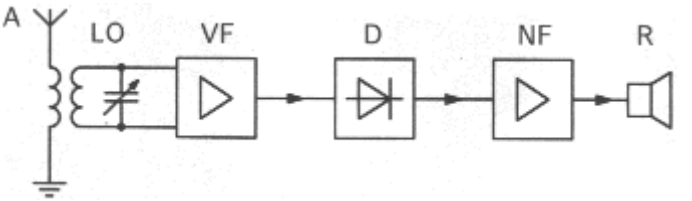
Obr. 209

Úkolem **koncového stupně vysílače** *K* je zesílit modulovaný vysokofrekvenční signál tak, aby měl potřebný výkon, který je **vysílací anténou** *A* vyzářen do prostoru. Anténu rozhlasových vysílačů tvoří obvykle půlvlnné dipóly, které jsou u vysílačů velkých výkonů konstruovány jako stožár. Vzhledem k tomu, že napětí má na koncích dipólu kmitnu, je nutno patu stožáru oddělit od země mohutným porcelánovým izolátorem. Svislý dipól vyzařuje energii rovnoměrně všemi směry, převážně podél povrchu Země.

Vysílací antény rozhlasu na VKV a televize se montují na vrcholy vysílacích věží. Před povětrnostními vlivy je chrání kryt propouštějící elektromagnetické vlnění. U vysílačů větších výkonů je signál vyzařován soustavou, která se skládá z většího počtu dipólů.

3.13.4 | Přijímač

Stejně jako vysílače mají i přijímače v radiokomunikačních sdělovacích soustavách různou funkci, způsob použití i konstrukci. Všechny přijímače však mají určité funkční části, jejichž princip je možné vyložit na nejznámějším přijímači - **rozhlasovém přijímači** (viz schéma na obr. 210).



Obr. 210

Vstupní částí přijímače je elektromagnetický dipól - **anténa** *A*. Elektromagnetické vlnění z vysílače vynucuje v anténě kmitání s velmi malou amplitudou napětí.

Vznik signálu v anténě je možné si představit takto: Anténa je vodič, který obsahuje volné nosiče náboje

(elektrony). Dopadající elektromagnetická vlna obsahuje proměnnou magnetickou složku, která ve vodiči antény indukuje elektrické napětí, následkem čehož začne obvodem spojeným s anténou procházet elektrický proud.

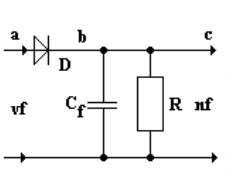
Anténa je vazbou spojena s **laditelným oscilačním obvodem** *LO*, který naladíme na nosnou frekvenci vysílače. Tím dojde k rezonančnímu zesílení přijatého signálu, který je dále zesílen **vysokofrekvenčním zesilovačem** *VF*. Zesílený vysokofrekvenční modulovaný signál postupuje do **demodulátoru** (detektoru) *D* (viz obr. 211: *a* - modulovaný signál, *b* - usměrněný signál, *c* - nízkofrekvenční signál). Tam se akustický signál nesoucí příslušnou informaci oddělí od vysokofrekvenční složky. K demodulaci se používá polovodičová dioda, která vysokofrekvenční signál jednocestně usměrní. Na pracovním rezistoru *R* demodulátoru dostaneme jednocestně usměrněný vysokofrekvenční signál, který je vyhlazen filtračním kondenzátorem C_f, jehož kapacita se volí tak, aby vysokofrekvenční složku signál zkratoval, ale netlumil složku nízkofrekvenční. Pracovním rezistorem pak prochází jen proud, jehož průběh odpovídá akustickému signálu. V **koncovém nízkofrekvenčním zesilovači** *NF* je akustický signál zesílen a přiveden do **reproduktoru**.

Charakteristickou vlastností moderních rozhlasových přijímačů je jejich:

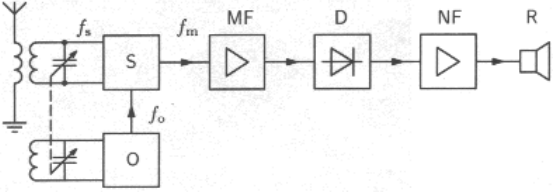
1. citlivost - umožňují příjem vzdálených vysílačů, jejichž signál je v místě příjmu slabý

2. selektivita - mohou výběrově (selektivně) zachytit určité frekvence, zatímco signály i málo odlišných frekvencí jsou potlačeny

Takové přijímače pracují obvykle na principu superheterodynu, který spočívá v tom, že signál jakékoliv frekvence převede vždy na určitou frekvenci (např. $455\,\mathrm{kHz}$). Dosahuje se toho tak, že přijatý signál je směšován s kmity zvláštního oscilátoru měnitelné frekvence. Platí, že rozdíl frekvence f_0 oscilátoru a frekvence f_s signálu je konstantní a roven tzv. mezifrekvenci f_m: $f_m = f_0 - f_s = konst.$ V dalších částech přijímače se pak zpracovává jen tento mezifrekvenční signál, což umožňuje zvýšit selektivitu přijímače. Schéma superheterodynu je na obr. 212: *S* - směšovací stupeň, *O* - oscilátor, *MF* - mezifrekvenční zesilovač, *D* - demodulátor, *NF* - nízkofrekvenční zesilovač, *R* - reproduktor.



Obr. 211



Obr. 212

Vývoj rozhlasových přijímačů dosahuje nejvyšší úrovně v podobě přijímače pro pásma VKV a příjem stereofonního signálu (dvoukanálová stereofonie).

3.13.5 | Princip televize

Pojem televize se používá v řadě významů, ale z technického hlediska se jedná o soustavu zařízení, kterými se obraz přeměňuje na elektrický obrazový signál. Ten je v podobě televizního signálu přenášen elektromagnetickým vlněním k anténě spojené s televizním přijímačem.

Obrazový signál vzniká v televizní kameře. V ní se objektivem vytvoří obraz snímaného objektu na citlivé vrstvě optoelektrického měniče. Tento důležitý prvek kamery se vyvíjel od snímací elektronky (od 20. let 20. století) až k polovodičovým prvkům. V nich je citlivá vrstva konstruovaná jako hustá mozaika elementů citlivých na světlo, vytvořená moderní technologií výroby integrovaných obvodů.

Obrazový signál vzniká rozložením obrazu na sled řádek (řádkový rozklad), v nichž se napětí mění podle osvětlení jednotlivých bodů snímacího prvku v daném řádku. Podle současných norem je tvořen jeden televizní snímek 625 řádky a za sekundu se vytvoří 50 snímků. Obrazový signál je v pomocných elektronických obvodech doplněn synchronizačními pulsy, které zajišťují potřebnou synchronizaci signálu při zpětném vzniku obrazu v televizním přijímači. Takto upravený obrazový signál se označuje jako videosignál.

Televizní vysílání se uskutečňuje sítí televizních

vysílačů, které pracují na vymezených pásmech VKV. Televizní signál vyzařovaný anténou vysílače má dvě složky:

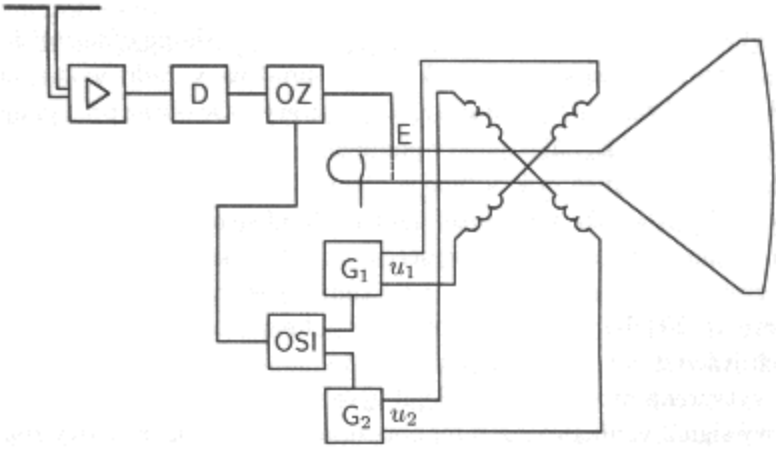
1. obrazovou (videosignál) - pro přenos se používá amplitudová modulace
2. zvukovou (akustický signál) - přenášen frekvenční modulací

Obě složky jsou tedy přenášeny odděleně a mezi frekvencemi nosných vln obou složek je rozdíl $6{,}5\ \mathrm{MHz}$.

K příjmu televizního signálu se používá televizní přijímač, který pracuje podobně jako rozhlasový přijímač na principu superheterodynu. V televizním přijímači se televizní signál zachycený anténou rozdělí na složku akustickou a obrazovou. Akustická složka se převede na zvuk analogickým způsobem jako v rozhlasovém přijímači, obrazová složka televizního signálu je zpracována v obrazové části televizoru (viz obr. 213). Zesílený televizní signál se demoduluje a získaný videosignál se po zesílení obrazovým zesilovačem *OZ* přivádí na řídící elektrodu televizní obrazovky. Potenciál elektrody *E* se mění a tím je ovlivňován proud elektronů, které v obrazovce dopadají na stínítko a způsobují jeho záření. Elektronový paprsek se opět pohybuje po stínítku v řádcích a podle průběhu videosignálu se mění jas stínítka a vzniká obraz.

Z obrazového zesilovače se získává také pomocný signál pro synchronizaci obrazu, který se přivádí do oddělovače synchronizačních impulsů *OSI*. Odtud vycházejí

impulsy, které řídí činnost generátorů G_1 a G_2 pilového napětí pro řádkový (vodorovný) a snímkový (svislý) rozklad.



Obr. 213

Právě popsaný princip televize byl vyložen na příkladu černobílého obrazu. Přenos barevného obrazu je podstatně složitější, protože kromě informace o jasu obrazu je nutno přenášet i informaci o barvě - o jejím barevném tónu a sytosti. Vychází se z poznatku, že míšením tří barev - červené, zelené a modré - v různém poměru lze vytvořit celou stupnici barevných odstínů včetně šedé a bílé. V kameře pro barevnou televizi se získávají tři základní barevné signály, z nichž se pak v přenosové soustavě vytvářejí signály dva:

1. jasový - odpovídá v podstatě signálu černobílé

televize, což umožňuje příjem vysílání barevné televize i přijímačem pro černobílou televizi

2. barvonosný - jeho skladba je složitější a jeho přenos se uskutečňuje různými přenosovými systémy (SECAM, později PAL, ...). Jejich odlišnost spočívá ve způsobu vytváření a přenosu barvonosného signálu.

Obrazovka barevného televizního přijímače má velmi jemnou strukturu, kterou vytvářejí svislé proužky luminiscenčních látek, zářících červeně, zeleně a modře. Tak vznikají tři základní barevné obrazy, které se vzájemně prolínají. Díky tomu, že jemná struktura není z běžné vzdálenosti okem rozlišitelná, vnímáme výsledný barevný obraz, který může mít všechny odstíny barev.

3.14 | ELEKTROAKUSTIKA

3.14.1 | Elektroakustické měniče

MĚNIČ SE NAZÝVÁ JAKÝKOLIV TECHNICKÝ PRVEK, KTERÝ SLOUŽÍ K PŘEMĚNĚ JEDNOHO DRUHU ENERGIE NA JINÝ.

Někdy se názvu „měnič“ nepoužívá - např. kamna nejsou chemickotepelný měnič.

Měniče mohou být dvojího druhu:

1. reciproké - využívají přímo fyzikální principy a jsou obousměrné, což je zvlášť výhodné

Např. elektrodynamický mikrofon využívá elektromagnetickou indukci. Tento mikrofon lze použít i jako sluchátko. Není to pochopitelně pro mikrofon ideální, ale jako sluchátko (reproduktor) fungovat bude.

2. nereciproké - nevyužívají fyzikální principy, ale pouze vhodné fyzikální vlastnosti. V tomto případě se častěji používá termín převodník než měnič.

Např. změna odporu uhlíkového prachu v závislosti na jeho stlačení se používá u uhlíkového mikrofonu.

Mikrofony a reproduktory jsou podobné přístroje, které pracují inverzně: mikrofon zachytává zvukové vlny, které mění na vlny elektrické (časově proměnný elektrický proud), zatímco reproduktor mění elektrickou vlnu (časově proměnný elektrický proud) zpět na zvuk (zvukové vlnění). Amplituda vlny, která určuje hlasitost zvuku, nutná pro reproduktor je mnohem větší, než amplituda, se kterou „pracuje“ mikrofon. Proto se musí amplituda vlny v reproduktoru zvyšovat pomocí zesilovačů.

Současné přístroje jsou velmi náročné na kvalitu zpracování signálu - jedná o tzv. HIFI (*high fidelity - vysoká věrnost*) techniku.

3.14.1.1 | Mikrofony

Téměř všechny mikrofony obsahují membránu, což je tenká vrstva, která se pohybuje v souladu s proměnlivým tlakem, který vyvolává dopadající zvuková vlna. Pohybem membrány se pak mění dopadající zvukové vlnění na elektrický proud.

Podle způsobu přeměny dopadající mechanické (akustické) energie na elektrickou energii (tj. podle použitých elektromechanických měničů) se mikrofony dělí na:

1. odporové mikrofony (nazývané též uhlíkové mikrofony)
2. elektrodynamické mikrofony
3. elektromagnetické mikrofony
4. krystalové mikrofony
5. elektrostatické mikrofony (nazývané též kondenzátorové mikrofony)
6. tepelné mikrofony
7. ...

Podle veličiny, jejíž změna způsobuje přeměnu akustické energie na energii elektrického pole, se mikrofony dělí na dvě skupiny:

1. tlakové
2. gradientní

Tlakové mikrofony se vyznačují tím, že tlaková síla vyvolaná akustickým tlakem působí pouze na jednu stranu

membrány mikrofonu. Amplituda kmitů membrány nezávisí na směru, v němž leží zdroj zvuku, ani na vzdálenosti zdroje zvuku od mikrofonu, ale jen na akustickém tlaku. Tyto mikrofony jsou všesměrové, mají tedy kulovou směrovou charakteristiku.

Gradientní mikrofony jsou charakteristické tím, že akustický signál je přiveden na obě strany membrány mikrofonu. To znamená, že výchylka membrány nezávisí už na absolutní hodnotě akustického tlaku, ale na rozdílu akustického tlaku před a za membránou. Čím je tento rozdíl větší (tj. čím větší je tlakový spád - gradient), tím je větší i výchylka membrány. U těchto mikrofonů je obecně jejich výstupní napětí (úměrné výchylce membrány) úměrné *n*-té derivaci akustického tlaku podle souřadnice uvažované ve směru šíření akustické vlny. Pokud je výchylka membrány (a tedy i výstupní napětí mikrofonu) úměrná první derivaci tlaku, nazývají se tyto mikrofony gradientní mikrofony 1. řádu neboli **rychlostní mikrofony**.

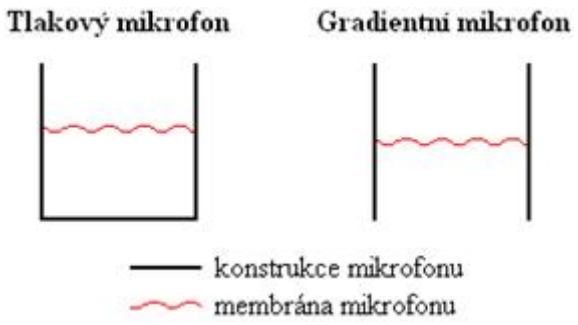
Matematicky vyjádřeno $u \approx \frac{\partial^n p}{\partial x^n}$, kde p je tlak a x souřadnice popisující výchylku membrány. Pro rychlostní mikrofony pak platí $u \approx \frac{\partial p}{\partial x}$.

Parciální derivace je zde použita proto, že tlak p obecně závisí nejen na prostorové souřadnici, ale i na

čase. Parciální derivace se řídí stejnými pravidly pro počítání jako derivace „obyčejné“. Rozdíl spočívá v tom, že parciální derivace derivuje podle jedné proměnné funkci, která je závislá na více proměnných (zde např. tlak závisí na prostorových souřadnicích a na čase).

Výstupní napětí gradientního mikrofonu je závislé na poloměru zakřivení akustické vlnoplochy. Čím větší zakřivení (tj. čím menší poloměr a tedy i bližší zdroj), tím je větší výstupní napětí. Rozměry gradientních mikrofonů jsou menší než vlnová délka přijímané akustické vlny. V tom případě pak směrová charakteristika nezávisí na frekvenci. Proto se tyto mikrofony používají pro snímání akustického signálu ve studiích, snímání řeči v hlučném prostředí, ...

Schématický rozdíl mezi tlakovým a gradientním mikrofonem je zobrazen na obr. 214. Z něj také vyplývá kulová charakteristika tlakových mikrofonů a směrová charakteristika gradientních mikrofonů.



Obr. 214

Směrové charakteristiky mikrofonů udávají, z jaké oblasti okolo mikrofonu, je schopen mikrofon přijímat zvuk. Tlakové mikrofony mají pevnou konstrukci, k níž je připevněná membrána. Zvuk na ní může dopadat pouze z jedné strany. To znamená, že mikrofon je schopen zaznamenat zvuk přicházející z libovolné strany mikrofonu - akustický tlak se vždy přenese na membránu a tlaková síla, kterou tento tlak vyvolal, způsobí její deformaci.

U gradientního mikrofonu může zvuk dopadat na membránu ze dvou stran. Proto je tento mikrofon směrový - dobře zaznamená zvuky přicházející „zepředu“ a „zezadu“, tj. z těch stran, z nichž je otevřen. Zvuk přicházející „z boku“ se rozdělí a dopadne na obě strany membrány. Její výchylka na jednu a druhou stranu má stejnou hodnotu - membrána tedy zůstane v klidu a dopad zvuku nezaznamená.

3.14.1.1.1 | Základní vlastnosti mikrofonů

3.14.1.1.1.1 | Citlivost mikrofonu

Citlivost mikrofonu je poměr výstupního napětí mikrofonu a akustického tlaku, který toto napětí vybudil. Udává se v jednotkách $V.Pa^{-1}$; je možné ji vyjádřit též relativní hodnotou v dB vztaženou k referenční úrovni $1\,V.Pa^{-1}$. Jedná se o veličinu obecně frekvenčně závislou.

3.14.1.1.1.2 | Impedance mikrofonu

Elektrická impedance mikrofonu je impedance změřená na jeho výstupních svorkách. Její hodnota je důležitá pro optimální připojení mikrofonu k zesilovači. Impedance je frekvenčně závislá a většinou se udává pro $1\,kHz$. Vstupní impedance zesilovače by měla být 5 - 10krát větší než impedance mikrofonu. Zatížení mikrofonu příliš nízkou vstupní impedancí zesilovače má za následek zkreslení frekvenční charakteristiky, zvýšení zkreslení a snížení poměru signálu k šumu.

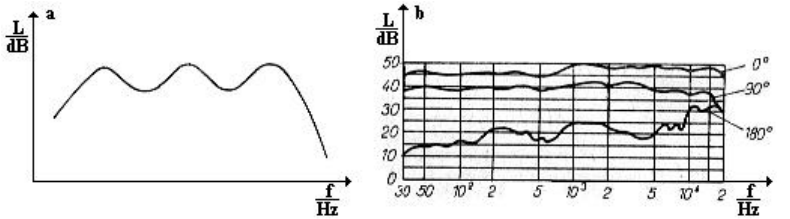
3.14.1.1.1.3 | Šum mikrofonu

Šumové vlastnosti mikrofonu se vyjadřují odstupem šumového napětí. Je to poměr mezi výstupním napětím mikrofonu, které vyvolá referenční hladina zvuku $94\,\mathrm{dB}$ (tomu odpovídá akustický tlak $1\,\mathrm{Pa}$), a šumovým napětím na výstupu mikrofonu při jeho umístění v dokonale tichém prostředí. Vlastní šum mikrofonu je způsoben elektrickými obvody (cívka, zesilovač, ...) a tepelným pohybem molekul vzduchu, které narážejí na membránu.

3.14.1.1.1.4 | Frekvenční charakteristika mikrofonu

Frekvenční charakteristika udává rozsah přenášeného pásma akustických signálů. Jedná se o závislost výstupního napětí mikrofonu na frekvenci (při konstantním akustickém tlaku). Pro kvalitní záznam se požaduje rovnoměrná charakteristika pro interval frekvencí $(40; 15000)\,\mathrm{Hz}$. Nerovnoměrnost frekvenční charakteristiky (tj. její zvlnění) by nemělo v daném pásmu být větší než $\pm 5\,\mathrm{dB}$ (vztaženo k „rovnému“ průběhu).

Příklad průběhu frekvenční charakteristiky je na obr. 215 (a - uhlíkový mikrofon, b - dynamický mikrofon). Stupně u charakteristiky dynamického mikrofonu udávají, z jaké strany byl mikrofon proměřován ($0°$ - zepředu, $90°$ - z boku, $180°$ - zezadu).



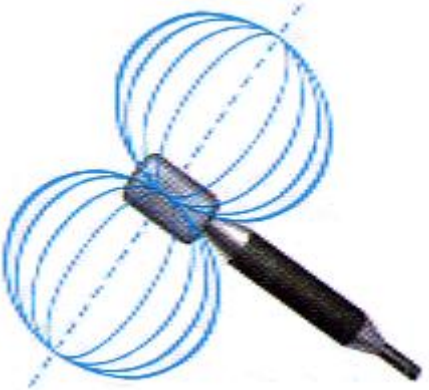
Obr. 215

3.14.1.1.1.5 | Směrová charakteristika mikrofonu

Směrová charakteristika je závislost citlivosti mikrofonu na úhlu, který svírá akustická osa mikrofonu s osou akustického zdroje. Akustická osa mikrofonu je u rotačně symetrických mikrofonů většinou totožná s jeho osou geometrickou, u ostatních je určena výrobcem.



Obr. 216 Obr. 217



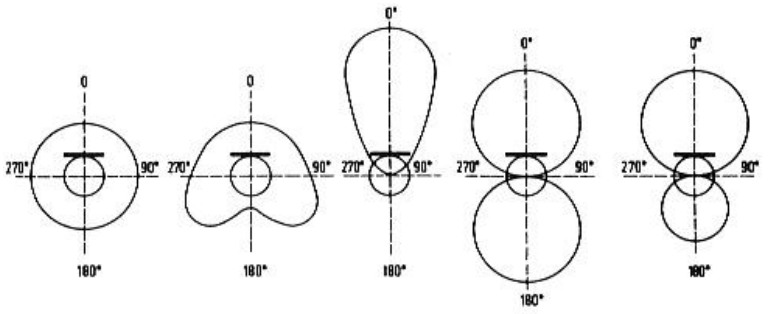
Obr. 218

Gradientní mikrofony jsou směrové a mohou mít tyto směrové charakteristiky (na obr. 219 je základní přehled, některé z nich jsou na samostatných obrázcích obr. 216 až obr. 218):

1. kulová - typická pro tlakové mikrofony. Tlakový mikrofon je při nízkých a středních frekvencích (tj. $f \in (40; 8000)\,\mathrm{Hz}$) všesměrový, jeho citlivost je v tomto pásmu pro všechny směry stejná. Pro vyšší frekvence se stává jednostranně směrovaným, což je způsobeno deformací akustického pole rozměry mikrofonu (vlnová délka je srovnatelná s rozměry mikrofonu).

Vyšší frekvence znamená menší vlnovou délku. Při frekvenci řádově 10000 Hz je vlnová délka rovna $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340}{10000}\,\mathrm{m} = 3{,}4\,\mathrm{cm}$, což jsou rozměry srovnatelné s rozměry citlivých částí mikrofonu.

2. ledvinová (kardioidní) (viz obr. 216) - mikrofon zachycuje zvuk z oblasti přímo před sebou
3. kuželová
4. superledvinová (viz obr. 217) - jedná se o protaženou verzi ledvinové charakteristiky mikrofonu umožňující vytáhnout jeden zvuk z celé škály. Jde o přechod z charakteristiky kardioidní na osmičkovou.
5. osmičková (viz obr. 218) - mikrofon s touto charakteristikou je citlivý na zvuk přicházející zepředu i zezadu a je možné ho použít např. k nahrávání duet, k záznamu zvuku přímého i odraženého v koncertní síni, …



Obr. 219

3.14.1.1.2 | Odporový (uhlíkový) mikrofon

Odporový mikrofon je založený na změnách odporu uhlíkových zrnek stlačovaných membránou (schéma viz obr. 220). Vrstva uhlíkových zrnek je z jedné strany uzavřena pružnou kovovou membránou a z druhé zvlněnou uhlíkovou destičkou. Membrána se dopadem zvukového vlnění rozkmitá, zrnka uhlíku se stlačují a s měnícím se tlakem se mění i elektrický odpor uhlíkové vrstvy. Tak se mění stejnosměrný proud v primárním obvodu transformátoru na **proud modulovaný**. Modulovaný proud se nazývá stejnosměrný proud se střídavou složkou (pulsující, ...).

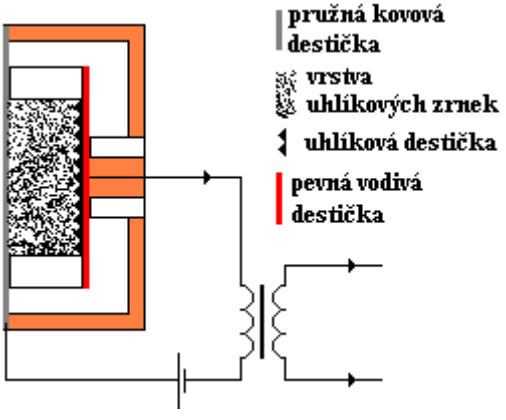
Proud se mění v důsledku změn odporu, které jsou

závislé na amplitudě dopadajícího zvuku. Proto časový průběh změn proudu odpovídá časovému průběhu zvuku, který tento proud vyvolal.

V sekundárním vinutí transformátoru tento modulovaný proud indukuje modulovaný střídavý proud nízké frekvence.

Modulovaný proud není konstantní a proto může být zesílen v transformátoru.

Tyto mikrofony jsou velmi citlivé, ale poměrně značně zkreslují zvuk a mají velký šum. Proto se používají hlavně v telefonních přístrojích nebo v zařízeních, kde příliš nezáleží na věrnosti zvuku.



Obr. 220

3.14.1.1.3 | Elektrodynamický mikrofon

Elektrodynamický mikrofon (viz schéma na obr. 221) využívá při své činnosti elektromagnetickou indukci. V magnetickém poli trvalého magnetu se pohybuje vodič (cívka nebo příčně zvlněný hliníkový pásek) spojený s pružnou membránou, na kterou dopadá zvukové vlnění. Kmitání membrány se přenáší na vodič a indukuje se v něm časově proměnné napětí shodného časového průběhu, jaký má akustický signál. Pomocí zesilovače se zvětší amplituda proudu (resp. napětí) a s dostatečným výkonem se přenáší do dalších částí sdělovací soustavy.

U páskových elektrodynamických mikrofonů je membrána s cívkou nahrazena příčně zvlněnou hliníkovou fólií ve tvaru pásku. Ten je umístěn v magnetickém poli, je rozechvíván změnami akustického tlaku a přímo v něm se indukuje nízkofrekvenční elektrický signál.

Tyto mikrofony mohou být tlakové nebo gradientní - snímací prvek zůstává, mění se jen mechanická konstrukce. Patří mezi reciproké měniče.

Skutečnost, že elektrodynamický mikrofon patří mezi reciproké měniče, lze vyzkoušet. Stačí mikrofon připojit k magnetofonu nebo rádiu do sluchátkového výstupu a při vhodném poměru impedancí mikrofonu a výstupu bude možné přes mikrofon poslouchat zvuk z přístroje. Analogicky je možné připojit sluchátko k magnetofonu do

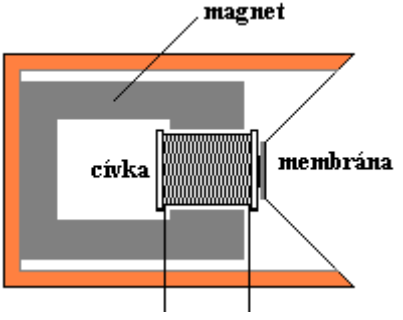
mikrofonového vstupu a lze snímat zvuk.

Ani sluchátko ve funkci mikrofonu ani mikrofon ve funkci sluchátka (resp. reproduktoru) nebude pracovat dokonale. Obvody sluchátek i mikrofonu se liší svou impedancí a proto při nesprávném použití bude zvuk silně zkreslen.

Tuto výměnu zapojení je dobré provádět po omezenou dobu, aby nedošlo k poškození součástky!

Vyznačují se širokým frekvenčním pásmem, malým zkreslením, nízkým šumem a robustní konstrukcí.

Na obdobném principu pracuje elektrodynamická přenoska gramofonu.



Obr. 221

3.14.1.1.4 | Elektromagnetický

mikrofon

Elektromagnetický mikrofon pracuje na stejném principu jako elektrodynamický mikrofon. Snímací cívka je pevná a není tedy spojena s membránou. Pohyb chvějky, která je spojena s membránou (resp. přímo pohyb membrány), mění magnetický indukční tok cívkou, a tak se v ní indukuje nízkofrekvenční signál.

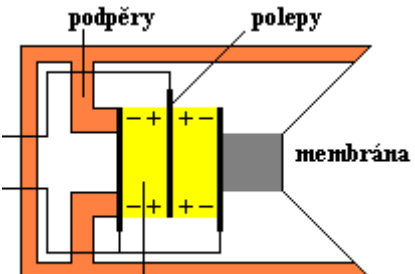
Tyto mikrofony mají malé rozměry, nízkou cenu, ale také omezený frekvenční rozsah. Používají se pro přenos řeči při dorozumívání; tedy tam, kde nejsou kladeny vysoké požadavky na frekvenční rozsah.

3.14.1.1.5 | Krystalový mikrofon

Krystalové mikrofony jsou založeny na **piezoelektrickém jevu**.

Schéma krystalového mikrofonu je na obr. 222. Membrána zachycující zvukové vlny přenáší měnící se tlak na piezoelektrické destičky, na jejichž elektrodách (polepech) vzniká různé napětí. To je příčinou elektrického proudu, který se pak zpracovává v dalších částech zvukové aparatury.

Tyto mikrofony mají relativně velkou impedanci a velkou citlivost $1-3\,\mathrm{mV.Pa^{-1}}$.



Obr. 222

3.14.1.1.6 | Elektrostatický mikrofon

Elektrostatický mikrofon je často nesprávně označován jako kondenzátorový.

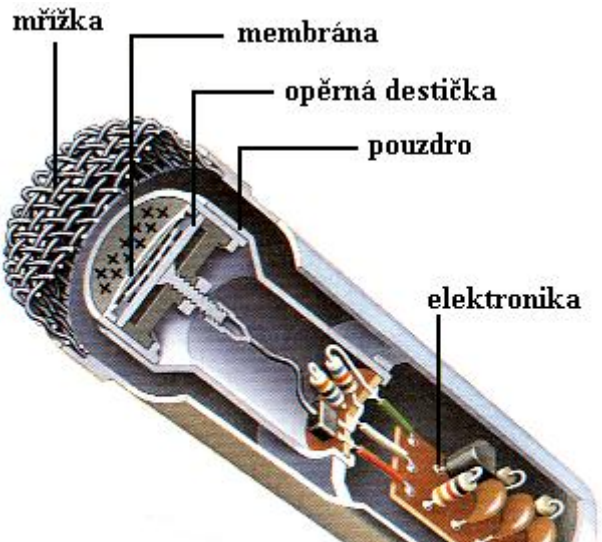
V elektrostatickém mikrofonu tvoří membrána, zachycující dopad zvukového vlnění, jednu desku deskového kondenzátoru (s kapacitou $30-100\,\mathrm{pF}$), v němž se kumuluje elektrický náboj. Druhou část kondenzátoru, k němuž je připojeno stejnosměrné polarizované napětí $30-200\,\mathrm{V}$, tvoří pevná elektroda. Změny akustického tlaku rozechvívají membránu, čímž se mění vzdálenost desek kondenzátoru a tedy i jeho kapacita. Zajistíme-li, aby se náboj při změně kapacity kondenzátoru nemohl rychle vyrovnávat, potom se při zmenšení kapacity kondenzátoru (zvětšení vzdálenosti membrány od pevné elektrody) zvětší napětí na kondenzátoru (považujeme-li náboj za

konstantní). Požadavek pomalého vyrovnávání náboje při změně kapacity je zajištěn pomocí rezistoru, který zvýší vnitřní odpor zdroje polarizačního napětí.

Náboj na kondenzátoru je možné získat buď pomocí zdroje stejnosměrného polarizovaného napětí, nebo pomocí tzv. **elektretu** - dielektrický materiál nesoucí permanentní elektrický náboj. Tento materiál je nanesen na jednu elektrodu a proto není zapotřebí zdroj polarizačního napětí.

Na obr. 223 je zobrazen elektrostatický mikrofon, na jehož membráně je permanentní kladný náboj, který přitahuje k opěrné destičce záporné náboje. Zvukové vlny způsobují chvění membrány, což způsobuje změnu velikosti mezery mezi membránou a opěrnou destičkou. Proto se k destičce přitahuje proměnlivý počet záporných nábojů. Tímto pohybem náboje tak vzniká časově proměnný elektrický proud, jehož časový průběh odpovídá časovému průběhu zvuku dopadajícímu na membránu.

Elektrostatické mikrofony se vyznačují velkou výstupní impedancí, vyrovnanou frekvenční charakteristikou, vysokou citlivostí, malým zkreslením a vysokou stabilitou svých vlastností. Proto se používají ve studiové technice a pro měřící účely.



Obr. 223

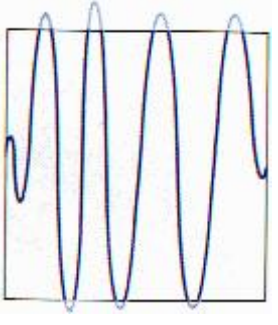
3.14.1.2 | Zesilovače

Elektrické signály přicházející z mikrofonu, CD přehrávače, ... jsou většinou příliš slabé, takže je nutné tyto signály nejprve zesílit a teprve potom zaznamenat nebo reprodukovat. Zesilovače jsou tvořeny tranzistory, které mají oproti dříve používaným elektronkám zejména tyto výhody:

1. jsou v současné době levnější
2. produkují méně Joulova tepla
3. poskytují věrné zesílení vstupního signálu, tj. zesilují všechny frekvence rovnoměrně

Přesto se elektronky používají i dnes a to hlavně v kytarových zesilovačích, kde je (na přání hudebníka) někdy žádoucí, aby zesílený zvuk nebyl věrný, ale naopak byl „kostrbatý“.

Zesilovač tedy zvětšuje amplitudu elektrické vlny, aniž mění její základní tvar. Jakákoliv změna tvaru vlny se při poslechu projeví zkreslením výsledného zvuku. Jedním z častých zkreslení je tzv. oříznutí (viz obr. 224), při němž se zesílený signál snaží překonat maximální a minimální napětí, které je zesilovač schopen produkovat. Vrcholky vln jsou v tom případě uříznuty a vycházející zvuk je drsný.



Obr. 224

3.14.1.3 | Reproduktory

Reproduktory je možné rozdělit podle způsobu vyzařování na dva základní druhy:

1. přímo vyzařující - akustická energie je vyzařována kmitající membránou, navazující bezprostředně na prostředí, do něhož je energie přenášena.
2. nepřímo vyzařující - mezi kmitající membránu elektroakustického převodníku je vložen zvukovod (nebo zvukovod doplněný pomocnými akustickými obvody) umožňující zvětšení zatížení membrány vyzařovací impedancí.

Podle typu elektromechanického měniče je možné reproduktory rozdělit na:

1. elektrodynamické reproduktory
2. elektromagnetické reproduktory
3. piezoelektrické reproduktory
4. elektrostatické reproduktory
5. speciální reproduktory (tepelné, pneumatické, ...)

3.14.1.3.1 | Základní vlastnosti

reproduktorů

Při použití reproduktorů je třeba znát jejich základní parametry.

3.14.1.3.1.1 | Frekvenční charakteristika reproduktoru

Frekvenční charakteristika je závislost hladiny akustického tlaku v určitém bodě před reproduktorem na frekvenci, při konstantním napětí na svorkách reproduktoru. Udává se většinou pro bod v ose reproduktoru. Pro kvalitní reprodukci by měl být frekvenční rozsah alespoň $(30;15000)\ \mathrm{Hz}$. Frekvenční charakteristika se měří v dostatečné vzdálenosti od reproduktoru ve volném prostoru (tj. v bezdozvukové místnosti).

V celém akustickém pásmu není možné zajistit uspokojivou reprodukci jedním reproduktorem. Vyhovující přenosové vlastnosti může mít jedině soustava reproduktorů, z nichž každý přenáší jen určité frekvenční pásmo. Proto se konstruují reproduktory:

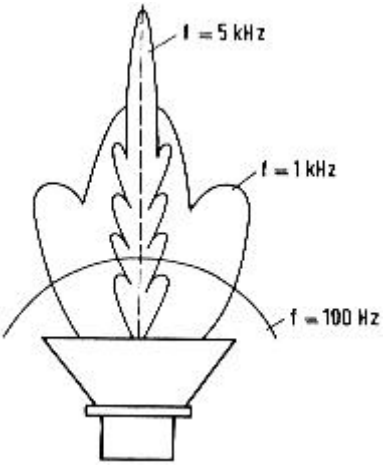
1. hlubokotónové
2. středotónové
3. vysokotónové

Pro méně náročné použití se používají i reproduktory širokopásmové, miniaturní, … Pro některé aplikace je výhodné použít reproduktor s omezenou frekvenční

charakteristikou, čímž lze dosáhnut např. lepší srozumitelnost řeči.

3.14.1.3.1.2 | Směrová charakteristika reproduktoru

Směrová charakteristika reproduktoru je závislost akustického tlaku před reproduktorem na úhlu, který svírá osa reproduktoru a spojnice reproduktoru a měřícího mikrofonu (eventuelně posluchače). Většinou se vyjadřuje v polárních souřadnicích. Pro frekvence, jimž odpovídající vlnová délka je značně větší než průměr ústí reproduktoru (řádově 4krát), je možné považovat směrovou charakteristiku za kulovou. V praxi to platí pro frekvence nižší než $300\,\mathrm{Hz}$. S rostoucí frekvencí se směrovost velmi rychle zvyšuje (viz obr. 225). Pro frekvence nad $5\,\mathrm{kHz}$ je vyzařovací charakteristika již úzce směrová. Sestavením jednotlivých reproduktorů nebo reproduktorových soustav, je možné získat vyzařovací charakteristiku podle potřeby.



Obr. 225

3.14.1.3.1.3 | Rezonanční frekvence reproduktoru

Rezonanční frekvence je nejnižší frekvence, při níž vykazuje impedance reproduktoru maximální hodnotu. Udává se jen u přímo vyzařujících reproduktorů a pomocí ní je dána dolní mezní frekvence reproduktoru. Rezonanční frekvence může být snížena akustickou zátěží (např. umístěním reproduktoru v ozvučnici, ...).

3.14.1.3.1.4 | Zkreslení reproduktoru

Lineární zkreslení reproduktoru popisuje jeho frekvenční charakteristika. Nulové lineární zkreslení znamená ideálně rovnou frekvenční charakteristiku.

O nelineárním zkreslení se mluví tehdy, jsou-li v reprodukovaném signálu frekvence, které budící signál neobsahuje. Nelineární zkreslení může být:

1. harmonické - nově vzniklé frekvence jsou celočíselným násobkem nebo podílem budící frekvence
2. intermodulační - vzniká při reprodukci více různých frekvencí současně. Přitom vznikají součtové a rozdílové frekvence, které nejsou v harmonickém vztahu k základním tónům. Toto zkreslení je možné značně omezit rozdělením reprodukce do několika pásem.

Při snižování zatížení výrazně klesá nelineární zkreslení, jehož hlavními příčinami je:

1. nelineární chování závěsu kmitací cívky a membrány
2. nehomogenní magnetické pole
3. superponování magnetického pole kmitací cívky na pole permanentního magnetu
4. vznik vířivých proudů
5. deformace membrány při kmitání

3.14.1.3.1.5 | Zatížitelnost reproduktoru

Výkonovou zatížitelnost je nutno rozlišovat trvalou a špičkovou. Trvalá je závislá na schopnosti reproduktoru rozptýlit vzniklé teplo, protože 95 - 99 % dodaného výkonu se přemění na tepelnou energii. Maximální špičkový výkon je především omezen pevností kmitacího systému a jeho maximální možnou výchylkou. Je třeba si uvědomit, že pro konstantní vyzářený akustický výkon je výchylka kmitací cívky nepřímo úměrná druhé mocnině frekvence. Pro nízké frekvence mohou být výchylky značně velké.

Příkon reproduktorů udávaný výrobci má velmi často reklamní charakter a spíše se blíží maximálnímu špičkovému výkonu. Trvalou zatížitelnost reproduktoru (zdánlivý výkon udávaný ve V.A) je možné přibližně určit z průměru kmitací cívky:

1. hlubokotónové reproduktory - jedno až dvojnásobek průměru kmitací cívky (udaném v milimetrech)
2. středotónové reproduktory - polovina až průměr kmitací cívky
3. vysokotónové reproduktory - pětina až polovina průměru kmitací cívky

Pro běžné HIFI reproduktory platí dolní hodnota, pro reproduktory určené pro velké výkony pak hodnota horní.

Doporučuje se, aby maximální příkon reproduktoru nebo soustavy reproduktorů byl dvakrát vyšší než maximální příkon zesilovače. Tím se dosáhne nejen vyšší provozní spolehlivosti, ale i nízkého činitele zkreslení.

3.14.1.3.1.6 | Jmenovitá impedance reproduktoru

Jmenovitá impedance je nejmenší absolutní hodnota elektrické impedance reproduktoru ve frekvenčním pásmu, pro které je určen. Jmenovitá impedance by v celém frekvenčním pásmu neměla klesnout o více než 20 % oproti udávané hodnotě. Toto u některých výrobků na nízkých frekvencích není splněno a při větším snížení impedance může dojít k přetížení zesilovače.

Absolutní hodnotu impedance lze určit ze vztahu $R_z = \sqrt{R^2 + X^2}$, kde R je činný odpor kmitací cívky a X její reaktance.

3.14.1.3.1.7 | Účinnost reproduktoru

Účinnost reproduktoru udává poměr vyzářeného akustického výkonu k elektrickému příkonu při optimálním výkonovém přizpůsobení. Účinnost reproduktoru je velmi malá a pohybuje se v rozmezí 1 - 5 %. Vestavěním reproduktoru do ozvučných skříní se účinnost ještě sníží.

Část energie určené pro vyzařování reproduktorem

se přemění ve vnitřní energii ozvučných skříní.

Čím jakostnější reproduktorové soustavy, tím mají menší účinnost. Zvětšit účinnost reproduktorů je možné zúžením přenosového pásma. Všeobecně platí, že účinnost klesá s rozšiřujícím se frekvenčním rozsahem. Účinnost nemá většinou velký význam, protože její malou hodnotu lze kompenzovat zvýšením výkonu zesilovače.

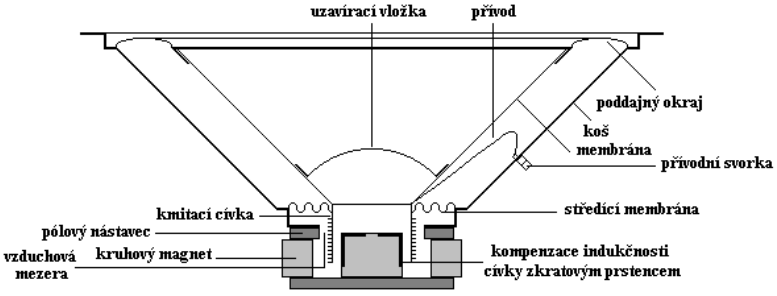
3.14.1.3.1.8 | Charakteristická citlivost reproduktoru

Charakteristická citlivost je průměrná hodnota efektivního akustického tlaku v daném frekvenčním pásmu v ose reproduktoru ve vzdálenosti jeden metr při standardním příkonu $1 V.A$. Většinou se vyjadřuje v decibelech jako poměr naměřeného akustického tlaku k referenční hodnotě $2.10^{-4} Pa$. Znalost charakteristické citlivosti reproduktoru je důležitá hlavně pro návrh reproduktorových soustav.

3.14.1.3.2 | Elektrodynamický reprodukor

Jedná se v současné době o nejrozšířenější typ reproduktoru (viz řez na obr. 226). Základním principem je silové působení na vodič, kterým protéká elektrický proud,

umístěný v magnetickém poli.



Obr. 226

Elektrodynamický přímo vyzařující reproduktor se skládá z kmitací cívky, která je umístěna v mezeře permanentního magnetu (vytváří homogenní magnetické pole) a která je pevně spojena s kuželovou membránou. Membrána je po obvodě opatřena poddajným okrajem, kterým je uchycena ke kostře (koši) reproduktoru a který současně umožňuje její axiální (pístový) pohyb. Membrána musí být lehká a přitom dostatečně tuhá s velkým vnitřním tlumením, aby byl omezen vznik nežádoucích parazitních (rušivých) kmitů. Většinou je zhotovena z papírové hmoty, používají se ale i membrány z plastických hmot či kovů. Jejich nevýhodou je pak vyšší cena. Cívka s membránou je vychylována z rovnovážné polohy v rytmu procházejícího nízkofrekvenčního proudu a tento pohyb se přenáší na částice vzduchu.

Většinou jsou vyráběny tyto typy elektrodynamických

reproduktorů:

1. s kónusovou membránou - přibližně kuželový, ale do roviny nerozvinutelný tvar, průřez většinou kruhový, ale může být i oválný
2. s kalotovou membránou - membrána je tvořena kulovým vrchlíkem, který pístově kmitá. Toto uspořádání se používá především u výškových nebo i středotónových reproduktorů. S ohledem na malý rozměr membrány (vrchlíku) mají tyto reproduktory velmi dobrou směrovou charakteristiku
3. páskový reproduktor - mezi póly permanentního magnetu je pohyblivě uložena slabá hliníková fólie, kterou prochází budící proud. Výhodou tohoto typu reproduktoru je velmi malá hmotnost kmitacího systému. Používá se jako vysokotónový. Malá vyzařovací plocha vyžaduje použití zvukovodu, což zhoršuje jeho jinak výhodné vlastnosti.

3.14.1.3.3 | Piezoelektrický reproduktor

Tento typ reproduktoru je založen na piezoelektrickém jevu. Využívá se skutečnosti, že u některých materiálů (krystaly, Seignettova sůl, speciální keramika a plasty, ...) vzniká působením elektrického pole mechanické napětí.

Toto napětí vyvolává síly, které mechanicky deformují materiál. Vhodným uspořádáním se tato deformace převádí na výchylku kmitacího systému. Nejrozšířenější piezoelektrické reproduktory využívají keramické měniče. Většinou jsou vyráběny se zvukovody. Používají se pro reprodukci středních a zvláště pak vysokých frekvencí.

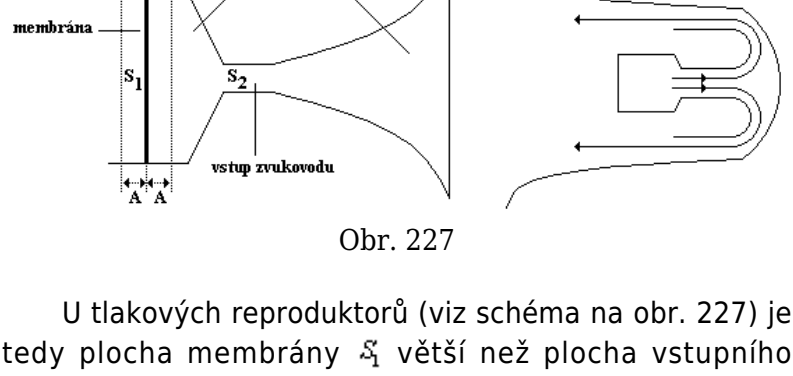
3.14.1.3.4 | Elektrostatický reproduktor

Elektrostatické reproduktory pracují na principu vzájemného přitahování a odpuzování elektricky nabitých desek. Funkce je inverzní k funkci elektrostatického mikrofonu. Také zde je jedna pevná elektroda a jedna pohyblivá. Tenká membrána je umístěna proti pevné elektrodě izolovaně v malé vzdálenosti (zhruba $5-20\,\mu m$). Mezi membránou a pevnou elektrodou je připojeno stejnosměrné polarizační napětí. Pohyb membrány odpovídá změně náboje způsobené přivedeným nízkofrekvenčním signálem. Citlivost závisí na hodnotě předpětí a frekvenční rozsah na ploše membrány. Elektrostatické reproduktory se používají pro reprodukci vysokých tónů.

3.14.1.3.5 | Tlakové reproduktory

Tlakové reproduktory patří mezi reproduktory

s nepřímým vyzařováním. U nich je membrána spojena s vnějším prostředím zvukovodem. V případě, že je plocha membrány větší než plocha vstupního otvoru do zvukovodu, jedná se o tlakový reproduktor.



Obr. 227

U tlakových reproduktorů (viz schéma na obr. 227) je tedy plocha membrány S_1 větší než plocha vstupního otvoru S_2 do zvukovodu. Při výchylce membrány *A* musí vytlačený objem vzduchu $V_1 = S_1 . A$ projít vstupem zvukovodu. Vzhledem k menšímu průřezu vstupu zvukovodu, roste velikost rychlosti pohybu vzduchu.

Vzrůst velikosti rychlosti proudící tekutiny v zúženém místě vyplývá z rovnice kontinuity.

Akustický výkon, který je přímo úměrný akustické objemové rychlosti, tedy bude při stejném příkonu vyšší. To znamená podstatné zvýšení účinnosti asi na 20 %, zatímco přímo vyzařující reproduktory mají účinnost kolem 1 - 5 %.

Jednou z aplikací tlakového mikrofonu je megafon, který se skládá z mikrofonu, zesilovače a tlakového reproduktoru. Lze jím uskutečnit přenos řeči na vzdálenost až $500\,\mathrm{m}$.

3.14.1.3.6 | Reproduktorové soustavy

Vyhovující reprodukci akustického signálu může zajistit jen soustava reproduktorů, z nichž každý přenáší jen určité pásmo frekvencí, pro které byl navržen. Celé akustické pásmo je rozděleno filtry (tzv. reproduktorové výhybky nebo křížnice) na dílčí úseky pro jednotlivé reproduktory.

Malé a levné reproduktorové soustavy se řeší jako dvoupásmové, větší a kvalitnější pak většinou jako třípásmové. Objevují se ale i soustavy čtyřpásmové. Jednotlivé reproduktory by měly být blízko u sebe, aby tvořily přibližně bodový zdroj zvuku.

Při větších rozměrech reproduktorové soustavy by posluchač nevnímal zvuk ze všech reproduktorů stejně (jiná vzdálenost, směr, ...).

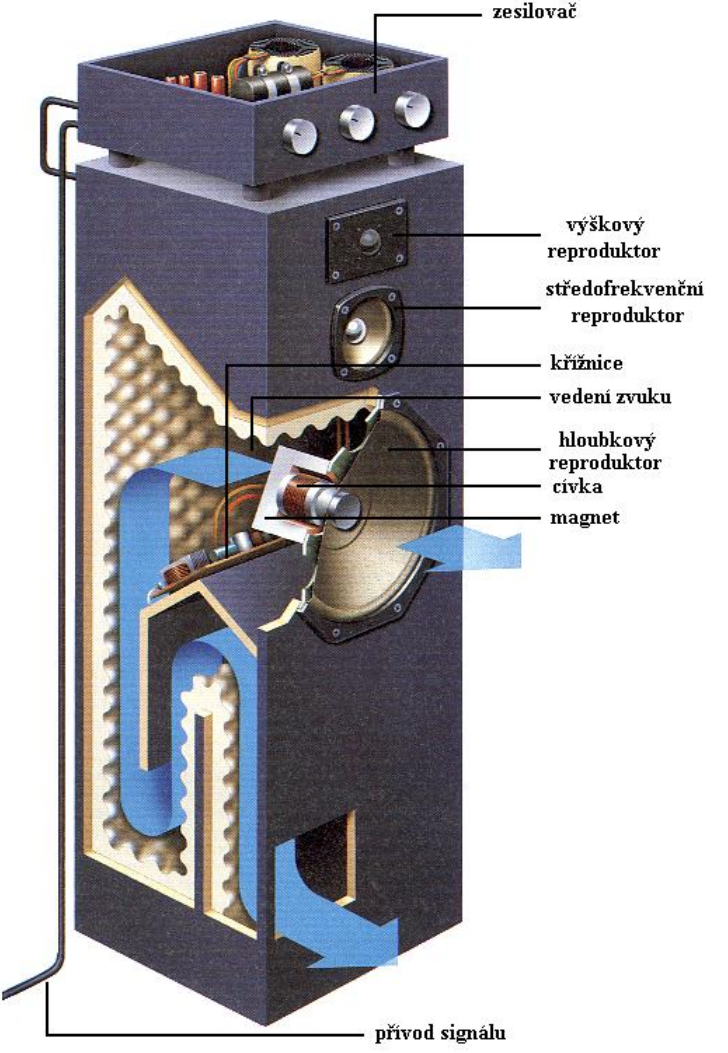
S rostoucími rozměry soustavy je tedy nutné poslouchat reproduktorovou soustavu z větší vzdálenosti.

Reproduktor HIFI (viz obr. 228) má tři jednotky pro pokrytí všech frekvencí:

1. kupolovitý výškový reproduktor (*tweeter*) dává znít vysokým tónům o frekvenci až

$20\ \mathrm{kHz}$

2. střední reproduktor obstarává další pásmo frekvencí v rozsahu $(0,5;4)\ \mathrm{kHz}$
3. hloubkový reproduktor (*woofer*) vydává hluboké tóny; jeho kužel je připojen k cívce, která osciluje v magnetickém poli podle toho, jaký zvuk kolem ní protéká.


zesilovač
výškový reproduktor
středofrekvenční reproduktor
křižnice
vedení zvuku
hloubkový reproduktor
cívka
magnet
přívod signálu

Obr. 228

Křížnice (reproduktorová výhybka) rozděluje hlavní signál na proudy pro jednotlivé reproduktory. Jedním z důležitým kritérií pro volbu dělících frekvencí třípásmových soustav je ohled na směrovou charakteristiku. Při použití přímo vyzařujících reproduktorů se volí dělící frekvence mezi hlubokotónovým a středotónovým reproduktorem (f_1) a mezi středotónovým a vysokotónovým f_2) takto: $f_{1,2} \in \left\langle \frac{v}{\pi D}; 1{,}5\frac{v}{\pi D} \right\rangle$, kde *D* je aktivní průměr membrány hlubokotónového resp. středotónového reproduktoru a *v* je velikost rychlosti šíření zvuku. Výstupní signál z výkonového zesilovače je přiváděn na jednotlivé reproduktory přes pasivní RLC filtry (reproduktorové výhybky): cívky (tlumivky) nepropustí vysoké tóny, zatímco kondenzátor nepropustí nízké frekvence do vysokotónového reproduktoru. V praxi se používají filtry prvého, druhého a výjimečně i vyšších řádů, přičemž řád udává velikost útlumu filtru mimo jeho propustné pásmo. Filtr prvého řádu má útlum $6\ \mathrm{dB}$ na oktávu (tj. $20\ \mathrm{dB}$ na dekádu), filtr druhého řádu má útlum $12\ \mathrm{dB}$ na oktávu, filtr třetího řádu pak $18\ \mathrm{dB}$ na oktávu, ...

Rozdělení signálu do jednotlivých frekvenčních pásem je možné provést také pomocí aktivních RLC filtrů s operačními zesilovači. Tento způsob dává přesnější výsledky, protože je návrh nezávislý na skutečných

vlastnostech reproduktorů, zatímco pasivní výhybky se musí navrhovat již pro konkrétní typ reproduktoru.

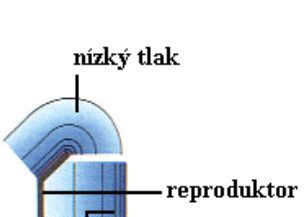
Musí se totiž brát v úvahu vlastnosti reproduktoru: frekvenční závislost, impedance, ...

Nevýhodou aktivních výhybek je nutnost použít pro každé pásmo výkonový zesilovač. Nejčastěji se používají třípásmové soustavy. S ohledem na frekvenční rozložení výkonu se v přirozeném signálu volí výkony zesilovačů v poměru 10:3:1,5 (basy, středy, výšky). Jsou-li aktivní výhybky umístěny společně s výkonovými zesilovači a reproduktory v jedné společné skříni, jedná se o **reproduktorovou soustavu**.

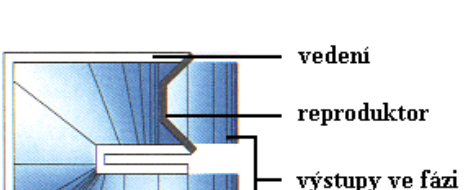
Kužel reproduktoru vysílá zvukové vlny z přední i zadní plochy membrány. Obě strany sice produkují tentýž zvuk, ale vlny vycházející z obou stran jsou přesně v opačné fázi, tj. produkuje-li se vpředu oblast vysokého tlaku vzduchu, na zadní straně se vytváří oblast nízkého tlaku vzduchu a naopak. V závislosti na tvaru reproduktoru dojde buď k zeslabení (zrušení) nebo k zesílení zvuku:

1. otevřený reproduktor (viz obr. 229) - dochází k zeslabení zvuku tak, že se setká oblast vysokého tlaku vzduchu s oblastí nízkého tlaku vzduchu; tento děj vede k řadě problémů zvláště u nízkých tónů (velké vlnové délky zvukového vlnění)
2. uzavřený reproduktor (viz obr. 230) - reproduktor je umístěn ve skříni s vedením,

které směruje vlny ze zadní strany dopředu, přičemž tyto vlny projdou trubicí o přesně známé délce tak, aby se oblasti nízkého a vysokého tlaku vzduchu na přední straně reproduktoru nerušily, ale naopak posilovaly.



Obr. 229



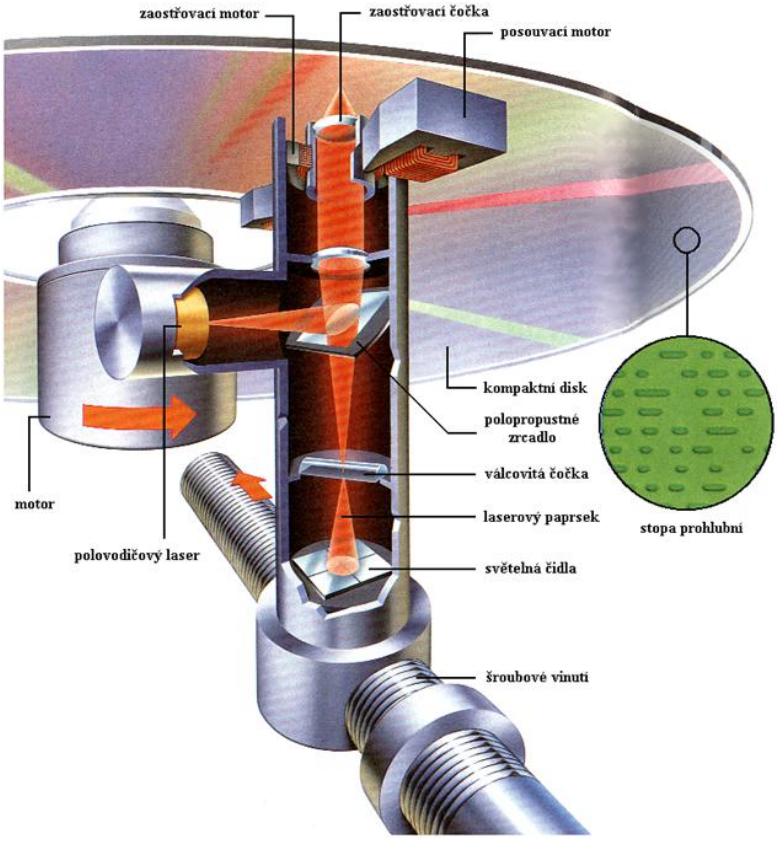
Obr. 230

3.14.2 | Kompaktní disk (CD)

3.14.2.1 | Princip záznamu a reprodukce zvuku

Na kompaktní disk (viz obr. 231) se zaznamenává digitálně upravený elektrický signál, který byl vyroben v mikrofonu. Sled číslic, který byl z elektrického signálu vyroben tzv. vzorkováním signálu, se na kompaktní disk

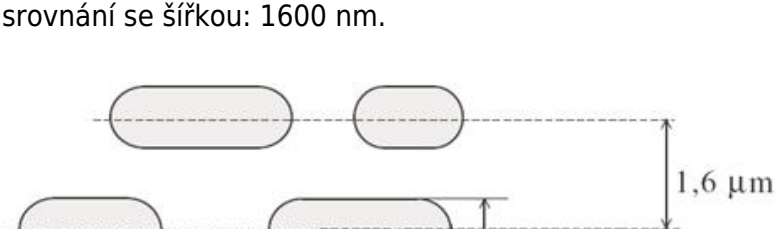
zaznamenává ve formě prohlubní a plošek mezi nimi. Každý disk o průměru 12 cm obsahuje nejméně 3 miliardy prohlubní na spirální stopě v plastickém materiálu dlouhé přes 5 km.



Obr. 231

Prohlubně ve spirální stopě se nazývají **landy**, části, které vystupují nad povrch se nazývají **pity**.

Land je 120 nm hluboký, 500 nm široký a jeho délka se pohybuje od 870 nm do 3180 nm (viz obr. 233). Rozptyl šířek landů je dán výrobní technologií, zatímco délka je různá podle dat, která jsou na disku uložena. Mezera mezi stopami má délku zhruba trojnásobnou ve srovnání se šířkou: 1600 nm.

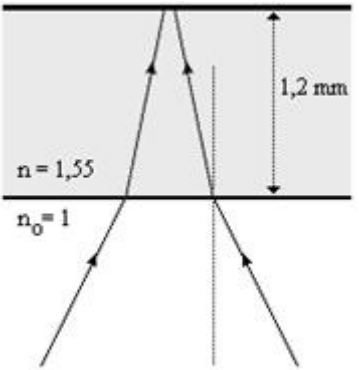


Obr. 233

Landy a pity se čtou pomocí světla laseru, které se odráží od polopropustného zrcadla a prochází dvěma čočkami tak, aby bylo zaostřeno na stopu s prohlubněmi. Běžně se používá laser s vlnovou délkou světla 780 nm (tedy blízká infračervená oblast). Polykarbonát je silný 1,2mm a má relativně velký index lomu - jeho hodnota je 1,55 (viz obr. 234). Laserový svazek musí tímto materiálem projít až k pokovené vrstvě, která obsahuje

informace zaznamenané na CD (viz obr. 235). Tato technologie je připravena takto záměrně: laserový svazek (i po průchodu zaostřovacími čočkami) má průměr $800\,\mu m$.

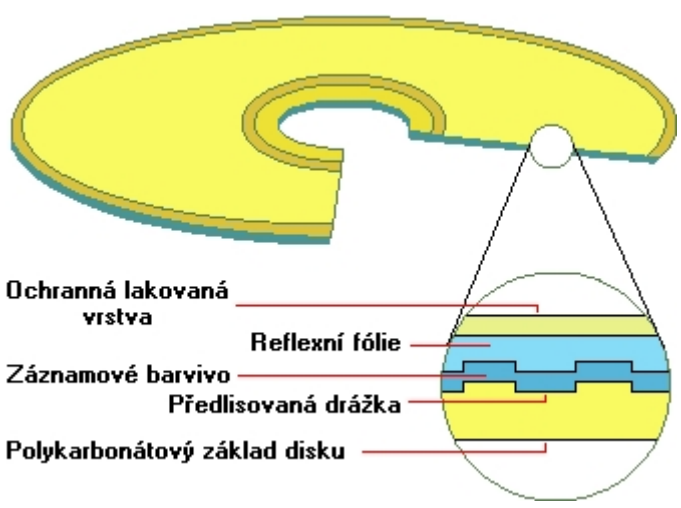
Světlo z laseru se totiž vyznačuje velmi malou rozbíhavostí, ale i sbíhavostí.



Obr. 234

Vlivem velkého indexu lomu polykarbonátu se začne laserový svazek sbíhat rychleji, což znamená, že u kovové vrstvy má tento svazek průměr jen zhruba $1,7\,\mu m$ - tedy 470krát menší než měl při vstupu do vrstvy polykarbonátu. Tímto způsobem je zajištěno, že ani velké škrábance nebo nečistoty na povrchu disku neznamenají pro čtení vážnou překážku - efektivně se 470krát zmenší. Navíc malé poškození povrchu či ušpinění disku neovlivní výrazně celkovou intenzitu odraženého světla.

Situace je analogická situaci, kdy je drobná nečistota na objektivu fotoaparátu nebo na skle brýlí. Přes brýle normálně vidíme a smítko z objektivu fotoaparátu se nezobrazí na film. Jen se nepatrně sníží intenzita světla a malinko zvýší rozptyl (tj. obraz na filmu nebo v oku nebude tak ostrý).



Obr. 235

Laser tedy „prosvicuje“ CDčko zespoda: nejdříve dopadá laserové světlo na plastový základ disku (již zmiňovaný polykarbonát) a až poté na kovovou vrstvu, která obsahuje uložená data. Nečistota nebo škrábanec na disku se nachází na povrchu plastového základu disku.

Laserový svazek dopadající kolmo na povrch disku se

od landů a pitů odráží téměř stejně.

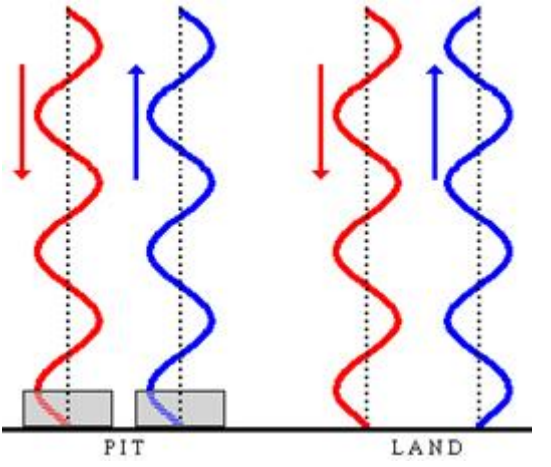
Rozdíl v intenzitě světla odraženého od landu nebo od pitu je tak malý, že sám o sobě tento rozdíl intenzit nestačí k určení, odkud se laserový svazek odrazil - jestli od landu nebo od pitu.

Pity jsou vysoké 120 nm, vlnová délka použitého světla je 780 nm. Poměr výšky pitu k vlnové délce je tedy zhruba 1:6. Přesto další výklad bude veden tak, jako by tento poměr byl 1:4. Vysvětlení je uvedeno v dalším textu (u systému zaostřování laserového svazku na vodící drážku).

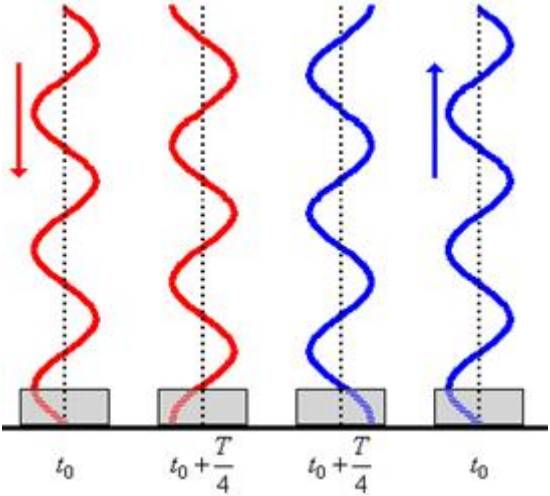
Když se odrazí laserový svazek od landu a od pitu, změní se intenzita odraženého světla stejně jako při interferenci na tenké vrstvě. Světlo, které se odrazí po pitu, urazí ve srovnání se světlem odraženým od landu geometrickou dráhu o polovinu vlnové délky kratší. O čtvrtinu vlnové délky se geometrická dráha světla zkrátí při dopadu na pit (uvažujeme výšku pitu rovnou zhruba čtvrtině vlnové délky světla laseru), o tuto čtvrtinu vlnové délky bude geometrická dráha kratší také při odrazu - dohromady bude tedy geometrická dráha světla odrážejícího se od pitu o polovinu vlnové délky kratší než geometrická dráha světla odraženého od landu (viz obr. 236).

Poznámka: Dopadající vlna a odražená vlna na obr. 236

a obr. 237 jsou znázorněny různými barvami kvůli přehlednosti. Vlnová délka (a tedy i „barva světla“) laseru se odrazem nemění!



Obr. 236



Obr. 237

Na landu i pitu se světlo odráží jako na pevném konci - světlo totiž dopadá z prostředí, kterým se může bez problémů šířit, na prostředí (pokovená vrstva), od kterého se pouze odráží. V obou případech se tedy fáze vlnění mění na opačnou fázi. V případě odrazu na pitu to není jasně vidět, proto je dobré se podívat na danou světelnou vlnu v časovém okamžiku o čtvrtinu periody pozdějším (viz obr. 237 druhá část). V tomto případě je možné odraz světla od pitu s opačnou fází dobře zkonstruovat (viz obr. 237 třetí část). Situace nás ala zajímala v původním čase t_0 - odraženou světelnou vlnu je nutné opět posunout

o čtvrtinu periody.

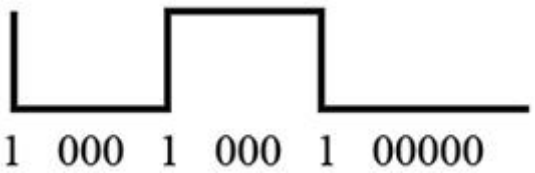
Dopadající vlnu při zobrazení v delším čase posouváme dolů, odraženou vlnu při zobrazení v kratším čase posouváme také dolů.

Světlo odražené od pitu má tedy opačnou fázi než světlo odražené od landu. Tato dvě světelná vlnění (odražené vlny na obr. 236) spolu interferují a výsledná intenzita je proto dána rozdílem intenzit obou uvažovaných vlnění.

Kdyby byl landů a pitů na disku stejný počet, odražené světlo by se navzájem vyrušilo a zpět do čtecí soustavy by se nevrátilo žádné světlo.

Na povrchu disku je zhruba 30 % pitů, což znamená, že intenzita odraženého světla nikdy neklesne zcela na nulu.

Pity a landy nepředstavují tedy přímo logické jedničky nebo nuly. Informace je uložena na přechodech mezi pity a landy a v délce souvislých oblastí. Přesněji, jeden bit logické jedničky je reprezentován jako přechod mezi landem a pitem (hrana mezi landem a pitem), resp. mezi pitem a landem, zatímco délka následujícího landu nebo pitu představuje přiměřený počet bitů logických nul. Vzdálenost mezi hranami se nazývá *run length* (průběžná délka). Výsek ze stopy na CD zobrazený na obr. 238 představuje číslo 3.



Obr. 238

Nikde se neopakují dvě jedničky za sebou, což je dáno použitým kódováním: zde se osm bitů kóduje pomocí čtrnácti. Je to proto, že je fyzicky nemožné mít dvě hrany hned za sebou. Z důvodu použité vlnové délky světla čtecího laseru, je nejmenší možná průběžná vzdálenost tři bity. Nikde v kódové tabulce tedy nejsou méně než dvě nuly za sebou.

Právě popsaný způsob kódování se nazývá NRZI kód (*non return to zero inversed*).

Datový tok z CD musí mít také vlastnost samočasování, podle kterého systém řídí otáčení disku tak, aby byla zajištěna konstantní obvodová rychlost. Jako ideální byla nalezena maximální délka 11 bitů, která přidáním minimální délky 3 bity, dává výše zmíněných 14 bitů. Stejně jako u osmibitového kódování, i u čtrnáctibitového kódování představuje 14 bitů jeden znak. Použitím EFM kódování tedy vznikají pity o délce 3 bity až 11 bitů.

Jak již bylo řečeno, není možné z fyzikálních důvodů

zaznamenat dvě logické jedničky za sebou. Pokud ovšem za sebou půjdou dva čtrnáctibitové kódy, z nichž první jedničkou končí a druhý jedničkou začíná, může k tomuto stavu dojít. Proto se mezi jednotlivá slova vkládají ještě tři slučovací bity (tzv. *mergin*). Jedno osmibitové slovo se tedy zvětšilo na 17 bitů.

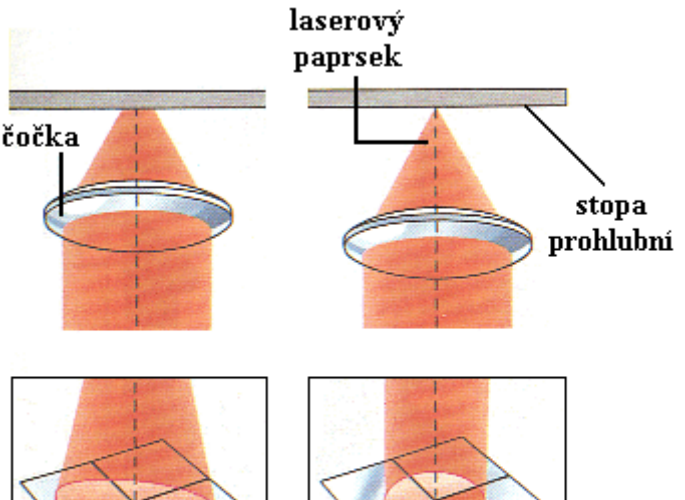
Bylo kódováno 14ti bity a kvůli „čitelnosti“ se přidaly další tři bity.

Dostává-li systém disku signál odpovídající obr. 238, slouží k identifikaci začátku rámce posloupnost 24 bitů následovaná třemi slučovacími bity, tj. posloupnost 100000000001000000000010 + 3 slučovací bity. Jakmile je tato posloupnost nalezena, začíná samotné zpracování dat vypuštěním nadbytečné informace.

Po průchodu odražené světelné vlny válcovou čočkou dopadá světlo na čtyři světelná čidla (viz obr. 239), která po osvětlení vyšlou elektrický impuls.

Přítomnost nebo nepřítomnost světla na čidlu tedy vytváří signál „zapnuto - vypnuto“.

Tento signál je poté převeden u hudebních kompaktních disků přehrávačem na vlnový signál původní nahrávky. Jak se disk otáčí, šroubový závit posunuje celý optický systém směrem od středu disku k jeho okraji.



Obr. 239

Systém čidel zajišťuje přesné zaostření laserového svazku v přehrávači a jeho pohyb po spirální stopě. Je-li zaostření a vedení stopy v pořádku, vytvoří odražené světlo kruhový obrazec s rovnoměrně rozdělenou intenzitou světla. Je-li zaostření nepřesné, obrazec je buď pokřiven nebo je nehomogenní co do intenzity. Tyto nepravidelnosti v rozložení světla po všech čidlech jsou převedeny na signál, který uvede do chodu dva drobné motory, které nepravidelnost odstraní a svazek znovu zaostří.

Některé technologie využívají třísvazkový systém (třísvazkovou metodu). Na disk dopadají tři laserové svazky: jeden hlavní a dva pomocné. Pomocné svazky jsou umístěné po stranách hlavního čtecího svazku a jsou posunuté mimo podélnou osu stopy (osu drážky). Systém pak porovnává střední hodnotu intenzit odraženého světla obou pomocných svazků. Podle jejich vzájemných hodnot pak provede korekci polohy hlavního svazku. Uvedené tři svazky jsou získávány z jednoho laseru pomocí ohybu světla na mřížce. Světlo před dopadem na disk prochází difrakční mřížkou s velkou hustotou vrypů. Tím vzniká jedno hlavní maximum a dvě maxima prvního řádu, která jsou použita právě jako pomocné svazky.

Je-li použita jen jednosvazková metoda, identifikuje přehrávač vzájemnou polohu světelné stopy a drážky analýzou odraženého světla. Vyžívá toho, že land pracuje jako fázová destička na odraz, tj. světelná vlna odražená od landu je fázově posunuta vzhledem ke světelné vlně odražené od pitu. Odražená vlna tak nese informaci o vzájemné poloze pitu (resp. landu) a světelné stopy. Tato informace je důležitá pro korekci pohybu světelné stopy po disku. Velmi důležitý je také poměr vlnové délky světla a výšky pitu. Optimální poměr je: $\frac{\lambda}{4n} = 1{,}3h$, kde λ je vlnová délka světla laseru, *n* je index lomu materiálu (v tomto případě polykarbonátu) a *h* je výška pitu. (Tento

vztah vyplývá z rozlišovací schopnosti optických přístrojů.) A tento optimální poměr je právě u CD splněn. Kdyby byl pit vysoký přesně čtvrtinu vlnové délky použitého světla, difrakční obrazec vznikající v detektoru na základě odraženého světla z landu a pitu by byl symetrický a nebylo by možné z něj určit korekce nutné na zpřesnění pohybu světelné stopy v drážce.

Šířka landů a pitů je zhruba 600 nm.

... což je asi setina tloušťky lidského vlasu (viz srovnání na obr. 240).



Obr. 240

Při takové hustotě údajů na disku by mohla i malá částečka prachu blokovat celé sady údajů a způsobit velké problémy.

Existují dva mechanismy, které tyto případné chyby odstraňují. Prvním z nich je sama použitá technologie čtení dat z disku, při níž se každá chyba či nečistota na povrchu disku efektivně zhruba 470krát zmenší (díky relativně

velkému indexu lomu polykarbonátu). Druhý mechanismus spočívá v přidávání dodatečné informace při nahrávání disku. Přidaná informace je pak zpracována mikroprocesorem uvnitř přehrávače a dovoluje rozpoznat chybějící údaje a zaplnit drobné mezery v toku dat. Větší chyby jsou odstraňovány rozštěpením a provázáním 16ti bitových slov, takže poškození povrchu disku znehodnotí pouze malé kousky jednotlivých vzorků a nikoliv jeden vzorek úplně.

I přes vysokou kvalitu CD, není tato kvalita stále perfektní. Specifické zkreslení může způsobit samo vzorkování, kdy se spojitý signál převádí do diskrétní (nespojité, přetržité) podoby pouze dvou hodnot: 1 nebo 0. Chyba kvantování pak vzniká jako důsledek tohoto převodu, jako důsledek „zaokrouhlení“ signálu před jeho převodem do digitální podoby (viz obr. 231 a obr. 232). Toto „zaokrouhlení“ se projeví jako šum v pozadí.

Vypalovací disky fungují stejně - v místě pitu se intenzita odraženého světla sníží, v místě landu zůstává intenzita odraženého světla neměnná. V tomto případě se ovšem pity a landy neliší svojí výškou (resp. hloubkou), ale pomocí vrstvy speciálního materiálu. Tento materiál je citlivý na světlo silné intenzity.

S velkou intenzitou světla souvisí i energie světla.

Při vypalování disku je laser puštěn na plný výkon. Energie světla laseru tedy způsobí ve speciálním materiálu

změny, které se projeví změnou průhlednosti tohoto materiálu: v místech, kde byl materiál vystaven působení světla laseru, jeho průhlednost poklesne. Tak se od sebe odlišují pity (místa, kde je materiál neprůhledný) a landy (místa, kde je materiál průhledný). Čtecí laser má výrazně menší výkon, takže s tímto materiálem žádné změny už neudělá. V tomto případě je čtení už založeno na odrazu světla: světlo se od povrchu disku odrazí v místech, kde není narušen speciální materiál, kterým je disk pokryt. Tam, kde je průhlednost materiálu snížena (pit), se světlo zpět téměř neodráží.

V případě přepisovatelných disků je nutné při přepisu vrátit průhlednost materiálu na disku do původního stavu.

3.14.2.2 | Průmyslová výroba CD

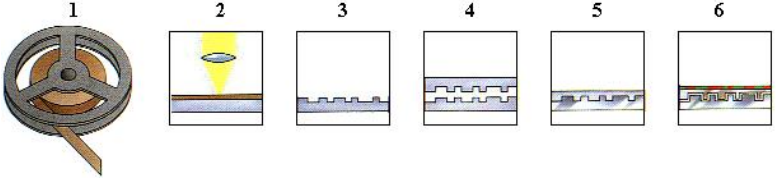
Postup při výrobě zvukového záznamu je následující (viz obr. 241). Zvukové údaje se ukládají na magnetický pásek (*1*). Digitální verze záznamu, která obsahuje i úplné opravné kódy, je podrobně uložena na pásku a pak přenesena na kompaktní disk. Pásek kontroluje laserový svazek, který vypaluje určitou šablonu do speciální fotorezistentní vrstvy na čisté skleněné desce (*2*). Tam, kde laser narazí na tuto vrstvu, změní se její vlastnosti tak, že se stane citlivou na leptání kyselinou. Označené oblasti se tak dají odleptat spolu se sklem pod nimi, takže na

stopě vzniknou prohlubně - landy (*3*). Ostatní část vrstvy z materiálu vystupuje - jedná se o tzv. pity.

Skleněný hlavní disk se pak pomalu pokovuje niklem, až do určité tloušťky (*4*). Pak se leptacím prostředkem odstraní zbývající sklo a obdržíme niklovou „matku“ - negativ originálu. Tato matka se pak používá pro ražení kopií z čirých plastických kotoučů, které jsou vlastními kompaktními disky (*5*).

Pity a landy se tedy navzájem na vyražených kopiích CDčka vymění. Nicméně terminologie při popisu kompaktního disku zůstala zachovaná: pit je "kopeček" a land je "dolík".

Povrch disku se pak potáhne tenoučkou vrstvou hliníku (*6*), aby se dobře odrážel laserový svazek a konečně ochranou vrstvou čirého laku, do něhož lze i vytisknout označení disku a další údaje.



Obr. 241

3.14.3 | Gramofon

Mezi hojně rozšířená zařízení na přehrávání zvuku patřil v minulých letech bezesporu gramofon. V současné době je sice vytlačován jinými, kvalitnějšími a relativně levnějšími přístroji sloužícími k reprodukci zvuku, přesto má stále své místo v audiotechnice.

3.14.3.1 | Historie vzniku gramofonu

Duchovním otcem gramofonu (fonografu) byl Charles Cros, francouzský básník a vědec. Svou myšlenku popsal v zapečetěném dopise, který uložil ve Francouzské akademii věd 30. dubna 1877. Tyto myšlenky do praxe uvedl ale až americký vynálezce Thomas Alva Edison (1847 - 1931). Vynalezl zařízení, které později zdokonalil a prodával pod názvem fonograf („zapisovač zvuku“). Sestrojil ho Edisonův mechanik John Kruesi ve dnech 4. - 6. prosince 1877. Patentován byl 19. února 1878.

Edison použil kovový trychtýř, na jehož užším konci byla membrána, která sloužila jako mikrofon i jako reproduktor. Když do trychtýře vnikl zvuk, membrána a ocelová jehla k ní připojená začaly vibrovat. K záznamu sloužil list staniolu obtočený kolem válce se spirálovitou drážkou, v níž se jehla pohybovala a ryla do ní záznam.

Válec byl přímo spojen s klikou, kterou bylo nutno

ručně, velmi plynule, točit. Přestože byl na hřídeli umístěn velký setrvačník, docházelo vlivem kolísání otáček a rychlosti, jak při záznamu tak i při reprodukci, ke zkreslení. Navíc přístroj nedokázal zaznamenat vyšší harmonické frekvence, a proto samohlásky zněly nezřetelně.

Záznam bylo možno reprodukovat pouze jednou. Při přehrávání se válcem znovu otáčelo, a jak jehla sledovala drážku vyrytou ve fólii, rozkmitala membránu a z trychtýře vycházel zvuk. Přehrávací hrot byl sice na rozdíl od ostrého záznamového hrotu kulatý, ale membrána byla tuhá a kladla cínové fólii velký odpor. Fólie se občas při manipulaci roztrhla.

V následujících letech se jednorázová folie vyměnila za voskové válečky, byl vyvinut systém kopírování válečků, záznamová doba se prodloužila z 2 na 12 minut, ale ani přes další neustálá zlepšování nenalezl fonograf uplatnění tam, kde Edison chtěl, tj. v kancelářích. Bohužel pro svoji těžkopádnost a složitou obsluhu fonograf časem upadl v zapomnění.

Přestože Thomas Alva Edison vynalezl fonograf v roce 1877 o opravdových počátcích elektroakustiky můžeme začít mluvit až s příchodem gramofonu, který roku 1888 vymyslel Američan německého původu Emile Berliner. Ten místo válce použil desku a o čtyři roky později přišel s metodou kopírování desek (elektrolytické pokovování a používání matrice). Předtím se každá deska vyráběla jednotlivě a hudebníci museli hrát jednu píseň

několiksetkrát. Berlinerova šelaková deska, která se otáčela 78krát za minutu, se používala až do roku 1948.

3.14.3.2 | Současný gramofon

Gramofon je přístroj na přehrávání gramofonových desek. Obsahuje pohonný mechanismus s talířem pro otáčení desky (v nejlepších HIFI systémech je talíř velmi těžký a obvykle poháněný řemínkem, aby nebyl ovlivňován vibracemi motoru) a syntetický safírový nebo diamantový snímací hrot spojený s mechanicko-elektrickým měničem umístěným v přenosce gramofonu.

Motorek pohání talíř, na němž leží deska. Hrot přenosky se pohybuje v drážce desky a vychyluje se do stran podle tvaru drážky, který odpovídá hlasitosti a frekvenci zaznamenaného zvuku. Chvění hrotu se přeměňuje ve snímači na nízkofrekvenční časově proměnný proud, který se po zesílení zesilovačem přeměňuje v reproduktoru na slyšitelné zvuky.

Gramofon byl dlouho dobu nejkvalitnějším zdrojem zvukového signálu pro hromadně šířené nahrávky. Proto byla mechanickému záznamu zvuku, který gramofon využíval, věnována velká pozornost i u výrobců jednotlivých zařízení a postupem doby byla kvalita záznamu i zpětná přeměna na zvuk velmi dobrá.

Kvalita reprodukce gramofonové desky je ovlivněna hlavně kvalitou gramofonové přenosky.

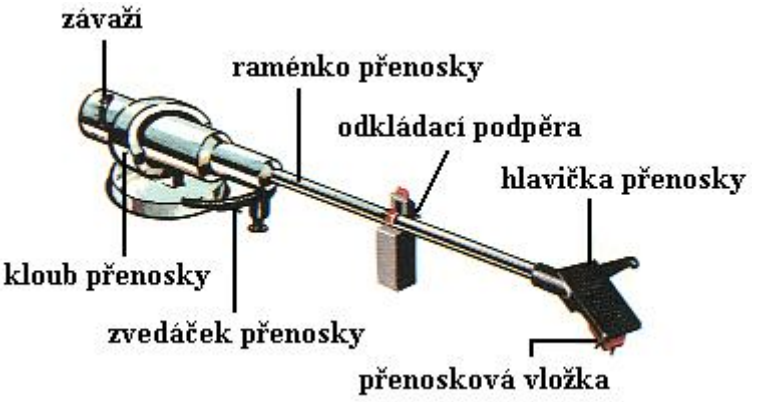
Gramofon patří mezi nejbrutálnější snímače zvuku - jehla se skutečně pohybuje drážkou a je s ní v přímém kontaktu. Proto se gramofonové desky častým hraním „ohrají“; drážka se postupně zničí a „čtení“ z desky není už tak kvalitní.

Lépe jsou na tom magnetofony, u kterých se při čtení sice hlava pásku nedotýká, ale pásek se opotřebovává pohybem přes vodící a přítlačné kolíky systému.

Čtení záznamu z CDčka je bezkontaktní.

3.14.3.3 | Přenoska gramofonu

Přenoska gramofonu se skládá z raménka a vložky (viz obr. 242). Raménko přenosky musí být lehce pohyblivé ve vodorovném a svislém směru, nesmí se chvět a musí být zkonstruováno tak, aby svislá síla působící na hrot přenosové vložky odpovídala předepsané hodnotě (ta závisí na druhu vložky, druhu gramofonové desky, ...).



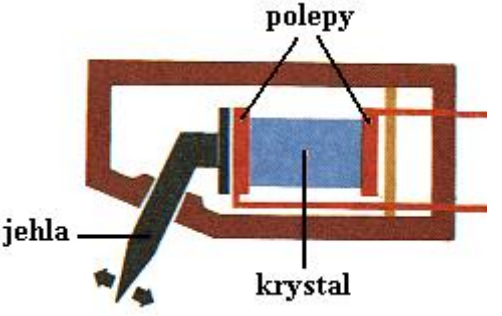
Obr. 242

Přenoskové vložky pracují na různém principu - existují přenosky elektromagnetické, elektrodynamické, magnetodynamické, krystalické, keramické, elektrostatické, … Nejpoužívanější jsou tyto:

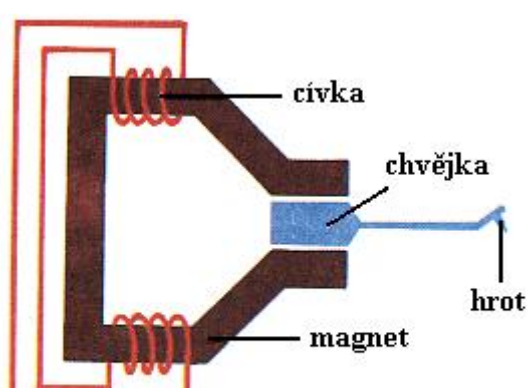
1. krystalové přenoskové vložky (viz obr. 243) - jehla přenosky kmitá v rýhách otáčející se gramofonové desky, přičemž se mechanické kmity jehly přenášejí na krystal. V něm se na základě piezoelektrického jevu tyto mechanické kmity přemění na střídavé napětí a po jeho zesílení se mění v reproduktoru na slyšitelné zvukové vlny. Tyto přenoskové vložky se používají u gramofonů střední kvality, protože jsou levné a necitlivé na magnetické pole. Nevýhodou je jejich menší

frekvenční rozsah - zhruba do $14\,\mathrm{kHz}$, malá odolnost vůči teplotě nad $40\,^{\circ}\mathrm{C}$ a vyžadují až 3krát větší tlak hrotu na desku než přenosky magnetodynamické, čímž zvyšují opotřebení desky.

2. magnetodynamické přenosové vložky (viz obr. 244) - chvění hrotu v drážce gramofonové desky se přenáší chvějkou na volně pohyblivý magnet. Změny magnetického toku vyvolávají v cívkách nízkofrekvenční střídavé proudy. Cívky se používají dvě, protože každá snímá kmitání jedné stopy a vytvářejí tak proud pro levý a pravý výstupní signál. Tyto přenosové vložky jsou mnohem kvalitnější než přenosky krystalické, mají větší frekvenční rozsah (zhruba $(50; 20000)\,\mathrm{Hz}$), jsou ale drahé a mají na rozdíl od krystalických vložek menší výstupní napětí.



Obr. 243



Obr. 244

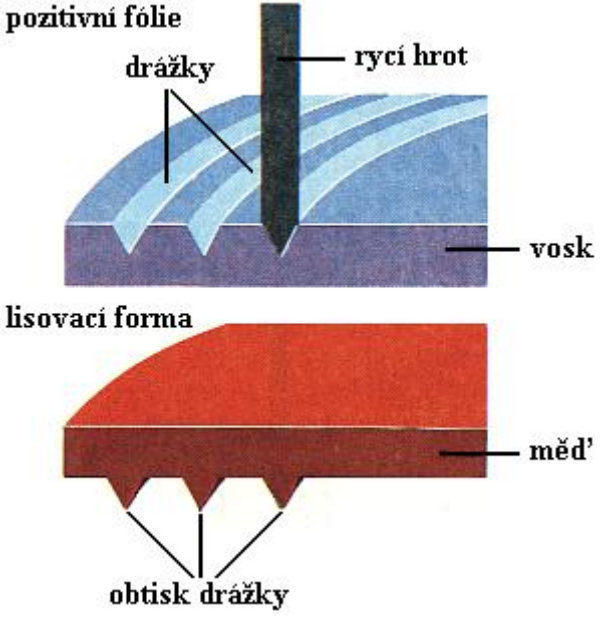
3.14.3.4 | Výroba gramofonových desek

Gramofonové desky se vyrábějí pomocí tzv. **galvanoplastiky**. Galvanoplastika je elektrolytický způsob výroby kovových povlaků silných i několik milimetrů. Tím se významně liší galvanoplastika od **galvanostegie** (galvanického pokovování), které umožňuje dosáhnout kovových povlaků silných jen setiny milimetru.

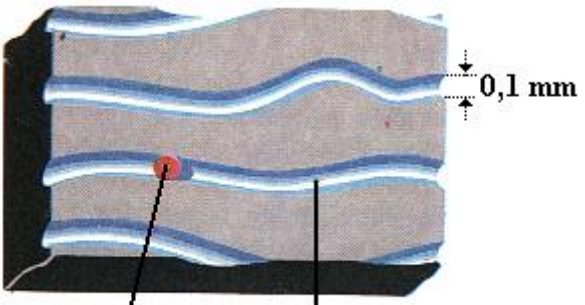
Galvanoplastika umožňuje zhotovovat velmi přesné

kovové lisovací formy, které se využívají k výrobě různých předmětů (např. gramofonových desek).

Elektrické signály vystupující z mikrofonu se zesilují zesilovačem, nahrávají se na pásku a přenášejí se do nahrávací soupravy. V nahrávací soupravě kmitá rycí hrot a do povrchu desky (vrstva laku na ploché hliníkové desce nebo vrstva vosku) řeže vlnitou drážku ve spirále od okraje do středu. Tímto způsobem se získá tzv. **pozitivní fólie** (viz obr. 245).



Obr. 245



Obr. 246

Po vyřezání drážky do lakové vrstvy na desce se matrice pokryje tenkou vrstvou velmi jemného prášku stříbra, čímž vznikne vodivý povrch. Na něm se elektrolyticky vytvoří silnější vrstva mědi (nebo niklu) a po zpracování vzniká velmi tenký otisk této desky - tzv. **lisovací forma** (**originál**), kterou se vytvářejí konečné desky. Vyvýšeniny na originálu jsou věrným obtiskem v laku (či vosku) vyrytých drážek.

Gramofonové desky jsou lisované z polyvinylchloridu (PVC). Granule PVC se zahřívají a současně stlačují ze dvou stran dvěma různými matricemi (pro každou stranu jinou) a pak se chladí. Výroba jedné dlouhohrající desky trvá asi 25 sekund. Na obr. 246 je znázorněn zvětšený výsek gramofonové desky.

Při výrobě stereofonních desek stereosignál nutí hrot

kmitat tak, že do každé stěny rýhy ve tvaru písmene *V* vyřezává rozdílný zářez. Stěny drážky spolu svírají pravý úhel. Záznam na vnější drážce je pro pravý kanál, na vnitřní pro levý. Na jednom centimetru může být až 140 drážek, jejichž hustota závisí na hlasitosti nahrávky. Vychylování rycí hlavy se mění podle síly signálu: čím je signál hlasitější, tím jsou výchylky větší.

3.14.3.5 | Druhy gramofonových desek

Pro záznam zvuku a jeho následnou reprodukci pomocí gramofonu se používaly dva druhy desek: standardní a mikrodesky, jejichž základní vlastnosti jsou uvedeny v tab. 4.

	standardní desky	**mikrodesky**
rychlost přehrávání	$78\ \mathrm{min^{-1}}$	$45\ \mathrm{min^{-1}}$, $33\frac{1}{3}\ \mathrm{min^{-1}}$ nebo $16\frac{2}{3}\ \mathrm{min^{-1}}$
počet drážek na 1 mm průměru desky	4	10 - 11
průměr desky	30 cm	30 cm
doba přehrávání	5 min	více jak 20 min při $33\frac{1}{3}\ \mathrm{min^{-1}}$
frekvenční rozsah	(300; 5000) Hz	(100; 12000) Hz - mono (50; 20000) Hz - stereo

tab. 4

Gramofonové desky lze dále rozdělit podle velikosti a doby přehrávání:

1. malé desky (*singly*) - mají průměr $17\ \mathrm{cm}$ a dále se dělí na:
   a) desky s označením SP (*single play*) - na

každé straně desky je nahrána jedna skladba

b) desky s označením EP (*extended play*) - na každé straně desky jsou nahrány dvě skladby

2. dlouhohrající desky - mají průměr $30\,\mathrm{cm}$, označují se zkratkou LP (*long play*) a na každé straně je nahráno průměrně 6 skladeb

Záznam na deskách bývá monofonní nebo stereofonní, zřídka kvadrofonní.

3.15 | DODATKY

3.15.1 | Piezoelektrický jev

3.15.1.1 | Vysvětlení jevu

Piezoelektrický jev u krystalu turmalínu poprvé pozorovali v roce 1880 bratři Pierre a Jacques Curieové, kteří zjistili při stlačení krystalu výskyt povrchového elektrického náboje. O rok později objevili opačný piezoelektrický jev, u něhož vnější pole elektrické pole vyvolávalo deformaci krystalu.

U krystalů, které nejsou středově souměrné, vzniká velmi intenzivní piezoelektrický jev. K výrobě takového

krystalu se používá materiál, v jehož krystalické mříži jsou jak kladné tak záporné ionty a destička se vybrousí ve vhodné orientaci tak, aby na jedné ploše byly soustředěny náboje kladné a na druhé záporné. Tím se z vnějšího pohledu stává výbrus zdrojem elektrostatického pole, jehož intenzita (a tedy i napětí) závisí na plošné povrchové hustotě nábojů a na vzdálenosti nábojů uvnitř materiálu.

Bude-li právě popsaná destička stlačována resp. natahována (kolmo k optické i elektrické ose), budou se kromě samotné destičky deformovat i molekuly, z nichž je destička složena. Tím se změní polohy částic s nábojem a na protilehlých plochách destičky tak vzniknou stejně velké opačné náboje.

Elektronový obal bude deformován a proto se elektrony posunou ve směru působící síly.

Situace je analogická nabíjení kondenzátoru.

Budou-li na destičce umístěny staniolové polepy (elektrody), je možné měřit mezi nimi piezoelektrické napětí. V případě, že na destičku bude působit opačná síla, tj. destička bude natahována resp. stlačována, piezoelektrické napětí bude mít opačnou polaritu.

Piezoelektrický jev může nastat i opačně - při přivedení dostatečně velkého napětí k elektrodám piezokrystalu, se změní jeho tloušťky. Při zapojení krystalu na střídavé napětí lze tímto způsobem získat i zdroj zvuku nebo ultrazvuku.

Periodické změny tloušťky krystalu jsou totiž doprovázeny zvukem. Frekvenci zvuku (resp. změn tloušťky krystalu) lze ovlivnit materiálem krystalu a frekvencí připojeného střídavého napětí.

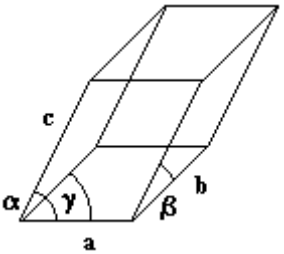
Frekvence piezoelektrické destičky se dá „naladit“ vhodnou volbou tloušťky destičky; frekvence je totiž této tloušťce nepřímo úměrná. Velikost vyzařující plochy (a tedy i velikost vyzařované energie) závisí na ploše destičky. Tyto dva parametry se nedají u přírodních monokrystalů měnit, ale u piezokrystalů vyráběných uměle je možné volit vlastnosti piezoprvku (tvar, velikost ploch, tloušťka, materiál, ...) podle způsobu jeho použití.

3.15.1.2 | Druhy piezoelektrických látek

3.15.1.2.1 | Krystalické piezoelektrické látky

Základním rysem krystalů je jejich uspořádání atomů, iontů nebo molekul do krystalové mříže. Krystaly dělíme do krystalografických soustav podle typu elementární buňky krystalu. Tou je obecně rovnoběžnostěn, který je charakterizován délkami hran *a*, *b*, *c* a úhly α, β, a γ (viz obr. 247). Tyto uvedené parametry určují vlastnosti

příslušné pevné krystalické látky.



Obr. 247

Na základě vzájemné volby uvedených parametrů se rozlišuje 7 krystalografických tříd (soustav):

1. trojklonná (triklinická) - nejobecnější:
   $a \neq b \neq c \neq a$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha$ - $K_2Cr_2O_7$, ...
2. jednoklonná (monoklinická) - $a \neq b \neq c \neq a$,
   $\alpha = 90° \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha$ - $CaSO_4.2H_2O$, ...
3. kosočtverečná (ortorombická) - $a \neq b \neq c \neq a$,
   $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ - Ga, Fe_3C, ...
4. čtverečná (tetragonální) - $a = b \neq c$,
   $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ - bílý cín, TiO_2, ...
5. krychlová (kubická) - největší symetrie:
   $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$; Al, Cu, Au, Si, diamant, ...
6. šesterečná (hexagonální) - $a = b \neq c$,
   $\alpha = \beta = 90°$, $\gamma = 120°$ - Zn, Be, Ti, Mg, NiAs, ...
7. klencová (trigonální rombická) - $a = b = c$,
   $\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$ - As, Sb, Bi, ...

V každé soustavě je dále několik oddělení. Z celkového počtu 32 oddělení vykazují piezoelektrické vlastnosti krystaly z 20 oddělení.

Typickým představitelem této skupiny je křemen (SiO_2), který krystalizuje v klencové soustavě. Vhodnou orientací řezů křemene je možné dosáhnout předem daných vlastností a závislostí. Dále je možné ovlivnit geometrické rozměry, jejich vzájemný poměr, velikosti a rozmístění elektrod a jejich tvar. Křemenné krystaly existují jako:

1. přírodní - dosahují sice velkých rozměrů, ale nebývají dokonalé a čisté
2. syntetické - připravují se z vodního roztoku za vysokého tlaku a teploty, dorůstají zpravidla do hmotnosti $200-250\ g$ a v současné době představují převážnou část materiálů pro technické zpracování.

Dalšími látkami jsou trioxid lithio-niobičný (niobičnan lithný $LiNbO_3$), tantalečnan lithný ($LiTaO_3$), germanium bizmut ($Bi_{12}GeO_{20}$), ... Kromě uvedených nevodičů patří mezi krystalické piezoelektrické látky též Seignettova (Rochellova) sůl (vínan sodno - draselný, $NaKC_4H_4O_6.4H_2O$), která je ale silně hydroskopická, takže její použití je velmi problematické. Do této skupiny patří též řada polovodičů (sirník kademnatý, oxid zinečnatý, ...).

3.15.1.2.2 | Piezoelektrická keramika

Piezoelektrická keramika se vytváří jako aglomerace malých nahodile uspořádaných daných krystalků piezoelektrické látky. Z tohoto pohledu se jedná o polykrystalickou látku, ve které se vliv jednotlivých nahodile orientovaných piezoelektrických krystalů ruší a látka se navenek jeví jako nepiezoelektrická. Piezoelektrickou se látka stává až po jejím vystavení účinku vnějšího elektrického pole, které vyvolává její polarizaci. Po polarizaci má piezoelektrická keramika vlastnosti obdobné jako monokrystalická piezoelektrická látka a při malých budících napětích a deformacích u ní probíhají změny lineárně. Před polarizací je piezokeramická látka izotropní. Ve směru polarizujícího elektrického pole se tato izotropie změní, ale ve směrech kolmých na osu polarizace zůstává látka i nadále izotropní.

V současné době se používají materiály na bázi tuhých roztoků zirkoničitanu olovnatého ($PbZrO_1$) a titaničitanu olovnatého ($PbTiO_1$) s přídavkem Sr, Ba, Ca, Bi, Sb, W, ... Většina průmyslově vyráběných látek se vyrábí s předem známým způsobem použití.

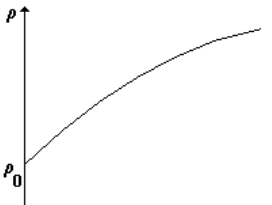
3.15.2 | ***Supravodivost

Zkoumání elektrických vlastností kovů při teplotách blízkých absolutní nule termodynamické teplotní stupnice

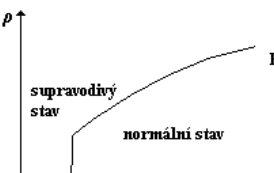
vedlo k objevu supravodivosti. Holandský fyzik Heike Kamerlingh Ones (1853 - 1926; 1913 získává za svůj objev Nobelovu cenu) v roce 1908 zkapalnil helium, jehož teplota varu je $4,2\,\mathrm{K}$. Při experimentech s kapalným heliem zjistil, že odpor rtuti ochlazené pod **kritickou teplotu** $T_c = 4,153\,\mathrm{K}$ klesá náhle na neměřitelnou hodnotu (viz obr. 249). U jiných materiálů křivka závislosti měrného odporu ρ na teplotě vypadá tak, jak ukazuje obr. 248, kde ρ_0 je zbytkový měrný odpor při nulové termodynamické teplotě. Je dán tím, že i při nulové teplotě jsou kmity atomů tvořících krystalovou mříž nenulové. A právě s těmito kmity souvisí měrný odpor.

Typicky se uvádí závislost lineární (např. Ohmův zákon), kterou dostaneme aproximací části křivky pro malé intervaly teplot.

Graf na obr. 249 byl naměřen již v roce 1911, ale vysvětlení podáno nebylo. Postupně se zjistilo, že kritická teplota T_c závisí podstatně na magnetickém poli, v němž se vodič nachází. Graf příslušné závislosti ukazuje obr. 250. Fyzikálně (tedy teoreticky) není možné „prohnat“ supravodičem nekonečně velký proud. Průchodem proudu se kolem vodiče vytváří magnetické pole. Dosáhne-li velikost magnetické indukce magnetického pole větší hodnoty, než je kritická velikost magnetické indukce B_c, supravodivost se likviduje sama.



Obr. 248



Obr. 249



Obr. 250

3.15.2.1 | Meissnerův jev

V roce 1933 se objevuje první zmínka o tzv. **Meissnerově jevu**:

UVNITŘ SUPRAVODIVÉHO VZORKU JE VELIKOST MAGNETICKÉ INDUKCE MAGNETICKÉHO POLE NULOVÁ.

To znamená, že indukční čáry se vnitřku supravodiče „vyhnou“.

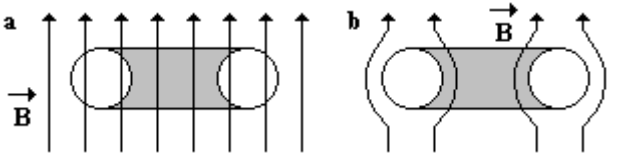
Pro magnetickou indukci platí vztah $\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right)$, kde μ_0 je permeabilita vakua, $\vec{H}$ je intenzita magnetického pole (charakterizující vnější magnetické pole) a $\vec{M}$ je magnetizace, která charakterizuje odezvu materiálu na vnější magnetické pole.

Magnetizace souvisí se strukturou látky a její relativní permeabilitou.

Pro Meissnerův jev lze tedy psát: $B = 0$. Z toho vyplývá $M = -H$; intenzita magnetického pole vniká do materiálu,

který vnější pole kompenzuje. Supravodič se chová jako diamagnetická látka. Velikost magnetické indukce neklesne na nulu skokem, ale existuje jistá hloubka vniku magnetického pole do objemu materiálu. Běžná hloubka vniku je řádově $10^{-7}\ \mathrm{m}$, což je typická tloušťka materiálu, kterou protéká i elektrický proud.

Další vliv na průběh Meissnerova jevu má i topologie vzorku (materiál s dutinami, ...). Podrobněji si ukážeme následující jev na vzorku vodiče tvaru anuloidu. Umístíme-li anuloid do homogenního magnetického pole, jehož siločáry jsou kolmé na rovinu, na níž anuloid leží, za pokojové teploty, budou siločáry „normálně“ pronikat vzorkem (obr. 251a).



Obr. 251

Ochladíme-li vzorek v tomto magnetickém poli pod kritickou teplotu, siločáry magnetického pole budou procházet pouze mimo vzorek (viz obr. 251b). Zrušíme-li nyní vnější magnetické pole, bude se ve vzorku indukovat elektrický proud, který se bude snažit udržet magnetický indukční tok vzorkem

Indukce elektrického proudu je dána časovou

změnou magnetického pole při jeho vypínání. Směr elektrického proudu (a jeho „snaha“ zachovat původní magnetický indukční tok vzorkem) vyplývá z Lenzova zákona.

Povrchem vzorku tedy bude procházet elektrický proud, který přesně zachová původní magnetický indukční tok. Tento proud bude procházet vzorkem velmi dlouho (třeba až několik let); supravodič pracuje v tzv. **persistentním stavu**.

Důvod, proč supravodič může setrvat v tomto stavu velice dlouhou dobu je ten, že supravodič má nulový odpor a tedy neexistuje mechanismus, který by spotřebovával teplo.

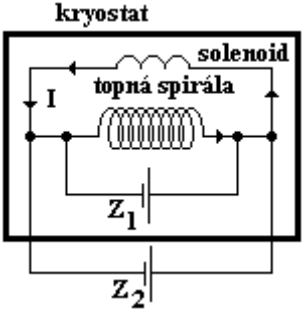
Ohřev vodiče tzv. Jouleovým teplem je dán odporem vodiče. Jako teplo se uvolňuje část vnitřní energie pohybujících se elektronů, které se „prodírají“ mezi kladně nabitými ionty materiálu vodiče.

Zde je také vidět rozdíl mezi supravodičem a ideálním vodičem: ideální vodič má „jen“ nulový odpor, ale „chybí“ Meissnerův jev a není možné ho ochladit pod nějakou teplotu, při níž by vodič přešel na supravodič.

3.15.2.2 | Supravodič jako zdroj elektromagnetického pole

Pomocí supravodivých materiálů je možné používat solenoid jako zdroj elektromagnetického pole bez připojení

ke zdroji napětí. Solenoid z materiálu, který může přejít do supravodivého stavu, zapojíme do obvodu podle obr. 252 a umístíme do kryostatu (přístroj, který je schopen udržovat konstantní nízkou teplotu). Po ochlazení obvodu pod kritickou teplotu připojíme zdroj Z_1. Topnou spirálou začne procházet elektrický proud a spirála bude ohřívat solenoid. Po zahřátí solenoidu nad kritickou teplotu, zapojíme zdroj Z_2, solenoidem začne procházet elektrický proud a bude kolem něj vznikat magnetické pole. Tak je možné (pomocí regulace proudu) vytvořit požadované magnetické pole. Vypnutím zdroje Z_1 klesne teplota pod kritickou teplotu. Poté vypneme zdroj Z_2 a proud se uzavře (viz obr. 252). Solenoid nyní pracuje v persistentním stavu a zdroj Z_2 není již třeba.



Obr. 252

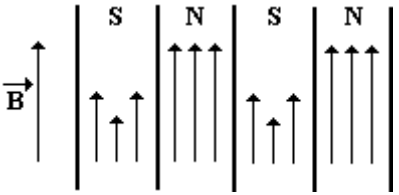
Pokud by se našly supravodiče, jejichž kritická teplota je blízká teplotě pokojové, a pokud by byla jejich výroba levná, bylo by možné tímto způsobem „uchovávat“

elektrickou energii. Přitom tento způsob by byl daleko efektivnější než při uchovávání elektrické energie pomocí kondenzátorů.

3.15.2.3 | Druhy supravodičů

Existují dva druhy supravodičů, které se liší objemovými vlastnostmi:

1. supravodič I. druhu - dochází u nich k Meissnerovu jevu, tj. vložíme-li je do magnetického pole s magnetickou indukcí $\vec{B}$, pak uvnitř supravodivého materiálu je $B = 0$. Jedná se převážně o čisté materiály.
2. supravodič II. druhu - jeho objem je tvořen systémem vlákének - normálních (*N*) a supravodivých (*S*). Jsou to především slitiny, v nichž je umožněn vznik těchto vlákének. Průměr i vzájemná vzdálenost vlákének je řádově $10^{-7}\ \mathrm{m}$ (srovnat s hloubkou vniku u Meissnerova jevu). Díky tomu vnikají magnetické indukční čáry magnetického pole částečně do materiálu (viz obr. 253) a Meissnerův jev není dokonalý. Příčinou je právě srovnatelná vzájemná vzdálenost a průměr vláken.



Obr. 253

3.15.2.4 | Využití supravodičů

Mezi supravodivé materiály patří rtuť, olovo, niob, titan, cín, jejich sloučeniny a slitiny, … Jejich kritické teploty se pohybují několik kelvinů nad absolutní nulou termodynamické teplotní stupnice. Jejich výroba je značně nákladná právě díky velkému chlazení, které je třeba, aby se materiál stal supravodivým.

V roce 1986 se podařilo vyrobit supravodivý materiál, jehož kritická teplota je $35\,\mathrm{K}$ a na jeho objevu se podíleli německý fyzik Johannes Goerg Bednorz (narozen 1950) a švýcarský kolega Karl Alex Müller (narozen 1927), kteří za tento objev získali v roce 1987 Nobelovu cenu. Supravodivý materiál nebyl kov, ale jednalo se o keramický materiál na bázi oxidů mědi, baria a lanthanu. Počátkem roku 1987 byly známy oxidy, které byly supravodivé již od teplot $102\,\mathrm{K}$, takže se daly chladit i kapalným dusíkem. Existují dokonce i materiály, které jsou supravodivé i při pokojové teplotě, ale jsou velice nestabilní a rychle se rozpadají.

Využití supravodičů je rozsáhlé, ale hlavní nevýhodou zatím je jejich nákladná výroba. Až se je podaří vyrábět levně (tj. stabilní materiály budou supravodivé při vyšších teplotách) bude možné je běžně používat.

Např. pro přenos elektrické energie z elektrárny: z elektrárny s výkonem $1000\,\mathrm{MW}$ by bylo možné přenášet napětí $100\,\mathrm{kV}$ jedním supravodivým kabelem o průměru $1\,\mathrm{cm}$ (uvedený výkon odpovídá řádově výkonu jednoho reaktoru v Jaderné elektrárně Temelín).

3.15.2.5 | Podstata supravodivosti

V letech 1956 - 1957 se objevila *BCS* teorie, pojmenovaná podle autorů: amerických fyziků Johna Bardeena (1908 - 1991), Leona Coopera (narozen 1930) a Johna Roberta Schrieffera (narozen 1931); všichni jsou spolunositelé Nobelových cen. Tato teorie se pokusila o vysvětlení podstaty supravodivosti. Při zkoumání supravodičů I. druhu se zjistilo, že supravodivé vlastnosti (kritická teplota) jsou závislé na izotopu daného prvku - tzv. **izotopový jev**. Na první pohled byla tato závislost nepochopitelná, protože izotopy se liší jen počtem neutronů v jádře (a tedy i hmotností), ale počet elektronů, elektronové stavy, ... jsou stejné. To vedlo vědce k myšlence, že vysvětlení jevu nebude závislé jen na elektronech, ale že se na jevu supravodivosti podílí i krystalická mřížka, neboť hmotnost jader ovlivňuje

podstatně její dynamiku. Při snížení teploty pod teplotu kritickou se vlastnosti mřížky už neprojevují, ale přesto ovlivňuje chování elektronů.

Cooper to vysvětluje tak, že při nízkých teplotách dochází k párování elektronů (vznikají tzv. **Cooperovy páry**), přičemž se párují elektrony s opačným spinem. Existuje interakce, která je drží pohromadě i přes odpudivé Coulombovské síly, ale sama vazba není příliš silná. Tento pár (dvou fermionů) se chová navenek jako boson. Existuje-li v daném materiálu Cooperův pár elektronů, je materiál supravodivý. Při teplotě $0\,\mathrm{K}$ vzniká jeden pár na 10^6 elektronů. S rostoucí teplotou klesá počet vytvářejících se párů, až při kritické teplotě T_c neexistuje žádný.

Fermiony jsou částice z nichž se skládá hmota (elektron, proton, neutron, ...), zatímco bosony jsou částice, které přenášejí silové interakce (foton, gluon, ...). Oba druhy částic se liší svými vlastnostmi (spin, hmotnost, ...).

Párování elektronů je dáno vlastnostmi krystalové mřížky - elektrony spolu interagují prostřednictvím mřížky. Letící elektron totiž ovlivňuje kmitání atomů mřížky ve svém okolí. Ostatní elektrony na tuto změnu reagují, přičemž nejcitlivěji reaguje elektron nejbližší danému elektronu, který má opačný spin. Vazbu Cooperových párů elektronů tedy zprostředkovává dynamika mřížky.

Spin elektronu souvisí s jeho magnetickým momentem.

Vložením supravodiče do vnějšího magnetického pole dojde ke stáčení spinu elektronu do směru magnetických indukčních čar vnějšího magnetického pole. Tak se postupně rozpadnou Cooperovy páry a materiál přestane vykazovat supravodivé vlastnosti.

Tato teorie byla velmi dobře potvrzena u supravodičů I. druhu. Vysokoteplotní supravodivost, kde se jedná o materiály komplikované struktury, tímto způsobem není možné vysvětlit. Ověření různých hypotéz a konečný výklad tedy bude ještě nějakou dobu trvat.

3.15.3 | ***Supratekutost

Supratekutost byla poprvé pozorována na izotopu $^4_2\mathrm{He}$, které obsahuje 2 protony, 2 neutrony a 2 elektrony, tedy sudý počet částic. Všechny zmíněné částice patří mezi fermiony, dohromady tvoří ale celek, který nemůže mít poloviční spin. Atom jako celek se tedy chová jako boson.

Pod teplotou $2{,}19\,\mathrm{K}$ se $^4_2\mathrm{He}$ chová jako kapalina s nulovým vnitřním třením.

To se projevuje např. tak, že „šplhá“ po stěně nádoby nahoru, …

Tuto vlastnost si daná kapalina uchovává i při proudění. Proudění ovšem nesmí překročit jistou kritickou rychlost o velikosti $v_c \approx 100\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Po překročení této velikosti rychlosti přechází kapalina zpět do viskózního stavu.

Vysvětlení se opírá o rozdělení částic na fermiony a bosony. Pro bosony neplatí Pauliho vylučovací princip, tj. všechny částice se nacházejí v základním energetickém stavu. Při překročení kritické rychlosti o velikosti v_c částice kolektivně excitují a přecházejí do vyšších energetických hladin - daná kapalina přestává být supratekutá.

4 | OPTIKA

4.1 | ZÁKLADNÍ POJMY

4.1.1 | Optika a její dělení

OPTIKA SE ZABÝVÁ ZKOUMÁNÍM PODSTATY SVĚTLA A ZÁKONITOSTÍ SVĚTELNÝCH JEVŮ, KTERÉ VZNIKAJÍ PŘI ŠÍŘENÍ SVĚTLA A PŘI VZÁJEMNÉM PŮSOBENÍ SVĚTLA A LÁTKY.

Do optiky lze též zahrnout i účinky světelného záření zkoumané v chemii, biologii, lékařství, psychologii, ... Optika patří spolu s mechanikou k nejstarším oborům fyziky. Souvisí to s tím, že člověk získává zrakem více než 80 % informací o světě. Optika umožnila proniknout i do oblastí lidským okem nedostupných.

A to jak do oblasti mikrosvěta pomocí mikroskopu, tak do astronomie a kosmologie pomocí dalekohledů.

Prudký rozvoj optiky přinesl vynález a využití laseru, optika se uplatňuje i v elektronických zařízeních - tzv. optoelektronika.

Základní vlastnosti světla a zákony popisující jeho šíření určují i různý přístup k výkladu světelných jevů a použití různých metod k jejich zkoumání. Podle toho se optika dělí na:

1. optiku paprskovou (geometrickou) - při popisu optického zobrazení zanedbává vlnovou povahu světelného záření. Je založena na principu nezávislosti chodu světelných paprsků, na přímočarém šíření světla v homogenním prostředí a na zákonech odrazu a lomu. Vyšetřuje interakci světla s objekty, které mají výrazně větší rozměry ve srovnání s vlnovou délkou světla.

Světlo tedy považuje za paprsek.

2. optiku vlnovou - zabývá se jevy, které nelze vysvětlit pomocí paprskové optiky, ale je nutné vzít v úvahu vlnovou povahu světla (interference, ohyb, polarizace, ...). Do této části optiky patří jevy, při nichž světlo interaguje s objekty, které mají srovnatelné rozměry s vlnovou délkou světla, tj. řádově stovky nanometrů (štěrbina optické mřížky, štěrbina polarizačního filtru, ...).

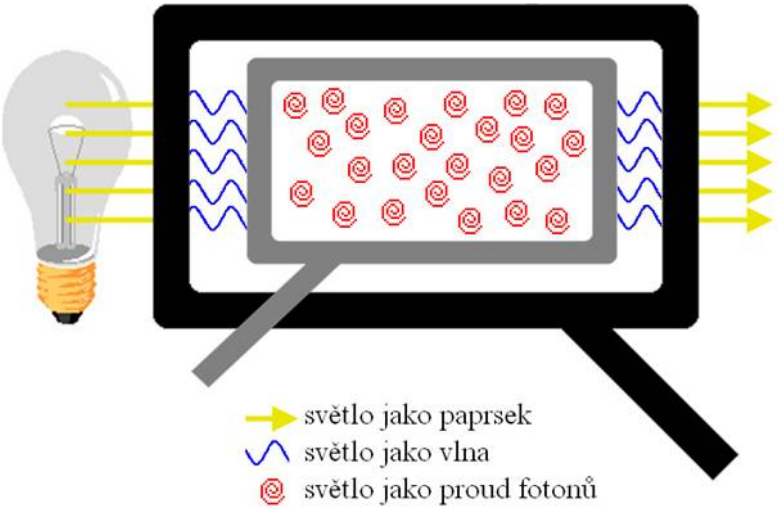
Na rozdíl od paprskové optiky potřebujeme

„detailnější“ pohled na světlo - zkoumáme tedy světlo „z větší blízkosti“, což se projeví tím, že už jsme schopni ve světelném paprsku rozeznat vlnky.

3. optiku kvantovou - zabývá se ději, při nichž se projevuje kvantový charakter světla: světlo se nešíří spojitě, ale jako proud částic - fotonů.

Světlo zkoumáme ještě z větší blízkosti než ve vlnové optice. V původně spojitých světelných vlnách „rozeznáváme“ jednotlivé částice (fotony).

Velmi schematicky je toto dělení znázorněno na obr. 1, na kterém je zobrazeno několik paprsků vystupujících ze žárovky. S použitím první (velké) lupy odhalíme, že paprsky jsou vlastně vlny - jen z velké vzdálenosti nejsou vidět. Další lupou pak odhalíme, že to, co se nám jevilo po prvním přiblížení jako vlny, je proud fotonů.



Obr. 1

V optice se studuje tzv. **optické záření**, což je elektromagnetické vlnění (záření), jehož vlnové délky leží v intervalu $\left(10^{-8};\ 10^{-4}\right)\ \mathrm{m}$. Důvody pro omezení intervalu optického záření jsou tyto:

1. $10^{-4}\ \mathrm{m}$ - po zvětšení vlnové délky začíná být tato vlnová délka srovnatelná s rozměry optických prvků optických soustav. Tyto prvky, které se uplatňují při přenosu záření, poté záření významným způsobem ovlivňují. Jedná se tedy o technickou hranici. Vlny větší než tato mez jsou vlny submilimetrové, milimetrové, radiové, televizní, ...

Optickými prvky, které by takto mohly ovlivnit šíření záření, jsou myšleny objektivy optických přístrojů, odrazná zrcadla, ...

2. $10^{-8}\,\mathrm{m}$ - hranice mikroskopická. Vzdálenosti atomů ($10^{-10}\,\mathrm{m}$) a molekul ($10^{-9}\,\mathrm{m}$) jsou menší než vlnová délka optického záření. Při jejím zmenšení bude její velikost srovnatelná s uvedenými vzdálenostmi a vlnění bude ovlivněno nehomogenitou prostředí. Vlnění s menší vlnovou délkou je rentgenové záření.

Vlnové délky světla viditelného lidským okem leží v intervalu zhruba $(390;\,790)\,\mathrm{nm}$.

V různých publikacích se uváděný interval vlnových délek, na které je citlivé lidské oko, může nepatrně lišit. Důvodem jsou různé podmínky, za kterých bylo příslušné měření prováděno (složení testovací skupiny lidí, jejich stáří, únava, ...).

4.1.2 | Světlo jako elektromagnetické vlnění

Světlo je příčné elektromagnetické vlnění, které ke svému šíření nepotřebuje žádné látkové prostředí (šíří se tedy např. i vakuem). Velikost rychlosti světla ve vakuu je

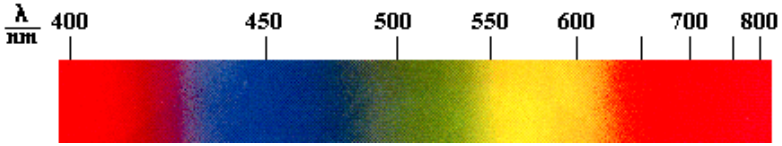
$c = 299792458\,\mathrm{m.s^{-1}} \doteq 3.10^8\,\mathrm{m.s^{-1}}$. Jedná se o maximální možnou rychlost, kterou se může fyzikální objekt pohybovat. V látkovém prostředí je velikost rychlosti světla vždy menší a je ovlivněna nejen prostředím, ale také frekvencí světla.

Stejně jako jiné druhy vlnění, charakterizuje i světlo vlnová délka $\lambda = \frac{c}{f}$, kde *f* je frekvence světla. Jako světlo se označuje elektromagnetického vlnění, na které je citlivý lidský zrakový orgán - oko: Fyziologický vjem zvaný vidění vyvolává elektromagnetické vlnění o vlnových délkách $390\,\mathrm{nm}$ až $790\,\mathrm{nm}$.

Světlo různých frekvencí vyvolává u člověka různý vjem, který charakterizujeme jako **barva světla**. Světelný interval je vymezen fialovou barvou ($\lambda_f = 390\,\mathrm{nm}$) a červenou barvou ($\lambda_č = 790\,\mathrm{nm}$) (viz obr. 2). Toto vymezení je ale orientační, protože je ovlivňováno individuálními vlastnostmi lidského zraku. Navíc nejcitlivější je oko na barvu žlutozelenou ($\lambda = 550\,\mathrm{nm}$). V praxi většinou nevnímáme jednoduché světlo charakterizované určitou frekvencí, ale světlo složené z vlnění různých frekvencí. Účinky jednotlivých složek světla na zrak pak určují výsledný barevný vjem, kterému odpovídá charakteristický odstín barvy. Při určitém poměru barevných složek světla dostáváme světlo bílé.

Skládáním světel různých barev se zabývá **kolorimetrie**, jejíž poznatky jsou důležité např. pro přenos,

záznam a reprodukci signálu barevné televize, ...



Obr. 2

4.1.3 | Šíření světla

Šíření světla je ovlivněno vlastnostmi prostředí, jímž světlo prochází. Mohou nastat tyto případy:

1. průchod světla (téměř) beze změny - čiré prostředí (sklo, voda, ...)
2. absorpce světla - projde jen světlo určitých vlnových délek (barevné filtry, ...)
3. rozptyl (disperze) světla - nepravidelně se mění směr šíření světla (matné prostředí)
4. odraz světla - světlo prostředím neprochází, ale odráží se (zrcadla, ...)

Látky, kterými světlo prochází, označujeme jako **optické prostředí**. To může být:

1. průhledné - prostředí, v němž nedochází k rozptylu světla; mohou být čirá (sklo, voda, ...) nebo barevná (potom propouští jen světlo některých vlnových délek)

Tímto prostředím je tedy vidět.

2. průsvitné - světlo se prostředím šíří, ale zčásti se rozptyluje (mléčné sklo, voda s mlékem, ...)

Toto prostředí lze „prosvítit“.

3. neprůhledné - světlo se v něm silně pohlcuje nebo se na povrchu odráží

Z hlediska optických vlastností může být optické prostředí:

1. opticky homogenní (stejnorodé) - optické prostředí, které má v celém svém objemu stejné optické vlastnosti
2. opticky izotropní - optické prostředí, jehož vlastnosti jsou nezávislé na směru

Jinými slovy: ve všech směrech má toto prostředí stejné vlastnosti - např. sklo, voda, ...

3. opticky anizotropní - optické prostředí, jehož vlastnosti závisí na směru šíření světla

Takové prostředí má tedy v různých směrech různé vlastnosti - např. některé typy krystalů.

Ze zdroje světla v opticky homogenním prostředí se šíří světlo všemi směry stejně (platí totiž Huygensův princip). Pro zjednodušení se zavádí tzv. **bodový zdroj světla**.

BODOVÝ ZDROJ SVĚTLA JE ZDROJ SVĚTLA, JEHOŽ ROZMĚRY JSOU ZANEDBATELNÉ VŮČI OKOLÍ (VŮČI VZTAŽNÉ SOUSTAVĚ); JEHO VLNOPLOCHY

MAJÍ TVAR SOUSTŘEDNÝCH KOULÍ.

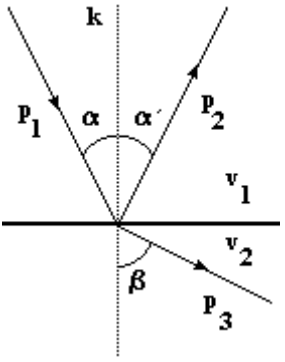
Jedná se tedy vlastně o hmotný bod, který je zdrojem světla.

Ve velké vzdálenosti od bodového zdroje je možné považovat části kulové vlnoplochy za **rovinné vlnoplochy**. Směr šíření světla v homogenním optickém prostředí udávají přímky kolmé na vlnoplochu - **paprsky**. V homogenním prostředí se světlo šíří přímočaře.

Skutečné zdroje světla není možné považovat za bodové zdroje, neboť světlo vychází současně z mnoha bodů (vlákno žárovky, plamen svíčky, ...). Šíření světla si zjednodušeně představíme tak, že z každého bodu vycházejí paprsky, které se navzájem protínají. Přitom se ale vzájemně neovlivňují a postupují prostředím nezávisle jeden na druhém. Tento poznatek se nazývá **princip nezávislosti chodu světelných paprsků**.

4.1.4 | Odraz a lom světla

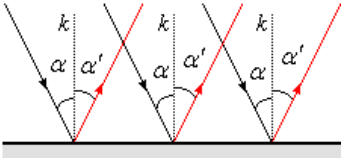
Odraz světla a lom světla se řídí stejnými zákony, jaké byly odvozeny pro mechanické vlnění pomocí Huygensova principu. Dopadá-li světelný paprsek na rozhraní dvou prostředí s odlišnými optickými vlastnostmi, pak se světlo na rozhraní částečně odráží a částečně láme do druhého prostředí. Nastává odraz a lom světla (viz obr. 3).



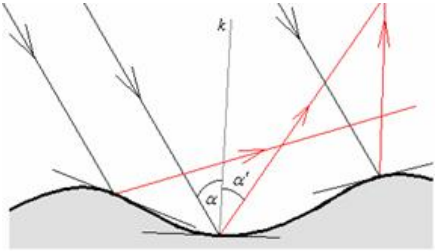
Obr. 3

4.1.4.1 | Odraz světla

Světelný paprsek dopadá na rozhraní dvou optických prostředí pod **úhlem dopadu** α, který paprsek svírá s **kolmicí dopadu** *k* vztyčenou v místě dopadu na rozhraní optických prostředích (viz obr. 4). V případě, že rozhraní není rovinné, uvažujeme kolmici na tečnou rovinu zakřivené plochy v místě dopadu světelného paprsku (viz obr. 6). Dopadající paprsek a kolmice dopadu tvoří rovinu - **rovinu dopadu**. Odražený paprsek svírá s kolmicí dopadu **úhel odrazu** α'. Vztah mezi úhlem dopadu a úhlem odrazu popisuje **zákon odrazu**:



Obr. 5



Obr. 6

VELIKOST ÚHLU ODRAZU SE ROVNÁ VELIKOSTI ÚHLU DOPADU, TEDY $\alpha = \alpha'$. ODRAŽENÝ PAPRSEK LEŽÍ V ROVINĚ DOPADU.

Úhel dopadu jakožto úhel mezi dopadajícím paprskem a kolmicí dopadu byl zvolen úmluvou. Fyzikálně naprosto ekvivalentní popis bychom dostali, kdybychom zvolili úhel dopadu jako úhel mezi dopadajícím paprskem a rozhraním uvažovaných optických prostředí. Zákon odrazu by platil stále. Jen by se musel modifikovat zákon lomu.

Analogicky to platí pro úhel odrazu a úhel lomu.

Úhel odrazu nezávisí na frekvenci dopadajícího světla, proto se paprsky světla různých barev (frekvencí) odrážejí stejně.

Dopadá-li rovnoběžný svazek paprsků na rovinné rozhraní dvou optických prostředí, zůstávají paprsky po odrazu navzájem rovnoběžné (viz obr. 5). Po odrazu rovnoběžného svazku paprsků od rozhraní, které není rovinné, se svazek mění na rozbíhavý (viz obr. 6).

4.1.4.2 | Lom (refrakce) světla

Pro směr lomeného paprsku byl v učivu o mechanickém vlnění odvozen vztah $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{v_1}{v_2}$, kde β je úhel lomu (tj. úhel, který svírá lomený paprsek s kolmicí dopadu *k* - viz obr. 7). Podíl velikostí rychlostí světla v_1 a v_2 v obou prostředích je pro daná prostředí konstantní a vyjadřuje důležitou fyzikální veličinu: **index lomu** *n* pro dané rozhraní dvou prostředí. Je-li prvním prostředím vakuum, je $v_1=c$. Označíme-li $v_2=v$, dostaneme index lomu ve tvaru $n=\frac{c}{v}$, který se někdy také nazývá **absolutní index lomu**. Pro jeho hodnotu platí $n\geq 1$, přičemž $n=1$ nastává právě pro vakuum (resp. vzduch).

V dalším textu se používá termín *index lomu*, ačkoliv by se správně měl používat termín *absolutní index lomu*. Absolutní index lomu je totiž vztažen k vakuu: udává, kolikrát je velikost rychlosti světla v daném prostředí menší než velikost rychlosti světla ve vakuu.

Index lomu (též relativní index lomu) pak udává poměr velikostí rychlostí světla ve dvou uvažovaných optických prostředí.

Absolutní index lomu lze tedy snáze uvést ve fyzikálních tabulkách - stačí výčet prostředí a k nim přiřadit hodnotu absolutního indexu lomu. U relativního indexu lomu by bylo nutné uvádět různé kombinace prostředí (voda - sklo, voda - plexisklo, voda - olej, ...; sklo - plexisklo, sklo - olej, sklo - voda, ...; ...).

Šíří-li se světlo z optického prostředí s indexem lomu n_1, v němž má velikost rychlosti v_1, do prostředí s indexem lomu n_2, kde má velikost rychlosti v_2, platí: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{n_1} : \frac{c}{n_2} = \frac{n_2}{n_1}$. Nyní je možné vyjádřit **Snellův zákon lomu** ve tvaru:

POMĚR SINU ÚHLU DOPADU A SINU ÚHLU LOMU SVĚTLENÉHO PAPRSKU JE ROVEN PŘEVRÁCENÉMU POMĚRU INDEXŮ LOMU DANÝCH OPTICKÝCH PROSTŘEDÍ, TJ. $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$.

Zákon je pojmenován podle holandského fyzika W. Snella (1591 - 1626), který jej objevil.

Index lomu je závislý na barvě (frekvenci) světla, proto se světlo různých barev láme jinak; tohoto jevu se využívá např. v optických hranolech.

Při porovnávání dvou optických prostředí o různém indexu lomu rozlišujeme:

1. prostředí opticky řidší - prostředí s menším indexem lomu
2. prostředí opticky hustší - prostředí s větším

indexem lomu

Už z druhého stupně přídavného jména *řidší* a *hustší* vyplývá, že je nutné vždy uvádět dvě optická prostředí, chceme-li vyjádřit, že některé je řidší resp. hustší. Tak např. voda je opticky hustší než vakuum (má ve srovnání s vakuum větší index lomu), ale je opticky řidší než většina běžných skel (tj. voda má menší index lomu než běžná skla).

Podle zákona lomu nastává:

1. při přechodu světla z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího lom světla ke kolmici ($\beta < \alpha$)
2. při přechodu světla z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího lom světla od kolmice ($\beta > \alpha$)

Lom ke kolmici a od kolmice v závislosti na optické hustotě obou prostředí lze přiblížit pomocí analogie s vojskem, které pochoduje po suchém poli a poté plynule přejde pod určitým úhlem na rozbahněné pole (resp. opačně). Jinou vhodnou analogií může být jízda autíčka po hladkém stole a následné najetí autíčka na shrnutý ubrus.

V obou případech při pohledu shora na vojsko resp. autíčko uvidíme změnu směru trajektorie. Při přechodu na rozbahněné pole (resp. na ubrus) dojde k lomu ke kolmici - velikost rychlosti pohybu se zmenší. Při přechodu v opačném směru bude pohybující se objekt

modelovat lom od kolmice.

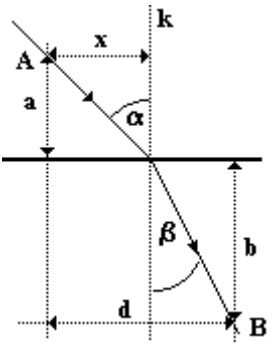
Při odrazu a lomu světla platí, že dopadající a odražený (resp. dopadající a lomený) paprsek lze vzájemně zaměnit. Tento poznatek o **záměnnosti chodu paprsků** neplatí jen pro odraz a lom, ale je obecným zákonem paprskové optiky.

Tento poznatek se využívá při sledování paprsku, který je odrážen (resp. vyzařován) nějakým předmětem (např. vyšetřování zdánlivé hloubky vody v bazénu).

4.1.4.3 | ***Fermatův princip nejmenšího času

Zákon lomu světla lze odvodit také pomocí Fermatova principu nejmenšího času, jehož autorem je francouzský právník a matematik Pierre de Fermat (1601 - 1665). Tento princip vychází z předpokladu, že světelný paprsek procházející bodem *A* v jednom optickém prostředí a bodem *B* v druhém prostředí, urazí vzdálenost *AB* za minimální možný čas. Podle obr. 8 lze pro dráhu v prvním prostředí psát $s_1 = \sqrt{a^2 + x^2}$ a pro dráhu ve druhém prostředí pak $s_2 = \sqrt{b^2 + (d - x)^2}$. Čas potřebný k překonání vzdálenosti bodů *A* a *B* je pak roven $t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}}{v_2}$, kde v_1 je velikost

rychlosti světla v prvním prostředí a v_2 pak velikost rychlosti světla ve druhém prostředí.



Obr. 8

Nyní hledáme minimum funkce $t(x)$ - použijeme tedy diferenciálního počtu. Funkci $t(x)$ derivujeme podle proměnné x: $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_1}\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{1}{v_2}\frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}$. Vzhledem k tomu, že nás zajímá extrém funkce $t(x)$, bude v bodě, ve kterém $\frac{dt}{dx} = 0$, tj. $\frac{1}{v_1}\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{1}{v_2}\frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}} = 0$. Podle obr. 8 je $\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$ a $\sin\beta = \frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}$, lze tedy psát $\frac{\sin\alpha}{v_1} - \frac{\sin\beta}{v_2} = 0$. Odtud již dostáváme $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$, což je Snellův zákon lomu.

Pro zcela korektní matematické řešení by bylo nutné ověřit, že jsme skutečně nalezli minimální čas, za který urazí světelný paprsek vzdálenost mezi body *A* a *B*. Ve skutečnosti jsme tento čas ale nehledali - zjistili jsme, že požadavek minimálního času je ekvivalentní Snellovu zákonu lomu. Tím jsme převedli hledání minimálního času (resp. hledání vzdálenosti *x*, která určuje bod dopadu světelného paprsku vyzářeného z bodu *A* na rozhraní uvažovaných optických prostředí) na hledání úhlu α .

A platnost Snellova zákona lomu byla dokázána fyzikálně - matematickým odvozením v odstavci věnovanému lomu mechanického vlnění.

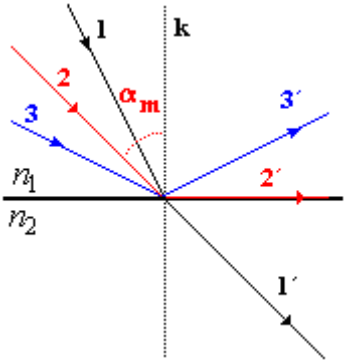
4.1.5 | Úplný odraz světla

Uvažujme průchod světla z prostředí opticky hustšího (index lomu n_1) do prostředí opticky řidšího (index lomu n_2). S rostoucím úhlem dopadu se zvětšuje i úhel lomu (jedná se o lom od kolmice - viz obr. 9) a při určitém, tzv. **mezním úhlu dopadu** α_m bude $\beta = 90°$. To je maximální úhel, při němž ještě nastává lom světla. Při větších úhlech dopadu ($\alpha > \alpha_m$) lom světla nenastává a světlo se jen odráží. Nastává **úplný (totální) odraz**.

Ačkoliv to zní možná zvláštně, tak totální odraz světla je speciálním případem lomu světla.

Snellův zákon lomu lze pro úplný odraz zapsat ve tvaru: $\frac{\sin\alpha_m}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1}$. Vzhledem k tomu, že $\sin 90° = 1$, lze psát $\sin\alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$. Na základě tohoto vztahu (tedy měřením mezního úhlu) lze určit index lomu látky, kterou světlo prochází. Na tomto principu jsou založeny *refraktometry* - přístroje pro měření indexu lomu.

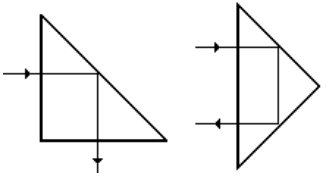
Úplný odraz se používá ke konstrukci odrazných hranolů, které v mnoha optických přístrojích slouží ke změně chodu paprsků. Na rozhraní sklo - vzduch je mezní úhel $\alpha_m = 42°$, takže při úhlu dopadu $45°$ nastává již totální odraz (obr. 10).



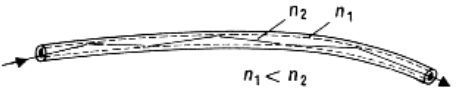
Obr. 9

Na úplném odrazu světla jsou založeny také vláknové vlnovody, které se využívají v optoelektronice a ve

sdělovací technice. Základem vláknového vlnovodu je skleněné vlákno, jehož střední část má větší index lomu než obvodová vrstva (obr. 11). Světelný paprsek se na obvodové vrstvě úplně odráží a světlo se šíří po trajektorii dané tvarem vlákna.



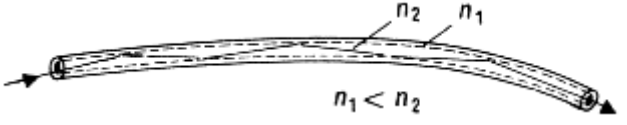
Obr. 10



Obr. 11

4.1.5.1 | Optická vlákna

Na úplném odrazu světla jsou založeny také optická vlákna a vláknové vlnovody, které se využívají v optoelektronice a ve sdělovací technice. Základem vláknového vlnovodu je skleněné vlákno, jehož střední část má větší index lomu než obvodová vrstva (obr. 12). Světelný paprsek se na obvodové vrstvě úplně odráží a světlo se šíří po trajektorii dané tvarem vlákna.



Obr. 12

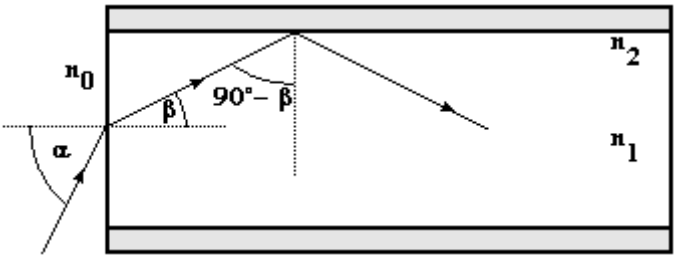
Důležitou charakteristikou optického vlákna je tzv. **numerická apertura** optického vlákna. Jedná se o maximální úhel, pod jakým mohou světelné paprsky do optického vlákna dopadat tak, aby se jím mohly šířit. Index lomu jádra optického vlákna je přitom n_1, index lomu pláště vlákna je n_2 a index lomu okolního prostředí je n_0.

Situace je zakreslená na obr. 13. Světelný paprsek dopadá na optické vlákno pod úhlem α (úhel mezi dopadajícím paprskem a kolmicí dopadu) a láme se do jádra vlákna pod úhlem β. Přechod světelného paprsku z vnějšího prostředí do jádra vlákna je popsán Snellovým zákonem lomu ve tvaru $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_1}{n_0}$. Na plášť vlákna dopadá paprsek pod úhlem $90°-\beta$.

Hodnota úhlu dopadu, pod kterým dopadá paprsek světla na plášť vlákna, vyplývá ze součtu úhlů v trojúhelníku - zde dokonce v pravoúhlém. Kolmice dopadu pláště i jádra vlákna se protínají pod pravým úhlem (to je dáno tím, že jsme optické vlákno nahradili válcem) a spolu s paprskem, který dopadá na plášť vlákna, tvoří pravoúhlý trojúhelník. Pro jeho vnitřní úhly platí: $\beta+(90°-\beta)+90°=180°$, což je v pořádku.

Na plášti musí dojít k úplnému odrazu světla, aby se světlo mohlo šířit bez výraznějších ztrát dál vláknem. Proto lze tento úhel chápat jako mezní úhel dopadu a psát: $\sin(90°-\beta)=\frac{n_2}{n_1}$. S využitím vlastností goniometrických

funkcí dostáváme $\cos\beta = \frac{n_2}{n_1}$.



Obr. 13

Dále lze na základě vztahu mezi funkcemi sinus a kosinus téhož argumentu psát $\sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{n_2}{n_1}$, z čehož po úpravě postupně dostaneme

$$\sin\beta = \sqrt{1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{\frac{n_1^2-n_2^2}{n_1^2}} = \frac{1}{n_1}\sqrt{n_1^2-n_2^2}\ .$$

Správně bychom měli psát $|\sin\beta| = \frac{1}{n_1}\sqrt{n_1^2-n_2^2}$, ale z fyzikálního hlediska se zajímáme pouze o úhly z intervalu $\langle 0; 90° \rangle$. Na tomto intervalu jsou funkce sinus i kosinus nezáporné, a proto není nutné absolutní hodnotu psát.

Po dosazení do Snellova zákona lomu dostáváme

$\frac{\sin\alpha}{\frac{1}{n_1}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} = \frac{n_1}{n_0}$ a tedy $\sin\alpha = \frac{1}{n_0}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

Je-li úhel $90° - \beta$ mezním úhlem pro přechod světelného paprsku z prostředí jádra optického vlákna do jeho pláště, pak úplný odraz paprsku nastane pro úhly větší než je tento mezní úhel. Pokud se má ovšem úhel $90° - \beta$ zvětšovat, musí se úhel β zmenšovat. To znamená, že se zmenšuje i jeho sinus.

Pro úhly z intervalu $\langle 0; 90° \rangle$, které mají v této situaci fyzikální smysl, je totiž funkce sinus rostoucí.

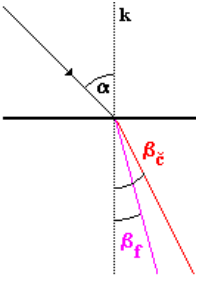
Vzhledem k tomu, že $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_1}{n_0} = \text{konst.}$, musí se i sinus úhlu α zmenšovat. Proto se zmenšuje i samotný úhel α. Takže vztah $\sin\alpha = \frac{1}{n_0}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ platí pro maximální úhel, pod kterým mohou paprsky do optického vlákna dopadat.

Paprsky tedy mohou dopadat na optické vlákno pod maximálním úhlem α, pro který platí $\sin\alpha = \frac{1}{n_0}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

4.1.6 | Disperze (rozklad) světla

Dopadá-li na optické rozhraní dvou prostředí bílé světlo, lomené světlo již není bílé, ale jeho okraje jsou

zbarvené (jeden červeně, druhý fialově - viz obr. 14, na kterém je zobrazen přechod z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího). Bílé světlo se tedy při lomu rozkládá na barevné složky. Tento jev se nazývá **disperze** a je důsledkem závislosti velikosti rychlosti světla na jeho frekvenci (resp. na vlnové délce). **Velikost rychlosti světla se zpravidla s rostoucí frekvencí zmenšuje** a nastává tzv. **normální disperze**.



Obr. 14



Obr. 15

Vzhledem k tomu, že platí $n = \frac{c}{v}$, projevuje se disperze světla různými hodnotami indexu lomu optického prostředí pro světla různých frekvencí: **Index lomu optického prostředí se při normální disperzi s rostoucí frekvencí zvětšuje.** Schématicky je normální disperze znázorněna na obr. 15.

Disperzi objevil experimentálně se skleněným

hranolem britský fyzik Isaac Newton (1643 - 1727).

Světelné vlnění určité frekvence se nazývá **monofrekvenční**. Vzhledem k tomu, že mu odpovídá jistá barva, používá se i starší termín monochromatické světlo. Vlivem disperze světla se paprsky monofrekvenčního světla různých barev lámou pod různými úhly lomu. Nejvíce se láme paprsek fialového světla, nejméně pak paprsek světla červeného. Disperze svědčí o tom, že **bílé světlo je složeno z jednoduchých (barevných) světel**, které již dále nelze rozložit. Každému monofrekvenčnímu světlu odpovídá určitá barva.

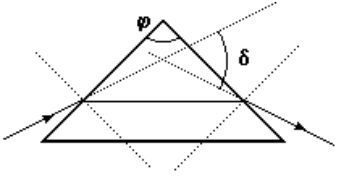
Monofrekvenční světlo je jen idealizace, v praxi neexistuje. Skutečné světlo představuje různě široký interval vlnových délek, který je ovlivněn vlastnostmi zdroje světla a dodatečnou úpravou světla (např. barevnými filtry, ...). Nejvíce se monofrekvenčnímu světlu blíží světlo z laseru.

4.1.6.1 | Optické hranoly

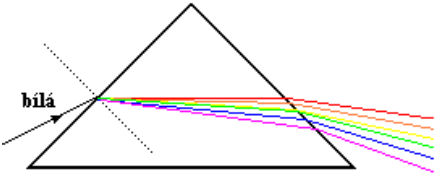
Po jednom lomu není rozklad světla příliš patrný, protože paprsky fialového a červeného světla svírají velmi malý úhel (řádově desetiny stupně). Proto se pro rozklad bílého světla používá vícenásobný lom na několika optických rozhraních. Nejčastěji se používá **optický**

hranol vyrobený ze skla, které vykazuje značnou disperzi světla. Hladké rovinné plochy hranolu (tzv. lámavé plochy), na nichž dochází k lomu světla, svírají navzájem **lámavý úhel** φ (viz obr. 17). Paprsky dopadajícího a dvakrát lomeného světla jsou odchýleny o úhel δ, který se nazývá **deviace**.

Na lámavých plochách optického hranolu se světlo láme dvakrát, a proto je odchylka barevných složek bílého světla od původního směru větší než při lomu na jednom rozhraní. Vymezíme-li úzkou štěrbinou svazek paprsků bílého světla, zobrazí se štěrbina na stínítku jako řada na sebe navazujících barevných proužků, kterou nazýváme **hranolové spektrum** (viz obr. 18).



Obr. 17



Obr. 18

Bílé denní světlo se hranolem rozloží na spektrum, v němž jsou zastoupeny všechny barvy odpovídající paprskům monofrekvenčího světla v posloupnosti: červená, oranžová, žlutá, zelená, modrá, fialová. Od červené barvy k fialové roste frekvence světla a tím i index lomu. Barvy nejsou rozloženy ve spektru rovnoměrně (viz obr. 16).

Při průchodu světla rozhraním dvou optických

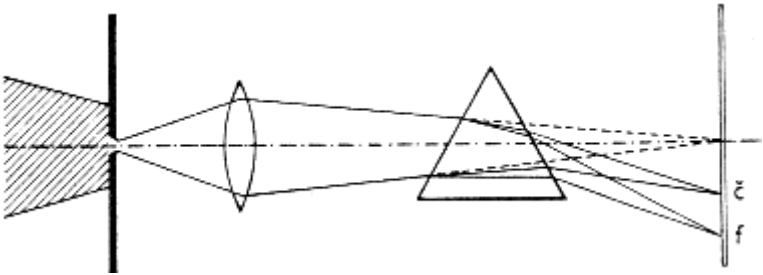
prostředí se nemění frekvence světla, mění se ale jeho velikost rychlosti. Platí: $f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{v}{\lambda}$, kde λ_0 je vlnová délka daného světla ve vakuu (resp. ve vzduchu) a λ je vlnová délka světla v daném prostředí s indexem lomu *n*. Pro index lomu přitom platí $n = \frac{c}{v}$. Po dosazení dostaneme $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$, odkud $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$: V optickém prostředí s indexem lomu *n* je vlnová délka světla *n*-krát menší než ve vakuu.

Tato skutečnost je nesmírně důležitá pro interferenci světla na tenké vrstvě.

4.1.6.2 | Využití disperze světla

Rozkladu světla se využívá při konstrukci hranolového spektroskopu (viz obr. 19), což je přístroj pro studium složení světla. Jedná se o základní přístroj užívaný při spektrální analýze.

Světlo ze zdroje se přivádí na kolimátor, z něhož vychází směrem k hranolu svazek rovnoběžných světelných paprsků (nejjednodušším kolimátorem je optická soustava tvořená štěrbinou umístěnou v ohnisku spojné čočky). V optickém hranolu se světlo rozkládá a paprsky světla různých barev (frekvencí) se odchylují do různých směrů.



Obr. 19

Podle způsobu registrace spektra se rozlišuje:

1. spektroskop - spektrum se pozoruje okem pomocí dalekohledu
2. spektrograf - spektrum je zaznamenáváno na fotografickou desku nebo na záznamové zařízení

Moderní přístroje zaznamenávají spektrum fotoelektricky a získané údaje jsou zpracovány pomocí počítače.

4.1.7 | ***Jevy spojené s odrazem, lomem nebo disperzí světla

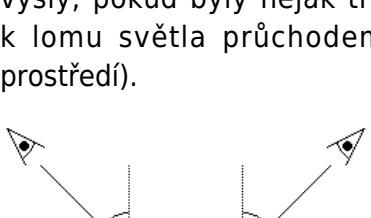
V běžném životě se setkáváme s jevy, které lze vysvětlit na základě odrazu, lomu nebo disperze světla. V tomto odstavci uvedeme jen některé z nich, s nimiž se můžeme potkat v běžném životě.

4.1.7.1 | Zdánlivá hloubka předmětu

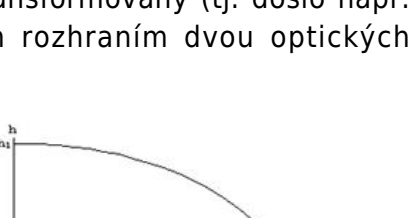
S lomem světla v kapalině o indexu lomu *n* souvisí fakt, že hloubka předmětu ponořeného v dané kapalině se nám zdá být menší, než ve skutečnosti je.

Zdánlivá poloha ryby pro rybáře, zdánlivá hloubka čirého jezírka, ...

Do našeho oka dopadají paprsky světla odražené od daného předmětu. Díky tomu, že máme dvě oči, jsme schopni vnímat polohu bodu, z něhož paprsky vyšly, v prostoru. Oko ale není schopno rozpoznat, odkud paprsky vyšly, pokud byly nějak transformovány (tj. došlo např. k lomu světla průchodem rozhraním dvou optických prostředí).



Obr. 20



Obr. 21

Na obr. 20 je znázorněn předmět v hloubce *d* pod volnou hladinou kapaliny v nádobě. Oči tento předmět vnímají v hloubce *h*. Vztah mezi skutečnou hloubkou *d*

a zdánlivou *h* nyní odvodíme. Podle obr. 20 platí: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{x}{h}$ a $\mathrm{tg}\beta = \frac{x}{d}$. Proto je možné vyjádřit z obou vztahů *x* a psát: $h\,\mathrm{tg}\alpha = d\,\mathrm{tg}\beta$. Odtud je možné vyjádřit hloubku *h*: $h = d\frac{\mathrm{tg}\beta}{\mathrm{tg}\alpha}$. S využitím definice funkce tangens lze psát $h = d\frac{\sin\beta}{\cos\beta}.\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$. Podle Snellova zákona lomu platí (pozorujeme-li předmět ze vzduchu s indexem lomu n_0) $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n}{n_0}$, čehož využijeme dále: $h = d\frac{n_0}{n}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$. S využitím vztahu mezi goniometrickými funkcemi sinus a kosinu téhož argumentu, lze upravovat vztah dále $h = d\frac{n_0}{n}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = d\frac{n_0}{n}\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}$. Použijeme-li znovu Snellův zákon lomu, lze dále psát:

$$h = d\frac{n_0}{n}\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\beta}} = d\frac{n_0}{n}\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\frac{n_0^2\sin^2\alpha}{n^2}}} = d\frac{n_0\cos\alpha}{\sqrt{n^2-n_0^2\sin^2\alpha}}.$$

<u>Poznámka:</u> Úhly na obr. 20 jsou přehnané kvůli názornosti a čitelnosti obrázku. Ve skutečnosti nejsou tak velké.

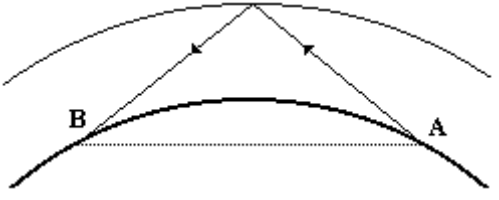
Graf závislosti zdánlivé hloubky *h* na úhlu α, pod kterým se na hladinu vody díváme, je zobrazen na obr. 21. Z něj je také vidět, že v největší hloubce h_1 budeme předmět vidět při úhlu pohledu $0°$, tj. při pohledu kolmo k hladině vody. Přitom bude platit

$h_1 = d\frac{n_0 \cos 0°}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 0°}} = d\frac{n_0}{n}$. Se zvětšováním úhlu pohledu α zdánlivá hloubka předmětu klesá.

4.1.7.2 | Fata morgana

Fata morgana je optický jev, k němuž dochází zejména v poušti. Vzniká v důsledku nerovnoměrného ohřevu vzduchu nad zemí. Tak se vytvoří vrstvy vzduchu o různé teplotě, ale také různém indexu lomu *n*. Na rozhraní těchto vrstev pak může docházet i k totálnímu odrazu světla (viz obr. 22). Vrstva se pak chová jako zrcadlo. Vzhledem k tomu, že se vrstvy vzduchu vytvářejí kolem povrchu kulaté Země, mají vlastnosti dutého zrcadla. Proto může docházet i k deformaci vzniklého obrazu (zvětšení, obrácení, ...).

Vzpomeňme na různé cestopisy nebo dobrodružnou literaturu, v níž jsou popisovány někdy až hrůzostrašné příběhy, v nichž se náhle nad pouští objeví zjevení. Ve skutečnosti jde o vznik faty morgany.



Obr. 22

V našich zeměpisných šířkách se můžeme spíše setkat s jevem „mokré silnice“, což je jev naprosto analogický jako fata morgana s tím rozdílem, že zde dochází k tzv. **spodnímu zrcadlení**, zatímco u faty morgany se jedná o **vrchní zrcadlení**.

S jevem „mokré silnice“ se můžeme setkat v létě při jízdě autem. Při pohledu na silnici v dálce se nám zdá, že je mokrá; když k místu dojedeme, je silnice dokonale suchá. Příčinou byl právě totální odraz obrazu oblohy od vrstev vzduchu nestejnoměrně ohřátých od horké vozovky.

4.1.7.3 | Modrá barva oblohy

Modrá barva denní oblohy je dána zemskou atmosférou. Kdyby Země neměla atmosféru, byla by obloha černá. Barva denní oblohy vzniká rozptylem slunečního světla. Rozptyl nenastává na molekulách vzduchu, ale na jejich skupinách, které vznikají díky neuspořádanému chaotickému pohybu molekul. Nejvíce se rozptyluje fialová a modrá. Na fialovou barvu ale není lidské oko příliš citlivé, takže oblohu vidíme modrou, i když je přítomna i zelená.

Toho využívají i malíři, kteří přidávají při malbě oblohy do modré zelenou, chtějí-li „trefit“ tu správnou

barvu.

Bělavé zabarvení oblohy vzniká na větších částicích (drobný prach, vodní kapénky, ledové krystalky, částice smogu a kouře, ...). Obloha tedy má typický blankytný odstín, který je temnější ve vyšší nadmořské výšce, protože je zde méně nečistot v atmosféře.

Na prachu a vodních kapičkách se rozptyluje téměř stejně světlo všech barev, proto je barva takové oblohy bílá (oblaka tvořená vodními kapičkami jsou bílá až šedá, barva zatažené oblohy, ...).

Večer a ráno, kdy sluneční paprsky procházejí atmosférou šikmo a jejich dráha v atmosféře je dlouhá, se výrazněji rozptyluje i světlo žluté, červené a oranžové. To je důvod proč se Slunce jeví ráno (resp. večer) oranžové nebo červené - světlo ostatních barev je totiž cestou atmosférou rozptýleno mimo směr, odkud Slunce pozorujeme.

4.1.7.4 | Duha

Duha patří mezi optické úkazy, které vznikají v atmosféře Země rozkladem slunečního světla na kapičkách vody. Opticky je to jev velmi složitý, přesto ho lze stručně (a správně) vysvětlit na základě průchodu světla vodní kapkou. Vodní kapka má, navzdory vžité představě, kulový tvar, což je dáno povrchovým napětím vody a minimem povrchové energie.

Tento tvar mají zejména malé kapky. Větší kapky jsou výrazněji deformované vlastní tíhovou silou, takže se od kulového tvaru odlišují.

Světlo přicházející od Slunce vstupuje do vodní kapky (tedy do opticky hustšího prostředí než je vzduch), přičemž se láme a nastává jeho rozklad na barevné spektrum. Na vnitřní stěně kapky pak nastává totální odraz a světlo pak vystupuje ven. Každá kapka tedy funguje vlastně jako optický hranol.

Podle počtu odrazů rozlišujeme:

1. hlavní (primární) duhu - v kapce dochází k jednomu totálnímu odrazu (viz obr. 23). Fialové světlo vychází z kapky pod ostřejším úhlem než světlo červené, přesto se však červená barva objevuje nahoře. Je to způsobeno tím, že červené světlo, které vnímáme naším okem, přichází z kapiček, které „jsou výše“. Duha má tvar kružnice se středem v protislunci, tj. v bodě, který se nachází proti Slunci. My z ní vidíme vždy jen část (celou lze spatřit na kapkách rozprašovače stojíme-li zády ke Slunci, nebo vysoko v horách při pohledu do údolí, kde prší). Úhlový poloměr červené barvy je $\alpha_č = 42° 22'$ (tj. kapičky vzdálené od protislunce o tento úhel se nám tedy jeví

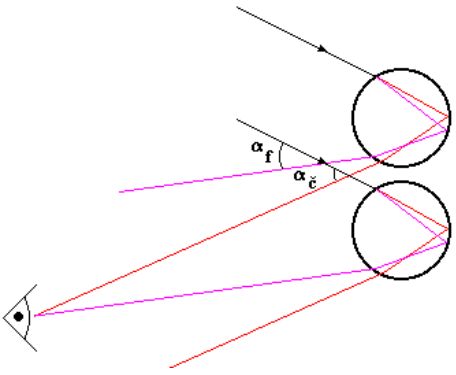
červeně), úhlový poloměr fialové barvy pak $\alpha_f = 40° 36'$.

2. sekundární duhu - v kapce dochází ke dvěma totálním odrazům světla (viz obr. 24). Důvod, proč vidíme v sekundární duze „nahoře“ fialovou a „dole“ červenou, je analogický jako u duhy primární. Liší se pouze úhlové poloměry barevných kružnic, které jsou asi $53°$. Navíc je sekundární duha méně intenzivní; paprsky totiž urazily ve vodní kapce delší dráhu.

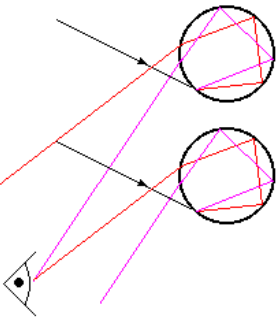
Většina paprsků vychází z kapky právě pod uvedenými úhly a proto mohou vytvořit na obloze duhu. Kdyby nebylo dalších odrazů, byl by pás mezi primární a sekundární duhou tmavý.

Na velkými vodními plochami může být vidět velmi málo intenzivní duha, která vzniká od světla Slunce odraženého od hladiny této vodní plochy. Její střed je vždy nad obzorem.

Jak bylo uvedeno výše, duha je opticky poměrně komplikovaný jev: duhové světlo je polarizované, kolem duhy vznikají interferenční proužky, ...



Obr. 23



Obr. 24

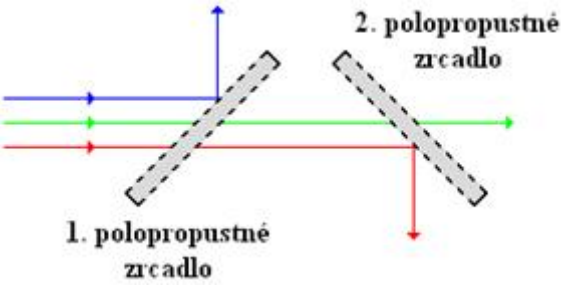
4.1.7.5 | Barvodělící soustavy

Na základě odrazu světla a lomu světla lze rozdělit světlo dopadající na snímací senzory každého zařízení zpracovávající obraz (televizní kamery, filmové kamery, CCD panely, ...) na tři základní složkové signály odpovídající RGB modelu. Tyto tři signály se pak zpracovávají v daných zařízeních odděleně.

V případě televizní techniky je důležité, abychom zvolili takové barvodělící soustavy, které budou odpovídat televiznímu RGB modelu.

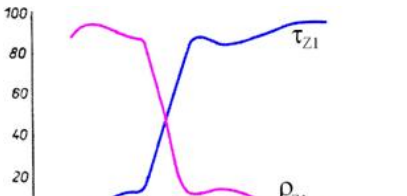
Nejjednodušší provedení tzv. barvodělící soustavy, která rozdělení signálu na tři složkové signály provádí, je zobrazeno na obr. 25. Soustava se skládá ze dvou

polopropustných zrcadel (dichroických zrcadel), která postupně oddělují z přicházejícího světla okrajové části spektra. Oddělují tedy světlo červené barvy a světlo modré barvy. Střední část spektra (odpovídající zelenému světlu) oběma zrcadly prochází.

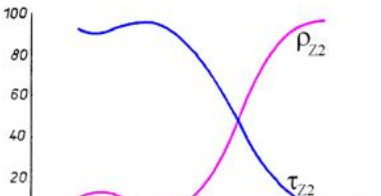


Obr. 25

Polopropustné vrstvy použité v barvodělící soustavě musí pro zajištění věrné reprodukce barev rozdělovat procházející světlo v souladu s televizním RGB modelem. Proto musí být na jejich výrobu voleny takové materiály, jejichž propustnost (transparence) τ a odraznost (reflektance) ρ odpovídají požadovanému barevnému rozdělení (resp. požadovaným trichromatickým činitelům). Průběh těchto dvou veličin v závislosti na vlnové délce je pro první ze zrcadel zobrazených na schématu na obr. 25 uveden na obr. 26, pro druhé ze zrcadel pak na obr. 27.



Obr. 26



Obr. 27

Rozdělení světla pomocí polopropustných vrstev není zcela dokonalé, a proto je nutné používat dodatečné korekce po převedení světla na elektrický proud.

Právě popsaná barvodělící soustava se používala v začátcích vývoje barevné televize (první polovina 20. století). Postupně se ale používat přestala, neboť měla některé nedostatky zhoršující její kvalitu (mechanická nestabilita držáků soustavy, teplotní roztažnost použitých materiálů, měnící se optické vlastnosti v závislosti na teplotě, ...).

Proto se od 70. let 20. století začaly používat barvodělící soustavy jiné. Polopropustné vrstvy se začaly napařovat na povrch skleněných optických hranolů, které pak byly vzájemně pevně spojeny tmelem.

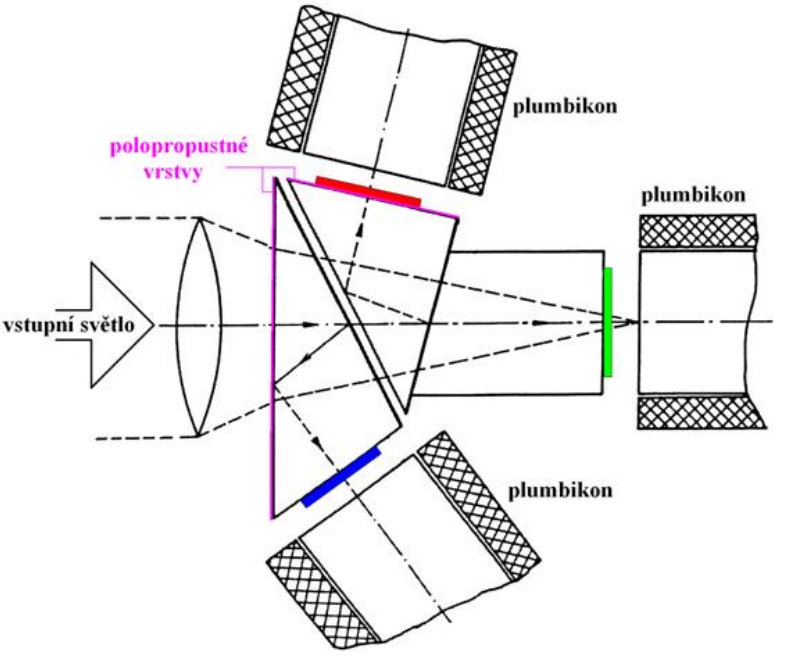
Konstrukcí těchto barvodělících soustav se používala celá řada. Vývoj začal s poměrně jednoduchými konstrukcemi složenými ze tří hranolů. Tyto konstrukce se později staly značně komplikované, neboť bylo nutné

vložit do cesty světla elektronky a další součástky. Nakonec se výrobci vrátili opět ke konstrukcím složeným ze tří hranolů.

Světlo dopadající na optické hranoly barvodělící soustavy zobrazené na obr. 28 se láme dle zákona lomu při dopadu na vstupní plochu hranolu. Při dopadu na výstupní plochu hranolu se světlo částečně láme nebo nastává úplný odraz světla.

Zda se světlo dopadající na příslušný hranol bude lámat nebo nastane úplný odraz, závisí na indexu lomu daného světla (světla dané vlnové délky). Index lomu je totiž závislý na vlnové délce světla.

Na výstupních plochách barvodělící soustavy jsou ještě navíc korekční filtry, které potlačují propustnost nežádoucího světla v jednotlivých optických kanálech a tím zlepšují optické vlastnosti celé soustavy. Jednotlivá oddělená barevná světla pak dopadají na plumbikon (speciální elektronka) nebo CCD panel citlivý na příslušnou barvu světla, v němž jsou přeměněny na elektrický proud. Princip barvodělících soustav používaných ve všech typech snímačů je stejný, jednotlivé soustavy se ale mohou lišit konstrukčními detaily.



Obr. 28

4.1.7.6 | Další jevy

Existuje řada dalších optických jevů, které souvisí s odrazem, lomem či disperzí světla:

1. vlivem lomu (refrakce) světelného záření v atmosféře vidíme hvězdy výše nad obzorem, než ve skutečnosti jsou;
2. Slunce se nám jeví při obzoru zploštělé;

3. ze zapadajícího Slunce můžeme vidět při vhodných podmínkách jako poslední zelený paprsek;
4. zápis dat na kompaktní disk nebo DVD a jejich čtení;
5. ...

4.2 | VLNOVÁ OPTIKA

4.2.1 | Interference světla

4.2.1.1 | Skládání vlnění

Interference (skládání) světla je jev, při němž se nejvýrazněji projevují vlnové vlastnosti světla. Interference spočívá v tom, že vlnění, která přicházejí do určitého bodu z různých zdrojů, se v daném bodě vzájemně skládají.

Např. duhové zabarvení mýdlových bublin, duhové zabarvení tenkých vrstev oleje na vodě, ...

U mechanického vlnění se sčítají okamžité výchylky kmitajícího pružného prostředí, u elektromagnetického vlnění se sčítají okamžité výchylky elektrické složky a magnetické složky elektromagnetického vlnění.

Interference je jev, pomocí kterého se ve fyzice dokazuje vlnová povaha zkoumaného fyzikálního jevu. Pokud dojde k interferenci, je vlnová povaha jevu potvrzena. Toho se využívá zejména v kvantové, částicové a jaderné fyzice

O objasnění interference světla se zasloužil hlavně anglický fyzik Thomas Young (1773 - 1829), který důsledně vycházel z představy, že světlo je vlnění.

K interferenci vlnění dochází, jsou-li splněny současně následující podmínky:

1. máme k dispozice dvě a více vlnění
2. všechna uvažovaná vlnění mají stejnou vlnovou délku (resp. frekvenci)

Mají-li všechna interferující vlnění stejnou vlnovou délku resp. frekvenci, je interference nejvýraznější. K interferenci dochází i u vlnění, která nemají stejnou vlnovou délku (resp. frekvenci), ale pozorovaný interferenční obrazec není tak výrazný.

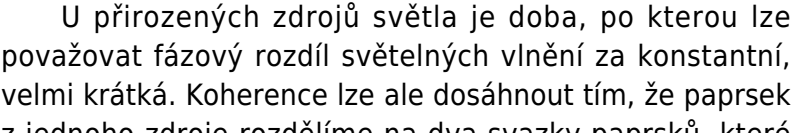
3. mezi interferujícími vlněními je vytvořen dráhový resp. fázový rozdíl
4. vlnění jsou koherentní

KOHERENTNÍ JSOU TA SVĚTELNÁ VLNĚNÍ STEJNÉ FREKVENCE, JEJICHŽ FÁZOVÝ ROZDÍL V UVAŽOVANÉM BODĚ SE S ČASEM NEMĚNÍ.

Budeme-li uvažovat několik vln elektromagnetického vlnění, pak koherentní vlnění bude tehdy, pokud se vlny nebudou nijak „rozcházet“ - tj. mezi vlnami bude stejná vzdálenost a vlny se nebudou nijak deformovat (viz obr. 29). Pokud se vlny budou navzájem rozcházet, pak se jedná o vlnění nekoherentní (viz obr. 30).



Obr. 29

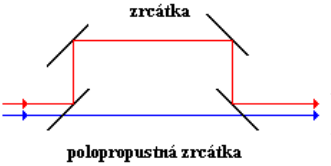


Obr. 30

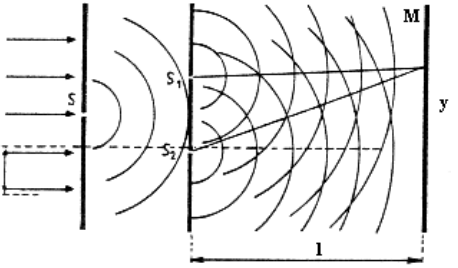
U přirozených zdrojů světla je doba, po kterou lze považovat fázový rozdíl světelných vlnění za konstantní, velmi krátká. Koherence lze ale dosáhnout tím, že paprsek z jednoho zdroje rozdělíme na dva svazky paprsků, které se poté, co urazí různé dráhy, setkají s dráhovým rozdílem Δl.Vzhledem k vlastnostem přirozených zdrojů světla je nutné, aby $\Delta l \approx 10^{-2}\ \mathrm{mm}$.

Lepší podmínky pro pozorování interferenčních jevů vytváří světlo z laserů. Laser tak umožňuje dosáhnout pozorovatelné interference u větších dráhových rozdílů (od

desetin do desítek metrů).



Obr. 31



Obr. 32

Dráhový rozdíl dvou světelných paprsků z téhož zdroje lze vytvořit různým způsobem: pomocí dvou zrcátek a dvou polopropustných zrcátek (viz obr. 31) nebo pomocí otvoru a dvou štěrbin. Na tomto principu je založen Youngův pokus z roku 1807 (viz obr. 32). Otvor *S* má vlastnost bodového zdroje, světlo se z něho šíří všemi směry a dopadá na dvojici štěrbin S_1 a S_2. Je-li vzájemná vzdálenost štěrbin malá, lze světelné záření za štěrbinami považovat za koherentní a lze pozorovat jeho interferenci. **Interferenční obrazec** vzniká na stínítku (matnici *M*), umístěném v dostatečné vzdálenosti od štěrbin, na které dopadá světlo z obou štěrbin s dráhovým rozdílem $\Delta l = l_2 - l_1$. Interferenční obrazec v podobě světlých a tmavých proužků vzniká vzájemným skládáním světelných vlnění z obou štěrbin:

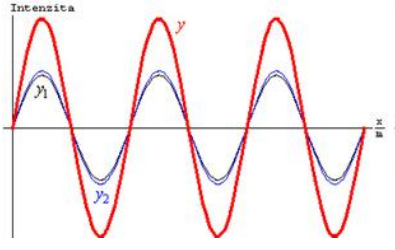
1. světlý proužek odpovídá **interferenčnímu maximu -** vzniká v místech, kde se koherentní světelná vlnění setkávají se

stejnou fází (viz obr. 33). Platí podmínka $\Delta l = k\lambda; k \in N_0$.

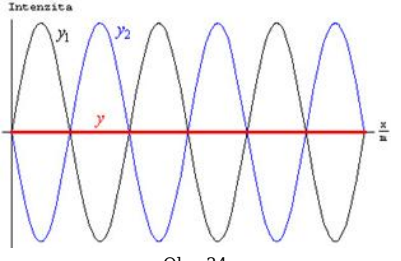
2. tmavý proužek odpovídá **interferenčnímu minimu** - v místech, v nichž mají vlnění fázi opačnou (viz obr. 34). Platí podmínka

$$\Delta l = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; k \in N_0.$$

λ je vlnová délka koherentního světelného vlnění a *k* udává **řád interferenčního maxima (minima)**.



Obr. 33



Obr. 34

<u>Poznámka:</u> Vlnění y_1 a y_2 zobrazené na obou obrázcích mají stejnou vlnovou délku i stejnou amplitudu. Vzhledem k názornosti bylo nutné na obr. 33 nepatrně změnit vzájemný poměr amplitud obou vlnění. Kdyby se tak nestalo, vlnění by byla naprosto identická a na obrázku by bylo vidět jen jedno.

4.2.1.2 | Interference na tenké vrstvě

Dráhový rozdíl světelných vlnění vzniká také při odrazu světla na tenké vrstvě.

Z hlediska interference je tenkou vrstvou např. mýdlová bublina, tenká vrstvička oleje na vodní hladině, antireflexní vrstva nanesená na čočce brýlí nebo na objektivu optického přístroje, ...

Předpokládejme, že vlna monofrekvenčního světla dopadá kolmo na vrstvu o indexu lomu *n* a tloušťce *d*, která je umístěná v prostředí s indexem lomu n_1 splňující podmínku $n_1 < n$ (viz obr. 36). Na rozhraní obou prostředí se vlna částečně odráží a částečně prochází vrstvou a odráží se až na druhém rozhraní. Tak získáme dvě vlny, mezi nimiž vzniká určitý dráhový rozdíl Δl. Je-li vrstva dostatečně tenká, lze vlny považovat za koherentní a pozorujme interferenci, která se projeví zesílením nebo zeslabením odraženého resp. prošlého světla.

V optickém prostředí o indexu lomu *n* je ovšem vlnová délka světla *n*-krát menší než ve vakuu. Urazí-li světlo v tomto prostředí geometrickou dráhu *s*, pak ve vakuu jí odpovídá dráha $l = ns$, která se nazývá **optická dráha**.

Popsané zkrácení vlnové délky světla vyplývá z interakce světla s hmotným prostředím - např. s optickými hranoly.

OPTICKÁ DRÁHA JE VZDÁLENOST, KTEROU SVĚTLO URAZÍ VE VAKUU ZA STEJNÝ ČAS JAKO

V DANÉM LÁTKOVÉM PROSTŘEDÍ.

Při výpočtu dráhového rozdílu paprsků pak uvažujeme vždy dráhu optickou, tj. dráhu, kterou by světlo urazilo ve vakuu. V uvažovaném případě urazí světlo odražené od dolního rozhraní tenké vrstvy geometrickou dráhu o $s = 2d$ delší než světlo odražené pouze od horního rozhraní tenké vrstvy. Této geometrické dráze odpovídá optická dráha $l = \Delta l = 2nd$, která zároveň určuje i dráhový rozdíl obou vln.

Při odrazu světla na rozhraní různých optických prostředí je nutné vzít v úvahu, na jakém rozhraní se světlo odráží:

1. Při odrazu světla na rozhraní opticky řidšího a hustšího prostředí se fáze světelného vlnění mění na opačnou.

Analogie s odrazem mechanického vlnění od pevného konce. Jde o průchod světla např. ze vzduchu do vody, ...

2. Při odrazu světla na rozhraní opticky hustšího a řidšího prostředí se fáze nemění

Analogie s odrazem mechanického vlnění od volného konce. Průchod světla např. z oleje do vody, z vody do vzduchu, ...

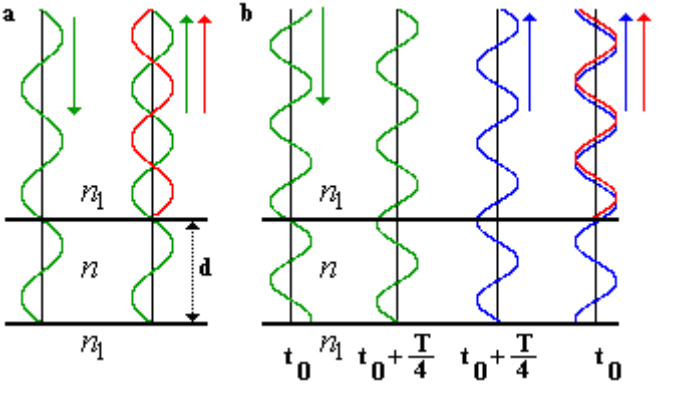
Na obr. 36a je znázorněna situace pro vznik interferenčních minim v odraženém světle.

V případě vzniku interferenčních maxim v odraženém světle, je nutno si pomoci stavem vlnění nikoliv v čase t_0 dopadu vlnění na dolní rozhraní tenké vrstvy, ale stavem

v čase $t_0 + \frac{T}{4}$ (kde T je perioda vlnění), abychom mohli zkonstruovat odraženou vlnu (viz obr. 36b).

Při dopadu světelné vlny na horní rozhraní se při odrazu vlny mění její fáze na opačnou, zatímco při odrazu na dolním rozhraní se fáze vlnění nemění. Změnou fáze se tedy dráhový rozdíl vln zvětší o $\frac{\lambda}{2}$, kde λ je vlnová délka uvažovaného vlnění.

Skutečnost, že odraz vlnění s opačnou fází je ekvivalentní s posunem vlny o polovinu vlnové délky, je vidět na obr. 35. Vlnění y_1 má opačnou fázi než vlnění y_2 (jinak by nemohlo vzniknout interferenční minimum); zároveň je z obrázku vidět, že obě vlnění jsou vzájemně posunuta o polovinu vlnové délky.



Obr. 36

V odraženém světle tedy dostáváme:

1. podmínku pro interferenční minima ve tvaru $\Delta l + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ a tedy $2nd + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, kde $k \in \mathbb{N}_0$
2. podmínku pro interferenční maxima ve tvaru $\Delta l + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ a tedy $2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$, kde $k \in \mathbb{N}_0$

Uvedené podmínky se pochopitelně dají matematicky upravit na jednodušší tvar. Úmyslně jsou ale nechány v této podobě, protože tak je lépe vidět fyzikální podstata problému.

Za *k* dosazujeme přirozená čísla nebo nulu podle konkrétní fyzikální úlohy:

při hledání vlnové délky světla omezíme pomocí vhodně zvoleného *k* vlnovou délku tak, aby ležela v intervalu lidským okem viditelného světla

při hledání tloušťky vrstvy, na níž nastává určitý interferenční jev, lze volbou *k* určit nejmenší tloušťku uvažované vrstvy; ...

Kromě interference v odraženém světle dochází na tenké vrstvě i k interferenci v prošlém světle.

Principem vzniku jsou oba případy analogické, liší se pouze tím, že interferenční obrazce jsou vůči sobě barevně

inverzní, tj. nastává-li pro danou vlnovou délku v interferenčním obrazci v odraženém světle maximum, pak pro tuto vlnovou délku nastává v interferenčním obrazci v prošlém světle interferenční minimum. A naopak.

Při počítání to znamená následující: máme-li určit vlnovou délku, pro niž nastává interferenční maximum v odraženém světle, můžeme klidně počítat vlnovou délku, pro niž nastává interferenční minimum v prošlém světle.

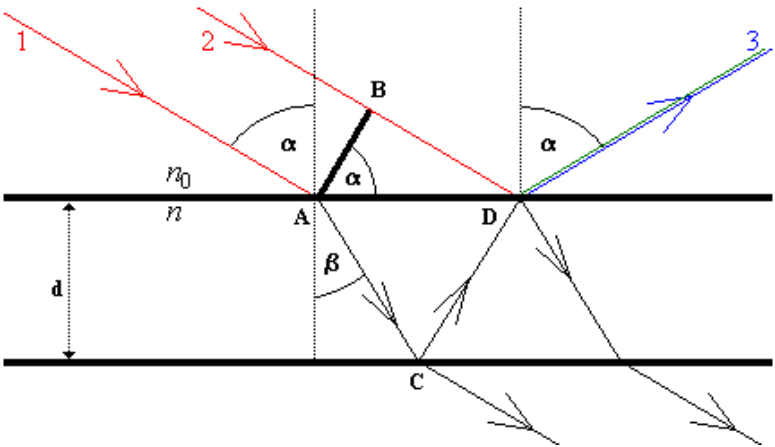
Je-li tenká vrstva tvořena dokonale rovinnými rovnoběžnými plochami, jeví se v monofrekvenčním světle v závislosti na tloušťce světlá nebo tmavá. Není-li rozhraní dokonale rovinné, pozorujeme na povrchu světlé a tmavé interferenční kroužky. Při osvětlení bílým světlem je tenká vrstva duhově zbarvená.

4.2.1.2.1 | ***Dopad pod obecným úhlem

Dopadá-li vlna na tenkou vrstvu pod obecným úhlem α, dostáváme pro hledaný dráhový rozdíl paprsku *3* (od horního rozhraní odražený paprsek *2*) a paprsku *1*, který se odrazil od dolního rozhraní tenké vrstvy tloušťky *d*, $\Delta l = \left(|AC| + |CD|\right) n - |BD| n_0$ (viz obr. 37).

Poznámka: Z důvodu větší přehlednosti jsou na obr. 37 dopadající světelné vlny vyznačeny pouze jako paprsky.

Podle obr. 37 platí $\operatorname{tg}\beta = \frac{0,5|AD|}{d}$ a tedy $|AD| = 2d\operatorname{tg}\beta$. Úsečka *AB* představuje vlnoplochu, která je kolmá k paprskům *1* a *2*. Proto $\sin\alpha = \frac{|BD|}{|AD|}$ a tedy $|BD| = |AD|\sin\alpha$. Po dosazení je $|BD| = 2d\operatorname{tg}\beta\sin\alpha$. Dále platí $|AC| = |CD|$ a $\cos\beta = \frac{d}{|AC|}$; proto $|AC| = |CD| = \frac{d}{\cos\beta}$.



Obr. 37

Pro dráhový rozdíl Δl můžeme tedy psát: $\Delta l = 2|AC|n - |BD|n_0 = \frac{2dn}{\cos\beta} - 2dn_0\operatorname{tg}\beta\sin\alpha$. Postupnými úpravami s využitím Snellova zákona lomu ve tvaru

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n}{n_0}$ získáme:

$$\Delta l = \frac{2dn}{\cos\beta} - 2dn_0 \operatorname{tg}\beta \sin\alpha = \frac{2d}{\cos\beta}\left(n - n_0 \sin\beta \sin\alpha\right) = \frac{2d}{\cos\beta}\left(n - \frac{n_0^2}{n}\sin^2\alpha\right).$$

S využitím vztahu mezi sinem a kosinem téhož argumentu pokračujeme dále:

$\Delta l = \frac{2d}{\cos\beta}\left(n - \frac{n_0^2}{n}\sin^2\alpha\right) = \frac{2d}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}\left(n - \frac{n_0^2}{n}\sin^2\alpha\right)$. Nyní znovu využijeme Snellův zákon lomu a dále upravíme:

$$\Delta l = \frac{2d}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}\left(n - \frac{n_0^2}{n}\sin^2\alpha\right) = \frac{2dn}{\sqrt{1-\frac{n_0^2}{n^2}\sin^2\alpha}}\left(1 - \frac{n_0^2}{n^2}\sin^2\alpha\right) = 2dn\sqrt{1-\frac{n_0^2}{n^2}\sin^2\alpha}.$$

Další úvahy jsou pak stejné jako v případě kolmého dopadu, který je jen speciálním případem tohoto obecného případu pro volbu úhlu $\alpha = 0°$.

4.2.1.3 | Interference v praxi

Interference světla má velký význam pro praktické použití. Vzhledem k tomu, že interferenční obrazec je velmi citlivý na dráhový rozdíl dvou interferujících vln v řádu vlnové délky světla (tj. v řádu stovek nanometrů), je možné pomocí interference světla měřit právě tyto malé rozměry.

4.2.1.3.1 | Newtonova skla

Jednoduché zařízení, kterým lze pozorovat interferenci v odraženém i prošlém světle a měřit vlnovou délku světla, sestrojil anglický fyzik Isaac Newton. Tato tzv. **Newtonova skla** (viz obr. 38, schématicky obr. 39) jsou tvořena skleněnou deskou s rovnoběžnými rovinnými plochami (tzv. **planparalelní deska**), k níž je přiložena ploskovypuklá čočka (tj. čočka, jejíž jedna plocha je rovinná, druhá kulová). Kulová plocha má velký poloměr křivosti *R*. V okolí místa dotyku čočky s deskou vzniká tenká vzduchová vrstvička, jejíž tloušťka se mění a lze ji měnit pomocí přítlaku čočky ke skleněné desce. Při dopadu světla dochází k interferenci světla odraženého od obou rozhraní této vzduchové vrstvy. Interferenční obrazec pro monofrekvenční světlo má podobu světlých a tmavých kroužků, kterým se říká **Newtonovy kroužky**. Při použití bílého světla vznikají Newtonovy kroužky duhových barev (viz obr. 40).

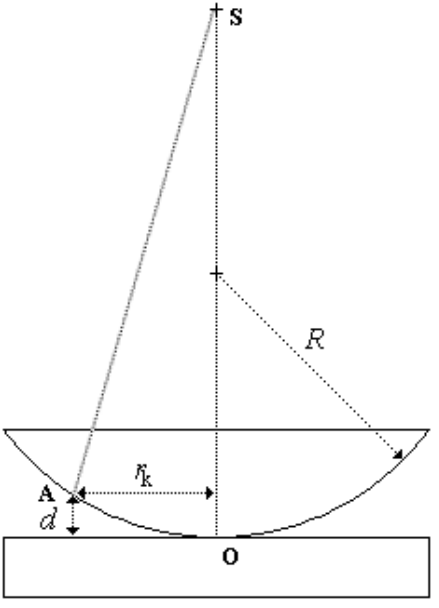
Poloměr r_k interferenčního kroužku (*k* je pořadové číslo kroužku - řád maxima), který vzniká v místě interferenčního maxima, souvisí s tloušťkou *d* vzduchové vrstvy podle Euklidovy věty o výšce v trojúhelníku *AOS* vztahem $r_k^2 = d(2R - d)$.

Trojúhelník *AOS* je pravoúhlý, neboť je sestrojen nad průměrem kružnice, která ohraničuje ploskovypuklou čočku. Jedná se tedy o aplikaci Thaletovy věty.

Vzhledem k tomu, že $d \ll R$, můžeme psát $r_k^2 \doteq 2Rd$. Odtud $d = \frac{r_k^2}{2R}$.



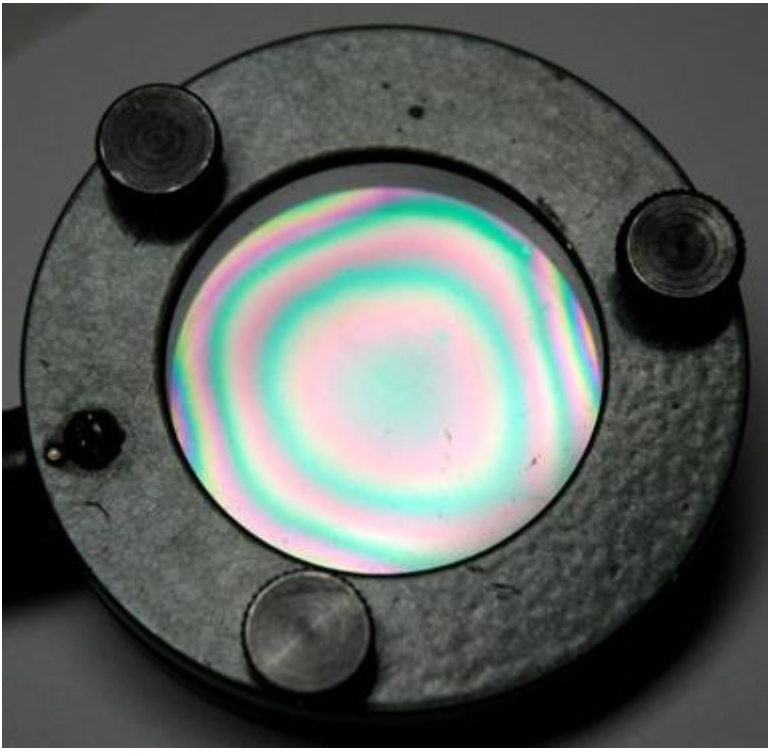
Obr. 38



Obr. 39

Interferenční maximum nastane, je-li dráhový rozdíl

odražených vln roven $k\lambda$, tedy $2d+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$, odkud $2d=(2k-1)\frac{\lambda}{2}$, což je vztah pro vzduchovou vrstvu (s indexem lomu $n=1$) a kolmý dopad světla na Newtonova skla. Po dosazení dostáváme $\frac{2r_k^2}{2R}=(2k-1)\frac{\lambda}{2}$, odkud $\lambda=\frac{2r_k^2}{(2k-1)R}=\frac{D_k^2}{(2k-1)2R}$, kde $D_k=2r_k$ je průměr interferenčního kroužku, který se lépe měří. Abychom snížili nepřesnost při měření vlnové délky dopadajícího světla, je vhodnější změřit průměry D_k a D_m dvou různých kroužků, pro něž platí: $(2k-1)\lambda=\frac{D_k^2}{2R}$ a $(2m-1)\lambda=\frac{D_m^2}{2R}$. Odtud úpravou obou rovnic dostaneme: $\lambda=\frac{D_k^2-D_m^2}{4(k-m)R}$.



Obr. 40

Chyby při měření průměrů interferenčních kroužků vznikají tím, že vrchol kulové plochy čočky nedosedne přesně na skleněnou desku, ...

4.2.1.3.2 | Kontrola materiálů,

protiodrazné vrstvy

Interference světla se využívá při kontrole opracování rovinných a kulových ploch čoček, optických hranolů, ... Např. vyrobená čočka se přidá ke kalibru ze skla, který má přesnou křivost. Tak se mezi oběma skly vytvoří tenká vzduchová vrstva, na níž vznikne interferenční obraz. Čím přesněji je čočka vyrobena, tím méně vznikne proužků a jsou širší.

Dalším použitím interference světla je tvorba protiodrazových (antireflexních) vrstev. Objektivy fotoaparátů, projekčních přístrojů, ... se skládají z řady optických skel (čočky, hranoly, ...). Prochází-li takovým systémem světlo, odráží se na mnoha površích, čímž se snižuje kvalita zobrazení. Aby se těmto odrazům předešlo, pokrývají se plochy optických skel tenkou planparalelní vrstvou z průhledné látky o indexu lomu menším, než je index lomu skla. Světlo se nejméně odráží (resp. zesiluje), dopadá-li na planparalelní vrstvu kolmo. To splňuje vztah $2nd = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$, odtud pro minimum prvního řádu ($k=1$) dostáváme $d = \frac{\lambda}{4n}$, kde λ je vlnová délka světla v tenké vrstvě. Splňuje-li tloušťka vrstvy tuto podmínku, bude odraženého světla nejméně.



Obr. 41

Vzhledem k tomu, že na optická skla dopadá většinou světlo bílé, není možné zkonstruovat protiodraznou vrstvu tak, aby se na této vrstvě zeslabovalo světlo všech vlnových délek (barev). Proto se volí taková tloušťka odrazné vrstvy, na níž při kolmém dopadu světla nastává úplné zeslabení střední části spektra (tj. $\lambda \approx 550\,\mathrm{nm}$ - žlutozelená barva). Potom v odraženém světle chybí interferující část bílého světla. Proto se nám takový objektiv jeví v modravém zabarvení.

Stejné úpravy se provádějí na sklech brýlí - viz obr. 41; sklo s antireflexní vrstvou je zobrazeno v pravé části obrázku.

4.2.1.3.3 | Holografie

Na interferenci vysoce koherentního světla je založena významná metoda záznamu a trojrozměrného vybavování obrazu, která se nazývá **holografie**. Holografie byla objevena roku 1948 britským učencem Dennisem Gaborem (1900 - 1979, Nobelova cena v roce 1971).

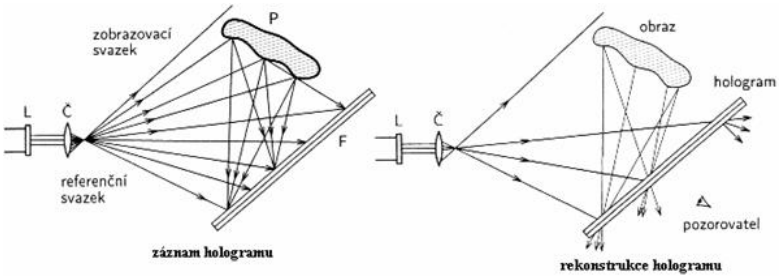
Záznam předmětu v citlivé vrstvě fotografického filmu se jmenuje **hologram** a nese informaci nejen o intenzitě (tak jako klasická fotografie, která je přímočarým záznamem světla odraženého a rozptýleného daným objektem), ale také o fázi světla odraženého od zaznamenávaného předmětu.

Hologram tedy zachycuje navíc i způsob, jakým se světlo na povrchu objektu rozptyluje. Na základě toho lze určit prostorové rozložení jednotlivých bodů pozorovaného objektu.

Princip holografie (viz obr. 42) spočívá v tom, že světelné vlny vyzařované laserem *L* se opticky (např. čočkovým objektivem *Č*) rozdělí na dva svazky. Jeden se nechá dopadat na zobrazovaný objekt *P* tak, aby odražené vlny dopadaly na fotografickou desku *F*, a současně na ni dopadá také druhý, tzv. referenční (srovnávací) svazek laserových světelných vln.

Referenční svazek vln může být odražen i od zrcadla. Zrcadlo ovšem není bezpodmínečně nutné, ale může se použít jako „přesměrovač“ chodu světelných vln.

Citlivost materiálů pro zachycení hologramu musí být vysoká: více jak 5000 čar na milimetr délky. Taková jemná struktura ale vyžaduje naprostý klid při záznamu, pohyb zaznamenávaného obrazce vzhledem k citlivé vrstvě nesmí překročit zlomky tisícin milimetru.



Obr. 42

Jeden svazek byl rozptýlen předmětem a druhý dopadá přímo, proto nejsou vlny obou svazků již ve fázi. Jejich rozdílná fáze (resp. fázový rozdíl) se projeví při interferenci. Na fotografické desce vzniká po vyvolání interferenční obrazec, který je tvořen nepravidelně rozmístěnými interferenčními maximy a minimy. Přímý pohled na hologram nejeví žádnou spojitost se zaznamenaným objektem.

Informace o každém bodu zaznamenávaného předmětu je přitom díky interferenci světla „rozptýlena" v celé ploše hologramu. Proto je možné i z pouhého úlomku holografické desky rekonstruovat celý obraz. Kvalita takto rekonstruovaného obrazu je úměrná ploše úlomku holografické desky.

Fakt, že informace o každém bodu zaznamenávaného předmětu je zachycena v celé ploše hologramu vyplývá z toho, že světlo se šíří z daného bodu (zaznamenávaného předmětu) všemi směry.

Obraz lze získat teprve jeho rekonstrukcí tak, že hologram osvětlíme laserovým světlem pod stejným úhlem, pod nímž dopadal na fotografickou desku referenční svazek světla při zhotovování hologramu. Tím se vytvoří světelné pole, které oko vnímá jako prostorový obraz původního objektu ve směru, v němž se tento předmět nacházel.

Pokud měníme poměr vlnových délek světla, pomocí nichž hologram pořizujeme, vzhledem k vlnovým délkám, jimiž ho rekonstruujeme, dosáhneme zvětšení nebo zmenšení obrazu ve srovnání se zaznamenávaným předmětem.

Pořídíme-li hologram čočky (spojky nebo rozptylky), převezme hologram její vlastnosti. To znamená, že se obraz bude při průchodu hologramem zmenšovat nebo zvětšovat. Toho lze využít k zajímavým efektům, kdy se díváme do holografického obrázku dalekohledu nebo mikroskopu a vidíme zvětšený obraz předmětu umístěného za hologramem.

Existují dva typy hologramů:

1. transmisní - referenční i obrazový svazek paprsků dopadají na stejnou stranu fotografického filmu. Takový hologram lze pozorovat prosvícením filmu laserovým

světlem stejné vlnové délky, které bylo použito při záznamu. Laserové světlo se láme na interferenčním obrazci, napodobuje tak rozptylové vlastnosti fotografovaného objektu a promítá jeho trojrozměrný obraz.

Tento systém se používá v různých muzeích, výstavních síních, ..., v nichž jsou návštěvníkům tímto způsobem ukazovány trojrozměrné snímky vzácných předmětů, které z nejrůznějších důvodů nemohou být přímo vystaveny.

2. reflexní (odrazové) - referenční i obrazový paprsek dopadají na opačné strany filmu. Tyto hologramy lze pozorovat v přirozeném světle. Odfiltrují všechno světlo kromě toho, které je vhodné pro pozorování hologramu.

Na tomto principu jsou založeny některé odznaky, ochrana kreditních karet a dokladů, cenných kuponů (např. MHD), ...

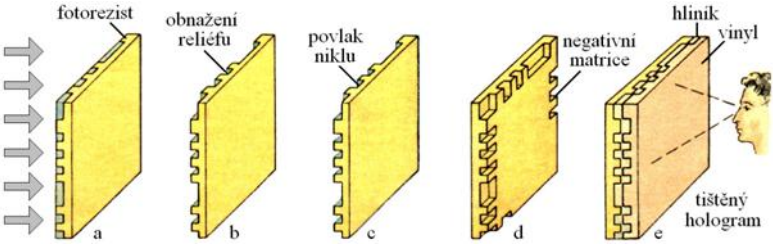
Pomocí hologramů lze testovat i namáhání součástek - hologram součástky se položí na druhý hologram téže součástky při zátěži a výsledný obraz pak ukáže čáry pnutí odpovídající mikroskopickým vadám.

Stomatologie je začíná používat místo sádrových odlitků pacientových zubů.

Americký fyzik Stephen Benton (1941 - 2003) se zasloužil o vznik tištěných hologramů. Složky barevného spektra, na které se rozkládá bílé světlo, se lámou na

rozhraní optických prostředí vlivem disperze pod různými úhly. Proto se překryje přes sebe několik identických transmisních hologramů vytvořených pomocí světel různých vlnových délek. Pomocí štěrbiny, která vymezuje svazek laserového světla, a laseru s proměnnou vlnovou délkou vznikne sekundární reflexní hologram, který je možné tisknout.

Podle obr. 43 se při operacích spojených s tiskem hologramu hologram překopíruje laserovým světlem na film opatřený tzv. fotorezistní vrstvou (obr. 43a). Ta změkne v místech silnějšího osvětlení a fotorezist se dá z těchto míst odplavit v lázni s hydroxidem sodným (obr. 43b). Tak vystoupí mikroskopické reliéfy síťového rastru. Reliéf má hloubku setiny mikrometru, rozestupy řádově mikrometry. To je dáno rozlišovací schopností emulze, která je desetkrát vyšší než u zpracování fotografií. Další postupně velmi silně připomíná výrobu gramofonových desek nebo CDček.



Obr. 43



Obr. 44

Vystouplý reliéf se elektrolyticky povlékne asi 150 mikrometrů silnou vrstvou niklu (obr. 43c). Po nanesení dalších kovů se vzniklý negativní otisk hologramu stáhne jako slupka (obr. 43d) a upraví jako matrice. Ta při tisku rotuje na tiskovém bubnu a přenáší svůj mikroreliéf do vinylového pásku s vrstvičkou hliníku (obr. 43e). Aby se povrch hologramu nepoškrábal, bývá pokryt průsvitnou ochrannou vrstvou a upraven např. jako samolepka.

Ukázka jednoho takového hologramu, který byl

vyfotografován při běžném osvětlení, je na obr. 44.

4.2.2 | Ohyb (difrakce) světla

4.2.2.1 | Ohyb světla na hraně

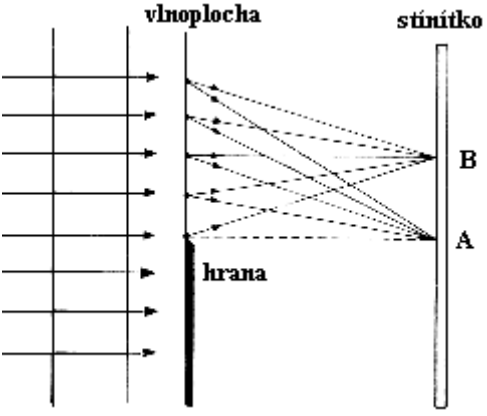
Přímočaré šíření světla je ovlivněno překážkami, na které světlo při svém šíření dopadá. Za určitých okolností (daných vlnovou délkou vlnění a rozměry překážky) může vlnění proniknout i za překážku. V tom případě nastává ohyb (difrakce) světla. V důsledku vlnových vlastností dochází k odlišnému šíření světla, než by odpovídalo přímočarému šíření - vlnění se dostává i za překážku, do oblasti geometrického stínu.

Geometrický stín kopíruje tvar překážky - je to ten stín, který vrhají běžně předměty nebo sami lidé, když jsou na venku za jasného dne a svítí na ně slunce.

Trošku jiná situace nastane, když bychom studovali stín vytvořený např. žárovkou nebo zářivkou. Bude-li se objekt nacházet blízko žárovky (např. ruka u stolní lampičky na stále), nebude mít stín vržený na pracovní plochu stolu ostré hrany. Světlo bude dopadat i do míst, kam by dopadat „nemělo“.

Dopadá-li např. monofrekvenční světelné vlnění na hranu neprůhledné překážky, nevzniká za překážkou ostrá hranice světla a stínu. Světlo proniká částečně i za

překážku do oblasti geometrického stínu. Zároveň je možné pozorovat v osvětlené části stínítka umístěného za překážkou **ohybový** (difrakční) **obrazec** v podobě světlých a tmavých proužků různé šířky. Tento obrazec vzniká interferencí světelného vlnění, které do uvažovaného místa na stínítku přichází z různých bodů vlnoplochy, a tedy s různým dráhovým rozdílem (viz obr. 45).



Obr. 45

Rovinnou vlnoplochu si lze představit jako řadu bodových zdrojů světla, z nichž se světelné vlnění šíří do jednotlivých bodů na stínítku. Ohybový obrazec je pozorovatelný, je-li vlnění koherentní. Toho lze docílit tak, že hranu osvětlíme úzkých svazkem paprsků vymezených

např. štěrbinou nebo při osvětlení laserem.

Vzhledem k vlnové délce světla, jsou ohybové jevy výrazné při ohybu na překážkách malých rozměrů nebo při pozorování v dostatečné vzdálenosti za překážkou. K ohybu může docházet na překážkách v podobě neprůhledného vlákna, úzké štěrbiny, malého otvoru, ...

Dobře je ohybový obrazec pozorovatelný např. na vlasu. Budete-li s někým venku ve tmě, podívejte se přes jeho vlas (vlasy) na vzdálenou svítící lampu. Přitom je nutné být u vlasu dostatečně blízko, abyste byli schopni na něj zaostři a přitom být velmi daleko od lampy. Pokud uvidíte kolem vlasu duhové proužky, pozorujete ohyb světla na hraně - na vlasu.

4.2.2.2 | Ohyb světla na štěrbině

Na štěrbinu šířky b necháme dopadat kolmo rovnoběžný svazek monofrekvenčního světla o vlnové délce λ.

Aby byl jev dobře pozorovatelný, musí mít štěrbina rozměr srovnatelný s vlnovou délkou světla. Takové štěrbiny se špatně realizují v praxi. Ale vytvořit v praxi optickou mřížku, která je tvořena sadou několika (resp. několika desítek nebo dokonce stovek) štěrbin, je už jednodušší.

Dopadne-li světlo na štěrbinu, bude se šířit za ní na základě Huygensova principu. Z každého bodu se bude

světlo šířit v elementárních vlnoplochách - tj. bude se šířit všemi směry. Na obr. 46 jsou vyznačeny dvě vlny (resp. dva paprsky), které vycházejí z krajních bodů štěrbiny a které dopadají do jednoho bodu (do bodu *A*) na stínítku. V bodě *A* pak dochází k interferenci obou vln; jestli vznikne interferenční maximum nebo minimum, záleží na dráhovém rozdílu obou vln.

Další úvahy budou prováděny pro tento vybraný směr šíření světla za štěrbinou.

V rovinné vlnoploše *KM*, která je kolmá na směr šíření světla (viz obr. 46), mají jednotlivé vlny svazku různou fázi v závislosti na dráze, kterou urazily. Dráhový rozdíl mezi vlnou, která se šíří z bodu *K* (jeden krajní bod štěrbiny), a vlnou, která se šíří z bodu *L* (druhý krajní bod štěrbiny), je Δl. Potom dráhový rozdíl vlny, která se šíří z bodu L' (střed štěrbiny), a vlnou šířící se z bodu *K* je $\frac{\Delta l}{2}$. Dráhový rozdíl vlny vycházející z určitého bodu štěrbiny a vlny vycházející z bodu *K* roste lineárně v závislosti na vzdálenosti daného bodu od bodu *K*.

Např. vlna vycházející z bodu, který je od bodu *K* vzdálen o čtvrtinu šířky štěrbiny, je oproti vlně vycházející z bodu *K* posunuta o čtvrtinu posunu Δl.

Tak ale lze najít ke každé vlně *v* šířící se z bodů štěrbiny mezi *K* a L' vlnu v' šířící se z prostoru štěrbiny mezi body L' a *L*, která je vzdálená od *v* přesně o polovinu šířky štěrbiny a která je oproti *v* dráhově zpožděná o $\frac{\Delta l}{2}$.

Všechny vlny se tedy při interferenci navzájem vyruší tehdy, bude-li tento dráhový rozdíl $\frac{\Delta l}{2}$ roven lichému počtu půlvln. To ovšem znamená, že celý dráhový rozdíl Δl je roven sudému počtu půlvln, tedy celočíselnému násobku vlnové délky.

Násobíme-li liché číslo dvěma, dostaneme číslo sudé!

Dostáváme tedy: $\Delta l = k\lambda$, kde *k* je celé číslo.

Nyní zbývá určit dráhový rozdíl Δl. Abychom si úlohu matematicky nekomplikovali, necháme dopadat světlo, které projde štěrbinou, na stínítko v takové vzdálenosti *d*, která je výrazně větší než šířka štěrbiny *b* (tj. $d \gg b$) - viz obr. 46.

Výrazně větší vzdálenost *d* ve srovnání se šířkou štěrbiny *b* znamená, že *d* bude řádově v decimetrech až metrech. V tom případě bude *d* větší $10^5 - 10^7$ krát.

Pozor!!! Právě zmíněný poměr není na obr. 46 dodržen!!! Proto budou některé další úvahy vypadat možná nepřirozeně, ale v uvedeném kontextu jsou v pořádku.

V tomto případě totiž budou úhly α a α_1 skoro stejné a proto je možné směry šíření obou zakreslených vln považovat za navzájem rovnoběžné.

Poznámka: Úhly jsou přitom měřeny tak, jak je zvykem v matematice: od vodorovné čerchované osy proti směru chodu hodinových ručiček jsou kladné, proti směru chodu hodinových ručiček jsou záporné.

Z toho vyplývá, že oba zakreslené paprsky, které reprezentují šířící se vlny, budou i skoro stejně dlouhé.

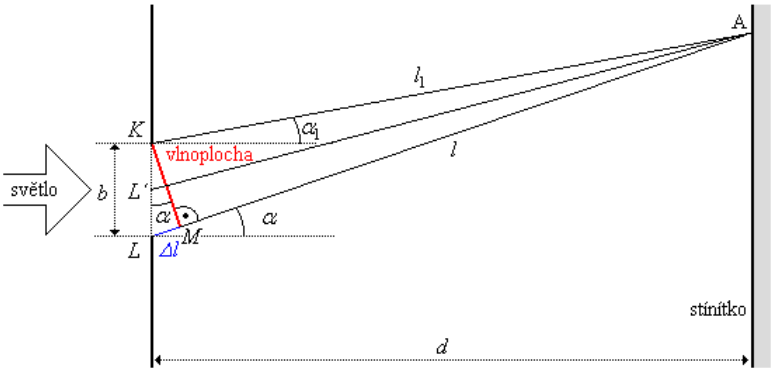
Dráhový rozdíl $l - l_1$ obou vln je tak dán pouze vzdáleností Δl.

Vzdálenost Δl je určena na základě vlnoplochy (v tomto případě) obou uvažovaných vln. Uvažujeme-li $d \gg b$, pak se šíří obě vlny navzájem rovnoběžně. Proto vlnoplocha zobrazená na obr. 46 je vlnoplochou obou vln.

Podle obr. 46 platí $\sin\alpha = \frac{\Delta l}{b}$ a tedy $\Delta l = b \sin\alpha$.

Výše jsme odvodili podmínku, kdy nastane interferenční zeslabení světla (vznikne interferenční minimum) v bodě *A*: $\Delta l = k\lambda$ (kde $k \in \mathbb{Z}$). S využitím právě odvozeného dostáváme tedy podmínku pro vznik interferenčních minim ve tvaru $b \sin\alpha_k = k\lambda$ (kde $k \in \mathbb{Z}$).

Interferenční maxima vznikají mezi právě popsanými interferenčními minimy, tj. jsou popsána podmínkou $b \sin\alpha_k = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ (kde $k \in \mathbb{Z}$).

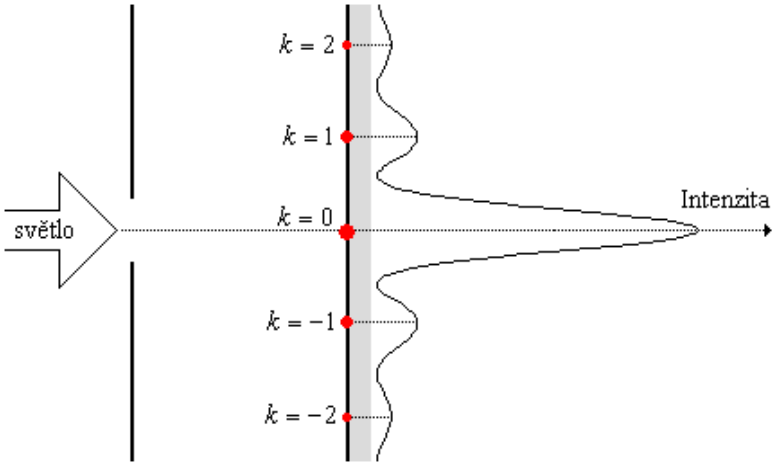


Obr. 46

Skutečně zde je $k \in \mathbb{Z}$, tedy k vybíráme z množiny celých čísel. Ohybový obrazec (interferenční obrazec), který vznikne na stínítku je totiž symetrický podle osy štěrbiny, která interferenci způsobila. Určíme-li tedy směr (pomocí úhlu α), ve kterém nastává interferenční zesílení použitého světla, víme, že tutéž podmínku splňuje i úhel $-\alpha$.

To matematicky vyplývá z faktu, že funkce sinus je lichá.

Na obr. 47 je rozdělení maxim na stínítku vidět. Zároveň je na tomto obrázku zobrazen průběh intenzity světla v závislosti na vzdálenosti od nultého maxima. S rostoucím řádem maxima (tj. s rostoucí absolutní hodnotou k) klesá intenzita daného maxima.



Obr. 47

Vlivem ohybu světla vzniká na stínítku ohybový obrazec, v jehož středu je nulté interferenční maximum a po obou stranách se střídají interferenční minima a interferenční maxima. Jejich rozložení závisí na šířce štěrbiny a na vlnové délce světla. Bude-li při dané vlnové délce štěrbina užší, bude větší vzdálenost mezi interferenčními minimy stejného řádu. Tedy **užší štěrbina způsobuje výraznější ohyb světla**.

Ohyb světla ovlivňuje i zobrazování velmi malých předmětů. Proto se velmi malý bodový objekt nezobrazí v mikroskopu jako bod, ale jako světlý kroužek obklopený soustřednými tmavými a světlými kroužky. Proto má zvětšování obrazu v mikroskopu svojí hranici, za níž není možné rozlišit detaily sledovaného objektu; jeho obraz se

pak jeví rozmazaný a neostrý. Vlnovými vlastnostmi je tedy omezena **rozlišovací schopnost** optických přístrojů. Obecně platí, že dva body rozlišíme při pozorování jako oddělené při takové nejmenší vzdálenosti, při níž nulté maximum jednoho bodu splyne s prvním minimem druhého bodu. Při menší vzdálenosti oba body splývají a vidíme je jako bod jediný. Rozlišovací schopnost přístroje je tím větší, čím kratší je vlnová délka použitého světla.

Proto se také v moderních mikroskopech, která se využívají ke studiu velmi malých objektů (viry, molekuly, ...) používají místo světla svazky urychlených elektronů. Ty za určitých podmínek vykazují vlnové vlastnosti a proto je lze použít právě v tzv. elektronových mikroskopech.

4.2.2.3 | Ohyb světla na dvou štěrbinách

Pro praxi a konstrukci řady optických přístrojů má značný význam ohyb na soustavě štěrbin. Uvažujme dvě štěrbiny o stejné šířce *a* ve vzájemné vzdálenosti *b*, na které dopadá rovnoběžný svazek světla (obr. 48). Na každé štěrbině nastává ohyb světla a za štěrbinami se světlo šíří různými směry. Opět se budeme zajímat jen o vlny, které se od původního směru odklonily o úhel α a které

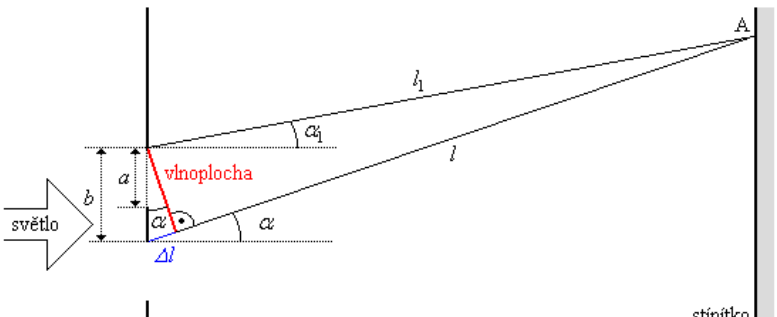
vycházejí z odpovídajících si bodů obou štěrbin; tyto vlny pak interferují v bodě *A* na stínítku ve vzdálenosti *d* od mřížky.

Tento požadavek je důležitý pro odvození podmínky vzniku maxima při interferenci uvažovaných paprsků. *Odpovídající si body obou štěrbin* jsou např. u obou štěrbin jejich horní konce, jejich středy, ...

Detailnější vysvětlení je uvedeno u ohybu světla na štěrbině.

Za předpokladu $d \gg b$ (resp. $d \gg a$) dostáváme podmínku pro vznik interferenčního maxima ve tvaru $b \sin \alpha_k = k\lambda$.

Na stínítku tedy musí vzniknout ohybový obrazec odpovídající ohybu na jedné štěrbině šířky *a*. Výsledný ohybový obrazec charakterizují širší maxima a minima, která odpovídají ohybu na štěrbině, a řada úzkých světlých a tmavých proužků, které jsou výsledkem interference světla ze dvou bodových zdrojů (ze dvou štěrbin).



Obr. 48

4.2.2.4 | Ohyb světla na mřížce

Optická mřížka je tvořena soustavou velkého počtu stejně širokých rovnoběžných štěrbin, které jsou v malé vzdálenosti od sebe. Tato vzdálenost *b* se nazývá **perioda mřížky** (**mřížková konstanta**). Ohybový obrazec vytvořený optickou mřížkou má velmi úzká interferenční maxima, která jsou od sebe vzdálena tím více, čím menší je perioda mřížky.

Při kolmém dopadu světla na mřížku ke každé vlně, která prochází jednou štěrbinou optické mřížky, existuje ve vzdálenosti *b* vlna, která se šíří ve směru rovnoběžném se směrem šíření vlny procházející sousední štěrbinou. Štěrbiny lze považovat za bodové zdroje světla (z nichž se světlo šíří podle Huygensova principu). Vybrané vlny se šíří

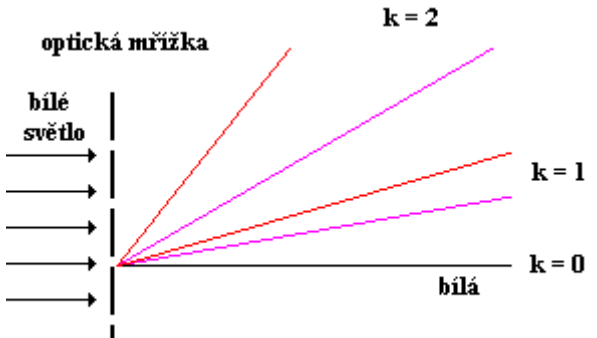
pod úhlem α.

Vybrané vlny jsou ty vlny, které budou společně interferovat v jednom bodu na stínítku.

Při vzniku interferenčního maxima musí být dráhový rozdíl vln roven $\Delta l = k\lambda$. Z obr. 49 je patrné, že platí $\Delta l = b \sin \alpha$ a tedy $b \sin \alpha = k\lambda$, kde úhel α určuje směr, v němž vzniká interferenční maximum, a $k \in \mathbb{N}_0$ je řád maxima.

Dopadá-li na mřížku bílé světlo, je nulté maximum bílé, ale v dalších interferenčních maximech lze pozorovat rozklad světla (viz obr. 50). Vznikají zde spektra symetricky rozložená na obě strany od nultého maxima. Blíže k nultému maximu je fialová část, dále od něj část červená.

Tento poznatek přímo vyplývá ze vztahu $b \sin \alpha = k\lambda$. Vlnová délka červeného světla je totiž větší než vlnová délka fialového světla a funkce $y = \sin x$ je na intervalu $(0°; 90°)$ (na kterém má její vyšetřování fyzikální smysl) rostoucí. Proto větší vlnové délce odpovídá větší úhel.

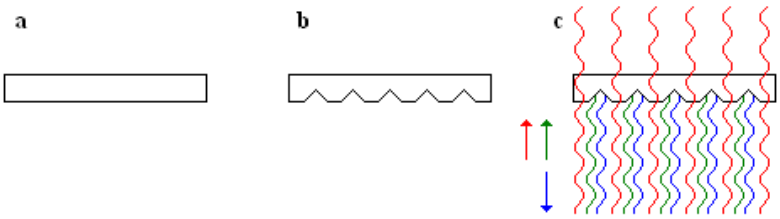


Obr. 50

Optická mřížka se vyrábí v podobě soustav jemných vrypů na povrchu skleněné planparalelní destičky (tzv. mřížka na průchod, v níž se mění se propustnost světla) nebo na povrchu kovu (mřížka na odraz). Můžeme ji tedy považovat za soustavu velkého počtu bodových zdrojů světla. Místo periody mřížky se někdy uvádí její převrácená hodnota $N = \frac{1}{b}$, která určuje počet vrypů na jednotku délky optické mřížky (tzv. hustota vrypů). Běžně používané optické mřížky mají řádově stovky vrypů na milimetr (u kvalitních spektrálních mřížek až tisíce vrypů na milimetr).

Na obr. 51 je schématicky znázorněno, jak se vyrábí optická mřížka na průchod a jak potom propouští světlo. V povrchu tenké skleněné destičky (viz obr. 51a) se vytvoří soustava vrypů (obr. 51b), které vytvoří vlastní optickou mřížku. Dopadne-li světlo do vytvořeného vrypu, odrazí se

zpět a skleněnou destičkou neprochází; dopadne-li na původní povrch skla, projde jím do prostředí za ním (obr. 51c).



Obr. 51

Ohyb světla na optické mřížce lze pozorovat na vypáleném CDčku nebo DVDčku: posvítíme-li na něj bodovým zdrojem světla, uvidíme na stínítku (strop místnosti, ...) interferenční obrazec. Stejně tak je možné sledovat zdroj světla (např. žárovku, plamen svíčky, ...) přes tkaninu vhodného bavlněného trika a nebo přes jemné ptačí pírko.

Na ohybu světla optickou mřížkou je založen mřížkový spektroskop, používaný ke zkoumání spekter látek ve spektroskopii. K tomu se používá hlavně maximum 1. řádu. Spektra vyšších řádů jsou sice širší, ale jejich intenzita je obvykle menší a navzájem se překrývají.

4.2.3 | Polarizace světla

Světlo je příčné elektromagnetické vlnění popsané vektorem elektrické intenzity $\vec{E}$ a vektorem magnetické indukce $\vec{B}$. Vektor elektrické intenzity $\vec{E}$ je přitom vždy kolmý na směr, kterým se vlnění šíří. Směr kmitání vektoru magnetické indukce $\vec{B}$ je kolmý jak na směr šíření vlnění, tak na vektor $\vec{E}$. Vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ tedy leží v rovině, která je kolmá na směr šíření světla. Vektor $\vec{E}$ má ale v dané rovině nahodilý směr i velikost a proto mluvíme o **nepolarizovaném světle** (viz obr. 52a).

Vektory $\vec{E}$ i $\vec{B}$ mění periodicky svojí velikost i směr, ale stále jsou na sebe navzájem kolmé a oba jsou kolmé na směr šíření elektromagnetického vlnění.

Omezíme-li směr kmitání vektoru $\vec{E}$ (resp. $\vec{B}$) nebo jeho velikost, získáme **polarizované světlo**. Přitom rozdíl mezi polarizovaným a nepolarizovaným světlem nepoznáme okem. Lidské oko nedokáže polarizované světlo od nepolarizovaného světla odlišit.

Existují tyto druhy polarizace:

1. lineárně polarizované světlo - vektor $\vec{E}$ kmitá stále v jedné přímce (obr. 52b)

Vektor $\vec{E}$ má tedy stále stejný směr, případně opačný.

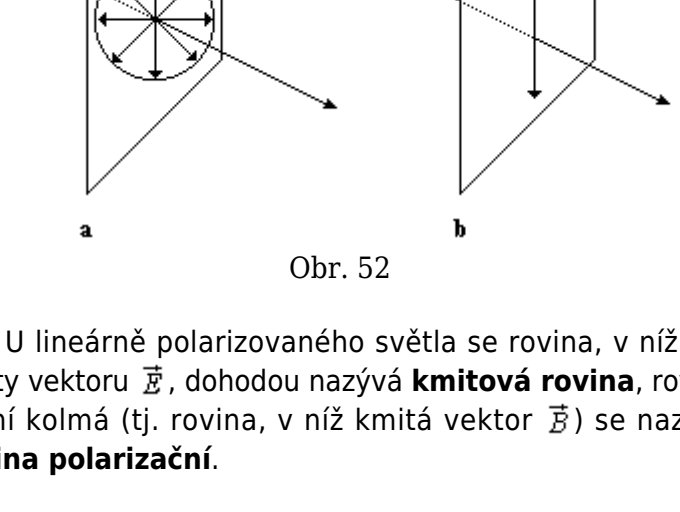
2. kruhově polarizované světlo - konce vektoru $\vec{E}$ opisují kruh, tj. velikost tohoto vektoru je

konstantní, ale mění se jeho směr

3. elipticky polarizované světlo - konce vektoru $\vec{E}$ opisují elipsu (jedná o obecný typ polarizace)

V tomto případě mění vektor $\vec{E}$ jak svojí velikost, tak i směr.

Světlo nepolarizované lze přeměnit na světlo polarizované několika způsoby: polarizací odrazem a lomem, polarizací dvojlomem nebo polarizací polaroidem.



Obr. 52

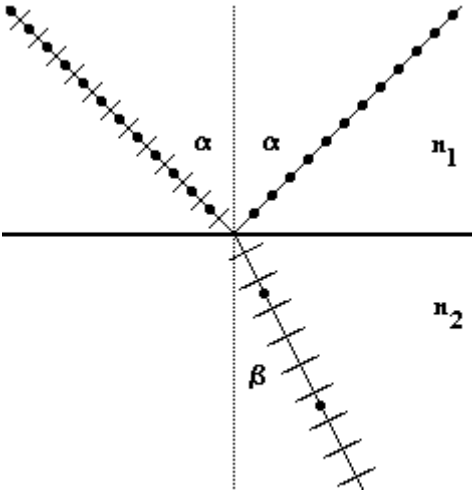
U lineárně polarizovaného světla se rovina, v níž leží kmity vektoru $\vec{E}$, dohodou nazývá **kmitová rovina**, rovina na ní kolmá (tj. rovina, v níž kmitá vektor $\vec{B}$) se nazývá **rovina polarizační**.

4.2.3.1 | Polarizace odrazem a lomem

Dopadá-li nepolarizované světlo na rozhraní dvou prostředí pod určitým úhlem α, polarizuje se tak, že v odraženém světle kmitá vektor $\vec{E}$ v kmitové rovině převážně kolmo k rovině dopadu (tj. v přímce rovnoběžné s rovinou rozhraní). Polarizace odraženého světla je jen částečná a závisí na úhlu dopadu světla. Odražené světlo je úplně polarizované jen při určitém úhlu dopadu, který závisí na indexu lomu uvažovaných dvou prostředí.

Svírá-li směr odražené světelné vlny a vlny lomené úhel $90°$, je odražené světlo polarizováno úplně a lomené světlo jen částečně, ale převládá v něm jeden směr kmitání vektoru $\vec{E}$ (viz obr. 53); tento směr je kolmý na směr, ve kterém kmitá vektor $\vec{E}$ v odraženém světle.

Poznámka: Na obr. 53 je tečkami vyznačen směr kmitání vektoru $\vec{E}$ v rovině kolmé k rovině dopadu (tj. rovnoběžně s rozhraním uvažovaných prostředí); krátkými úsečkami je vyznačen směr kmitání vektoru $\vec{E}$ ve směru kolmém na právě popsaný směr (směr kmitání vyznačený krátkými úsečkami leží v rovině dopadu).



Obr. 53

K popsanému jevu dochází při úhlu dopadu α_B, který se nazývá Brewsterův úhel dopadu. Svírají-li směry dopadající a lomené vlny $90°$, je možné (podle obr. 53) psát $\alpha_B + 90° + \beta = 180°$, a tedy $\beta = 90° - \alpha_B$. Snellův zákon lomu lze psát ve tvaru $\frac{\sin\alpha_B}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$. Po dosazení dostaneme $\frac{\sin\alpha_B}{\sin(90° - \alpha_B)} = \frac{n_2}{n_1}$, což lze s využitím vlastností goniometrických funkcí přepsat ve tvaru $\frac{\sin\alpha_B}{\cos\alpha_B} = \frac{n_2}{n_1}$. Poslední úpravou získáme vztah pro závislost Brewsterova

úhlu dopadu na indexech lomů uvažovaných prostředí:

$$\mathrm{tg}\,\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}.$$

Kvalitnější polarizace lze dosáhnout opakovaným odrazem (resp. lomem).

4.2.3.2 | Polarizace dvojlomem

U anizotropních látek je velikost rychlosti šíření světla závislá na směru jeho šíření. V důsledku toho nastává u některých anizotropních krystalů **dvojlom**. Světelný paprsek se na rozhraní s krystalem rozdělí na paprsky dva:

1. paprsek řádný - splňuje zákon odrazu a lomu
2. paprsek mimořádný - vzniká v důsledku anizotropie krystalu.

Oba paprsky jsou lineárně polarizované, ale vektory $\vec{E}$ kmitají v rovinách vzájemně kolmých. Mezi nejznámější materiály s touto vlastností patří islandský vápenec, který tvoří čiré a často poměrně velké krystaly. Podíváme-li se přes tento krystal např. na kresbu, vidíme ji dvojitě, neboť při lomu je úhel řádného a mimořádného paprsku odlišný.

Paprsky řádný a mimořádný lze od sebe oddělit např. totálním odrazem na tenké vzduchové vrstvě. V praxi to lze provést tak, že daný materiál (např. islandský vápenec) rozřízneme a mezi oběma částmi se nechá malá štěrbina. Na vzduchové vrstvě v této štěrbině pak dochází k totálnímu odrazu řádného paprsku a odchýlí se tedy více

od směru paprsku mimořádného.

4.2.3.3 | Polarizace polaroidem

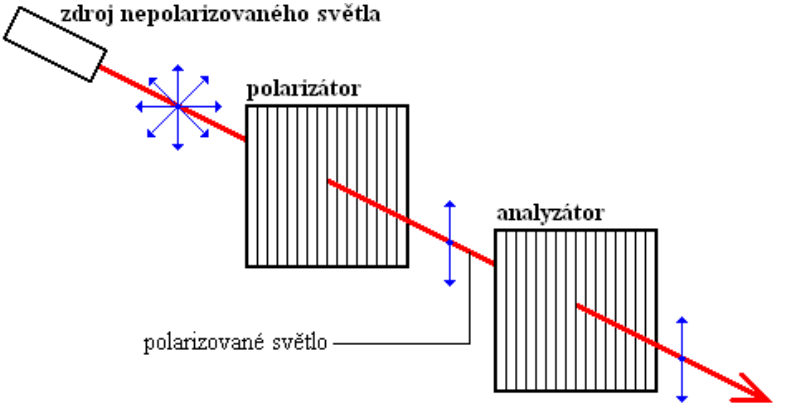
V technické praxi se k polarizaci světla používají speciální filtry - **polaroidy** (**polarizační filtry**). Jsou zhotoveny ze dvou vrstev plastického materiálu, mezi nimiž jsou krystalky mikroskopických rozměrů látky zvané **herapatit** (směs síranu chininu s kyselinou sírovou, jodovodíkovou a jodem). Tato látka vykazuje dvojlom a různě polarizované světelné vlny se v ní rozdílně absorbují. Při vhodném uspořádání krystalů herapatitu z polaroidu vychází jen lineárně polarizované světlo mimořádného paprsku.

Polaroid tedy funguje velmi podobně jako barevné filtry. Ty propouštějí z bílého světla, které na ně dopadá, jen světlo určité barvy; polaroid propouští pouze světlo polarizované v určitém směru.

Zařízení, kterým se přirozené světlo mění na světlo polarizované, se nazývá **polarizátor** a využívá se v něm polarizace světla odrazem a lomem nebo polarizace dvojlomem.

Pro oko se ale polarizované světlo nijak neliší od světla přirozeného (nepolarizovaného). K tomu, abychom polarizované světlo odlišili resp. zjistili orientaci roviny, v níž leží polarizovaná světelná vlna (kmitová rovina), je nutný **analyzátor**. Ten je tvořen opět vhodným

polarizačním prostředkem, který propouští polarizované světlo jen s určitou orientací kmitové roviny (viz obr. 54).

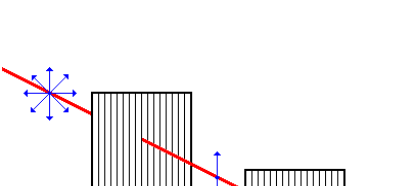


Obr. 54

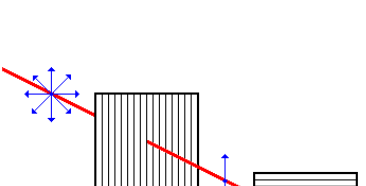
Názorně (byť s jistými nepřesnostmi) si lze problematiku polarizátoru a analyzátoru představit na následující situaci: člověk nese náruč tyčí, které jsou ale různě orientovány - tvoří v ruce člověka jakýsi trs (tyče mají tedy libovolnou polarizaci). Plaňkovým plotem (ten zde hraji roli polarizátoru) projdou jen ty tyče, které jsou orientovány ve směru mezer mezi plaňkami (jsou polarizovány v jednom směru). Tyče, které svírají s mezerami v plotě nenulový úhel, neprojdou.

Této představě odpovídá i znázornění polarizačních filtrů na obr. 54 až obr. 56.

Jako polarizátor a analyzátor lze užít dva polaroidy - jedním necháme procházet světlo přirozené (tedy nepolarizované) a získáme z něho světlo polarizované, které pak necháme procházet druhým polaroidem ve funkci analyzátoru. Otáčením analyzátoru se lze přesvědčit, že při určitém vzájemném natočení polaroidů světlo polaroidy prochází (viz obr. 55) a při jiném neprochází (viz obr. 56).



Obr. 55



Obr. 56

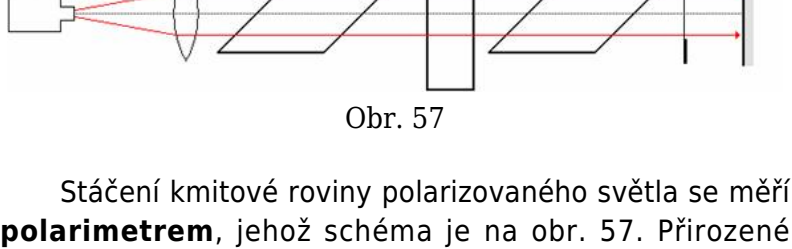
4.2.3.4 | Použití polarizovaného světla v praxi

4.2.3.4.1 | Zkoumání opticky aktivních látek

V praxi se polarizované světlo používá při zkoumání **opticky aktivních látek**, tj. látek, které mají schopnost stáčet kmitovou rovinu polarizovaného světla. Jedná se

o jev zvaný **rotační polarizace**.

Např. cukr stáčí kmitovou rovinu vpravo - proto je pravotočivý. Toho se využívá k měření koncentrace cukru v roztoku (např. ve vodě).



Obr. 57

Stáčení kmitové roviny polarizovaného světla se měří **polarimetrem**, jehož schéma je na obr. 57. Přirozené světlo ze zdroje se polarizuje polarizátorem, prochází opticky aktivní látkou, jejíž vlastnosti zkoumáme, a vstupuje do analyzátoru. Jako polarizátor a analyzátor se používají tzv. **nikoly** (krystaly islandského vápence upravené tak, že jimi prochází jen mimořádný paprsek).

Před vložením látky do polarimetru jsou roviny polarizátoru a analyzátoru zkřížené tak, že zorné pole je tmavé - na matnici nedopadá žádné světlo. Po vložení látky se zorné pole rozjasní a otáčením analyzátoru se vyhledá poloha, při níž je zorné pole opět tmavé. Úhel otočení analyzátoru se odečítá na stupnici a určuje stočení roviny polarizovaného světla; úhel stočení polarizační roviny je úměrný koncentraci aktivní látky v roztoku.

Zkoumaná opticky aktivní látka světlo tedy také polarizuje. Analyzátorem pak nastavíme takovou polohu, při níž světlo na matnici nedopadá - tj. rovina polarizace světla vyšlého z opticky aktivní látky je kolmá na „mřížku“ analyzátoru.

Bylo by pochopitelně možné začít experiment tak, že polarizátor a analyzátor jsou v takové vzájemné poloze, že na matnici dopadá maximum světla. Po vložení opticky aktivní látky mezi polarizátor a analyzátor by bylo možné otáčením analyzátoru najít opět takovou jeho polohu, při níž dopadá na matnici maximum světla. Tento způsob se ale nepoužívá, neboť je méně přesný - najít polohu analyzátoru, při níž je matnice matná, je snadnější a zatíženo menšími chybami, než najít polohu, při níž na matnici dopadá maximum světla. Maximum světelné intenzity se určuje hůře než její minimum.

4.2.3.4.2 | Zabránění nechtěným odrazům

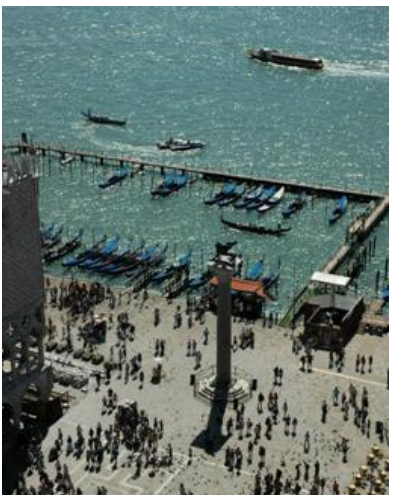
Dopadá-li světlo na rozhraní dvou optických prostředí, částečně se odráží, částečně láme. Odražené světlo je částečně nebo zcela polarizováno v závislosti na úhlu dopadu (polarizace odrazem). Vhodně natočeným polarizačním filtrem je možné zmenšit intenzitu

odraženého světla.

Toho se využívá v praxi:

1. polarizační brýle (tzv. brýle pro rybáře) - brýle jsou tvořeny polarizačními filtry, jejichž polarizační roviny jsou navzájem kolmé. Pohledem přes tyto brýle pod vhodným úhlem např. na vodní hladinu, od níž se odráží sluneční světlo, lze částečně odražené světlo eliminovat a vidět i pod hladinu.
2. polarizační filtry na objektivy fotoaparátů a kamer - při vhodném natočení polarizačního filtru lze získat kvalitnější fotografii nebo filmový záznam. Na obr. 58 je zobrazena fotografie náměstí svatého Marka v italských Benátkách pořízená běžným způsobem, na obr. 59 je tatáž scenérie vyfotografovaná přes polarizační filtr.

Fotografové bulvárních plátků tímto způsobem mohou získávat poměrně kvalitní fotografie známých osobností společenského, kulturního a politického života z jejich schůzek v prosklených kavárnách, restauracích, ... Fotografovi stačí nasadit na objektiv polarizační filtr, vhodně ho natočit a odlesky světla od skel kavárny či restaurace zmizí - a „momentka“ je hotová.



Obr. 58



Obr. 59

4.2.3.4.3 | Klasický film

Při natáčení filmů klasickou technologií se polarizace světla využívala zejména v dobách, kdy nebyla výpočetní technika na takové úrovni, aby se mohla postprodukce filmu (střih, zvláštní efekty, triky, ...) realizovat právě s využitím počítačů. Proto filmaři používali pomůcky, které byly sice technicky jednodušší, ale práce s nimi ve většině případů vyžadovala trpělivost, pohotovost a velkou zkušenost daného pracovníka.

Polarizační filtr je jednou z těchto jednodušších pomůcek, který se používal k vytváření některých efektů před nástupem éry počítačů. Při práci s ním a s klasickým filmem je ovšem nutné postupovat opatrněji, než při práci s počítačem, a vše velmi pečlivě připravit. Při editaci filmu v počítači není problém nastavit začátek daného efektu nebo triku na přesně dané políčko (frame), lze si vše vyzkoušet a odladit, aniž bychom ničili filmový materiál. Při práci s polarizačními filtry je nutné vše pečlivě nazkoušet, sesynchronizovat činnost několika lidí a zařízení (herců, kameramana, asistenta kamery, ...) a teprve poté je možné daný záběr natočit. Je totiž nutné počítat s tím, že filmový materiál je (a byl) drahý, a proto je velmi neekonomické jím zbytečně plýtvat.

Polarizační filtry se používaly zejména jako zařízení, kterým lze regulovat intenzitu světla, které dopadá do objektivu kamery. Proto se u filmových kamer používaly k realizaci tzv.:

1. roztmívačky - intenzita světla, které dopadá do objektivu kamery, se na začátku záběru postupně zvyšuje od nulové hodnoty až po hodnotu danou nasvícením dané scény;
2. stmívačky - intenzita světla dopadajícího do objektivu kamery se na konci záběru postupně snižuje od hodnoty dané nasvícením scény až po nulovou hodnotu.

Tímto způsobem lze ve filmu např. od sebe oddělit

tématicky nebo časově k sobě patřící části filmu od jiných.

Stejným způsobem se regulovala intenzita světla, když bylo nutné převést filmový záznam na televizní signál. V době, kdy televizní studia nebyla vybavená počítačovou technologií, se tento převod prováděl tak, že se film snímal okénko po okénku televizní kamerou. A k regulaci intenzity světla (resp. jasu světla) se používaly právě polarizační filtry.

Princip právě popsaného použití polarizačních filtrů dokumentuje obr. 60. Dva polarizační filtry položené na sobě se vůči sobě otáčejí kolem osy, která prochází středy obou z nich. Tímto způsobem dosáhneme plynulé změny intenzity světla, které prochází oběma filtry.

Polarizační filtry, které byly pro získání obr. 60 použity, mají na obrubě držák, pomocí něhož je možné určit vzájemnou orientaci obou filtrů. Tak vidíme, že při vzájemném natočení o $0°$ prochází většina světla, při vzájemném natočení o $90°$ neprochází žádné světlo.



Obr. 60

4.2.3.4.4 | 3D kina

Rozvoj moderních technologií umožnil vznik i tzv. 3D kin. V těchto kinech může divák zhlédnout film přes polarizační brýle, které v kině půjčují. Výsledný dojem z filmu je umocněn tím, že divák má pocit, že je sám součástí děje: divákovi se zdá, že ho postavy a prostředí filmu obklopují a sám divák je součástí filmového příběhu.

Filmy, které jsou v těchto typech kin promítány, jsou natáčené speciální technologií. Celý film (resp. ta část, která má být promítána trojrozměrně) je natáčen pomocí dvou kamer. Ty jsou pevně umístěné na stativu takovým způsobem, že vzdálenost jejich objektivů odpovídá zhruba vzájemné vzdálenosti lidských očí. Tím je zajištěno, že natáčená scéna je snímána z takového úhlu, pod kterým ji

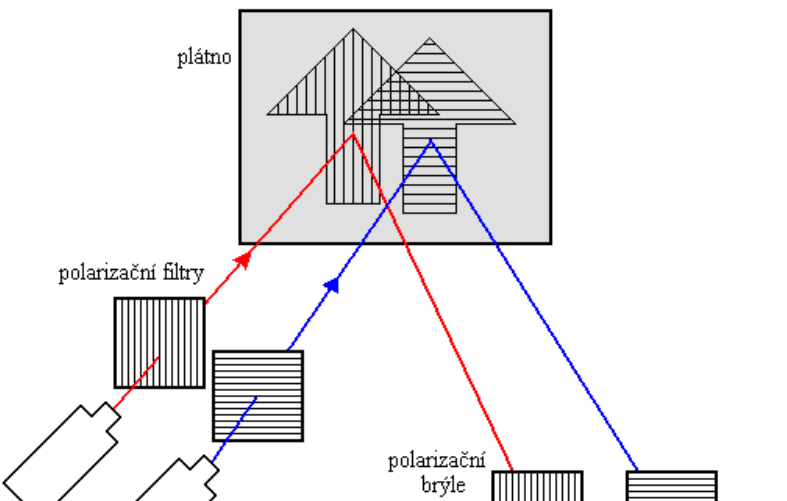
vidí lidské oči.

Film se potom běžným způsobem sestříhá, ozvučí, … - stále je ale třeba dodržet synchronizaci záznamů z obou kamer. Při projekci v kině se pak promítá film dvěma promítacími stroji, z nichž každý má na objektivu polarizační filtr. Polarizační roviny filtrů obou promítacích strojů jsou navzájem kolmé, stejně jako roviny polarizace skel brýlí, kterými se na film dívá divák (viz obr. 61). Každé divákovo oko proto vnímá obraz pouze z jednoho promítacího stroje (resp. obraz natočený jen jednou kamerou). Výsledný obrazový vjem vzniká až v mozku diváka složením obrazů z obou jeho očí.

Film je nutné promítat na speciální plátno, jehož odrazná plocha zachovává rovinu polarizace světla. Kdyby se totiž rovina polarizace světla odraženého od plátna nezachovávala, obraz vnímaný divákem by byl nekvalitní (rozmazaný, nevynikl by 3D efekt, …).

Vhodným materiálem pro taková plátna je hliník. Ten totiž po odrazu zachovává rovinu polarizace světla.

Pokud by divák sledoval ve 3D kině film bez polarizačních brýlí, vnímal by obraz neostrý a nepřehledný. Divák by viděl totiž obrazy z obou kamer najednou, ale tyto obrazy přitom nejsou stejné.



Obr. 61

V současné době využívají 3D kina většinou technologii IMAX.

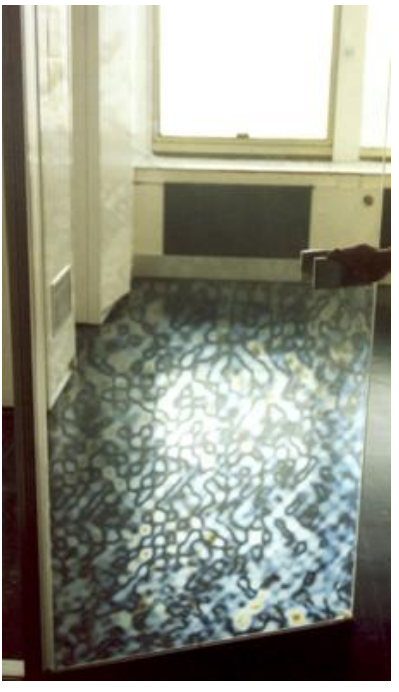
4.2.3.4.5 | Fotoelasticimetrie

Pomocí polarizace lze také zkoumat mechanické napětí v různých objektech. Používaná metoda se nazývá **fotoelasticimetrie**. Využívá umělé anizotropie vyvolané mechanickým namáháním v některých látkách (organické sklo, ...), z nichž se vyrobí model zkoumaného objektu. Ten

se pak deformuje a zároveň prosvětluje polarizovaným světlem.



Obr. 63



Obr. 64

Princip této metody je úplně stejný jako je princip polarimetru zobrazeného na obr. 62. Místo zkoumaného roztoku se mezi polarizátor a analyzátor vloží mechanicky namáhaný materiál.

Pomocí analyzátoru pak lze pozorovat charakteristické obrazce, které poskytují informaci o mechanickém napětí v modelu. Na základě těchto informací je pak možné posoudit zkoumaný materiál z hlediska bezpečnosti (možnost vzniku vad při jeho používání, existence skrytých vad, ...). Na obr. 65 a obr. 66 jsou zobrazeny skleněné dveře, které byly vyfotografovány přes polarizační filtr. Roviny polarizace použitého polarizačního filtru, pomocí něhož byly obě fotografie zhotoveny, jsou navzájem kolmé. Zobrazené obrazce vypovídají o trvalé deformaci způsobené vlastní tíhovou silou skla i o vnitřní struktuře materiálu.

Na první pohled se zdá, že touto metodou lze analyzovat pouze materiály opticky průsvitné. Pokud si ale uvědomíme, že světlo je pouze velmi malá část elektromagnetického vlnění, je zřejmé, že je možné použít i jiné druhy elektromagnetického záření (ultrafialové, rentgenové, ...). Takové záření sice není viditelné přímo lidským okem, ale pomocí výpočetní techniky je lze převést na záření lidským okem viditelné. Stačí tedy najít záření o vhodné frekvenci (resp. vlnové délce), které prochází zkoumaným materiálem.

Zákon odrazu, lomu, vlnové vlastnosti, ... platí pro všechny druhy elektromagnetického záření.

4.3 | ZOBRAZOVÁNÍ OPTICKÝMI SOUSTAVAMI

4.3.1 | Základní principy optického zobrazování

Lidské oko, dalekohled, mikroskop, videokamera, fotografický přístroj, ... vytvářejí obrazy předmětů na základě zákonů optiky. Funkce těchto přístrojů je založena na jednoduchých obecných principech paprskové (geometrické) optiky:

1. přímočaré šíření světla
2. zákon odrazu
3. zákon lomu
4. nezávislost chodu světelných paprsků

Nezávislost chodu paprsků lze v této souvislosti chápat dvojím způsobem. Jednak to znamená, že když se setkají dva paprsky, vzájemně se neovlivní, a jednak lze obrátit i jejich směr. To je někdy při konstrukci obrazu určitého předmětu vhodné, neboť se tím zadaná úloha zjednoduší.

To tedy znamená, že při výkladu základních poznatků o vytváření obrazů optickými soustavami nebudeme uvažovat vlnovou podstatu světla (nebudeme uvažovat

ohybové a interferenční jevy, ...). Paprsková optika je tedy založena na předpokladu, že vlnovou délku světla lze vůči rozměrům optické soustavy zanedbat ($\lambda \to 0$).

4.3.2 | Optické zobrazení

Z každého bodu předmětu, který pozorujeme, vycházejí světelné paprsky a vytvářejí rozbíhavý svazek světelných paprsků.

Fakt, že vidíme okolní předměty, je způsoben tím, že předměty:

1. světlo sami vyzařují - jedná se o zdroje světla
2. světlo odrážejí a rozptylují

Dopadá-li na předmět světlo vyzářené z určitého zdroje, odráží se ve shodě se zákonem odrazu. Pokud povrch předmětu není rovinný, světlo se i rozptyluje.

Zobrazit daný předmět *A* pak znamená, že optickou soustavou (např. oko) je rozbíhavý svazek paprsků změněn na sbíhavý svazek paprsků, které se protínají v bodě A'; A' je přitom obrazem bodu *A* (viz obr. 67).

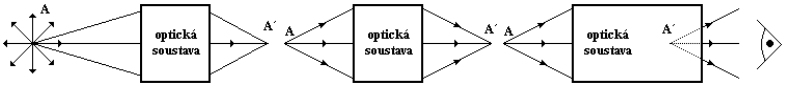
OPTICKÁ SOUSTAVA JE USPOŘÁDÁNÍ OPTICKÝCH PROSTŘEDÍ, KTERÉ MĚNÍ SMĚR CHODU PAPRSKŮ. POSTUP, KTERÝM ZÍSKÁME OPTICKÉ OBRAZY BODŮ (TZV. PŘEDMĚTŮ), SE NAZÝVÁ OPTICKÉ ZOBRAZENÍ.

Svazek paprsků vystupující z optické soustavy může být:

1. sbíhavý

2. rozbíhavý

V případě sbíhavého paprsku vzniká v průsečíku paprsků **skutečný (reálný) obraz** (viz obr. 68).



Obr. 67 Obr. 68 Obr. 69

Skutečný obraz poznáme podle toho, že se v něm skutečně paprsky protínají! Takový obraz lze zachytit na stínítko, zaznamenat na fotografický film, ...

Vytváří-li optická soustava rozbíhavý svazek paprsků, není možné zachytit obraz daného bodu na stínítko a skutečný obraz nevzniká (obr. 69). Obraz A' lze ale pozorovat okem, protože oční čočka mění rozbíhavý svazek na sbíhavý. Obraz A' pak pozorujeme v průsečíku, který vznikne zpětným prodloužením rozbíhavých paprsků. V tomto případě vzniká **zdánlivý (neskutečný) obraz**.

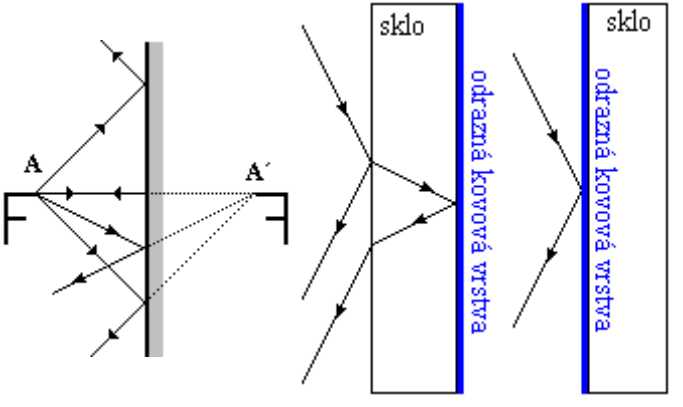
Neskutečný obraz není možné zachytit na stínítko, nelze jej zaznamenat na fotografický film. V daném bodě (bod A' z obr. 69) se paprsky neprotínají, nesoustřeďuje se v něm světelná energie.

4.3.3 | Zobrazení rovinným zrcadlem

Uplatňuje-li se při optickém zobrazení jen odraz světla, mluvíme o **zobrazení odrazem**. V praxi se s ním

setkáváme při pohledu na předměty s lesklým povrchem. Nejjednodušší je zobrazení odrazem na lesklé rovinné ploše, která se nazývá **rovinné zrcadlo**. Zdrojem světla je bod *A* v prostoru před zrcadlem, z něhož vycházejí všemi směry navzájem rozbíhavé paprsky. Paprsky dopadající na rovinu zrcadla se odrážejí podle zákona odrazu. Odražené paprsky tvoří rozbíhavý svazek, což znamená, že při zobrazení rovinným zrcadlem vzniká neskutečný obraz. Při pohledu okem vidíme tento obraz v průsečíku A' zpětně prodloužených paprsků, tedy v prostoru za zrcadlem (viz obr. 70).

Paprsky odražené od zrcadla se tedy reálně neprotnou - proto je obraz neskutečný. Skutečný obraz, který můžeme pozorovat např. okem, dokáže vytvořit až spojná soustava čoček.



Obr. 70 Obr. 71 Obr. 72

Vlastnosti obrazu vytvořeného rovinným zrcadlem:

1. obraz je zdánlivý
2. vzdálenost *a* předmětu od zrcadla je stejná jako vzdálenost a' obrazu od zrcadla
3. obraz je stranově převrácený
4. obraz je vzpřímený (přímý)

Místo všech uvedených vlastností si stačí uvědomit, že obraz vytvořený rovinným zrcadlem je osově souměrný se svým vzorem podle roviny zrcadla.

Rovinná zrcadla mají široké použití a při jejich výrobě se využívají vlastnosti kovových ploch, které odrážejí více jak 90 % dopadajícího světla. U běžných zrcadel je kov (cínový amalgam) který tvoří odraznou vrstvu, nanesen na zadní stěně skleněné desky. Při zobrazení tímto zrcadlem se ale velká část světla odráží již od přední stěny skla, takže vzniká zdvojený obraz (viz obr. 71). Pro běžné účely (ranní hygiena, ...) je tento jev zanedbatelný. Rovinná zrcadla jsou často součástí i optických nebo měřících přístrojů a v nich by vznik dvojitého obrazu vedl k řadě nepřesností a nedokonalostí.

Fotografie pořízená takovým přístrojem by byla neostrá - vyfotografované předměty by měly „duchy“.

Proto se pro profesionální účely používají zrcadla s lesklou kovovou plochou nanesenou na vnějším povrchu skla, u kterých zdvojený obraz nevzniká (viz obr. 72).

Kovová vrstva je tak citlivá, že i pouhým dotykem rukou by se mohla poškodit a znehodnotit. Proto je nutné při manipulaci s těmito zrcadly dbát zvýšené opatrnosti.

4.3.4 | Konvence znamének a značení

V dalších kapitolách se budeme zabývat zobrazením kulovými zrcadly a čočkami. Pro tato zobrazení odvodíme jedinou rovnici, kterou lze použít jak pro oba typy kulových zrcadel, tak pro oba typy čoček, pokud dodržíme následující pravidla značení a znamének:

1. Optickou soustavu kreslíme vždy tak, že paprsky procházejí touto soustavou zleva doprava
2. Orientovaná ohnisková vzdálenost (předmětová nebo obrazová) se měří od příslušného ohniska k optickému středu (vrcholu) soustavy. Má-li tato orientovaná vzdálenost souhlasný směr se směrem chodu paprsků, je kladná, má-li směr opačný, je záporná.
3. Orientovaná výška předmětu se značí y, orientovaná výška jeho obrazu y'. Tyto orientované výšky měříme od optické osy (na níž předmět stojí) ke konci předmětu. Leží-li koncový bod předmětu (nebo jeho obrazu) nad optickou osou, je jeho orientovaná výška

kladná, leží-li pod optickou osou, je jeho orientovaná výška záporná.

4. Vzdálenost předmětu od vrcholu (resp. středu) optické soustavy se značí *a*, vzdálenost jeho obrazu od vrcholu (resp. středu) optické soustavy se značí a'. Vzdálenost *a* se měří vždy od předmětu k vrcholu (resp. středu) optické soustavy a je vždy kladná. Vzdálenost a' se měří od obrazu předmětu k vrcholu (resp. středu) dané soustavy. Jedná-li se o kulové zrcadlo je vzdálenost a' kladná před zrcadlem a záporná za zrcadlem. Jedná-li se o čočku je vzdálenost a' kladná za čočkou a záporná před čočkou.

Jinými slovy: vzdálenost a' je kladná tam, kde očekáváme, že vznikne obraz. Kulová zrcadla zobrazují na základě odrazu světla, proto je přirozené očekávat, že obraz vznikne před nimi. Čočky zobrazují na základě průchodu a lomu světla - obraz by měl tedy vznikat za nimi. V určitých situacích ale vznikne obraz za zrcadlem resp. před čočkou (tj. tam, kde ho neočekáváme) - v tom případě je vzdálenost a' záporná.

5. U čoček značíme poloměry křivostí indexy *1* a *2* a to tak, že index *1* přísluší optické ploše, na kterou paprsek dopadá jako první.
6. Poloměry křivosti u čoček bereme kladné (resp. záporné), jedná-li se o plochu vypuklou

(resp. dutou). Poloměry křivosti u kulových zrcadel bereme kladné (resp. záporné), jedná-li se o plochu dutou (resp. vypuklou).

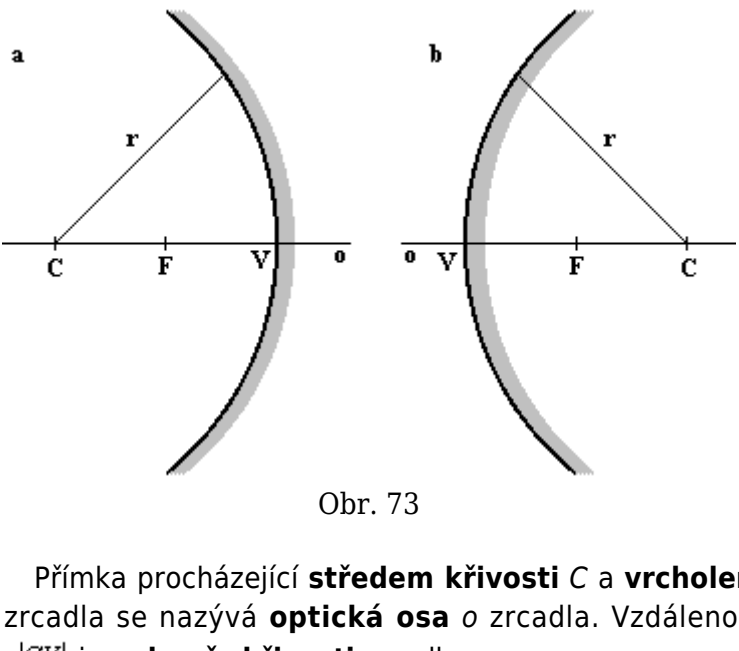
Ačkoliv se může zdát, že je to velmi komplikované, vyplývá to z bodu 2. Je ovšem nutné vědět, jak souvisí poloměr křivosti optických ploch s ohniskovou vzdáleností - a to se u kulových zrcadel a čoček trochu liší.

7. Index lomu čočky se značí n_2, index lomu prostředí, v němž se čočka nachází, se značí n_1.

4.3.5 | Zobrazení kulovým zrcadlem

Kulové zrcadlo je vytvořeno na povrchu části kulové plochy. Podle toho, na které straně vrchlíku kulové plochy je zrcadlící plocha, rozlišujeme:

1. duté zrcadlo - zrcadlící plocha je na vnitřní straně vrchlíku (viz obr. 73a)
2. vypuklé zrcadlo - zrcadlící plocha je na vnější straně vrchlíku (viz obr. 73b)



Obr. 73

Přímka procházející **středem křivosti** *C* a **vrcholem** *V* zrcadla se nazývá **optická osa** *o* zrcadla. Vzdálenost $r = |CV|$ je **poloměr křivosti** zrcadla.

V dalších úvahách se omezíme pouze na paprsky, které se nacházejí v blízkosti optické osy, v tzv. **paraxiálním prostoru**:

PARAXIÁLNÍ PROSTOR JE TAKOVÝ PROSTOR SYMETRICKY ROZLOŽENÝ KOLEM OPTICKÉ OSY ZRCADLA (RESP. ČOČKY), V NĚMŽ JE ZOBRAZENÍ KOLINEÁRNÍ. TO ZNAMENÁ, ŽE PŘI ZOBRAZOVÁNÍ NEVZNIKAJÍ ŽÁDNÉ VADY.

Kolineární zobrazení je zobrazení, při kterém se zobrazí bod na bod a úsečka na úsečku a ne na oblouk nebo jinou křivku.

Jak široký paraxiální prostor budeme uvažovat, závisí na míře přesnosti, s níž chceme zobrazení definovat.

Paraxiální prostor lze také definovat tak, že je to prostor, v němž paprsky dopadají na zrcadlo pod malými úhly. Pro takové úhly α pak platí: $\sin\alpha \doteq \alpha$.

Při optickém zobrazování používáme tři význačné paprsky:

Tyto paprsky nejsou význačné tím, že by pro ně neplatily fyzikální zákony. Paprsky se chovají podle zákona odrazu. Mají ale takový směr, že lze snadno určit jejich směr po odrazu od zrcadla.

1. Paprsek procházející středem křivosti zrcadla má po odrazu od zrcadla opačný směr než měl před odrazem; tj. tento paprsek se odráží zpět do bodu *C*.

Tato vlastnost paprsku je dána tím, že tento paprsek dopadá na zrcadlo kolmo - dopadá totiž ve směru poloměru křivosti zrcadla. Na základě zákona odrazu světelných paprsků od nerovinného rozhraní optických prostředí měříme úhel dopadu od kolmice k tečné rovině sestrojené v daném bodě dopadu.

2. Paprsek rovnoběžný s optickou osou se od zrcadla odráží tak, že optickou osu protíná v bodě *F*.

Paprsek rovnoběžný s optickou osou přichází z velmi vzdáleného (teoreticky nekonečně vzdáleného) zdroje světla.

3. Paprsek procházející bodem *F* se po odrazu od zrcadla šíří rovnoběžně s optickou osou.

Jedná se vlastně o předchozí paprsek s využitím záměnnosti chodu paprsků.

Pro konstrukci obrazu postačují dva význačné paprsky. Předmět ležící na optické ose se zobrazí tak, že jeho obraz leží opět na optické ose.

Bod *F* (z 2. a 3. význačného paprsku) se nazývá **ohnisko** kulového zrcadla. Vzdálenost ohniska *F* od vrcholu *V* kulového zrcadla je **ohnisková vzdálenost** *f*, pro níž platí: $f = |FV| = \frac{r}{2}$.

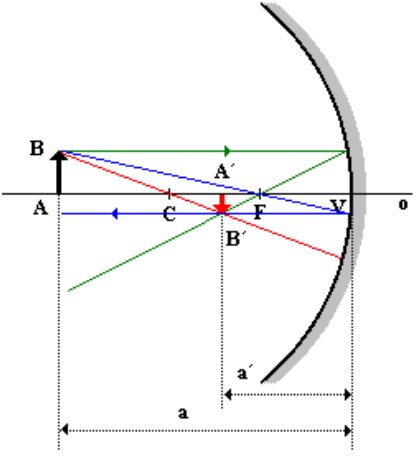
U zrcadla dutého se paprsky v ohnisku skutečně protínají - bod *F* představuje tedy **skutečné ohnisko**. Ohnisko zrcadla vypuklého je **neskutečné**.

Princip zobrazení kulovými zrcadly je znázorněn na obr. 74 pro duté zrcadlo a na obr. 75 pro vypuklé zrcadlo. Vzdálenost $a = |AV|$ předmětu od vrcholu zrcadla se nazývá **předmětová vzdálenost**. Vzdálenost $a' = |A'V|$ je **obrazová vzdálenost**.

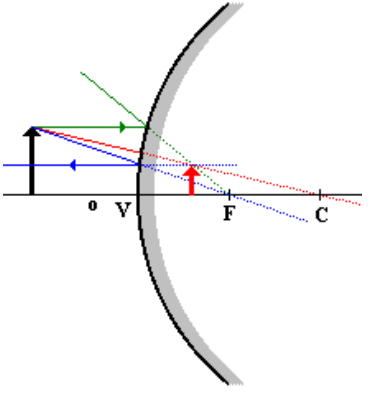
Optické zobrazení charakterizuje veličina zvaná **měřítko optického zobrazení** (**příčné zvětšení**) *Z*. Je definována poměrem výšky obrazu y' a výšky předmětu *y*:

$Z = \frac{y'}{y}$. Optické zobrazení charakterizujeme z hlediska vztahu obrazu k předmětu pojmy:

1. zmenšený - zvětšený - lze určit na základě příčného zvětšení Z
2. skutečný - neskutečný - lze určit podle znaménka obrazové vzdálenosti a'
3. vzpřímený - převrácený - lze určit na základě znaménka příčného zvětšení Z



Obr. 74



Obr. 75

Vzdálenost		Vlastnosti obrazu
předmětu	obrazu	

$a > r$	$f < a' < r$	zmenšený, převrácený, skutečný
$a = r$	$a' = r$	stejně vysoký, převrácený, skutečný
$f < a < r$	$a' > r$	zvětšený, převrácený, skutečný
$a = f$	$a' \to \infty$	$y' \to \infty$
$a < f$	$0 < a' < \infty$	zvětšený, vzpřímený, zdánlivý

tab. 1

Kromě příčného zvětšení se zavádí i osové (podélné) zvětšení, což je poměr délek úseček ležících na optické ose. Úhlové zvětšení je definované jako poměr úhlů, které svírají odpovídající si paprsky s optickou osou.

Vlastnosti obrazu předmětu při zobrazení dutým zrcadlem závisí na poloze předmětu na optické ose (viz tab. 1). Při zobrazení vypuklým zrcadlem vzniká vždy zmenšený, vzpřímený a zdánlivý obraz.

Vlastnosti obrazu v závislosti na poloze předmětu není nutné znát z paměti. Vždy je dobré si zadanou situaci načrtnout pomocí dvou (resp. tří) význačných paprsků a získáme představu o poloze obrazu.

4.3.5.1 | Použití kulových zrcadel

Dutá zrcadla jsou součástí osvětlovacích zařízení.

Automobilové světlomety, projektory, kapesní svítilny, ...

Používají se zejména tzv. **parabolická zrcadla**, jejichž plocha má tvar rotačního paraboloidu. U těchto zrcadel je možné lépe dosáhnout požadavku, aby světlo žárovky umístěné v ohnisku zrcadla bylo soustředěno do svazku rovnoběžných paprsků. Použitím parabolického zrcadla se koriguje i tzv. kulová vada zrcadla. Ta se projevuje u kulových zrcadel tak, že se rovnoběžné paprsky, které dopadají na kulové zrcadlo ve větší vzdálenosti od optické osy, neodráží přesně do ohniska. V důsledku toho se získaný obraz deformuje.

Kulová vada vzniká v důsledku toho, že paprsky již nejsou v paraxiálním prostoru.

Dutá zrcadla se také používají také v dámských a toaletních zrcátkách: žena si prohlíží tvář ze vzdálenosti menší než je ohnisková vzdálenost zrcadla, a vzniká proto zvětšený a vzpřímený obraz její tváře.

Dále se dutá zrcadla používají v astronomických dalekohledech. Pro tyto účely se vyrábějí dutá zrcadla o průměru až několik metrů.

Vypuklá zrcadla se používají např. na křižovatkách, ve zpětných zrcátkách automobilů, ... - mají totiž velké zorné

pole. Obraz předmětů, který vzniká odrazem od vypuklého zrcadla, je přímý a zmenšený; proto je vhodný (a hlavně bezpečný) pro použití v dopravě.

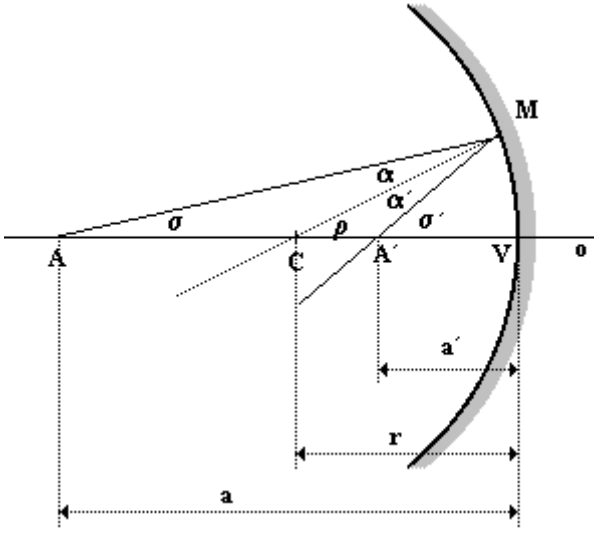
4.3.6 | Zobrazovací rovnice kulového zrcadla

Zobrazovací rovnici lze použít i na výpočet parametrů čoček (a to spojek i rozptylek), pokud dodržíme konvence značení a znamének.

4.3.6.1 | Odvození rovnice

Předpokládejme, že z bodu *A* na optické ose dutého kulového zrcadla vychází paprsek, který se v bodě *M* na ploše dutého zrcadla odráží podle zákona odrazu a optickou osu protíná v bodě A' (viz obr. 76). Paprsek *AM* resp. $A'M$ svírá s optickou osou *o* zrcadla úhel σ resp. σ'. V paraxiálním prostoru jsou všechny úhly malé a proto platí: $\mathrm{tg}\,\sigma = \frac{|MV|}{a} \doteq \sigma$ a $\mathrm{tg}\,\sigma' = \frac{|MV|}{a'} \doteq \sigma'$.

Vzhledem k tomu, že jsou malé uvažované úhly, lze považovat i část oblouku *MV* za úsečku, která je kolmá k optické ose *o*.



Obr. 76

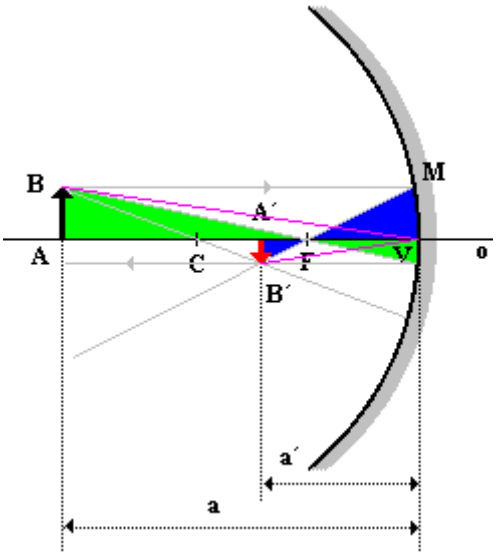
Úsečka *CM* (poloměr křivosti zrcadla *r*) svírá s optickou osou úhel ρ, pro který platí: $\operatorname{tg}\rho = \frac{|MV|}{r} \doteq \rho$. Podle obr. 76 platí: $\rho = \sigma + \alpha$ a $\alpha' + \rho = \sigma'$. Podle zákona odrazu je $\alpha' = \alpha$, takže dostáváme dvě rovnice: $\rho = \sigma + \alpha$ a $\rho = \sigma' - \alpha$. Jejich sečtením dostáváme $\sigma + \sigma' = 2\rho$ a tedy po dosazení $\frac{|MV|}{a} + \frac{|MV|}{a'} = 2\frac{|MV|}{r}$. Získáme tedy rovnici $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$, což je **zobrazovací rovnice** (dutého) zrcadla.

4.3.6.2 | Příčné zvětšení

Příčné zvětšení je možné vypočítat na základě veličin *a*, *a'* a *f*. Na základě definičního vztahu příčného zvětšení $Z = \frac{y'}{y}$ a podobných trojúhelníků na obr. 77 lze odvodit další vztahy pro příčné zvětšení: $Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{a'-f}{f} = -\frac{f}{a-f}$.

Znaménko mínus před odvozenými členy vychází nikoliv z matematických úvah o podobných trojúhelnících, ale z faktu, že všechny vzdálenosti (předmětovou, obrazovou, ohniskovou i výšku předmětu) bereme na základě konvencí značení a znamének jako orientované. To znamená, že mohou nabývat jak kladných, tak záporných hodnot.

Analogická odvození bychom získali i ze zobrazovací rovnice.



Obr. 77

Pro příčné zvětšení platí tyto relace:

1. $Z > 0$ - obraz je vzpřímený
2. $Z < 0$ - obraz je převrácený
3. $|Z| > 1$ - obraz je zvětšený
4. $|Z| < 1$ - obraz je zmenšený
5. $|Z| = 1$ - obraz je stejně velký jako předmět

4.3.7 | Čočky

Dosud jsme popisovali zobrazení zrcadly, kde se

uplatňoval pouze odraz světelných paprsků. V optických přístrojích má však větší význam zobrazení lomem, které se uskutečňuje čočkami. Ty se zhotovují ze skla, které má větší index lomu n_2, než je index lomu n_1 okolního prostředí (většinou vzduch). Povrch čočky tvoří dvě kulové plochy (resp. jedna plocha kulová a jedna plocha rovinná). Podle uspořádání ploch rozlišujeme **čočky spojné** (**spojky**) a **čočky rozptylné** (**rozptylky**) (viz obr. 78).

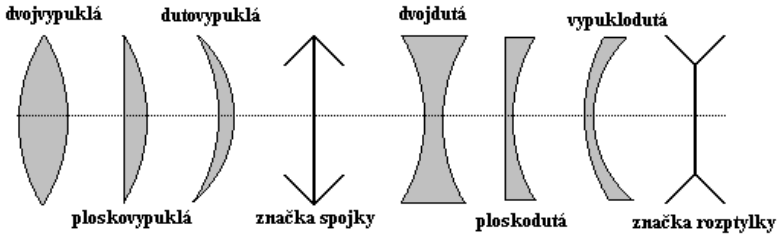
Co se názvosloví týká, spojka má vypuklý tvar, takže její název je vždy *něco**vypuklá***, zatímco rozptylky jsou tvořeny dutými plochami - proto mají názvy *něco**dutá***.

Parametry čoček jsou podobné jako parametry kulových zrcadel: **Optická osa** prochází **středy křivostí optických ploch** C_1 a C_2 (viz obr. 79) a **vrcholy optických ploch** V_1 a V_2. Veličiny r_1 a r_2 představují **poloměry křivosti optických ploch** čočky. Tloušťka čočky je dána vzdáleností $|V_1V_2|$. Nebude-li řečeno jinak, budeme dále uvažovat pouze tzv. **tenké čočky**, pro které platí: $V_1 = V_2 = O$, kde *O* je **optický střed čočky**.

To znamená, že body V_1, V_2 a *O* téměř splynou. Jedná se o idealizaci a zjednodušení - v praxi je vždy nutné uvažovat nenulovou tloušťku čočky. Pro základní přehled a seznámení se s vlastnostmi čočky ale uvedené zjednodušení plně postačuje.

Za tenkou čočku lze tedy považovat takové čočky, jejichž tloušťka je zanedbatelná vzhledem k poloměrům

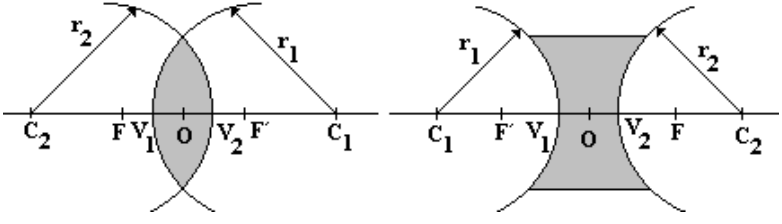
křivosti r_1 a r_2 optických ploch.



Obr. 78

Světlo čočkou prochází, a proto rozlišujeme **prostor předmětový** - z něho světlo přichází, a **prostor obrazový** - prostor, do něhož světlo vstupuje po průchodu čočkou.

Indexy poloměrů křivosti (resp. středů křivosti) jednotlivých optických ploch jsou značeny v souladu s konvencí znamének a značení: plocha, na kterou světlo dopadá jako první, má index 1.



Obr. 79

Tenké čočky mají tyto vlastnosti:

1. Paprsky procházející optickým středem čočky nemění svůj směr.
2. Paprsky rovnoběžné s optickou osou v prostoru předmětovém se po průchodu čočkou lámou tak, že v prostoru obrazovém směřují do jednoho bodu na optické ose - do **obrazového ohniska** F'. U spojky je toto ohnisko skutečné, u rozptylky je toto ohnisko zdánlivé.

V obrazovém ohnisku spojky se paprsky skutečně protínají, v obrazovém ohnisku rozptylky ne. Svazek rovnoběžných paprsků dopadajících na rozptylku je po lomu v rozptylce rozbíhavý.

3. Na optické ose spojky v prostoru předmětovém leží **předmětové ohnisko** *F*, které má tu vlastnost, že paprsky, které jím procházejí, jsou po průchodu čočkou rovnoběžné s optickou osou v prostoru obrazovém. U rozptylky leží předmětové ohnisko v prostoru obrazovém a sbíhavé paprsky, které do něho míří, jsou po průchodu čočkou rovnoběžné s optickou osou.

Vzdálenost $|FO|$ se nazývá **předmětová ohnisková vzdálenost** *f* , vzdálenost $|OF'|$ je **obrazová ohnisková vzdálenost** f'. Je-li před a za tenkou čočkou stejné prostředí, platí: $f = f'$. V tom případě se používá název

ohnisková vzdálenost čočky *f*.

Ohnisková vzdálenost závisí na indexu lomu n_2 skla, z něhož je čočka vyrobena, na indexu lomu n_1 okolního prostředí a na poloměrech křivosti r_1 a r_2 optických ploch podle vztahu: $\frac{1}{f}=\left(\frac{n_2}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$.

Pro ploskovypuklé resp. ploskoduté čočky je poloměr rovinného rozhraní čočky velmi velký ve srovnání s rozměry čoček, tj. $r\to\infty$. Proto $\frac{1}{r}\to 0$. Tento závěr vyplývá z vlastností limit.

Pokud si představíte, že poloměr je „hodně velké číslo“ (např. miliony, miliardy, ...), pak „jedna lomeno hodně velké číslo“ (jedna miliontina, jedna miliardtina, ...) je „skoro“ nula.

Podle znaménka ohniskové vzdálenosti rozlišujeme:

1. spojky - $f>0$, ohniska jsou skutečná
2. rozptylky - $f<0$, ohniska jsou neskutečná

Charakteristickou veličinou čočky je její **optická mohutnost** φ: $\varphi=\frac{1}{f}$; $[\varphi]=\mathrm{m}^{-1}=\mathrm{D}$ (dioptrie).

Zatímco do zobrazovací rovnice a vztahů pro příčné zvětšení lze dosazovat dané vzdálenosti v různých (ale všechny vzdálenosti ve stejných!!!) jednotkách, při výpočtu optické mohutnosti je nutné dosazovat

ohniskovou vzdálenost v metrech!

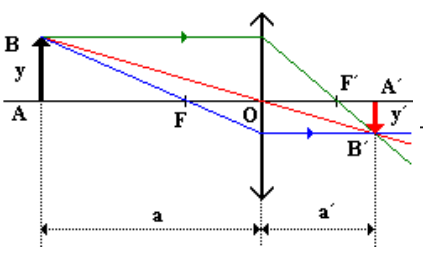
4.3.8 | Zobrazení tenkou čočkou

Při zobrazování tenkou čočkou se využívají „význačné“ paprsky (stejně jako u zrcadel - viz odstavec 3.4).

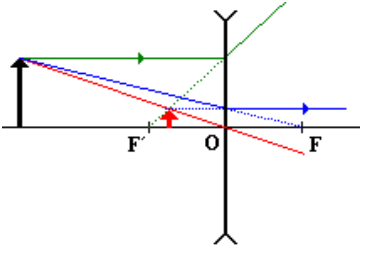
Stejně jako u zrcadel i zde se paprsky chovají dle platných fyzikálních zákonů - zejména zákona lomu. Směry těchto vybraných paprsků jsou ale takové, že i po lomu v čočce mají jednoduše určitelný směr.

Jedná se o tyto paprsky (detailnější rozbor viz odstavec 3.6), které jsou zobrazeny pro spojku na obr. 80, pro rozptylku na obr. 81:

1. paprsek jdoucí rovnoběžně s optickou osou
2. paprsek procházející optickým středem čočky
3. paprsek procházející předmětovým ohniskem



Obr. 80



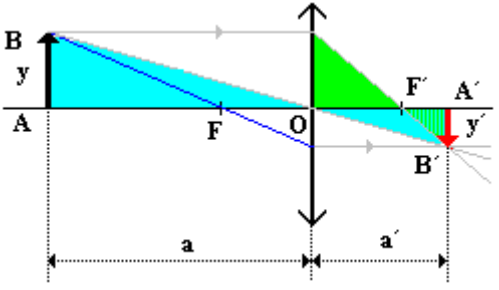
Obr. 81

Vzdálenost $a = |AO|$ se nazývá **předmětová vzdálenost** a obraz vzniká v **obrazové vzdálenosti**

$a' = |A'O|$. Pro příčné zvětšení platí definiční vztah $Z = \frac{y'}{y}$.

Podle obr. 82 je možné psát: $Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{a'-f}{f} = -\frac{f}{a-f}$.

Tyto vztahy jsou shodné jako vztahy odvozené pro zobrazení kulovými zrcadly (viz odstavec 3.5). Platí i stejné komentáře ke znaménku mínus, které se ve vztazích vyskytuje.



Obr. 82

Odtud je možné odvodit i zobrazovací rovnici tenké čočky: z rovnosti $\frac{a'}{a} = \frac{a'-f}{f}$ dostaneme $af + af = aa'$ a tedy $\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$.

Tato rovnice je úplně stejná jako zobrazovací rovnice odvozená pro kulová zrcadla (viz odstavec 3.5).

Při dodržení znaménkové konvence platí:

1. $Z > 0$ - obraz je vzpřímený
2. $Z < 0$ - obraz je převrácený
3. $|Z| > 1$ - obraz je zvětšený
4. $|Z| < 1$ - obraz je zmenšený
5. $|Z| = 1$ - obraz je stejně velký jako předmět

Vlastnosti obrazu předmětu při zobrazení tenkou spojnou čočkou závisí na poloze předmětu na optické ose (viz tab. 2).

Vzdálenost		**Vlastnosti obrazu**
předmětu	**obrazu**	
$a > 2f$	$f < a' < 2f$	zmenšený, převrácený, skutečný
$a = 2f$	$a' = 2f$	stejně vysoký, převrácený, skutečný
$f < a < 2f$	$a' > 2f$	zvětšený, převrácený, skutečný
$a = f$	$a' \to \infty$	$y' \to \infty$
$a < f$	$0 < a' < \infty$	zvětšený, vzpřímený, zdánlivý

tab. 2

Při zobrazení tenkou rozptylnou čočkou vzniká při všech polohách předmětu obraz zmenšený, vzpřímený a zdánlivý.

Parametry obrazu uvedené v tab. 2 není nutné znát z paměti. Vždy jsme schopní zadanou situaci načrtnout

pomocí význačných paprsků a podle toho určit polohu obrazu.

4.3.8.1 | Zobrazovací vady čoček

U skutečných (reálných) čoček dochází při zobrazení k řadě vadám. Ty mají příčinu v různých jevech:

1. tloušťku čočky nelze vždy zanedbat
2. index lomu závisí na frekvenci použitého světla
3. zobrazení na kulových plochách není kolineární
4. ...

Zobrazovací vady (aberace) se projevují např. tím, že:

1. paprsky vycházející z jediného bodu předmětu se po průchodu soustavou neprotnou v jednom bodě - obrazem bodu je ploška (navíc ještě s nerovnoměrným rozložením osvětlení)
2. obrazem úsečky není úsečka, ale část křivky
3. obrazem roviny kolmé k optické ose není rovina ale rotační plocha

Odchylky (aberace) od ideálního zobrazení se dělí na:

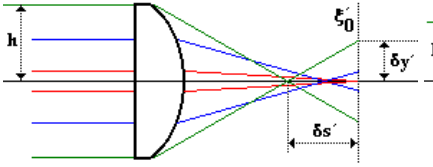
1. monochromatické - vyskytují se v soustavě i při průchodu monochromatického světla (otvorová, koma, astigmatismus, zkreslení obrazu); tyto vady se mohou vyskytnout i při

průchodu barevného světla soustavou

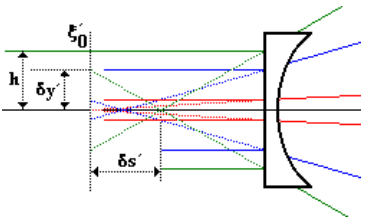
2. barevné (chromatické) - jsou způsobeny rozkladem bílého (obecně barevného) světla v soustavě

V praxi se můžeme setkat s těmito vadami:

1. otvorová - čím dále od optické osy bude paprsek rovnoběžný s optickou osou, tím blíže od čočky bude paprsek prošlý čočkou protínat optickou osu (viz obr. 83 pro spojku a obr. 84 pro rozptylku). Tedy s rostoucí dopadovou výškou *h* se průsečík paprsku s optickou osou vzdaluje paraxiálnímu ohnisku, což se v paraxiální obrazové rovině S'_0 projeví tím, že obrazem bodu není bod, ale rozptylový kroužek. Míru této vady vyjadřuje závislost $\delta_t = f(h)$ pro podélnou otvorovou vadu nebo závislost $\delta_y = f(h)$ pro příčnou otvorovou vadu. Otvorová vada je nezávislá na zorném poli a roste se třetí mocninou průměru relativního otvoru. Tuto vadu lze omezit jednoduchým zúžením svazku paprsků (např. kruhovou clonou, ...).



Obr. 83

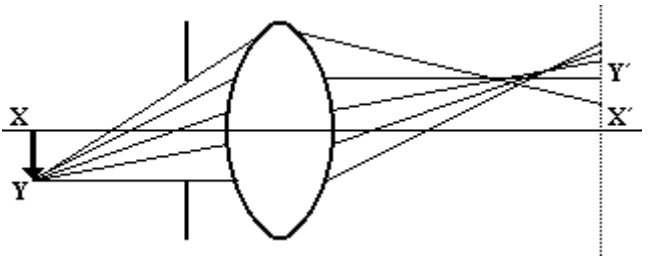


Obr. 84

Příčinou vzniku této vady je fakt, že paprsky vzdálené od optické osy už nejsou v paraxiálním prostoru.

2. koma - vzniká při zobrazení širokými mimoosovými svazky paprsků. Obrazem bodu v tom případě je protáhlá ploška s nerovnoměrným rozložením intenzity světla (viz obr. 85). Míra této vady se udává vzdáleností průsečíku krajních paprsků od hlavního paprsku v rovině kolmé k optické ose.
3. astigmatismus - vzniká při zobrazení úzkými šikmými paprsky a projevuje se tím, že krajní paprsky ve dvou kolmých rovinách (rovina nákresny (rovina tangenciální, meridionální) a rovina k ní kolmá (rovina sagitální)) se protnou s hlavním paprskem ve dvou různých bodech. Obrazem roviny kolmé k optické ose je tedy rotační plocha (resp. 2 rotační plochy - v rovině tangenciální a sagitální), jejíž tečnou rovinou je paraxiální obrazová rovina. Tím dochází i k tzv. **zklenutí pole**. Astigmatismus

a zklenutí pole rostou s druhou mocninou úhlu zorného pole ε.

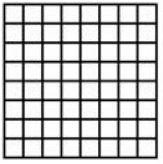


Obr. 85

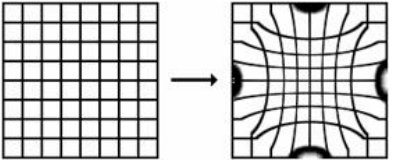
4. zklenutí (zkreslení) obrazu - předmět se při zobrazení deformuje v důsledku změny příčného zvětšení v závislosti na úhlu zorného pole ε narušením podobnosti obrazu a předmětu. Zklenutí může být dvojího druhu - buď soudkovité (viz obr. 86) a nebo poduškovité (viz obr. 87). Ke zklenutí obrazu dochází v důsledku toho, že různě vzdálené body od optické osy se zobrazují s různým zvětšením.
5. barevná - vzniká v důsledku závislosti indexu lomu na frekvenci světla. Paprsek bílého světla, který dopadá na čočku rovnoběžně s optickou osou, se při průchodu čočkou rozkládá na paprsky základních barev, které

protínají optickou osu každý v jiném bodě (viz obr. 88).

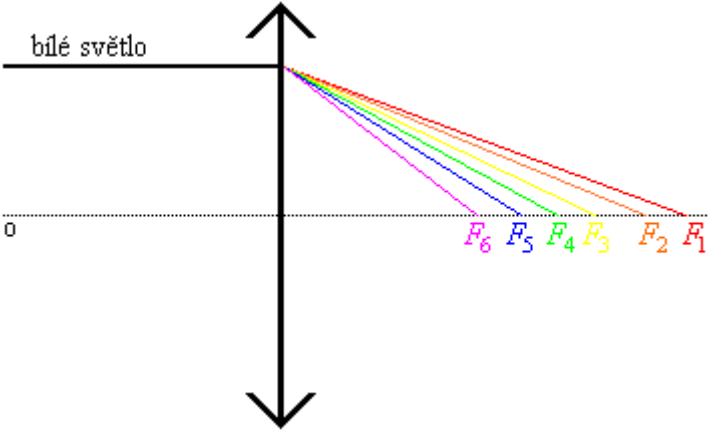
Každá barva spektra má tedy „své“ ohnisko. Na obr. 88 není dodržen správný poměr vzdáleností mezi ohnisky jednotlivých barev a ani úhly lomu jednotlivých barevných složek bílého světla nejsou ve správném poměru.



Obr. 86



Obr. 87



Obr. 88

K odstranění uvedených vad se používají čočkové **multiplety** (dublety, triplety, ...), tj. několik čoček spojených dohromady. Tyto čočky jsou vytvořené ze speciálních materiálů a mají určité poloměry křivosti optických ploch, čímž vznikají takové zobrazovací vady, které se v multipletu vzájemně vykompenzují. Je dobré si uvědomit, že danou optickou mohutnost čočky lze dosáhnout různou volbou poloměrů křivosti optických ploch.

4.3.8.2 | Soustava tenkých čoček

Při zobrazení soustavou tenkých čoček postupně zobrazujeme jednotlivými čočkami, přičemž obraz vytvořený jednou čočkou je předmětem pro čočku následující.

Pro výslednou ohniskovou vzdálenost *f* soustavy tenkých čoček s ohniskovými vzdálenostmi f_1 a f_2, které jsou ve vzájemné vzdálenosti *d*, platí: $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}$. Vyjádříme-li tuto rovnici pomocí optických mohutností jednotlivých čoček, dostaneme: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - d\varphi_1\varphi_2$.

Pro čočky v těsném kontaktu (tj. platí-li $d = 0$) bude $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$.

Pomocí tohoto vztahu lze velmi přibližně spočítat

např. i potřebné dioptrie brýlí dalekozrakého i krátkozrakého člověka.

Pomocí soustavy tenkých čoček lze měnit parametry optické soustavy a ovlivňovat výslednou ohniskovou vzdálenost.

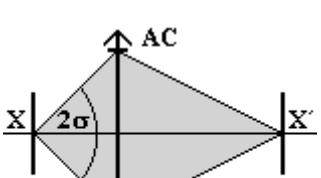
4.3.8.3 | ***Ohraničení paprskových svazků

Zatím jsme se zabývali optickými členy, které nebyly v příčném směru omezené. Každá reálná soustava má ale konečné rozměry a kromě toho může obsahovat i další clony, objímky, …, které svazek světla omezují.

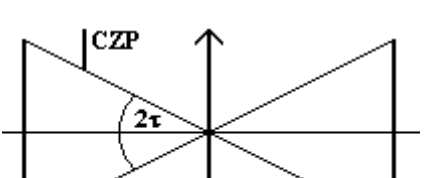
S ohledem na jejich základní funkci v soustavě existují dva druhy clon:

1. aperturní clona (*AC*) - je tvořená např. objímkou čočky a vymezuje šířku svazku, který se z předmětového bodu *X* dostane do bodu X' (viz obr. 89), tj. je to clona, která vymezí paprsky, které projdou celou (i složenou) optickou soustavou (viz též obr. 91 a text k němu). Tato clona vymezuje aperturní úhel 2σ, jehož hodnota ovlivňuje důležité vlastnosti soustavy: světelnost, rozlišovací schopnost, hloubku ostrosti, …
2. clona zorného pole (*CZP*) - vymezuje velikost předmětu, který soustava zobrazí, tedy její

zorné pole (viz obr. 90). Úhel 2τ, který clona vymezuje se nazývá úhel zorného pole.



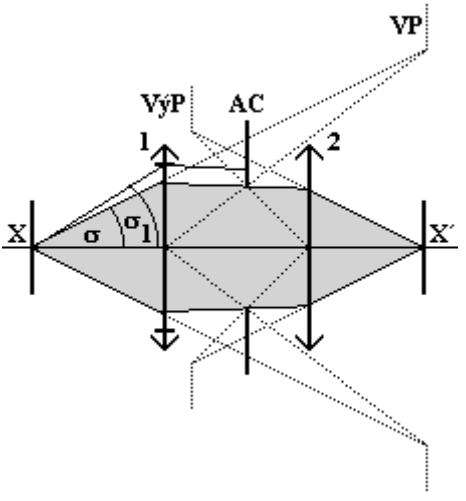
Obr. 89



Obr. 89

Většinou se setkáváme s případy optických soustav, které obsahují více členů (a tedy i jejich objímek), případně ještě další clony. Taková dvoučlenná soustava je znázorněna na obr. 91. Svazek paprsků vycházející z předmětového bodu *X* je clonou (nebo objímkou) prvního členu omezen na aperturní úhel $2\sigma_1$. Mezi členy soustavy je ale umístěna ještě clona, která nepropustí všechno světlo, které prošlo prvním členem, ale jen část, vymezenou v předmětovém prostoru krajním paprskem pod úhlem σ. Aperturní clonou je ta clona nebo objímka, která vymezuje svazek paprsků, které projdou celou soustavou, tedy až do bodu obrazu X'. Jak je vidět z obrázku, je tedy aperturní clonou clona umístěná mezi oběma čočkami. Protože krajní paprsek svazku, který projde celou soustavou je mezi jejími členy omezen aperturní clonou, musí být s ním sdružený paprsek v předmětovém prostoru vymezen obrazem *AC* do

předmětového prostoru, který se nazývá **vstupní pupila** (*VP*) soustavy. Stejně tak šířka svazku v obrazovém ohnisku musí být určena obrazem *AC* do obrazového prostoru, který se nazývá **výstupní pupila** (*VýP*).



Obr. 91

Vstupní pupilou soustavy je clona nebo její obraz do předmětového prostoru, která v tomto prostoru vymezuje krajní paprsek, který ještě projde celou soustavou. Jinak řečeno: vstupní pupila je clona nebo její obraz do předmětového prostoru, které jsou z předmětového bodu *X* vidět pod nejmenším úhlem.

Analogicky výstupní pupila je obraz clony (nebo clona

sama), který je z obrazového bodu X' vidět pod nejmenším úhlem.

Prakticky je možné tedy *VP* určit tím, že promítneme všechny clony a objímky do předmětového prostoru. (Analogicky pak lze určit i pupilu výstupní promítnutím do prostoru obrazového.) Pokud leží *AC* v předmětovém prostoru, je totožná se vstupní pupilou.

Je-li předmět ve velké vzdálenosti od soustavy, pro aperturní úhel dostáváme $2\sigma \to 0$ a aperturu soustavy udáváme průměrem vstupní pupily *D*, případně poměrem průměru vstupní pupily k ohniskové vzdálenosti $\frac{D}{f}$. Tento poměr se nazývá **relativní otvor**.

Osa svazku, který projde celou soustavou, se nazývá **hlavní paprsek**. Hlavní paprsek tedy prochází středem *AC* a proto musí procházet i středem *VP* i *VýP*.

4.3.9 | Oko

Pro člověka nejdůležitějším optickým přístrojem je oko. Z hlediska optiky se jedná o spojnou optickou soustavu s měnitelnou ohniskovou vzdáleností. Oko vytváří obraz předmětů, které se nacházejí v různých vzdálenostech před okem, ve stejné vzdálenosti od oční čočky uvnitř oka na citlivé sítnici. Obraz je zmenšený, převrácený a skutečný. Díky každodenní zkušenosti od útlého věku tento rozpor (převrácený obraz) nevnímáme, protože

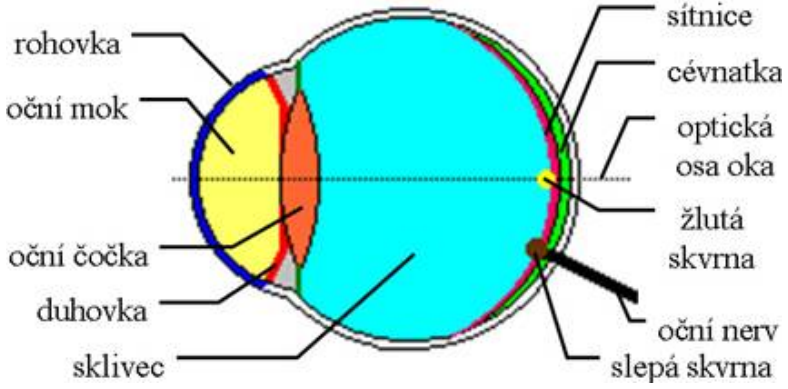
mozek umí „tuto chybu“ korigovat.

4.3.9.1 | Stavba oka

Z biologického hlediska je oko složitý orgán, jehož zjednodušené schéma je na obr. 92. Na optickém zobrazení se podílejí průhledná prostředí s různým indexem lomu - rohovka, 2 optické plochy oční čočky. K největší změně chodu paprsků dochází na rohovce - tam se rozhoduje o optické mohutnosti oka.

Při vstupu do oka prochází světlo rohovkou a očním mokem. Otvorem duhovky pokračuje do oční čočky, pak prochází sklivcem a dopadá na sítnici.

Duhovka obsahuje barevné pigmenty, které určují barvu oka a zabraňují vstupu velkého množství světla do oka.



Obr. 92

Pohled na oko zobrazený na obr. 92 je horizontální řez, nikoliv vertikální. To znamená, že oční nerv směřuje směrem k nosu.

Základní části lidského oka jsou:

1. oční koule (*bulbus oculi*) - mírně asymetrická koule, jejíž sagitální průměr (průměr oční koule měřený v horizontální rovině procházející středem oka v předozadním směru) je asi 25 mm, transversální průměr je asi 24 mm. Hloubka přední komory, v níž je komorová voda, je 3,5 mm. Mezi komorovou vodou a čočkou je duhovka (iris), sloužící jako clona. Duhovka určuje barvu očí, která je dědičná a závisí na množství pigmentu i jeho uložení v duhovce. Její radiální a kruhová svalová vlákna dokážou měnit průměr otvoru v intervalu od 2 mm do 6 mm v závislosti na dopadajícím světelném toku. Tento otvor se nazývá zornice (zřítelnice, pupilla). Nejčastější průměr zornice bývá 4 mm. Tvar oční koule je udržován tuhou bělimou a nitroočním tlakem (přetlakem) 2 kPa až 3 kPa. S věkem tento tlak mírně stoupá. Stálost nitroočního tlaku udržuje vyrovnaná produkce komorové vody. Pohyb

oční koule zabezpečují 3 páry okohybných svalů.

2. bělima (*sclera*) - tuhá, vazivová blána tloušťky 0,3 mm až 1 mm, tvořící 80 % povrchu oční koule. V přední části přechází v průhlednou rohovku.
3. rohovka (*cornea*) - průhledná ve svém středu 0,5 mm silná blána, jejíž průhlednost závisí na jejím stálém zvlhčování. Skládá se z více vrstev, z nichž každá je funkčně nepostradatelná. Rohovka je jedna z velmi citlivých součástí lidského těla. Již nepatrné podráždění cizím tělesem vede k tomu, že oči mhouříme a slzíme. To je způsobeno velkým množstvím nervů, které rohovka obsahuje. Světelný paprsek se po dopadu na ní nejvíce láme při své cestě na sítnici - jedná se totiž o první výrazně hustší prostředí (ve srovnání se vzduchem), kterým světelný paprsek prochází. Rohovka tak vlastně nejvíce ovlivňuje směr šíření světelného paprsku v optickém aparátu oka.

Dále se totiž světelný paprsek šíří vnitřkem oka. Ačkoliv prochází různými prostředími, mají všechna velmi podobný index lomu.

4. cévnatka (*choroidea*) - pigmentová vrstva, vyživující cévy na vnitřní stěně oční koule -

tvoří 67 % její vnitřní zadní stěny. Zabraňuje rozptylu světelných paprsků uvnitř oka. Cévnatka vpředu pokračuje jako tzv. řasnaté těleso, jehož podkladem je drobný hladký sval. Od jeho okrajů vybíhají tenká vlákna připojující pouzdro čočky. Smrštěním svalu povolí tah vláken a čočka se vlastní pružností vyklene. Při uvolnění svalu se čočka zploští. Tím se mění její optická mohutnost resp. ohnisková vzdálenost.

Tímto způsobem je tedy schopno oko zaostřit na různě vzdálené předměty.

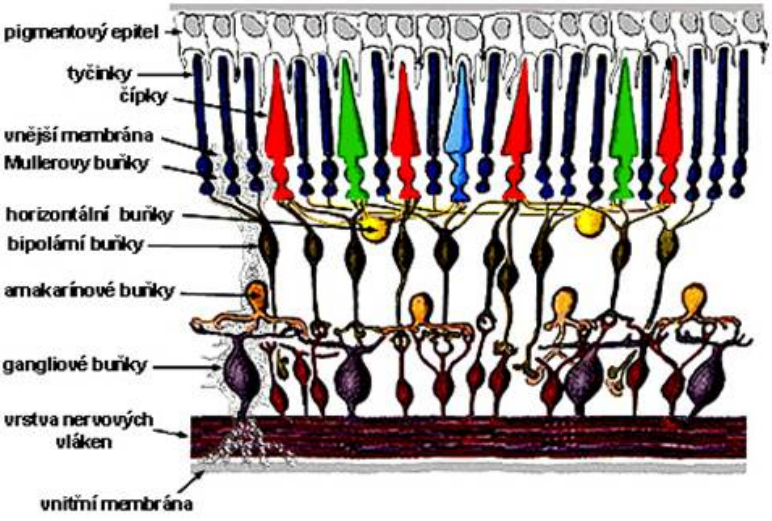
5. čočka (*lens crystalina*) - nehomogenní těleso tvaru dvojvypuklé čočky z tuhé, rosolovité, dokonale průhledné hmoty. Je asi 4 mm silná, její povrchové části mají index lomu 1,38 a vnitřní části 1,41. Během života přibývají na čočce vrstvy, které s přibývajícím stářím tvrdnou a snižují akomodaci oka. Optická mohutnost samotné čočky je 18 D. Po šedém zákalu se vyjmutá čočka může nahradit spojkou o optické mohutnosti minimálně 15 D.

Snižování akomodace znamená menší schopnost měnit ohniskovou vzdálenost čočky a tedy i horší zaostřování.

6. sítnice (*retina*) - vystýlá vnitřní povrch

cévnatky; je silná 0,2 mm až 0,4 mm. Tvoří ji 11 vrstev (viz obr. 93). V sítnici je 1,2 milionu tyčinek a 5 až 7 milionů čípků (jejich hustota na sítnici je zobrazená na obr. 94); tyto buňky obsahují zrakový pigment rhodopsin. Tyčinky slouží k vnímání světla (jsou citlivé na jeho intenzitu) a citlivost jejich buněk je taková, že dokážou reagovat na dopad jednoho až dvou fotonů. Čípky jsou receptory barevného vidění, které jsou méně citlivé než tyčinky, zato jsou schopné vnímat barvy. Existují ve třech druzích podle pigmentu: červené, zelené a modré; jejich citlivost na vlnovou délku je zobrazena na obr. 95. Mícháním těchto tří základních barev dokáže oko rozlišit velké množství barevných odstínů. Ve světločivých buňkách dochází k jedinečnému jevu nazývanému **transdukce**: energie světla se fotochemickými reakcemi přeměňuje na elektrické impulzy. Noční vidění (tzv. skotopické vidění) je černobílé proto, že na světlo malé intenzity reagují více tyčinky (které nejsou schopny rozlišit barvy) než čípky. Při denním vidění (tzv. fotopické vidění) se uplatňují zejména čípky citlivé na barevná světla. Sítnice je citlivá na barevné světlo s vlnovou délkou 390 nm až 790 nm. Citlivost oka je při denním vidění největší při 555 nm

(zelená barva), při nočním vidění je oko nejcitlivější na světlo vlnové délky přibližně 450 nm (modrá barva); toto lze vidět v grafu na obr. 96. Poruchami barvocitu trpí asi 4 % lidí (9 % mužů a 0,4 % žen).



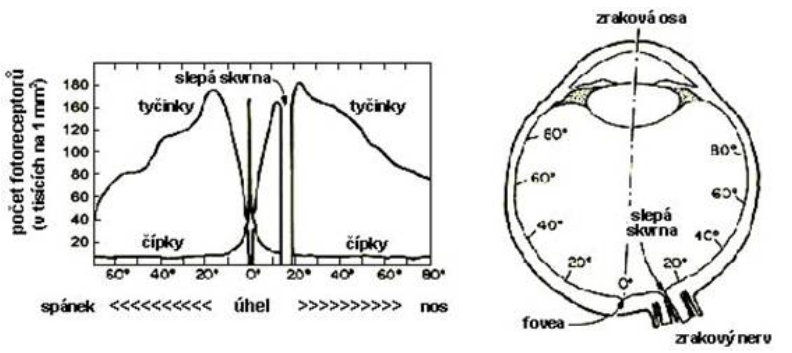
Obr. 93

U člověka je navíc zajímavé to, že světlo prochází nejdříve vyživovací vrstvou sítnice, a až poté dopadá na vrstvu světlocitlivých buněk, v níž dochází k vlastnímu zpracování světla a jeho přeměně na elektrické impulsy. Ostatní savci mají oko vystavěné tak, že vyživovací vrstvy sítnice jsou až za vrstvou, v níž dochází k transdukci.

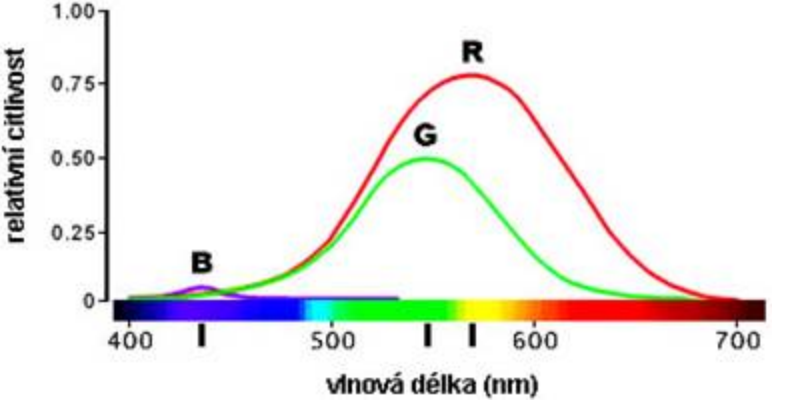
7. žlutá skvrna - místo nejostřejšího vidění, má průměr asi 1 mm. Převládají v ní čípky.
8. slepá skvrna - místo bez čípků a tyčinek, kde zrakový nerv opouští oční kouli. Je asi 5 mm vzdálená od žluté skvrny.

O existenci slepé skvrny je možné se přesvědčit pokusem podle obr. 97: Zavřete levé oko a pravým pozorujte křížek. Přibližujete-li, případně vzdalujete-li oko od obrázku, pak při určité vzdálenosti kruh zmizí ze zorného pole oka - to znamená, že jeho obraz právě dopadl na slepou skvrnu.

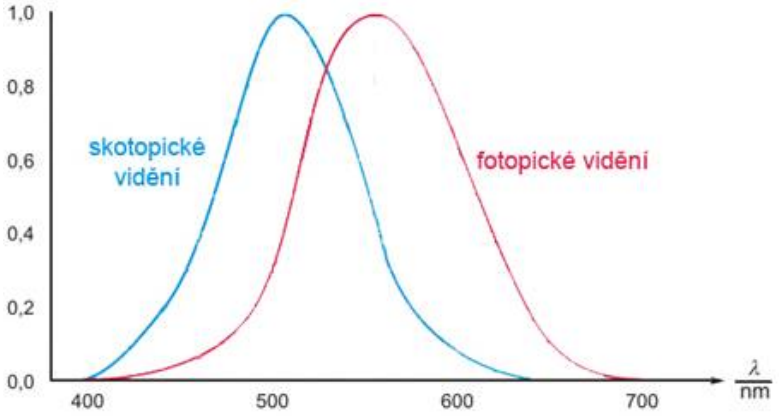
Pokud provedeme experiment s obr. 98, černý kruh zmizí, ale obě kružnice, které se pod kruhem dotýkají, budou vidět po celém svém obvodu. A přitom z místa černého kruhu dopadly paprsky na slepou skvrnu v oku. Příčnou je fakt, že mozek „domýšlí“ i to, co nevidí. Předpokládá, že za černým kruhem jsou kružnice a tak je zobrazí!


počet fotoreceptorů (v tisících na 1 mm²)
180
160
140
120
100
80
60
40
20
slepá skvrna
tyčinky
tyčinky
čípky
čípky
60° 40° 20° 0° 20° 40° 60° 80°
spánek <<<<<<<<<< úhel >>>>>>>>>> nos
zraková osa
60°
60°
40°
20°
0°
20°
40°
60°
80°
slepá skvrna
fovea
zrakový nerv

Obr. 94


relativní citlivost
1.00
0.75
0.50
0.25
0
R
G
B
400
500
600
700
vlnová délka (nm)

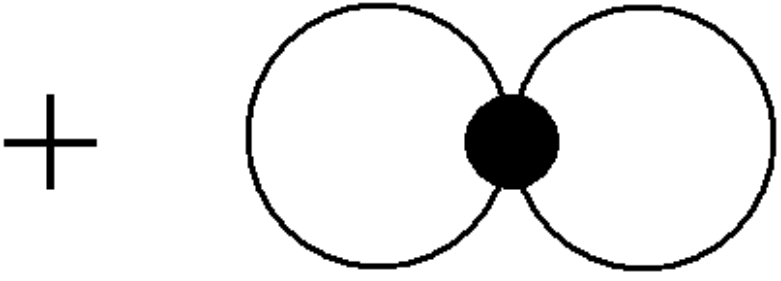
Obr. 95



Obr. 96



Obr. 97



Obr. 98

9. oční komory - štěrbinovité prostory mezi rohovkou a duhovkou (přední komora) a duhovkou a čočkou (zadní komora). V nich cirkuluje komorová voda tvořená krevní plazmou.
10. sklivec - gelová tkáň. Kromě jiného zachovává oku jeho tvar a dále slouží pro fixaci sítnice na cévnatce.
11. oční nerv - párový senzorický mozkový nerv. Vede jednotlivé impulsy ze sítnice do mozku.

Kontrast světla, který vnímá oko při skotopickém vidění pro malé a střední úrovně jasu je 1:10, kontrast vnímaný při fotopickém vidění při středním jasu a jasu vysoké úrovně je 1:1000.

4.3.9.2 | Oko jako optická soustava

Oko je schopno provádět několik transformací pro upravení své optické mohutnosti.

1. poloha oka - mění se tak, aby světelné záření dopadalo na sítnici na optickou osu oka (tj. na žlutou skvrnu). Při pozorném prohlížení detailů oko neustále kmitá.

Tento pohyb je částečně spojen podvědomě s pohybem celé hlavy.

2. adaptace - roztahováním a stahováním duhovky se reguluje množství světla

dopadajícího do oka.

Stejným způsobem jako adaptace oka funguje clona u fotoaparátu.

Při náhlém zvýšení jasu světla, které dopadá do oka, se nejdříve smršťí duhovka, během následujících 2 minut až 8 minut následuje tzv. **promptní adaptace**, při níž se snižuje citlivost receptorů na sítnici oka. Pak následuje **sekundární adaptace** trvající až 40 minut.

3. akomodace - zkracování a prodlužování oční čočky. Při zvětšené námaze (při velkém výdeji energie), se zvětšuje optická mohutnost oka zvětšením poloměrů křivosti oční čočky. To vede ke zmenšení ohniskové vzdálenosti oční čočky a ke snadnějšímu zaostření blízkých předmětů. Naopak při pohledu na vzdálené předměty oko odpočívá, tj. akomodace (a optická mohutnost oka) je nejmenší. Akomodace se uskutečňuje tak, že kruhový ciriální sval více či méně napíná čočku, čímž mění její zakřivení a tedy i optickou mohutnost.

Ohnisková vzdálenost oční čočky odpovídá vzdálenosti čočky od sítnice a činí přibližně $1,6\ \mathrm{cm}$.

Z toho vyplývá optická mohutnost oka přibližně $62,5\ \mathrm{D}$.

To platí při pozorování vzdálených předmětů, neboť obraz velmi vzdáleného předmětu vzniká v ohnisku, které se musí nacházet na sítnici. V případě pozorování předmětů v malé vzdálenosti od oka se ohnisko oční čočky přesouvá blíže k čočce - ostrý obraz, který vzniká za ohniskem čočky, musí přitom ležet na sítnici.

Oční čočka je dvojvypuklá spojka, jejíž index lomu se zvětšuje od povrchu dovnitř. Její vzdálenost od sítnice je stálá.

Rozsah vzdáleností, na které se může oko akomodovat, je určena dvěma body:

1. vzdálený bod oka - největší vzdálenost, při které se pozorovaný předmět zobrazí ostře. Pro zdravé oko se nachází v nekonečnu. Jeho poloha se může s rostoucím věkem měnit.
2. blízký bod oka - nejmenší vzdálenost pozorovaného předmětu, při níž se daný předmět zobrazí ostře a oko se přitom minimálně namáhá. Pro zdravé oko je tato vzdálenost maximálně 25 cm. Poloha blízkého bodu se s rostoucím věkem člověka mění tak, že blízký bod se posouvá dál od oka.
   S rostoucím věkem se totiž mění optická mohutnost oka, schopnost akomodace, složení a množství bílkovin v oku, …

Posuv blízkého bodu směrem dál od oka se projeví

tím, že lidé mají potom „krátké ruce na čtení novin“.

Vidění na vzdálenosti menší než 25 cm je namáhavé - akomodace oka je maximální a oko se brzy unaví. Vzdálenost, v níž můžeme pozorovat (číst, psát, ...) delší dobu bez větší námahy drobné předměty je právě $d = 25\ \mathrm{cm}$ a nazývá se **konvekční zraková vzdálenost**.

Mezi nejčastější odchylky od vlastností normálního oka patří:

1. krátkozrakost (*myopie*) - vzdálený bod je v konečné vzdálenosti a blízký bod je posunutý blíže k oku. Krátkozraký člověk tedy vidí špatně na dálku. Obraz předmětu vzniká před sítnicí díky příliš velké optické mohutnosti oční čočky vzhledem k rozměrům oka. Korekcí je tedy třeba snížit optickou mohutnost celé soustavy (oko + další čočka), proto se používají rozptylky.
2. dalekozrakost (*hypermetropie*) - vzdálený bod je v nekonečnu a blízký bod ve větší vzdálenosti od oka než u zdravého oka. Dalekozraký člověk tedy vidí špatně blízké předměty. Obraz předmětu vzniká za sítnicí díky tomu, že optická mohutnost oční čočky je příliš malá vzhledem k rozměrům oka. Proto se jako korekce používají spojky.
3. vetchozrakost (*presbyopie*) - vada, která vzniká na základě toho, že optický aparát

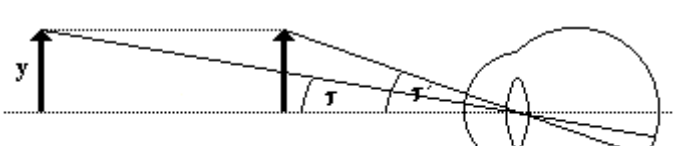
lidského oka ztrácí s postupujícím věkem svoji elasticitu a tím i schopnost zaostření (hlavně na blízko). Pak nezbývá než využít systému bifokálních skel vynalezených Benjaminem Franklinem. Bifokální čočka má v horní části vlastnost rozptylky, což umožňuje vidět na dálku, a ve spodní části vlastnost spojky, což umožňuje ostré vidění na blízko. Vetchozrakost postihuje každého člověka. První příznaky se mohou projevovat od 40. roku života.

4. astigmatismus - vada způsobená nepravidelným zakřivením oční rohovky nebo (ne tak často) oční čočky. Toto zakřivení způsobuje, že světelné paprsky dopadají na sítnici pod různým úhlem. Vidění je pak nejen neostré, nýbrž i deformované; část obrazu se totiž zobrazí před sítnici, část obrazu za sítnici. Astigmatismus vzniká většinou již v dětství, velký význam u této vady má dědičnost. Ke korekci astigmatismu se používají speciálně vybroušené čočky: tzv. cylindrické či torické.

Pro lepší pozorování předmětu (a jeho detailů) jej pozorujeme z menší vzdálenosti, čímž zvětšujeme **zorný úhel** (viz obr. 99).

ZORNÝ ÚHEL JE ÚHEL, KTERÝ SVÍRAJÍ OKRAJOVÉ PAPRSKY PŘEDMĚTU PROCHÁZEJÍCÍ STŘEDEM OČNÍ ČOČKY.

Čím je zorný úhel větší, tím zřetelněji vidíme detaily pozorovaného předmětu.



Obr. 99

Oko má ale omezenou rozlišovací schopnost, tj. existuje nejmenší zorný úhel, při němž dva body vnímáme odděleně. Při zmenšení zorného úhlu pod tuto hranici vnímáme bod jediný. Oko rozliší dva body, je-li $\tau \geq 1'$. Při $\tau < 1'$ body splývají. Při konvenční zrakové vzdálenosti tomu odpovídá vzájemná vzdálenost bodů $0{,}072\,\mathrm{mm}$.

4.3.9.3 | ***Zorné pole

Vidění se rozděluje na:

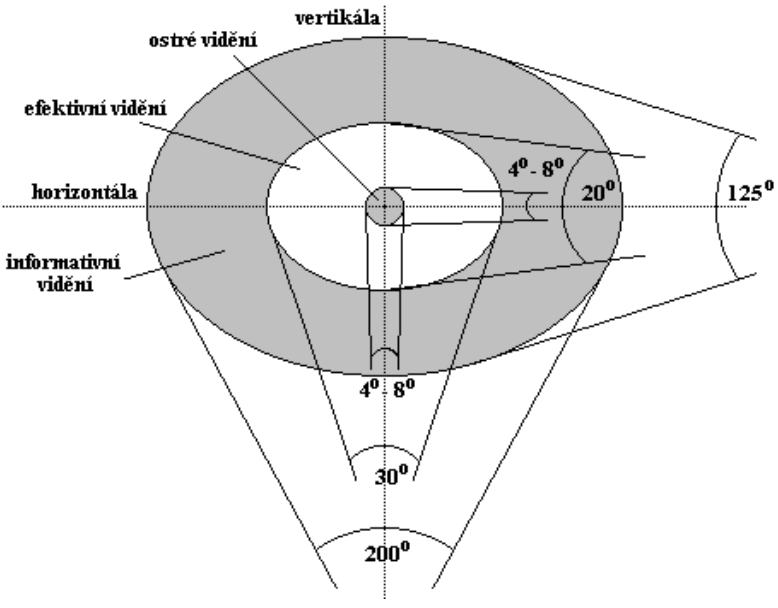
1. centrální - zabírá zorný úhel $2° - 5°$ a je zprostředkované ústřední jamkou sítnice (okolí žluté skvrny)
2. periferní - má základní význam pro orientaci pozorovatele, umožňuje mu postřehnout pohyb, ale nikoliv tvar předmětu

Zorné pole oka je značné - vertikálně asi $60°$ nahoru a $70°$ dolů, horizontálně asi $65°$ směrem k nosu a $95°$ vně.

Stranově se oči natáčejí asi o $\pm 45°$. Užitečné zorné pole pro stavbu optických přístrojů je asi do $75°$ (širokoúhlé okuláry).

Výše uvedených hodnot rozlišovací schopnosti však oko dosahuje jen ve velmi úzké oblasti ostrého vidění (viz obr. 100). V oblasti jasného (efektivního) vidění předměty sice poznáme, ale nerozlišíme detaily. Vnější část zorného pole pak tvoří periferní (informativní) vidění, které neumožňuje rozeznat jednotlivé předměty, ale je nesmírně důležité pro orientaci.

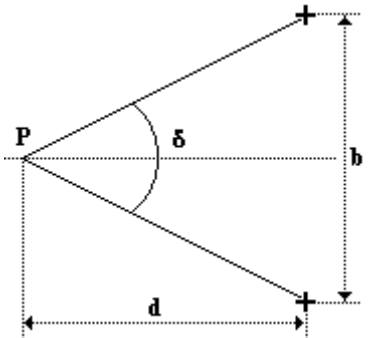
Vzhledem k tomu, že oko není při pozorování v klidu, ale neustále kmitá, mohou se intervaly druhů vidění oproti obr. 100 mírně lišit.



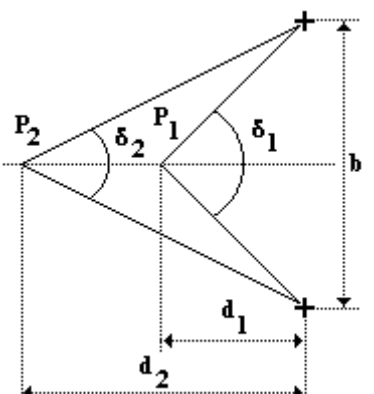
Obr. 100

4.3.9.4 | ***Prostorové vidění

Prostorové vidění je umožněno současným pozorováním oběma očima. Oční rozestup *b* se u lidí pohybuje v rozmezí $\langle 56; 72 \rangle \text{mm}$, jako střední hodnota se uvažuje $b = 65 \text{ mm}$. Předmět *P* ležící ve vzdálenosti *d* vidíme podle obr. 101 pod **stereoskopickou paralaxou** $\delta = \frac{b}{d}$.



Obr. 101



Obr. 102

Vzhledem k tomu, že stereoskopická paralaxa dosahuje malých hodnot, lze při odvozování vztahu použít

přibližný vztah $\operatorname{tg} x \doteq x$.

Při pozorování dvou předmětů P_1 a P_2 (viz obr. 102) rozeznáme, který z nich je blíže tehdy, pokud pro rozdíl jejich stereoskopických paralax bude platit: $\delta_1 - \delta_2 \geq \delta_0$, kde δ_0 je mez stereoskopického vidění a pohybuje se v intervalu $\langle 10; 30 \rangle''$.

Stereoskopicky lze tedy rozlišovat předměty až do vzdálenosti d_0, která se nazývá **poloměr stereoskopického vidění** a jedná se o největší vzdálenost, kterou ještě rozlišíme od nekonečna. Je dána vztahem: $\delta_0 = \frac{b}{d_0}$, z něhož lze vyjádřit $d_0 = \frac{b}{\delta_0}$. Pro střední hodnoty $b = 65\ \text{mm}$ a $\delta_0 = 20''$ vychází $d_0 = 650\ \text{m}$.

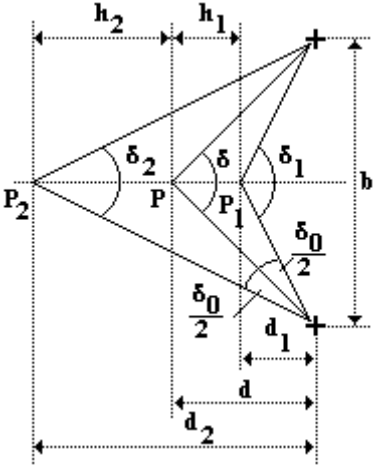
V nejpříznivější kombinaci *b* a δ_0 vychází poloměr stereoskopického vidění až $1{,}5\ \text{km}$.

Poloměr stereoskopického vidění je možno zvětšit rozšířením základny *b* (např. systémem hranolů nebo zrcadel) a snížením hodnoty δ_0 použitím optické soustavy s úhlovým zvětšením větším než jedna.

4.3.9.5 | ***Hloubka spektroskopického vidění

Hloubkou stereoskopického vidění *h* se rozumí taková

nejmenší vzdálenost dvou předmětů, které lze ještě hloubkově rozeznat (pokud je tedy rozdíl jejich stereoskopických paralax větší než δ_0) při akomodaci oka na vzdálenost *d*. Na základě obr. 103 potom můžeme vyjádřit (podle definičního vztahu) stereoskopické paralaxy: $\delta_1 = \frac{b}{d_1}$, $\delta_2 = \frac{b}{d_2}$ a $\delta = \frac{b}{d}$. Aby bylo možné rozeznat hloubkově body P_1 a *P*, musí pro jim příslušné paralaxy platit $\delta_1 - \delta \geq \delta_0$. Dosazením do této nerovnice dostáváme: $\frac{b}{d_1} - \frac{b}{d} \geq \frac{b}{d_0}$ a tedy $\frac{d - d_1}{d d_1} \geq \frac{1}{d_0}$. Z obr. 103 je vidět, že $d - d_1 = h_1$. Proto lze psát: $\frac{h_1}{d(d - h_1)} \geq \frac{1}{d_0}$ a tedy $h_1 \geq \frac{d^2}{d_0 + d}$.



Obr. 103

Analogickým postupem lze na základě podmínky $\delta - \delta_3 \geq \delta_0$, pomocí níž hloubkově rozeznáme body P_3 a P, dojít sledem podobných úprav ke vztahu $h_3 \geq \frac{d^2}{d_0 - d}$.

V případě, že $d_0 \gg d$, je možné psát $h \doteq h_1 \doteq h_3 \doteq \frac{d^2}{d_0}$.

4.3.9.6 | ***Spektrální citlivost

Oko reaguje na záření v oblasti vlnových délek $\langle 390; 790 \rangle \,\mathrm{nm}$. Uvedené hranice nejsou ale absolutní - závisí na vnímavosti každého jedince, na intenzitě světla, na adaptaci oka, ... Tak např. při vysoké intenzitě světla vidí oko po krátké adaptaci i světlo o vlnové délce 313 nm (izolované pečlivě ze světla rtuťové výbojky) nebo skoro bez adaptace je vidět laserové záření o vlnové délce téměř do 900 nm. Protože ani za stejných podmínek není spektrální citlivost lidského oka u všech osob stejná, používá se pro výpočty smluvního průběhu citlivosti podle CIE (*Comission Internationale de l´Eclairage*). Maximální hodnoty dosahuje citlivost oka pro žlutozelené světlo (s vlnovou délkou 555 nm). Při slabším osvětlení se maximum citlivosti posouvá směrem ke kratším vlnovým délkám světla. Toto posouvání citlivosti vysvětlil v roce 1825 český lékař, přírodovědec a filosof Jan Evangelista Purkyně (1787 - 1869); jedná se o tzv. **Purkyňův jev**. Tento jev spočívá ve ztrátě citlivosti sítnice k barvám při posouvání se

směrem k periferii jak sítnice (viz obr. 104), tak i barevného spektra.

Při denním (fotopickém) vidění zaznamenávají světlo dopadající do oka hlavně čípky a maximum citlivosti je pro vlnovou délku 555 nm. Při nočním (skotopickém) vidění vnímáme především tyčinkami a maximum citlivosti je pro vlnovou délku 507 nm. Přechodová oblast se nazývá vidění mezopické.

Na oko pochopitelně působí také záření pro něj neviditelné. Ultrafialové záření s vlnovou délkou kratší než 313 nm způsobuje při větších dávkách bolestivý zánět spojivek, záření s vlnovou délkou delší než 313 nm je pohlcováno oční čočkou, která začne fluorescentovat a prošlé záření již není nebezpečné.

Infračervené záření v oblasti $\langle 800; 1350 \rangle \,\mathrm{nm}$ projde až na sítnici, kde způsobuje její ohřev. Krátkodobě není škodlivé, ale při déletrvajícím intenzivním záření může dojít ke spálení části sítnice. Infračervené záření s vlnovou délkou delší než 1350 nm se silně pohlcuje rohovkou a očním mokem a jejich zahřátím může dojít k zákalu oční čočky.

Nebezpečí těchto druhů záření spočívá hlavně v tom, že jsou neviditelná a zaznamenáváme až jejich důsledky. Proto je třeba při práci s jejich zdroji dbát zvýšené pozornosti a bezpečnosti. Ultrafialové záření je běžnou optikou přístrojů pohlcováno. Proto je třeba věnovat velkou pozornost zejména infračervenému záření (lasery, …).

4.3.10 | ***Optické klamy

V souvislosti s rozporným vjemem skutečnosti či s její nesprávnou zrakovou interpretací se často hovoří o **zrakovém klamu**. Ten můžeme v nejširším pojetí chápat jako prakticky každou rozdílnost mezi předmětem a vjemem jeho obrazu, které se vytváří optickou soustavou oka. a je dále zpracován vyšší nervovou činností.

Poznámka: Vymezení pojmu zrakového klamu není jednoduché, neboť řada odchylek je standardizována jako fyzikální zákony, či deklarována jako významné jevy.

Rozměrové, fotometrické a kolorimetrické vlastnosti pozorované skutečnosti lze objektivně měřit fyzikálními veličinami. K popisu vlastností subjektivního zrakového vjemu bývá zpravidla nutné statisticky zpracovat a vyhodnotit reakce velkého počtu pozorovatelů. Mezi některými optickými vlastnostmi předmětů, které se podílejí na množství a jakosti světla jimi vysílaného, odpovídajícími zrakovými odezvami byly nalezeny a stanoveny víceméně pevné vazby.

Např. fotometrické veličiny a jejich psychosenzorické protějšky (jas - jasnost, činitel jasu - světelnost, ...), kolorimetrický systém a řada dalších vztahů, které bývají uváděny jako jevy či zákony (Purkyňův jev, Weberův - Fechnerův zákon, ...). Řada z nich vyjadřuje relaci mezi světelným popudem a zrakovou odezvou.

Kromě toho existuje řada optických jevů, které jsou označovány jako zrakové klamy v pravém slova smyslu. Jsou nedílnou součástí lidského života a je třeba o nich vědět a počítat s nimi.

Hranice mezi nesouhlasem, způsobeným čistě fyziologickými příčinami, a zrakovým klamem, na němž se podílejí i faktory psychické, není ostře vymezena. Není jednotné ani rozdělení jevů, které se označují jako zrakové klamy. Přesto se pokusíme zrakové klamy, jejichž podnětem je **statický objekt**, rozčlenit.

Zrakové klamy lze roztřídit podle příčiny nesouhlasu. Je-li těchto příčin nesouhlasu více, tj. na vzniku klamu se podílí příčiny více kategorií, není klasifikace jednotná. (Většinou se klam zařazuje podle příčiny vzniku, které se přisuzuje větší význam.) Pokud je příčina vzniku jediná, lze zrakové klamy rozdělit na:

1. fyziologické klamy
2. geometrické klamy
3. psychologické klamy

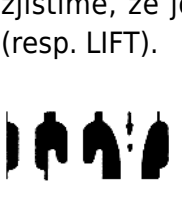
4.3.10.1 | Fyziologické zrakové klamy

Fyziologické zrakové klamy jsou klamy, které souvisejí s:

1. iradiací - světlá plocha na tmavém pozadí se zdá být větší než tmavá plocha na světlém pozadí (viz obr. 107)

2. kontrastem - šedá plocha na světlejším pozadí má jinou světlost (tj. propouští nebo rozptylně odráží větší či menší část dopadajícího světla)

Význam kontrastu mohou demonstrovat obr. 105 a obr. 106, které na první pohled interpretujeme jako určitý počet černých útvarů. Pokud ale ohraničíme spodní a horní okraje těchto útvarů vodorovnými tmavými pruhy, zjistíme, že jde o nápisy složené ze světlých písmen ATI (resp. LIFT).



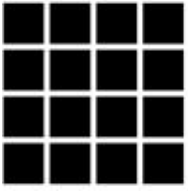
Obr. 105



Obr. 106



Obr. 107

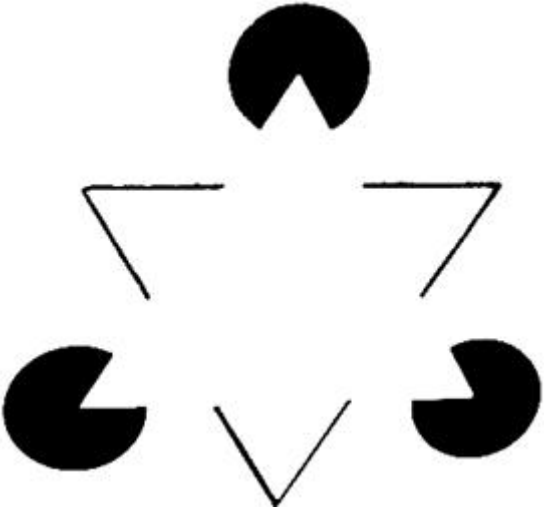


Obr. 108

Stejně tak je možné do této skupiny řadit tzv. Kaniszův trojúhelník (obr. 109). Vnímáme bílý rovnostranný trojúhelník, ač na obrázku není přímo narýsován - je pouze naznačen přerušením tmavých ploch a čar.

Pro praxi ne zcela bezvýznamný je další často

popisovaný jev, tzv. „křižovatkový“ klam (viz obr. 108). Pozorujeme-li černé čtverce vzájemně oddělené bílými „cestami“, máme vjem zřetelných šedých skvrn, které se vytvářejí v průsečících („křižovatkách“) těchto „cest“. Fixujeme-li na určitou křižovatku zrak, skvrna zmizí. Analogicky je tomu na průsečících tmavých proužků vymezujících bílé čtverce. Tyto jevy souvisejí s následnými obrazy (paobrazy) - ty vnímáme jako projev aktivity sítnice, přestože její podráždění již skončilo. V praxi se následné obrazy používají jako pomocný prostředek k určení pohybu oka.



Obr. 109

Při pohledu jedním okem na nápis na obr. 110 se zdá

jedno písmeno tmavší. Otočením obrázku o $90°$ se tmavší bude zdát písmeno jiné. K tomu jevu dochází proto, že paprsky dopadající na čočku lidského oka z různých směrů se nelámou stejně.

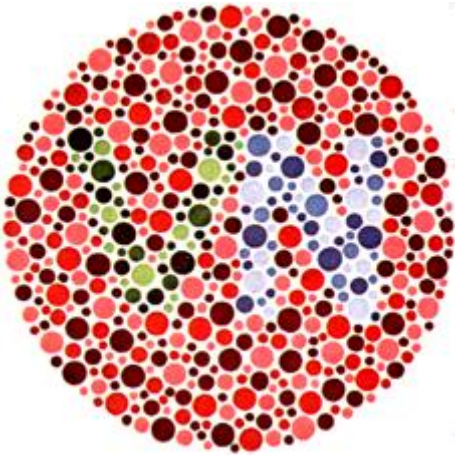


Obr. 110

Záhadný portrét (obr. 111) vyskytující se na hradech a zámcích: Podobizna se stále dívá na nás, ať se nacházíme kdekoliv. Navíc na nás stále míří prstem. Vysvětlení je ukryto ve správně nakreslené duhovce oka. Je nakreslena uprostřed oka a právě tak vidíme člověka, který se dívá přímo na nás. Odejdeme-li na jiné místo, poloha duhovky se nemění a nám se proto zdá, že se portrét dívá stále na nás. Vysvětlení nataženého prstu je analogické.



Obr. 111



Obr. 112

Složitější jsou zrakové klamy související s **barevným kontrastem** (simultánním nebo následným). Tyto jevy lze aplikovat:

1. při zkouškách barvocitu - osoba nerozlišující červenou a zelenou barvu by na obr. 112 viděla jen písmeno *N*
2. vhodným barevným kontrastem se v malířství, grafice a fotografii dosahuje zvláštních efektů

Uplatňuje se i psychologické působení barevných světel. Červené, oranžové a žluté působí teple, modré světlo a odstíny, v němž modré světlo převažuje, vyvolávají pocit chladu. Světlé tóny působí vesele, tmavé těžkopádně. Červené (a v menší míře i oranžové a žluté)

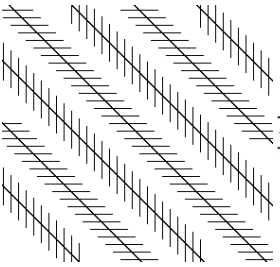
vyvolávají dojem, jako by vystupovaly kupředu (z obrazu ven), modrá naopak, jako když ustupuje do pozadí. (Na tomto vjemu se podílí i barevná vada oka). Žlutá působí odstředivě, tj. budí dojem, že překračuje hranice plochy, kterou zaujímá, modrá dostředivě, tj. zdánlivě se vztahuje od obvodu ke středu.

I toto souvisí s vlastnostmi oka, které je na žluté světlo citlivější než na modré.

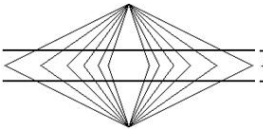
4.3.10.2 | Geometrické optické klamy

Mezi geometrické optické klamy patří ty, které jsou založeny na geometrických vlastnostech zobrazených předmětů, na nichž se podílejí geometrická zobrazení, ...

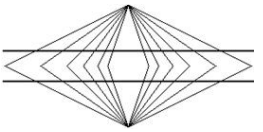
Ač se to nezdá, na obr. 113 jsou dlouhé úsečky vzájemně rovnoběžné. Krátké úsečky, jimiž jsou šikmé rovnoběžky šrafovány, způsobují jejich zdánlivou rozbíhavost resp. sbíhavost. Podobné je i vysvětlení obr. 114 a obr. 115.



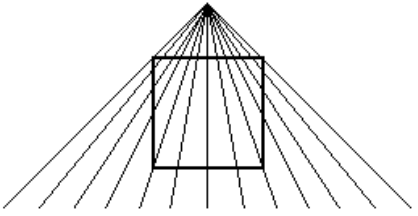
Obr. 113



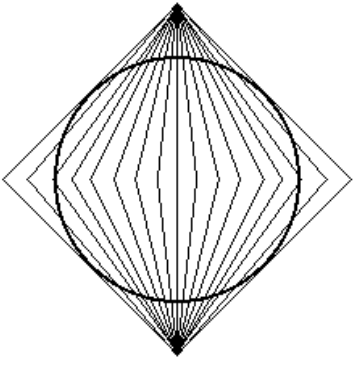
Obr. 114



Obr. 115



Obr. 116



Obr. 117

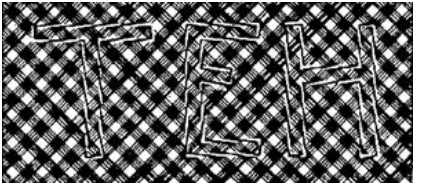
Na obr. 122 je situace analogická - u rovinného čtyřúhelníku se nám v důsledku podkladu z kružnic zdá, že jeho strany jsou prohnuté. Ve skutečnosti se jedná o řádný čtverec. Stejně tak na obr. 116. Na obr. 117 se jedná o kružnici, i když vnímáme ovál. Na obr. 118 se lze přesvědčit, že zobrazené křivky nejsou částí spirály - jsou to kružnice. Na obr. 119 jsou písmena, která se „stojí rovně“.

Müllerovův-Lyerschův srovnávací klam na obr. 128

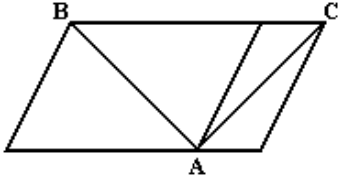
ukazuje relativitu zrakových vjemů a zároveň značně omezenou schopnost pamatovat si a správně interpretovat znalost absolutní velikosti předmětů. Střední kružnice v obou částích obrázku jsou totožné. Ve srovnání s kružnicemi odlišných poloměrů, jimiž jsou obklopeny, se jeví jako různě velké. Dvě totožné kresby, které se liší vjemem velikosti, jsou na obr. 129.



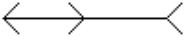
Obr. 118



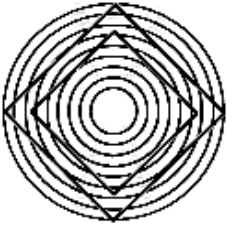
Obr. 119



Obr. 120



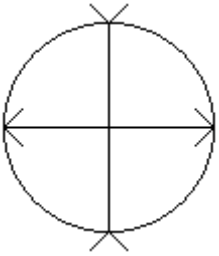
Obr. 121



Obr. 122



Obr. 123

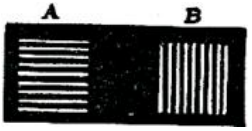


Obr. 124

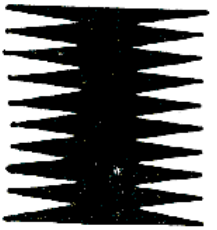
Na obr. 123 je znázorněn kříž, jehož výška i šířka jsou stejné (navíc vyznačený bod leží uprostřed čárkovaných os).

Na obr. 121 a obr. 124 jsou velikosti úseček, které omezují šipky stejné. V důsledku různé orientace šipek ale vzniká dojem jejich nestejné délky, což na obr. 124 vede k tomu, že kružnici vnímáme deformovanou. Analogicky lze pohlížet na obr. 120, obr. 125 a obr. 126.

Paggendorfův klam a jeho potlačení výrazně demonstrují vliv životní zkušenosti, která je nedílnou složkou vnímání a interpretace obrazových informací a jejich vjemů. Dvě šikmé části téže úsečky oddělené dvěma rovnoběžnými přímkami se jeví vůči sobě jako posunuté (obr. 130). Jestliže je v obraze úsečka pozorovateli předkládána jako napnuté lano, vjem tohoto zdánlivého posuvu se neuplatní (obr. 131).



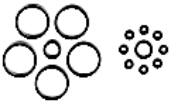
Obr. 125



Obr. 126



Obr. 127

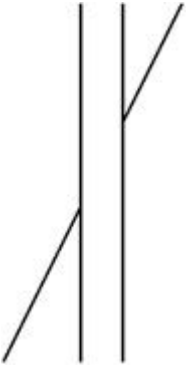


Obr. 128

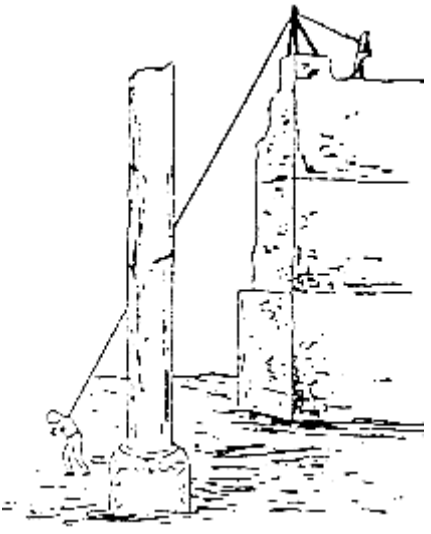




Obr. 129

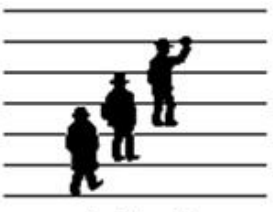


Obr. 130

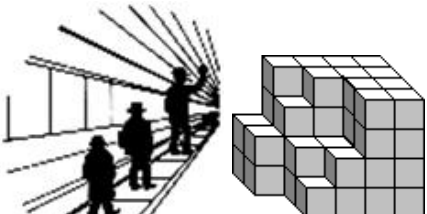


Obr. 131

Přechod mezi klamy geometrickými a psychologickými tvoří klamy perspektivní. Jedná se v podstatě o pozorování soustav čar a jimi ohraničených rovinných útvarů a o jejich výklad, při němž dochází ke konfrontaci s životní zkušeností. Chápeme-li soustavu úseček se společným úběžníkem jako perspektivní zobrazení prostoru (a zkušeností máme takový výklad zafixovaný), jeví se nám „nejvzdálenější“ postava na obr. 132 největší, ač jsou ve skutečnosti všechny stejně velké.



Obr. 132



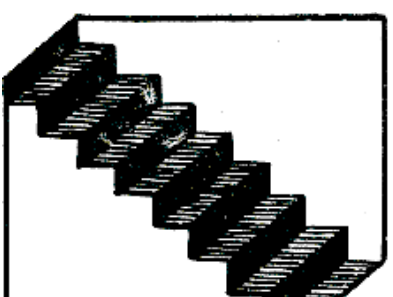
Obr. 133

Mezi perspektivní optické klamy lze zařadit i klam na obr. 134. Zavřeme-li jedno oko a druhé dáme přibližně do místa, kde se protínají čárky na obrázku, uvidíme řadu špendlíků jakoby zapíchnutých do papíru. Při lehkém posouvání obrázku se zdá, že se špendlíky kývají.

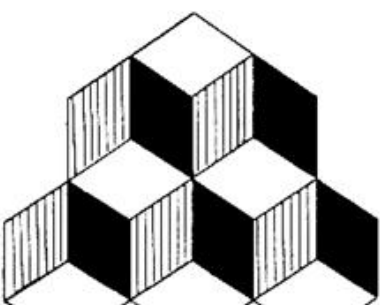
4.3.10.3 | Psychologické klamy

Psychologické klamy se převážně uplatňují při pozorování rovinných předloh, které svou konfigurací mají vyjadřovat průmět trojrozměrného tělesa a jimž tuto prostorovou povahu vědomě či mimovolně přisuzujeme. Jedná se o skupinu klamů, k nimž patří rozhodování označovaná jako **obrazová inverze**. Vznikají vždy, když kresba (obraz) připouští různý výklad prostoru. Klasickým obrazcem je Schröderovo schodiště (obr. 136), které se může jevit jako pozorované shora nebo zdola (může se jevit jako schodiště, výklenek nebo papír poskládaný do „harmoniky“). Další ukázky možnosti inverze jsou na obr.

137, obr. 138 a obr. 139.



Obr. 136



Obr. 137



Obr. 138



Obr. 139

Krychle na obr. 137 lze interpretovat buď jako pět krychlí pozorovaných z podhledu nebo jako tři krychle, jejichž horní stěna je bílá. Analogicky lze dvojím způsobem

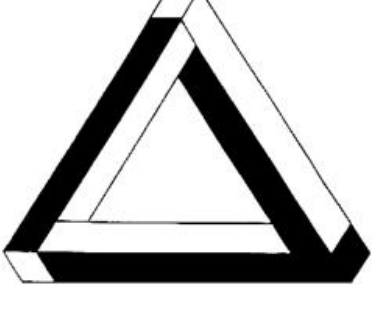
vnímat obr. 135.

Stejně tak obr. 138 připouští dvojí výklad: pohár (vázu) nebo siluetu dvou obličejů z profilu. Střed brýlí (tj. část s očnicemi) na obr. 139 je vzdálený a stranice brýlí směřují k pozorovateli nebo naopak.

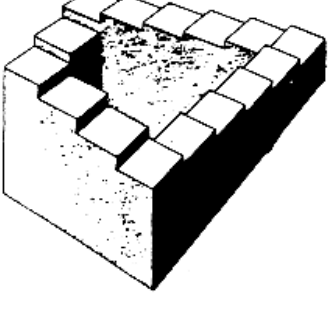
Zajímavé psychologické klamy jsou kresby, které se snažíme interpretovat jako trojrozměrné předměty a přitom zjišťujeme, že takové předměty nemohou existovat. Na obr. 140 je útvar, jehož spodní část lze vykládat jako trojrozměrný předmět obdélníkového (čtvercového) průřezu, horní pak jako soustavu tří válců. Prostorový výklad kresby na obr. 141 také odporuje našim zkušenostem. Po „věčném“ schodišti na obr. 142 lze stále stoupat či klesat.



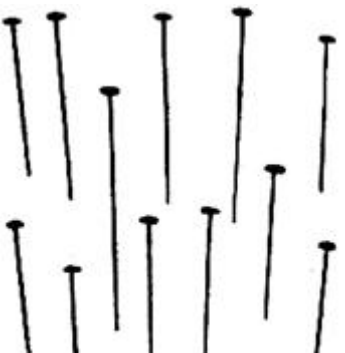
Obr. 140



Obr. 141



Obr. 142



Obr. 143

4.3.10.4 | Praktické využití optických klamů

Optické klamy neslouží pouze jako atrakce k pobavení lidí, ale v řadě profesí jsou respektovány a cílevědomě využívány. Používají se všude tam, kde má být dosaženo určitého definovaného optického působení - malířství, architektura, sochařství, návrhářství, fotografie (vhodné aranžmá - účes, barva šatů, osvětlení, ...), oční optika (tvar a barva brýlové obruby, ...), ... Tyto jevy studují oftalmologové a fyziologové, protože některé ze zrakových klamů mohou být indikátorem zrakových poruch.

Někdy za příčinu optických klamů pokládá

nedokonalost optické soustavy lidského oka. Tento výklad je ale velmi zúžený a v řadě popisovaných jevů dokonce i nesprávný. Neshoda zrakového vjemu a skutečnosti je výsledkem složitých, takřka současně probíhajících fyziologických, psychologických a dalších funkcí, které se uplatňují komplexně.

4.3.11 | Optické přístroje

Zorný úhel ε, pod nímž vidíme daný předmět, je možné zvětšit tak, abychom pozorovaný předmět viděli detailněji. K tomu se používají optické přístroje, které sehrály (a stále sehrávají) důležitou roli v historii lidského poznání tím, že rozšířili hranice pozorování do oblastí, které jsou při pohledu okem nedostupné.

Optické přístroje lze rozdělit na:

1. subjektivní přístroje - obraz je zaznamenáván okem;

Subjektivními přístroji je obraz zaznamenáván pouze okem - proto jde o subjektivní přístroje. Každé oko je jedinečné a proto se může obraz jím zaznamenaný lišit (citlivost na barvy, ostrost zraku, ...).

2. objektivní přístroje - obraz je zaznamenáván na citlivou vrstvu optických přístrojů

Snímaný obraz se zaznamenává na film, CCD panel, stínítko, projekční plátno, ... Vzhledem k tomu, že se jedná o předem definovaná zařízení, není obraz ovlivněn

subjektivním vjemem člověka.

4.3.11.1 | Subjektivní optické přístroje

Princip subjektivních optických přístrojů spočívá ve vytváření zdánlivého obrazu pozorovaného předmětu, který pozorujeme okem pod zvětšeným zorným úhlem. Tyto optické přístroje charakterizuje veličina **úhlové zvětšení** γ definovaná vztahem $\gamma = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$, kde ε je zorný úhel, pod nímž vidíme předmět při pohledu okem, a ε' je zorný úhel, pod nímž pozorujeme daný předmět příslušným optickým přístrojem.

Mezi subjektivní optické přístroje patří brýle, lupa, mikroskop, dalekohled, ...

4.3.11.1.1 | Lupa

Nejjednodušším subjektivním optickým přístrojem je lupa, jejíž optickou soustavu tvoří jedna jediná spojná čočka o ohniskové vzdálenosti *f*. Lupu používáme tak, že ji přiblížíme k oku a předmět o výšce *y* umístíme do předmětového ohniska lupy popř. do vzdálenosti o něco menší, tj. $a \leq f$. Lupa spolu s oční čočkou pak vytváří optickou soustavu o větší mohutnosti, než má samotné oko. Vzniká vzpřímený, zvětšený a zdánlivý obraz.

V případě, že je předmět v ohnisku lupy, jsou paprsky

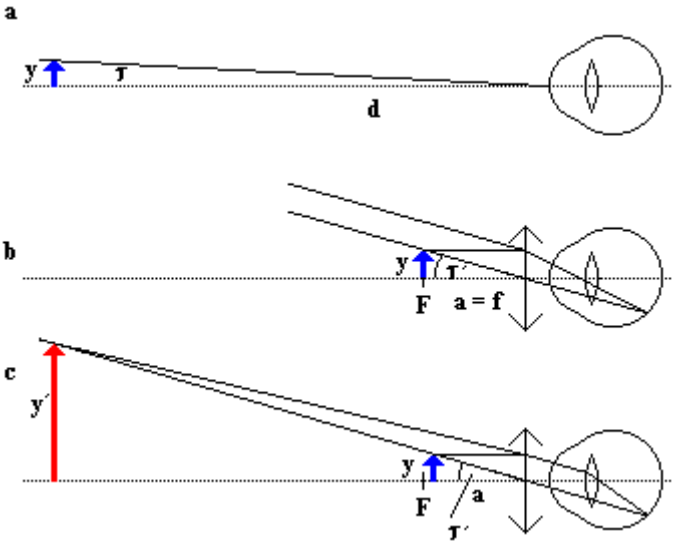
vycházející z určitého bodu předmětu rovnoběžné. Obraz na sítnici vzniká bez akomodace, tj. oko je zaostřeno na předmět v nekonečnu. Je-li $a < f$, vzniká zdánlivý obraz, na jehož vzdálenost se oko akomoduje.

Spojka lupy vytváří neskutečný obraz, který spojka oka přemění na skutečný, který se zobrazí na sítnici.

Předmět o výšce *y* pozorujeme ve vzdálenosti *d* pod zorným úhlem τ, pro který platí: $\operatorname{tg}\tau = \frac{y}{d}$ (viz obr. 144a).

Při pozorování předmětů v konvenční zrakové vzdálenosti *d* se totiž oko nejméně unavuje.

V případě, že pracujeme v paraxiálním prostoru, lze psát $\tau \doteq \frac{y}{d}$. Pomocí lupy se zorný úhel zvětší na hodnotu τ' a můžeme tedy psát $\operatorname{tg}\tau' = \frac{y'}{d} = \frac{y}{a}$ (viz obr. 144c); proto platí i ve tvaru $\tau' \doteq \frac{y}{a}$. Vzhledem k tomu, že se předmět nachází v blízkosti ohniska lupy, je možné též psát $\tau' \doteq \frac{y}{f}$ (viz obr. 144b). Pro **úhlové zvětšení lupy** tedy dostáváme: $\gamma = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{d}{f}$.



Obr. 144

Aby tedy lupa vůbec zvětšovala, musí být použita spojná čočka o ohniskové vzdálenosti $f < d$. Lupou lze dosáhnout maximálně asi 6-tinásobeného zvětšení. Při větším zvětšení se začínají výrazně projevovat optické vady čoček a je nutno použít soustavu čoček.

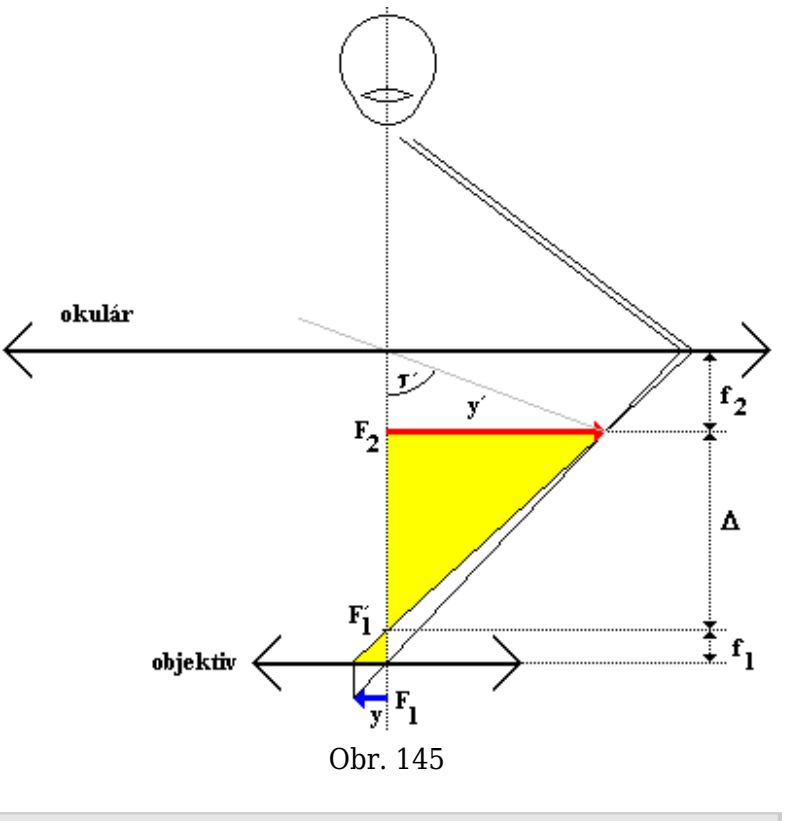
4.3.11.1.2 | Mikroskop

4.3.11.1.2.1 | Princip činnosti

mikroskopu

Mikroskop se skládá (stejně jako dalekohledy) ze dvou základních optických prvků:

1. objektiv - optický prvek, který se nachází blíže k pozorovanému předmětu (objektu). Objektiv zobrazuje přímo pozorovaný předmět - musí tedy vytvářet skutečný obraz předmětu, a proto se jedná o spojný systém. Aby ovšem vznikl skutečný obraz, musí být předmět od objektivu dále, než je ohnisková vzdálenost objektivu f_1. U objektivu je definováno příčné zvětšení poměrem $Z = \frac{y'}{y}$. Objektiv zpravidla obraz převrací. Pro snížení vzniku optických vad se používají čočkové multiplety.
2. okulár - optický prvek, který je blíže k oku. Skutečný obraz vytvořený objektivem okulár posouvá dále od oka, abychom mohli předmět dobře zaostřit okem. Vzhledem k tomu, že oko se nejméně namáhá, pozoruje-li obraz předmětu v nekonečnu, je okulár umístěn tak, aby se obraz vytvořený objektivem nacházel v ohnisku okuláru. Ohnisková vzdálenost se značí většinou f_2.



Obr. 145

Okulár tedy funguje jako lupa, kterou pozorujeme obraz vytvořený objektivem; posouvá obraz předmětu do nekonečna.

U mikroskopu je objektiv i okulár tvořen spojnými soustavami. Předmět je umístěn v blízkosti ohniska objektivu tak, že $a > f$. Objektiv tedy vytvoří skutečný, převrácený a zvětšený obraz předmětu. Obraz o výšce y'

přitom leží v ohnisku okuláru, který má ohniskovou vzdálenost větší než objektiv.

Mezi obrazovým ohniskem F_1' objektivu a předmětovým ohniskem F_2 okuláru je vzdálenost $\Delta = |F_1'F_2|$, která se nazývá **optický interval mikroskopu**.

Úhlové zvětšení γ mikroskopu je dáno součinem příčného zvětšení objektivu $Z = \frac{y'}{y} = \frac{\Delta}{f_1}$ (viz podobné trojúhelníky na obr. 145) a úhlového zvětšení okuláru $\gamma_2 = \frac{d}{f_2}$. Pro úhlové zvětšení mikroskopu tedy dostáváme $\gamma = Z\gamma_2 = \frac{\Delta d}{f_1 f_2}$.

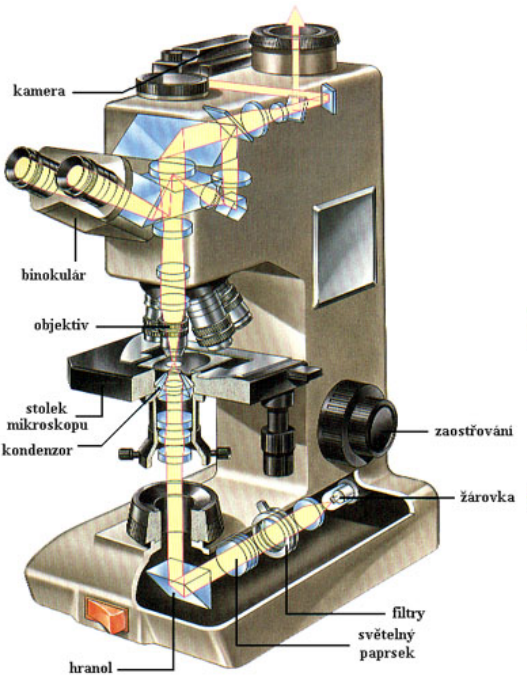
Pozor!!! V čitateli zlomku není „delta d“ (tedy přírůstek veličiny d), ale součin optického intervalu mikroskopu Δ a konvenční zrakové vzdálenosti *d*.

U běžných mikroskopů se dosahuje zvětšení až 1000, u speciálních pak až 2000, což je zároveň maximální možné zvětšení, kterého lze v oboru světelného vlnění dosáhnout. Další zvětšení již není možné díky projevům vlnových vlastností světla. Ty omezují rozlišovací schopnost mikroskopu.

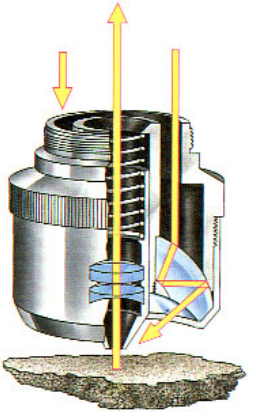
4.3.11.1.2.2 | Profesionální mikroskop

Profesionální světelný mikroskop (viz obr. 146) obsahuje hranoly, které mění chod světelných paprsků tak, že je směřují do okuláru se dvěma tubusy. K tomuto mikroskopu je možné připojit též fotografické či televizní kamery, a tak lze obraz, který vznikl při zobrazení mikroskopem, zachytit na fotografii nebo televizní záznam.

Binokulární uspořádání dovoluje pozorovateli sledovat vzorek na podložním sklíčku pod nepatrně rozdílnými úhly, a tak získat pocit prostorového vidění.



Obr. 146



Obr. 147

V profesionálním mikroskopu se pozorovaný objekt obvykle osvětluje zespodu. Světlo žárovky se koncentruje do svazku paprsků a prochází filtry, kterými projde jen určitá oblast spektra (tj. světlo jen některých vlnových délek), a pomocí hranolu se odráží do kondenzoru. Kondenzor je soustava čoček, které koncentrují světlo na malou oblast vzorku. Světlo procházející vzorkem se pak soustřeďuje jednou z objektivových čoček, které lze otočením celé soustavy čoček měnit podle požadovaného

zvětšení. Vybraná čočka pak směřuje světlo nahoru do komplexní optiky, v níž se zvětšený obraz objektu zobrazí v binokuláru.

Pro pozorování neprůsvitných vzorků se používá objektiv, který obsahuje vnější kroužkový kondenzor (viz obr. 147), který je soustřeďuje světlo dolů na vzorek. Odražené světlo prochází objektivem do okuláru, kde je možné pozorovat obraz povrchu vzorku.

4.3.11.1.3 | Dalekohled

Dalekohled je optický přístroj, který zvětšuje zorný úhel při zobrazování „nekonečně“ vzdálených předmětů.

> Nekonečně vzdálené předměty je třeba chápat tak, že to jsou předměty, které jsou ve výrazně větší vzdálenosti od objektivu dalekohledu, než je jeho ohnisková vzdálenost. V praxi to jsou vzdálenosti od řádově metrů (resp. desítek metrů) dál.

Stejně jako mikroskop je složen z objektivu a okuláru. Podle toho, jaký optický prvek tvoří objektiv se dalekohledy dělí na:

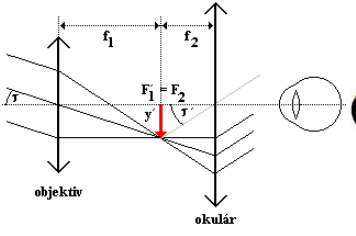
1. refraktory - objektiv je tvořen spojnou čočkou; patří sem Keplerův dalekohled a Galileův dalekohled
2. reflektory - objektiv je tvořen dutým zrcadlem; představitelem je Newtonův dalekohled

K astronomickým účelům použil dalekohled poprvé

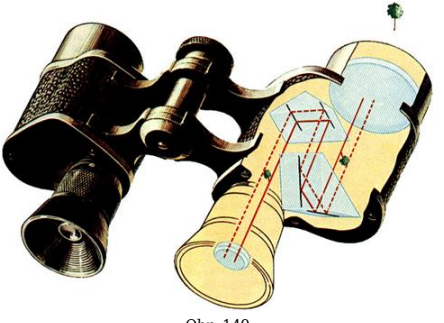
v roce 1606 Galileo Galilei. Další dalekohled zkonstruoval roku 1611 Jan Kepler (1751 - 1630).

4.3.11.1.3.1 | Keplerův (hvězdářský) dalekohled

Keplerův dalekohled je tvořen dvěma spojnými systémy (viz obr. 148). Rovnoběžné paprsky velmi vzdáleného předmětu procházejí objektivem o velké ohniskové vzdálenosti f_1 a v obrazovém ohnisku objektivu (které splývá s předmětovým ohniskem okuláru) se vytváří obraz, který opět pozorujeme okulárem pod zvětšeným zorným úhlem.



Obr. 148



Obr. 149

Okulár má opět (stejně jako u mikroskopu) funkci lupy. Proto je nutné, aby obraz vytvořený objektivem byl v ohnisku okuláru (lupy). Obraz vytvořený objektivem vzniká v jeho obrazovém ohnisku proto, že pozorovaný

předmět leží velmi daleko (skoro v nekonečnu) od objektivu.

Keplerovým dalekohledem vidíme sledovaný objekt převrácený, což při astronomickém pozorování nevadí. Pro pozemská pozorování je chod paprsků v dalekohledu upraven pomocí hranolů (nebo další spojky) tak, abychom viděli obraz vzpřímený. Takto je upraven dalekohled nazývaný **triedr** (hranolový dalekohled - viz obr. 149).

Pro úhlové zvětšení Keplerova dalekohledu platí:

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg}\tau'}{\operatorname{tg}\tau} \doteq \frac{\tau'}{\tau} = \frac{y'}{f_2} : \frac{y'}{f_1} = \frac{f_1}{f_2}.$$

4.3.11.1.3.2 | Galileův (pozemský, holandský) dalekohled

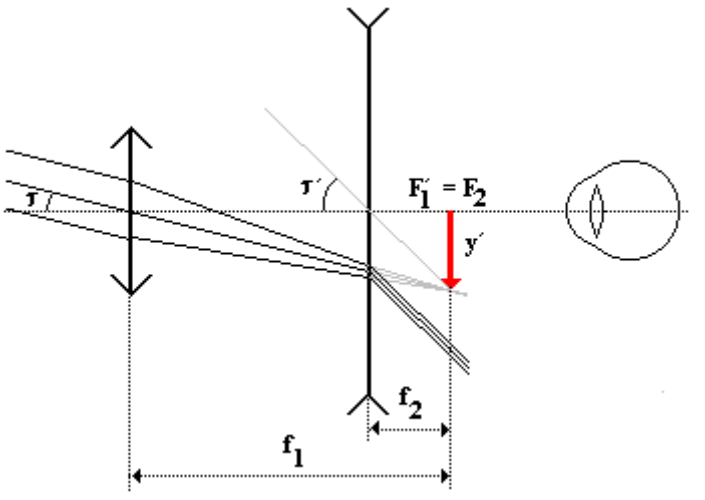
Objektiv Galileiho dalekohledu tvoří spojná čočka, okulár je tvořen rozptylkou (viz obr. 150). Obrazové ohnisko objektivu F_1' splývá s předmětovým ohniskem okuláru F_2, vzdálenost optických středů objektivu a okuláru je $f_1 - |f_2|$.

Dalekohled funguje na stejném principu jako Keplerův dalekohled - pouze je v okuláru místo spojky použita rozptylka.

Vzniklý obraz je přímý, neskutečný, úhlově zvětšený. Principu Galileiho dalekohledu se užívá např. v divadelním kukátku.

Pro úhlové zvětšení Galileiho dalekohledu platí:

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg}\tau'}{\operatorname{tg}\tau} \doteq \frac{\tau'}{\tau} = \frac{y'}{|f_2|} : \frac{y'}{f_1} = \frac{f_1}{|f_2|}.$$



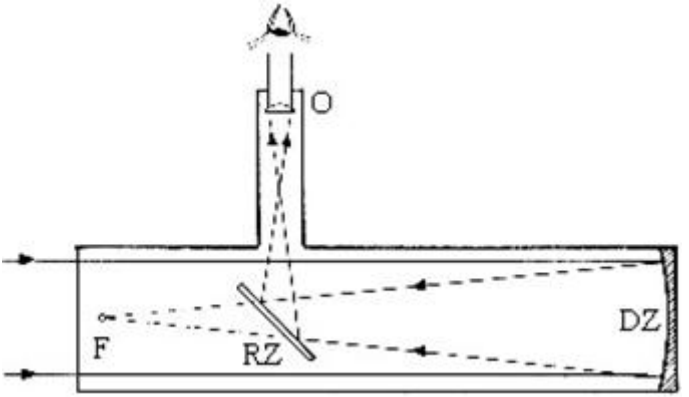
Obr. 150

4.3.11.1.3.3 | Newtonův zrcadlový dalekohled

Čočkový objektiv je u tohoto typu dalekohledu nahrazen dutým parabolickým zrcadlem vytvářejícím skutečný obraz, který se pozoruje čočkovým okulárem.

Rovnoběžné paprsky dopadající na zrcadlo jsou

zrcadlem soustředěny do jeho ohniska. Aby bylo možné vytvořený obraz lépe pozorovat (nebo fotografovat) jsou paprsky odchýleny rovinným zrcadlem (*RZ*) mimo tubus dalekohledu (viz obr. 151).

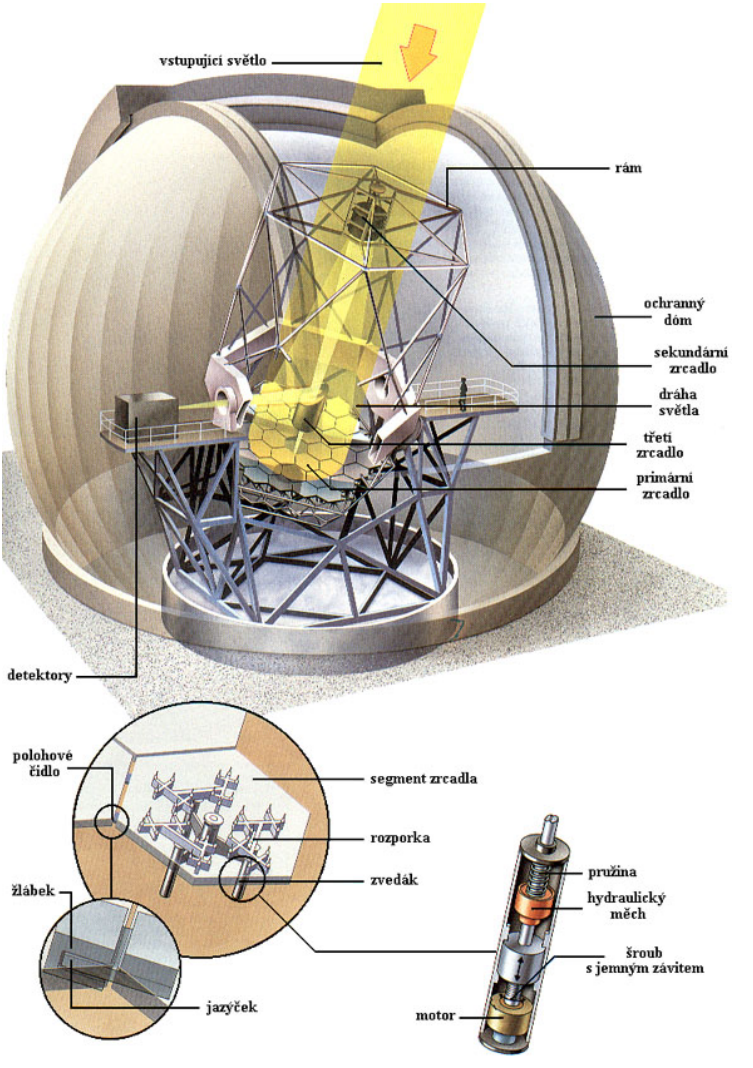


Obr. 151

V textu se mluví o rovnoběžných paprscích. To proto, že zrcadlové dalekohledy se většinou používají v astronomii k pozorování velmi vzdálených objektů. Paprsky světla, které z těchto objektů přicházejí, lze díky velké vzdálenosti považovat za navzájem rovnoběžné.

Soustředěním slunečních paprsků v ohnisku lze dosáhnout vysokých teplot (až $3800\,^{\circ}\mathrm{C}$).

Toho se využívá (někdy z recese, někdy z důvodů úspor) např. k ohřevu vody.


vstupující světlo
rám
ochranný dóm
sekundární zrcadlo
dráha světla
třetí zrcadlo
primární zrcadlo
detektory
polohové čidlo
segment zrcadla
rozporka
zvedák
žlábek
jazýček
pružina
hydraulický měch
šroub s jemným závitem
motor

Obr. 152

Výhodou tohoto typu dalekohledu jsou menší zobrazovací vady než u čočkových dalekohledů.

Vzhledem k tomu, že se světlo od zrcadla pouze odráží, ale neprochází jím, nevzniká např. barevná vada jako u čoček.

Nevýhodu je, že pro dosažení kvalitního obrazu je nutný velký poloměr zrcadla dalekohledu. To je jednak technicky náročné na výrobu (materiál musí být bez vad, dokonale vyleštěn, nesmí měnit své rozměry v závislosti na teplotě, ...) a jednak problematické z důvodu znečištění atmosféry. Ta se totiž neustále chvěje, vlní, ... takže působí rušivě na pořizované snímky. A s rostoucím průměrem zrcadla roste i plocha snímku, která může být znehodnocena atmosférickými poruchami. Proto se tyto typy dalekohledů při pozorování kosmických objektů umísťují do oblastí čisté atmosféry bez velkého proudění vzduchu. Pozorovací observatoře se proto staví v horských oblastech, na opuštěných ostrovech, ...

Problém co největší velikosti zrcadla se řeší sestavením zrcadla z mnoha menších šestiúhelníkových segmentů (viz obr. 152).

Zrcadlo připomíná svou strukturou hmyzí oko. Šestiúhelníky se volí proto, že jimi lze pokrýt plochu bez jakýchkoliv mezer.

Jednotlivé segmenty jsou řízeny počítačem. Každý

segment má své hydraulické zařízení, které může segment natáčet kolem osy procházející segmentem a částečně segment ohýbat. Těmito změnami každého segmentu lze docílit optimálního zakřivení celého zrcadla. Na základě informací z čidel teploty lze i dorovnávat drobné odchylky vzniklé ohřevem zrcadla během letního dne (a nebo jeho ochlazením v noci).

4.3.11.2 | Objektivní optické přístroje

Objektivní optické přístroje jsou takové přístroje, které vytvářejí skutečný obraz snímaného předmětu - obraz vzniká na projekční stěně, na citlivé vrstvě filmu, CDD čidle, ... Mezi objektivní optické přístroje patří:

1. projekční přístroje - diaprojektory, filmové projektory, dataprojektory, ...
2. fotografický přístroj
3. zvětšovací přístroj
4. filmová kamera
5. ...

S rozvojem elektroniky se význam těchto optických přístrojů zmenšuje, protože optický přenos obrazu je nahrazen elektronickým přenosem pomocí videosignálu. Ale i zde mají své nezastupitelné místo optické členy v objektivech kamer, v různých čtecích zařízeních, ...

4.3.11.2.1 | Fotografický přístroj

Z klasických optických přístrojů nepozbyl na významu fotografický přístroj. Na něm je možné dokumentovat řadu vlastností a poznatků o objektivech, které se uplatňují i v moderních videosystémech.

Dále budou vysvětleny základní vlastnosti klasického fotografického přístroje (tj. fotoaparátu na film). Ačkoliv v současné době řada lidí vlastní fotoaparáty digitální, profesionální fotografové nadále upřednostňují fotoaparáty na film. Navíc základní princip zobrazování je stejný - liší se až závěrečnou fází: jakým způsobem a kam se zaznamená informace o dopadajícím světle.

Fotoaparát je v podstatě neprodyšná skříňka s objektivem (čočkou) vpředu a svitkem filmu vzadu. Většina z nich umožňuje regulaci zaostření, doby expozice a clony tak, aby bylo dosaženo maximální ostrosti a věrnosti zobrazení. Obecně lze říci, že čím větší formát filmu, tím ostřejší zobrazení.

Např. krajináři a reklamní fotografové používají film na jediný obrázek většinou o rozměrech $20\ \mathrm{cm} \times 26\ \mathrm{cm}$, zatímco běžným typem fotoaparátu pro amatéra je přístroj na film šířky 35 mm na 36 snímků o rozměrech $24\ \mathrm{mm} \times 36\ \mathrm{mm}$.

Existují dva základní druhy fotoaparátů:

1. kompaktní - jsou jednodušší, mají méně pohyblivých součástí, protože mají pouze dvě

čočky. Hlavní čočka vytváří obraz, menší čočka je hledáček, obvykle na straně fotoaparátu, který ukazuje to, co aparát zobrazí. Nevýhodou tohoto uspořádání je jistá neshoda mezi tím, co v hledáčku vidíme, a tím, co čočka zobrazí - tzv. chyba paralaxy. Tato chyba roste s klesající vzdáleností fotografovaného předmětu od fotoaparátu.

Hledáčkem totiž nevidíme fotografovaný předmět přesně pod tímtéž úhlem, pod jakým je předmět vidět z objektivu. Při fotografování předmětů v malé vzdálenosti od fotoaparátu (např. makrorežim, portréty, ...) je tato odchylka značná.

2. jednooké zrcadlovky (*SRL - single-lens reflex*) - mechanicky složitější, ale zato všestrannější přístroje. Mají totiž jedinou čočku, kterou je obraz pozorován i snímán, a chyba paralaxy nevzniká.

4.3.11.2.1.1 | Základní charakteristika

Objektiv fotografického přístroje má mezi optickými přístroji zvláštní postavení. Požadavek poměrně velkého vstupního otvoru při značném zorném úhlu klade vysoké nároky na korekci optických vad. Tyto nároky jsou splnitelné jen při větším počtu lámavých ploch. Současně s tím vystupuje požadavek na snížení ztrát odrazem a vlivu

rozptýleného světla antireflexními vrstvami. Fotografické objektivy tak i vzhledem k dalším požadavkům (plynulá změna ohniskové vzdálenosti, ...) představují většinou špičkovou oblast optiky.

Podle stupně korekce optických vad je možné objektivy dělit na:

1. achromáty - odstraněna barevná vada pro dvě vlnové délky světla
2. apochromáty - odstraněním sekundární barevné vady je dosaženo shody pro tři vlnové délky
3. aplanáty - korigována otvorová vada a koma
4. anastigmaty - korigována otvorová vada, koma, astigmatismus a zklenutí pole

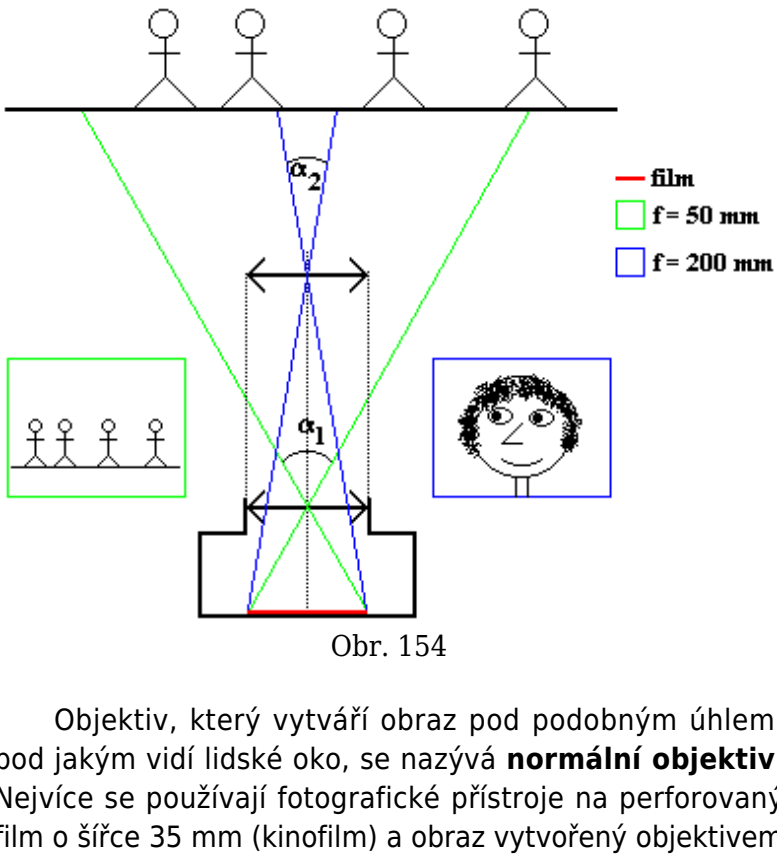
Značné snížení vad u moderních objektivů má za následek, že je možné dosáhnout velmi dobrého zobrazení po celém zorném poli. To dovoluje počítat zvětšení, vzdálenosti obrazu, předmětu i zorného úhlu ze vztahů pro ideální zobrazení. Skutečnost, že obraz je vždy reálný, a jednoznačnost rozdělení prostoru na předmětový a obrazový vedou k tomu, že v praktické fotografii se velmi často nedodržuje znaménková konvence a počítá se s absolutními hodnotami veličin.

Objektiv fotografického přístroje je spojná optická soustava, kterou charakterizují dvě veličiny:

1. ohnisková vzdálenost - udává se v milimetrech a lze ji nalézt na obrubě

objektivu. Její hodnota rozhoduje o úhlu, který svírají krajní paprsky vycházející z fotografovaného předmětu a dopadající do objektivu. Tyto paprsky procházejí středem objektivu a svírají navzájem tzv. úhel záběru α_1 nebo α_2 (viz obr. 154). Současně vymezují šířku obrazu na citlivé vrstvě filmu.

2. světelnost - rozhoduje o toku světla, které prochází objektivem na citlivou vrstvu filmu. Čím větší světelnost objektivu, tím více světla dopadá na film. Světelnost objektivu souvisí s průměrem vstupního otvoru objektivu: čím je při dané ohniskové vzdálenosti *f* tento průměr větší, tím větší je světelnost objektivu. Pro velké obrazové úhly ubývá světlo od středu do krajů formátu snímku. Proto se při použití zejména širokoúhlých objektivů odclání část světla ze středu pole, aby rozdíl nebyl tak velký.



Obr. 154

Objektiv, který vytváří obraz pod podobným úhlem, pod jakým vidí lidské oko, se nazývá **normální objektiv**. Nejvíce se používají fotografické přístroje na perforovaný film o šířce 35 mm (kinofilm) a obraz vytvořený objektivem má rozměr $24\,\mathrm{mm} \times 36\,\mathrm{mm}$. Tomu odpovídá normální objektiv o ohniskové vzdálenosti 50 mm s úhlem záběru $46°$.

U objektivu se zmenšující se ohniskovou vzdáleností roste úhel záběru. Toho se využívá ve speciálních objektivech:

1. širokoúhlý objektiv - ohnisková vzdálenost je menší než u normálního objektivu (35 mm).

Používá se při fotografování větších celků, architektury, při fotografování na malou vzdálenost, ...

2. teleobjektiv - objektiv s delší ohniskovou vzdáleností než je ohnisková vzdálenost normálního objektivu (200 mm).

Používá se ke snímání detailů na větší vzdálenosti.

3. transfokátory (zoom) - objektivy s měnitelnou ohniskovou vzdáleností.

Např. transfokátor s označením $80\ \mathrm{mm}/200\ \mathrm{mm}$ umožňuje měnit plynule ohniskovou vzdálenost od 80 mm do 200 mm a tím i úhel záběru od celkového pohledu po detail. Užití: videokamery, ...

Světelnost objektivu lze určit kvalitativně pomocí **clonového čísla** *k*, které je definováno jako podíl ohniskové vzdálenosti *f* a průměru *d* vstupního otvoru (vstupní pupily), tj. $k = \frac{f}{d}$.

Je nutné si uvědomit, že větší clonové číslo znamená menší otvor, kterým světlo do objektivu dopadá. Fakt, že hodnota clonového čísla závisí na průměru vstupního otvoru je zřejmá: menší průměr vstupního otvoru znamená, že do objektivu dopadne méně světla, a proto je hodnota clonového čísla větší.

Současně je nutné si uvědomit, že hodnota clonového čísla závisí i na ohniskové vzdálenosti. V souladu s obr. 153 je zřejmé, že větší ohnisková vzdálenost objektivu znamená, že objektiv je více „zazoomován“, tj. snímá větší detaily obrazu. A proto objektiv „sbírá“ světlo z menší plochy (např. jen z plochy obličeje člověka a ne z plochy odpovídající celé skupině lidí); do objektivu (za jinak stejných podmínek - tj. při stejném průměru vstupního otvoru) tak dopadne méně světla. Proto je tedy clonové číslo větší.

U fotografických přístrojů je průměr vstupní pupily měnitelný pomocí clony, která je obvykle konstrukční částí objektivu. Nejčastěji se používají tzv. **irisové clony**, které jsou tvořeny soustavou segmentů, které se navzájem částečně překrývají, a lze jimi omezit velikost vstupního otvoru objektivu. U moderních fotografických přístrojů a videokamer se hodnota clonového čísla mění automaticky podle osvětlení snímaného objektu. Čím větší je clonové číslo (při dané ohniskové vzdálenosti), tím menší je průměr vstupního otvoru objektivu a tím méně světla objektivem prochází.

Aby pro každý následující stupeň clony klesala světelnost objektivu na polovinu, tvoří clonová čísla geometrickou posloupnost s kvocientem $\sqrt{2}$. Mezinárodní řada clonových čísel je: 0,7; 1; 1,4; 2; 2,8; 4; 5,6; ...

Světelnost objektivu souvisí s plochou vstupní pupily, tj. s druhou mocninou lineárního rozměru. Má-li

světelnost s každým stupněm clony klesnout na polovinu, musejí být stupně clonového čísla vyjádřeny pomocí koeficientu $\sqrt{2}$.

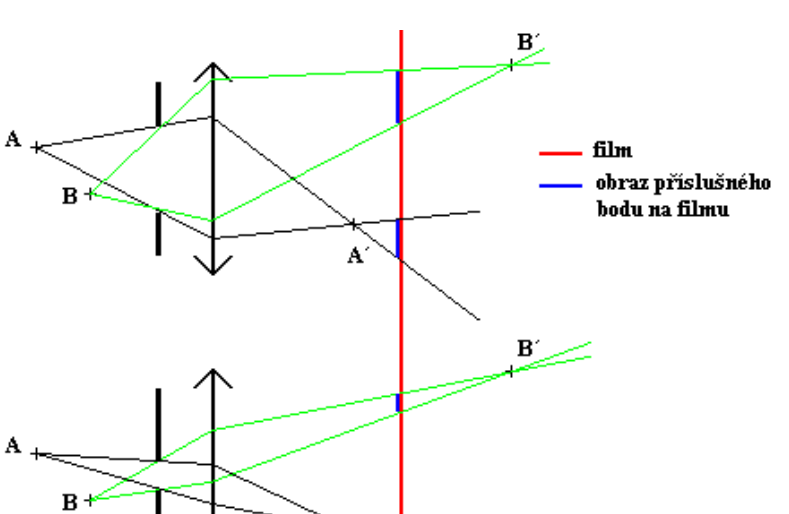
Clonové číslo také ovlivňuje **hloubku ostrosti zobrazení**, tj. schopnost objektivu zobrazit ostře předměty v různých vzdálenostech od objektivu. Neostrost je způsobena tím, že vzdálenost filmu od objektivu je konstantní a paprsky vycházející z bodů v různých vzdálenostech od objektivu se protínají před rovinou filmu a za ní (viz obr. 155). Na filmu pak místo bodů vznikají plošky, které jsou tím větší, čím větší je průměr vstupní plochy objektivu, a tedy čím menší je clonové číslo.

Fotografie s velkou hloubkou ostrosti se pozná tak, že jsou na ní ostře zobrazeny jak předměty velmi blízko objektivu, tak předměty ve velké vzdálenosti od objektivu.

Hloubka pole (ostrosti) fotografického objektivu je určena dovolenou neostrostí při pozorování výsledného obrazu; je tedy určena rozlišovací schopností lidského oka. Pozorování by přitom mělo probíhat při nezkreslené perspektivě, tj. při *m*-násobném zvětšení ze vzdálenosti rovné *m*-násobku ohniskové vzdálenosti snímacího objektivu. Vzhledem k tomu, že většinou pozorujeme obraz ze vzdálenosti ovlivněné velikostí jeho formátu, jeví se nám snímky zhotovené širokoúhlým objektivem nebo teleobjektivem ve zkreslené perspektivě.

Skutečnost, že hloubku ostrosti lze zvětšit zvětšením clony známe z praxe. Zejména lidé, kteří vidí špatně na

dálku a zapomenou si brýle. Chtějí-li nějaký nápis (např. číslo přijíždějící tramvaje, ...) přesto přečíst, podvědomě mhouří oči - zvětšují clonu oka. Pozorovaný předmět se tak částečně zaostří - viz obr. 155.



Obr. 155

Vzhledem k používání objektivů o různé ohniskové vzdálenosti pro tentýž formát, je hodnota **dovolené neostrosti** d_0' vztažena k úhlopříčce formátu *u*: $d_0' = \frac{u}{1500}$. U příliš malých nebo příliš velkých formátů se bere

hodnota poněkud odchýlená od této měrné hodnoty, protože je třeba brát ohled jednak na rozlišovací schopnost filmu a jednak na omezení pozorovací vzdálenosti. U kinofilmu se počítá s $d'_0 = 0{,}033\ \mathrm{mm}$.

Hloubka pole (ostrosti) se ve fotografické technice vyjadřuje pomocí hyperfokální vzdálenosti. Ta je pro clonové číslo *k* a ohniskovou vzdálenost f' rovna $G = \frac{f'^2}{d'_0 k}$.

U krátkoohniskových objektivů je možné se u filmových kamer a jednodušších fotoaparátů setkat s jejich pevným nastavením na hyperfokální vzdálenost (tzv. „fix focus“). Vzhledem k tomu, že v tomto případě je zobrazení ostré od vzdálenosti $\frac{G}{2}$ až do nekonečna, není nutné v těchto případech pro běžné snímací vzdálenosti větší než jeden metr objektiv přeostřovat.

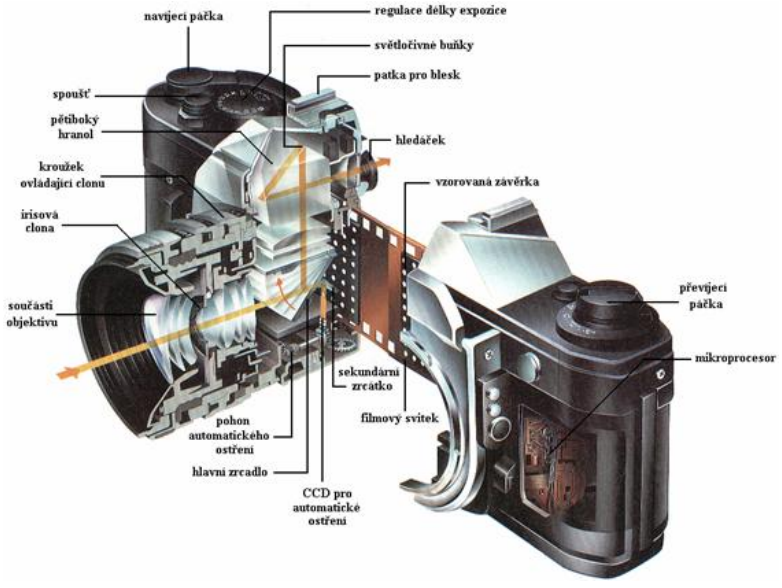
Při malém clonovém čísle je malá i hloubka ostrosti objektivu a ostře jsou zobrazeny jen předměty ve vzdálenostech, které hloubce ostrosti odpovídají. Nastavení clonového čísla tedy představuje kompromis mezi požadavkem na ostré zobrazení a potřebné osvětlení citlivé vrstvy filmu (citlivého prvku videokamery, ...) Hloubka ostrosti je ovlivněna také ohniskovou vzdáleností.

4.3.11.2.1.2 | Jednooká zrcadlovka

Do SRL (viz obr. 156) vstupuje světlo objektivem

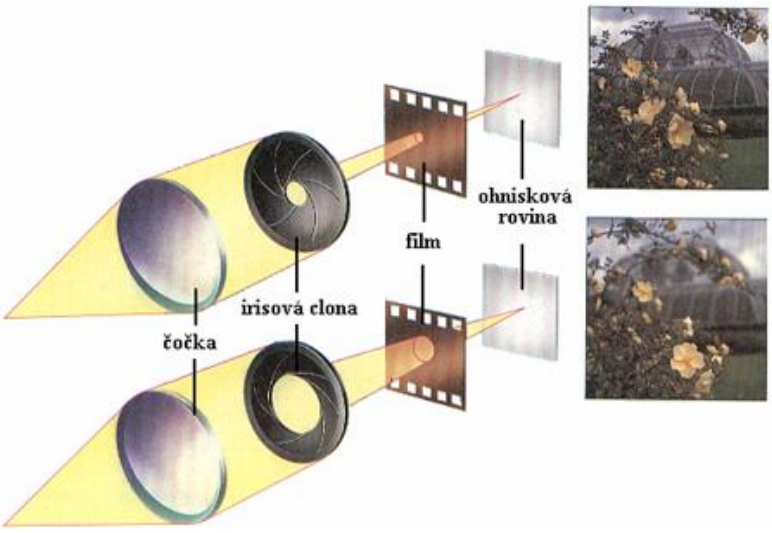
složeným z několika čoček, přičemž množství světla lze regulovat irisovou clonou. Uvnitř fotoaparátu je zrcátko umístěné pod úhlem 45°, které odráží světlo nahoru a promítá ho na stínítko z broušeného skla. Převrácený obraz na stínítku je odražen v pravém úhlu pětibokým hranolem, který obrátí obraz do správné polohy, a ten se pak zobrazí v hledáčku.

Pro zhotovení snímku je třeba stisknout spoušť; skloněné zrcátko uskočí z dráhy světla a o zlomek sekundy později se otevře záklopka, která dovolí přístup světla k filmu.



Obr. 156

Množství světla vstupující do aparátu se měří světelnými senzory po stranách pětibokého hranolu. Ve většině elektronických fotoaparátů je expozimetr připojen k mikroprocesoru, který odhadne, jaké jsou světelné podmínky, a určí optimální dobu expozice i clonu, takže se fotograf může plně soustředit na kompozici obrazu. Některé fotoaparáty též obsahují systémy automatického ostření (autofokus), založený na funkci optických senzorů (CCD), což jsou nepatrné polovodiče detekující vstupující fotony. CCD měří odchylku světelných paprsků po jejich odrazu od sekundárního zrcátka, umístěného pod hlavním zrcadlem aparátu. Stupeň vychýlení ukazuje, zda je obraz zaostřen či nikoliv. Mikroprocesor vypočítá, o kolik a jakým směrem je nutné posunout objektiv, aby se dosáhlo optimálního zaostření, a vydá pokyn servomotoru, aby provedl příslušný posun.



Obr. 157

Samotná expozice je regulována změnou clony (viz obr. 157) nebo času, po který je čočka otevřena. Změnou jednoho nebo druhého parametru lze ovlivnit výsledný obraz různým způsobem Při velké cloně se zvětšuje hloubka ostrosti, tedy vzdálenost, na kterou zůstává objektiv zaostřen. To se děje proto, že bod, který není zaostřen, se nezobrazí na filmu sice jako bod, ale jako malý kotouček, ale stále zůstává relativně ostrý. Při malé cloně vytváří uvažovaný bod větší kotouček a obraz se jeví jako rozostřený.

Závěrka SLR se skládá ze dvou clonek před samotným filmem. Když je závěrka otevřená (po stisknutí spouště),

pohybují se obě clonky zleva doprava. Film se exponuje štěrbinou mezi clonkami. Úzká štěrbina odpovídá vyšší rychlosti závěrky, kdy lze „zmrazit“ pohyb objektu. Širší štěrbina pak odpovídá menší rychlosti závěrky, kdy je pohybující se objekt rozmazán.

4.3.11.2.1.3 | Film

Kvalita současných barevných filmů je velmi vysoká a to i přes skutečnost, že základní chemický princip je tentýž jako u filmu poprvé vyrobeného francouzským vynálezcem Josephem Nicéphorem Niepcem (7. 3. 1765 - 5. 7. 1833) v roce 1826. Zkombinoval staré chemické a optické postupy a získal pomocí kamery první negativní snímky.

Černání AgCl ve slunečním světle bylo v té době již známo. Princip *camery obscury* znali již kolem roku 900 islámští učenci a v 16. století jej vylepšil Leonardo da Vinci.

Dlouhou dobu se mu ale nedařilo obrázky ustálit. To se povedlo právě až v roce 1826, kdy osm hodin exponoval obdélníkovou zinkovou desku o rozměrech 16,5 cm a 21 cm, která byla pokryta vrstvou asfaltu citlivého na světlo. Smola na osvětlených místech zbělala a vytvrdla, na neexponovaných místech ji Niepce smyl terpentýnem.

Každý film (černobílý film pro rentgenování, barevný

film v kinematografii, filmy pro amatérskou fotografii) pracuje na podobném principu. Fotografický film je složen z několika vrstev položených na sobě. Hlavní součástí je fotografická emulze, skládající se z jedné nebo více vrstev sloučenin citlivých na světlo.

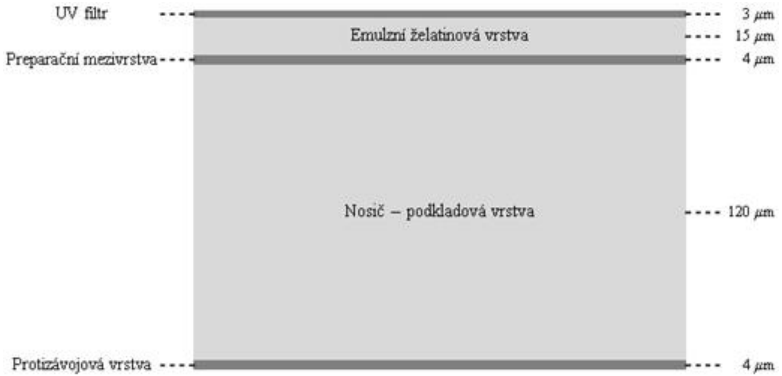
Už od počátku vývoje filmu a fotografování se začal používat jako standardní velikost filmového políčka formát 35 mm. Šířka filmu je tedy včetně perforace, která je po obou stranách filmu, rovna 35 mm.

4.3.11.2.1.3.1 | Černobílý film

Filmová surovina se skládá z několika vrstev, které mají různou funkci (viz obr. 158). Základem je nejsilnější podkladová vrstva, na kterou se nanese postupným naléváním v tenkých vrstvách citlivá emulzní želatinová vrstva. V případě černobílého filmu je tato citlivá vrstva jedna a obsahuje materiály, které jsou citlivé na světlo (AgCl, AgBr, AgI). Důležitá je i želatina, v níž jsou tyto látky rozpuštěny ve formě tzv. zrn (viz obr. 159). Každé zrno je vlastně samostatný krystal AgBr. Miliardy krystalků o průměrné velikosti $1\,\mu m$ jsou schopny zachytit velice přesně obraz ve formě světla a stínu dopadajících na film.

Velikost těchto krystalů (zrn) určuje citlivost a zrnitost (tj. rozlišení) filmu. Filmy používané pro akční fotografii jsou citlivější než filmy ostatní. Obsahují širší krystalky AgBr, takže na filmu existují větší terče pro dopadající

světlo. Nevýhodou těchto filmů ale je jejich větší zrnitost. Méně citlivé filmy poskytují lepší rozlišení.



Obr. 158



Obr. 159

Dále filmová surovina obsahuje spodní část, která může být jedním z následujících typů:

1. antihalační vrstva (protizávojová vrstva) - vrstva, která zabraňuje vzniku nežádoucích odrazů světla. Vlivem těchto odrazů by se vytvořily několikanásobné obrazy téhož předmětu v citlivé vrstvě filmu, což by se projevilo rozmazáním daného obrazu. Název vrstvy je odvozen od slova *závoj*, kterým se tento druh rozmazání obrazu označuje.
2. REMJET - bezželatinová vrstva obsahující černé pigmenty, která chrání před elektrostatickým nabíjením filmu a před exponováním filmu vlivem elektrostatického pole. To by mělo podobný vliv na kvalitu obrazu jako několikanásobný odraz světla. Tato vrstva také zabraňuje poškrábání filmu a díky její přítomnosti se film snáze posouvá kamerou, skenerem, ...

Interakce krystalů AgBr se světlem dopadajícím na film, která je popsána dále, je velmi podobná interakci těchto krystalů s elektrostatickým polem. Při dopadu světla na film jsou totiž z krystalů AgBr odtrženy elektrony a stejného jevu lze docílit i vhodným elektrostatickým polem. Proto může být film exponován i vlivem elektrostatického pole.

3. dyed-film based - světlo může na film

dopadnout také z boku (jeho tenkou částí). Tento jev se nazývá *light piping*; aby tento jev nenastal, je na filmovém materiálu nanesena právě tato vrstva. Ta absorbuje toto dodatečné světlo dopadající na film a zabraňuje nežádoucí expozici filmu (viz obr. 160).



Obr. 160

UV filtr zabraňuje průchodu ultrafialového záření na citlivou vrstvu filmu. I toto záření by totiž mohlo v případě dopadu na film způsobit expozici filmu.

Proces vyvolání černobílého filmu je schématicky zobrazen na obr. 161. Krystal AgBr je tvořen záporně nabitými ionty bromu a kladně nabitými ionty stříbra. Když na krystal dopadne světlo, elektrony jsou odtrženy od atomů bromu, protože dopadající světlo jim předá svojí energii.

Světlo je tvořeno proudem částic, kterým se říká fotony. Každý foton je přitom charakterizován svojí

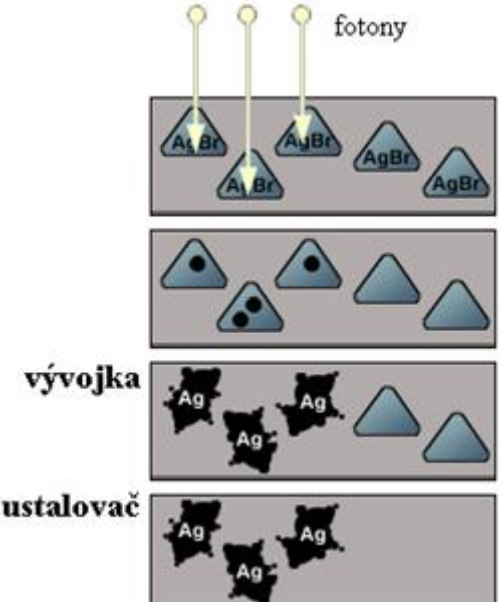
frekvencí (stejná jako frekvence světla, jehož nositelem foton je) a energií. Po dopadu na atom může foton vyrazit z jeho elektronového obalu elektron.

Elektrony odtržené od atomů bromu jsou přitaženy k atomům stříbra a vzniká kovové stříbro. To se pod mikroskopem projevuje jako drobné černé tečky na jednotlivých krystalech. Počet atomů stříbra, které tímto způsobem vznikají, závisí na intenzitě světla dopadajícího na film a na době trvání osvětlení (expozice). Tímto způsobem je na filmu vytvořen **latentní obraz** (**skrytý obraz**).

Aby se stal latentní obraz viditelným pro lidské oko, je třeba počet atomů stříbra mnohonásobně zvýšit tak, že film ponoříme v naprosté tmě do vývojky. Ta obsahuje látky, které jsou schopné rozeznat krystaly obsahující stopy kovového stříbra. Tyto látky obsažené v roztoku vývojky naplní krystaly se stopou kovového stříbra elektrony, čímž se všechny ionty stříbra v krystalu přemění na viditelné kovové stříbro. Krystaly bez stříbrných iontů zůstávají vývojkou nedotčeny. Ve vývojce se rozpouštějí také ty vrstvy filmu, které nejsou bezpodmínečně nutné pro zaznamenání obrazu na film (protizávojová vrstva, REMJET, …).

Poté se zbývající krystaly AgBr vymyjí působením chemického ustalovače. Po tomto zpracování se stává film necitlivým na světlo a zůstává tak stabilní po velmi dlouhou dobu.

Film je nutné vkládat do vývojky v naprosté tmě!!!



Obr. 161

Množství a hustota krystalů kovového stříbra na jednotlivých částech filmu závisí na množství světla, které na film dopadlo. Místa, kam dopadlo světla více, obsahují větší množství těchto krystalů a s větší hustotou, než místa, kam dopadlo světla méně. Místa na vyvolaném negativu, na která dopadlo více světla, se zdají tmavá, zatímco místa, na která dopadlo méně světla, se zdají světlá (viz obr.

162).



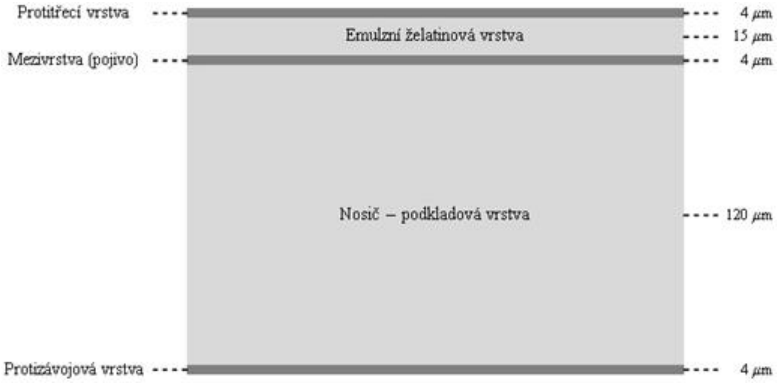
Obr. 162

Uvedeným způsobem se získá film se zachyceným negativním obrazem, na kterém tmavé oblasti odpovídají světlým oblastem fotografovaného objektu. Pozitiv se z filmu získá tak, že se negativ promítne na papír potažený tenkou vrstvou fotografické emulze a ten se zpracuje ve vývojce a ustalovači stejně jako film.

Postup vyvolání pozitivu je naprosto stejný jako u negativu. Světlá místa na pozitivu odpovídají tmavým místům negativu, která odpovídají světlým místům fotografovaného předmětu. Takže pozitiv zobrazuje přesně to, co jsme fotografovali.

Vyvolání pozitivu může probíhat už v částečně osvětlené místnosti červeným světlem. Červené světlo má totiž ze spektra viditelného lidským okem nejmenší frekvenci a tedy i jeho fotony mají nejmenší energii. Proto nehrozí velké ovlivnění zpracovávaného materiálu.

Struktura pozitivního filmu je zobrazena na obr. 163.



Obr. 163

4.3.11.2.1.3.2 | Barevný film

Zatímco černobílý film má jedinou fotografickou emulzi, barevné filmy mají takové emulze tři (viz obr. 164 a obr. 165), z nichž každá je citlivá na jinou barvu světla. Každá emulze obsahuje krystaly AgBr spolu s látkou citlivou na určitou barvu světla (vlnovou délku světla).

Kromě těchto tří fotografických emulzí obsahuje typický barevný negativní film ještě další vrstvy:

1. protioděrová vrstva - vnější ochranná vrstva, které chrání vlastní film před odřením;
2. UV filtr - ochranná vrstva chránící citlivé vrstvy filmu před dopadem ultrafialového

záření;

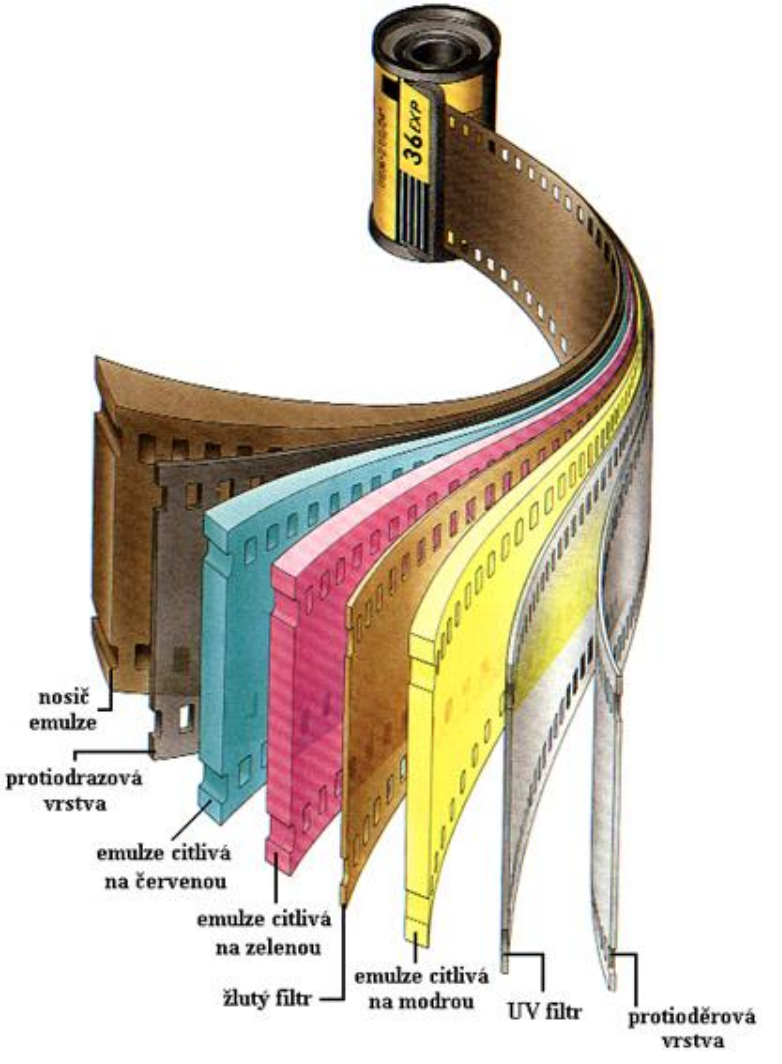
Ultrafialové záření je tvořeno fotony, jejichž energie je vyšší než je energie lidským okem viditelného světla, a proto může i foton ultrafialového záření exponovat film. Taková expozice je ovšem nežádoucí.

3. fotografická emulze citlivá na modré světlo;
4. žlutý filtr - zachycuje všechno zbývající modré světlo, které by mohlo ovlivnit vrstvy citlivé na zelenou a červenou barvu;
5. fotografická emulze citlivá na zelené světlo;
6. fotografická emulze citlivá na červené světlo;

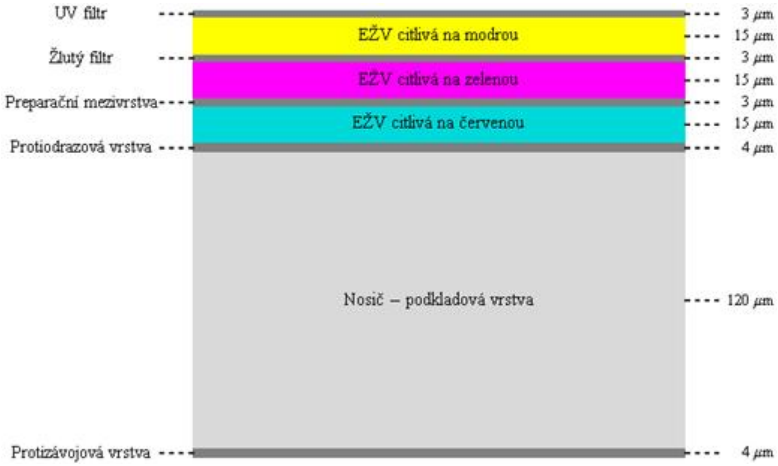
Fakt, že se používají emulze citlivé na modré, zelené a červené světlo, vychází z použití základních barev RGB modelu používanému v kolorimetrii.

7. protiodrazová vrstva - pohlcuje světlo, které prošlo všemi emulzemi, a zabraňuje jeho odrazu zpět na citlivé emulze;
8. nosič emulze - nejsilnější vrstva, která dodává filmovému pásu pevnost a ohebnost;
9. protizávojová vrstva - vrstva zabraňující zpětnému odrazu světla na citlivé vrstvy filmu. Tento zpětný odraz světla by způsobil rozmazání obrazu zaznamenaného na filmu a vznikl by tzv. *závoj*.

Barvy tří na světlo citlivých vrstev na obr. 164 odpovídají barvám, které budou mít osvětlené části v dané vrstvě po vyvolání filmu.


36 EXP
nosič emulze
protiodrazová vrstva
emulze citlivá na červenou
emulze citlivá na zelenou
žlutý filtr
emulze citlivá na modrou
UV filtr
protioděrová vrstva

Obr. 164

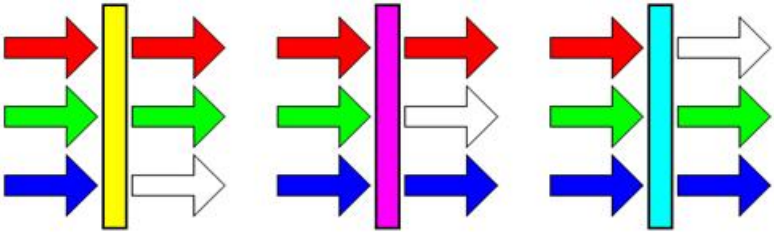


Obr. 165

Barvy tří vrstev, které jsou citlivé na různé barvy světla (a které jsou zobrazeny na obr. 164 a obr. 165), korespondují s barvou světla, na kterou jsou citlivé. Každá ze tří uvedených vrstev totiž propouští světla jiných barev. Tuto skutečnost schématicky zobrazuje obr. 166, na kterém je dopadající světlo (kterým je obecně bílé světlo) zobrazeno pomocí tří základních barev RGB modelu. Z tohoto obrázku je tedy zřejmé, že:

1. žlutá vrstva (*yellow layer*) propouští červené a zelené světlo, proto je citlivá na modré světlo, které absorbuje;

2. fialová vrstva (*magenta layer*) propouští v ideálním případě červené a modré světlo, ale část modrého světla také absorbuje; je tedy citlivá hlavně na zelené světlo, které absorbuje zejména;
3. modrozelená vrstva (*cyan layer*) propouští v ideálním případě zelené a modré světlo, ale část obou světlel také absorbuje. Tato vrstva je tedy citlivá na červené světlo, které absorbuje zejména.



Obr. 166

Nejcitlivější je tedy daná vrstva na to světlo, které absorbuje zejména a které tedy způsobí v dané vrstvě příslušné změny.

Barevné vrstvy tedy mají výše uvedené nedokonalosti, které spočívají v tom, že daná vrstva absorbuje světlo s větším rozsahem vlnových délek, než by v ideálním případě měla. Pro vyrovnání těchto nedokonalostí se používají dodatečné masky ve vrstvě citlivé na červenou barvu světla a ve vrstvě citlivé na zelenou barvu světla.

V těchto maskách probíhá absorpce té části světelného spektra, které nemá vhodný rozsah vlnových délek pro expozici dalších vrstev barevného negativního filmu.

Masky ve žluté vrstvě (ve vrstvě citlivé na modrou barvu světla) nejsou, neboť žlutá vrstva pohlcuje pouze modrou barvu.

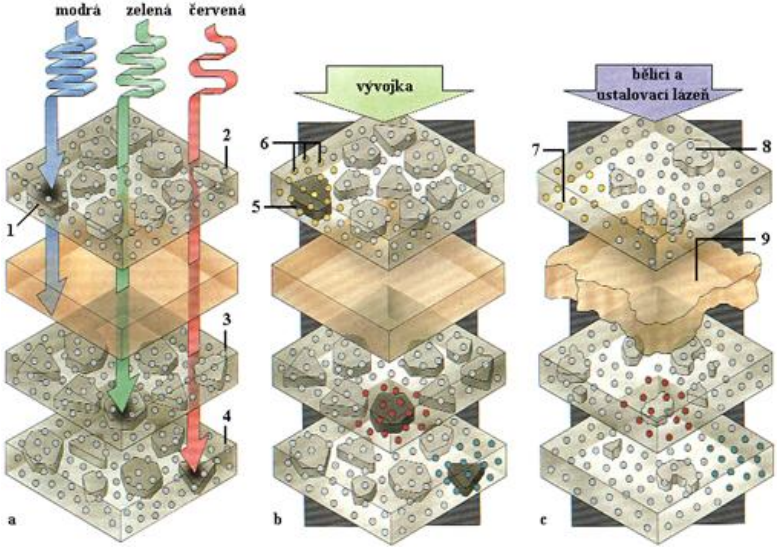
Vzhledem k tomu, že jsou korigovány vrstvy citlivé na zelené světlo a na červené světlo, zůstává vyvolanému negativu relativně silný oranžový nádech, který musí být před dalším zpracováním filmu odstraněn.

Průběh expozice a vyvolání filmu je zobrazen na obr. 167 a schématicky na obr. 168.. Během exponování filmu (viz obr. 167a) zachytí každá barevná emulze svojí barvu, která odpovídá určitému rozsahu vlnových délek resp. energii, kterou světlo nese. Krystaly AgBr (*1*) ve vrstvě citlivé na modrou barvu (*2*) reagují pouze na modré světlo a vytvářejí latentní obraz v podobě droboučkých černých teček kovového stříbra na osvětlených krystalech. Latentní obrazy se podobně vytvářejí i ve vrstvě citlivé na zelené (*3*) a červené (*4*) světlo.

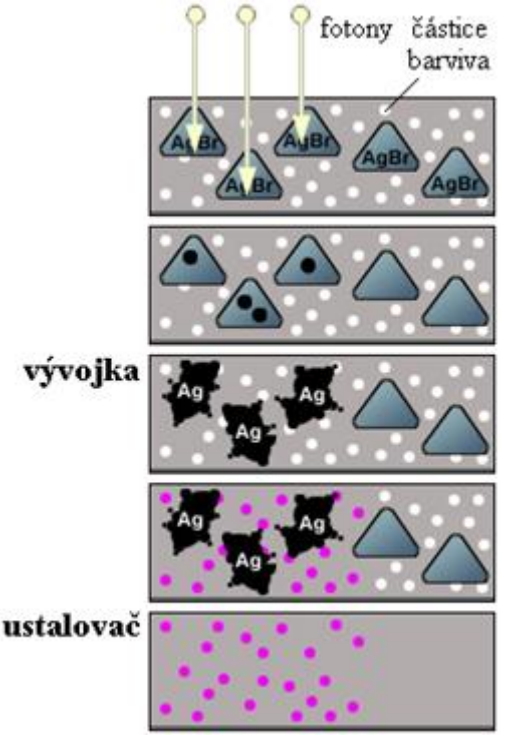
Latentní obraz se stane viditelným po ponoření do vývojky (obr. 167b), opět v naprosté tmě. Vývojka zmnohonásobí obsah stříbrných atomů v krystalcích exponovaných světlem a film nyní obsahuje tmavé oblasti kovového stříbra (*5*). Jak vývojka působí na krystal, způsobuje zároveň, že molekuly barviva (*6*), které krystaly

obklopují, nabývají příslušnou komplementární barvu (doplňkovou barvu) k barvě, na níž je citlivá daná emulze - žlutou v horní vrstvě, purpurovou v prostřední a azurovou ve spodní vrstvě. Toto obarvování probíhá v několika stupních. V této fázi se také probíhá příprava na pozdější mechanické odstranění spodní části filmu (protizávojová vrstva, REMJET, ...).

Poté se film ponoří do bělící a ustalovací lázně (obr. 167c), kde se rozpustí všechno stříbro (*7*) i krystaly AgBr (*8*). Na negativu zůstanou pouze barevné plochy. Bělící lázeň také odstraní žlutou filtrační vrstvu (*9*) na filmu.



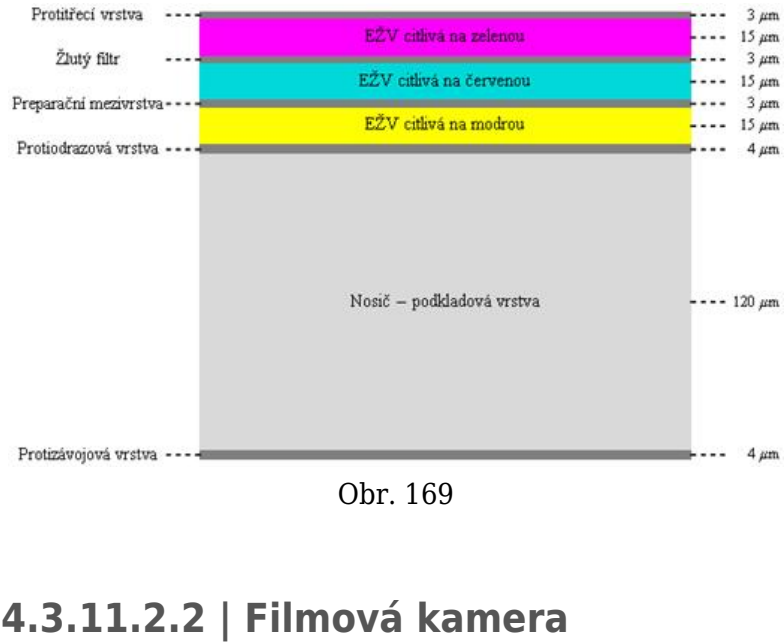
Obr. 167



Obr. 168

Z negativu se poté udělá pozitiv podobně jako u černobílého filmu na speciálním papíru pokrytém opět třemi barevnými emulzemi.

Rozložení vrstev na pozitivním barevném filmu zobrazuje obr. 169.



Obr. 169

4.3.11.2.2 | Filmová kamera

Lidské oko nedokáže rozlišit dva po sobě jdoucí obrazy, pokud nejsou odděleny časovým úsekem alespoň $\frac{1}{16}$ s. Je-li uvažovaný úsek kratší, vnímá oko scénu jako kontinuálně se pohybující obraz. Filmová kamera proto snímá statické obrázky (rámečky) na filmový pás a při promítání na plátno stejnou rychlostí jakou byly snímány (většinou 24 rámečků za sekundu) vzniká u diváka dojem plynulého pohybu.

Kamera tedy dělá defacto jednu fotografii za druhou.

Stejně jako fotoaparát (viz odstavec 3.10.2.1),

obsahuje i filmová kamera objektiv, který zaostřuje dopadající světlo na filmový pás, závěrku k regulaci clony a clonku zajišťující expozici v daný přesný okamžik. Rozdíl je v tom, že pohyb filmového pásu a závěrky musí být přesně synchronizován, aby vznikl sled pravidelně umístěných a správně exponovaných rámečků.

Pro profesionální 35milimetrové kamery se neexponovaný pás nastříhá na pásy dlouhé $300\,\mathrm{m}$, navine se na kovovou cívku a vloží se do kazety. Kazeta se připevní na vlastní kameru a film do ní se posouvá vstupním otvorem, složeným z vodících lišt a přítlačných destiček, které zavedou film do přesné polohy za obdélníkový otvor před objektiv. Během filmování se otevře závěrka a rámeček v otvoru se exponuje přibližně $\frac{1}{50}\,\mathrm{s}$. V této chvíli je filmový pás naprosto nepohyblivý, protože sebemenší pohyb během expozice by vedl k rozmazání obrazu. Závěrka se pak zavře a během další $\frac{1}{20}\,\mathrm{s}$ se pásek posune o přesnou vzdálenost, aby bylo možné pořídit další záběr.

Pohyb filmu musí být naprosto přesný a při tom velmi rychlý - jakákoliv odchylka vede k roztřesenému obrazu při promítání výsledného filmu. Tento komplexní postrk filmu je řízen systémem drápků a kolíčků, které zapadají do perforace podél jednoho okraje filmu. Filmový pás je poháněn elektrickým motorkem, který zároveň ovládá i závěrku. Uspořádání převodů zaručuje, že pohyb filmu

i závěrky je plně synchronizován. Hnací motor je vyroben s velkou přesností, protože se musí otáčet konstantní rychlostí, které musí navíc dosáhnout téměř okamžitě po zapnutí.

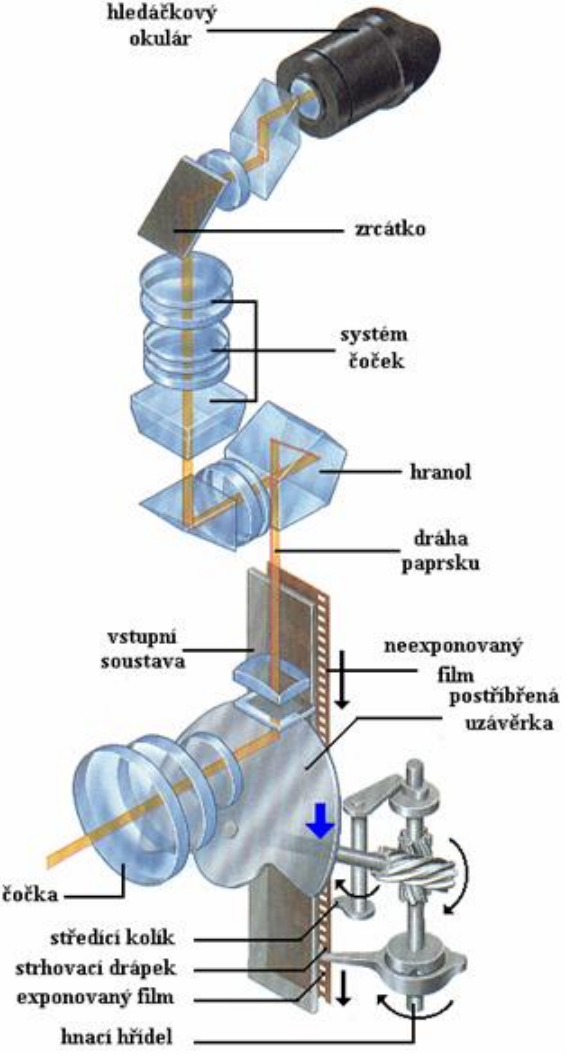
4.3.11.2.2.1 | Záznam obrazu

Elektrický motor kamery otáčí hlavním hnacím hřídelem. Přes převody je tento pohyb veden k závěrce, což je polokruhové zrcadlo, otáčející se 24krát za sekundu. Při otáčení zrcadla se přerušovaně propouští světlo obdélníkovým okénkem na film (viz obr. 170).

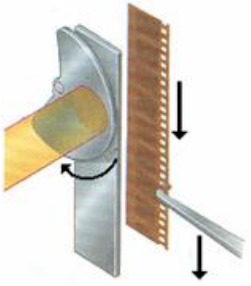
Film se pohybuje podél závěrky strhovacím ústrojím, které zapadá do perforací na okraji pásku. Toto ústrojí se pohybuje dolů a stahuje film o příslušnou vzdálenost, aby se pak vrátilo do původní polohy.

Strhovací drápek je poháněn přes převody od hnacího hřídele. Převody zajišťují, aby se drápek pohyboval dolů jen v okamžiku, kdy je závěrka uzavřená. V ten okamžik se strhovací drápek zasune do perforace a stáhne film o vzdálenost odpovídající přesně výšce snímaného rámečku (viz obr. 171). Pak se drápek uvolní a stáhne se do původní polohy. Mezitím se otevře závěrka a nehybný film je exponován (viz obr. 172). Před samotným koncem expozice (viz obr. 173) se znovu zasune strhovací drápek a stáhne film dolů, jakmile se zavře závěrka. Středící kolík se zasune do filmu a drží jej v nehybnosti v přesné poloze

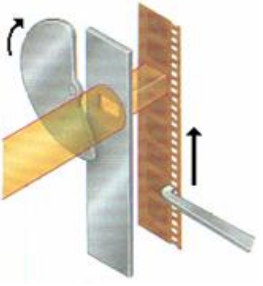
během expozice.


hledáčkový okulár
zrcátko
systém čoček
hranol
dráha paprsku
vstupní soustava
neexponovaný film
postříbřená uzávěrka
čočka
středicí kolík
strhovací drápek
exponovaný film
hnací hřídel

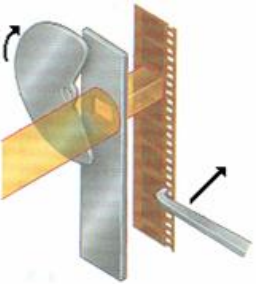
Obr. 170



Obr. 171



Obr. 172

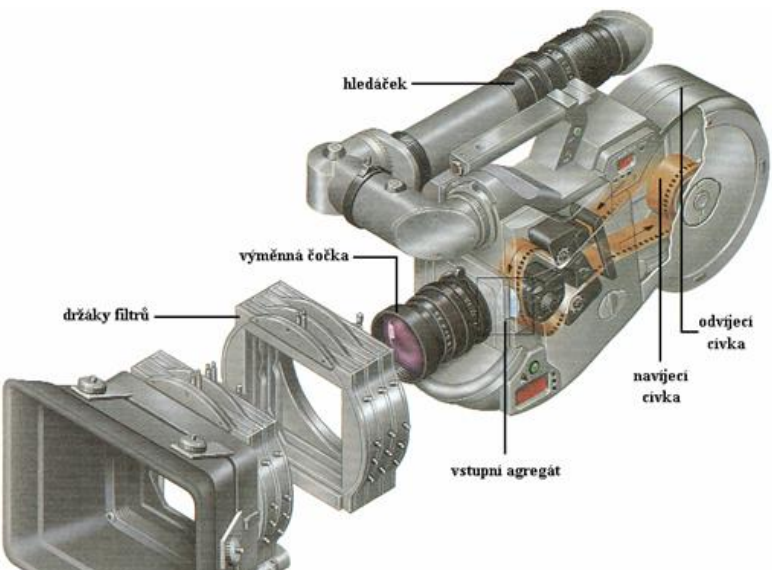


Obr. 173

Je-li závěrka uzavřena, odráží se světlo od čočky kamery a promítá obraz na základní skleněné stínítko. Série čoček a hranolů pak přenáší tento obraz do hledáčku, takže kameraman může sledovat obraz, který je kamerou snímán.

4.3.11.2.2.2 | Pohyb filmu v kameře

Uvnitř kamery se neexponovaný film odvíjí z odvíjecí cívky (viz obr. 174), prochází vstupním otvorem, kde je exponován, a poté je navíjen na přenosnou cívku, připravenou pro zpracování.



Obr. 174

4.3.11.2.2.3 | Záznam zvuku

Po vyvolání a příslušném zpracování je do filmového pásu vložen zvukový záznam buď na magnetické nebo na optické pásce (viz obr. 175). Optická stopa zaznamenává zvukový signál jako vlnitý obrazec na jednom okraji filmu (na druhém, než je perforace filmu). Během promítání

prochází touto stopou světelný paprsek, který jehož jas je převáděn na audiosignál a přenášen do reproduktoru.



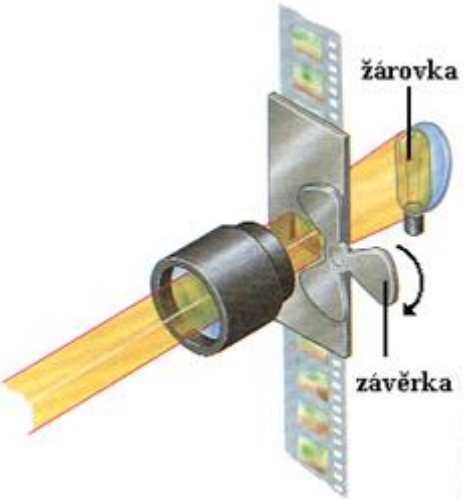
Obr. 175

Některé 16milimetrové kamery zaznamenávají zvuk přímo na film pomocí mikrofonu připevněného na kameře. Vzhledem k tomu, že pohyb filmu není plynulý (film se zastavuje pro expozici), zatímco záznam zvuku musí být plynulý, je zvuk náležející danému políčku zaznamenáván o 26 rámečků dále na filmu. To ale velmi znesnadňuje zpracování filmu, a proto ve většině profesionálních filmů je zvuk zaznamenáván odděleně.

4.3.11.2.2.4 | Promítání obrazu

V promítačce (viz obr. 176) pohybuje drápek filmem přerušovaně podél zdroje světla, což je obvykle žárovka se zabudovaným reflektorem (dutým kulovým nebo eliptickým zrcadlem). Rotační závěrka zabraňuje vstupu světla při pohybu filmu. V okamžiku, kdy je film nehybný, se závěrka otevře a obraz se promítne na plátno.

Závěrka obsahuje tři segmenty; to znamená, že každý rámeček je promítnut třikrát, což snižuje chvění promítaného filmu.



Obr. 176

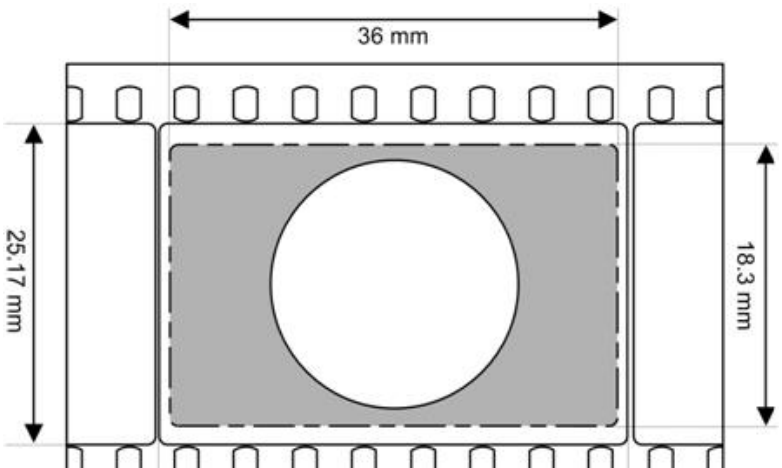
4.3.11.2.3 | Technologie IMAX

4.3.11.2.3.1 | Základní princip technologie IMAX

IMAX (*Image MAXimum*) je největší filmový superformát všech dob, který sotva kdy bude překonán, protože jít za tyto hranice vlastně nemá smysl.

IMAX je jedním ze systémů využívající formát filmu 65 mm/70 mm. To znamená, že používá 65 mm široký negativní materiál pro primární záznam ve filmové kameře a 70 mm širokou pozitivní filmovou surovinu pro výrobu distribučních kopií filmu. IMAX lze charakterizovat jako formát 15/70, kde číslice 15 vyjadřuje délku strhu danou počtem perforačních otvorů připadajících na jedno obrazové okénko. Mohlo by se zdát, že formát IMAX vypadá jako sedmdesátimilimetrová obdoba 35milimetrového formátu VistaVision. Formát IMAX je ovšem svojí technologií zcela jiný.

Formát VistaVision (viz obr. 177) je jednou z variant filmu formátu 35 mm, který je se pohybuje v kameře horizontálně.

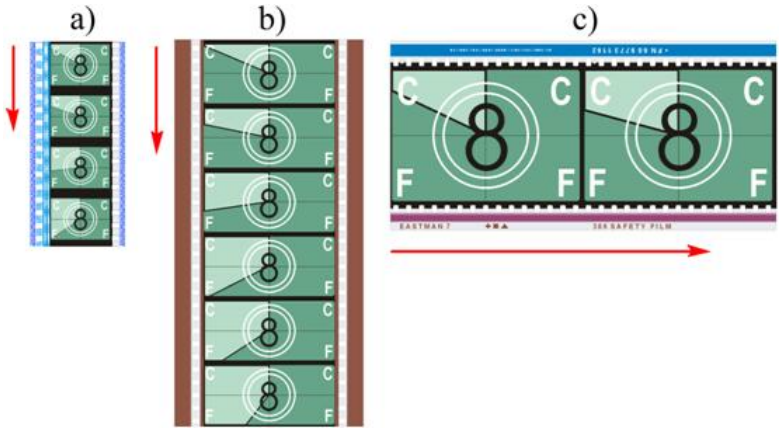


Obr. 177

V systému IMAX se pohybuje jak ve filmové kameře tak v promítacím stroji 70 mm široký film horizontálně. Vzhledem k velmi vysokému strhu se film pohybuje rychlostí velikosti $1,710\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Strh filmu činí 15 perforačních otvorů, které mají stejné rozměry jako perforace na filmu šířky 35 mm, což odpovídá délce políčka 71,25 mm.

U klasického formátu filmu 35 mm se filmový pás pohybuje rychlostí o velikosti $0,456\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ a běžný film formátu 5/70 se pohybuje rychlostí o velikosti $0,570\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Výše uvedená velikost rychlosti filmu formátu IMAX

platí pro standardní obrazovou frekvenci 24 snímků za sekundu. Vysokofrekvenční varianta (tzv. IMAX HD) operuje dvojnásobnou obrazovou frekvencí (tj. 48 snímků za sekundu) a filmový pás se pohybuje promítacím přístrojem rychlostí o velikosti $3{,}420\,\mathrm{m.s^{-1}}$. Obrazové políčko formátu IMAX je zhruba 3,5krát větší než standardní 70milimetrový film a více než 10krát větší než políčko na klasickém 35milimetrovém filmu. Políčko o rozměrech 52 mm a 70 mm má srovnatelnou velikost jako střední fotografický formát o rozměrech 6 cm a 7 cm.



Obr. 178

Na obr. 178 je zobrazeno porovnání filmu formátu 35 mm (obr. 178a)), filmu formátu 70 mm (obr. 178b)) a formátu IMAX (obr. 178c)). Šipky zobrazují vzájemný

poměr velikostí rychlosti, kterou se filmový pás daného formátu pohybuje v promítacím stroji a ve filmové kameře. Film formátu IMAX se pohybuje horizontálně, zatímco ostatní formáty vertikálně.

Formát IMAX má poměr stran jeho obrazu 1:1,346, což je téměř totožný poměr, jaký má standardní 35milimetrový formát: 1:1,375. Proto IMAX není širokoúhlý formát v pravém slova smyslu, tj. takový formát, jehož poměr stran by byl minimálně 1:1,66, typicky pak okolo 1:2 a více. Vezmeme-li však v úvahu zorné úhly, pod nimiž diváci sledují promítaný obraz IMAX, je situace zcela jiná: IMAX je obří širokoúhlá projekce, a to dokonce ve všech směrech, tedy i na výšku.

Běžné širokoúhlé systémy jsou široké pouze v horizontálním směru.

Projekční plocha se rozpíná ode zdi ke zdi a od podlahy ke stropu speciálně postavených kinosálů s extrémně strmým hledištěm a velkým převýšením sedadel. Kina IMAX jsou koncipována zcela unikátně. Jejich smyslem je zajistit co nejkvalitnější audiovizuální vjem pro každého diváka. Proto byl formulován princip *single-row-vision*, podle kterého mají mít všichni diváci zaručeny stejné pozorovací podmínky, jako kdyby seděli v jedné řadě v optimální vzdálenosti od promítací plochy, jejíž typické rozměry jsou 20 m a 26 m.

Největší projekční plochu má Panasonic IMAX Theatre

v Sydney v Austrálii, která má rozměry 29,5 m a 36 m a tedy plochu $1060\,m^2$.

Tuto promítací plochu lze přirovnat k velikosti hokejové ledové plochy.

Pozorovací úhel promítaného obrazu je v horizontální rovině zhruba $60°$ a obří obraz tedy vyplňuje (a dokonce přesahuje) zorný úhel lidského oka. Přesněji řečeno: oblast ostrého vidění a zasahuje až do oblastni periferního vidění.

4.3.11.2.3.2 | Obraz v technologii IMAX

Extrémně velká obrazová okénka na 70milimetrovém filmovém pásu znamenají jeho mimořádné mechanické namáhání - a to především při mnohonásobně opakované projekci. Film se totiž musí 24krát za sekundu rozjet, krátce nato zbrzdit a znovu prudce rozjet, aby opět po posunutí se o jedno okénko prudce brzdil. Mechanické namáhání klasickým strhovacím mechanismem na principu tzv. maltézského kříže, jakým jsou vybaveny standardní promítací stroje v kinech, by filmové kopie IMAX asi dlouho nevydržely. Přesto mají velmi vysokou životnost.

Vysoká životnost kopií filmu formátu IMAX (až 8 000 promítnutí) je dána zejména kvalitní polyesterovou podložkou, na níž je pozitivní materiál nanesen. Polyesterový film totiž snese značné deformace tahem (film se spíše prodlouží, než aby se přetrhl).

Proto tvrzení propagačních materiálů IMAX o tom, že na jejich filmovém pásu lze utáhnout kamión, není nijak přehnané.

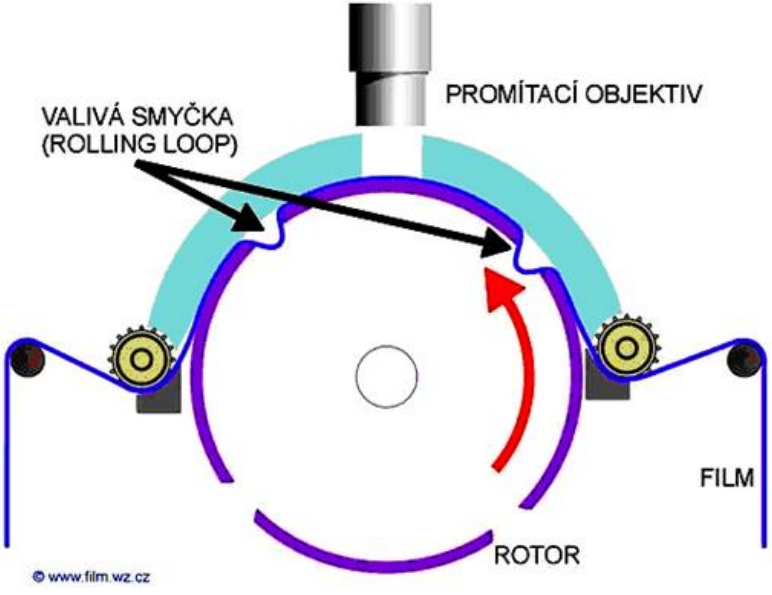
Na vysoké životnosti filmových kopií však má neméně významný podíl zcela unikátní strhovací mechanismus nazvaný *Rolling Loop*, který vyvinul Australan Ron Jones. Tento naprosto odlišný princip transportu filmového pásu je mimořádně šetrný a navíc zaručuje až 5krát vyšší stabilitu promítaného obrazu.

Princip *Rolling Loop* je jednoduchý a lze si ho dobře názorně představit. Mějme na zemi volně položený elektrický kabel nebo hadici na vodu. Když tento kabel nebo hadici uchopíme za jeden konec a prudce kabelem nebo hadicí švihneme, bude se po něm pohybovat vlna připomínající pohyb housenky. A tímto housenkovitým způsobem se pohybuje filmový pás systému IMAX.

Délka vlny filmu je přesně dána transportním mechanismem a vlnící se smyčka se nabaluje na rotující buben o průměru 40 palců (tedy 1016 mm), který tvoří typickou součást projektoru IMAX (viz obr. 179). Ten se svým vzhledem nikterak nepodobá konvenčním promítacím strojům. Vlna běžící po filmovém pásu přesně dosedá na pevné kolíky v projekční okeničce, které zaručují dokonalou polohu filmového obrazu v okamžiku projekce. Film je ve filmové okeničce navíc pneumaticky přitlačen ke skleněné destičce ve směru k projekčnímu

objektivu. Tento proces se u standardního formátu IMAX opakuje 24krát za sekundu. U formátu IMAX® HD pracující při dvojnásobné rychlosti je obrazová frekvence 48 snímků za sekundu.

–

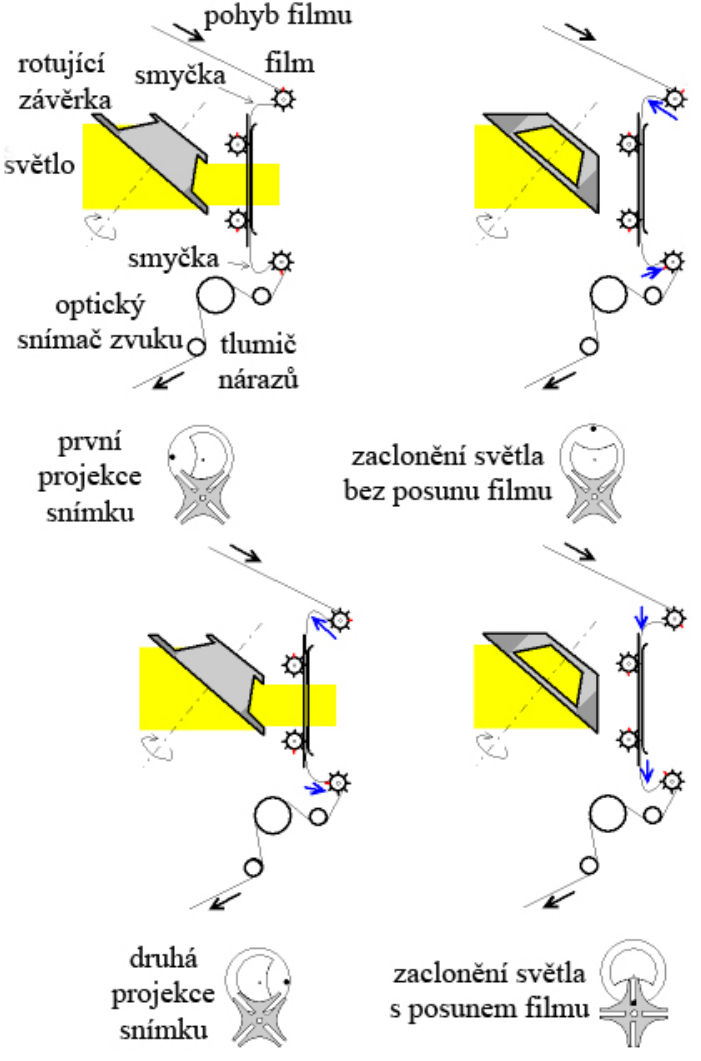


Obr. 179

Na obr. 180 je zobrazeno schéma vedení filmu v promítacím stroji formátu IMAX. Jedno políčko filmu se promítá na plátno dvakrát, čímž se snižuje blikání filmu na plátně, které by mohl divák vnímat a které by působilo rušivě. Na obr. 180 jsou zobrazena i ozubená kolečka,

která zapadají do perforace filmu a pomocí nichž se film posunuje promítacím strojem. Jeden zub kolečka je barevně zvýrazněn, aby bylo zřejmé, jak je pohyb filmu resp. pohyb koleček synchronizován.

Je jasně vidět, že během doby, po kterou je film v klidu (v tu dobu je promítáno dané políčko na plátno) vytváří systém „rezervu“ (na filmu vznikají vlnky). Poté se film snadněji posouvá na další políčko, aniž by se příliš deformoval.


pohyb filmu
rotující závěrka
smyčka
film
světlo
smyčka
optický snímač zvuku
tlumič nárazů
první projekce snímku
zaclonění světla bez posunu filmu
druhá projekce snímku
zaclonění světla s posunem filmu

Obr. 180

Optický systém promítacího stroje i kamery je tvořen speciálními typy čoček, které lámou světelné paprsky v různých bodech plochy (na kterou světlo dopadá) různě. Tak se dosahuje kvalitního zobrazení i na velkých zakřivených plátnech.

Aby byl veliký obraz na plátně dokonale prosvícen, je zapotřebí výkonného světelného zdroje, jaký představují vodou chlazené xenonové výbojky o příkonu až 15 kW. Promítací plocha je tvořena speciálním plastem a je průzvučná. To znamená, že je opatřená drobnými otvory, aby netlumila zvuk z reproduktorových soustav, které jsou umístěny za ní. Toto řešení odpovídá standardu současných konvečních kin. Mnohem zajímavější je však skutečnost, že tato plocha nedepolarizuje odražené světlo. Jinak by totiž nebylo možné sledovat 3D filmy (resp. 3D projekci) založenou na polarizaci světla.

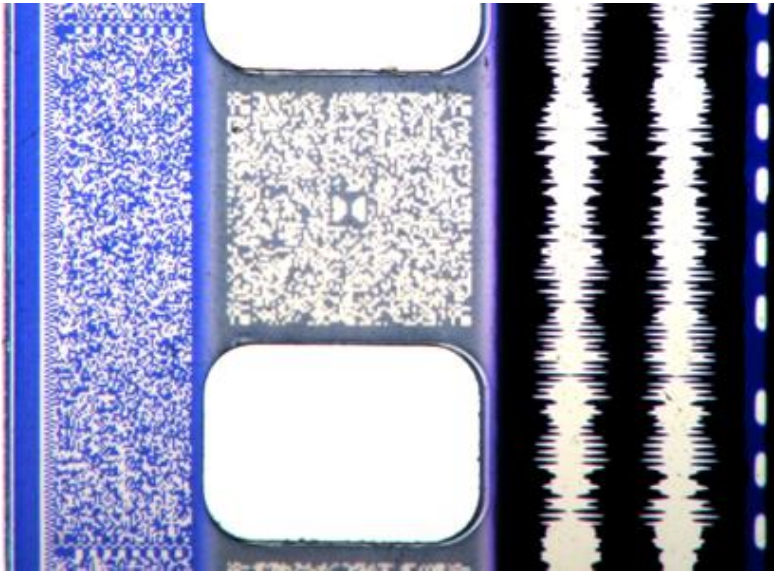
4.3.11.2.3.3 | Zvuk technologie IMAX

Impozantní vizuální vjem je doplněn stejně kvalitním a působivým zvukem. Vysoké rychlosti pohybu 70milimetrového filmového pásu nedovolují použít magnetický záznam zvuku, který se používal u starších filmových formátů. Magnetický záznam zvuku je v současné době i na klasických filmových kopiích nahrazován digitální optickou zvukovou stopou. Původní

zvukový systém IMAX byl analogový: šestikanálový zvukový záznam byl nanesen na odděleném 35milimetrovém nebo 17,5milimetrovém magnetickém filmu.

Na filmovém pásu byl zvuk rozložen takto (viz obr. 181):

1. SDDS (*Sony Dynamic Digital Sound*) - v levé části filmu (modrá část mezi okrajem a perforací);
2. Dolby Digital - šedá část v perforaci filmu;
3. analogový záznam zvuku - vpravo od perforace filmu;
4. timecode pro DTS (*Digital Theater Systems*) - čárkovaná čára vpravo (je vedle obrazové části filmu, která už není na obrázku zachycena). Pro DTS postačuje pouze timecode, protože tento typ zvuku je dodáván do kin na CD nebo DVD a při promítání se pouští z počítače.



Obr. 181

Vysoce kvalitní diskrétní šestikanálový zvukový systém doplněný subwooferem vyvinula firma *Sonics Associates Inc*. Systém reproduktorových soustav zvaný *Proportional Point Source* speciálně koncipovaný pro formát IMAX zaručuje dokonalé a rovnoměrné ozvučení prostoru kina ve všech místech hlediště. Jednotlivé kanály jsou rozmístěny podle následujícího schématu:

1. kanál 1 - zadní levý;
2. kanál 2 - přední levý;
3. kanál 3 - přední střed;
4. kanál 4 - pření pravý;

5. kanál 5 - zadní pravý;
6. kanál 6 - přední střed při horním okraji středu promítací plochy.

Těchto šest kanálů je podporováno subwooferem reprodukujícím zvuky nízké frekvence. Ten je umístěn uprostřed při dolním okraji projekční plochy. Postupem času se součástí formátu IMAX stal ještě dokonalejší zvukový systém IMAX PSE® (*Personal Sound Environment*), což je kombinace speciálních individuálních sluchátek pro každého diváka a zvuku reprodukovaného z reproduktorů v sále. Současný zvuk v kinech IMAX je samozřejmě digitální. Je zaznamenaný na CD nebo na DVD, na kterých se do kina dodává a ze kterých je pak v kině pouštěn z počítače. Synchronizace zvuku s obrazem se řídí podle počtu filmových oken kopie, proto obsluha projekce musí nový film nejprve promítnout, aby se do počítače načetl celkový počet okének filmu. Při představení je zvuk reprodukován z pevného disku kvůli poměrně nízké vybavovací rychlosti přenosných médií a celá projekce, včetně reklam, předfilmu, zhášení světel v kině a doprovodné hudby, je řízena počítačem.

Celkový výkon elektroakustické soustavy v kinech IMAX se počítá na desítky kilowattů (typicky 20 kW až 30 kW).

4.3.11.2.3.4 | Další varianty formátu

IMAX

Formát IMAX má několik dalších technických variant, které vycházejí ze stejných formátů a principů.

První variantou byl OMNIMAX®, v současné době označován jako IMAX® DOME. Tato technologie je založena na snímání a projekci ultraširokoúhlým objektivem typu rybí oko s úhlem záběru 180°. Filmová kopie je promítána na hemisférickou plochu podobnou planetáriu. Na rozdíl od běžného planetária je projekční polokulová plocha skloněna o 28° směrem dopředu. Diváci v sedadlech napůl sedí a napůl leží. Opěradla sedadel proto mají robustnější konstrukci a sedadla v předních řadách jsou výrazněji sklopená směrem vzad. Promítaný obraz obklopuje diváky v úhlu 180° v horizontálním směru a v úhlu 110° ve vertikálním směru. Prvním kinem využívajícím technologii OMNIMAX se stal Reuben H. Fleet Space Theater v San Diegu v roce 1973.

Na světové výstavě ve Vancouveru v roce 1986 měl premiéru IMAX 3D®, který využívá při projekci polarizace světla a vytváří efekt 3D kina. První filmy byly promítány dvěma promítacími stroji podporujícími technologii IMAX, které byly umístěné vedle sebe. V současné době je používán speciální projektor, který promítá oba obrazy najednou.

Prvním 3D filmem, promítaným ve Vancouveru byl snímek *Transitions*, jehož námětem byly vlaky a různé

jiné dopravní prostředky.

Místo polarizačních filtrů na objektivech promítacího stroje a polarizačních brýlí, lze 3D efektu dosáhnout i elektronickými závěrkovými brýlemi. Jejich základní součástí jsou tekuté krystaly, které střídavě zakrývají světlo dopadající do pravého a levého oka. Toto zakrývání pravého a levého oka je synchronizováno s promítacím strojem.

Modifikací tohoto systému je IMAX ®Solido. Film se promítá z jednoho filmového pásu, na kterém se pravidelně po každém filmovém okénku střídají dvojice obrazů určené pro pravé a levé oko. Oddělení obrazů i tomto případě zajišťují elektronické závěrkové brýle. Aby se zabránilo blikání obrazu, bylo nutné zvýšit promítací frekvenci filmu na dvojnásobek.

Střídání jednotlivých okének filmu pro každé oko by při běžné promítací frekvenci (tj. 24 okének za sekundu) probíhalo dvakrát pomaleji než u běžně promítaného filmu. Aby byl zajištěn stejný interval sledu obrázků pro každé oko, byla frekvence střídání okének na plátně zvýšena na dvojnásobek.

Proto tento systém s výhodou používá technologii IMAX ®HD založenou právě na projekci 48 filmových okének za sekundu.

Jediný titul, u něhož je tato technologie použita, je

film *Echoes of the Sun*, který je alternativně upraven i pro projekci s polarizačními brýlemi.

Další z technických variant formátu IMAX se nazývá IMAX® MAGIC CARPET a využívá dvou projektorů. Jeden promítá obraz na plátno jako u běžného formátu IMAX a druhý obraz je promítán pod sedadla diváků. Tím vzniká efekt „kouzelného koberce“ a diváci prožívají iluzi, že létají v prostoru.

Podle dostupných informací byl touto technologií natočen film *Flowers in the Sky*.

4.3.11.2.3.5 | Natáčení filmu formátu IMAX

Natáčení filmů formátu IMAX je ve srovnání s běžným natáčením komplikovanější. Používá se speciální kamera o poměrně velké hmotnosti, natáčení vyžaduje speciální nároky na logistiku, nároky na speciální filmový materiál a jeho zpracování, ... A to vše zvyšuje celkové finanční náklady na výrobu filmu. Navíc to přináší i omezení umělecká: tvůrci filmu si nemohou dovolit mnohokrát opakovat tentýž záběr.

Pro srovnání: na 122 metrů běžného filmu formátu 35 mm lze natočit téměř 4,5 minuty obrazového záznamu.

Ovšem na 305 metrů filmu formátu 65 mm lze nasnímat záběr formátu IMAX v délce necelých tří minut. Na kotouč se 762 metry negativního materiálu lze tedy natočit sedmiminutový obrazový záznam. Při použití 3D technologie je spotřeba materiálu dvojnásobná (natáčí se obrazový materiál pro pravé a levé oko zvlášť). Formát IMAX HD, který má oproti ostatním formátům dvojnásobnou frekvenci promítání, spotřebuje oproti formátu IMAX také dvojnásobné množství materiálu.

Film technologie IMAX HD natáčený pro pravé oko a pro levé oko zvlášť by tedy spotřeboval oproti technologii IMAX čtyřikrát více materiálu.

V současné době existuje jediný typ kamery s dvojitým strhovacím mechanismem a se dvěma optickými cestami pro natáčení 3D filmů. Tento typ kamery existuje v pouhých třech exemplářích na celém světě! Snímací optika má řadu objektivů s ohniskovými vzdálenostmi od 30mm (objektiv rybí oko) po teleobjektivy s ohniskovou vzdáleností 1000 mm.

4.3.11.2.3.6 | Historie IMAX

Kořeny systému IMAX sahají do roku 1967, do doby světové výstavy Expo ’67 v kanadském Montrealu, kde různé typy speciálních projekcí (včetně víceplátnových), sklízely velký úspěch. V Montrealu přitahoval pozornost diváků i unikátní československý Kinoautomat, který

navázal na předchozí úspěch československé filmové techniky - Polyekran, který byl představen na Expo ’58 v Bruselu. Kanadští filmaři a podnikatelé Graeme Ferguson, Roman Kroitor a Robert Kerr dali přednost velkoprojekci jediného obřího obrazu před multiprojekcí. Pravděpodobně se inspirovali projekčním systémem Labyrinth, který byl prezentovaný na výstavě Expo ’67. Základem jejich experimentů se stal filmový pás formátu 70 mm a myšlenka trojnásobně zvětšeného obrazu na rozdíl od standardního formátu 70 mm. Technický vývoj unikátního systému však zřejmě nebyl tak jednoduchý, jak se v současnosti zdá.. Premiéra nového systému byla na následující světové výstavě v japonské Ósace v roce 1970. Prvním filmem IMAX uvedeným v pavilonu Fuji byl *Tiger Child*, první stálou projekcí IMAXu se pak stal ontarijský palác *Cinesphere* v Torontu v roce 1971. V Torontu sídlila i firma IMAX *Systems Corporation*, která tento formát světu představila.

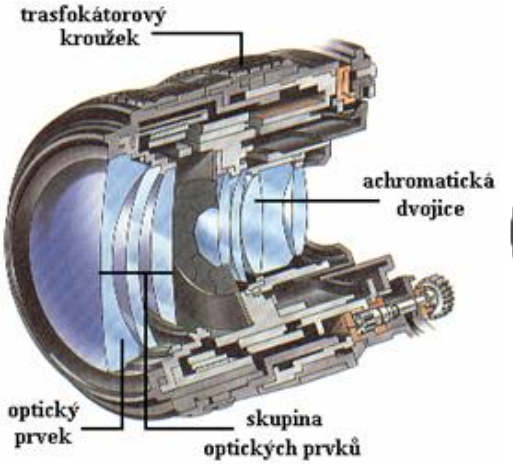
4.3.11.2.4 | Videokamera

Videokamera zachycuje pohyblivou scénu do sledu statických obrázků. Tyto obrázky jsou tvořeny mřížkou pixelů, z nichž každý odpovídá světelnému bodu televizní obrazovky.

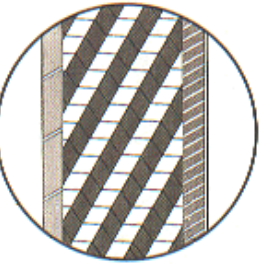
Transfokátorová čočka (transfokátor - viz obr. 182) soustředí světlo ze scény na detektorový mikroprocesor - tzv. CCD (*charge-coupled device*), zařízení, které přemění

energii dopadajícího světla na energii elektrického signálu. Toto zařízení rozloží obraz na 300000 bodů. Pro záznam barevného obrazu se používá speciálních vlastností červeného, zeleného a modrého světla (*RGB*). Z těchto barev lze složit ve správných poměrech všechny barvy spektra.

Drobný filtr před CCD tvořený proužky širokými $20\ \mu m$ rozloží dopadající světlo na uvažované tři barvy, které jsou detekovány odděleně skupinami tří detektorů. Signál, který vychází z těchto detektorů, obsahuje informaci o osvětlení příslušných bodů obrazovky televizoru. Dostane-li se k CCD příliš mnoho světla, dojde k nasycení a výsledkem je zcela bílý obraz. Mikroprocesor tomu zabraňuje tím, že buď uzavře clonku na čočce nebo tak, že každý CCD sbírá světlo po kratší časový úsek.



Obr. 182



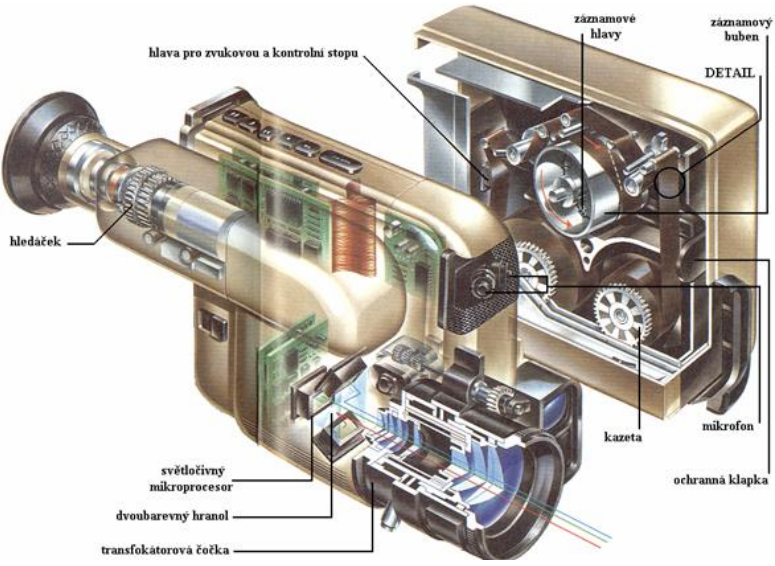
Obr. 183

Světlo vstupující do videokamery (viz obr. 184) se zaostřuje řadou skleněných plošek transfokátorové (zoomové) čočky. Poté prochází paprsek dvoubarevným hranolem, který je tvořen skleněnými bloky potaženými barevnými filtry. Tam se paprsek rozloží na primární barvy (*RGB*), z nichž každý takto vzniklý barevný paprsek je směrován na svoji CCD se světločivným mikroprocesorem, který přemění obraz na elektronický signál a vyšle jej k nahrávací hlavě.

Rozklad světla vstupujícího do videokamery na tři základní barevné složky RGB modelu lze provést na základě závislosti indexu lomu prostředí na vlnové délce světla. Mění-li se index lomu, mění se i úhel lomu světelných paprsků při přechodu z jednoho optického

prostředí do druhého. Běžně se používá některá barvodělící soustava.

Tam se signál zaznamenává pomocí elektromagnetů v záznamové hlavě na plastický pásek. Při nahrávání ve studiu se pásek pohybuje podél hlavy rychlostí $4{,}8\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$. Zvukové signály ale obsahují mnohem méně informací než obrazové signály a proto je třeba použít záznamové rychlosti mnoha metrů za sekundu. Kdyby se signál zapisoval v přímce podél pásku, vyžadoval by každý pořad kilometry pásku. Proto se používá ve videorekordérech tzv. šroubového nebo úhlopříčného snímání. Velmi úzké nahrávací hlavy jsou umístěny na bubnech, které se otáčejí rychlostí větší než 200krát za minutu. Pásek je pomalu posouván šikmo přes povrch hlavy, takže se signál zaznamenává jako sled úhlopříček přes pásek. Tímto způsobem lze dosáhnout takové hustoty údajů, která stačí i pro videozáznam.



Obr. 184

Když se do videokamery vloží kazeta, zvedne se ochranná klapka. Zaváděcí kolíky vytáhnou pásek z kazety a navinou jej na záznamový buben, který se otáčí proti směru pohybu pásku. To znamená, že velikost relativní rychlosti pohybu pásku a bubnu je velká. Vysoká záznamová rychlost dovoluje, aby záznamové hlavy uložily velké množství informace pro videoobraz při nízké spotřebě pásku. Druhá hlava pak vkládá na pásek zvukovou a kontrolní stopu (viz obr. 183).

Hledáček ukazuje obraz tak, jak je ve skutečnosti nahráván.

4.3.11.2.5 | Barevná televize

Televizní obraz je přenášen složeným signálem; ten informuje o barvě a o jasu obrazu. Kromě toho se odděleným audiosignálem přenáší zvuk. Časovací signály zajišťují, aby obrazové prvky byly seřazeny ve správném pořadí. Tento komplexní přenosový signál je zachycen anténou (viz obr. 185) a vyslán do detektorového obvodu, ve kterém je naladěna žádaná stanice.

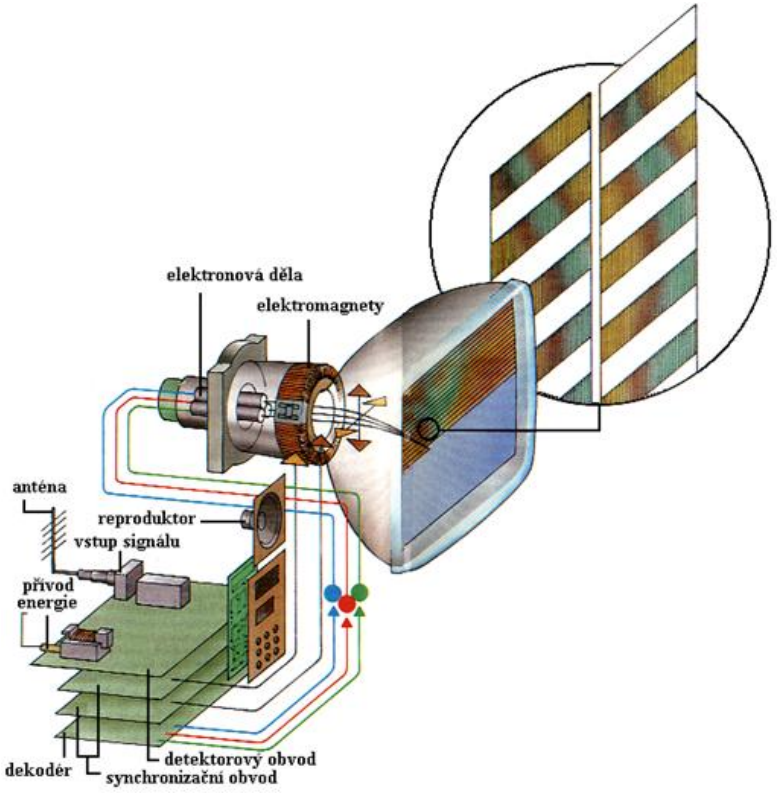
Pak se signál rozdělí: zvukové signály se vyšlou do reproduktoru, zatímco časovací signály vstupují do synchronizačního obvodu, kde se dále rozdělí do dvou složek a jsou vedeny do elektromagnetů v krčku obrazovky. Jedna složka definuje horizontální polohu paprsku, druhá polohu vertikální. Barvonosné signály a jasové signály vstupují do dekodéru, aby byly vyslány do elektronových děl v základně obrazovky. Každé dělo vysílá oddělený svazek elektronů, který nese informaci o jedné ze základních barev RGB modelu.

Tedy každý ze svazků elektronů nese informaci o jedné z barev červená, zelená nebo modrá.

Z těchto barev je možno složit prakticky jakoukoliv barvu na stínítku obrazovky. Jedná se o aditivní mísení barev (součtové mísení barev), při němž smícháním všech tří barev RGB modelu vznikne barva bílá. Jas a barva jsou v rychlém časovém sledu regulovány ovládáním výkonu

jednotlivých katod emitujících elektrony.

Přesněji bychom mluvit o televizním RGB modelu, který se od běžně používaných základních barev nepatrně liší.



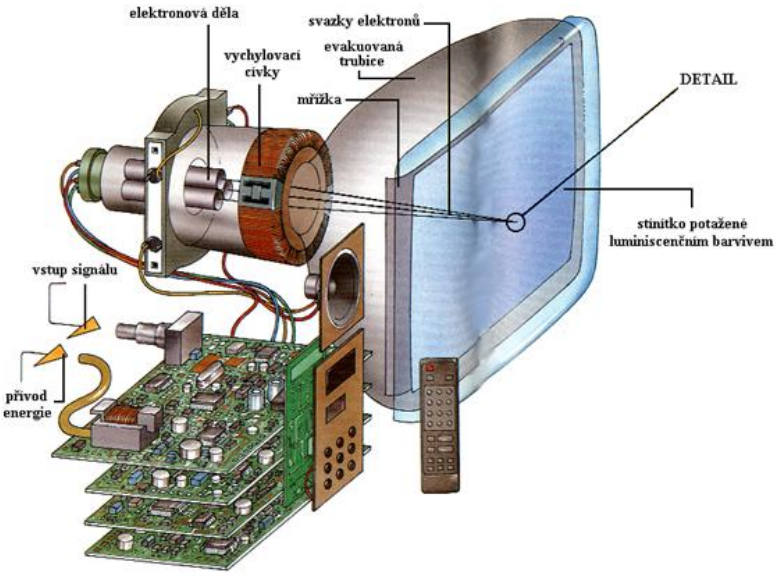
Obr. 185

Elektronové dělo je tvořeno záporně nabitým vláknem (tj. je to katoda), které se zahřívá, následkem čehož se uvolňují z jeho povrchu elektrony. Ty jsou urychlovány směrem ke stínítku kladně nabitými deskami.

Vzhledem k tomu, že tyto typy televizních obrazovek pracují podobně jako katodová trubice, říká se jim obrazovky typu CRT - *Cathode Ray Tube*.

Když elektronový svazek opustí elektronové dělo, je jeho pohyb regulován pomocí elektromagnetů v krčku evakuované obrazovky (viz obr. 186). Elektromagnety jsou řízeny časovými impulsy v televizním signálu. Paprsek je vychylován zleva doprava i shora dolů, přičemž vykresluje vodorovné řádky na stínítku obrazovky. Každý ze 625 řádků se vykreslí na stínítku obrazovky asi za $64\,\mu s$. Během této doby se intenzita elektronového svazku mění v závislosti na intenzitě, kterou má mít výsledný bod (pixel) obrazu na stínítku.

Obrazovky používané v USA a Japonsku mají pouze 525 řádků.



Obr. 186

Počet snímků (*frame*) na obrazovce je 25 za sekundu. To je frekvence příliš nízká na to, aby oko vnímalo plynulý obraz. Proto se zdá, že obraz bliká. Omezení vjemu blikání obrazu můžeme dosáhnout dvěma způsoby:

1. Zvýšíme počet snímků za sekundu (tzv. snímkovací frekvence) na dvojnásobek - tímto způsobem se ale zvětší i na dvojnásobek řádková frekvence (frekvence vykreslování řádků) i šířka přenosového pásma. To ale není žádoucí, neboť bychom museli přenášet více dat. A navíc by se zvětšením přenosového

pásma snížil i počet dostupných vysílacích frekvencí.

2. Použijeme tzv. prokládané řádkování, což znamená rozdělení každého snímku na dva půlsnímky a to tak, že první půlsnímek obsahuje informace pouze o lichých řádcích rastru obrazovky a druhý půlsnímek (téhož snímku) informace pouze o sudých řádcích rastru obrazovky. Rozlišovací schopnost zůstává stejná a to 25 snímků za sekundu, ale oko vnímá blikání obrazu s frekvencí 50 Hz. Řádková frekvence i šířka přenosového pásma zůstávají stejné jako v případě, že bychom použili neprokládané řádkování s frekvencí 25 Hz. Proto se používá v praxi tento způsob.

Použitím prokládaného řádkování tedy docílíme toho, že obraz na obrazovce nebude prakticky blikat (frekvence 50 Hz je už tak vysoká, že jí lidské oko nezaznamená) a přitom nezvýšíme datový tok pro přenos informací o obrazu.

To znamená, že se nejdříve vykreslí všechny liché řádky a pak všechny sudé. Tím se zmenší doba, po kterou je obraz zobrazený na stínítku obrazovky, a pro oko je střídání jednotlivých obrazů plynulejší.

Obrovské množství zakódované informace nutné pro přenos televizního signálu klade určité meze na jeho

rozlišení, tj. na podrobnosti, jaké může ještě obraz zachytit. Každý televizní kanál potřebuje šířku přenosového pásma 6,5 MHz, což je přibližně 600krát víc, než potřebuje kanál rozhlasový.

V praxi se používá většinou šířka přenosového pásma buď 5 MHz nebo 6 MHz.

Chceme-li zvýšit rozlišovací schopnost televizoru (tedy přenést informace o více bodech na stínítku obrazovky), je nutné frekvenční pásmo rozšířit. Frekvence, které jsou v té které oblasti k dispozici, jsou ale omezeny, což znamená, že bychom museli omezit počet sledovaných (vysílaných) kanálů.

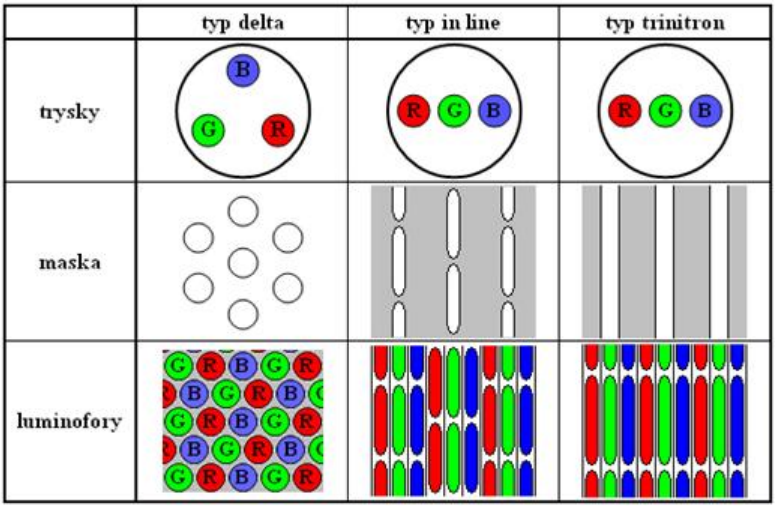
Nástup kabelové televize a pokrok v technice optických vláken ale umožňuje sledování mnohem většího počtu kanálů, aniž by tyto kanály spolu interferovaly, a tak je možné uvažovat o zvýšení rozlišení obrazovky.

Postupem vývoje se rozšířily tři základní konstrukce barevných obrazovek:

1. typ delta;
2. typ in line;
3. typ trinitron.

Tyto tři typy barevných televizních obrazovek se liší uspořádáním tří elektronových trysek, rozložením barevných luminoforů na stínítku obrazovky a konstrukcí stínící masky. Schématicky jsou tyto odlišnosti naznačeny

na obr. 187.



Obr. 187

4.3.11.2.5.1 | Typ delta

Barevná obrazovka typu delta byla patentována v roce 1938 jako první použitelné zařízení pro reprodukci barevného televizního obrazu. Tento typ obrazovky se od ostatních typů obrazovek lišil tím, že používal stínící masku; proto se obrazovkám typu delta také někdy ne zcela správě říká obrazovky se stínící maskou.

Tento název je opravdu nevhodný - stínící masku

totiž mají i další typy barevných obrazovek (typ in line, typ trinitron, ...). Název *typ delta* se přitom začal používat až od 70. let dvacátého století, aby se tento typ obrazovky odlišil od novějších typů (in line a trinitron). Název byl zvolen proto, že elektronové trysky leží ve vrcholech rovnostranného trojúhelníka a velké řecké písmeno *delta* tento geometrický útvar připomíná.

Uspořádání obrazovky je zobrazeno na obr. 188. Elektronové trysky tetrodového typu pro jednotlivé barvy RGB modelu (přesněji televizního RGB modelu) jsou umístěny ve vrcholech rovnostranného trojúhelníka a s osou obrazovky svírají úhel přibližně jeden stupeň. Všechny tři svazky elektronů jsou vychylovány společným vychylovacím magnetickým polem vychylovací jednotky. Elektrony dopadají na stínící masku (někdy nazývaná též mřížka), jejíž otvory jsou uspořádány tak, aby na každý luminofor v základní barvě R, G nebo B dopadl příslušný svazek elektronů nesoucí informaci právě o této barvě. Luminofory zbylých dvou barev stínící maska tedy zastiňuje, a proto značná část elektronů dopadá neužitečně na stínící masku. Proto má tento typ obrazovky i při relativně velkých elektrických proudech tekoucích katodovým systémem relativně malý jas obrazu.

Většina elektronů totiž dopadá neužitečně na stínící masku a ne na stínítko.

Na obr. 188 jsou elektronové svazky naznačeny barevně pouze pro větší názornost! Je nutné si uvědomit, že z katod nejsou emitované světelné paprsky, ale elektrony nesoucí informaci o barevném složení signálu!

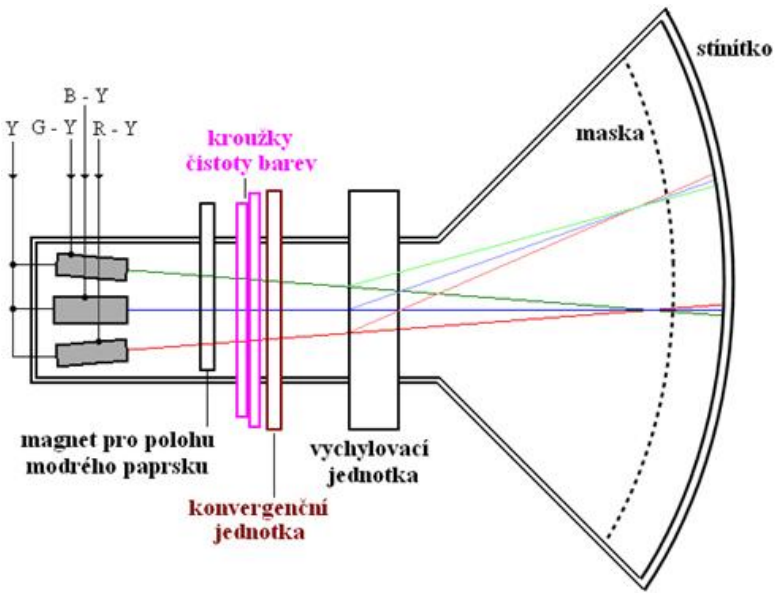
Na obr. 188 jsou zobrazeny schématicky i signály, které se přivádějí k jednotlivým elektronovým tryskám. Tyto signály jsou plně ve shodě s televizním RGB modelem a jeho využitím v televizní technice tak, aby se zbytečně nepřenášely přenosovým kanálem nadbytečné informace.

Vzhledem k rozmístění elektronových trysek do vrcholů trojúhelníka, neprocházejí elektronové svazky vychylovacím polem ve stejném místě. Na elektrony svazku lze nahlížet jako na nabité částice v magnetickém poli, které jsou magnetickou silou tohoto pole vychylovány. Neprocházejí-li elektrony stejným místem tohoto pole, působí na ně obecně různé magnetické síly způsobující jejich vychýlení. Tím je způsobeno geometrické zkreslení jednotlivých barevných složek. Tento nedostatek musí být korigován relativně složitými konvergenčními elektrickými obvody, které potřebným způsobem deformují magnetické pole vychylovací jednotky a zajišťují potřebnou konvergenci elektronových svazků na stínítku obrazovky.

Konvergence elektronových svazků znamená sbíhavost: je žádoucí, aby se všechny tři elektronové

svazky, nesoucí každý část téže informace (každý z nich nese informaci o „své barvě“), protnuly v jednom místě na stínítku obrazovky. Musí totiž vytvořit jeden pixel výsledného obrazu, který má být na obrazovce zobrazen.

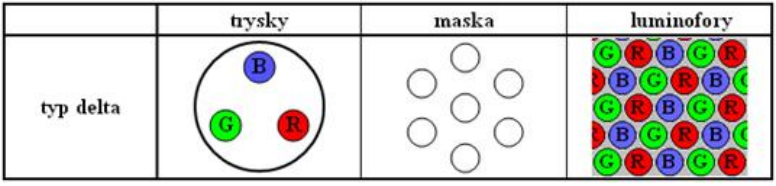
Popsané elektrické obvody modulují magnetické pole vychylovacích cívek řádkovými a půlsnímkovými pilovitými nebo parabolickými průběhy.



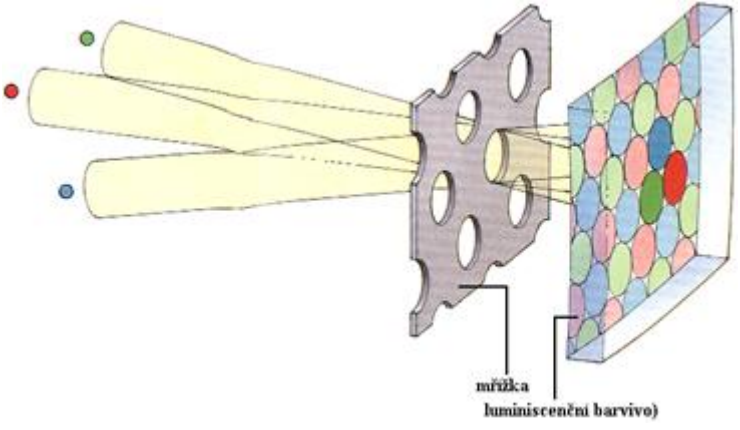
Obr. 188

Stínítko obrazovky se skládá z luminoforů tvořících

jeho jednotlivé body (pixely), které jsou uspořádány ve skupinách po třech (viz obr. 189 a obr. 190). Jeden luminofor z každé trojice fluoreskuje červeně, jeden zeleně a jedna modře. Navádění elektronového paprsku na správný luminofor tedy musí být velmi přesné.



Obr. 189



Obr. 190

I přes výše uvedené nedostatky byl tento typ

obrazovky prakticky jedinou používanou barevnou obrazovkou až do poloviny 70. let dvacátého století. Od té doby začaly být nahrazovány obrazovkami typu in line a typu trinitron. Velmi kvalitní obrazovky typu delta s vysokou rozlišovací schopností se v současnosti používají pouze pro laboratorní a měřící účely.

4.3.11.2.5.2 | Typ in line

Výrobci televizních obrazovek se během druhé poloviny dvacátého století snažili vyrobit takový typ obrazovky, který odstraňuje nutnost používání složitých konvergenčních elektrických obvodů k odstranění geometrického zkreslení a který má vyšší jas, než měla obrazovka typu delta. To se na konci 70. let dvacátého století několika firmám skutečně podařilo. Nový typ obrazovky má jinak geometricky uspořádané elektronové trysky, má jinak uspořádané luminofory a také stínící masku.

Elektronové trysky jsou u tohoto typu v řadě - proto se této obrazovce říká in line.

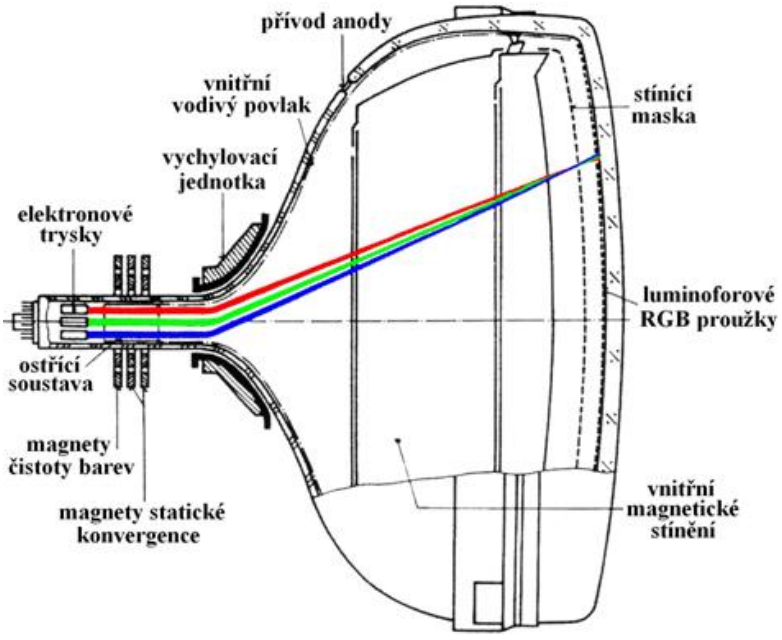
Tím, že se zvětšila užitečná plocha obrazovky (část obrazovky pokrytá luminofory) a že se lépe využívá elektronových svazků, zvětšil se podstatně jas těchto obrazovek. Geometrické zkreslení je pro případné korekce konvergence příznivější, než tomu bylo u barevných

obrazovek typu delta. Obrazovky in line byly postupně vylepšovány a stále se hojně používají.

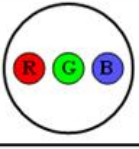
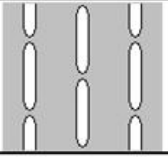
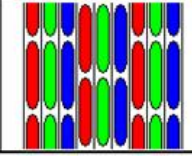
Řez typickou barevnou obrazovkou in line je zobrazen na obr. 191. Použité elektronové trysky se od různých výrobců liší, ale většina z nich používá elektrostatické ostření. Každá z trysek má většinou samostatnou katodu, na kterou je přiváděn příslušný signál. Elektrostatické čočky zajišťují zaostření svazku elektronů a také dostatečně velkou hloubku ostrosti. Ta je důležitá zejména u obrazovek, které nejsou příliš vypuklé a poloměr křivosti stínítka je mnohonásobně větší než poloměr vychylování elektronů. Při malé hloubce ostrosti by kulová vada pak způsobila značnou neostrost obrazu v rozích obrazovky.

Na obr. 191 jsou elektronové svazky naznačeny barevně pouze pro větší názornost! Je nutné si uvědomit, že z katod nejsou emitované světelné paprsky, ale elektrony nesoucí informaci o barevném složení signálu!

Stínítko obrazovky je tvořeno oválnými ploškami luminoforů základních barev, které jsou ve svislých pásech pod sebou (viz obr. 192). Luminofory mají vyrovnanou světelnou účinnost a světla jimi vydávané umožňují snadné nastavení bílé barvy s teplotou chromatičnosti 6500 K. Mezi jednotlivými ploškami luminoforů je černý předěl, který subjektivně zvětšuje kontrast reprodukovaného obrazu.



Obr. 191

	trysky	maska	luminofory
typ in line			

Obr. 192

Stínící maska je zhotovena z plechu a nad každou trojicí luminoforů je v ní svislý oválný otvor. Tím

procházející všechny tři elektronové svazky a po průchodu maskou dopadá každý elektronový svazek na luminofor své barvy. Pokud tento stav nenastává, mluvíme o tzv. poruše **čistoty barev**. Aby byla čistota barev co nejlepší, jsou elektronové svazky zkresleny vadou astigmatismus a jsou zaostřeny tak, že mají v rovině stínící masky své svislé čárové ohnisko. Ačkoliv je příčný průřez svazku elektronů větší než otvory ve stínící masce, jsou jejich účinky na luminoforu větší než u obrazovky typu delta.

To znamená, že na stínítko dopadá u obrazovek typu in line více elektronů, než za jinak stejných podmínek dopadá na stínítko obrazovky typu delta.

Při dopadu elektronů na stínící masku nastává absorpce elektronu a maska se zahřívá. I když má materiál masky malý součinitel teplotní roztažnosti, přesto se jeho rozměry mění. Tím se mění rozměry i poloha otvorů v masce a porušuje se čistota barev. Proto je maska upevněna ve speciálním držáku, který tyto vlivy délkové teplotní roztažnosti kompenzuje.

Čistotu barev může porušit také magnetické pole masky. Proto je na vnější straně kuželové části obrazovky umístěna odmagnetovací cívka, kterou prochází při každém zapnutí televizoru střídavý elektrický proud a masku pravidelně odmagnetovává.

Průchodem elektrického proudu cívkou vzniká v jejím okolí (i v ní) magnetické pole, které se skládá s magnetickým polem masky (pokud je maska

zmagnetována). Efektivní hodnota střídavého proudu, kterým se odmagnetování provádí, musí být taková, aby jím vyvolané magnetické pole bylo silnější, než případné magnetické pole masky.

Střídavý proud je volen proto, že se periodicky mění jeho polarita, která vede k periodické změně orientace magnetických indukčních čar v cívce (mění se tedy periodicky poloha severního pólu cívky a jižního pólu cívky). Tím je zaručeno, že i kdyby nebyla maska při zapnutí televizoru zmagnetovaná, zůstane i po odmagnetovacím procesu nezmagnetována.

Magnety čistoty barev (zobrazené též na obr. 191) jsou dva zmagnetované kroužky odstraňující vady způsobené mechanickou nepřesností při výrobě obrazovky a nehomogenitu magnetického pole v hrdle obrazovky. Vzhledem ke svislému uspořádání luminoforů obrazovky typu in line a stejně uspořádané stínící masce, nemůže vznikat nečistota barev ve svislém směru. Proto tyto kroužky vychylují elektronové svazky pouze ve vodorovném směru.

Porušení čistoty barev ve svislém směru zabraňuje právě svisle tvarovaná stínící maska, umístěná před svislými proužky luminoforů.

Všechny tři elektronové svazky mají poduškovité zkreslení. Vzhledem k tomu, že elektronové svazky neprocházejí magnetickým polem vychylovacích cívek ve stejném místě, mají krajní paprsky elektronů ještě další

zkreslení (tzv. lichoběžníkové zkreslení). Správným rozložením velikosti magnetické indukce magnetického pole v těchto cívkách se obě tato zkreslení odstraní. Drobné zkreslení, které tímto způsobem vznikne hlavně u krajních paprsků, odstraní regulátory pole (výstupky z magneticky měkkého materiálu).

Statická konvergence zajišťuje správný vzájemný posun jednotlivých elektronových svazků po celé ploše stínítka obrazovky.

Princip statické konvergence je stejný jako princip fokusačních magnetů používaných v urychlovačích částic (např. v CERNu). Jejich cílem je pomocí magnetického pole udržet nabitou částici na její ideální trajektorii v dutině urychlovače. I v televizních obrazovkách se používají dipóly (magnetické pole se dvěma póly), kvadrupóly (magnetické pole vytvořené tak, že má čtyři definované póly) nebo šestipóly.

Televizní obrazovka je vlastně také urychlovač částic, proto se používají stejné principy jako u velkých urychlovačů. Televizní obrazovkou se pohybují svazky elektronů, ve velkých urychlovačích se mohou pohybovat protony, ionty a další typy nabitých částic (a to většinou proti sobě).

Dynamická konvergence odstraňuje nepřesnosti v zobrazení mimo osu obrazovky. U obrazovek typu in line

se tato konvergence zajišťuje nehomogenním rozložením magnetického pole vychylovacích cívek a radiálním pohybem cívek proti obrazovce.

V obrazovkách s vychylovacím úhlem a v obrazovkách pro formát obrazu 16:9 se používá ve vodorovném směru modulace vychylovacího proudu půlsnímkovými parabolickými průběhy.

4.3.11.2.5.3 | Typ trinitron

Schématické uspořádání barevné obrazovky typu trinitron, která se začala vyrábět v 70. letech dvacátého století, je zobrazeno na obr. 193. Hlavní předností tohoto typu obrazovek je vysoký jas obrazu; toho je dosaženo tím, že téměř všechny elektrony emitované elektronovými tryskami dopadají na stínítko obrazovky.

Na obr. 193 jsou elektronové svazky naznačeny barevně pouze pro větší názornost! Je nutné si uvědomit, že z katod nejsou emitované světelné paprsky, ale elektrony nesoucí informaci o barevném složení signálu!

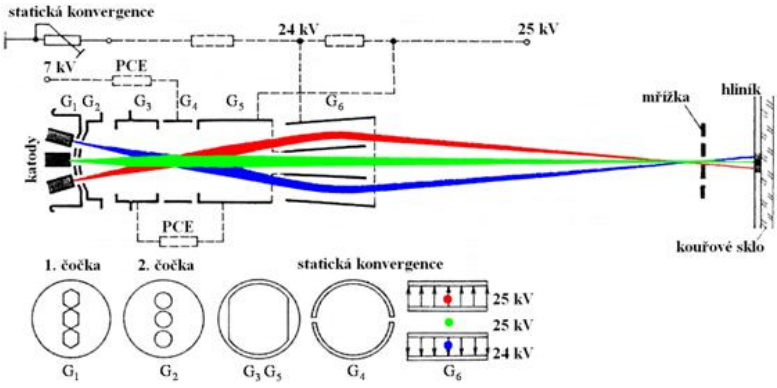
Katody emitující elektronové svazky odpovídající základním barvám RGB modelu (resp. televizního RGB modelu) jsou navzájem oddělené. Ostatní elektrody

(elektrody elektrostatického ostření a další) jsou pak pro všechny tři svazky společné. Na obr. 193 jsou naznačeny i tvary elektrod G_1 až G_6, které mají tento význam:

1. G_1 - Wehneltův válec;
2. G_2 - první anoda, spolu s Wehneltovým válcem tvoří tzv. imerzní objektiv, který elektrostaticky zaostřuje elektronový svazek;

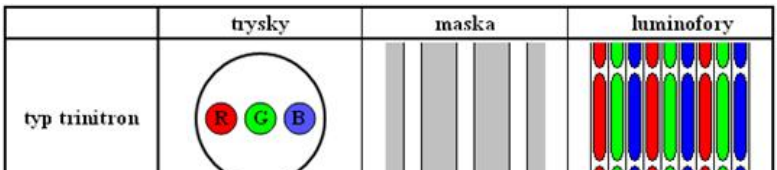
Tato čočka tedy pouze „nahušťuje“ elektrony blíže k sobě, aby se pohybovaly v úzkém „chumlu“.

3. G_3 až G_5 - tvoří tzv. unipotenciální čočku, která mění rovnoběžný svazek elektronů na sbíhavý svazek elektronů;
4. G_6 - změnou napětí na této elektrodě se změní směr pohybu krajních elektronů vzhledem ke směru šíření a tím se nastavují také statické konvergence v horizontálním směru.

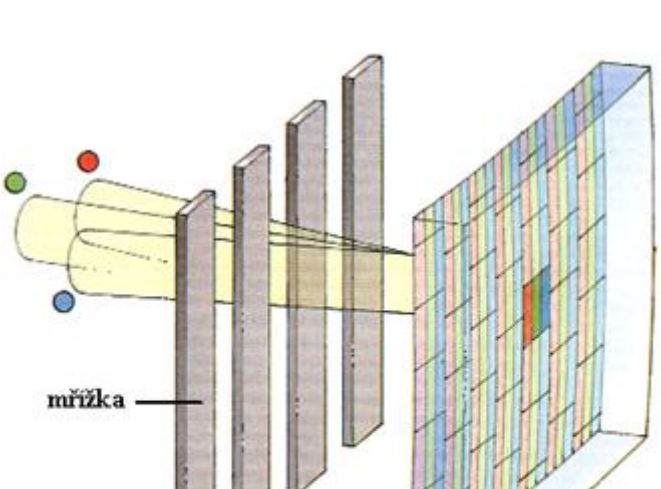


Obr. 193

Katody emitující elektrony jsou nakloněny tak, aby se elektronové svazky odpovídající jednotlivým základním barvám protínaly ve středu unipotenciální čočky tvořené elektrodami G_3 až G_5. Tato hlavní ostřící čočka má záměrně nastavený astigmatismus a vytváří svislé čárové ohnisko elektronových svazků v oblasti konvergenční mříže. Fokusační elektroda G_4 je někdy svisle dělená (což je naznačeno v dolní části obr. 193). Tím umožňuje rychlostní modulaci elektronového svazku pro zlepšení ostrosti obrazu ve vodorovném směru. Krajní elektrony svazku dále procházejí konvergenčním polem mezi elektrodami G_5 a G_6, které zajišťují odklon těchto krajních elektronů od původního směru pohybu směrem ke středu svazku. S ním se pak protínají ve středu konvergenční mříže.



Obr. 194



Obr. 195

Stínítko obrazovky typu trinitron (viz obr. 194 a obr. 195) je tvořeno souvislými svislými proužky luminoforů základních barev. Jednotlivé barevné proužky jsou

odděleny předělem černé barvy, který subjektivně zvyšuje kontrast reprodukovaného obrazu. Stínítko není ve svislém směru zakřiveno - má tvar válcové plochy.

Stínítko tedy vypadá jako plechovka od limonády. Ve svislém směru není zakřivená (lze k ní pohodlně postavit svisle pravítko), ale je zakřivená ve vodorovném směru.

Geometrické zkreslení obrazu při pohledu ze strany je tedy menší než u kulových stínítek.

Konvergenční mříž (stínící maska) je soustava tenkých plechových pásků nebo drátků napnutých ve svislém směru. Je umístěna tak, aby její mezery byly vždy nad trojicí proužků s luminofory. Aby se zabránilo rezonanci mříže a její teplotní roztažnosti, je mříž předepjata do tvaru válcové plochy v masivním rámu. Ten ovšem výrazně zvyšuje hmotnost celé obrazovky.

Na hrdle obrazovky jsou dále umístěna tato zařízení:

1. vychylovací jednotka - běžné konstrukce s toroidními cívkami, jejichž magnetické pole vychyluje svazek elektronů ve vodorovném a svislém směru;

Na elektron je i zde nutné nahlížet jako na nabitou částici v magnetickém poli.

2. kroužky čistoty barev - u obrazovky typu trinitron jsou umístěny až u vychylovací jednotky a vychylují svazek elektronů pouze ve vodorovném směru;

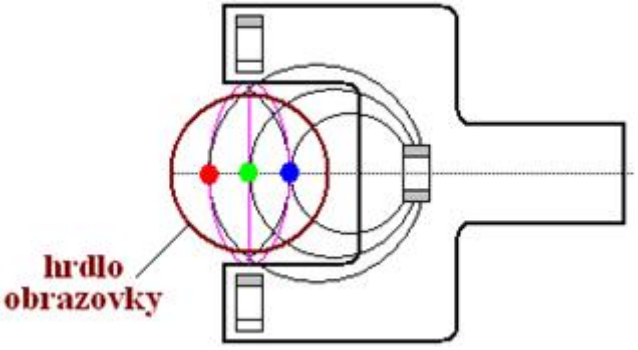
Ve svislém směru (stejně jako u obrazovky typu in

line) zabraňuje porušení čistoty barev tvar stínící masky.

3. kroužky statické konvergence - nastavují pouze vertikální konvergenci (vodorovná je vyřešena pomocí napětí na elektrodě G_6);
4. magnet posuvu modré barvy - vidlicový magnet (viz obr. 196), kterým se upravuje vzájemná vzdálenost elektronových svazků tak, aby byly všechny ve vodorovném zákrytu ve stejné vzájemné vzdálenosti;
5. konvergenční cívky - vychylovací cívky, kterými prochází elektrický proud vhodného průběhu tak, aby korigoval pouze krajní elektrony svazku;

Podstatnou výhodou prvních obrazovek typu trinitron, které se začaly vyrábět, bylo to, že nepotřebovaly žádné obvody dynamické konvergence. Až u současných obrazovek větších rozměrů (25 palců a více) jsou tyto konvergenční cívky nutné.

6. magnety rohové korekce - používají se pouze u velkých obrazovek ke korekci obrazu v rohu obrazovky.



Obr. 196

4.3.11.2.6 | HDTV

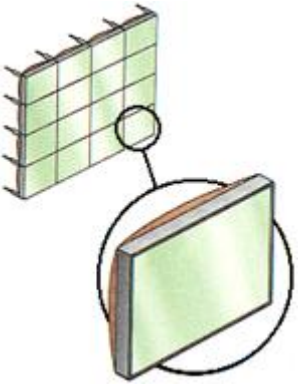
HDTV je televize s vysokou rozlišovací schopností (*high definition television*) a jedná se o další generaci televizních obrazovek. Přenos televizního signálu je založen na digitální verzi signálu a na přenosu pomocí optických vláken. Kvalitnější signál bude dán větší rozlišovací schopností obrazovky, která bude mít 1250 (resp. 1125 v USA a Japonsku) řádků. Proto se téměř zdvojnásobí počet pixelů na dané ploše, což způsobí zaostření obrazu.

Obrazovky se zmíněnou rozlišovací schopností jsou vyvíjeny ve dvou různých směrech. Jeden směr využívá stávající princip, který je nahrazen novou technologií, druhý směr je zaměřen na obrazovky z tekutých krystalů.

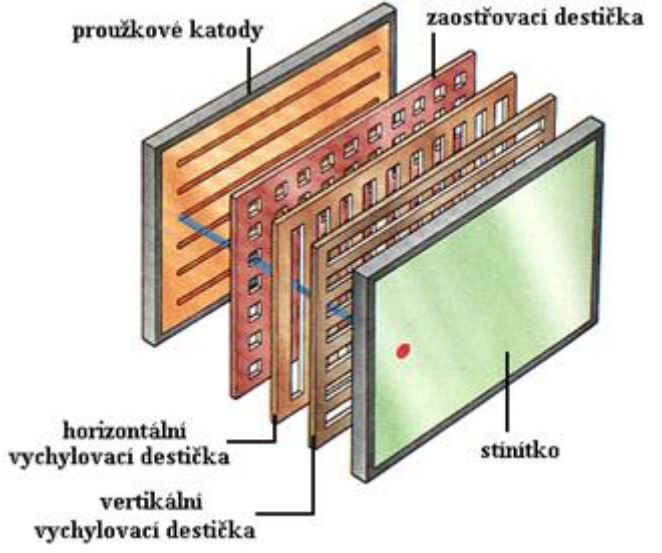
4.3.11.2.6.1 | Plochá obrazovka

Jeden ze směrů vývoje velkých obrazovek spočívá ve zdokonalení stávajícího principu zobrazování: zdokonalují se současné katodové trubice, které vysílají svazek elektronů, jenž je vychylován magnetickým polem cívky a tak řádkuje po stínítku obrazovky.

V plochém uspořádání (viz obr. 197) je stínítko rozděleno do matrice okolo 10000 bodů. Každý bod (buňka) je pak složena ze šesti vrstev (viz obr. 198). Proužkové katody vysílají paprsky elektronů, které jsou zesilovány a zaostřovány další destičkou. Paprsky procházejí horizontálními a vertikálními vychylovacími destičkami, které posouvají svazky elektronů svisle i vodorovně při řádkování stínítka. Protože každý paprsek elektronů zodpovídá na nepatrnou plošku spíš než za celý monitor, výsledkem je plošší televizor (hluboký přibližně 10 cm místo klasických 34 cm).



Obr. 197

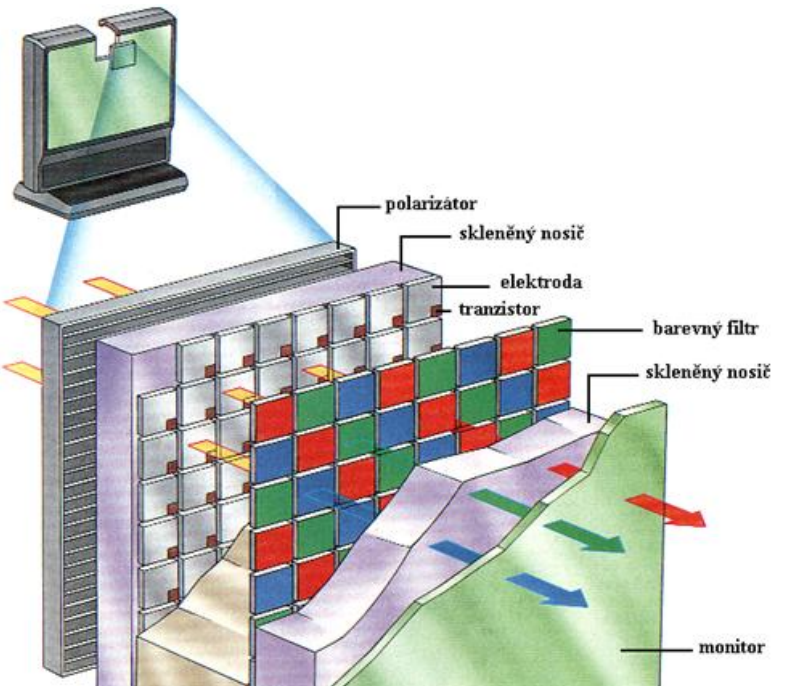


Obr. 198

4.3.11.2.6.2 | Obrazovka z kapalných krystalů

Obrazovky založené na vlastnostech nematických kapalných krystalů jsou většinou typu aktivní matrice. Monitor je rozdělen do matrice stovek tisíc jednotlivých bodů (pixelů). Kapalné krystaly v nich obsažený dovolují průchod světla pouze v závislosti na tom, zda na elektrodách vpředu a vzadu na pixelu je či není vloženo napětí. Je-li napětí daného pixelu vypnuto, na monitoru se objeví světlý bod, je-li napětí zapnuto, neprochází žádné světlo. Mřížka je aktivní, protože elektrický proud regulující reprodukci části obrazu daným pixelem je řízen drobným tranzistorem umístěným v rohu elektrod zcela vzadu. Aktivací každého tranzistoru odděleně se vytváří na monitoru obraz.

Takové displeje se pak označují jako displeje typu TFT (*Thin Film Transistor*), protože jsou řízeny drobnými tranzistory. Použitím těchto tranzistorů se odstraní vliv parazitních kapacit kondenzátorů a indukčností cívek a rychlost displeje je pak dostatečné pro reprodukci pohyblivého televizního obrazu.



Obr. 199

Černobílé obrazovky mají maticovou strukturu odpovídající televiznímu rastru. Barevné obrazovky pak mají trojnásobný počet buněk, protože jednotlivé buňky jsou na přední stěně vrstvy s kapalnými krystaly střídavě pokryty filtry v základních barvách RGB modelu (resp.

televizního RGB modelu). Sada těchto barevných filtrů umožňuje průchod pouze světlu určité barvy; v různých kombinacích se pak vytváří celé spektrum barev.

Tento typ obrazovek patří mezi pasivní modulátory procházejícího světla. Proto je displej zezadu prozařován bílým světlem, které v závislosti na přiloženém napětí na různých elektrodách prochází na stínítko obrazovky nebo neprochází.

Obrazovky z kapalných krystalů reprodukují obraz po celých řádcích. Pro obrazový signál každého řádku probíhá vzorkování signálu a jednotlivé vzorky se zapisují do analogové paměti CCD. Odtud pak jsou prostřednictvím řádkového spínače vzorky signálu přiváděny k tomu řádku displeje, který je právě aktivní. Jednotlivé řádky jsou aktivovány dekodérem řádků řízeným synchronizační směsí příchozího televizního signálu. Elektrický náboj na kondenzátoru dané buňky s kapalnými krystaly je dostatečný, aby vydržel po dobu jednoho snímku.

Nevýhodou těchto obrazovek je, že nereagují dostatečně rychle na televizní signál a také jsou zatím velmi nákladné na výrobu. Kontrast je také výrazně nižší než u běžných obrazovek (vakuových obrazovek) a dosahuje maximální hodnoty 1:40. Také luminance těchto obrazovek je nižší a dosahuje hodnot pouze několika desítek candel na metr čtvereční. Aby bylo možné tento poměrně malý jas obrazovek optimálně využít, mají malý vyzařovací úhel. To znamená, že obraz z místa mimo osu obrazovky prakticky není možné sledovat.

Vysvětlení závislosti průchodu světla kapalným krystalem na přiloženém napětí v obrazovce je analogické jako u displeje z kapalných krystalů.

4.3.11.2.6.3 | LED obrazovky

LED obrazovky je čistě marketingový název pro LCD obrazovky, které však oproti standardně používanému podsvícení pomocí světlovodného panelu využívají podsvícení pomocí LED.

Světlovodný panel je vlastně panel, který pracuje na stejném principu jako optická vlákna.

Existují celkem tři typy podsvícení pomocí LED:

1. *Direct LED* - pomocí LED vyzařujících bílé světlo, které jsou plošně rozmístěny pod panelem kapalných krystalů;
2. *Edge LED* - pomocí LED vyzařujících bílé světlo, které jsou umístěny po okrajích panelu a pomocí sítě světlovodů se světlo jimi emitované rozvádí pod celý panel;
3. *RGB LED* - pomocí LED, které vyzařují světlo v jedné ze základních barev RGB modelu. Tyto LED jsou umístěny plošně pod celým panelem.

V tomto případě je nutné poskládat LED tak, aby vždy byly u sebe LED tří výše uvedených barev. Aditivním mísením světel těchto tří barev získáme bílé

světlo a to znamená, že „průměrně“ bude panel podsvícen bílým světlem.

V případě použití typu *Direct LED* nebo *RGB LED* je možné ovládat jas jednotlivých LED a tak dosahovat dokonalejší černé barvy. Tímto způsobem je možné měnit i kontrast zobrazovaného obrazu.

Barvy, které LED technologie u LCD panelů vytváří, jsou vlivem využití bohatšího barevného spektra (zejména u typu *RGB LED*) živější ve srovnání s běžnými LCD obrazovkami.

4.3.11.2.6.4 | Elektroluminiscenční obrazovky

Nevýhody obrazovek s kapalnými krystaly (tj. malý jas, malý pozorovací úhel a pomalou odezvu na signálové napětí) řeší aktivní ploché obrazovky na základě elektroluminiscenčního jevu. Tento jev spočívá v tom, že různé látky mohou vydávat světlo různé vlnové délky (a tedy i různé barvy), pokud se ocitnou v elektrostatickém poli.

Např. sirník zinku dotovaný manganem svítí žlutě.

Elektrická intenzita daného pole ovšem není jednoduše úměrná jasu resp. luminanci světla, které daná látka vyzařuje. Proto je nutné stupnici šedé barvy vytvářet složitým způsobem. Řez elektroluminiscenční obrazovkou je zobrazen na obr. 200. Mezi zadní společnou elektrodou

a přední průhlednou elektrodou rozdělenou na jednotlivé buňky je v deskách z dielektrika umístěna jako průhledný tenkovrstvový film (o tloušťce 10 nm) látka, která v elektrostatickém poli mezi danými elektrodami vydává světlo při elektrickém napětí 100 V až 200 V. V případě, že se jedná o barevnou televizní obrazovku, jsou v ní místo jednotlivých buněk trojice buněk emitujících světlo v základních barvách RGB modelu (resp. televizního RGB modelu).

Chyba načtení:
optika/33_opticke_pristroje_soubory/obrazovky/image001.jpg
Obr. 200

Chyba načtení:
optika/33_opticke_pristroje_soubory/obrazovky/image002.jpg
Obr. 201

K popsanému základnímu budícímu napětí je možné přidat modulační signál (modulační napětí) přivedený přes spínací tranzistor ×, přes který se na základě elektrického napětí příslušejícímu televiznímu signálu nabíjí pomocný kondenzátor s kapacitou × (viz obr. 202). Tranzistor ×, jehož vodivost je řízena hodnotou elektrického napětí na jeho bázi po dobu trvání snímku, přivádí na zobrazovací elektroluminiscenční buňku proměnné elektrické napětí. Vytváření obrazu na stínítku tohoto typu obrazovky je stejné jako u obrazovky z kapalných krystalů (u LCD

obrazovek) resp. u displeje z kapalných krystalů.

Chyba načtení:
optika/33_opticke_pristroje_soubory/obrazovky/image006.jpg
Obr. 202

Soubor elektrod a dielektrika, které je zdrojem světla, je uzavřen ve vakuovém krytu. V případě, že se jedná o barevnou obrazovku, jsou zářící látky příslušných barev RGB modelu umístěné v proužcích vedle sebe přesně pod příslušnými budícími elektrodami. Při jednobarevné žlutooranžově svítící obrazovce se jedná o sirník zinku dotovaný manganem, v případě barevné obrazovky je sirník zinku dotovaný jinými přísadami. Všechny přísady ale mají problém s malou účinností přeměny modrého světla, protože nelze použít luminofory z klasických obrazovek.

Modré světlo má totiž z celého spektra světla viditelného lidským okem nejvyšší frekvenci. Proto tomuto světlu odpovídá dle Planckovy kvantové hypotézy i nejvyšší energie. To je důvod, proč je obtížné najít látku, která emituje modré světlo.

Emise modrého světla je tedy energicky náročná.

Dalším již uvedeným nedostatkem je nedostatečná stupnice šedé barvy při proměnném modulačním napětí, která měla v počátcích vývoje pouze 16 stupňů. Proto se

musel počet stupňů šedé uměle zvyšovat zvětšením počtu buněk na čtyři pro jeden obrazový element a podle počtu rozsvícených buněk se pak měnil jas. K tomu se přidávaly další způsoby ovlivnění průměrného jasu (šířková modulace daného napětí, ...).

Velikou výhodou těchto obrazovek je velký jas (resp. luminance - až stovky kandel na metr čtvereční), velký pozorovací úhel (až) a rychlá odezva na modulaci (řádově mikrosekundy). K nevýhodám pak patří slabé modré barvy, malý rozsah stupnice šedé barvy a také velké budící napětí (až 200 V). Použijeme-li místo kapacitních buněk odporové buňky, které mají lepší vodivost, lze budící napětí snížit. Záření se pak budí procházejícím proudem.

U schématu na obr. 202 se jedná o kapacitní buňky proto, že jsou použity kondenzátory charakterizované svou kapacitou.

Elektroluminiscence některých tenkých vrstev může mít charakter paměti, což umožňuje při vhodných nastaveních buzení a budícího napětí využívat zastavené televizní obrazy.

... tedy stav obrazovky, který vyvoláme při sledování filmu puštěného na DVD přehrávači připojeného k tomuto typu televizorů stisknutím tlačítka PAUSE.

Velký jas těchto obrazovek je předurčuje k použití ve velkých zobrazovacích plochách, u kterých nezáleží příliš na barvě a na potřebě velkého budícího napětí i velkého

příkonu. Mohou se uplatit i v monitorech počítačů. Použití přímo v televizních přijímačích je okrajové.

4.3.11.2.6.5 | Plazmové obrazovky

Výrobci televizních obrazovek se snažili dosáhnout většího jasu obrazu, než mají ploché obrazovky s kapalnými krystaly (LCD obrazovky). Proto se začaly kromě drahých elektroluminiscenčních obrazovek konstruovat také obrazovky s elektrickými výboji v plynech. Tyto obrazovky jsou označované termínem **plazmové obrazovky**.

Často se též v této souvislosti používá termín PDP (*Plasma Display Panel*).

4.3.11.2.6.5.1 | Základní princip činnosti

Hlavní částí zobrazovacího systému plazmových obrazovek je buňka v podobě úzkého kanálku, na jehož stěně je nanesená fosforeskující látka. Je-li tato látka ozářena ultrafialovým zářením, které vzniká při elektrickém výboji v plynu za sníženého tlaku (přibližně 70 kPa) v kanálku, zazáří fosforeskující látka v závislosti na jejím složení určitou barvou.

Tento jev, při kterém látka ozářená ultrafialovým zářením vydává viditelné světlo, se nazývá fotoluminiscence.

Základní schéma tohoto principu je zobrazeno na obr. 203.

Chyba načtení:
optika/33_opticke_pristroje_soubory/obrazovky/image008.jpg
Obr. 203

Detailní pohled na jednu buňku je zobrazen na obr. 204. Schéma na obr. 204 je oproti schématu na obr. 203 otočeno o devadesát stupňů.

Chyba načtení:
optika/33_opticke_pristroje_soubory/obrazovky/image009.jpg
Obr. 204

Obrazovka se skládá ze čtyř vrstev (viz obr. 205). V zadní skleněné desce jsou zataveny budící anodové elektrody pro vytvoření elektrického výboje v plynu. Nezbytnou podmínkou pro vznik výboje v plynu je druhá elektroda - katoda. Katody jsou umístěné v další vrstvě. Budící anoda i katoda jsou společné vždy pro jednu trojici buněk s takovými fosforeskujícími látkami, které po osvětlení ultrafialovým zářením září v jedné ze tří barev RGB modelu.

Další vrstvou je izolační nosná vrstva pro přívody ke katodám, které jsou vytvořeny v otvorech této vrstvy. Třetí vrstva má v sobě prohlubně spojené s prostorem katod pomocí otvorů. V takto vytvořených kanálcích je plyn - většinou se jedná o směs vzácných plynů (směs helia a xenonu nebo argon). Tento plyn emituje při výboji mezi katodou a anodou ultrafialové záření. Na stěně kanálku v rovině desek jsou naneseny fosforeskující látky (luminofory), které emitují v závislosti na svém složení světlo jedné ze základních barev RGB modelu. Každá taková trojice buněk tvoří jeden pixel.

Chyba načtení:
optika/33_opticke_pristroje_soubory/obrazovky/image010.jpg
Obr. 205

Před každou buňkou je vrstvička oxidu hořečnatého MgO oddělující buňku od dvou elektrod (zobrazovací elektrody a podpůrné elektrody). Tyto elektrody jsou od přední skleněné desky odděleny izolantem. Buňky jsou od zadní desky odděleny opět skleněnou vrstvou (izolační vrstvou). Pro každou obrazovou buňku je zapotřebí jedna adresovací elektroda. Tyto elektrody jsou uloženy kolmo na zobrazovací elektrody.

Každá buňka tedy potřebuje pro své řízení dvě elektrody: zobrazovací elektrodu a podpůrnou elektrodu. Oba typy elektrod jsou uloženy v jedné vrstvě a „nad každou buňkou“ jsou obě. Třetí elektrodu, která řídí

přívod napětí k dané buňce, je adresovací elektroda (někdy též nazývaná datová elektroda).

Jednotlivé buňky jsou řízeny střídavým elektrickým napětím. Mezi zobrazovací elektrodu a podpůrnou elektrodu je přivedeno střídavé napětí (přibližně 200 V). Tak nastane počáteční ionizace plynu. Elektrický výboj v dané buňce vznikne po přivedení elektrického napětí mezi adresovací elektrodu a zobrazovací elektrodu. Ustálený výboj vzniká po přivedení střídavého napětí (s efektivní hodnotou přibližně 50 V). Plyn v buňce je v excitovaném stavu a vzniká plazma.

Nabité částice tak získají od elektrického pole mezi elektrodami dostatečnou kinetickou energii, aby se mohly při vzájemných srážkách dále ionizovat. Během ionizace plynu (resp. plazmy) přecházející ionty (resp. elektrony) na vyšší energetické hladiny a při následné deexcitaci vzniká pro lidské oko neviditelné ultrafialové záření, které je dopadem na vrstvu luminoforu přeměněno na viditelné světlo s danou vlnovou délkou. Ta charakterizuje jednu ze tří barev RGB modelu. Dielektrikum a oxid hořečnatý sice výboj ihned zastaví, ale po změně polarity přiloženého napětí ionizace pokračuje a výboj se tak ustálí.

Změna polarity nastává proto, že ne elektrody je přiváděno střídavé napětí.

Napětí na elektrodách je udržováno těsně pod hodnotou, při níž začne vznikat plazma. Proto ionizace nastává i při velmi nepatrném zvýšení hodnoty

elektrického napětí na adresovací elektrodě.

Vznik elektrického výboje řídí adresovací elektroda!

Pro další cyklus je zapotřebí přivést mezi zobrazovací elektrodu a podpůrnou elektrodu nízké napětí, které neutralizuje náboj v buňce a cyklus může začít znovu. Doba, která je nutná na neutralizaci výboje a přípravu buňky na další cyklus, se nazývá **doba odezvy**.

U těchto typů obrazovek (podobně jako u elektroluminiscenčních obrazovek) jsou problémy s účinností a jasem modré barvy. Svítivost každé buňky v dané trojici závisí na napětí anody, která je vestavěna do přední průhledné desky a která má prohlubně shodné s prohlubněmi kanálků ve třetí vrstvě tak, aby se vytvořil uzavřený prostor pro výboje v plynu. Anody buněk pro emitování světla stejné barvy jsou ve svislém směru propojeny a vytvářejí tak sloupce. Podobně jsou vodorovně propojeny katody společné trojicím buněk a v osnově rastru představují jednotlivé řádky. Vytváření obrazu na rastru probíhá stejně jako u obrazovek s kapalnými krystaly (LCD obrazovky).

Protože je počet subpixelů a elektrod tyto subpixely ovládajících mimořádně velký, nebylo by je možné ovládat nezávisle. Proto se používá právě ovládání subpixelů emitující světlo stejné barvy po sloupcích. To ovšem při sledování obrazovky nevadí, protože se celý děj vykreslování jednoho řádku odehrává tak rychle, že si lidské oko nestačí žádné anomálie všimnout.

Např. pro rozlišení obrazovky 1024 krát 768 je počet subpixelů roven ×. Počet elektrod je pak dvojnásobný, protože každý subpixel ovládají dvě elektrody.

Intenzita světla emitovaného každým subpixelem je určována počtem a šířkou napěťových pulsů, které řídí činnost buňky během každého snímku. Toho je dosaženo tak, že doba trvání snímku je rozdělena na několik kratších částí: na podsnímky. Během doby trvání podsnímku je na subpixely, které mají svítit, přivedeno určité napětí (pomocí zobrazovacích elektrod) a během zobrazovací fáze je pak napětí přivedeno na celý displej (pomocí adresovací elektrody). Tak se ovšem rozsvítí jen ty subpixely, na které bylo přivedeno napětí předem, a intenzita jimi vydávaného světla je dána právě úrovní tohoto napětí.

Standardní metoda určuje 256 úrovní napětí pro každý subpixel, protože každý snímek je rozdělen na 8 podsnímků ovládaných 8-bitovým slovem (tzv. modulace pulsního kódu - *Pulse Code Modulation* se zkratkou PCM). Celá tato technologie se nazývá ADS (*Address/Display Separated*) a byla vyvinuta v roce 1984 společností Fujitsu.

Tato metoda odpovídá procesu kódování signálu při jeho digitalizaci. Plazmové obrazovky tedy vysílají

digitální signál.

Co se týče adresování (ovládání) jednotlivých buněk plazmové obrazovky, existují dvě metody: *Single Scan Technology* a *Dual Scan Technology*.

V jednoduchém adresování se adresují (tedy přednabíjejí) všechny buňky ještě před zobrazovací fází, ve které jsou do elektrod přiváděny napěťové pulsy. K tomu je zapotřebí pouze jedna sada ovladačů, které adresování zajišťují, a proto je výrobní cena takové obrazovky přijatelná.

Při duálním adresování je obrazovka rozdělena na dvě poloviny, přičemž každá má svoji sadu ovládacích prvků (jedna je na horní straně obrazovky, druhá je ve spodní části). V toto případě se všechny buňky obrazovky adresují (přednabijí) za poloviční dobu než v případě technologie *Single Scan Technology*. Proto zbývá delší doba pro zobrazovací fázi. Během ní je možné vyslat do jednotlivých buněk více napěťových pulsů, čímž se zvýší jas displeje. Nevýhodou této technologie je zvýšená spotřeba energie a také zkracování životnosti luminoforu. Proto se většinou používá jednoduché adresování.

4.3.11.2.6.5.2 | Moderní displeje

Společnost Fujitsu se nespokojila s omezeným rozlišením, které PDP poskytovaly. Pro zvýšení rozlišení plazmové obrazovky by totiž bylo nutné zdvojnásobit na

stejné ploše počet zobrazovacích elektrod. To by ovšem vyžadovalo mnohem vyšší přesnost výroby. Tak by se ale navíc ještě zvětšila hustota řádků mezi elektrodami, které žádné světlo nevyzařují; to by ale vedlo k poklesu jasu celé obrazovky. Dalším problémem, který by se musel v souvislosti s tím vyřešit, by byla nutnost zdvojnásobit rychlost ovládání, aby se nezpomalilo vysílání obrazu.

Zobrazovací elektrody jsou totiž uspořádány s určitými rozestupy (viz obr. 206), protože jinak by se činnost elektrod, které ovládají jednotlivé subpixely plazmového displeje, navzájem rušila.

Na elektrody je přiváděno relativně velké elektrické napětí (navíc střídavé napětí) a tato napětí by se mohla v případě, že by elektrody byly příliš blízko u sebe, navzájem rušit. A přitom je nutné, aby napětí mělo velmi přesný průběh a bylo možné jím přesně řídit elektrický výboj v plynu v prostoru daného subpixelu.

Mezery mezi elektrodami nejsou využity k zobrazování (tj. nevyzařují světlo) a jsou tedy tmavé; to vede k menšímu jasu celého displeje.

Chyba načtení:
optika/33_opticke_pristroje_soubory/obrazovky/image012.jpg

Obr. 206

Vylepšení stávajícího režimu zobrazení přinesla firma Fujitsu ve formě technologie ALiS (*Alternate Lighting of Surfaces*). Princip této technologie je zobrazen na obr. 207.

Chyba načtení: optika/33_opticke_pristroje_soubory/obrazovky/image013.jpg

Obr. 207

Technologie ALiS vychází z metody prokládání.

Je tedy velmi analogická prokládanému řádkování u klasických televizních obrazovek. Princip zobrazení obrazu na obrazovce je pochopitelně naprosto odlišný, ale metoda prokládání obrazu je velmi podobná metodě prokládaného řádkování.

U technologie ALiS je zachován stejný počet elektrod (resp. ke každé dvojici elektrod je jedna přidána) a tak se dosahuje vyššího rozlišení obrazovky a jasu obrazovky. Elektrody mají navzájem stejné rozestupy a tímto způsobem se minimalizuje plocha mezer mezi elektrodami - ze 60 % plochy obrazovky na 35 %.

Minimalizuje se tedy plocha „tmavých řádků“ na obrazovce.

Vzhledem k tomu, že v tomto uspořádání slouží každá elektroda k zobrazení dvou po sobě jdoucích řádků, je nutné, aby se každý snímek rozdělil na dva. V prvním půlsnímku se zobrazí všechny liché řádky a ve druhém půlsnímku se zobrazí všechny sudé řádky. Schématicky je tento způsob zobrazení obrazu ukázán na obr. 207.

Každá elektroda, která je na místě původní mezery mezi dvěma elektrodami, je jednou během doby trvání snímku (přesněji během doby trvání půlsnímku) využita

pro zobrazení. Tento princip zdvojnásobuje rozlišení plazmové obrazovky. Navíc je každá buňka využita jen polovinu času oproti běžnému PDP, což zvyšuje trvanlivost luminoforu. Výrobní náklady pro technologii ALiS nejsou vyšší než u klasické PDP techniky, a proto se plazmové obrazovky s touto technologií už vyrábějí převážně.

4.3.11.2.6.5.3 | Výhody a nevýhody plazmových obrazovek

Z počátku se plazmové obrazovky využívaly jako informační panely, u kterých nezáleželo na příliš přesné věrnosti přenášených barev a na jemnosti rozdělení stupnice šedé. Tato nedokonalost je obdobná jako u elektroluminiscenčních obrazovek a zlepšení se řeší stejným způsobem. Protože se celý řádek zobrazuje najednou a modulační napětí na anodě s hodnotou 100 V až 200 V setrvává po celou dobu buzení řádku, ukázalo se výhodnější přivádět výbojové napětí na budící anody s frekvencí 100 kHz. Tak se zvětší jas až na hodnotu a kontrast na hodnotu 200:1. Zmenší se doba odezvy obrazovky (tj. doba, za kterou je obrazovka připravena k zobrazení další informace) na 8 μs a zlepší se věrnost zobrazení s využitím vlastnosti výboje v plynu: ten dosahuje maxima své intenzity krátce po zažehnutí a pak se jeho intenzita zmenšuje.

Z principu činnosti plazmové obrazovky je zřejmé, že

výroba plazmových obrazovek (resp. plazmových panelů) s vysokým rozlišením a s malou úhlopříčkou může být problémem. Buňka subpixelu bývá zpravidla o rozměrech 200 µm a 200 µm. U plazmových obrazovek s Full HD rozlišením (1080 řádků) mohou být rozměry samozřejmě i menší.

Plazmové obrazovky (resp. plazmové displeje) samy emitují světlo, a proto mají vynikající pozorovací úhly (až nebo) a jsou tedy vhodné např. i pro prezentační účely.

První plazma displeje měly malý kontrast. Důvodem byla skutečnost, že elektrické napětí mezi zobrazovací elektrodou a podpůrnou elektrodou je udržováno stále pod prahem ionizace, aby měla obrazovka dostatečně krátkou dobu odezvy. Negativním účinkem je ale fakt, že minimální ionizace nastává i bez napětí přiloženého na adresovací elektrodu. To ale omezuje schopnost obrazovky zobrazit nejtmavší odstíny, a tak i snižuje kontrast celé obrazovky.

Plazma tedy vzniká v jednotlivých buňkách i v „pohotovostním stavu“, v němž je adresovací elektroda vypnutá.

Na konci 90. let ale přišlo Fujitsu s technologií zvyšující kontrast ze 70:1 až na 400:1, později dokonce 500:1.

S kontrastem souvisel i další problém: neschopnost plazmové obrazovky zobrazovat dokonale stupnici šedi.

V tmavých scénách se totiž barvy blízké černé barvě slévají v jednu a přechody mezi jednotlivými barvami nejsou plynulé. Moderní PDP již tento nedostatek nemají a škála zobrazovaných odstínů je širší.

Přestože výroba PDP není tak náročná na prostředí jako např. výroba LCD, jsou stále plazma displeje velmi drahé. Životnost plazmových obrazovek je přibližně 10 tisíc hodin, což je přibližně poloviční hodnota než u obrazovek typu LCD.

Nevhodnost plazma displejů pro použití jako monitor pro počítače vyplývá z další charakteristiky obrazovky: z rozteče bodů na obrazovce. Tato rozteč zatím neklesla pod hodnotu 0,3 mm. Proto je stále nejlepší využití těchto obrazovek jako obrazovek pro HDTV a pro prezentační účely větších společností.

U plazmových obrazovek se zpočátku vypalovaly statické obrazy přímo na její stínítko.

> Typickým příkladem byla loga jednotlivých vysílacích společností; loga jsou přítomná na obrazovce trvale a až na některé výjimky (např. během přímých přenosů ze sportovních utkání) jsou stále na stejném místě obrazovky.

V počátcích výroby byly v místě těchto statických obrazů jednotlivé plazmové buňky „vypalovány". V těchto buňkách se tedy zhoršovala barevná pestrost a původní statický obraz (např. logo vysílací společnosti) bylo na obrazovce stále patrné (i při vypnuté obrazovce nebo

sledování filmu bez loga z přehrávače). Moderní technologie tyto statické obrazy usměrňují, aby tento problém potlačily. Proto se s ním již nesetkáváme.

4.3.11.2.7 | Displej z kapalných krystalů (LCD)

Displej z kapalných krystalů LCD (*liquid crystal display*) využívá změnu propustnosti světla kapalným krystalem působením elektrického pole. Jedním z nejjednodušších použití LCD je sedmiúsekový numerický obraz. Nematické kapalné krystaly jsou sevřeny mezi dvěma skleněnými ploškami, na jejichž vnitřních stěnách je nanesena rýhovaná vrstva oxidu křemičitého. Rýhování na obou deskách jsou na sebe navzájem kolmá, což způsobí to, že se krajní vrstvy molekul kapalných krystalů orientují ve směru rýh a molekuly mezi nimi se vlivem mezimolekulárních vazebných sil stočí do šroubovice. Tento jev se nazývá Schadt-Helfrichův jev. Na vnější stěně skleněných desek jsou napařeny průhledné elektrody - v tomto případě se jedná o sedm čirých elektrod (viz obr. 208). Tyto elektrody jsou schopné se nabít v závislosti na signálu z příslušných logických obvodů; každý segment je přitom řízen zcela nezávisle na ostatních.

Napařené elektrody tvoří tzv. sedmisegmentovku, která je součástí většiny displejů, neboť pomocí ní lze

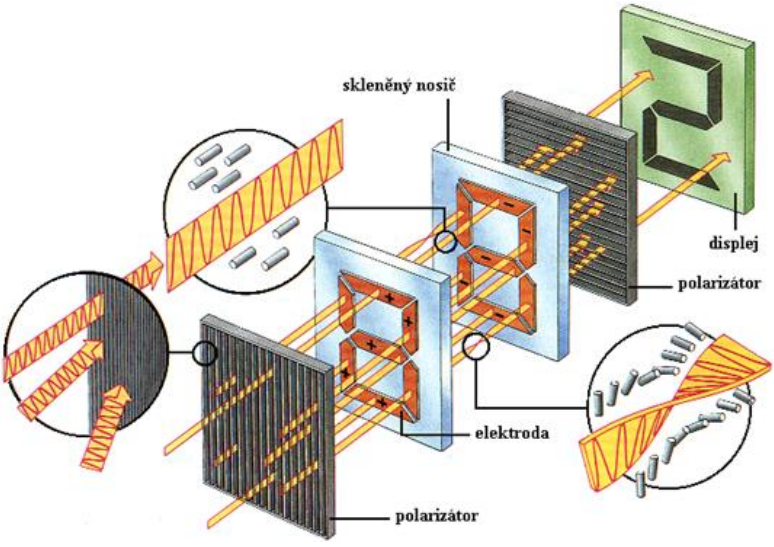
dobře zobrazovat jednotlivé číslice.

Nematické kapalné krystaly ovlivňují rovinu polarizace světla, které jimi prochází.

Samotné tekuté krystaly se nachází v prostoru mezi elektrodami - tj. mezi skleněnými destičkami, na nichž jsou elektrody připevněné.

Polarizátor na obr. 208 dovolí průchod kapalinou pouze té části světla, která kmitá v jediném směru (daném polarizátorem). Spirálovité molekuly tekutého krystalu otáčejí úhel polarizovaného světla o $90°$ a světlo pak prochází druhým polarizátorem na displej. Jestliže je na určitý segment vloženo elektrické napětí, orientují se molekuly kapalného krystalu ve směru intenzity elektrického pole a polarizace světla se nemění. Světlo pak nemůže projít druhým polarizátorem a displej zůstává nedotčen (beze světla).

Je-li tedy na elektrody daného segmentu přivedeno napětí, segmentem neprojde světlo a tento segment bude na displeji tmavý. Není-li napětí na elektrody přivedeno, světlo segmentem prochází.



Obr. 208

4.3.11.2.8 | Projektory - přístroje promítající nehybnou předlohu

Mezi objektivní optické přístroje patří též přístroje, které jsou určeny k (hromadnému) pozorování (většinou přímo okem) reálných optických obrazů na stínítku (projekčním plátnu). Předlohou může být diapozitiv, film, kreslený obrázek nebo skutečný předmět. Podle účelu jejich použití může být kladen zvýšený nárok na:

1. intenzitu světla - promítání diapozitivů, ...

2. zobrazení bez zkreslení - měřící projektory
3. rovnoměrnost osvětlení - reprodukční přístroje

Základní části projektoru tvoří osvětlovací soustava, která se skládá ze zdroje a kondenzoru, projekční optická soustava a projekční stěna (nejčastěji promítací plátno nebo matnice).

Pozorovací projektory reálně zobrazují plochý předmět (diapozitiv, předlohu), přičemž plocha předmětu se může osvětlovat:

1. procházejícím světlem - diaprojektor (viz obr. 209), zpětný projektor (viz obr. 210)
2. odraženým světlem - epiprojektor (viz obr. 211)

Optický přístroj, který umožňuje zobrazovat jak procházejícím tak odraženým světlem se nazývá epidiaskop.

Dále je možné rozlišit:

1. přední projekci - pozorovatel i projektor jsou na stejné straně projekční plochy
2. zadní projekci - pozorovatel je na opačné straně projekční plochy než projektor (čtečky, pohlížečky, měřící projektory, ...).

Návrh soustavy projektoru vychází z požadovaného zvětšení, potřebného zorného úhlu pozorovatele i potřebného jasu obrazu pro pohodlné pozorování. Zvětšení má být voleno s ohledem na rozlišovací

schopnost lidského oka a požadované rozlišení detailů.

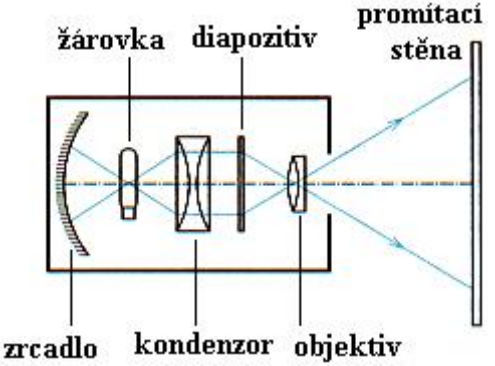
Subjektivní zvětšení závisí na vzdálenosti pozorovatele od obrazu. Nezkreslené podání perspektivy vyžaduje, aby byl obraz pozorován pod stejným úhlem, pod jakým byl snímán, nemá ale klesnout pod $12°$. Pokud je pozorovatel blíže k projekční stěně než projektor, je pro správný vjem obrazu nutné, aby byla v příslušném poměru zvětšena ohnisková vzdálenost projekčního objektivu oproti objektivu snímacímu.

Jas projekční plochy závisí na světelném výkonu zdroje i na vlastnostech kondenzoru, ztrátách v soustavě, propustnosti (při epiprojekci na odrazivosti) předlohy i vlastnostech projekční plochy.

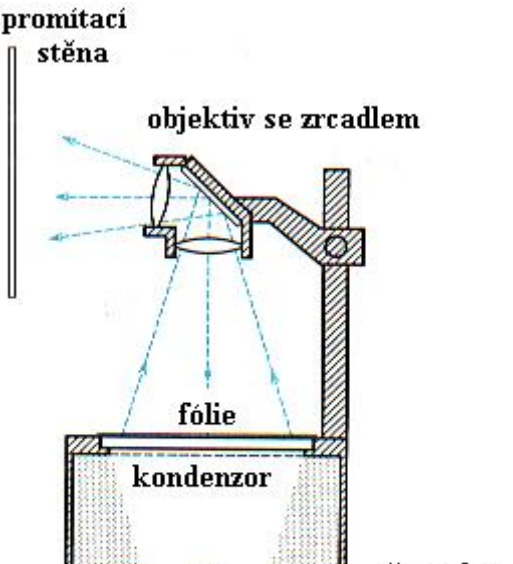
Aby bylo možno světla žárovky účelně využít, mělo by mít vlákno pokud možno kruhový nebo čtvercový tvar. Proto se u projekčních žárovek využívá tzv. bodových vláken s malou plochou nebo vláken uspořádaných meandrovitě nebo ve tvaru *W*. Doplněním osvětlovací soustavy zrcátkem je možné zvýšit účinnost osvětlovací soustavy. Při větších mezerách mezi vlákny se vlákno zobrazuje do jeho mezer a tím se zvyšuje stupeň vykrytí jeho plochy. U hustě vinutých vláken se jeho obraz vytvoří podle vlákna původního - zvětší se vlastně jeho plocha.

Aby se snížilo značné tepelné namáhání v soustavě, používají se dnes často dielektrická, tzv. studená zrcadla, která tepelné záření propouštějí. Tím, že tepelné záření propouštějí, ale minimálně absorbují, se minimálně zahřívají.

Jako zdroje světla se používá kromě žárovek i obloukové světlo nebo výbojky (rtuťové a xenonové). Xenonové výbojky mají tu výhodu, že jejich světlo má velmi podobné spektrální složení jako běžné denní světlo, což se uplatní při promítání hlavně barevných obrazů. Při střídavém napájení je nutná jeho synchronizace s clonou, přerušující světelný tok. Jinak by mohlo dojít k nežádoucímu kolísání světla. Při vhodné úpravě časového průběhu napájecího napětí není naopak v soustavě filmového projektoru clona určená k přerušení světelného toku při výměně obrázku vůbec potřeba.



Obr. 209



Obr. 210

Projekční objektivy jsou co do požadavku korekce vad i co do stavby velmi podobné objektivům fotografickým. Vzhledem k osvětlovací soustavě je dávána přednost typům s velkým relativním otvorem. Kromě velké světelnosti se požaduje vyhovující rozlišovací schopnost i vysoká orthoskopičnost systému. Tyto podmínky splňují aplanáty s korekcí astigmatismu.

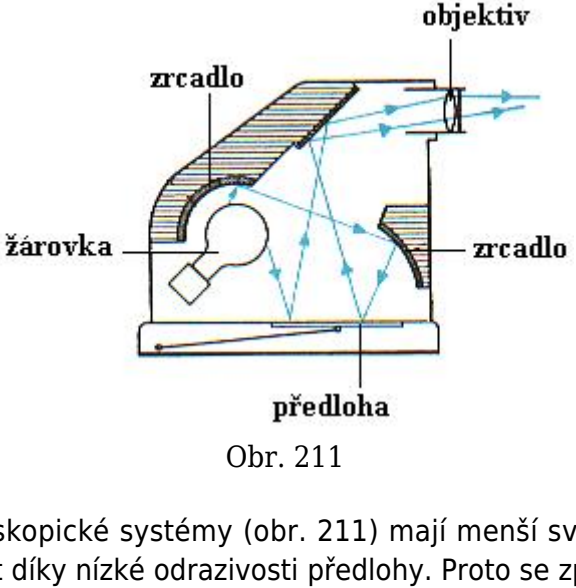
Vzhledem k tomu, že promítací vzdálenost je zpravidla

větší než vzdálenost pozorovatele, jsou obrazové úhly menší než úhly při snímání. Projekční objektivy s proměnnou ohniskovou vzdáleností umožňují nastavení velikosti obrazu beze změny promítací vzdálenosti.

Značné soustředění energie do objektivu může vést při použití silných zdrojů k změknutí tmelících vrstev vlivem tepelného záření. Proto se do osvětlovací soustavy umísťují tepelné filtry, které část tepelné energie absorbují. Tyto tepelné filtry také chrání promítanou předlohu před poškozením vlivem tepelného záření.

Tepelné namáhání kondenzoru na straně přivrácené ke zdroji světla může být značné, proto se volí skla s velkou tepelnou odolností a malou tepelnou roztažností. Aby se zabránilo nežádoucímu pnutí, umísťují se čočky do objímek volně.

Větší ohnisková vzdálenost projekčního objektivu je méně citlivá na změnu vzdálenosti předlohy od objektivu, která může být způsobena tepelnými dilatacemi nebo nepřesnostmi vodící dráhy.



Obr. 211

Episkopické systémy (obr. 211) mají menší světelnou účinnost díky nízké odrazivosti předlohy. Proto se zpravidla používají menší rozměry projekční plochy i menší zvětšení (maximálně 10). Objektivy jsou vysoce světelné při velké ohniskové vzdálenosti ($f' > 100\ \mathrm{mm}$). Rozměrnější předměty vyžadují pro osvětlení několika zdrojů rozmístěných tak, aby světlo dopadalo do středu předlohy pod úhlem zhruba $45°$. Tím se vyloučí vznik nežádoucích lesků v obraze.

Jako projekční plochy při zadní projekci se nejčastěji používá matnice, při přední projekci projekční stěny nebo plátna. Důležité u nich je směrové rozlišení rozptýleného záření. Tam, kde je směr pozorování omezen na úzké pásmo, je vhodné použít soustředění světla do této oblasti na úkor oblastí ostatních. Rastr nebo skleněné perličky

zvyšují v požadovaném směru množství odraženého světla 2 až 6krát oproti dokonale difúznímu obrazu. Za úhel užitečného rozptylu se považuje oblast, v níž intenzita odraženého světla neklesne pod 50 - 70 % své maximální hodnoty.

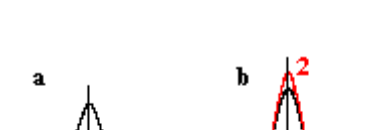
Při zadní projekci závisí rozptyl světla na jemnosti matnice: čím je hrubší, tím dokonaleji rozptyluje, ale zhoršuje rozlišení detailů v obraze. V důsledku nedokonalého rozptylu na matnici klesá do krajů velikost intenzity světla. Nápravu je možné udělat pomocí kolektivní čočky, která zobrazí výstupní pupilu objektivu do místa oka pozorovatele. Po této úpravě se pak plocha jeví jako rovnoměrně osvětlená.

4.3.11.3 | ***Rozlišovací schopnost optických přístrojů

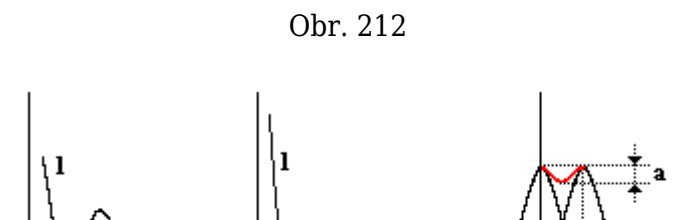
Obrazem bodu předmětu při zobrazení ideální optickou soustavou je opět bod, v němž se protínají všechny paprsky vycházející z předmětového bodu. Skutečná soustava je ale zatížena optickými vadami zobrazení a paprsky vycházející z určitého bodu předmětu se v obrazovém prostoru neprotnou v jediném bodě, ale budou v obrazové rovině vytvářet rozptylový kroužek. Ale i při sebedůslednější korekci vad bude u reálné soustavy obrazem bodu určitá rozptylová ploška, způsobená ohybem světla. Rozdělení energie v obrazu bude podle obr.

212a.

Pro kruhový otvor je ve středním (nultém) kroužku soustředěno 83,8 % energie, v prvním světelném kroužku 7,2 %, ve druhém 2,8 %, ve třetím 1,5 %, ...



Obr. 212



Obr. 213

U soustav obsahující zrcadla se často setkáme se zacloněním střední části vstupní pupily. Ohybový obrazec se potom změní podle obr. 212b (křivka *1*) - tj. centrální kroužek se poněkud zúží a posílí se ohybové kroužky. Aby nedošlo k velkým ztrátám při pozorování málo kontrastních

předmětů, připouští se maximálně zaclonění 30 % průměru vstupní pupily.

Na ohybové kroužky připadá skoro 20 % světla. Toto světlo zhoršuje kvalitu obrazu. Teorie ohybu světla ukazuje, že lze snížit intenzitu světla v ohybových kroužcích skleněnou destičkou určitého tvaru s předepsanou změnou propustnosti po celé ploše, umístěnou v rovině sdružené s aperturní clonou. Tato destička působí jako amplitudo-fázový filtr a mění rozdělení amplitud světla v pupile. Tato úprava (tzv. **apodizace**) umožní zlepšení viditelnosti malých, málo intenzivních obrazů. Na obr. 213a je obraz objektu *2* překryt prvním kroužkem obrazu intenzivnějšího objektu *1*, takže je pozorování objektu *2* znemožněno. Potlačením ohybového kroužku apodizací (viz obr. 213b) je možné rozeznat i blízký, málo intenzivní objekt *2*.

Jsou-li soustavou zobrazeny dva blízké bodové objekty stejné intenzity (viz obr. 213c), bude výsledné rozložení intenzity dáno jejich součtem. Tyto dva body oko rozezná tehdy, bude-li možné pokles intenzity zaznamenat.

Rayleigh teoreticky stanovil jako mez rozlišitelnosti pokles $a = 22{,}5\,\%$, což nastane v případě, že maximum osvětlení druhého bodu padne do prvního minima prvního bodu, jehož úhlová vzdálenost je pro kruhový otvor dána vztahem $\alpha = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$, kde λ je vlnová délka světla, *D* je průměr otvoru a 1,22 empirická konstanta.

Vyjádříme-li mez rozlišení α v úhlových sekundách

a dosadíme střední vlnovou délku světla $\lambda = 555\,\mathrm{nm}$, dostaneme pro teoretickou rozlišovací mez objektivu (tedy nejmenší úhlovou vzdálenost dvou bodů, které objektiv ještě zobrazí odděleně) vztah $\alpha = \frac{138}{D}$, přičemž $[D] = \mathrm{mm}$ a $[\alpha] = ''$.

Na základě praktických zkušeností astronomů bylo zjištěno, že lze rozlišit ještě pokles intenzity o 5 %. Této hodnotě odpovídá tzv. praktické kritérium rozlišitelnosti $\alpha = \frac{120}{D}$.

Předchozí kriteria byla vázána na vlastnosti lidského oka. Pokud stanovíme jako absolutní kriterium rozlišitelnosti podmínku, že pokles intenzity mezi dvěma body vymizí (tj. na obr. 213c bude $a = 0$), bude mít v předchozím vztahu konstanta hodnotu 108.

Vzhledem k tomu, že vady soustavy a nepřesnosti při její výrobě i montáži a justáži přístrojů zobrazení a tedy i rozlišovací schopnost zhoršují, počítá se nejčastěji rozlišovací schopnost podle teoretického kritéria $\alpha = 1,22\frac{\lambda}{D}$ nebo podle vztahu $\alpha = \frac{138}{D}$.

Rozlišovací schopnost objektivu je tedy tím větší, čím větší je jeho průměr.

4.4 | ELEKTROMAGNETICKÉ ZÁŘENÍ A JEHO ENERGIE

4.4.1 | Přehled elektromagnetického záření

Světlo je elektromagnetické vlnění a jeho zdrojem jsou přeměny energie v atomech a molekulách svítícího tělesa. Získá-li atom větší energii (např. při vyšší teplotě), může tuto energii vyzářit v podobě elektromagnetického vlnění. Elektromagnetické vlnění je charakterizované vlnovou délkou, která určuje jeho fyzikální vlastnosti. Pro elektromagnetické vlnění se často používá také termín **elektromagnetické záření**.

Podle vlnové délky (resp. frekvence) elektromagnetického vlnění lze rozlišit několik druhů elektromagnetického záření. Přehledně jsou všechny druhy vyznačeny ve spektru elektromagnetického záření (viz tab. 3). Hranice mezi jednotlivými druhy elektromagnetického záření není ostrá, přechody jsou plynulé nebo se oblasti jednotlivých druhů záření i překrývají.

Rozsah vlnových délek	Druh záření	Zdroj v přírodě	Umělý zdroj

$\lambda < 10^{-12}$ m	záření gama	reakce elementárních částic	betatrony, cyklotrony, reaktory
		děje v jádře atomu	
$\lambda \in \langle 10^{-12}; 10^{-11} \rangle$ m	rentgenové záření tvrdé		
		děje v elektronovém obalu atomu	
$\lambda \in \langle 10^{-11}; 10^{-10} \rangle$ m	rentgenové záření měkké		
			výboj v plynu, elektrický oblouk, jiskra
$\lambda \in \langle 10^{-10}; 10^{-9} \rangle$ m	rentgenové záření mezní		
$\lambda \in \langle 10^{-9}; 10^{-8} \rangle$ m	ultrafialové záření vakuové		
$\lambda \in \langle 10^{-8}; 10^{-7} \rangle$ m	ultrafialové záření blízké		
$\lambda \in \langle 10^{-7}; 10^{-6} \rangle$ m	světlo		
		kmity molekul	rozžhavená vlákna
$\lambda \in \langle 10^{-6}; 10^{-5} \rangle$ m	infračervené záření mikrovlnné		
$\lambda \in \langle 10^{-5}; 10^{-4} \rangle$ m	infračervené záření vzdálené		
		reakce molekul	
$\lambda \in \langle 10^{-4}; 10^{-1} \rangle$ m	mikrovlny		tepelné zdroje
		kmitavý pohyb elektronů	
$\lambda \in \langle 10^{-1}; 10 \rangle$ m	televizní a rozhlasové vlny s frekvenční modulací (VKV)		elektronické oscilátory
$\lambda \in \langle 10; 10^{2} \rangle$ m	rozhlasové vlny s amplitudovou modulací (KV)	atmosférické výboje	
$\lambda \in \langle 10^{2}; 10^{3} \rangle$ m	rozhlasové vlny s amplitudovou modulací (SV)		
			elektrické obvody
$\lambda \in \langle 10^{3}; 10^{4} \rangle$ m	rozhlasové vlny s amplitudovou modulací (DV)		
$\lambda > 10^{4}$ m	nízkofrekvenční vlny; technické frekvence		

tab. 3

4.4.1.1 | Radiové záření

Nejdelší vlnovou délku má **radiové záření**.

4.4.1.2 | Infračervené záření

Infračervené záření zaujímá oblast mezi nejkratšími radiovými vlnami ($\lambda = 10^{-3}\,\mathrm{m}$) a světlem ($\lambda > 790\,\mathrm{nm}$). Zdrojem infračerveného záření jsou tělesa zahřátá na vysokou teplotu. Při pohlcování infračerveného záření probíhá tepelná výměna a ozářené těleso se zahřívá.

Např. infrazářič - jeho topná spirála hřeje, ale nesvítí.

Pro infračervené záření platí stejné zákony jako pro světlo, což umožňuje konstrukci optických soustav, v nichž se používají optické prvky (čočky, ...) zhotovené ze speciálních materiálů (*NaCl*, ...). Díky tomu, že infračervené záření vyzařují prakticky všechna tělesa, lze použít infračervený dalekohled i k pozorování ve tmě. Infračervené záření také snadněji proniká zakaleným prostředím (mlha, atmosféra Země, ...) než světlo. Známé jsou např. snímky povrchu Země pořízené meteorologickými družicemi.

4.4.1.3 | Světlo

Světlo zaujímá ve spektru elektromagnetického záření

jen úzkou oblast o celkové šířce asi 400 nm. Pro člověka má rozhodující význam jako zdroj informací o světě.

4.4.1.4 | Ultrafialové záření

Ultrafialové záření je elektromagnetické záření o vlnové délce kratší, než má světlo fialové barvy. Jeho nejkratší vlnové délky zasahují do oblasti rentgenového záření $\lambda \approx 10\,\mathrm{nm}$.

Pro oko je toto záření neviditelné, ale na zrakový orgán působí škodlivě. Proto je nutné chránit oči před jeho účinky brýlemi se speciálními skly.

V nejjednodušším případě stačí obyčejné sklo, které UV záření pohlcuje.

Ozáření pokožky vyvolává vznik ochranného pigmentu, což se projevuje při opalování zhnědnutím. Na ozáření tělo reaguje produkcí vitamínu D. Velké dávky ultrafialového záření však lidskému organismu škodí. Je prokázán vliv ultrafialového záření na vznik rakoviny kůže. Ultrafialové záření ale ničí choroboplodné mikroorganismy. Proto se používá při sterilizaci a dezinfekci.

Zdrojem UV záření jsou tělesa zahřátá na vysokou teplotu (Slunce, elektrický oblouk, ...) nebo speciální výbojky naplněné párami rtuti (horské sluníčko). Obyčejné (tzv. draselné sklo) však UV záření pohlcuje. Proto se výbojky zhotovují ze skla křemenného. Také atmosféra toto záření velmi silně pohlcuje. Ve vysokých vrstvách

atmosféry toto záření způsobuje ionizaci vzdušného kyslíku, což je příčinou vzniku ozónu.

Některé sloučeniny fluoru (tzv. freony), které se dostávají do ovzduší při některých výrobních procesech nebo při používání sprejů, se s ozónem v atmosféře slučují. Tím se atmosféra ve velkých výškách trvale zbavuje ozónu a její schopnost pohlcovat UV záření se snižuje. V atmosféře vznikají ozónové díry, jimiž v některých místech proniká UV záření ve větší míře až k povrchu Země a ohrožuje zdraví lidí. Proto je třeba zamezit unikání freonů do ovzduší.

4.4.1.5 | Rentgenové záření

Rentgenové záření je elektromagnetické záření, jehož vlnové délky leží v intervalu $\left\langle 10^{-12};10^{-8}\right\rangle \mathrm{m}$. Vzniká při přeměně energie rychle se pohybujících elektronů, které dopadají na povrch kovové elektrody, na energii elektromagnetického záření. Podle vlnové délky se rozlišuje:

1. měkké rentgenové záření - vlnová délka je větší;
2. tvrdé rentgenové záření - vlnové délka (a tedy i vlastnosti) se blíží záření γ.

Záření s menší vlnovou délkou má větší frekvenci a proto má i větší energii.

Rentgenové záření objevil v roce 1895 německý fyzik

W. C. Röntgen (1845 - 1923) při studiu výbojů v plynech. Zjistil, že při dopadu katodového záření (proud elektronů urychlených elektrickým polem) na kovovou anodu vzniká záření, které proniká i neprůhlednými předměty. Röntgen provedl řadu pokusů, jimiž zjistil vlastnosti tohoto neznámého záření, tehdy zvaného „paprsky *X*“.

Zjistil např. že emulze fotografické desky zabalené do černého papíru a umístěné v blízkosti výbojové trubice po vyvolání zčernala. Nestalo se tak, když na desku položil kovový předmět. Tímto způsobem Röntgen vytvořil první rentgenový snímek ruky. Za své objevy obdržel v roce 1901 první Nobelovu cenu za fyziku. Až v roce 1912 se ale zjistilo, že průchodem rentgenového záření krystalem vzniká ohybový obrazec. Tím bylo dokázáno, že paprsky *X* tvoří vlnění o velmi malé vlnové délce.

Podle způsobu vzniku rentgenového záření se rozlišuje:

1. brzdné záření - vzniká jako důsledek zpomalování pohybu elektronů, které dopadají velkou rychlostí na povrch kovu. Změna rychlosti elektronů, brzdění jejich pohybu vzájemným působením s atomy kovu má za následek vyzařování elektromagnetických vln, jejichž frekvence se spojitě mění. Proto je spektrum brzdného záření spojité.
2. charakteristické záření - souvisí se změnami energie atomů kovu, které ji získaly působením dopadajících elektronů. Toto

spektrum je čárové.

4.4.1.5.1 | ***Vznik, vlastnosti, použití

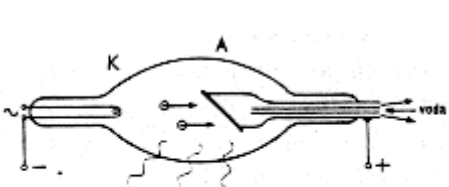
Jako zdroj rentgenového záření se používá speciální trubice - **rentgenka** (obr. 214). Její základní části jsou katoda *K* (obvykle žhavená), která emituje elektrony, a anoda *A* zhotovená z wolframu. Mezi katodou a anodou je velký potenciálový rozdíl ($10 - 400\ \mathrm{kV}$), takže se emitované elektrony pohybují se značným zrychlením. Velkou rychlostí dopadají na plochu anody a vzniká rentgenové záření. Vzhledem k tomu, že se anoda při tom silně zahřívá, je třeba ji za provozu chladit - vodou, otáčením anody, ...

Malá vlnová délka rentgenového záření a jeho „tvrdost" určuje základní vlastnosti tohoto záření: schopnost pronikat látkami, působit na fotografickou emulzi, vyvolat ionizaci látky, kterou záření prochází.

Prochází-li toto záření látkou, pohlcuje se a jeho energie se mění ve vnitřní energii látky. Pohlcování záření značně závisí na protonovém čísle *Z* chemického prvku, kterým je látka tvořena. Čím vyšší protonové číslo *Z* prvek má, tím více záření pohlcuje, čehož se hojně využívá v lékařství, v průmyslu, ...

Např. v lidském těle se pohlcuje záření 150krát více v kostech, složených z fosforečnanu vápenatého, než ve svalech, jejichž převažující složkou je voda. Proto se na

rentgenovém snímku jeví kosti světlejší (pohltily více záření) než tkáně. Na podobném principu je založena rentgenová defektoskopie, pomocí níž se zjišťují skryté vady v kovových výrobcích (dutiny v odlitcích, ...).



Obr. 214

Praktické využití má také ohyb rentgenového záření. Ten nastává na krystalové mřížce pevné látky, u níž jsou vzájemné vzdálenosti atomů srovnatelné s vlnovou délkou rentgenového záření. Při ohybu na monokrystalu má ohybový obrazec podobu soustavy plošek pravidelně rozmístěných kolem centrální plošky. Při ohybu na polykrystalické látce je ohybový obrazec tvořen soustavou soustředných kroužků. Studiem těchto ohybových obrazců se zabývá rentgenostrukturní analýza, pomocí níž lze zkoumat vnitřní strukturu látek.

4.4.1.6 | Záření gama

Záření γ má ještě kratší vlnovou délku než rentgenové záření a jeho zdrojem jsou tělesa, v jejichž

atomových jádrech probíhají radioaktivní přeměny. Proto se jím budeme zabývat v učivu jaderné fyziky.

4.4.2 | Přenos energie zářením

Každý zdroj elektromagnetického záření vyzařuje do okolního prostoru energii.

Např. žárovka svítí a světlo (ale i značná část tepla) se šíří do okolního prostoru; ...

Účinek záření ale vnímáme až při jeho dopadu na povrch tělesa.

Těleso je osvětleno a můžeme ho vidět zrakem. Přiložíme k žárovce ruku a cítíme teplo. Dopadne-li světlo na citlivou vrstvu filmu, projeví se účinek záření tím, že negativ při vyvolání v osvětlených místech zčerná.

Vyzařování energie v podobě světla lze posoudit:

1. subjektivně - na základě účinků světla na zrak; popisujeme pomocí fotometrických veličin;
2. objektivně - tj. za použití vhodných měřících přístrojů; popisujeme pomocí radiometrických veličin.

4.4.2.1 | Fotometrické veličiny

Fotometrické veličiny, které jsou historicky starší než

veličiny radiometrické, jsou omezeny pouze na záření viditelné lidským okem. Jsou definovány podle citlivosti lidského oka a jsou tudíž závislé na barevném složení zkoumaného záření (lidské oko je nejcitlivější na žlutozelené světlo o vlnové délce 555 nm). Tyto veličiny v podstatě nemají fyzikální smysl.

Jedná se o veličiny, které mají v názvu „světlo“.

Abychom mohli korektně definovat fotometrické veličiny (tj. popsat světlo z hlediska jeho vnímání lidskými okem), je nutné definovat standardního pozorovatele, tj. průměrného člověka a jeho vidění. V této souvislosti se tedy definuje průměrná citlivost lidského zraku na světlo skládající se ze světel různých vlnových délek. Citlivost lidského oka za běžného denního světla je však výrazně jiná než citlivost při nočním vidění. Proto byly definovány dvě standardní citlivosti:

1. fotopická citlivost - definovaná pro běžné denní světlo (fotopické vidění) a je proto dána citlivostí čípků na sítnici oka;
2. skotopická citlivost - definovaná pro noční vidění (skotopické vidění) a tedy je dána citlivostí tyčinek na sítnici oka.

Čípky jsou totiž citlivé na světla různých barev, a proto se více uplatňují při denním vidění. Tyčinky, které jsou citlivé pouze na intenzitu dopadajícího světla, se uplatňují při nočním vidění (skotopické vidění).

Fotopická citlivost a skotopická citlivost se liší zejména

průměrem duhovky lidského oka. Při fotopickém vidění je otvor v duhovce menší, zatímco při skotopickém vidění je tento otvor zvětšený.

Duhovka má analogický význam jako clona ve fotoaparátu: koriguje množství světla, které dopadá na světlocitlivou vrstvu (u oka je to sítnice, u fotoaparátu je to fotografický film nebo CCD panel).

Pro všechny fotometrické veličiny a jejich jednotky, které popisují světlo, se používá pouze fotopická citlivost oka.

Mezi fotometrické veličiny patří:

1. světelný tok - vztahuje se k přenosu světla prostorem;
2. svítivost - vyjadřuje vlastnost zdroje světla;
3. osvětlení - určuje účinky světla při jeho dopadu na povrch tělesa.

Definovat fotometrické veličiny můžeme v různém pořadí. Bylo by logické začít s definicí svítivosti, neboť ta se udává v kandelách patřících do základních jednotek soustavy SI. Svítivost se ale definuje pomocí světelného toku, takže je stejně logické začít definice fotometrických veličin světelným tokem. Tento přístup je logičtější a snáze se vysvětlí souvislosti s ostatními fotometrickými veličinami.

SVĚTELNÝ TOK Φ VYJADŘUJE INTENZITU ZRAKOVÉHO VJEMU NORMÁLNÍHO OKA, VYVOLANÉHO ENERGIÍ SVĚTELNÉHO ZÁŘENÍ, KTERÉ PROJDE ZA JEDNOTKU ČASU URČITOU

PLOCHOU V PROSTORU, KTERÝM SE SVĚTLO ŠÍŘÍ. $[\Phi]=\mathrm{lm}$ **(LUMEN).**

Jinými slovy, světelný tok udávaný v lumenech odpovídá zářivému toku udávanému ve wattech s tím, že je zahrnuta do úvahy citlivost lidského oka na jednotlivá světla barevného spektra.

Žárovka s výkonem 100 W vyzařuje těchto 100 W ve formě elektromagnetického záření (celkový vyzářený výkon všech druhů elektromagnetického záření je 100 W), ale ve formě světelného záření září méně. Může zářit i např. 0 lm, pokud se jedná o infračervenou žárovku vyzařující záření, na které lidské oko není citlivé. Okem neviditelné záření se tedy do světelného toku nepočítá!

Svítivost I je základní fotometrická veličina; $[I]=\mathrm{cd}$ (kandela). Jednotka svítivosti 1 kandela odpovídá přibližně svítivosti obyčejné svíčky. Žárovka o příkonu $100\,\mathrm{W}$ má svítivost asi $200\,\mathrm{cd}$.

Kandela patří mezi základní jednotky soustavy SI. Fotometrické veličiny sice nemají příliš velký fyzikální význam, a proto by kandela toto „výsadní postavení“ patřit do základních jednotek soustavy SI mít neměla, ale nějaká jednotka z fotometrických veličin mezi základními být musí. Jinak by nebylo možné vyjádřit další jednotky fotometrických veličin.

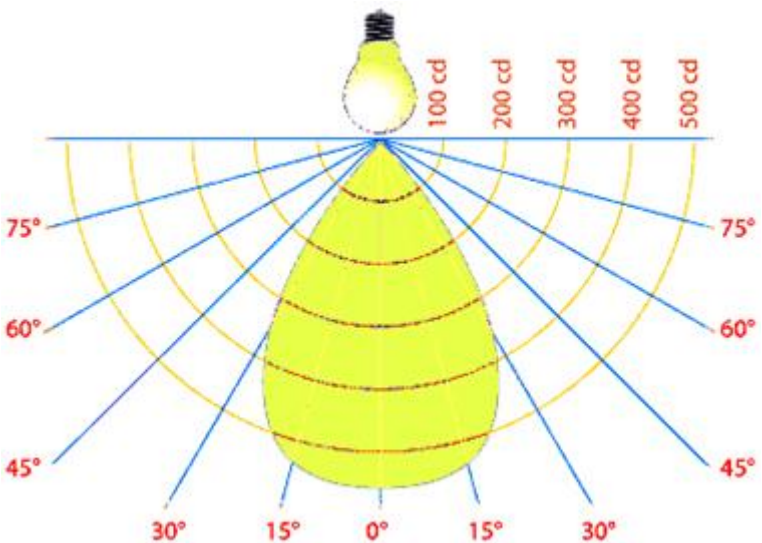
SVÍTIVOST BODOVÉHO ZDROJE V DANÉM

SMĚRU LZE DEFINOVAT JAKO PODÍL SVĚTELNÉHO TOKU $\Delta\Phi$ VYZÁŘENÉHO ZDROJEM V TOMTO SMĚRU DO MALÉHO PROSTOROVÉHO ÚHLU $\Delta\Omega$ A VELIKOSTI TOHOTO PROSTOROVÉHO ÚHLU:

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}.$$

(1)

Svítivost tedy vyjadřuje rozdělení světelného toku do různých směrů, do kterých vyzařuje zdroj světla.



Obr. 215

Svítivost si můžeme také představit jako soubor

vektorů vycházejících ze zdroje světla, jejichž velikosti v daném směru odpovídají svítivosti v daném směru. Koncové body těchto vektorů vytvoří tzv. plochu svítivosti, z níž většinou pro praktické účely stačí znát pouze její řez některou rovinou procházející světelným zdrojem (např. rovina procházející osou souměrnosti zdroje, ...). Tento řez se nazývá čára svítivosti (resp. diagram svítivosti - viz obr. 215).

Tímto způsobem lze popsat vyzařování světla světelných zdrojů do různých směrů, neboť světelné zdroje nesvítí obvykle do všech směrů stejně.

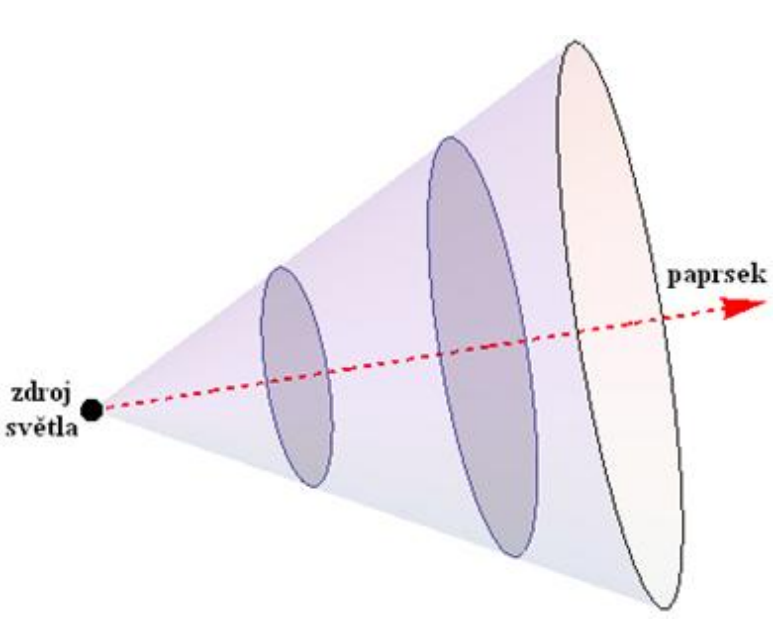
Např. reflektory automobilů svítí velmi silně směrem dopředu a pak velmi málo do stran.

Proto je nutné znát tzv. diagram svítivosti (viz obr. 215), který vyjadřuje, jaká část světelného toku je daným zdrojem vyzařována do daného směru. Z obr. 215 je zřejmé, že přímo ve směru osy (tj. do úhlu $0°$) má žárovka svítivost přibližně 550 cd, do úhlu $15°$ je její svítivost zhruba 520 cd a do úhlu $30°$ přibližně 300 cd. Do úhlu většího, než je $30°$ na obě strany od osy žárovky, je její svítivost téměř nulová (resp. pouze zbytková).

Svítivost tedy udává jakousi hustotu světelných paprsků v závislosti na konkrétním směru. Hodnota svítivosti (tj. hustota paprsků) se nijak nemění se změnou vzdálenosti od světelného zdroje, tj. zůstává stále stejná. Tuto skutečnost názorně zobrazuje obr. 216.

Světelný tok (resp. světelný výkon) je pak dán

součinem této „hustoty paprsků“ (tj. svítivosti) a úhlu, do kterého byly paprsky vyzářeny. V analogii paprsků představuje světelný tok celkový počet paprsků.



Obr. 216

Typické hodnoty svítivosti některých zdrojů světla jsou uvedeny v tab. 4.

Zdroj světla	**Svítivost**
LED	0,005 cd
svíčka	1 cd
100 W žárovka	135 cd
reflektory automobilu (směrem dopředu)	100000 cd

fotografický blesk (maximální hodnota)	1000000 cd

tab. 4

Fotometrická veličina, která je již závislá na vzdálenosti osvětlené plochy od zdroje světla, je osvětlení.

OSVĚTLENÍ *E* ZÁVISÍ NA ČÁSTI SVĚTELNÉHO TOKU $\Delta\Phi$, KTERÝ DOPADÁ KOLMO NA PLOCHU O OBSAHU ΔS. JE DEFINOVÁNO VZTAHEM

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S};$$

(2)

$[E] = 1\text{lx}$ **(LUX).**

Ze zkušenosti víme, že osvětlení plochy se s rostoucí vzdáleností této od zdroje světla rychle zmenšuje. Závisí i na úhlu α, pod nímž světlo na danou plochu dopadá (viz obr. 218). Nejlépe je osvětlena plocha, na kterou dopadají světelné paprsky kolmo. Jsou-li paprsky s plochou rovnoběžné, osvětlení plochy je nulové.

Uvědomíme-li si, že element prostorového úhlu $\Delta\Omega$ je definován vztahem

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2},$$

(3)

můžeme osvětlení definované vztahem (2) vyjádřit ve tvaru $E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega . r^2}$. Použijeme-li ještě definiční vztah svítivosti

(1), můžeme pro **KOLMÉ** osvětlení dané plochy ve vzdálenosti *r* od zdroje psát ve tvaru

$$E = \frac{I}{r^2}.$$

(4)

Budeme-li chtít do našich úvah zahrnout i úhel α, pod kterým dopadají paprsky na uvažovanou plochu ΔS, je nutné analyzovat situaci podle obr. 219. Plocha ΔS, na kterou dopadá světlo pod obecným úhlem α, se jeví zdánlivě větší, než plocha $\Delta S'$, na níž dopadá světlo kolmo. Pro plochu $\Delta S'$ tedy můžeme psát

$$\Delta S' = \Delta S \cos\alpha.$$

(5)

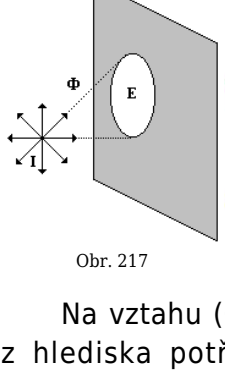
Vzhledem k tomu, že na plochu $\Delta S'$ dopadají paprsky kolmo, převedli jsme obecný případ dopadu světla na určitou plochu na případ kolmého dopadu světla na jinou plochu. A to již umíme řešit.

Zahrnutím vztahu (5) do vztahů (2) a (3) získáme pro osvětlení *E* dané plochy ve vzdálenosti *r* od zdroje světla se svítivostí *I*, na kterou dopadají paprsky pod úhlem α, vztah

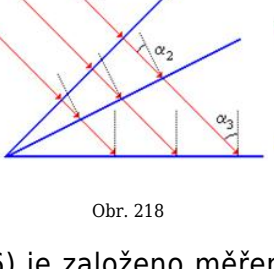
$$E = \frac{I \cos\alpha}{r^2}.$$

(6)

I zde stejně jako v jiných částech optiky je úhel α úhel mezi dopadajícím paprskem a kolmicí dopadu vztyčenou v místě dopadu paprsku.



Obr. 217



Obr. 218



Obr. 219

Na vztahu (6) je založeno měření osvětlení, které je z hlediska potřeb praxe nejdůležitější fotometrickou veličinou. K měření se obvykle používají přístroje založené na přímé přeměně energie elektromagnetického záření v elektrickou energii (tzv. fotoelektrický jev).

Samostatný přístroj pro měření osvětlení se nazývá **luxmetr**. Často je však čidlo při měření osvětlení (resp. světelného toku) zabudováno do optických přístrojů (fotografické přístroje, videokamery, ...). Dostatečné osvětlení patří k základním požadavkům na hygienu práce a jeho hodnota je stanovena normami.

Např. ke čtení je nutné osvětlení 500 lx, rýsování (montáž drobných objektů, ...) vyžaduje 1500 lx, k osvětlení schodiště stačí 15 lx. Slunce za jasného dne dokáže způsobit osvětlení až 50000 lx, svíčka ve vzdálenosti 30 cm dává osvětlení 10 lx, ...

Citlivost oka je značná a je schopno rozlišit předměty již při osvětlení 3.10^{-5} lx.

Veličina, která se nejvíce blíží tomu, co v běžném životě chápeme jako *jas*, je **luminance** *L*.

LUMINANCE L JE DEFINOVÁNA JAKO PODÍL ČÁSTI SVĚTELNÉHO TOKU $\Delta\Phi$ DOPADAJÍCÍ NA PLOCHU ΔS V PROSTOROVÉM ÚHLU $\Delta\Omega$ POD ÚHLEM α A TÉTO PLOCHY ΔS, TOHOTO PROSTOROVÉHO ÚHLU $\Delta\Omega$ A KOSINU ÚHLU α. PLATÍ TEDY VZTAH

$$L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S.\Delta\Omega.\cos\alpha};$$

(7)

$[L] = \mathrm{lm.sr^{-1}m^{-2}} = \mathrm{cd.m^{-2}}$.

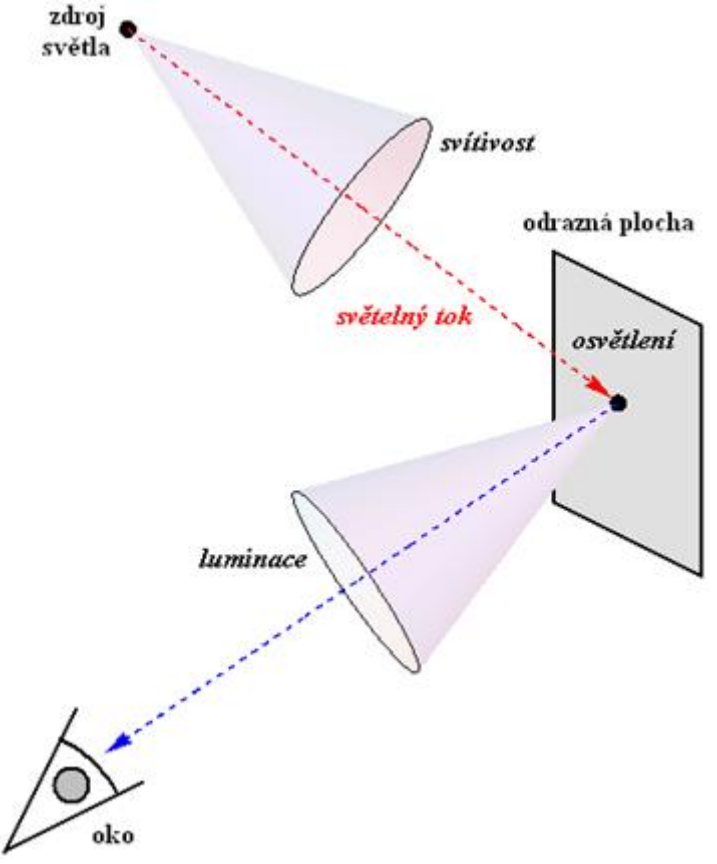
S využitím definičního vtahu (1) svítivosti *I* lze vztah (7) vyjádřit v ekvivalentním tvaru

$$L = \frac{\Delta I}{\Delta S.\cos\alpha}.$$

(8)

Luminance je tedy vlastně jakási „síla“ světla odraženého od plochého difúzního předmětu (papír, plátno, ...) nebo vyzářeného plochým zdrojem světla (televize, monitor, ...). Udává tedy svítivost uvedeného „zdroje“ světla (odrazná deska nebo plochý zdroj světla) s plochou o obsahu $1\,\mathrm{m^2}$. Zajímá nás tedy jen „hustota světelných paprsků“ (tj. svítivost) vztažená na obsah plochy a ne „počet světelných paprsků“ (tj. světelný tok).

Schématicky je znázorněn vztah fotometrických veličin na obr. 220.



Obr. 220

Typické hodnoty luminance jsou uvedeny v tab. 5, níž jsou hodnoty pro různé druhy papíru uvedeny při osvětlení 400 lx.

Situace	$\frac{L}{\mathrm{cd.m^{-2}}}$
povrch Slunce	1650000000
slunná pláž	15000
40 W zářivka	5000
bílý papír (odrazivost 0,8)	50
šedý papír (odrazivost 0,4)	25
černý papír (odrazivost 0,04)	2,5

tab. 5

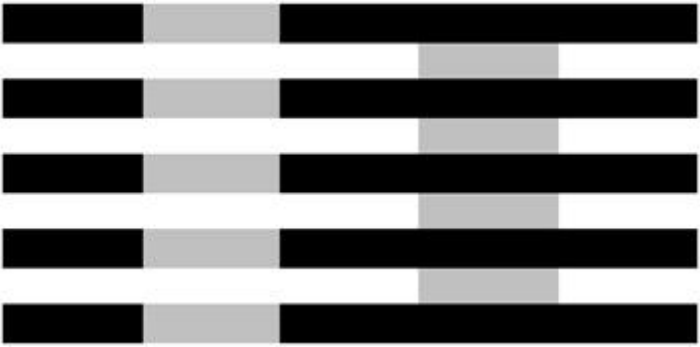
Poslední veličinou, která patří mezi fotometrické veličiny a která poskytuje doplňující pohled na běžně užívaný pojem *jas*, je veličina **brightness**.

Brightness je subjektivní dojem, který v člověku vyvolává pozorování předmětu, který má určitou luminanci. Brightness se často zaměňuje s luminancí, ale tyto dvě veličiny je nutné odlišovat. Daná luminance totiž může vyvolávat různé dojmy brightness.

To znamená, že z těchto dvou veličin, které obě patří mezi subjektivní veličiny, je luminance „objektivnější“.

Brightness závisí na aktuálním stavu lidského oka (stav duhovky, velikost vstupní pupily, …), ale i na kontextu a okolí pozorovaného předmětu (tmavý předmět pozorovaný na světlém pozadí se zdá tmavší, …). Na tomto principu je založena i celá řada optických klamů. Jeden z nich je zobrazen na obr. 221: šedé obdélníky v černých

pruzích se zdají světlejší, než tou samou barvou nakreslené obdélníky v bílých pruzích. Všechny šedé obdélníky přitom mají stejnou luminanci.



Obr. 221

V barevném prostoru RGB modelu může být brightness vypočítán jako aritmetický průměr μ hodnot červené souřadnice *R*, zelené souřadnice *G* a modré souřadnice *B*. Tedy platí

$$\mu = \frac{R+G+B}{3}.$$

(9)

Ačkoliv by se mohlo zdát, že μ je absolutní číslo, je nutné si uvědomit, že barevný prostor RGB je relativní. Proto i číslo vypočítané na základě relativních barevných souřadnic je relativní.

Pro představu uvedeme konkrétní příklad:

Běžná žárovka s výkonem 100 W má světelný výkon (světelný tok) zhruba 1700 lm. Znamená to, že celkový světelný tok vyzařovaný všemi směry je 1700 lm. Tato žárovka má tedy svítivost $\frac{1700}{4\pi}\,\mathrm{cd} \doteq 135\,\mathrm{cd}$ za předpokladu, že svítí všemi směry stejně. To ovšem není pravda, neboť směrem k patici žárovky vyzařuje méně světla, než na opačnou stranu. Právě vypočítaná hodnota svítivosti je tedy průměrná svítivost - směrem k patici bude nižší, směrem opačným bude vyšší.

Pokud tato žárovka osvětluje kolmo předměty ve vzdálenosti 2 metry od ní, je jejich osvětlení $\frac{135}{2^2}\,\mathrm{lx} \doteq 34\,\mathrm{lx}$, což je hodnota velmi malá (zhruba osvětlení chodby, aby člověk viděl na schody, na čtení je to málo). Pokud bude touto žárovku v uvedené vzdálenosti osvětlován bílý papír s odrazivostí 0,8, bude jeho luminance přibližně $4,3\,\mathrm{cd.m^{-2}}$.

4.4.2.2 | Radiometrické veličiny

Radiometrické veličiny se používají i u druhů elektromagnetického záření, které nelze vnímat lidským okem.

Radiometrické veličiny jsou tedy definovány pro všechny druhy elektromagnetického záření.

Radiometrické veličiny odpovídají těmto veličinám

fotometrickým:

1. světelnému toku odpovídá **zářivý tok**;
2. svítivosti odpovídá **zářivost**;
3. osvětlení odpovídá **intenzita ozařování**.

ZÁŘIVÝ TOK Φ_e PŘEDSTAVUJE ENERGII VYZÁŘENOU ZDROJEM ZA JEDNOTKU ČASU. JE URČEN VZTAHEM $\Phi_e = \frac{\Delta E}{\Delta t}$, KDE ΔE JE ENERGIE VYZÁŘENÁ ZDROJEM ZA DOBU Δt; $[\Phi_e] = J.s^{-1} = W$.

Ideální bodový zdroj světla vyzařuje zářivý tok rovnoměrně všemi směry. Pro skutečné zdroje to ale neplatí. Často je nutné vědět, jakou energii zdroj vysílá do určité části prostoru. Proto zavádíme **zářivost** I_e:

ZÁŘIVOST I_e JE DEFINOVÁNA JAKO PODÍL ZÁŘIVÉHO TOKU $\Delta\Phi_e$ A VELIKOSTI PROSTOROVÉHO ÚHLU $\Delta\Omega$, DO KTERÉHO JE TENTO TOK VYZAŘOVANÝ:

$$I_e = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta\Omega};$$

(10)

$[I_e] = W.sr^{-1}$.

Poslední radiometrickou veličinou je intenzita vyzařování:

INTENZITA VYZAŘOVÁNÍ (RESP. INTENZITA OZAŘOVÁNÍ) M_e JE DEFINOVÁNA JAKO PODÍL

ZÁŘIVÉHO TOKU $\Delta\Phi_e$, KTERÝ JE VYSÍLÁN Z PLOCHY ZDROJE (RESP. DOPADÁ NA PLOCHU POVRCHU TĚLESA) O PLOŠNÉM OBSAHU ΔS, A TOHOTO OBSAHU:

$$M_e = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta S};$$

(11)

$[M_e] = \mathrm{W.m^{-2}}$.

4.4.3 | Elektromagnetické záření látek

Z praxe víme, že baňka svítící žárovky je ohřátá na značnou teplotu, zatímco trubice zářivky je chladná. Rozdíl spočívá v odlišných fyzikálních dějích, kterou jsou příčinou vzniku světla nebo i jiných druhů elektromagnetického záření.

Příčinou záření vlákna žárovky je děj, při němž atomy vlákna žárovky získávají vlivem tepelného pohybu vyšší energii a tu pak vyzařují v podobě energie elektromagnetického záření. Záření takto vzniklé se označuje jako **tepelné záření**. Vyzařují ho všechna tělesa a vlnové délky tepelného záření závisí na teplotě tělesa.

Tělesa záření ale nejen vyzařují, ale i pohlcují. Tím se mění jejich vnitřní energie. Probíhá tepelná výměna mezi tělesem, které má vyšší teplotu, a tělesem, které má nižší

teplotu. Zároveň klesá teplota teplejšího tělesa. Naopak chladnější těleso tepelné záření pohlcuje a jeho vnitřní energie se zvětšuje. To je spojeno se zvýšením teploty tělesa. Pohltí-li těleso za určitou dobu tolik tepelného záření, kolik ji samo za tuto dobu vyzáří, nastává rovnovážný stav. Tomu odpovídá určitá teplota tělesa.

Např. topná spirála (těleso) elektrického vařiče. Neprochází-li spirálou elektrický proud, je spirála v rovnovážném stavu se svým okolím a má s ním tedy i stejnou teplotu. Při zvětšování proudu se zvyšuje teplota spirály a ta vyzařuje do okolí infračervené záření (přiblížíme-li k ní dlaň, bude záření dlaní pohlcováno a dlaň se bude ohřívat). Další zvýšení proudu má pak za následek, že spirála vyzařuje nejen infračervené záření, ale i viditelné světlo. Po vypnutí elektrického proudu, spirála vyzařuje energii dále, ale zároveň dochází ke snižování její teploty, až se vyrovná s teplotou okolí.

Z právě uvedeného praktického příkladu je možné učinit tento závěr:

S ROSTOUCÍ TEPLOTOU TĚLESA KLESÁ VLNOVÁ DÉLKA (RESP. ROSTE FREKVENCE) VYZAŘOVANÉHO TEPELNÉHO ZÁŘENÍ.

Vyzařování tepelného záření závisí ale také na schopnosti tělesa záření pohlcovat nebo vyzařovat.

U zářivky, kterou jsme v úvodu tohoto odstavce srovnávali se žárovkou, je příčinou vzniku světla výboj v plynu. Atomy získávají větší energii působením elektrického pole. Proto při tomto ději nevzniká tepelné

záření a trubice zářivky svítí, i když je chladná. Při výboji v zářivce vzniká záření ultrafialové, které není viditelné lidským okem. Toto záření ale dopadá na vrstvu, kterou je pokryta vnitřní stěna trubice a vyvolává její viditelné záření. Toto vyzařování se nazývá **luminiscence**: záření o kratší vlnové délce vyvolává v látce určitého složení vznik záření o delší vlnové délce.

Tedy např. ultrafialové záření vyvolává světlo viditelné lidským okem.

Látky, u nichž nastává luminiscence se nazývají **luminofory**. Jsou to hlavně pevné látky s příměsemi vytvářejícími tzv. luminiscenční centra (sulfidy ZnS, CdS, s příměsemi stříbra, mědi, ...).

Luminiscence se používá v optoelektronice (luminiscenční diody, stínítka obrazovek, ...). Existuje několik druhů luminiscence:

1. fotoluminiscence - luminiscence vyvolaná elektromagnetickým zářením (zářivka, ...);
2. elektroluminiscence - luminiscence vyvolaná elektrickým polem (luminiscenční dioda, ...);
3. katodoluminiscence - luminiscence vyvolaná dopadajícími elektrony.

4.4.4 | Záření absolutně černého

tělesa

Vyzařování tepelného záření různými tělesy je ovlivněno jeho schopností nejen záření vyzařovat, ale i pohlcovat a odrážet. Pro snadnější a přesnější popis záření zdrojů se zavádí fyzikální abstrakce - **absolutně černé těleso**. Jeho název dopovídá tomu, že černé těleso dokonale pohlcuje veškerou energii, která na těleso dopadá. Nedochází k žádnému odrazu záření, takže za nízké teploty se nám jeví toto těleso dokonale černé.

Poměrně dobrým modelem absolutně černého tělesa je dutina, jejíž vnitřní povrch tvoří matná černá plocha. Pronikne-li otvorem dovnitř elektromagnetické záření, při opakovaných odrazech od stěn dutiny se veškerá energie záření pohltí. Otvor dutiny se tedy pak jeví jako černé těleso (viz obr. 222).

Černým tělesem není krabice, v níž je dutina zhotovená, ale samotný otvor, kterou dutinu pozorujeme.

Obecně je možné za černé těleso považovat všechna tělesa, která mají výrazně větší objem, než je povrch, kterým záření vyzařují do okolí. Proto lze za absolutně černé těleso považovat např. i Slunce.

Při určité teplotě T vyzařuje černé těleso do okolí elektromagnetické vlnění různých vlnových délek. Tato vlnění nemají stejnou intenzitu. Na obr. 223. je znázorněn

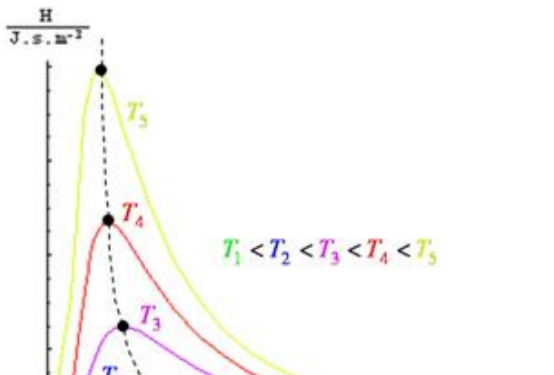
graf funkce $H = f(\lambda, T)$, na němž je vidět právě různá intenzita elektromagnetického záření v závislosti na vlnové délce. Veličina *H* se nazývá **spektrální hustota intenzity vyzařování** a určuje, jaká část celkové energie vyzářené zdrojem přísluší záření o vlnové délce λ při teplotě zdroje *T*.

Pokud použijeme místo přesného názvu *spektrální hustota intenzity vyzařování* nesprávný termín *intenzita záření*, neuděláme příliš velkou chybu. Důležité je si uvědomit, že při dané teplotě vyzařuje těleso záření **VŠECH** vlnových délek. Přitom ale záření s různou vlnovou délkou mají různou intenzitu.

Z grafu na obr. 223 je vidět, že při vyšší teplotě je celková vyzářená energie větší, tj. zvětšuje se plocha omezená grafem funkce $H = f(\lambda, T)$, přičemž největší hodnota *H* se posouvá ke kratším vlnovým délkám. Vlnová délka λ_{max} odpovídá záření, které má při dané teplotě největší intenzitu. Tím je vysvětlen poznatek, že při nižších teplotách (asi $600\,^{\circ}\mathrm{C}$) se zahřáté těleso jeví jako červené, při dalším zahřívání má barvu bílou (asi $1300\,^{\circ}\mathrm{C}$) a při ještě vyšších teplotách se barva tělesa mění v modrobílou. Bílá barva tělesa je dána tím, že v záření jsou zastoupeny všechny vlnové délky viditelné části spektra ve *správném* poměru. Při dalším zvyšování teploty se poruší tento poměr, a proto se nám těleso jeví modrobílé.



Obr. 222



Obr. 223

Na základě této skutečnosti je možné hovořit o **teplotě barvy** (**teplotě chromatičnosti**). Vyzařuje-li elektromagnetické záření jiné než absolutně černé (resp. černé) těleso, tj. těleso, které dopadající elektromagnetické vlnění pohlcuje jen částečně nebo selektivně (jen záření určité vlnové délky), hovoříme o **ekvivalentní teplotě barvy**. Ta je definována jako teplota absolutně černého tělesa, při které je tvar spektrální křivky aspoň přibližně ve viditelném spektrálním oboru elektromagnetického záření stejný jako tvar této křivky pro světelné záření uvažovaného tělesa.

Vrcholy křivek na obr. 223 leží na části rovnoosé hyperboly. To svědčí o tom, že vlnová délka λ_{max} odpovídající záření s největší intenzitou je nepřímo

úměrná termodynamické teplotě černého tělesa. Tuto závislost objevil na konci 19. století rakouský fyzik W. Wien (1864 - 1928) a nazýváme ji **Wienův posunovací zákon** (Wienův zákon posunu):

WIENŮV POSUNOVACÍ ZÁKON (WIENŮV ZÁKON POSUNU) JE VYJÁDŘEN VZTAHEM

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

(12)

KDE $b = 2{,}9.10^{-3}\,\mathrm{mK}$ **JE KONSTANTA.**

To znamená, že např. člověk při běžné teplotě $37\,^{\circ}\mathrm{C}$, která odpovídá termodynamické teplotě $310\,\mathrm{K}$, vyzařuje elektromagnetické záření s vlnovou délkou $\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2{,}9.10^{-3}}{310}\,\mathrm{m} = 9{,}35\,\mu\mathrm{m}$. A to odpovídá (jak se dalo předpokládat) tepelnému záření.

Fyzikové se rovněž pokoušeli nalézt vztah pro funkci $H = f(\lambda, T)$, která určuje tvar křivek na obr. 223 pro různé teploty. Na základě představ klasické fyziky však vycházelo, že by se podíl energie připadající na kratší vlnové délky měl stále zvětšovat. To je ovšem v rozporu s experimentálním zjištěním, že při $\lambda \ll \lambda_{max}$ černé těleso prakticky nevyzařuje. K tomuto závěru dospěli angličtí fyzikové lord Rayleigh a J. H. Jeans a rozpor se skutečným průběhem funkce se označuje jako „ultrafialová katastrofa“ (protože dával „katastrofální“ výsledky pro malé vlnové délky, tj. pro oblast ultrafialového záření).

Vlastnosti záření černého tělesa se podařilo objasnit až na začátku 20. století německému fyzikovi M. Planckovi (1858 - 1947). Musel ale zavést předpoklad, který byl z hlediska klasické fyziky nepochopitelný. Podle Planckovy teorie vyslovené v roce 1900 nevyzařuje černé těleso svoji energii spojitě, ale po určitých **kvantech**. Velikost těchto kvant závisí na frekvenci *f* záření vztahem $E = hf$, kde $h = 6{,}625.10^{-34}\ J.s$ je Planckova konstanta.

Tak dospěl vývoj fyziky k poznatku, který má obecnou platnost a je jednou ze základních myšlenek **kvantové fyziky**:

ENERGIE ELEKTROMAGNETICKÉHO ZÁŘENÍ JE VYZAŘOVÁNA NEBO POHLCOVÁNA JEN PO CELISTVÝCH KVANTECH ENERGIE *E*.

4.4.5 | Spektra látek

Látka může světlo vyzařovat nebo pohlcovat. Podle toho dělíme spektrum na:

1. emisní - spektrum vyzařované látkou
2. absorpční - vzniká průchodem polychromatického světla látkou, v níž je světlo některých vlnových délek pohlcen

Podle tvaru spektra lze spektrum rozdělit na:

1. čárové - spektrum, které je tvořeno navzájem oddělenými spektrálními čarami

Toto spektrum vytvářejí např. zářící páry sodíku;

v spektru lze spatřit jen dvojici spektrálních čar žluté barvy (tzv. dublet).

2. spojité - spektrum je tvořeno všemi vlnovými délkami z určitého intervalu

Spojité spektrum vytvářejí např. rozžhavené látky.

Prochází-li světlo složené ze všech vlnových délek např. sodíkovými čarami, pohltí se ze spojitého spektra světlo těch vlnových délek, která by sodík sám vyzařoval, a vznikne spektrum absorpční.

Charakter absorpčního spektra má i sluneční spektrum, které obsahuje řadu temných čar. Jejich původ lze vysvětlit tak, že záření z vnitřní vrstvy Slunce (fotosféry) prochází okrajovou chladnější chromosférou. Spektrum záření fotosféry je spojité, ale při průchodu chromosférou dochází k absorpci některých vlnových délek. V daných místech spektra se pak objevují temné Fraunhoferovy čáry. Částečně se na vzniku absorpčního spektra podílí i atmosféra Země.

Zvláštním druhem spektra je **pásové spektrum**, které je tvořeno velkým množstvím čar ležících v těsné blízkosti. Tyto skupiny čar tvoří charakteristické pásy, oddělené temnými úseky. Jeho zdrojem jsou zářící molekuly látek.

Záření, které látky vyzařují, je důležitým zdrojem informací o složení dané látky. Z tohoto hlediska se studiem záření zabývá **spektrální analýza**. Základním

přístrojem spektrální analýzy je **spektroskop**, který je založen na rozkladu světla. Podle způsobu rozkladu se rozlišuje:

1. hranolový spektroskop - rozklad se provádí pomocí hranolu;
2. mřížkový spektroskop - rozklad světla se provádí optickou mřížkou pomocí ohybu světla.

Spektrální analýza studuje chemické složení látek na základě poznatku, že poloha čar ve spektru přesně určuje obsah chemických prvků ve zkoumané látce. Analogicky je možné pomocí pásového spektra určovat přítomnost molekul v dané látce. Dále je možné na základě intenzity spektrálních čar stanovit i množství daného prvku (např. ve slitině kovu, ...). Tím se zabývá kvantitativní spektrální analýza.

Metody spektrální analýzy patří mezi nejcitlivější analytické metody určování hmotnosti (přesnost řádově $10^{-13}\ \mathrm{kg}$). Nejvíce se využívá ohyb světla na optické mřížce s velkým počtem vrypů na milimetr délky mřížky. Spektrální analýza má značný praktický význam - uplatňuje se při analýze složení v chemii, metalurgii, lékařství, potravinářství, kriminalistice, astronomii, ... Pomocí spektrální analýzy bylo zjištěno nejen složení Slunce a hvězd, ale lze také určit rychlost jejich pohybu.

4.5 | ***ZÁKLADY KOLORIMETRIE

4.5.1 | Vymezení barvy

Barva je mnohoznačný psychosenzorický, fyzikální a psychofyzikální pojem:

1. psychosenzorické (vjemové) hledisko - barva vyjadřuje vlastnost lidského zrakového vjemu, kterou se rozlišují dvě bezstrukturní části zrakového pole stejného tvaru a velikosti. Je to část zrakového vjemu, která zůstává, odmyslíme-li si z něho dojem prostorového rozložení, rozměrů a časové proměnnosti toho, co vidíme. Zpravidla je určena spektrálním složením světelného podnětu vstupujícího do oka. Vnímaná barva také závisí na vlastnostech a stavu zrakového orgánu pozorovatele, na podmínkách pozorování, ale i na psychickém stavu pozorovatele a jeho psychologii.
2. fyzikální (objektivní) hledisko - barva je charakterizována spektrálním složením barevného podnětu, tj. spektrálním složením světla emitovaného světelným zdrojem, prošlého tělesem nebo odraženého od jeho povrchu. Spektrální složení barevného světla,

které vystihuje, z jakých jednobarevných složek se dané světlo skládá, je objektivně zjistitelná a měřitelná fyzikální veličina (bez ohledu na zrakový orgán).

3. psychofyzikální hledisko - přihlíží se k vyhodnocování barevného podnětu barvocitlivými buňkami lidského zrakového orgánu. Při tomto přístupu se vyhodnocuje barevný podnět o určitém spektrálním složení podle citlivosti zrakového orgánu na barvy.

4.5.2 | Barva světla a barva tělesa

Barva světla (primárních světelných zářičů) je psychosenzorický pojem, jemuž odpovídá psychofyzikální pojem **barevnost** (chromatičnost). Naproti tomu barvu tělesa (sekundárních světelných zářičů) vystihuje psychofyzikální pojem **kolorita**.

To znamená, že barvu můžeme subjektivně vnímat jinak v závislosti na náladě, únavě, ..., i když je možné každou barvu objektivně fyzikálně jednoznačně popsat.

Barvivo pak značí barevnou látku. **Barevný podnět** je barevné světlo dopadající do oka.

Z fyzikálního hlediska je barevnost určena spektrálním složením zdrojem vysílaného světla. Fyzikální popis kolority je založen na barevnosti a relativní intenzitě světla odraženého povrchem tělesa nebo z tělesa vystupujícího.

Barvu světla a tělesa lze též posuzovat podle těchto vlastností:

1. tón barvy - určuje barevnost podle vlnové délky dominantního světla, které je v barvě zastoupené. Tón barvy je tedy určen tou vlnovou délkou monochromatického světla, které přispívá k danému světlu největším energetickým příspěvkem. Závislost intenzity daného světla na vlnové délce je zobrazena pro tří různé tóny barev (stejné sytosti barvy a stejného jasu barvy) na obr. 224. Barvy křivek neodpovídají barvě světel!

Tón barvy je tedy dán vlnovou délkou daného světla.

2. sytost barvy (čistota barvy) - je vlastnost zrakového vjemu, jež umožňuje posoudit účast čisté pestré barvy na celkovém vjemu. Sytost je tedy dána poměrem energií jednotlivých monochromatických světel zastoupených v dané barvě. Syté barvy neobsahují bílou složku (např. spektrální barvy, ...). Nesyté barvy bílou složku obsahují; málo sytá barva je tedy vlastně bílá barva s barevným nádechem. Sytost barvy je psychosenzorický pojem, které odpovídá psychofyzikálnímu pojmu čistota barvy. Průběh intenzity daného světla na vlnové délce různě sytých barev (stejného tónu

barvy a stejného jasu) je zobrazen na obr. 225. Málo syté barvy mají širší křivku, zatímco velmi syté barvy mají úzkou křivku.

Sytá barva tedy znamená, že tvořena málo světly (v ideálním případě jedním) - proto je její křivka úzká a barvu lze jednoznačně určit. Málo syté barvy mají křivku širokou, protože jsou složeny z více světel a je obtížné ve výsledném světle rozeznat jednu barvu (určit, které barvy je to odstín).

3. jas barvy - je integrálním energetickým parametrem světla a vyjadřuje součet všech energetických příspěvků jednotlivých monochromatických světel. Průběhy barev různého jasu (ale stejného tónu barvy a stejné sytosti barvy) jsou zobrazeny na obr. 226.

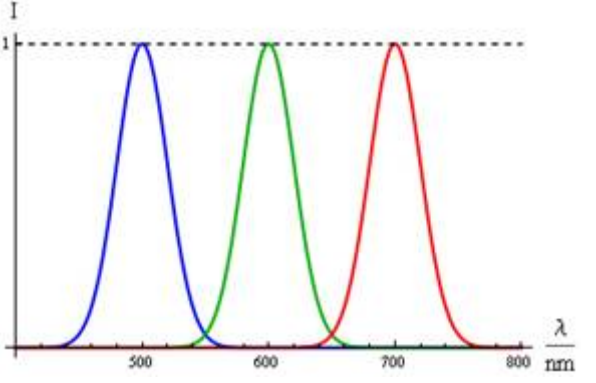
Jas je tedy dán hodnotou maxima křivky dané barvy: menší hodnota maxima znamená méně jasnou barvu.

Na pojem *jas světla* (resp. *jas barvy*) je třeba dávat pozor. V běžném kontextu (běžný popis předmětů, popis fotografií, úprava fotografií v grafických editorech, ...) lze *jas* považovat za subjektivní veličinu brightness. V případě hlubšího studia dané problematiky je nutné chápat *jas* jako měřitelnou veličinu luminance.

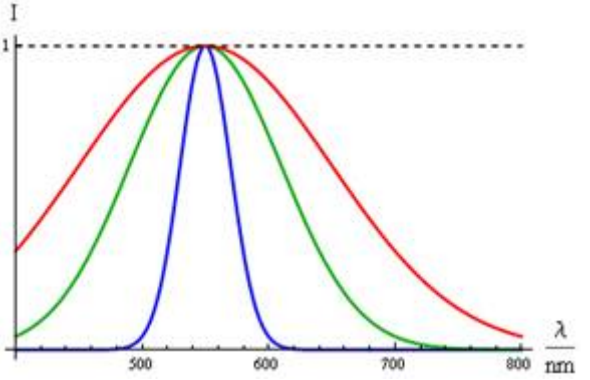
4. pestrost barvy - vlastnost zrakového vjemu vyvolaná pestrými a nepestrými barvami.

Pestré barvy tvoří spektrální barvy a jejich aditivní směsi. Nepestré barvy těles jsou bílá, šedá a černá, zatímco jedinou nepestrou barvou světla je bílá barva (šedé a černé světlo neexistuje).

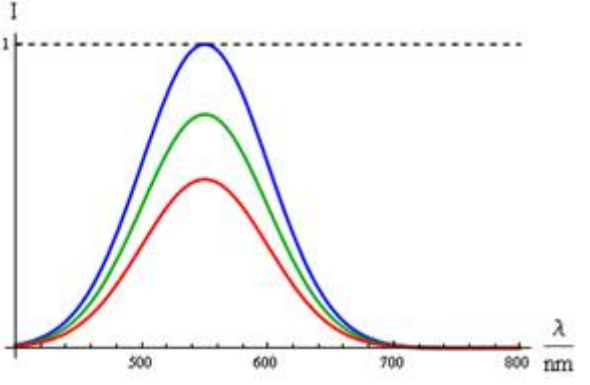
Podkladem barevného vjemu (tedy toho, že část zorného pole vydává více či méně světla), je **jasnost barvy**.



Obr. 224



Obr. 225



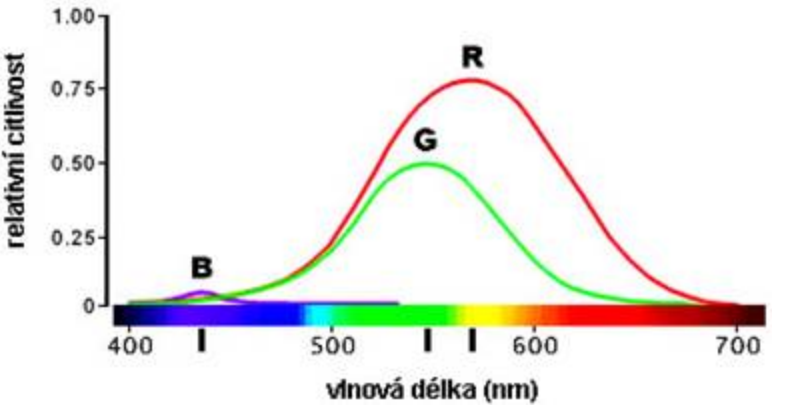
Obr. 226

4.5.3 | Teorie trojbarevného vidění

Existuje několik teorií barevného vidění lidským okem,

ale nejnázornější a v praxi často používaná je klasická **Youngova - Helmholtzova teorie**. Podle ní schopnost pozorovatele rozlišovat barvy je dána tím, že čípky sítnice lidského oka obsahují tři světlocitlivé složky s různými absorpčními spektry jejich pigmentů. První jsou citlivé na modrou (fialově modrou), druhé na zelenou (žlutozelenou) a třetí na červenou (purpurově červenou) barvu. Dopadající polychromatické světlo podráždí všechny tři světlocitlivé složky, ale každou z nich v jiné míře (viz obr. 227).

Barevný vjem vzniká složením tří odpovídajících neurofyziologických procesů ve zrakovém centru mozkové kůry člověka. Popsané trojbarevné vidění spočívá čistě na fyziologickém základě a dává užitečné výsledky jen při pozorování izolovaných barev. Jde-li o barevné vjemy skupin barev, bývá zrakový vjem ovlivňován i psychicky. Zrakový vjem je v současnosti posuzován jako složitý fyzikální, neurofyziologický a psychický proces zprostředkovaný zrakovým orgánem.



Obr. 227

Monofrekvenční světlo určité frekvence vnímáme okem jako světlo určité barvy. Světlo ale obvykle není monofrekvenční a výsledný barevný vjem je dán zastoupením jednotlivých monofrekvenčních světel ve složeném světle tak, jak vnímá lidské oko. To ale není citlivé na všechny barvy (frekvence) světla stejně (viz obr. 227) - oko má určitou **spektrální citlivost**. Výsledkem pak je vjem určitého odstínu barvy.

4.5.4 | Mísení (skládání) barev

4.5.4.1 | Aditivní (součtové) mísení

barev

Mísení barev aditivním způsobem spočívá v tom, že k jednomu barevnému světlu se připojí další (jiná) barevná světla tak, že výsledné světlo má bohatší spektrální složení než dílčí světla. Je možné jej realizovat:

1. subjektivně - až na sítnici oka a v mozku člověka při současném nebo rychle se střídajícím působení dvou nebo více barevných světel na totéž místo sítnice;

Např. otáčením kruhového kotouče s barevnými výsečemi (viz obr. 228) spatříme kotouč ve výsledné barvě, která se vytvoří až v oku.

2. objektivně - přímým smísením barev světla před vstupem výsledného světla do oka pozorovatele.

Hranolem rozložené bílé světlo opět spojíme např. čočkou v původní bílé světlo.

Princip součtového skládání barev ukazuje obr. 229.



Obr. 228



Obr. 229

Lidský zrakový orgán nemá schopnost rozlišovat jednotlivé barvy ve složeném světle.

Na rozdíl od zrakového orgánu lidský sluchový orgán

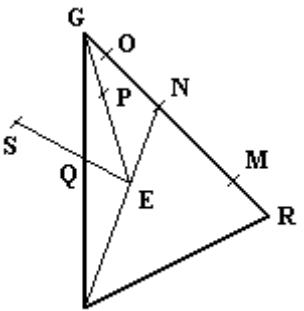
dokáže rozlišovat jednotlivé jednoduché tóny v tónu složeném.

Výsledné světlo má pro lidské oko vždy jedinou výslednou barvu. Je možné ale jednu a tutéž barvu světla připravit mnoha kombinacemi, tj. **dvě světla s různým spektrálním složením mohou mít tutéž barvu**.

4.5.4.2 | Barevný trojúhelník

Zákonitosti aditivního skládání barev lze názorně formulovat s využitím **barevného** (kolorimetrického) **trojúhelníku *RGB*** (viz obr. 231) v barevné rovině (kolorimetrické rovině). Jedná se o trojúhelník, jehož vrcholy tvoří tzv. body základních barev světla (základní body barevnosti), které se podle mezinárodní dohody z roku 1931 vydané *Mezinárodní komisí po osvětlení* označují *R* (červená základní barva), *G* (zelená základní barva) a *B* (modrá základní barva). Tyto body v oblasti lidského vidění odpovídají barevným citlivostem čípků sítnice lidského oka při trojbarevném vidění. Jim přísluší spektroskopické vlnové délky o hodnotách: $\lambda_R = 700\ \text{nm}$, $\lambda_G = 546{,}1\ \text{nm}$ a $\lambda_B = 435{,}8\ \text{nm}$.

Pro barevnou televizi se pak z technických důvodů volí za základ barvy, které se od zmíněných základních barev poněkud odlišují (tzv. televizní RGB model).



obr. 231

Aditivním mísením dostaneme barvy, které leží na příslušné spojnici uvnitř intervalu mísených barev.

Např. aditivním mísením červené a zelené základní barvy lze dostat podle jejich vzájemného poměru oranžovou (bod *M*), žlutou (bod *N*) nebo žlutozelenou (bod *O*).

Přitom bod určité barvy leží blíže k té základní barvě, z níž obsahuje větší část. Bílé barvě lze přiřadit body barevnosti v blízkém okolí středu barevné roviny (bod *E*). K vytvoření bílé barvy je třeba obecně aditivně smíchat všechny spektrální barvy, ovšem je možné ji získat i aditivní směsí jen tří základních barev (nebo ekvivalentně aditivní směsí dvou doplňkových barev). **Doplňkové barvy** (komplementární barvy) (barevná světla) tvoří dvě barvy, jejichž aditivní směs ve vhodném poměru umožňuje dosáhnout stejného zrakového vjemu jako zvoleným bílým světlem. (tj. aditivní směsí doplňkových barev je barva bílá

a v barevném trojúhelníku leží doplňkové barvy naproti sobě). Doplňkové barvy světla tvoří základní sytá (spektrální) barva *R*, *G* nebo *B* a barva vzniklá aditivní směsí dvou zbývajících barev: červená a azurová (modrozelená), zelená a purpurová (aditivní směs červené a modré), modrá a žlutá (viz též obr. 230).

Aditivním mísením některé spektrální (syté) barvy s bílou barvou obdržíme nesytou barvu téhož tónu barvy (zbarvení). Barvy, které mají stejný tón barvy, leží na spojnici bodu *E* s bodem barevnosti příslušné spektrální barvy a jejich sytost barvy (čistota barvy) je tím větší, čím je aditivně smísená barva dále od bodu *E*.

Např. na spojnici *EG* na obr. 231 leží barvy se zeleným tónem (bod *P*). Na spojnici *EQ* leží barvy s azurovým tónem, ale barva *Q* není sytá. Syté azurové barvě odpovídá určitý bod *S*, který leží mimo plochu trojúhelníka *RGB*. Barvu *S* tedy nedostaneme aditivní směsí barev *R*, *G* a *B*.

Sytost barvy se tedy definuje jako relativní vzdálenost daného barevného bodu od standardního bílého světla (bod *E*). Podle obr. 231 je tedy sytost barvy v bodě *P* dána poměrem vzdáleností *EP* a *EG*. Tento poměr vzdáleností je možné vyjádřit také v procentech.

Označíme-li jednotlivá barevná světla symboly, které se běžně používají, tj. červené světlo symbolem R, zelené

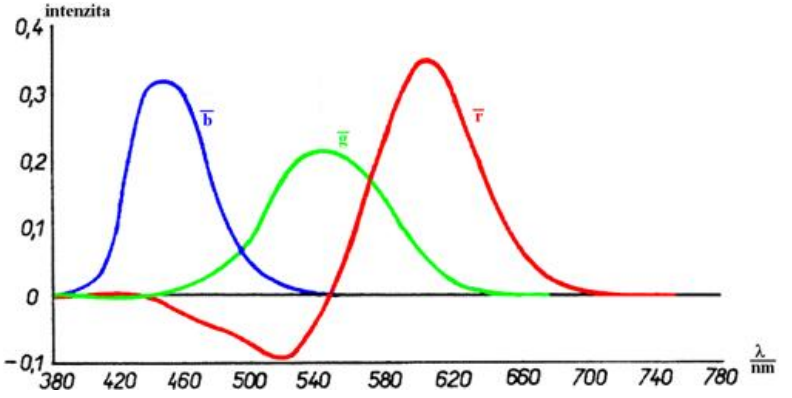
světlo symbolem G a modré světlo symbolem B, můžeme symbolicky zapsat rovnice vyjadřující kombinace těchto tří základních barev:

1. R + G = Yl (Yellow, žlutá);
2. R + B = Mg (Magenta, fialová);
3. G + B = Cy (Cyan, modrozelená);
4. R + G + B = W (White, bílá).

Pokud chceme získat při pořizování fotografií fotoaparátem, natáčení filmů filmovou kamerou nebo videokamerou kvalitní a barevně vyvážený obraz, je nutné správně vyvážit jednotlivé barvy. Je tedy nutné tzv. nastavit bílou. Při vyrovnané bílé barvě jsou poměry energií jednotlivých základních barevných světel v poměru R : G : B = 73 : 1,4 : 1. Vzhledem k tomu, že ani citlivost lidského oka není na jednotlivá barevná světla stejná, využívají se v kolorimetrii pro vyhodnocování barev tzv. **trichromatičtí činitelé** *r*, *g* a *b*. Jimi se vyjadřuje vyrovnání jednotlivých spektrálních barev složkovými světly se stejným světelným výkonem.

Pomocí trichromatických činitelů se tedy „doladí“ barvy tak, aby je lidské oko vnímalo tak, jak má (tj. aby vnímalo takové barvy, jaké barvy byly reálně např. natáčeny na film).

Závislost těchto tří činitelů na vlnové délce je zobrazena na obr. 232. Z výše uvedených důvodů jsou plochy pod všemi křivkami stejné.

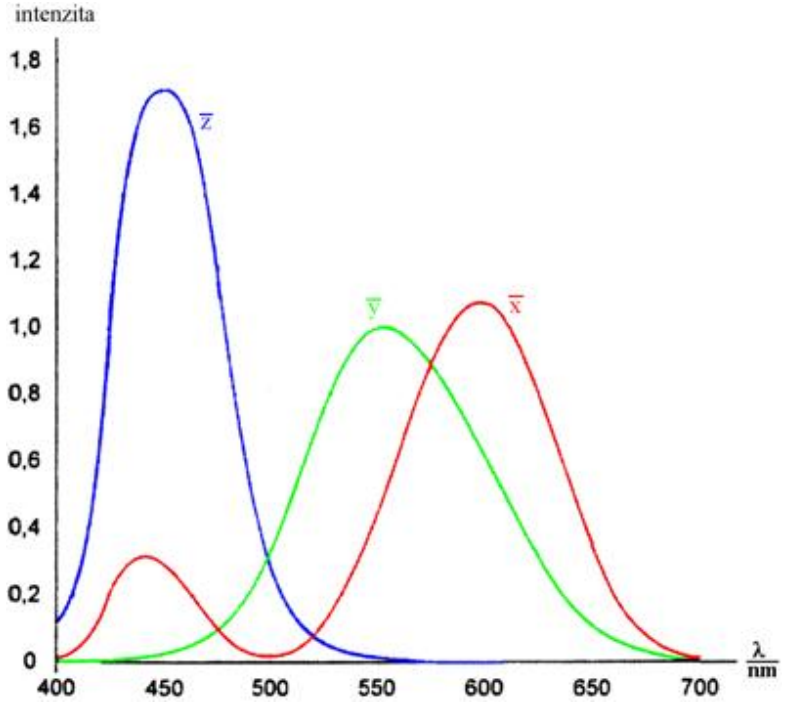


Obr. 232

Z grafu na obr. 232 je vidět, že některé sytější zelené a modré barvy nelze rozdělit na tři základní barvy s kladným činitelem; trichromatický činitel *r* by musel být pro tyto barvy záporný.

Záporný koeficient *r* je pro barvy, jimž příslušejí vlnové délky v intervalu zhruba 420 nm až 550 nm.

To by znamenalo, že by se červené světlo muselo v kolorimetru odčítat (tj. přičítat ke srovnávanému světlu). Proto byly zavedeny tzv. neskutečné barvy X, Y a Z, které mají pro všechny spektrální barvy trichromatické činitele *x*, *y* a *z* kladné. Závislost těchto trichromatických činitelů pro vyrovnání jednotlivých spektrálních barev se stejným světelným výkonem na vlnové délce je zobrazena na obr. 233.



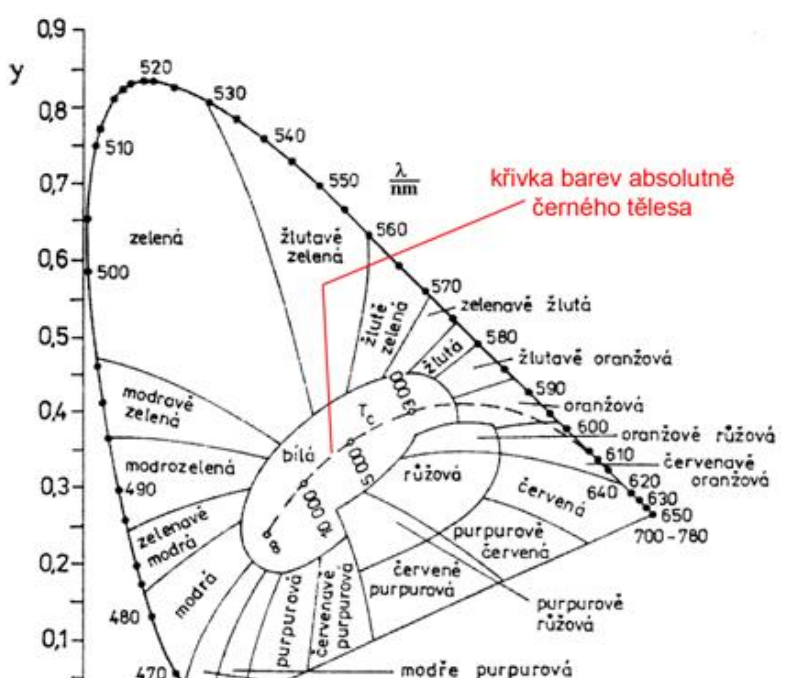
Obr. 233

Neskutečné barvy byly zvoleny přitom tak, aby barva Y reprezentovala veškerý jas, jak ho pro jednotlivá monochromatická světla vnímá lidské oko. Barvy X a Z mají význam tónu barvy a sytosti barvy, ale jas mají nulový.

Proto tyto dvě barvy (barvy X a Z) nesvítí.

Bílá barva je vyjádřena podobně jako v případě barev

R, G a B součtem jednotlivých neskutečných barev: X + Y + Z = W.



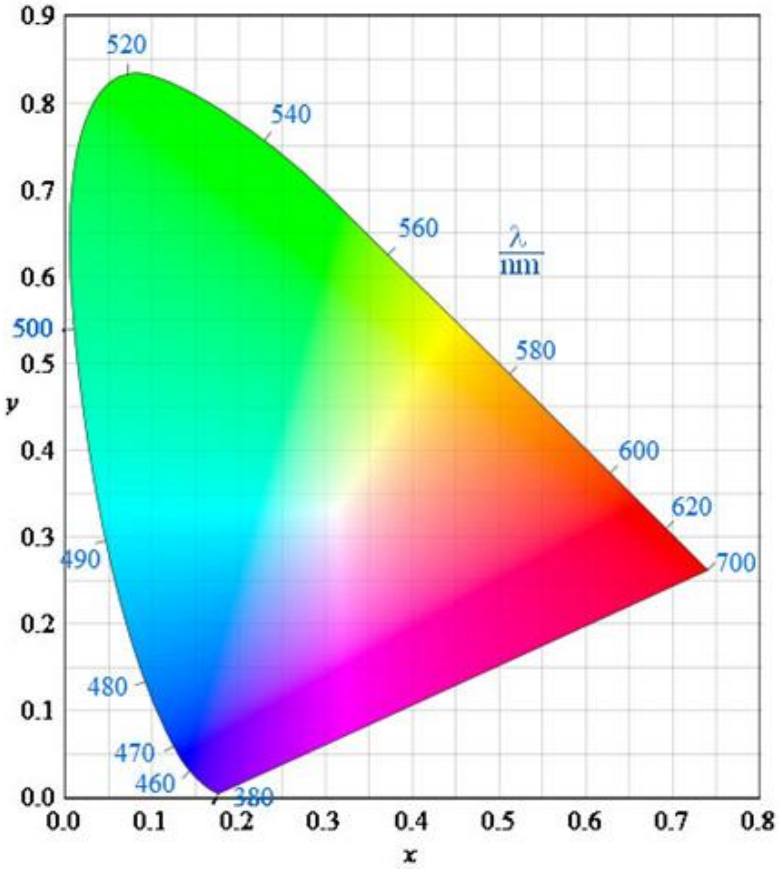
Obr. 234

Barva a sytost světla se velmi často vyjadřují také pomocí **barevného diagramu** (**diagramu barevnosti**) stanoveného *Mezinárodní komisí pro osvětlení*. V tomto

diagramu, který je zobrazen na obr. 234 (resp. na obr. 235), jsou jednotlivá světla popsána souřadnicemi *x* a *y*. Souřadnice *x* je přitom definována vztahem $x = \frac{X}{X+Y+Z}$, souřadnice *y* vztahem $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$ a souřadnice *z* vztahem $z = 1-x-y$.

Po dosazení do vztahu pro souřadnici *z* ze vztahů pro souřadnice *x* a *y* zjistíme, že pro ní platí analogický vztah jako pro souřadnice *x* a *y*.

Všechny skutečné barvy (reálné barvy) leží uvnitř plochy tzv. nesytých barev, která je v barevné rovině ohraničena křivkou sytých barev diagramu barevnosti (viz obr. 234). Bodům, které leží mimo uvedenou plochu, neodpovídá žádná reálná barva.



Obr. 235

Křivka sytých barev má tvar „zakřiveného trojúhelníku“, leží na ní základní body *R*, *G* a *B* a uvnitř je celý barevný trojúhelník *RGB*.

Křivka sytých barev tvoří tedy obvod vyznačeného „zakřiveného trojúhelníka“.

Tato křivka sytých barev je složena ze dvou částí:

1. z přímky sytých nespektrálních barev (přímka čistých purpurů) - ta tvoří přímkovou základnu a obsahuje purpurové barvy charakterizované vlnovými délkami jejich barev doplňkových;
2. z křivky sytých spektrálních barev (křivka spektrálních světel)

Uprostřed diagramu leží izoenergetická bílá barva o souřadnicích $[0,33; 0,33]$ a po okrajích diagramu jsou čisté syté barvy. Na spojnicích těchto barev s bílou barvou jsou pak barvy stejného tónu barvy a různé sytosti barvy (viz též obr. 231).

Izoenergetické bílé světlo je energeticky zcela vyrovnané bílé světlo.

Takové bílé světlo má tedy takové složení, že všechny barvy spektra, z nichž je složeno, přispívají k bílému světlu stejnou energií. Izonergetické bílé světlo je zhruba světlo, které je vyzařováno Sluncem.

Barvy světla, které vydává černé těleso při daných absolutních teplotách, leží na **křivce barev černého tělesa**.

4.5.4.3 | ***Volba základních barev v televizi

RGB model sčítání dvou nebo tří monochromatických světel určila *Mezinárodní komise pro osvětlení* již v roce 1931. Až s rozvojem barevné televize v průběhu 20. století se zjistilo, že neexistují luminofory, které by s dostatečnou účinností svítily v daných barvách.

Takové látky, které vydávají na obrazovce barevné televize světlo červené, zelené a modré barvy existují, ale ty, které vydávají světlo přesně definované vlnové délky (určené v roce 1931), nemají dostatečnou účinnost. To znamená, že obrazovku neprosvítí tak, aby bylo možné takovou televizi bez problémů sledovat.

Proto byly pro televizní techniku definovány nové barvy R_e, G_e a B_e s parametry uvedenými v tab. 6.

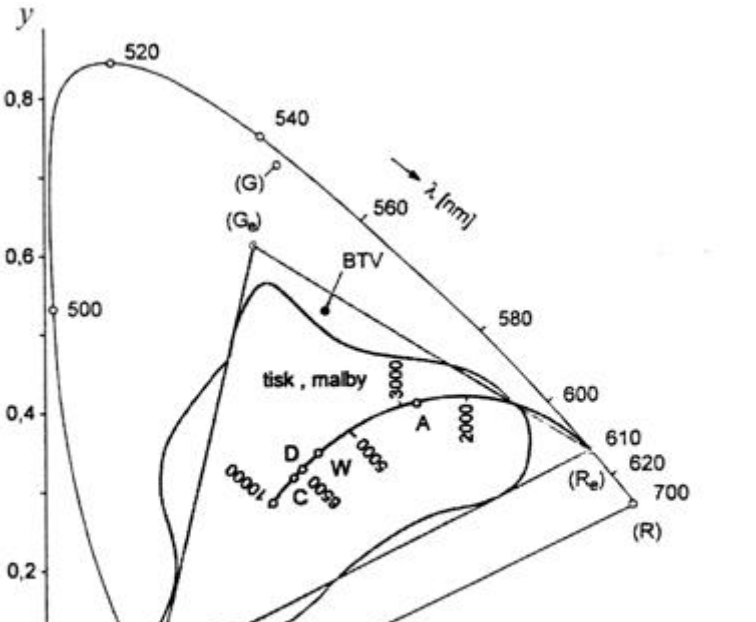
Barva	**Označení**	***x***	***y***	$\frac{\lambda}{nm}$
červená	R_e	0,67	0,33	610
zelená	G_e	0,27	0,59	537
modrá	B_e	0,14	0,08	472

tab. 6

Poloha těchto nově definovaných barev v barevném diagramu vzhledem k barvám R, G a B je zobrazena na obr. 236. Také bílé světlo definované v odstavci 5.4.2 se

v televizní technice nepoužívá. Místo toho se používá bílé světlo C o souřadnicích $[0,310; 0,316]$ s teplotou chromatičnosti 6770 K.

V tomto diagramu je uvedena též trojúhelníková oblast, kterou barevná televize reprodukuje bez větších problémů. Oblast běžně se vyskytujících barev (pro malby, tisk, ...) se více méně kryje s trojúhelníkovou oblastí vhodnou pro zobrazení barevnou televizí. Proto i barvy z vyznačené oblasti zobrazí barevná televize věrně. Barvy ležící vně vyznačeného trojúhelníka jsou při barevném snímání televizní technikou zkresleny.



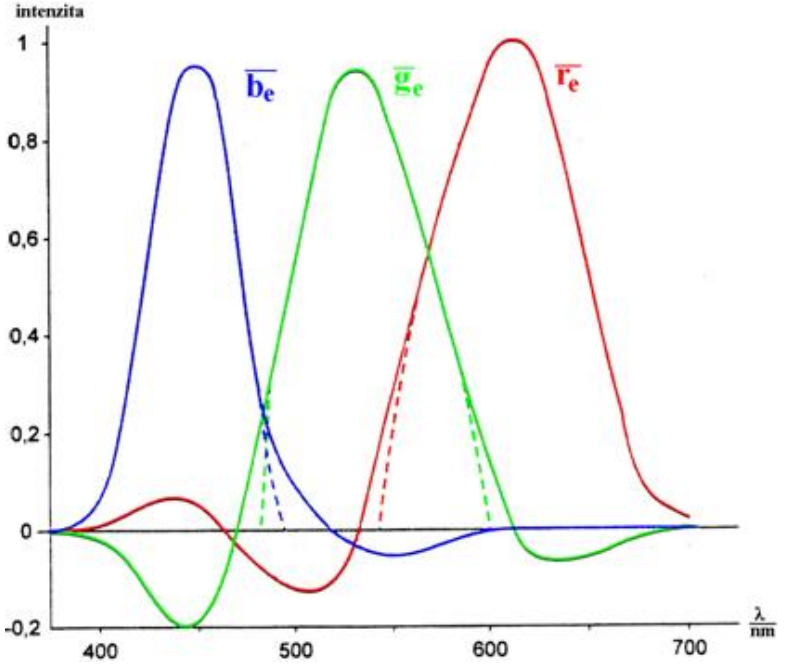
Obr. 236

Písmeny jsou na obr. 236 označena světla známých zdrojů a jejich teploty chromatičnosti. Bod *A* je normalizované světlo s teplotou 2854 K a odpovídá světlu wolframové žárovky, světlo *D* má teplotu 6500 K a je to běžné denní světlo (přičemž jasnému letnímu odpovídá světlo s teplotou až 8000 K), světlo *C* se užívá v televizi

jako srovnávací bílé a je velmi podobné světlu *D* - světlo *C* má (jak již bylo uvedeno) teplotu 6700 K. Za umělé světlo se považuje světlo s teplotou 3200 K.

Podobně jako pro RGB model i pro tyto nově definované barvy je možné vyjádřit složení výsledného světla ze základních barevných světel R_e, G_e a B_e pomocí trichromatických činitelů r_e, g_e a b_e. Průběh jejich intenzity v závislosti na vlnové délce je zobrazen na obr. 237. Z grafu je zřejmé, že všechny činitelé mají pro světla některých vlnových délek záporné hodnoty. Je to přesně pro ty barvy, které jsou vně trojúhelníka vyznačeného na obr. 236.

Pro jejich věrné zobrazení by bylo nutné vytvořit barvodělící soustavu se zápornou propustností, což je fyzikálně nemožné. Proto jsou tyto barvy snímány s barevným zkreslením (je zkreslena sytost barvy).



Obr. 237

Skutečné křivky propustnosti reálné barvodělící soustavy jsou zobrazeny na obr. 237 čárkovaně. Potřebná barevná korekce se může provést pomocí tzv. lineární matice po optoelektrické přeměně na elektrický proud. Záporný elektrický proud lze (na rozdíl od záporných barevných světel) zrealizovat a přičíst jako korekci k ostatním složkám.

Vztahy mezi barvami R_e, G_e a B_e a neskutečnými barvami X, Y a Z jsou dány rovnicemi:

1. $X = 0{,}608R_e + 0{,}174G_e + 0{,}200B_e$;
2. $Y = 0{,}299R_e + 0{,}587G_e + 0{,}114B_e$;
3. $Z = 0{,}000R_e + 0{,}066G_e + 1{,}112B_e$.

Právě rovnice pro Y je důležitá pro televizní techniku, neboť definuje složení jasového signálu (jas barvy) tak, jak jej vnímá lidské oko. Barvy X, Y a Z byly totiž zavedeny tak, aby co nejvěrněji napodobily citlivost lidského oka. V televizní technice se signál bílé barvy označuje písmenem W, i když neodpovídá přesně izoenergetické bílé.

Právě uvedené tři rovnice lze zapsat matematicky též pomocí matic a právě matice obsahující koeficienty vystupující v uvedených rovnicích se používá ke korekci elektrického proudu, na který bylo světlo přeměněno.

V televizní technice se tedy výhradně používají barvy R_e, G_e a B_e, i když se většinou (z důvodu jednoduššího označení) značí symboly R, G a B.

4.5.4.4 | Subtraktivní (odčítací) mísení barev

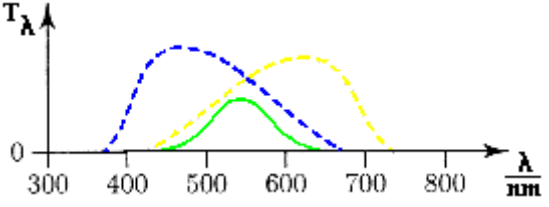
Při subtraktivním mísení barev se z daného mnohobarevného světla odebírají (odčítají) některé jeho

spektrální složky. Výsledná barva má tedy chudší spektrální složení a jeví se obecně jiná, než je původní barva světla.

Subtraktivní mísení lze realizovat např. pomocí barevných optických filtrů řazených za sebou před jediný zdroj mnohobarevného světla.

Dáme-li před reflektor vyzařující bílé světlo modrý a žlutý filtr, dostaneme zelené světlo (na rozdíl od aditivního mísení, při němž směsí žlutého a modrého světla vzniká barva bílá. Na obr. 238 jsou znázorněny křivky propustnosti T_λ modrého a žlutého filtru s vyznačením spektra výsledné zelené barvy vzniklé subtraktivním mísením modré a žluté barvy.

Subtraktivní mísení barevných světel odpovídá aditivnímu mísení nátěrových barev.



Obr. 238



Obr. 239

Stejně jako při aditivním mísení barev lze získat ze tří základních barev různé barevné tóny. Při něm jsou však základem tzv. **normální barvy** (**barviva**), tj. barvy, které jsou doplňkové k základním barvám *R*, *G* a *B*. Jedná se o azurovou, purpurovou a žlutou barvu. Různé barvy lze získat různým vzájemným poměrem (hustotou) těchto tří barev. Při stejných hustotách subtraktivních filtrů vzniká šedá barva, jsou-li filtry dostatečně syté, neprochází jimi žádné světlo a vzniká barva černá. Pokud se omezíme na filtry stejné hustoty (sytosti) pak při subtraktivním mísení barev (barviv) obecně platí (viz obr. 239):

1. azurová + žlutá = zelená;
2. purpurová + žlutá = červená;
3. azurová + purpurová = modrá;
4. azurová + purpurová + žlutá = černá (resp. šedá).

Jako doplňkové barvy jsou zde definovány ty dvojice barev, které se vzájemně doplňují na šedý nebo černý tón. U barev těles (barviv) tvoří doplňkovou dvojici též barva

bílá a černá (šedá). Každé barevné těleso tedy pohlcuje světlo právě doplňkové barvy; každá barva tělesa představuje opak (negativ) své doplňkové barvy.

4.5.4.5 | Užití mísení barev v praxi

Subtraktivní mísení barev se používá pro **barvy těles**. Barviva se skládají z průsvitného pojiva, v němž jsou rozptýlena zbarvená zrnka. Při dopadu složeného (bílého) světla na povrchový nátěr tělesa dochází na zmíněných barevných zrnech k difúznímu odrazu světla. Vzhledem k tomu, že světlo prochází při osvětlení tělesa mnoha zrny, které působí jako barevné optické filtry, je odražené světlo zbarveno. Smícháme-li dvě barviva - např. modré a žluté - působí jejich promíchaná zrna jako za sebou zařazené optické barevné filtry a výsledná barva tělesa je zelená.

U **barvotisku** se subtraktivně mísí dvě barvy tak, že se přetiskují přes sebe. Světlo prochází vrstvami barviva, odráží se od bílého podkladu a opět prochází vrstvami barviva. Tím vzniká dvojnásobná optická filtrace světla a tím se zvětšuje sytost výsledné barvy barvotisku. Barvotisk může někdy mísit barvy i aditivně a to v případě, v němž barvené tečky (plošky) tvořící barvotisk jsou umístěny těsně vedle sebe. V tom případě každá tečka (ploška) odráží světla své barvy a tato světla se mísí aditivně ve výslednou barvu. Někdy se využívá i kombinace obou metod - barevné elementy jsou natištěny na bílém podkladu částečně vedle sebe,

částečně na sobě.

Subtraktivní mísení barev se projevuje i u **barevné fotografie**. Barevná fotografická emulze se totiž skládá ze tří různých barvocitlivých absorpčních vrstev, které jsou umístěny za sebou. Každá z nich má podobnou citlivost na světlo jako tři světlocitlivé složky čípků sítnice lidského oka. Horní vrstva je citlivá jen na modré (fialově modré) světlo, střední vrstva reaguje pouze na zelené (žlutozelené) světlo a spodní vrstva pak jen na červené (purpurové) světlo. Po osvětlení negativní fotografické emulze bílým světlem a jejím fotochemickém zpracování (vyvolání) se zbarví každá zmíněná barvocitlivá vrstva v doplňkové barvě příslušné té, na kterou je vrstva světlocitlivá, tj. shora dolů mají barvu žlutou, purpurovou a azurovou. Barevný negativ se tedy objeví v doplňkových barvách fotografovaného předmětu, zatímco barevný pozitiv (barevná inverze) má stejné barvy jako předmět.

Subtraktivní mísení barev se objevuje i při **osvětlování těles**. Osvítíme-li těleso světlem určité barvy, působí jeho povrch jako optický filtr na odraz světla, jehož barva se subtraktivně skládá s barvou dopadajícího světla. Výsledná barva proto závisí jak na zabarvení tělesa, tak i na barvě dopadajícího světla.

5 | MOLEKULOVÁ FYZIKA A

TERMODYNAMIKA

5.1 | ZÁKLADNÍ POZNATKY MOLEKULOVÉ FYZIKY A TERMODYNAMIKY

Základní metody, které používá molekulová fyzika a termodynamika:

1. makroskopický pohled - při zkoumání fyzikálních vlastností látek pozorujeme nejrůznější tělesa a děje, které mezi nimi probíhají. Přitom neuvažujeme složení těles z jednotlivých částic, protože rozměry těles jsou mnohem větší než rozměry částic.
2. termodynamická metoda - používá se ke zkoumání tepelných jevů (změny teploty, teplotní roztažnost pevných látek, teplotní roztažnost kapalin, tepelná výměna mezi tělesy, ...). Tato metoda je založena na zákonu zachování a přeměny energie, přičemž neuvažujeme částicové složení látky z molekul, atomů, ... Uplatňováním této metody se začala rozvíjet termodynamika.
3. statistická metoda - slouží pro vysvětlení vlastností látek, kdy je nutno zabývat se jejich strukturou (eventuálně i vzájemným

působením částic), neboť vlastnosti látek jsou na této struktuře závislé. Na základě úvah o struktuře látek začíná vznikat molekulová fyzika.

5.1.1 | Kinetická teorie stavby látek

Základem této teorie jsou 3 experimentálně ověřené poznatky:

1. Látka jakéhokoliv skupenství se skládá z částic.
2. Částice se v látce neustále a neuspořádaně (chaoticky) pohybují.
3. Částice na sebe navzájem působí silami. Tyto síly jsou při malých vzdálenost odpudivé, při větších vzdálenostech přitažlivé.

Látky se skládají z částic - těmi budeme rozumět atomy, molekuly nebo ionty. Prostor, který látka zaujímá, není těmito částicemi vyplněn beze zbytku, proto hovoříme o nespojité (diskrétní) struktuře látky, kterou odhalíme pomocí speciálních zobrazovacích technik (rastrovací tunelový mikroskop, ...).

Neustálý a neuspořádaný pohyb částic (tepelný pohyb) je složen z posuvného pohybu (plyny), otáčivého pohybu

(víceatomové molekuly v plynu) a z kmitavého pohybu (pevné látky, kapaliny). Je-li těleso v klidu, nepřevládá žádný směr, v němž by se pohybovala většina částic - všechny směry jsou stejně pravděpodobné. O tepelném pohybu v látkách svědčí nepřímo řada jevů - např. difúze: Samovolné pronikání částic jedné látky mezi částice druhé látky, jsou-li tělesa z těchto látek uvedena do vzájemného styku. (např. voňavku je brzy cítit po celé místnosti, ...). Zvýšíme-li teplotu látek, probíhá difúze rychleji, z čehož plyne, že částice se pohybují rychleji. Oddělíme-li dvě kapaliny polopropustnou překážkou (např. biologická membrána), probíhá difúze také. Tomuto ději se říká osmóza.

Závislost velikosti rychlosti částic lze pozorovat např. při slazení čaje kostkou cukru. V teplém čaji se kostka rozpustí téměř okamžitě - molekuly cukru jsou bombardovány rychlými molekulami vody (molekuly mají velkou kinetickou energii). Ve studeném čaji to trvá výrazně déle - molekuly se pohybují pomaleji.

Tepelný pohyb molekul plynu uzavřeného v nějaké nádobě způsobuje srážky těchto molekul s částicemi vnitřních stěn nádoby a vyvolává tak tlakové síly a tlak plynu.

Patrně nejznámějším důkazem tepelného pohybu částic tekutinách je Brownův pohyb. Malou částici o rozměrech řádově $1\,\mu m$ vykonávající neuspořádaný chaotický pohyb nazýváme Brownova částice. Její pohyb

pak vysvětlujeme jako důsledek jejích srážek s molekulami tekutiny. K jejímu vychýlení (vzhledem k malé hmotnosti) stačí malá nerovnoměrnost v rozdělení nárazů molekul působících na její povrch. V důsledku toho na částici působí v každém okamžiku nenulová tlaková síla, které způsobuje její nepravidelný pohyb.

O existenci přitažlivých sil mezi částicemi látky svědčí řada jevů - soudržnost mezi částicemi tělesa, pevnost látek, přilnavost dvou dotýkajících se těles, ... Stejně tak např. malá stlačitelnost kapalin a pevných látek, ... svědčí o existenci sil odpudivých.

5.1.2 | Vzájemné působení částic. Potenciální energie částic

Tuto složitou situaci si zjednodušíme - zaměříme se jen na dvě částice, jejichž kladně nabitá jádra jsou obklopena záporně nabitými elektrony. Při vzájemném přibližování těchto částic interagují mezi sebou elektronové obaly a kladně nabitá jádra. Při malých vzdálenostech je tato síla odpudivá, při větších přitažlivá.

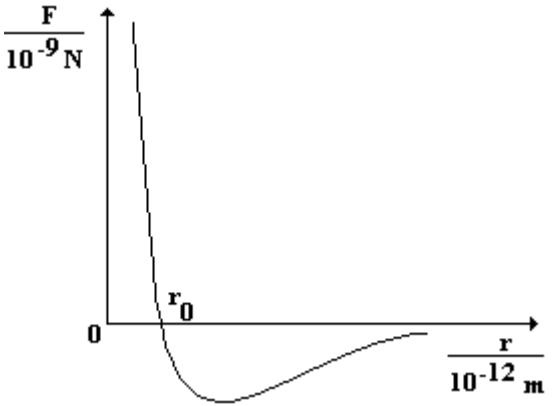
To je známo z praxe: při stlačování tělesa pociťujeme odporovou sílu, která brání dalšímu stlačování tělesa, zatímco při snaze těleso prodloužit vnímáme sílu bránící dalšímu prodlužování.

Na obr. 1 je znázorněna grafická závislost velikosti síly *F*, která působí mezi dvěma částicemi, na jejich vzájemné

vzdálenosti *r*. Velikost přitažlivé síly se nanáší pod osu *r*, velikost odpudivé síly nad tuto osu.

Z grafu je možné vyčíst následující vlastnosti interakce dvou částic:

1. Při určité vzdálenosti r_0 (řádově setiny až desetiny nm) je velikost síly, kterou na sebe částice vzájemně působí, nulová. Obě částice jsou v rovnovážné poloze.
2. Ve vzdálenosti větší než r_0 je tato síla přitažlivá - její velikost se nejdříve zvětšuje a potom s rostoucí vzdáleností se její účinek rychle zmenšuje. Při velké vzdálenosti je tato síla zanedbatelně malá, z čehož plyne, že každá částice je přitahována jen nejbližšími částicemi ve svém okolí. (U kapalin se přitažlivé působení projevuje do vzdálenosti asi 1 nm.)
3. Ve vzdálenosti menší než r_0 působí mezi částicemi síla odpudivá, jejíž velikost rychle roste se zmenšující se vzdáleností.



Obr. 1

Síly, jimiž na sebe působí částice atomy v molekule, se nazývají vazebné síly - při slučování atomů vzniká chemická vazba mezi atomy. Vazebné síly určují strukturu molekul (vzájemnou polohu částic), která je důležitá nejen pro chemii, fyziku a biologii, ale i pro další (aplikované) obory - medicínu, zemědělství, ...:

1. dvouatomové molekuly - lineární
2. tříatomové molekuly - lineární (např. CO_2), ale většinou jako rovinné - trojúhelníkové (H_2O)
3. víceatomové molekuly - nejčastěji prostorové (NH_3 má tvar trojbokého jehlanu) nebo rovinné (benzen C_6H_6)

Z existence vzájemného působení částic také vyplývá, že daná soustava částic má **potenciální energii**. Pro

rovnovážnou polohu částic se tato energie nazývá **vazebná energie**. Ta je rovna práci, kterou bychom museli vykonat působením vnějších sil, abychom zrušili vazby mezi jednotlivými částicemi.

5.1.3 | Modely struktur látek různých skupenství

5.1.3.1 | Plynná látka

Molekuly plynu se skládají z jednoho nebo několika atomů a mají různé tvary a rozměry. Za normálních podmínek jsou střední vzdálenosti mezi molekulami ve srovnání s jejich rozměry velké (např. pro vodík je tato vzdálenost $3\,\mathrm{nm}$, zatímco průměr molekuly H_2 je $0{,}07\,\mathrm{nm}$). Podle grafu na obr. 2 jsou přitažlivé síly mezi částicemi pro tyto vzdálenosti zanedbatelné. Molekuly plynu vykonávají tepelný pohyb - pohybují se různými rychlostmi, tj. různým směrem (které mají stejnou pravděpodobnost) a různě velkými rychlostmi. Změna rychlosti nastává v důsledku srážek s ostatními molekulami nebo se stěnou nádoby, přičemž srážku je třeba chápat tak, že se molekuly k sobě přiblíží a odpudivá síla (viz obr. 2) změní jejich rychlosti. Mezi jednotlivými srážkami se molekuly pohybují rovnoměrně přímočaře, přičemž s rostoucí teplotou roste střední rychlost molekul. (Víceatomové molekuly navíc

rotují a atomy uvnitř neustále kmitají kolem rovnovážných poloh.)

Kinetická energie soustavy molekul plynu je rovna kinetické energii molekul konajících posuvný a rotační pohyb a kinetické energii kmitajících atomů v molekulách. Díky tomu, že síly, kterými na sebe částice plynu působí, jsou malé, je hodnota celkové potenciální energie vždy mnohem menší než celková kinetická energie téhož plynu téže hmotnosti.

5.1.3.2 | Pevná látka

Velká většina pevných látek je složena s částic s pravidelným uspořádáním - částice vytvářejí krystalovou strukturu. Existují však látky (amorfní látky), které tuto strukturu nemají (vosk, sklo, pryskyřice, ...). Mezi pevné látky řadíme i polymery, a to jak přírodní (přírodní kaučuk, ...), tak uměné (termoplasty, ...).

Střední vzdálenosti částic jsou malé (řádově desetiny nm) a vzájemné přitažlivé síly způsobují, že pevná látka vytváří těleso určitého tvaru a objemu. Nepůsobí-li na těleso vnější síly a nemění-li se teplota, zůstává tvar i objem konstantní. Částice chaoticky kmitají kolem svých rovnovážných poloh, přičemž s rostoucí teplotou roste amplituda těchto výchylek. Těsně pod teplotou tání dosahují výchylka maximálních hodnot - asi šestiny vzájemné vzdálenosti.

Hodnota celkové potenciální energie soustavy částic pevného tělesa je větší než celková kinetická energie těchto částic konajících kmitavý pohyb.

5.1.3.3 | Kapalná látka

Molekuly kapaliny nejsou tak volně pohyblivé jako u plynu (molekuly jsou k sobě přitahovány molekulami sousedními - střední vzdálenost je asi 0,2 nm), ale zároveň vzájemné působení molekul kapaliny není tak silné jako u pevných látek, aby byly vázány na stejné rovnovážné polohy. Molekuly kapaliny tedy kmitají kolem rovnovážných poloh, které se s časem mění. Působí-li na kapalinu vnější síla, dějí se přesuny molekul převážně ve směru působící síly. Proto je kapalina tekutá a nezachovává si svůj tvar.

Celková potenciální energie soustavy částic je srovnatelná s celkovou kinetickou energií.

5.1.3.4 | Plazma

Je považováno za čtvrté skupenství látky (např. blesk, plamen, ...). Jedná se o soustavu elektricky nabitých částic (iontů, volných elektronů) a neutrálních částic. Při dostatečně velkých teplotách může být plazma složeno jen z volných jader a elektronů.

Jinou formou je plazma mezihvězdného prostoru

a plazma hvězd. Nejběžnější druh umělého plazmatu vzniká při elektrických výbojích v plynech.

5.1.4 | Rovnovážný stav soustavy

Stav soustavy je dán **stavovými veličinami**: teplotou, objemem, tlakem, chemickým složením, skupenstvím, různým uspořádáním částic (tak se liší např. grafit a diamant, ...), ... **Termodynamická soustava** je skupina těles, jejichž stav právě zkoumáme (plyn ve válci s pístem, voda a její pára v baňce, zahřívaný drát, ...).

Při interakci soustavy s okolím dochází ke **stavové změně soustavy** - soustava přechází z daného počátečního stavu do výsledného (koncového) stavu, přičemž dochází ke změně stavových veličin. (Např. vnější síla působící na píst válce s plynem může měnit objem, tlak nebo i teplotu plynu; chladnutí kávy; ...).

1. izolovaná soustava - soustava, u niž nemůže docházet k výměně energie ani částic s okolím. Probíhají zde jen děje mezi částicemi (tělesy) dané soustavy. Jedná o idealizaci, k níž se mohou reálné soustavy pouze blížit (uzavřená termoska s kávou, ...)
2. uzavřená soustava - soustava, která si s okolím může vyměňovat energii, ale ne částice (uzavřený hrneček s kávou, ...)
3. otevřená soustava - soustava, u níž dochází

k výměně jak energie tak částic s okolím (otevřený hrneček s kávou, ...)

4. adiabaticky izolovaná soustava - soustava, u níž nedochází k tepelné výměně mezi soustavou a okolím (sifonová bombička k výrobě sodovky, bombička s náplní do zapalovače při jeho plnění, ...)

Ze zkušenosti víme, že každá soustava, která je od určitého okamžiku v neměnných vnějších podmínkách, přejde samovolně po určité době do rovnovážného stavu a samovolně z něho nevyjde. V tomto stavu setrvá, pokud zůstanou tyto vnější podmínky zachovány. Stavové veličiny v rovnovážném stavu jsou konstantní (soustava nemění objem, tlak, teplotu, neprobíhají chemické reakce, nedochází ke změně skupenství, nepozorujeme žádné makroskopické změny, ...). Probíhají zde ale děje mikroskopické (tepelný pohyb, ...).

Opět hrneček s kávou. Zalijeme-li kávu vodou z rychlovarné konvice, má voda teplotu skoro $100\,^{\circ}\mathrm{C}$. Od této doby už káva chladne a chladne a chladne. Výsledná teplota kávy, která se v závislosti na čase už nebude měnit, je dána okolím. Bude-li káva chladnou v zimě venku na stole, ustálí se teplota na výrazně menší teplotě, než při chladnutí kávy v létě na sluníčku ...

Rovnovážný děj je děj, při kterém soustava prochází řadou na sebe navazujících rovnovážných stavů. Reálné děje lze považovat za rovnovážné, probíhají-li dostatečně

pomalu.

... např. chladnutí kávy!

Většina skutečných dějů je ale nerovnovážných.

Rychlé stlačení plynu, plnění zapalovače z bombičky, prudké ochlazení kapaliny, náhlé ohnutí drátů, ...

Rovnovážný stav plynu je při stálých vnějších podmínkách stavem s největší pravděpodobností výskytu. Ostatní stavy jsou pravděpodobné méně.

Teoreticky je možné, že se všechny molekuly vzduchu (kyslíku) při svém neustálém chaotickém pohybu soustředí v jedné části místnosti. Prakticky je tento stav ale (téměř) nemožný, protože pravděpodobnost jeho výskytu je velmi malá; bylo by třeba čekat velmi velmi dlouho, než se tento stav zrealizoval.

5.1.5 | Teplota a její měření

TĚLESŮM, KTERÁ JSOU PŘI VZÁJEMNÉM DOTYKU V ROVNOVÁŽNÉM STAVU, PŘIŘAZUJEME STEJNOU TEPLOTU.

Tento poznatek bývá někdy označován jako 0. termodynamický zákon.

Pokud tělesa při uvedení do vzájemného dotyku mění své původní rovnovážné stavy, pak měla tělesa na počátku děje různé teploty. K určení teploty je třeba zvolit vhodné

srovnávací těleso - **teploměr**, u něhož stanovíme fyzikální veličinu, pomocí které budeme teplotu měřit (objem kapaliny, tlak plynu, ...). Dále je nutno stanovit **teplotní stupnici** a **jednotku teploty**. **Celsiova teplotní stupnice** má dvě základní teploty: $0\,°C$ (rovnovážný stav vody a jejího ledu za normálního tlaku $1{,}01325.10^5\,Pa$) a $100\,°C$ (rovnovážný stav vody a její syté páry za normálního tlaku), mezi nimiž je rozdělena na 100 stejných dílků. Jeden dílek odpovídá jednomu **Celsiovu stupni** ($°C$). Celsiova teplotu se značí *t*.

Při měření teploty postupujeme tak, že uvedeme do vzájemného dotyku těleso, jehož teplotu chceme změřit, a teploměr. Po vytvoření rovnovážného stavu je teplota tělesa stejná jako teplota teploměru (předpokládáme, že při vyrovnávání teplot se teplota okolí příliš nemění).

Pro měření teploty se užívá celá řada teploměrů:

1. kapalinové teploměry - vhodné pro měření jen určitých intervalů teplot, neboť příslušná kapalina se poté začne silně vypařovat (eventuálně vřít) nebo tuhnout. Měření by bylo tedy nespolehlivé. Nejběžnější jsou teploměry rtuťové, pro nižší teploty se užívají teploměry plněné ethanolem nebo pentanem.
2. plynové teploměry - lze používat pro poměrně široký interval teplot. Využívají závislost tlaku plynu na teplotě při stálém objemu (resp. závislost objemu plynu na teplotě při stálém

tlaku).

3. bimetalové teploměry - užívají se k orientačnímu měření teploty. Jsou založeny na různé teplotní roztažnosti dvou kovových plátků, které jsou spolu spojeny.
4. odporové teploměry - využívají závislost elektrického odporu vodiče (resp. polovodiče) na teplotě
5. termoelektrické teploměry - k měření teploty využívají termoelektrický jev
6. radiační teploměry (pyrometry) - jsou určeny k měření vysokých teplot a jsou založeny na zákonech tepelného záření.

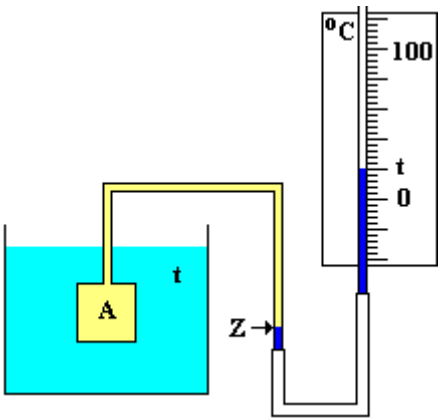
5.1.6 | Termodynamická teplota

Teplotní stupnice používané u různých teploměrů jsou závislé jak na fyzikální veličině, která se pro popis změny stavu teploměrné látky zvolí (objem kapaliny, elektrický odpor, ...), tak na samotné teploměrné látce (např. teploty změřené rtuťovým a lihovým teploměrem se nepatrně liší, ...).

Pokud použijeme jako náplň plyn, situace se zlepší. Plynový teploměr (obr. 3) tvoří nádoba *A* naplněná plynem, která je spojena úzkou trubicí s otevřeným kapalinovým manometrem. Pravé rameno manometru je volně pohyblivé, aby se mohla hladina kapaliny (většinou rtuti)

v levém rameni udržovat stále za značce *Z*, čímž je zaručeno, že změny tlaku se změnou teploty probíhají za stálého objemu plynu. (Tlak je zvolen za sledovanou veličinu proto, že je snazší měřit proměnný tlak při stálém objemu než opačně.) Při měření vložíme nádobu *A*, jejíž tepelnou roztažnost zanedbáváme, do prostředí, jehož teplotu chceme měřit.

I když plynové teploměry měly lepší vlastnosti než teploměry kapalinové, snažili se vědci i technici vytvořit takovou teplotní stupnici, která by byla nezávislá na teploměrné látce. Tuto stupnici zavedl skotský fyzik W. Thomson (lord Kelvin).



Obr. 3

Na základě poznatků termodynamiky o účinnosti tepelných strojů zavedl tzv. **termodynamickou teplotní**

stupnici, která se stala základní teplotní stupnicí. Teplota vyjádřená v termodynamické teplotní stupnici se nazývá **termodynamická teplota** *T*, $[T] = K$ (kelvin).

Termodynamická teplotní stupnice má jen jednu základní teplotu - teplotu rovnovážného stavu vody, její syté páry a ledu (tzv. trojný bod). Trojnému bodu vody byla přiřazena teplota $T_r = 273{,}16\ \mathrm{K}$. Z této volby vyplývá i definice kelvinu.

Celsiova teplota *t* se definuje pomocí termodynamické teploty *T* vztahem: $t = \left(\{T\} - 273{,}15\right)^{\circ}\mathrm{C}$. Takto sestrojená Celsiova teplota přibližně souhlasí s plynovou Celsiovou teplotní stupnicí. Je-li třeba znát termodynamickou teplotu *T* a máme-li k dispozici Celsiovu teplotu *t*, lze postupovat takto: $T = \left(\{t\} + 273{,}15\right)\mathrm{K}$. Z tohoto (a předchozího) vztahu vyplývá pro teplotní rozdíly: $\{\Delta t\} = \{t_1 - t_2\} = \{T_1 - T_2\} = \{\Delta T\}$ - teplotní rozdíl Celsiovy a termodynamické teplotní stupnice je stejný.

Termodynamická teplotní stupnice a Celsiova stupnice (na rozdíl od Fahrenheitovy teplotní stupnice či Réaumurovy teplotní stupnice) jsou vůči sobě jenom posunuté o „273 dílků“!

Termodynamická teplota libovolné soustavy se může přiblížit hodnotě 0 K, ale nemůže jí nikdy dosáhnout, jak vyplývá ze třetího termodynamického zákona. Při této teplotě, která je počátkem termodynamické teplotní stupnice, nabývá kinetická energie částic soustavy minimální hodnoty, ale není nulová. V blízkosti teploty 0 K

se značně mění vlastnosti látek např. elektrická vodivost (nastává supravodivost), viskozita kapalin (supratekutost), ... V současné době se podařilo dosáhnout teplot menších než $1\,\mu K$.

5.1.7 | ***Další teplotní stupnice

Kromě Celsiovy stupnice, která je v praxi asi nejrozšířenější, a termodynamické teplotní stupnice, která se používá spíše v odborných aplikacích, existují další teplotní stupnice:

1. Réaumurova teplotní stupnice - bodu tuhnutí vody přiřazuje teplotu $0\,°R$, bodu varu vody pak teplotu $80\,°R$. Převodní vztah mezi Réaumurovou t_R a Celsiovou t_C teplotní stupnicí je: $\{t_R\} = \frac{4}{5}\{t_C\}$ resp. $\{t_C\} = \frac{5}{4}\{t_R\}$
2. Fahrenheitova teplotní stupnice - základními body jsou tepelný bod salmiaku smíšeného s ledem a ledovou vodu a teplota lidského těla. Při teplotě tání ledu se rtuť ustálila na třetině vzdálenosti obou bodů a stupnice byla rozdělena na 96 dílů. Bodu mrazu odpovídá tedy teplota $32\,°F$, bodu varu pak teplota $212\,°F$. Převodní vztah mezi Fahrenheitovou t_F a Celsiovou t_C teplotní stupnicí je: $\{t_F\} = \frac{9}{5}\{t_C\} + 32$ resp.

$$\{t_C\} = \frac{5}{9}\left(\{t_F\} - 32\right).$$

Pozor! Při srovnávání teplotních intervalů Réaumurovy, Fahrenheitovy a Celsiovy stupnice neplatí rovnost, tak jako při srovnávání teplotních intervalů Kelvinovy a Celsiovy stupnice. Je to dáno tím, že Réaumurova a Fahrenheitova teplotní stupnice nemají mezi základními body 100 dílků, ale 80 resp. 180.

5.1.8 | Relativní atomová hmotnost, látkové množství, …

Relativní atomová hmotnost A_r je definována takto: $A_r = \frac{m_a}{m_u}$, kde m_a je klidová hmotnost atomu a m_u atomová hmotnostní konstanta.

ATOMOVÁ HMOTNOSTÍ KONSTANTA JE HMOTNOST $\frac{1}{12}$ ATOMU UHLÍKU $^{12}_{6}C$: $m_u = 1{,}66.10^{-27}$ kg.

V tabulkách jsou uváděny střední hodnoty A_r, neboť prvky se v přírodě vyskytují ve formě směsi izotopů.

Relativní molekulová hmotnost M_r se zavádí analogicky: $M_r = \frac{m_m}{m_u}$, kde m_m je klidová hmotnost molekuly. Z definice relativní molekulové hmotnosti vyplývá, že je rovna součtu relativních atomových hmotností atomů, která danou molekulu tvoří.

Díky částicové struktuře látek byla zavedena fyzikální veličina látkové množství *n* chemicky stejnorodé látky. Její jednotkou je *mol*, který patří mezi základní jednotky soustavy SI. V nuklidu uhlíku $^{12}_{6}C$ o hmotnosti $12\,\mathrm{g}$ je přibližně $6{,}02.10^{23}$ atomů. Stejný počet blíže neurčených částic je obsažen v libovolné chemicky stejnorodé látce libovolného skupenství o látkovém množství 1 mol. Experimentálně byla určená hodnota fyzikální konstanty $N_A = 6{,}023.10^{23}\ mol^{-1}$, která se nazývá Avogadrova konstanta. Je-li v tělese z homogenní látky *N* částic, pak látkové množství *n* definujeme vztahem $n = \frac{N}{N_A}$.

Molární hmotnost M_m definujeme vztahem $M_m = \frac{m}{n}$, kde *m* je hmotnost tělesa z chemicky stejnorodé látky a *n* odpovídající látkové množství. $[M_m] = \mathrm{kg.mol^{-1}}$. Molární hmotnost lze též určit takto: $M_m = M_r.10^{-3}\ \mathrm{kg.mol^{-1}}$.

Molární objem V_m tělesa z chemicky stejnorodé látky za daného tlaku a teploty definujeme vztahem $V_m = \frac{V}{n}$, kde *V* je objem tělesa za daných fyzikálních podmínek a *n* odpovídající látkové množství. $[V_m] = \mathrm{m^3.mol^{-1}}$.

5.2 | VNITŘNÍ ENERGIE, PRÁCE A

TEPLO

5.2.1 | Vnitřní energie

Ze zkušenosti víme, že když např. pustíme míček z určité výšky, nikdy se nevrátí po odrazu zpět do původní výšky. S každým dalším odrazem se bude postupně výška výstupu míčku zmenšovat. Na první pohled to vypadá, že je porušen zákon zachování energie. Ve skutečnosti je třeba vzít do úvahy ještě částicovou stavbu látky, která souvisí s vnitřní energií tělesa. K této vnitřní energii tělesa přispívá:

1. celková kinetická energie všech neuspořádaně se pohybujících částic
2. celková potenciální energie všech molekul
3. celková kinetická a potenciální energie kmitajících atomů uvnitř molekul, z nichž je látka složena
4. energie atomů (energie elektronů, jaderná energie, ...)

Vnitřní energie není obecně konstantní veličina - může dojít ke:

1. změně vnitřní energie konáním práce - tření dvou těles, stlačování plynu, prudké míchání kapaliny, ohýbání drátu, mletí kávy, ...
2. změně vnitřní energie tepelnou výměnou -

ohřívání vody na vařiči, ochlazování potravin v chladničce, tavení kovu v pecích, …

5.2.2 | Změna vnitřní energie tělesa konáním práce

Z praxe víme, že při tření dvou těles se zvětšuje jejich teplota.

Vzpomeňte si na zahřívání rukou v zimě bez rukavic … J!

Změna stavu tělesa při tření je způsobená tím, že částice ležící na styčných plochách se vzájemnými nárazy více rozkmitají a předávají pak část své energie dalším částicím. Proto se zvyšuje teplota obou těles a tím i jejich vnitřní energie.

Na základě toho můžeme zobecnit zákon zachování energie:

PŘI DĚJÍCH PROBÍHAJÍCÍCH V IZOLOVANÉ SOUSTAVĚ TĚLES JE SOUČET KINETICKÉ, POTENCIÁLNÍ A VNITŘNÍ ENERGIE TĚLES KONSTANTNÍ.

Děje, při nichž se konáním práce mění vnitřní energie tělesa, jsou známé již od nejstarších dob (rozdělávání ohně třením), ale řada z nich se využívá i v běžné praxi: obrábění kovů, tření čepu v ložisku, stlačování plynů, mletí různých látek, … U nadzvukových letadel se v důsledku odporu zemské atmosféry ohřívá jejich povrch až na

několik set stupňů Celsia. Růst vnitřní energie konáním práce také provází pád meteoru a pohyb umělých družic Země. V tepelných motorech se vnitřní energie paliva využívá ke konání mechanické práce.

5.2.3 | Změna vnitřní energie tepelnou výměnou

Ponoříme-li např. do nádoby s teplou vodou studený předmět, pozorujeme vzrůst teploty předmětu a pokles teploty vody. Po určité době se vytvoří rovnovážný stav, v němž jsou teploty obou těles stejné (předpokládáme-li, že voda s tělesem tvoří izolovanou soustavu).

Při dotyku obou těles dochází ke srážkám částic ležících na rozhraní obou těles, při nichž částice teplejšího tělesa předávají část své energie částicím tělesa studenějšího. Předávání energie probíhá i mezi různými částicemi téhož tělesa, mají-li různou teplotu. Vzhledem k tomu, že obě tělesa jsou v klidu, nedochází ke změně vnitřní energie konáním práce.

Tepelná výměna může probíhat také u těles, která nejsou ve vzájemném dotyku. V tom případě se přenos vnitřní energie uskutečňuje tepelnou výměnou zářením.

Odevzdá-li teplejší těleso studenějšímu tělesu tepelnou výměnou energii, říkáme, že teplejší těleso odevzdalo studenějšímu tělesu **teplo**. (Analogicky pro případ, kdy studenější těleso přijme teplo od tělesa

teplejšího.) Jinými slovy: Teplo *Q* je určeno energií, kterou při tepelné výměně předá teplejší těleso studenějšímu, $[Q] = \mathrm{J}$.

Při tepelné výměně mezi tělesy v izolované soustavě platí zákon zachování energie: úbytek vnitřní energie tělesa s větší teplotou se rovná přírůstku vnitřní energie tělesa s původně nižší teplotou. Celková vnitřní energie izolované soustavy zůstává konstantní.

Poznámka: V 18. století bylo teplo nesprávně považováno za zvláštní látku, tzv. tepelné fluidum, které při tepelné výměně přechází z teplejšího tělesa na studenější. Přestože tato teorie nebyla schopna vysvětlit všechny jevy, udržela se až do poloviny 19. století, kdy se začala rozvíjet kinetická teorie plynů.

5.2.4 | Měrná tepelná kapacita

Přijme-li těleso teplo *Q* tepelnou výměnou, vzroste jeho vnitřní energie o hodnotu ΔU a zvýší se teplota tělesa o Δt (nenastane-li změna skupenství látky). Tepelnou kapacitu definujeme vztahem $C = \frac{Q}{\Delta t}$, $[C] = \mathrm{J.K^{-1}}$. Měrná tepelná kapacita se pak definuje vztahem $c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m.\Delta t}$, kde *m* je hmotnost tělesa. Platí $[c] = \mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}}$. Z tohoto vztahu pro teplo dodané tělesu vyplývá: $Q = cm\Delta t$.

MĚRNÁ TEPELNÁ KAPACITA UDÁVÁ, JAKÉ MNOŽSTVÍ TEPLA JE TŘEBA DODAT JEDNOMU

KILOGRAMU LÁTKY, ABY SE JEJÍ TEPLOTA ZVÝŠILA O JEDEN STUPEŇ CELSIA (RESP. O JEDEN KELVIN).

Měrná tepelná kapacita je veličina charakteristická pro danou látku. Pro různé látky a různá skupenství má různé hodnoty. Platí-li pro měrné tepelné kapacity dvou látek *A* a *B* nerovnost $c_A < c_B$, znamená to, že látce *B* je třeba dodat větší teplo, abychom ohřáli obě látky o stejný přírůstek teploty. Pokusy a přesná měření ukazují, že se měrná tepelná kapacita látek mění se změnou teploty. (Proto se měrná tepelná kapacita udává v tabulkách pro určitou teplotu.) U všech látek se s klesající teplotou jejich měrná tepelná kapacita snižuje, ale pokles není příliš velký. Proto je možné pro daný stupeň přesnosti výpočtů považovat měrné tepelné kapacity homogenních látek v jistém teplotním intervalu za konstantní.

Z běžných látek má největší měrnou tepelnou kapacitu voda ($c \doteq 4180\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$). Tato velká hodnota měrné tepelné kapacity předurčuje vodu k použití jako chladící kapaliny (např. v automobilových motorech, ...) nebo jako kapaliny používané k přenosu energie (např. jaderné elektrárny, ústřední topení v domech a bytech, ...). Relativně malou tepelnou kapacitu mají kovy, což usnadňuje jejich tepelné zpracování.

5.2.4.1 | ***Výhřevnost

Měrná tepelná kapacita udává, jaké množství tepla je třeba dodat jednomu kilogramu látky, aby se její teplota

zvýšila o jeden stupeň Celsia (resp. o jeden kelvin). Z praxe ale víme, že látky mohou teplo i uvolňovat. Spalujeme-li např. určité množství uhlí, dřeva nebo papíru, uvolní se jisté množství tepla. V souvislosti s tím se zavádí fyzikální veličina *H*, která se nazývá výhřevnost a je definována vztahem $H = \frac{Q}{m}$, $[H] = \mathrm{J.kg^{-1}}$.

VÝHŘEVNOST UDÁVÁ, JAKÉ TEPLO SE UVOLNÍ SPÁLENÍM JEDNOHO KILOGRAMU LÁTKY; PRO RŮZNÉ LÁTKY JE RŮZNÁ.

5.2.5 | Kalorimetrická rovnice

Uvažujme situaci, kdy do tepelně izolované nádoby s kapalinou umístíme těleso o hmotnosti m_1, jehož teplota je t_1 a měrná tepelná kapacita c_1. Předpokládejme, že kapalina má hmotnost m_2, teplotu t_2 ($t_2 < t_1$) a měrnou tepelnou kapacitu c_2. Dále předpokládejme, že látka, z níž je vyrobeno těleso chemicky nereaguje s kapalinou a při tepelné výměně mezi tělesem a kapalinou nenastává změna skupenství. Tepelná výměna bude probíhat tak dlouho, dokud nenastane rovnovážný stav, při němž se teploty tělesa a kapaliny vyrovnají na výslednou teplotu *t* ($t_2 < t < t_1$). Ze zákona zachování energie vyplývá, že úbytek vnitřní energie tělesa je stejný jako přírůstek vnitřní energie kapaliny (celková vnitřní energie v tepelně izolované soustavě je stálá). Teplo $Q_1 = m_1 c_1 (t_1 - t)$, které odevzdá těleso, se tedy rovná teplu $Q_2 = m_2 c_2 (t - t_2)$, které

přijme kapalina v nádobě. Platí tzv. kalorimetrická rovnice: $m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2)$, která se ovšem případ od případu liší.

Obecně lze formulovat kalorimetrickou rovnici pro izolovanou soustavu takto:

TEPLO, KTERÉ ODEVZDÁ JEDNO TĚLESO (TEPLEJŠÍ) DRUHÉMU, JE STEJNÉ JAKO TEPLO, KTERÉ DRUHÉ TĚLESO (CHLADNĚJŠÍ) PŘIJME OD PRVNÍHO, TEDY $Q_{\text{odevzdané jedním tělesem}} = Q_{\text{přijaté druhým tělesem}}$.

Měření měrné tepelné kapacity se provádí v **kalorimetrech**. Směšovací kalorimetr je tepelně izolovaná nádoba s míchačkou a teploměrem. Vložíme-li směšovacího kalorimetru s kapalinou těleso s vyšší teplotou, než je teplota kapaliny, zvýší se teplota nejen kapaliny, ale i nádoby, míchačky a teploměru. Kalorimetrická rovnice bude mít proto tvar: $m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2) + C_k (t - t_2)$, kde $C_k (t - t_2)$ je teplo přijaté kalorimetrem a příslušenstvím při přírůstku teploty $\Delta t = t - t_2$ a C_k je tepelná kapacita kalorimetru.

5.2.6 | První termodynamický zákon

V praxi existuje málo dějů, při nichž těleso přijímá nebo odevzdává teplo jen tepelnou výměnou nebo konáním práce. Běžnější jsou děje, při nichž dochází k odevzdávání nebo přijímání tepla oběma způsoby. (Jestliže např. plyn stlačujeme pístem a zároveň zahříváme

teplejším tělesem, přijímá plyn teplo současně oběma způsoby.)

Lze tedy formulovat **první termodynamický zákon** (první větu termodynamickou):

PŘÍRŮSTEK VNITŘNÍ ENERGIE SOUSTAVY ΔU SE PAK ROVNÁ SOUČTU PRÁCE W VYKONANÉ OKOLNÍMI TĚLESY PŮSOBÍCÍMI NA SOUSTAVU URČITÝMI SILAMI A TEPLA Q ODEVZDANÉHO OKOLNÍMI TĚLESY SOUSTAVĚ, TEDY: $\Delta U = W + Q$.

Jiná formulace říká téhož zákona:

NELZE SESTROJIT PERPETUM MOBILE PRVNÍHO DRUHU.

PERPETUM MOBILE PRVNÍHO DRUHU JE PERIODICKY PRACUJÍCÍ STROJ, KTERÝ BY BĚHEM JEDNOHO CYKLU VYKONAL VĚTŠÍ PRÁCI NEŽ JE PŘIJATÁ ENERGIE.

Tepelnou výměnou a konáním práce může daná soustava:

1. přijímat energii - práce vykonaná okolními tělesy působícími na soustavu silami i teplo přijaté soustavou jsou veličiny kladné, tj. $W > 0$ a $Q > 0$
2. odevzdávat energii - v tom případě považujeme práci vykonanou soustavou a teplo dodané okolním tělesům za veličiny záporné, tj. $W < 0$ a $Q < 0$

Změna vnitřní energie ΔU je kladná, jestliže se vnitřní energie soustavy zvětšila, v opačném případě je vnitřní energie soustavy záporná.

Z prvního termodynamického zákona vyplývají dva zvláštní případy změny vnitřní energie: změna vnitřní energie konáním práce a změna vnitřní energie tepelnou výměnou:

1. $Q = 0$ - pak dostáváme $\Delta U = W$, tj. změna vnitřní energie je dána prací vykonanou silovým působením okolních těles. Děj, při němž neprobíhá tepelná výměna mezi soustavou a okolím (tedy vnitřní energie se mění jen konáním práce), se nazývá adiabatický děj.
2. $W = 0$ - dostáváme $\Delta U = Q$, tj. při ději, při němž se mění vnitřní energie jen tepelnou výměnou, se změna vnitřní energie soustavy rovná teplu, které soustava přijala (resp. odevzdala).

Místo práce *W*, kterou vykonají **okolní tělesa** působící silou na zvolenou soustavu pro určité dráze, bývá často výhodnější uvažovat práci W', kterou vykoná **soustava** tím, že působí na okolní tělesa po stejné dráze silou opačného směru. Podle zákona akce a reakce platí: $W = -W'$ a první termodynamický zákon pak dostáváme ve tvaru $\Delta U = -W' + Q$ čili $Q = \Delta U + W'$: teplo dodané soustavě se rovná součtu přírůstku její vnitřní energie ΔU a práci W', kterou soustava vykoná. Jestliže soustava konáním práce odevzdává energii okolním tělesům, je $W < 0$ a $W' > 0$.

Jednoduše si lze pamatovat první termodynamický

zákon pomocí vaření brambor, těstovin, rýže, polévky, ... v hrnci zakrytém pokličkou: sporák dodává hrnci teplo Q, čímž se jednak zvyšuje vnitřní energie obsahu hrnce (tedy roste U, tj. $\Delta U > 0$) a zároveň může pára uvnitř hrnce začít nadzvedávat pokličku - tj. pára koná práci W'. Tedy platí $Q = \Delta U + W'$.

5.2.7 | Přenos vnitřní energie

Přenos vnitřní energie z míst s vyšší teplotou do míst s nižší teplotou se může uskutečnit třemi způsoby:

1. tepelnou výměnou vedením
2. tepelnou výměnou zářením
3. tepelnou výměnou prouděním

Tepelná výměna vedením probíhá zejména v pevných látkách.

Např. zahříváme-li jeden konec tyče, pozorujeme postupné zvyšování teploty podél celé tyče (viz obr. 4).

V pevných elektricky nevodivých látkách lze tepelnou výměnu vysvětlit tím, že částice zahřívané části tělesa se více rozkmitají a předávají část své energie sousedním částicím. V kovových vodičích je tepelná výměna vedením zprostředkována především volnými elektrony. Různé látky se liší tepelnou vodivostí. Největší tepelnou vodivost mají kovy, čehož se využívá v technice (elektrický vařič, pájka, kovová chladící tělesa u chladničky, ...). Naopak velmi malou tepelnou vodivost má voda, nejnižší tepelnou

vodivost mají plyny. Proto sypké a pórovité látky, uvnitř kterých je vzduch, jsou špatnými tepelnými vodiči (textilie, peří, suché dřevo, cihly, písek, ...), a používají se jako tepelná izolace (vrstva vzduchu mezi dvojitými okny, ...).

Vedení si lze představit např. na kovové tyči délky *d*, na jejíchž koncích je udržován stálý teplotní rozdíl $T_2 - T_1$. Předpokládejme, že teplota klesá rovnoměrně od teplejšího konce k chladnějšímu. Výraz $\frac{T_2 - T_1}{d}$ značí teplotní spád (teplotní gradient). Teplo *Q*, které projde za těchto podmínek libovolným kolmým průřezem *S* tyče za dobu τ, je rovno: $Q = \lambda S \frac{T_2 - T_1}{d} \tau$, kde λ je součinitel tepelné vodivosti ($[\lambda] = \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$).

Tímto mechanismem se např. odvádí i teplo stěnami domů zevnitř ven a dochází tak k tepelným ztrátám.

Tepelná výměna zářením mezi dvěma tělesy se uskutečňuje vyzařováním nebo pohlcováním elektromagnetického záření, jehož vysílání je podmíněno tepelným pohybem atomů a molekul tělesa. Při vyslání tepelného záření se vnitřní energie tělesa zmenší o energii tohoto vyslaného záření. Při dopadu záření na těleso se část tohoto záření odráží, část tělesem prochází a zbytek je tělesem pohlcen. Vnitřní energie tělesa se tedy zvětší o energii pohlceného záření.

Přesněji přenos energie mezi dvěma tělesy vysvětlil

v roce 1900 Max Planck pomocí kvantové hypotézy.

Tepelná výměna zářením není vázána na přítomnost látkového prostředí, tj. může probíhat i ve vakuu.

Zářením se např. dostává na Zem tepelné záření ze Slunce. Přitom převážnou část své dráhy od Slunce na Zem „cestuje“ energie vakuem.

Vyzařování těles popsáno Stefan-Boltzmannovým zákonem. Ten popisuje teplo *Q* vyzářené absolutně černým tělesem o teplotě *T* z plochy *S* za jednotku času: $\frac{dQ}{dt} = S\sigma T^4$, kde $\sigma = 5,67.10^{-8}\ \mathrm{W.m^{-2}.K^{-4}}$ je Stefan-Boltzmannova konstanta.

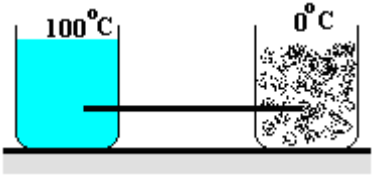
Výkon vyzářený jednotkou povrchu je: $\frac{dP}{dS} = \sigma T^4$.

Tyto dva vztahy platí přesně pro absolutně černé těleso, které pohlcuje veškeré na něj dopadající záření. Takové těleso ovšem v praxi neexistuje - je to pouze ideální model tělesa. Pro reálná tělesa, která není možné za absolutně černá považovat, platí modifikovaný vztah: $\frac{dP}{dS} = Ac_n T^4$, kde *A* je pohltivost a c_n koeficient sálání ($[c_n] = [\sigma] = \mathrm{W.m^{-2}.K^{-4}}$). Pro absolutně černé těleso přitom platí $A = 1$ a $c_n = \sigma$.

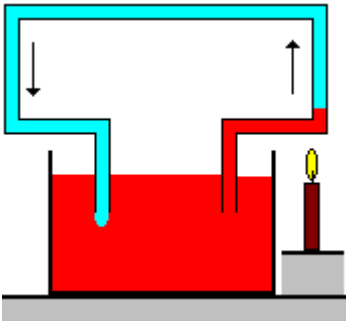
Různé materiály mají různé pohltivosti a koeficienty sálání. Roste-li pohltivost daného materiálu, roste i jeho koeficient sálání. Materiály s malým koeficientem sálání (a tedy i s malou pohltivostí) mají dobré izolační vlastnosti a pomáhají v dané soustavě udržovat stálou teplotu (např. stěny termosek jsou vyrobené z lesklých materiálů).

Tepelná výměna prouděním probíhá díky skutečnosti, že hustota tekutin s rostoucí teplotou zpravidla klesá. Zahříváme-li např. v tíhovém poli kapalinu (nebo plyn), vzniká proudění (viz obr. 5): Chladnější tekutina má totiž větší hustotu, proto klesá dolů a vytlačuje tak teplejší tekutinu vzhůru. Proudící tekutina tak přenáší vnitřní energii z teplejších míst do míst chladnějších.

Tento jev se uplatňuje např. i u vytápění bytů: ohřátý vzduch stoupá od zdroje tepla vzhůru, proudí u stropu směrem ke vzdálenější stěně bytu, postupně chladne a klesá dolů, další teplý vzduch „ho žene“ dále (ke zdroji tepla) a celý koloběh se opakuje.



Obr. 4



Obr. 5

5.2.8 | Rozvod tepla v domě

5.2.8.1 | Rozvod teplé vody

Současně používané topné systémy jsou konstruovány tak, aby byly výkonné při nízké spotřebě paliva a aby bylo možné je regulovat jak z hlediska teploty vzduchu, tak pro ohřev teplé vody. Nejčastějším systémem používaným v Evropě je systém, který využívá k rozvodu tepla vodu. Voda se ohřívá v plynovém kotli a čerpadlo ji rozvádí okruhem trubek a radiátorů.

Poznámka: Na obr. 6 není napojení radiátorů na topný systém zobrazeno správně. Lepší způsob připojení radiátoru je ten, že teplá voda se přivádí do radiátoru v jeho horní části a studená se pak odvádí v dolní části.

Tento způsob připojení vychází z faktu, že s klesající teplotou vody klesá její hustota.

Voda totiž předává část své vnitřní energie radiátoru a vzduchu uvnitř místnosti. Proto klesá její teplota.

Název radiátor (*vyzařovač*) ale není zcela na místě, protože vyzařuje pouze 20 % tepla, které poskytuje; zbytek se přenáší konvekčními proudy. Většina radiátorů se vyrábí z lisované oceli nebo z litiny a má drsný povrch, čímž se zvětšuje plocha schopná vydávat teplo. Uvedené materiály by ve styku s vodou a vzduchem rychle korodovaly. Důvod, proč se tak neděje je ten, že voda se pohybuje v uzavřeném okruhu, takže kyslík, který je v ní na počátku rozpuštěn, se rychle spotřebuje na zahájení koroze, ale pak se proces zastaví. Proto není dobré např. přes léto, kdy se v domě netopí, vypouštěn z topného okruhu vodu, protože tím by se proces koroze urychloval.

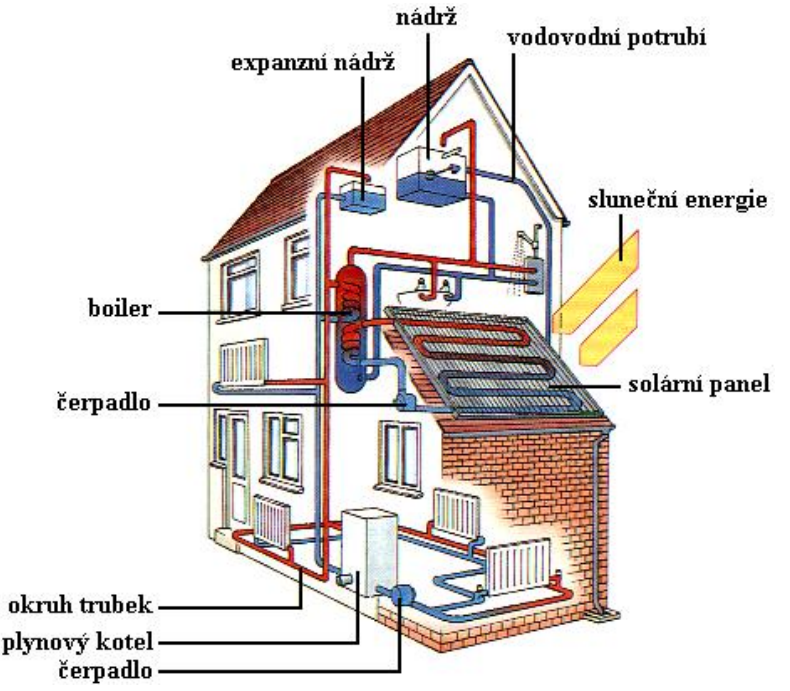
Horkovodní trubka též prochází boilerem, kde zahřívá vodu ve svém okolí. Tato ohřátá voda se pak používá ke spotřebě v domácnosti (mytí nádobí, sprchování, ...) Boiler bývá kromě toho napojen na další nádrž vysoko v domě, do níž se může přivádět voda z vodovodního potrubí.

Vzhledem k tomu, že s rostoucí teplotou vody se zvyšuje její objem, je nutné, aby topný okruh obsahoval tzv. expanzní nádobu. Ta je umístěná vysoko v domě a zabraňuje popraskání trubek při zvýšení tlaku vody v potrubí.

Pokud by expanzní nádoba v topném systému nebyla a systém by byl uzavřený, zvyšoval by se v něm s rostoucí teplotou vody tlak. Teplá voda by působila na stěny potrubí tak velkou silou, že by mohlo dojít k porušení pevnosti materiálu trubky a trubka by praskla. Expanzní nádoba, která je otevřená, vyrovnává tlak vody v potrubí při ohřátí vody.

Expanzní nádoba vlastně zvyšuje objem topného systému a „zachytává“ ten objem vody, který naroste vlivem ohřátí vody.

V zemích s horkým podnebím se často pro ohřev vody v domácnosti využívá sluneční energie. Pomocí ní se ohřívají panely, kterými vede potrubí s vodou. Pro zvýšení účinnosti přeměny dopadající sluneční energie na vnitřní energii vody se panely barví na vnějším povrchu černou barvou a pokrývají se sklem. Tak se maximalizuje absorpce tepla vodou. Další zefektivnění ohřevu vody spočívá ve tvaru trubky, kterou voda proudí: v panelu má trubka tvar smyčky ležící v rovině panelu. Ohřátá voda se poté vede pomocí čerpadla přes výměník tepla do celého domu.



Obr. 6

5.2.8.2 | Plynové spotřebiče

5.2.8.2.1 | Používané plyny

V řadě domácností a průmyslových objektů je zdrojem energie plyn. Tímto obecným názvem se rozumí:

1. svítiplyn - je tvořen převážně oxidem uhelnatým a jako zdroj energie se příliš nepoužívá. Jeho spalováním vzniká oxid uhelnatý.
2. zemní plyn - tvořen převážně methanem CH_4 a jeho zastoupení jakožto zdroje energie z plynu je dominantní. Jeho spalováním vzniká oxid uhelnatý a vodní pára.
3. propan - butan - jedná se o směs C_3H_8 a C_4H_{10}, v odběru spotřebičů převažuje. Spalováním vzniká oxid uhelnatý a vodní pára.

Teplota plamene je natolik vysoká, že vznikají zároveň i oxidy dusíku, které jsou považovány za karcinogenní. Proto je nutné spaliny velmi pečlivě odvádět z vnitřních prostor domů a průmyslových objektů a rozptylovat je. Další nebezpečí při používání plynu spočívá v nahromadění nespálené směsi vzduchu a plynu, která by mohla explodovat.

Přestože používání plynu představuje výše zmíněná rizika, používá se v praxi. Jedním z důvodů je i to, že nepoužívání plynu by bylo značně nehospodárné. Svítiplyn vzniká při výrobě koksu a spalovat jej bez dalšího využití by bylo neekonomické. Zemní plyn je přírodní surovina, jejíž naleziště bývají spojena s nalezišti ropy. Je vhodný jak pro další chemické zpracování, tak i jako palivo. Propan-butan vzniká při zpracování ropy na benzín, naftu a oleje a jeho využití znamená další zhodnocení drahé

suroviny: ropy.

Plynové spotřebiče přeměňují svojí vnitřní energii na teplo až v místě, kde teplo potřebujeme.

Plamen vařiče ohřívá přímo nádobu s vodou, průtokový plynový ohřívač ohřívá vodu přímo v koupelně, plynová kamna spalují plyn přímo v místnosti, kterou je třeba vytápět, a odevzdávají do ní teplo, ...

Je pravda, že analogicky pracují elektrické spotřebiče, ale jejich účinnost je v tomto kontextu nízká. Elektrárny, které elektrickým spotřebičům dodávají elektrický proud, pracují s účinností pouze 50 - 70 %.

Pro konkrétní využití plynu je rozhodující jeho výhřevnost. Jedná se o teplo, které se uvolní spálením jednoho kilogramu plynu. Plynárenské společnosti ale účtují spotřebu plynu v objemových jednotkách (metry krychlové), a proto je nutné pro výpočet ceny spotřebovaného plynu znát i jeho hustotu.

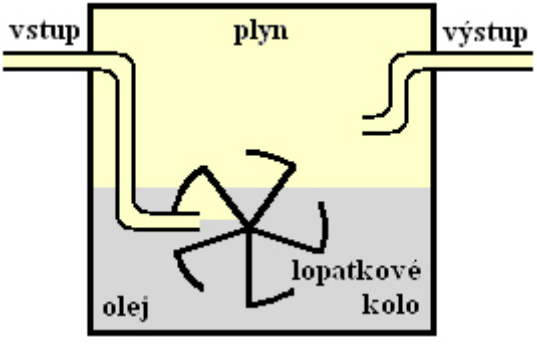
Plyn je do domácností přiváděn nízkotlakým rozvodem. Přetlak je asi 200 mm vodního sloupce, tj. tlak plynu je větší ve srovnání s normálním atmosférickým tlakem jen o 2 %. O stejné procento se změní při zvýšeném tlaku plynu i jeho hustota.

Při výpočtu spotřeby plynu (na základě výhřevnosti a ceny za metr krychlový) je tedy možné použít běžné

tabulkové hodnoty hustoty plynu. Ty jsou sice udávány za normálních podmínek, ale chyba 2 % je v tomto případě zanedbatelná.

5.2.8.2.2 | Plynoměr a hořák

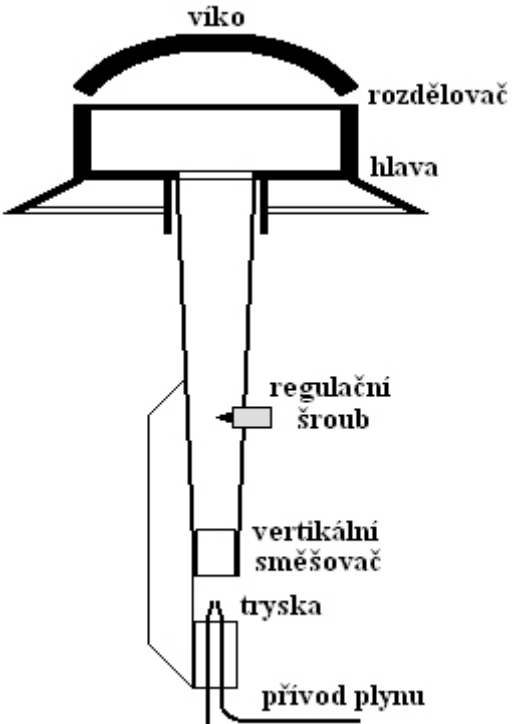
Objem spotřebovaného plynu se měří plynoměrem. Jedním z typů je plynoměr, uvnitř kterého je lopatkové kolo s kapsami. Ty se postupně plní plynem a zvedají lopatky z oleje, ve kterém je kolo částečně ponořené (viz obr. 7). Plyn je tak k dalšímu zpracování dávkován po jednotlivých „kapsách“. Počet otáček lopatkového kola je tak přímo úměrný objemu plynu, který plynoměrem projde. Objemový průtok plynu je omezen velikostí plynoměru.



Obr. 7

Pro správné spalování plynu je výhodné jej nejdříve ve

správném poměru smísit se vzduchem. Směs se v hořáku rozdělí na řadu plaménků, které pak ohřívají další těleso (např. hrnec s vodou na plynovém sporáku). Řez hořákem plynového vařiče je zobrazen na obr. 8. Plyn vstupuje nejdříve tryskou do směšovače (viz obr. 9), kde se mísí se vzduchem. Vzniklá směs stoupá hořákem vzhůru. Regulačním šroubem, který je vyveden vně hořáku a kterým může regulovat intenzitu plamene obsluha vařiče, se omezuje velikost rychlosti proudící směsi a zabraňuje se dalšímu přisávání vzduchu. Otvory mezi hlavou hořáku a víkem směs vystupuje z hořáku a hoří. Pod víkem je vložen věneček z vlnitého plechu, který stabilizuje plamen a brání jeho zpětnému šlehnutí do hořáku. Otvor v trysce určuje průtok plynu a regulačním šroubem lze nastavit ostrý plamen s jasně ohraničeným vnitřním kuželem.

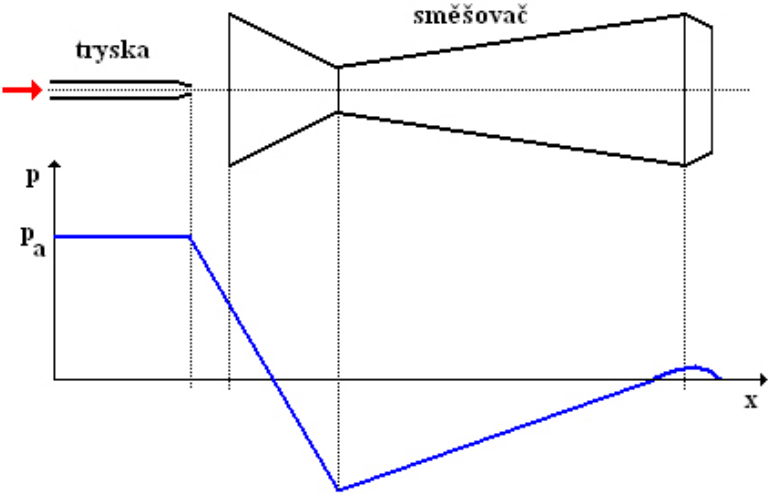


Obr. 8

Směšování plynu a vzduchu probíhá díky velmi malým rozdílům tlaku před směšovačem a za ním. Na obr. 9 je zobrazen kromě trysky a směšovače i průběh tlaku v závislosti na souřadnici. V zúženém místě směšovače klesá tlak vzduchu pod hodnotu normálního atmosférického tlaku. Vzduch z okolí směšovače bude tedy

proudit směrem do směšovače a bude se mísit s plynem.

Snížení tlaku vzduchu v závislosti na průřezu trubice, kterou plyn proudí, lze vysvětlit pomocí Bernoulliho rovnice. Ta sice kvantitativně platí pouze pro ideální kapalinu, nicméně kvalitativní závěry pro plyny poskytuje také.



Obr. 9

5.2.8.2.3 | Ochrana před nežádoucím

únikem plynu

Plynárenské společnosti distribuující plyn zaručují spotřebitelům stálý tlak plynu v potrubí. Při velké spotřebě plynu nebo při určitém typu závady v potrubí je plyn doplňován dusíkem tak, aby směs plynu měla stále daný tlak. Taková směs je stejně drahá, ale má menší výhřevnost.

To znamená, že se jejím spalováním uvolňuje méně tepla. Nebo-li taková směs méně hřeje.

Nevýhodou plynu je jeho výbušnost ve směsi se vzduchem. Nežádoucímu úniku plynu resp. jeho hromadění v obytných místnostech lze zabránit několika způsoby.

První ochranou je značkování plynu, který je běžně bez zápachu, páchnoucí příměsí. Ta upozorní na únik plynu z potrubí např. do obytných místností. Obyvatelé tak přítomnost plynu zjistí a budou moci podniknout opatření, která zabrání výbuchu.

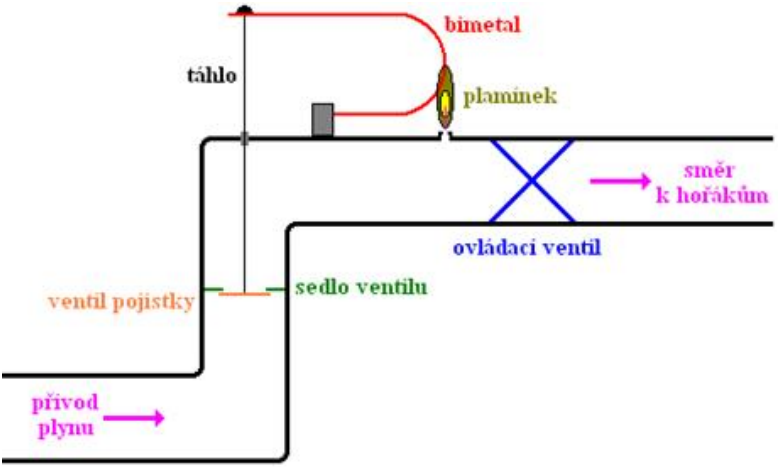
Další opatření jsou technická a fyzikální: plynové spotřebiče mají totiž pojistku, která reguluje dodávku plynu do objektu v závislosti na případné poruše. Ventily v případě poruchy pak automaticky uzavřou přívod plynu do spotřebiče. Používají se dva druhy pojistek:

1. bimetalová pojistka
2. termoelektrická pojistka

Hlavní součástí bimetalové pojistky (viz obr. 10) je bimetalový pásek. Ten je uspořádán tak, že pokud je

ohříván, je ventil pojistky pomocí táhla připevněného na bimetalový pásek otevřen. Je-li dodávka plynu přerušena, zhasne plamínek a bimetal táhne táhlo nahoru. Tím se uzavře ventil pojistky. Po obnovení dodávky plynu se plyn k ovládacímu ventilu už nedostane. Nevýhodou této pojistky je fakt, že bimetalový pásek, který je stále vystaven plamínku, koroduje, a proto má omezenou životnost.

Po odstranění poruchy je nutné plamínek znovu zapálit a pojistku tak uvést znovu do činnosti.



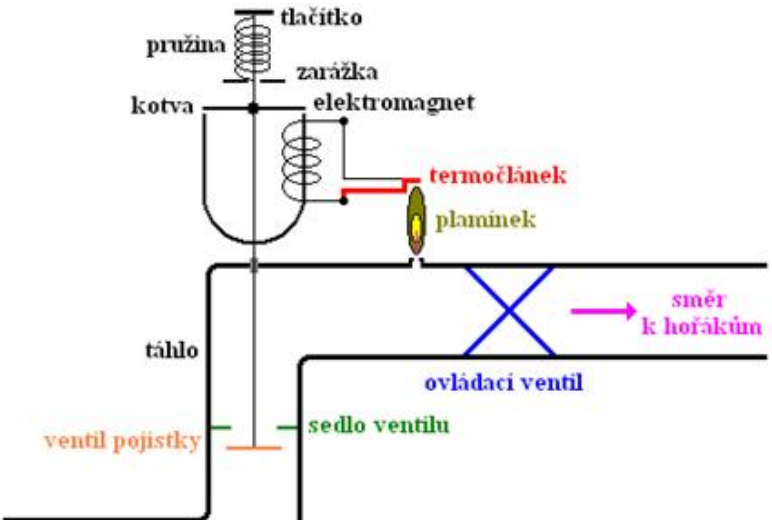
Obr. 10

Spolehlivější je termoelektrická pojistka, jejíž schéma je na obr. 11. Při zapalování plamínku je nutné stisknout tlačítko. To stlačí pružinu a přitiskne kotvu k pólovým

nástavcům elektromagnetu. Po zapálení plamínku se ohřeje termočlánek a proud, který jím bude procházet, vytvoří v elektromagnetu dostatečně silné magnetické pole, které udrží kotvu na elektromagnetu. Tlačítko je potom možné pustit. Jestliže plamínek vlivem nějaké poruchy zhasne, přestane elektromagnetem procházet elektrický proud a zanikne magnetické pole. Pružina přitáhne kotvu a spolu s ní i táhlo s ventilem pojistky. Tak se pojistný ventil uzavře a do ovládacího ventilu nemůže po odstranění poruchy proudit žádný plyn. Samotný termočlánek je velmi spolehlivý a poruchu může způsobit jen oxidace kontaktů.

Teplý spoj termočlánku má teplotu zhruba $700\,^{\circ}C$ a napětí asi 30 mV. Odpor celého obvodu musí být jen několik miliohmů, aby elektromagnetem tekl dostatečný proud a vytvořil silné magnetické pole.

Na rozdíl od bimetalové pojistky je schopný tento druh reagovat rychleji na uzavření přívodu plynu: po zhasnutí plamínku se proud v elektromagnetu totiž přeruší téměř okamžitě a pružina okamžitě zvedá táhlo s pojistným ventilem. U bimetalové pojistky vzniká jisté zpoždění způsobené chladnutím bimetalového pásku.

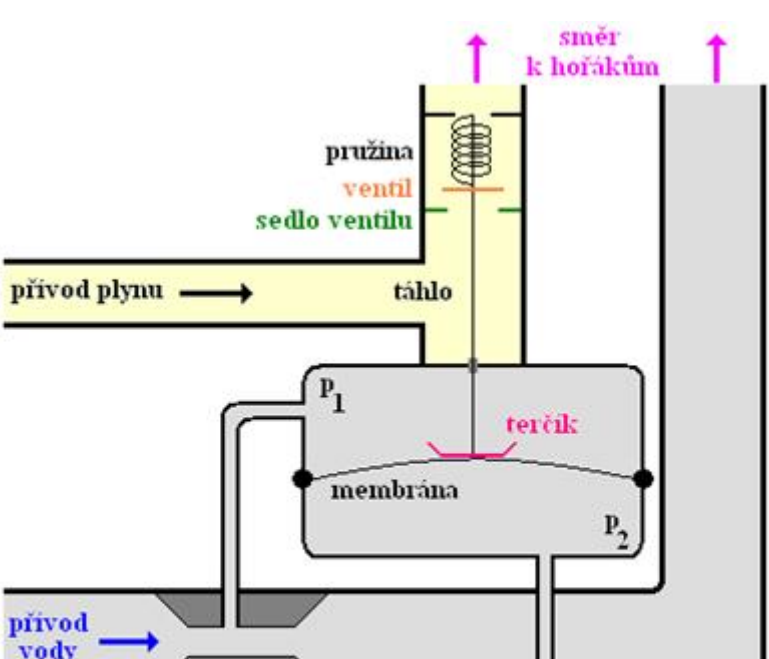


Obr. 11

5.2.8.2.4 | Průtokové ohřívače vody

Průtokové ohřívače vody potřebují ke své správné činnosti regulátor objemu plynu, který je přiváděn do hořáků ohřívače. Je-li kohoutek potrubí s teplou vodou otevřen více, je nutné pro dosažení stejné teploty vody spálit více plynu. K hořákům ohřívače se tedy musí dostat za stejný čas větší objem plynu, než v případě, že je kohoutek potrubí s teplou vodou otevřen méně.

Automatická regulace průtoku plynu (viz obr. 12) je založena na Bernoulliho rovnici.



Obr. 12

Gumová membrána dělí armaturu na dvě části: horní část je spojená se zúženým místem potrubí ve Venturiho trubici, a dolní část je spojená s přívodní trubkou. Rozdíl

tlaků p_1 a p_2 nad a pod membránou je přímo úměrný tlakové síle, která membránu deformuje. K membráně doléhá terčík, který je spojen táhlem s pružinou a regulačním ventilem. Větší průtok vody vyvolá větší rozdíl tlaků a tedy i větší tlakovou sílu. Terčík je proto zvedán směrem vzhůru, regulační ventil se otvírá a k hořákům proudí větší množství plynu.

Podle rovnice kontinuity v místě zúženého potrubí roste velikost rychlosti proudící kapaliny. To ale podle Bernoulliho rovnice znamená pokles tlaku v daném místě. Proto s rostoucí velikostí rychlosti vody v potrubí klesá tlak p_1 a membrána se „vyboulí“ nahoru.

Při zmenšení průtoku vody klesá rozdíl tlaků, terčík klesá vlivem tíhové síly dolů a regulační ventil se uzavírá. Přívod plynu k hořákům je tedy omezen (resp. zcela zastaven).

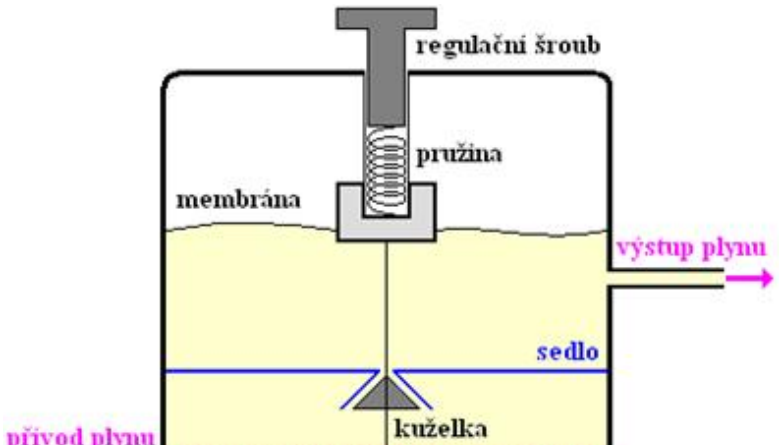
Na obr. 12 je naznačen přívod plynu i vody k hořákům. Plyn se v hořáku spaluje a svým teplem ohřívá vodu, která musí proudit v potrubí v těsné blízkosti hořáku. Jde o vodu, která se používá na mytí, vaření, ...

Některé plynové spotřebiče (např. průtokové ohřívače vody) nespoléhají na konstantní tlak plynu v přívodním potrubí, který garantují plynárenské společnosti, ale regulují si jej samy.

Regulátor tlaku (viz obr. 13) je založen na rovnováze tlakové síly plynu, která působí na membránu, a síly pružnosti pružiny. Plyn přichází do dolní komory regulátoru

a případné mechanické nečistoty jsou zachyceny filtrem. Plyn dále proudí sedlem kolem kuželky do střední části regulátoru. Tlakovou silou, jejíž velikost je úměrná tlaku plynu, přitom plyn působí na membránu. Ta se deformuje a zdvihá kuželku, která je s ní spojena táhlem. Pohybem vzhůru se kuželka blíží k sedlu a uzavírá přívod plynu. Rovnovážný stav nastane tehdy, je-li tlaková síla plynu v rovnováze se silou pružnosti pružiny - proudění plynu je v tomto případě stacionární.

Tlak plynu na výstupu z regulátoru lze regulovat regulačním šroubkem, kterým se stlačuje pružina. Domácí plynové spotřebiče s regulátorem tlaku pracují s malým tlakem plynu, a proto je pružina velmi jemná. Neodborná manipulace proto může pružinu velmi snadno poškodit.



Obr. 13

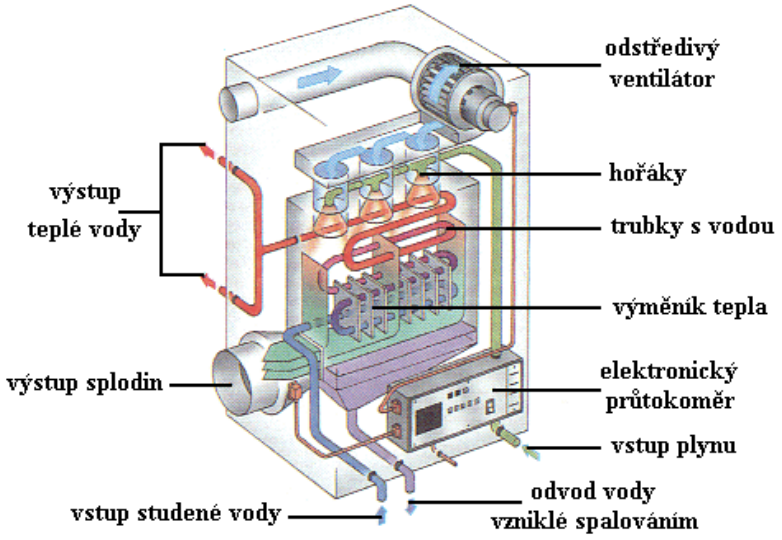
5.2.8.2.5 | Plynový kotel

Množství plynu, které je nasáváno do plynového kotle (viz obr. 14), je regulováno elektronickým průtokoměrem. Vzduch, který se většinou nasává odstředivým ventilátorem, se poté mísí s plynem v řadě hořáků, v nichž se zažehává. V hořícím plynu se pak ohřívají trubky s vodou a horká voda z kotle poté odchází. Před ohřátím vody v hořáku se může studená voda předehřát v tepelném výměníku, který získává maximum tepla ze spálených plynů. Voda vytvořená spálením plynu

kondenzuje na deskách výměníku a je třeba jí průběžně odstraňovat z kotle. Spálené plyny (CO, CO_2) odcházejí z kotle do vyvložkovaného komína.

Vyvložkováním komína se zabraňuje pronikání nespáleného plynu a zplodin z jeho spalování materiálem komína do vnitřních prostor domu.

Výhřevný systém domácností je regulován vnitřním termostatem, který je tvořen bimetalovým páskem většinou stočeným do spirály. Změnou teploty se proužek ohýbá jedním nebo druhým směrem a přitom přerušuje elektrický obvod, který reguluje přívod paliva do kotle. Jediný termostat ale není příliš účinný pro udržování teploty v celém domě. Kotel se pak zapíná, jen když klesne teplota pod určitou hodnotu na místě, kde je termostat upevněn. Než by se kotel zapnul a začal vyhřívat dům, mohla venkovní teplota klesnout o několik stupňů. Proto se většinou užívá druhého vnějšího termostatu, který zaznamenává náhlé změny venkovní teploty a tak předvídá změny uvnitř domu.



Obr. 14

5.3 | STRUKTURA A VLASTNOSTI PLYNŮ

5.3.1 | Ideální plyn

Při odvozování zákonů platných pro plynné skupenství, je vhodné reálný plyn nahradit zjednodušeným modelem (idealizací) - ideálním plynem. Ideální plyn má tyto vlastnosti:

1. rozměry molekul jsou ve srovnání se střední vzdáleností molekul od sebe zanedbatelně malé
2. molekuly ideálního plynu na sebe navzájem nepůsobí silami (kromě okamžiku vzájemných srážek)
3. vzájemné srážky molekul ideálního plynu a srážky těchto molekul se stěnami nádoby jsou dokonale pružné

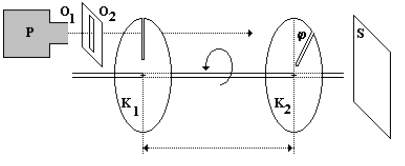
V libovolném okamžiku se většina molekul ideálního plynu pohybuje volně rovnoměrným přímočarým pohybem, neboť doba trvání srážky dvou molekul je mnohem menší než střední doba volného pohybu molekul. Vzhledem k tomu, že molekuly ideálního plynu na sebe vzájemně nepůsobí silami, je potenciální energie soustavy molekul ideálního plynu nulová. Vnitřní energie ideálního plynu je dána pouze celkovou kinetickou energií (posuvného, kmitavého a rotačního pohybu).

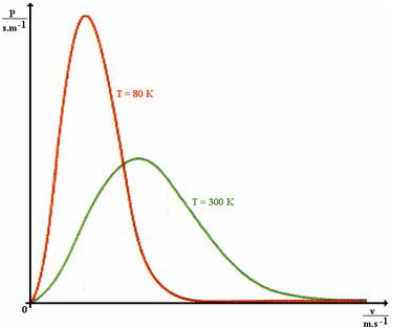
Při dostatečně velkých teplotách a nízkých tlacích se skutečné plyny svými vlastnostmi přibližují modelu ideálního plynu. Toto přiblížení je splněno již při podmínkách málo odlišných od tzv. normálních podmínek ($t = 0\ ^\circ\mathrm{C}$, $p = 1{,}01325.10^5\ \mathrm{Pa}$).

5.3.2 | Rozdělení molekul plynu podle

rychlostí

Všechny molekuly plynu, který je v rovnovážném stavu nemají v určitém okamžiku stejnou rychlost, což je dáno vzájemnými srážkami molekul. Při nich dochází ke změně velikosti i směru rychlosti. Velikost rychlostí molekul plynu lze zjistit např. Lammetrovým pokusem (viz obr. 15). Dva kotouče K_1 a K_2 s radiální štěrbinou jsou umístěny ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti *d* a otáčejí se na společné hřídeli stálou úhlovou rychlostí ω. Štěrbiny jsou vůči sobě pootočeny o úhel φ. V elektricky vyhřívané peci *P* jsou páry rtuti. Po průchodu nehybnými štěrbinami O_1 a O_2 vytvářejí molekuly rtuti úzký molekulový svazek, v němž se vyskytují molekuly pohybující se různými rychlostmi. Oběma rotujícími štěrbinami však projdou jen ty molekuly, které urazí vzdálenost *d* za stejný čas, za který se druhá štěrbina otočí o úhel φ. Protože platí $v = \tau d$ a $\varphi = \omega \tau$, dostáváme $v = \frac{\omega d}{\varphi}$.





Obr. 15 Obr. 16

Změnou parametrů *d*, φ nebo ω lze z molekulového paprsku postupně vybrat molekuly, jejichž rychlost leží v určitém intervalu $\langle v, v+\Delta v\rangle$. Z hmotnosti náletů na stínítko *S* lze určit počet těchto molekul. Tímto způsobem je možné určit rozdělení molekul podle (velikosti) rychlostí.

Rozdělení molekul podle rychlostí lze znázornit:

1. tabulkou - zapisujeme intervaly rychlostí $\langle v, v+\Delta v\rangle$ a k nim příslušné střední relativní četnosti molekul $\frac{\Delta N}{N}$, jejichž rychlost leží v uvažovaném intervalu rychlostí
2. histogramem
3. graf rozdělení molekul podle rychlostí - získáme ho z histogramu, snižujeme-li postupně Δv, tj. $\Delta v \to 0$.

Rozdělení molekul podle rychlostí závisí na teplotě plynu (viz obr. 16): při vyšší teplotě je relativní četnost molekul s malými rychlostmi menší a relativní četnost molekul s velkými rychlostmi větší. Zákon rozdělení molekul podle rychlostí odvodil jako první skotský fyzik J. C. Maxwell, který se tímto problémem zabýval od roku 1852.

Na obr. 16 je v grafu na svislé ose vynesena veličina $P(v)$, která se nazývá **rozdělovací funkce**, která má tvar:

$P(v) = 4\pi \sqrt{\left(\frac{M_m}{2\pi RT}\right)^3} v^2 e^{\frac{M_m v^2}{2RT}}$. Její jednotka je taková, že součin $P(v)\,\mathrm{d}v$ je bezrozměrový. Tento součin přitom udává relativní četnost molekul s velikostmi rychlostí v intervalu $(v; v+\mathrm{d}v)$. Číselná hodnota plochy pod křivkou rozdělovací funkce z obr. 16 na intervalu $(v; v+\mathrm{d}v)$ udává relativní počet molekul, jejichž velikosti rychlostí leží v uvažovaném intervalu $(v; v+\mathrm{d}v)$.

Představíme-li si na svislé ose místo veličiny *P* počet částic, které se pohybují danou rychlostí, nebude to sice zcela přesné, ale pro pochopení grafu postačující.

5.3.3 | Střední kvadratická rychlost

Okamžitá rychlost molekuly pohybující se neuspořádaným posuvným pohybem je náhodná a stále se měnící veličina, která nám nic o chování plynu neřekne. Proto se používají statistické veličiny. Předpokládejme, že plyn uzavřený v nádobě obsahuje *N* molekul stejné hmotnosti m_0. Z tohoto počtu má v důsledku neuspořádaného pohybu ΔN_i molekul velikost rychlosti v intervalu $\langle v_i; v_i + \Delta v \rangle$. Celková kinetická energie molekul konajících neuspořádaný posuvný pohyb je:

$$E_k = \frac{1}{2} m_0 \sum_{i=1}^{n} \left(\Delta N_i v_i^2 \right).$$

Nyní je možné si představit, že se všechny molekuly daného plynu pohybují stejně velkou rychlostí v_k, kterou volíme tak, aby celková kinetická energie E_k zůstala nezměněná. Rychlost v_k se pak nazývá **střední kvadratická rychlost** a je to statistická veličina. Z právě uvedené definice vyplývá: $N \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{1}{2} m_0 \sum_{i=1}^{n} \left(\Delta N_i v_i^2 \right)$, odkud dostáváme $v_k^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \left(\Delta N_i v_i^2 \right)$, kde $N = \sum_{i=1}^{n} \Delta N_i$. Druhá mocnina střední kvadratické rychlosti je tedy rovna součtu druhých mocnin rychlostí všech molekul dělených celkovým počtem molekul. (A je tudíž rovna aritmetickému průměru druhých mocnin rychlostí všech molekul.)

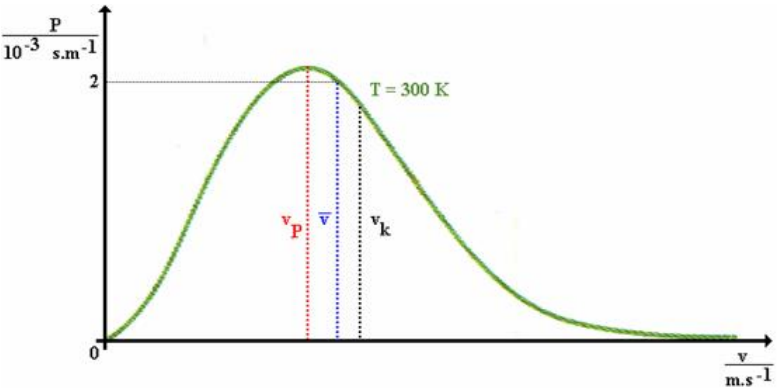
STŘEDNÍ KVADRATICKÁ RYCHLOST MOLEKUL JE TAKOVÁ RYCHLOST, KTEROU SE POHYBUJÍ VŠECHNY MOLEKULY DANÉHO IDEÁLNÍHO PLYNU. JEJÍ HODNOTA JE URČENA TAK, ŽE CELKOVÁ KINETICKÁ ENERGIE MOLEKUL PLYNU VYPOČTENÁ POMOCÍ TÉTO RYCHLOSTI JE STEJNÁ JAKO SOUČET KINETICKÝCH ENERGIÍ VŠECH MOLEKUL, KTERÉ SE POHYBUJÍ OBECNĚ RŮZNÝMI RYCHLOSTMI.

Kromě střední kvadratické rychlosti lze soubor molekul daného plynu charakterizovat dalšími význačnými velikostmi rychlostí: nejpravděpodobnější

rychlostí v_p a střední (průměrnou) rychlostí $\bar{v}$.

Nejpravděpodobnější rychlost je velikost rychlosti, pro níž nabývá rozdělovací funkce $P(v)$ svého maxima. Velikost této rychlosti je dána vztahem $v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M_m}}$. Střední rychlost (průměrná rychlost) je průměrem všech velikostí rychlostí, kterými se molekuly daného plynu pohybují. Její velikost je rovna $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_m}}$.

Pro základní představu a srovnání velikostí těchto rychlostí jsou všechny uvedené rychlosti vyznačeny na obr. 17. Konkrétně pro kyslík při teplotě 300 K dostáváme tyto hodnoty: $v_p = 395\ \mathrm{m.s^{-1}}$, $\bar{v} = 445\ \mathrm{m.s^{-1}}$ a $v_k = 483\ \mathrm{m.s^{-1}}$.



Obr. 17

5.3.4 | Teplota plynu z hlediska molekulové fyziky

S rostoucí teplotou se zvyšuje velikost rychlosti molekul, zvyšuje se tedy i střední kvadratická rychlost a tedy i kinetická energie molekuly $E_0 = \frac{1}{2} m_0 v_k^2$, kterou má molekula v důsledku svého neuspořádaného pohybu. Z teoretických úvah plyne, že tato energie závisí na teplotě vztahem $E_0 = \frac{3}{2} kT$, kde $k = 1,38.10^{-23}\ \mathrm{J.K^{-1}}$ je **Boltzmannova konstanta**. Z tohoto vztahu lze vyjádřit závislost střední kvadratické rychlosti na teplotě *T*: $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$.

Molekuly dvou ideálních plynů se stejnou teplotou mají stejnou střední kinetickou energii vyplývající z jejich neuspořádaného posuvného pohybu. Střední kvadratické rychlosti molekul těchto dvou plynů jsou ale různé v důsledku rozdílných hmotností molekul obou plynů.

5.3.5 | Tlak plynu z hlediska molekulové fyziky

Současné nárazy molekul plynu na rovinnou stěnu

o obsahu S se projevují jako tlaková síla F plynu na stěnu. Vztah $p = \frac{F}{S}$ vyjadřuje tlak plynu v daném okamžiku. Molekuly se ale pohybují neuspořádaně, neustále se mění jejich počet i rychlost nárazů na stěny. To způsobuje, že ani tlak není konstantní, ale kolísá kolem určité střední hodnoty p_s - jedná se o fluktuaci tlaku. Pokud plyn obsahuje velké množství molekul, jsou odchylky skutečného tlaku p od jeho střední hodnoty p_s malé, tj. $p \doteq p_s$. Pro střední hodnotu tlaku plynu v nádobě lze odvodit tzv. základní rovnici pro tlak plynu: $p = \frac{1}{3} N_V m_0 v_k^2$, kde N_V je hustota molekul a m_0 hmotnost molekuly. Hustota molekul je definována podílem počtu molekul (N) v nádobě o objemu V a objemu V: $N_V = \frac{N}{V}$, $[N] = \mathrm{m}^{-3}$.

5.3.5.1 | Odvození základní rovnice pro tlak plynu

Předpokládejme, že nádoba, v níž se plyn nachází, má tvar krychle. Molekuly se pohybují náhodně všemi směry různými rychlostmi. Díky náhodnosti směrů, lze předpokládat, že třetina se jich pohybuje rovnoběžně s osou x, třetina rovnoběžně s osou y a třetina rovnoběžně s osou z. Dále předpokládejme, že všechny molekuly mají stejnou velikost rychlosti v.

... tj. pohybují se střední kvadratickou rychlostí v_k.

Nádoba jiného než tvaru než krychle by byla pouze horší na počítání, ale tlak by se při zachování stejného objemu nádoby, stejného počtu molekul a stejné teploty nezměnil.

Na plochu o obsahu *S* (např. na pravou stěnu nádoby) dopadnou za dobu τ všechny molekuly, které se nacházejí v prostoru o objemu $v\tau S$ a pohybují se v kladném směru osy *x*. V prostoru o objemu $v\tau S$ je $N_V v\tau S$ molekul, z nichž se v kladném směru osy *x* pohybuje jen šestina (polovina ze třetiny). Počet molekul, které tedy za dobu τ dopadnou na plochu o obsahu *S*, je $\frac{1}{6} N_V v\tau S$.

Výraz $v\tau S$ určuje objem hranolku, který je vztyčen před stěnou (podstava hranolu leží v uvažované stěně krychle). A fakt, že tento výraz určuje objem, lze získat z úpravy: $V_{hranolu} = lS = v\tau S$.

Každá molekula, která se od plochy o obsahu *S* pružně odrazí, změní svojí hybnost $\vec{p_1} = m_0\vec{v}$ na hybnost $\vec{p_2} = -\vec{p_1}$. Změna hybnosti jedné molekuly po odrazu od stěny je $\vec{p_2} - \vec{p_1} = -2\vec{p_1} = -2m_0\vec{v}$, velikost této změny hybnosti pak je $\left|-2m_0\vec{v}\right| = 2m_0 v$. Velikost celkové změny hybnosti všech molekul, které se za dobu τ odrazí od plochy o obsahu *S* je $\left|\vec{\Delta p}\right| = 2m_0 v . \frac{1}{6} N_V v\tau S$. Při velkém počtu dopadajících molekul se nárazy jeví tak, jako by na plochu o obsahu *S* působila

po dobu τ stálá síla o velikosti F. Podle zákona akce a reakce pak působí stejně velkou opačně orientovanou silou stěna nádoby na molekuly a je příčinou změny jejich hybnosti: $F = \frac{|\overrightarrow{\Delta p}|}{\tau} = \frac{1}{3} m_0 v^2 N_V S$, odkud pro hledanou hodnotu středního tlaku dostáváme $p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} m_0 v^2 N_V$. Na začátku odvození jsme předpokládali, že molekuly se pohybují stejně velkými rychlostmi. To ale není pravda, proto je třeba druhou mocninu rychlosti nahradit aritmetickým průměrem druhých mocnin rychlostí všech molekul, tj. druhou mocninou střední kvadratické rychlosti. Můžeme tedy psát $p = \frac{1}{3} m_0 v_k^2 N_V = \frac{1}{3} m_0 v_k^2 \frac{N}{V}$.

5.3.6 | Stavová rovnice ideálního plynu

Plyn, který je v rovnovážném stavu, lze charakterizovat stavovými veličinami: termodynamickou teplotou T, tlakem p, objemem V a počtem molekul N (resp. látkovým množstvím n nebo hmotností plynu m). Rovnice vyjadřující vztah mezi těmito veličinami se nazývá **stavová rovnice**.

Dosadíme-li do základní rovnice pro tlak ideálního plynu vztah udávající střední kvadratickou rychlost molekul, dostaneme stavovou rovnici ideálního plynu ve tvaru $pV = NkT$. Budeme-li znát látkové množství plynu, lze psát

stavovou rovnici ve tvaru $pV = nN_A kT = nRT$, kde $R = N_A k \doteq 8,31\ \mathrm{J.K^{-1}.mol^{-1}}$ je **molární plynová konstanta**.

Poznámka: Pro označení molární plynové konstanty se často užívá též symbol R_m *.*

Budeme-li znát hmotnost plynu, je možné stavovou rovnici psát ve tvaru $pV = \frac{m}{M_m} RT$.

Stavovou rovnici pro ideální plyn lze použít přibližně i pro skutečné plyny. Rozdíly budou tím menší, čím bude tlak plynu nižší a teplota vyšší.

... tedy čím více se bude skutečný plyn blížit svými vlastnostmi plynu ideálnímu!

Napíšeme-li stavovou rovnici pro dva různé stavy téhož ideálního plynu, dostaneme: $p_1 V_1 = \frac{m}{M_m} RT_1$ a $p_2 V_2 = \frac{m}{M_m} RT_2$, z čehož vyplývá $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ čili $\frac{pV}{T} = konst.$

5.3.7 | ***Stavová rovnice reálného plynu

U reálných plynů, tj. u plynů, s nimiž se setkáváme v přírodě a technické praxi, nejsou vždy zcela splněny vlastnosti ideálního plynu. Výrazné odchylky od stavové rovnice ideálního plynu nastávají u plynů s vysokým tlakem a nízkou teplotou. Proto holandský fyzik Van der

Waals modifikoval rovnici ideálního plynu tak, aby lépe popisovala chování reálných plynů. Van der Waalsova rovnice pro 1 mol reálného plynu má tvar: $\left(p+\frac{a}{V_m^2}\right)(V_m-b)=RT$, kde *a* a *b* jsou empirické konstanty závislé na druhu plynu a V_m je molární objem. Konstanta *a* koriguje idealizaci, že molekuly ideálního plynu na sebe vzájemně nepůsobí silami, konstanta *b* pak zohledňuje i vlastní objem molekul, který při vysokých tlacích již nelze zanedbat vůči objemu celého plynu.

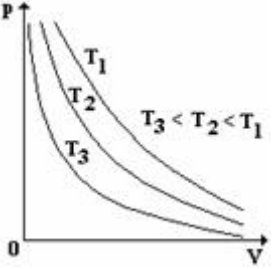
5.3.8 | Děje probíhající s ideálním plynem

5.3.8.1 | Izotermický děj

je děj, při němž zůstává teplota plynu stálá - plyn o dané hmotnosti mění pouze svůj tlak a objem. Vzhledem k tomu, že platí $T_1 = T_2$, dostáváme stavovou rovnici ve tvaru $p_1V_1 = p_2V_2$ resp. $pV = konst.$: Při izotermickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je součin tlaku a objemu plynu stálý (Boylův - Mariotův zákon).

Graf vyjadřující závislost tlaku plynu stálé hmotnosti jako funkci objemu při izotermickém ději se nazývá izoterma (viz obr. 18). Jedná o větev hyperboly, jejíž tvar je dán teplotou, při níž děj probíhá.

Vzhledem k tomu, že teplota je stálá, je stálá také střední kinetická energie molekul konajících neuspořádaný tepelný pohyb. Z toho tedy vyplývá, že vnitřní energie ideálního plynu je konstantní, tj. $\Delta U = 0$. První termodynamický zákon je tedy možné psát ve tvaru $Q_T = W'$: Teplo přijaté ideálním plynem při izotermickém ději se rovná práci, kterou plyn při tomto ději vykoná.



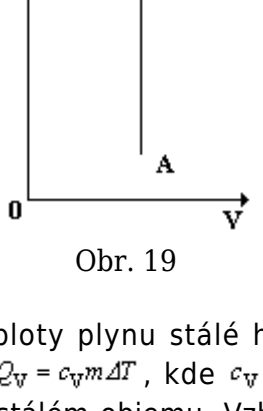
Obr. 18

5.3.8.2 | Izochorický děj

Izochorický děj je děj, při němž zůstává objem plynu stálý. To znamená, že při izochorickém zahřívání plynu se zvyšuje jeho tlak. Při izochorickém ději je $V_1 = V_2$ a stavovou rovnici dostáváme ve tvaru $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ resp. $\frac{p}{T} = konst$: Při izochorickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je tlak plynu přímo úměrný jeho

termodynamické teplotě (Charlesův zákon).

Graf znázorňující v *pV* diagramu izochorický děj se nazývá izochora (obr. 19). Jedná se o úsečku rovnoběžnou s osou *p*.



Obr. 19

Při zvýšení teploty plynu stálé hmotnosti *m* o ΔT přijme plyn teplo $Q_V = c_V m \Delta T$, kde c_V je měrná tepelná kapacita plynu při stálém objemu. Vzhledem k tomu, že objem plynu je stálý, plyn nekoná práci (tj. $W = 0$) a první termodynamický zákon je možné psát ve tvaru $Q_V = \Delta U$: Teplo přijaté ideálním plynem při izochorickém ději se rovná přírůstku jeho vnitřní energie.

5.3.8.3 | Izobarický děj

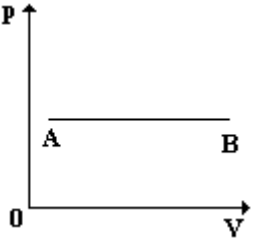
Izobarický děj je děj, při němž je tlak plynu stálý. Zahříváme-li plyn tak, že udržujeme jeho tlak stálý, zvětšuje se objem plynu. Vzhledem k tomu, že platí $p_1 = p_2$,

dostáváme stavovou rovnici ve tvaru $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ resp. $\frac{V}{T} = konst.$: Při izobarickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je objem plynu přímo úměrný jeho termodynamické teplotě (Gay - Lussacův zákon).

Grafem, který znázorňuje tento děj v *pV* diagramu, je izobara (obr. 20). Vzhledem k tomu, že tlak plynu je stálý, jedná se o úsečku rovnoběžnou s osou *V*.

Z hlediska platnosti prvního termodynamického zákona je tento děj nejkomplikovanější! Žádná z veličin vystupujících v prvním termodynamickém zákoně nebude nulová! U izochorického děje je nulová práce vykonaná ideálním plynem, u izotermického děje je nulová změna vnitřní energie plynu během daného děje.

Zvýšíme-li teplotu ideálního plynu stálé hmotnosti při stálém tlaku o ΔT, přijme plyn teplo $Q_p = c_p m \Delta T$, kde c_p je měrná tepelná kapacita plynu při stálém tlaku. Plyn při tomto ději vykoná práci W' a tedy první termodynamický zákon lze psát ve tvaru $Q_p = \Delta U + W'$: Teplo přijaté ideálním plynem při izobarickém ději se rovná součtu přírůstku jeho vnitřní energie a práce W', kterou plyn vykoná.



Obr. 20

Srovnáme-li nyní teplo přijaté stejným plynným tělesem při izobarickém a izochorickém ději (za jinak stejných podmínek) zjistíme, že $Q_p > Q_v$ a proto také $c_p > c_v$.

Srovnání těchto dvou tepel vyplývá z matematického vyjádření prvního termodynamického zákona pro izobarický děj, při kterém se teplo dodané ideálnímu plynu spotřebuje na zvýšení jeho teploty (a tedy se změní jeho vnitřní energie) a na práci vykonanou plynem, a pro izochorický děj, při kterém plyn práci nekoná a tedy se všechno teplo dodané plynu spotřebuje „jen“ na změnu vnitřní energie plynu. Jestliže oba děje probíhají ZA STEJNÝCH PODMÍNEK, je jasné, že teplo, které je nutno dodat ideálnímu plynu při izobarickém ději, je větší (o práci vykonanou ideálním plynem) než teplo dodané (za stejných podmínek) plynu při izochorickém ději.

5.3.8.4 | Adiabatický děj

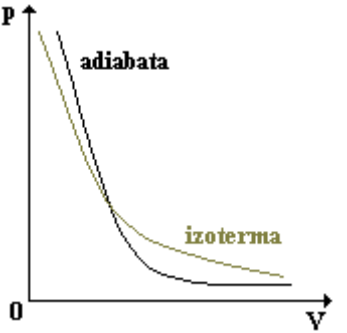
Při adiabatickém ději neprobíhá tepelná výměna mezi plynem a okolím a proto tedy je $Q=0$. První termodynamický zákon pak můžeme psát ve tvaru $\Delta U=-W=W$. Při adiabatickém stlačení plynu v nádobě se působením vnější síly na píst koná práce, teplota plynu a jeho vnitřní energie se zvětšuje. Při adiabatickém rozpínání koná práci plyn, teplota plynu i jeho vnitřní energie se zmenšuje.

Je-li píst v klidu, velikost rychlosti molekul se po odrazu od stěn nádoby nemění, a proto teplota plynu zůstává stálá. Při zmenšování objemu plynu posouváním pístu, se molekuly od něho odrážejí s větší rychlostí, což má za následek vzrůst teploty plynu. Při rozpínání plynu je píst plynem z nádoby vytlačován a molekuly se od něho odrážejí s menší rychlostí. Tím se snižuje teplota plynu i jeho vnitřní energie.

Pro adiabatický děj s ideálním plynem stálé hmotnosti platí Poissonův zákon: $pV^{\kappa}=konst$, kde $\kappa=\frac{c_p}{c_V}$ je Poissonova konstanta. Vzhledem k tomu, že $c_p>c_V$, je $\kappa>1$. Poissonova konstanta závisí na druhu plynu, ale přibližně platí toto:

1. pro plyn s jednoatomovými molekulami je $\kappa\doteq\frac{5}{3}$

2. pro plyn s dvouatomovými molekulami je $\kappa \doteq \frac{7}{5}$



Obr. 21

Graf vyjadřující závislost tlaku ideálního plynu stálé hmotnosti jako funkci jeho objemu se nazývá adiabata. Adiabata klesá vždy strměji než izoterma (viz obr. 21).

... to proto, že izoterma má rovnici $pV^1 = konst.$, zatímco adiabata $pV^\kappa = konst.$, kde $\kappa > 1$!

V praxi lze adiabatické komprese nebo adiabatické expanze dosáhnout rychlou změnou objemu plynu v krátké době, při níž plyn nestačí přijmout nebo odevzdat svému okolí teplo. Např. adiabatické expanze se používá k dosažení nízkých teplot, adiabatická komprese se používá u vznětových motorů: adiabatickou kompresí se zvýší teplota vzduchu na zápalnou teplotu nafty, která se

po vstříknutí do tohoto vzduchu sama vznítí.

Za adiabatické lze tedy považovat ty děje, které probíhají natolik rychle, že se nestíhá vyrovnávat teplota plynu s teplotou okolí! Např. únik plynu z bombičky na sifonovou láhev, plnění zapalovače z bombičky, ...

5.3.9 | Plyn při nízkém a vysokém tlaku

Odčerpáme-li z nádoby při stálé teplotě plyn, zmenšuje se hustota molekul N_V v nádobě a snižuje se jeho tlak. Zmenšení hustoty molekul plynu v nádobě má vliv na **volnou dráhu molekul** *l* - délka přímočarého úseku mezi dvěma po sobě jdoucími srážkami molekuly s jinou molekulou. Pro popis vlastností plynu má význam statistická veličina: **střední volná dráha molekuly** λ, která je aritmetickým průměrem volných drah všech molekul. Tato střední volná dráha molekuly se postupně s klesajícím tlakem zvyšuje a to tak, že λ nepřímo úměrná tlaku. Současně s poklesem tlaku dochází ke zmenšování **střední srážkové frekvence molekul** *z*, která je určena počtem srážek jedné molekuly za jednotku času. Při velmi nízkých tlacích (už od tlaku řádově 10^{-5} Pa) jsou střední volné dráhy molekul větší než obvyklé rozměry nádoby (několik set metrů a více), takže ke vzájemným srážkám molekul nedochází.

Při stlačování plynu za stálé teploty roste tlak plynu,

zvětšuje se hustota molekul N_V a zmenšuje se jejich střední volná dráha λ. Při vysokém tlaku již nelze zanedbat přitažlivé síly, kterými na sebe molekuly vzájemně působí, ani vlastní objem molekul. Při dostatečně vysokých tlacích a dostatečně nízkých teplotách vznikají mezi molekulami vazby a plyn se mění v kapalinu.

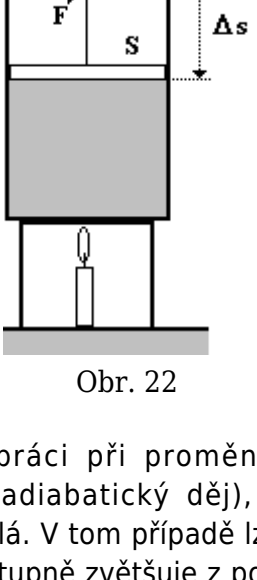
5.3.10 | Práce vykonaná ideálním plynem

Plyn uzavřený ve válcové nádobě působí na píst o obsahu *S* tlakovou silou o velikosti *F* a při zvětšování objemu koná práci W'. Je-li tlak plynu stálý, je stálá i tlaková síla $\vec{F}$, která má velikost $F = pS$. Posune-li se píst pod vlivem této síly o Δs, vykoná plyn práci $W' = F\Delta s = pS\Delta s = p\Delta V$, kde $\Delta V = V_2 - V_1$ je změna objemu plynu. Práce vykonaná plynem při stálém tlaku je tedy rovna součinu tohoto tlaku a přírůstku objemu:

1. $\Delta V > 0$: plyn zvětšuje svůj objem a práce vykonaná plynem je kladná
2. $\Delta V < 0$: plyn zmenšuje svůj objem a práce vykonaná plynem je záporná, tj. práci koná okolí

Práci plynu lze znázornit v *pV* diagramu, který vyjadřuje tlak plynu jako funkci objemu. Izobarický děj je v tomto diagramu znázorněn izobarou *AB* a práci vykonanou plynem při izobarickém ději, při němž plyn

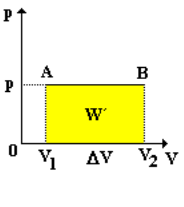
přejde ze stavu *A* do stavu *B*, lze znázornit jako plochu obdélníka ležícího pod příslušnou izobarou *AB* (viz obr. 23). Z tohoto důvodu se tento diagram nazývá též pracovní diagram.



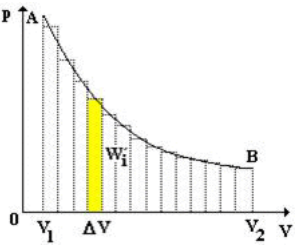
Obr. 22

Koná-li plyn práci při proměnném tlaku (např. izochorický nebo adiabatický děj), není tlaková síla působící na píst stálá. V tom případě lze předpokládat, že se objem plynu postupně zvětšuje z počáteční hodnoty V_1 o tak malé přírůstky objemu ΔV, že tlak plynu $p_1, p_2, \ldots, p_n$ při každé z těchto dílčích změn lze považovat za stálý. Práci vykonanou plynem při tomto dílčím zvětšení objemu lze určit podle vztahu $W_i' = p_i \Delta V$ (viz obr. 24). Celkovou práci vykonanou plynem při zvětšení objemu z počáteční hodnoty V_1 na konečnou hodnotu V_2 je rovna součtu

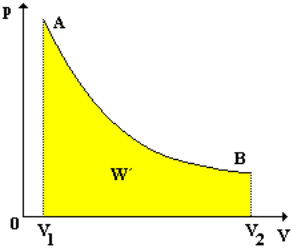
$W' = \sum_{i=1}^{n} p_i \Delta V$. I v tomto případě lze práci vykonanou plynem znázornit do *pV* diagramu (viz obr. 25). Práce vykonaná plynem při zvětšení jeho objemu je v *pV* diagramu znázorněna obsahem plochy, která leží pod příslušným úsekem křivky $p = f(V)$.



Obr. 23



Obr. 24



Obr. 25

5.3.10.1 | ***Výpočet práce vykonané ideálním plynem

Práci vykonanou ideálním plynem při izotermickém a adiabatickém ději, při kterých není tlak plynu konstantní, lze určit pomocí integrálního počtu. Místo vztahu $W' = \sum_{i=1}^{n} p_i \Delta V$ je možné přesněji psát $W' = \int_{V_1}^{V_2} p dV$.

Při izotermickém ději se stavová rovnice plynu

redukuje na tvar $pV = K = konst.$. Pro práci vykonanou plynem při tomto ději můžeme psát

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = K \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = K \left[\ln V \right]_{V_1}^{V_2} = K \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Výraz $\ln \frac{V_2}{V_1}$ je fyzikálně výrazně lepší než matematicky ekvivalentní výraz $\ln V_2 - \ln V_1$. V případě, že bychom použili výraz ve tvaru rozdílu logaritmů, vyvstanou problémy v okamžiku dosazení konkrétních hodnot. Ty budeme muset dosadit i s jednotkou, která bude v argumentu logaritmu působit problémy.

Použijeme-li zápis v podobě logaritmu podílu dvou objemů, po dosazení konkrétních hodnot objemu (včetně jednotky) se tyto jednotky zkrátí a logaritmovat budeme pouze číselné hodnoty bez jednotky.

Adiabatický děj ideálního plynu je popsán Poissonovým zákonem $pV^{\kappa} = K = konst.$, kde κ je Poissonova konstanta. Pro práci vykonanou ideálním plynem při tomto ději lze psát:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = K \int_{V_1}^{V_2} V^{-\kappa} dV = K \left[\frac{V^{-\kappa+1}}{-\kappa+1} \right]_{V_1}^{V_2} = \frac{K}{1-\kappa} \left(V_2^{1-\kappa} - V_1^{1-\kappa} \right) = \frac{K V_1^{1-\kappa}}{1-\kappa} \left(\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\kappa} - 1 \right)$$

$$= \frac{p_1 V_1^{\kappa} V_1^{1-\kappa}}{1-\kappa}\left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} - 1\right) = \frac{p_1 V_1}{1-\kappa}\left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} - 1\right).$$

5.3.11 | ***Vratný a nevratný děj

Vratný děj je děj, kdy po přechodu soustavy z rovnovážného stavu *A* do rovnovážného stavu *B* lze děj obrátit tak, aby se soustava dostala zpět do stavu *A*. Při zpětném chodu musí soustava projít stejnými mezistavy jako při ději přímém a musí proběhnout stejná výměna energie mezi soustavou a okolím, ale „s opačnými znaménky“.

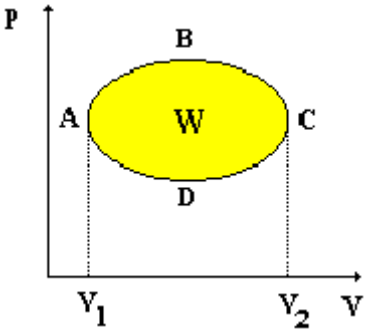
Vratných dějů je v přírodě velice málo, většinou je možné se k nim jen přiblížit (ráz dokonale pružných koulí, ...) Většina dějů probíhá nevratně - hoření papíru, plastická deformace, vznik tepla třením, vznik Jouleova tepla při průchodu elektrického proudu, ...

5.3.12 | Kruhový děj

Práce, kterou může vykonávat plyn uzavřený ve válci s pohyblivým pístem při zvětšování objemu, má omezenou velikost. Plyn totiž nemůže stále zvětšovat svůj objem. Tepelný stroj může trvale pracovat jen tehdy, pokud se plyn vždy po ukončení expanze vrátí zpět do původního stavu. Děj, při němž je konečný stav soustavy totožný se stavem počátečním, se nazývá **kruhový děj (cyklický**

děj). Grafem vyjadřujícím závislost tlaku *p* plynu jako funkci objemu *V* při kruhovém ději je tedy vždy uzavřená křivka.

Práci, kterou vykoná pracovní látka (tj. plyn nebo pára) při zvětšování objemu ze stavu *A* do stavu *C* (viz obr. 26), lze znázornit v pracovním diagramu jako obsah plochy pod křivkou *ABC*. Při zpětném přechodu plynu ze stavu *C* do stavu *A* po křivce *CDA* se objem pracovní látky zmenší vlivem působení vnějších sil. Okolní tělesa přitom konají práci, kterou je možno znázornit v pracovním diagramu obsahem plochy pod křivkou *CDA*. Celková práce, kterou vykoná plyn při jednom cyklu kruhového děje, je pak rovna rozdílu práce, kterou vykonal v první části cyklu plyn, a práce, kterou vykonala okolní tělesa v druhé části cyklu. Tuto výslednou práci *W* lze znázornit v pracovním diagramu jako obsah plochy uvnitř křivky *ABCDA* (na obr. 26 je tato plocha vyšrafována). Cyklus se může mnohokrát opakovat, takže tepelný stroj, v němž se cyklus opakuje, může trvale konat práci.



Obr. 26

Vzhledem k tomu, že počáteční a koncový stav soustavy jsou totožné, je celková změna vnitřní energie pracovní látky po ukončení jednoho cyklu nulová ($\Delta U = 0$). Těleso, od něhož pracovní látka přijme během jednoho cyklu teplo Q_1, se nazývá **ohřívač**, těleso, kterému pracovní látka předá teplo Q_2 ($Q_2 < Q_1$), se nazývá **chladič**. Celkové teplo, které pracovní látka během jednoho cyklu přijme je tedy $Q = Q_1 - Q_2$. Pomocí prvního termodynamického zákona pak dostáváme $Q = W'$: Celková práce vykonaná pracovní látkou během jednoho cyklu kruhového děje je rovna celkovému teplu, které přijme během tohoto cyklu od okolí.

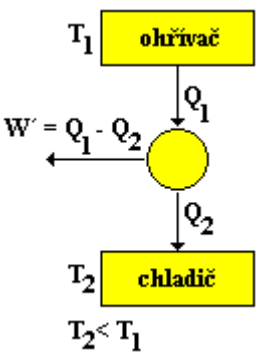
Z tepla Q_1 odebraného ohřívači se využije jen část k vykonání práce W', neboť zbývající část tepla (teplo Q_2) odevzdá plyn chladiči. Pro účinnost η kruhového děje tedy platí: $\eta = \frac{W'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1$.

5.3.13 | Druhý termodynamický zákon

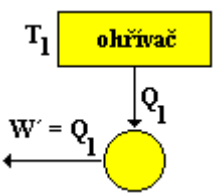
Z tepla přijatého od ohřívače lze využít ke konání práce jen část, zbytek tepla odevzdává pracovní látka chladiči. Tuto zkušenost vyjadřuje právě **druhý termodynamický zákon:**

NENÍ MOŽNÉ SESTROJIT PERIODICKY PRACUJÍCÍ TEPELNÝ STROJ, KTERÝ BY JEN PŘIJÍMAL TEPLO OD URČITÉHO TĚLESA (OHŘÍVAČE) A MĚNIL BY JE V EKVIVALENTNÍ PRÁCI (TJ. VYKONÁVAL STEJNĚ VELKOU PRÁCI).

Toto byla formulace zákona v podobě, v jaké ji vyslovil Thomson.



Obr. 27



Obr. 28

Jiná, ekvivalentní formulace druhého termodynamického zákona je formulace Clausiova, která

vychází z každodenní zkušenosti:

TEPLO NEMŮŽE SAMOVOLNĚ (TJ. BEZ KONÁNÍ PRÁCE) PŘECHÁZET Z TĚLESA CHLADNĚJŠÍHO NA TĚLESO TEPLEJŠÍ.

Periodicky pracující tepelný stroj tedy může pracovat pouze podle obr. 27. Podle obr. 28 není možné sestrojit periodicky pracující tepelný stroj. Takový typ stroje se nazývá **perpetum mobile druhého druhu**, které by mělo značný praktický význam: mohlo by vykonávat práci pouhým ochlazováním jednoho tělesa (např. moře).

Poznámka: Vynecháme-li v Thomsonově formulaci slovo „periodicky“, pak můžeme takový stroj sestrojit. Stejně tak, vynecháme-li v Clausiově formulaci slovo „samovolně“, budeme moci teplo přenášet z tělesa chladnějšího na těleso teplejší např. konáním práce.

Přesně to se děje v ledničce! Teplo je odebíráno už relativně chladnějšímu tělesu uvnitř ledničky a je odevzdáváno do okolí, které má (obzvláště v létě) výrazně vyšší teplotu, než je teplota uvnitř lednice.

5.3.14 | Tepelné motory

Tepelné motory jsou stroje, které přeměňují část vnitřní energie paliva uvolněné hořením na energii mechanickou. Dělí se na:

1. parní motory (parní stroj, parní turbína) - pracovní látkou je vodní pára, která se

získává v parním kotli mimo vlastní motor

2. spalovací motory (plynová turbína, zážehový motor, vznětový motor, proudový motor a raketový motor) - pracovní látkou je plyn, vznikající hořením paliva uvnitř motoru

V roce 1824 francouzský fyzik S. Carnot dokázal, že pro účinnost η tepelného motoru pracujícího s ohřívačem o teplotě T_1 a chladičem o teplotě T_2, platí: $\eta \leq \eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1$. U parních motorů je T_1 teplota páry do motoru vstupující, u spalovacích motorů je to teplota plynů vzniklých spalováním paliva. T_2 je teplota vycházející páry resp. výfukových plynů. Uvedený vztah definuje horní hranici účinnosti η_{max} tepelných motorů. Podle něj je účinnost tepelného motoru tím vyšší, čím vyšší je teplota ohřívače a čím nižší je teplota chladiče. Skutečná účinnost je ovlivňována různými ztrátami a je tedy podstatně menší než účinnost maximální.

Tepelný motor	η_{max}	η	**Poznámka**
parní stroj lokomotivy	0,35	0,09 - 0,15	účinnost parních motorů lze zvýšit užitím přehřáté páry
parní turbína	0,60	0,25 - 0,35	
plynová turbína	0,55	0,22 - 0,37	
čtyřdobý zážehový motor	0,65	0,20 - 0,33	
vznětový motor	0,73	0,30 - 0,42	vzduch se zahřívá již kompresí a poté spalováním nafty

raketový motor	0,75	0,50	vysoká účinnost je dána tím, že $T_1 = 4000\ \mathrm{K}$.

5.3.14.1 | **Parní stroj

má dnes již historický význam jako první tepelný motor vhodný pro využití v průmyslu a dopravě. První parní stroj vhodný pro provoz strojů uvedl do chodu v roce 1769 James Watt (1736 - 1819), čímž položil základy dalšímu prudkému rozvoji techniky. Poslední parní stroje se v praxi využívaly v 60. letech 20. století jako parní lokomotivy na železnici. Jeho princip spočíval v tom, že vodní pára získaná v parním kotli se přiváděla střídavě na levou a pravou stranu pracovního válce a uváděla do pohybu píst.

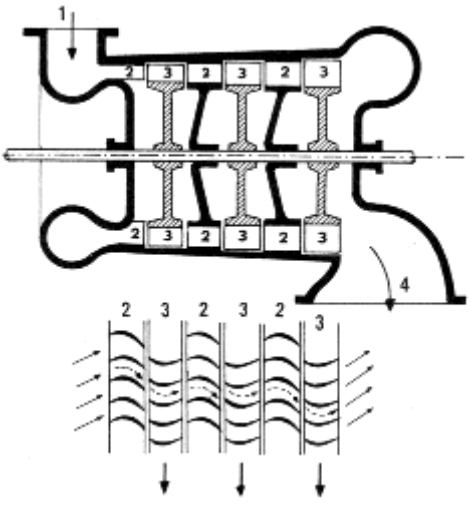
5.3.14.2 | ***Parní a plynová turbína

Princip vícestupňové parní turbíny je znázorněn na obr. 29. Vodní pára (*1*) o vysoké teplotě a tlaku je přiváděna na rozváděcí kola (*2*), která regulují a usměrňují pohyb vodní páry (brání vzniku vírů, ...). Vodní pára pak pohání oběžná kola (*3*) a dochází k přeměně vnitřní energie proudící vodní páry na energii mechanickou. Ochlazená vodní pára pak vystupuje výfukovým otvorem (*4*).

Princip plynových turbín je obdobný, pouze se místo vodní páry využívá plyn, který vzniká spalováním paliva (např. zemní plyn). Používají se (stejně jako parní)

v elektrárnách k výrobě el. energie. Jejich výhodou je, že mohou být uvedeny do chodu rychleji a reagovat tak pružněji např. na zvýšení spotřeby elektrické energie, ...

Rozváděcí kola jsou u některých typů turbín nahrazena tryskami.



Obr. 29

5.3.14.3 | ***Zážehový motor

Pracovní látkou zážehového motoru je směs benzínových par a vzduchu. Dělí se na:

1. čtyřdobé zážehové motory,
2. dvoudobé zážehové motory.

5.3.14.3.1 | Čtyřdobý zážehový motor

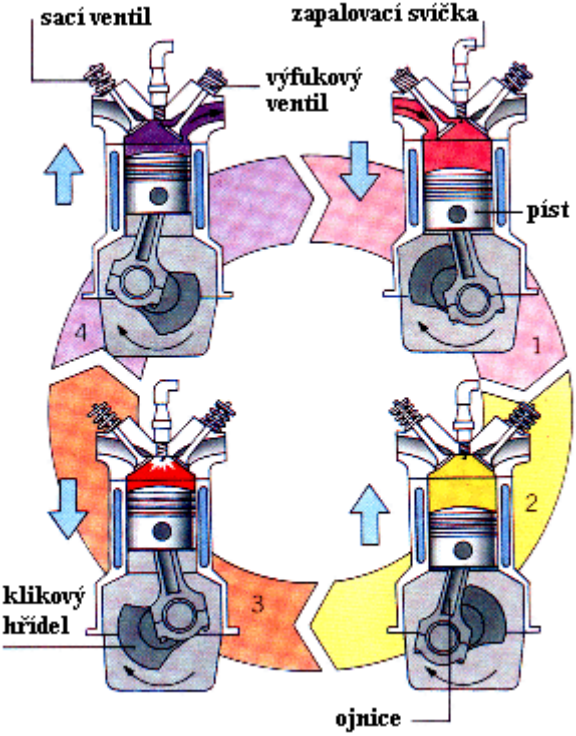
Na obr. 30 je schéma čtyřdobého Ottova cyklu, který se využívá ve většině zážehových motorů osobních automobilů. Při **sání** (*1*) se posune otáčející se klikový hřídel dolů, čímž se nasaje dovnitř válce nad pohyblivý píst vysoce hořlavá směs paliva a vzduchu otevřeným sacím ventilem. V době **komprese** (*2*) se sací ventil uzavře, píst stoupá vzhůru a směs paliva a vzduchu se stačuje až na jednu osminu svého původního objemu. V horní úvrati pohybu pístu se směs zapálí jiskrou ze zapalovací svíčky a dojde k **výbuchu** (*3*). Vzniklé teplo způsobí prudkou expanzi plynu a stlačí píst dolů. Při dalším zvedání pístu se otevře výfukový ventil a dojde k **výfuku** plynů (*4*).

Pohyb pístu nahoru a dolů je pomocí kliky a ojnice převeden na rotační pohyb klikového hřídele. Tento pohyb je dále veden do otáčení kol v automobilu, otáčení vrtule letadla, na pohon el. generátoru, … Spalování je vysoce exotermní chemická reakce uvolňující velké množství tepla, což zvyšuje tlak odváděných plynů. Plynné produkty reakce mají větší tlak než směs paliva a vzduchu, čímž se „výfukový efekt“ zvětšuje. Rozdíl v tlaku plynů znamená, že velikost síly vyvíjené výfukovými plyny, které tlačí píst nahoru, je větší, než velikost síly nutné ke stlačení původní směsi paliva a vzduchu. Práce vykonaná motorem je dána rozdílem těchto dvou sil.

Velmi málo motorů pracuje trvale při stejné rychlosti

nebo podává stejný výkon. Jsou-li např. na motor auta kladeny větší nároky (jízda do kopce), sešlápne řidič pedál akcelerátoru („plyn“), čímž se zvětší objem paliva a vzduchu nasávaného do každého válce. Více paliva pak znamená intenzivnější výbuch a tedy i větší velikost síly působící na klikový hřídel. K regulaci průtoku palivové směsi se dlouhá léta používal karburátor. V moderních vozech se používá elektronického vstřikování paliva a kontroly chodu motoru.

Ve čtyřdobém motoru se na výkonu podílí každý válec jen čtvrtinu doby. Proto má řada motorů čtyři válce. Jeden z nich je vždy v pracovní fázi, takže se klikový hřídel plynule otáčí. Použití více válců vede k překrývání pracovních fází jednotlivých válců a k plynulejšímu otáčení hřídele.



Obr. 30

5.3.14.3.2 | Dvoudobý zážehový motor

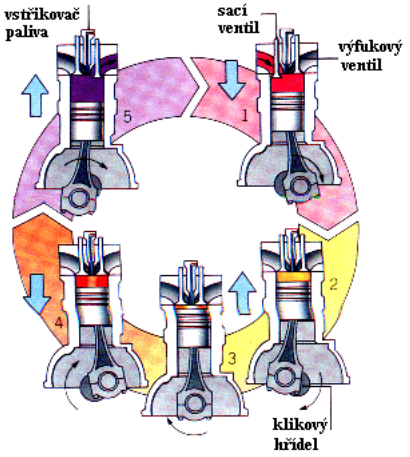
První dvoudobý zážehový motor byl zkonstruován roku 1878 skotským inženýrem Dugaldem Clerkem. U tohoto motoru probíhají čtyři pracovní fáze je v průběhu dvou zdvihů pístu. Pohybuje-li se píst v první době směrem

vzhůru, stlačuje směs paliva se vzduchem a zároveň nasává čerstvou směs do klikové skříně pod válcem. Po zapálení stlačené směsi se píst pohybuje v druhé době dolů a přitom koná práci. Zároveň vytlačuje převodním kanálem z prostoru skříně čerstvou směs do válce nad skříní a výfukovými otvory odsává spálené plyny.

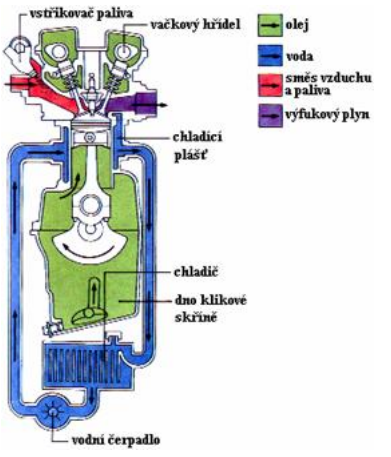
Dvoudobý motor nepotřebuje tolik pohyblivých součástí jako motor čtyřdobý, běží ale méně klidně a spotřebuje více paliva než Ottův čtyřdobý motor. Uplatňuje se u menších vozidel a na malých přenosných zařízeních.

5.3.14.4 | ***Vznětový motor

Palivem vznětového (dieselového) motoru je nafta, která se vstřikuje tryskou přímo do válce. Vznětový motor nemá karburátor ani zapalovací svíčku, neboť ke vznícení paliva dochází samovolně díky tomu, že teplota stlačeného vzduchu ve válci dosahuje kolem $600\,^{\circ}\mathrm{C}$.



Obr. 31



Obr. 32

Schéma vznětového motoru je na obr. 31. Samotný vzduch se nasává (*1*) a poté stlačuje v prostoru, který představuje přibližně 5 % původního objemu (2), čímž se dosahuje mnohem vyššího kompresního poměru než u zážehového motoru. Díky velkému stlačení vzduchu dojde k jeho zahřátí na vysokou teplotu, takže po vstřiku paliva v horní úvrati pohybu válce (*3*) se směs paliva a vzduchu sama vznítí. Tím dojde ke stlačení pístu směrem dolů (*4*). Pohybem klikového hřídeli se píst opět vytlačí nahoru, otevře se výfukový ventil a zplodiny spalování unikají do okolí (*5*).

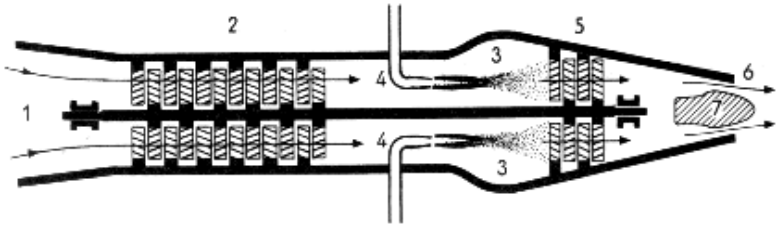
Vznětový motor je účinnější než zážehový motor, ale motor je těžší, protože musí odolávat mnohem větším tlakům.

Zážehový i vznětový motor (motory s vnitřním spalováním) produkují více odpadního tepla než práce. Proto je třeba chladícího systému (viz obr. 32), aby se předešlo přehřátí motoru. Každý válec je obklopen trubkami, jimiž je pumpována voda. Ta se chladí vzduchem, který se chladí v tenkých trubičkách tvořících chladič. Celý systém je pod tlakem, takže voda se může ohřát až na $120°C$, aniž by se vařila. Hladký chod motoru vyžaduje zásobu oleje. Pumpa nasává olej ze spodku klikové skříně a žene jej pod vysokém tlakem k ložiskům klikového i vačkového hřídele.

5.3.14.5 | ***Proudový motor

Proudový motor patří mezi reaktivní motory, u nichž je k přeměně vnitřní energie plynu v mechanickou energii využit třetí pohybový zákon. Spalováním paliva vznikají plyny, které unikají tryskou v zadní části motoru do okolí. Síla vypuzující plyny z motoru je akce, síla opačného směru, která působí na samotný motor a tím uvádí do pohybu i např. letadlo, je reakce. Akce se zde též někdy nazývá **tah motoru**.

Tah motoru je definován jakou součin hmotnosti plynu vytlačovaných z motoru a jeho zrychlení. Motory, které jsou charakteristické velkým zrychlením plynů, pracují při vysokých teplotách a způsobují velký hluk (starší trysková letadla, ...). Moderní letadla urychlují velké množství plynů na menší rychlost a jsou tedy tišší a ekonomičtější.



Obr. 33

U proudových motorů (viz obr. 33) je vzduch nasáván vstupním otvorem (*1*) v přední části motoru. Kompresorem (*2*) je pak vháněn pod velkým tlakem do spalovacích komor motoru (*3*), přičemž se objem vzduchu sníží na destitinu původního. Do spalovacích komor je pomocí trysky (*4*) vstřikováno palivo. Část vnitřní energie plynu, který vzniká spalováním paliva, se spotřebovává k pohonu plynové turbíny (*5*) poháněj ící kompresor. Kompresor se otáčí vysokou rychlostí, pomocí níž se stlačuje vstupující vzduch. Výtokovou tryskou (*6*) plyn uniká z motoru ven a využívá se k získání tahu motoru. Pomocí regulačního kuželu (*7*) lze korigovat rychlost resp. směr proudícího plynu a tak regulovat směr pohybu letadla.

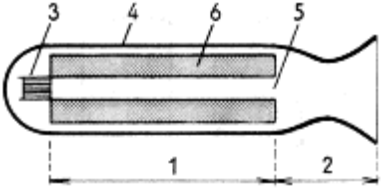
5.3.14.6 | ***Raketový motor

Raketový motor pracuje na stejném principu jako motor proudový. Nemá ale ani turbínu ani kompresor, protože palivo i okysličovadlo nutné k hoření paliva je do spalovací komory motoru přiváděno ze samostatných

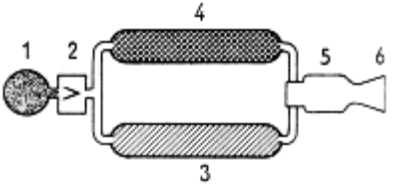
nádrží. Proto je raketový motor nezávislý na ovzduší a může pracovat i mimo zemskou atmosféru. Existují dva základní typy:

1. na pevné palivo
2. na kapalné palivo (většinou kapalný vodík)

Schéma raketového motoru na pevné palivo je na obr. 34. Palivo i okysličovadlo se mísí s pryžovým pojivem do tvaru válečku, který tvoří střelivinu (*6*) (podobně jako světlice ohňostroje) a je umístěn ve spalovací komoře (*1*). Jiskra ze zážehového zařízení (*3*) zapálí váleček na jednom konci a explozivní reakce vytlačuje plynné produkty ze spalovacího kanálu (*5*) tryskou (*2*) ven. *4* je plášť rakety.



Obr. 34



Obr. 35

Velikost tahu závisí na tom, jaká část válečku je v danou chvíli exponována. Většina válečků je dutá. Je-li dutina kulatá, spalováním střeliviny se hořící povrch zvětšuje a tím se zvětšuje i tah během letu. Má-li dutina hvězdicovitý tvar, zůstává tah konstantní. Má-li se tah během letu různě měnit, je nutno volit střelivinu s různými kombinacemi průřezů.

Na obr. 35 je schematicky znázorněn raketový motor

na kapalné palivo. To se nachází v nádrži *3*. Nádrž *1* obsahuje stlačený plyn, který přes regulační ventil *2* žene kapalné palivo i okysličovadlo *4* do spalovací komory *5*. Zde palivo explozivně shoří a výtokovou tryskou *6* je tryská ven. Při spalování se uvolňuje takové množství tepla, že třeba výtokovou trysku chladit kapalným palivem.

Výkon raketového motoru na kapalné palivo lze na rozdíl od raketového motoru na pevné palivo plynule regulovat pomocí řady ventilů.

5.3.15 | ***Třetí termodynamický zákon

Problematika kolem třetího termodynamického zákona je poměrně komplikovaná. Pokud bychom chtěli tuto problematiku prozkoumat důkladněji, bylo by nutno zavést další fyzikální veličiny (entropie, termodynamické potenciály, ...). V nejjednodušší podobě je možné **třetí termodynamický zákon** formulovat takto:

TEPLOTA $T = 0\,\mathrm{K}$ (ABSOLUTNÍ NULA) JE NEDOSAŽITELNÁ.

5.4 | STRUKTURA A VLASTNOSTI PEVNÝCH LÁTEK

5.4.1 | Krystalické a amorfní látky

Pevné látky se dělí na:

1. **krystalické** - charakteristické pravidelným uspořádáním částic (atomů, molekul, iontů), z nichž jsou složeny.
   Monokrystaly, uvnitř něhož jsou částice uspořádány tak, že se jejich rozložení v prostoru periodicky opakuje ($NaCl$, SiO_2, diamant, ...). Toto uspořádání se nazývá dalekodosahové uspořádání. Pravidelné uspořádání částic dává monokrystalům pravidelný geometrický tvar.
   Polykrystaly - v této podobě se vyskytuje většina pevných látek (všechny kovy, ...). Skládají se z velkého počtu drobných krystalů - zrn, které mají rozměry od $10\,\mu m$ do několika milimetrů. Uvnitř zrn jsou částice uspořádány pravidelně, poloha zrn je však náhodná.

Rozdíl mezi monokrystaly a polykrystaly si lze přestavit pomocí trpaslíků. Kdyby byl člověk malinkatý trpaslík, dostal se do krystalu a tam usnul, tak by ho ve spánku mohl někdo krystalem přemístit. Pokud by po probuzení poznal, že je jinde (natočení stěn buňky, ...), nachází se v polykrystalu. Pokud by rozdíl nepoznal (zdálo by se mu, že je pořád na stejném místě), byl by (téměř jistě) v monokrystalu. (Mohl by být i

v polykrystalu, ale pravděpodobnost, že budou dvě zrna polykrystalu orientovaná stejně, je minimální.)

2. **amorfní** - periodické uspořádání částic je omezeno na vzdálenost do zhruba $10^{-8}\,\mathrm{m}$, na větších vzdálenostech je pravidelnost uspořádání porušena. Amorfní látky se vyznačují krátkodosahovým uspřádáním. Patří sem sklo, pryskyřice, vosk, asfalt, pasty, ... polymery - tvoří zvláštní skupinu amorfních látek organického původu (kaučuk, bavlna, celulóza, bílkoviny, termoplasty, ...). Jejich dlouhé makromolekuly jsou často navzájem propleteny, stočeny do klubíček nebo vytvářejí sítě.

Různá orientace zrn u polykrystalických látek způsobuje, že jsou **izotropní**, tj. polykrystaly látky mají ve všech směrech uvnitř krystalu stejné vlastnosti. Typickou vlastností monokrystalů je naopak **anizotropie** - tj. některé fyzikální vlastnosti látek jsou závislé na směru vzhledem ke stavbě krystalu (např. štípání slídy nebo křemene v určitých rovinách jde mnohem snáze než ve směrech jiných, ...).

Izotropie polykrystalů - nezávislost jeho vlastností na směru - si lze jednoduše představit např. tak, že do polykrystalu „posvítíme“ nějakým zářením. Záření bude dopadat na různé části buněk polykrystalů (jednou na hranu, pak na stěnu, ...) a tedy se neprojeví výrazná

závislost na směru.

Monokrystaly jsou tvořeny stejným motivem, který se neustále kopíruje v celém objemu krystalu, a proto při „posvícení dovnitř“ bude světlo dopadat na všechny stěny pod stejným úhlem.

5.4.2 | Ideální krystalová mřížka

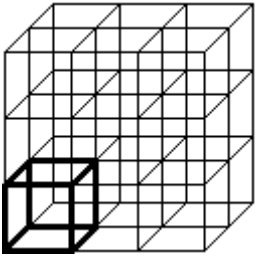
Při zkoumání pevných látek začneme od látek krystalických, neboť vykazují typickou pravidelnost. Polohu částic, z nichž se krystal skládá, je proto vhodné udávat vzhledem k trojrozměrné soustavě rovnoběžek, jež rozděluje prostor na shodné rovnoběžnostěny. Mezi nejjednodušší patří rovnoběžnostěny pravoúhlé, z nichž nejjednodušší je krychle. Základní krychle obsazená určitým způsobem částicemi se nazývá **základní (elementární) buňka**. Mřížku dostaneme posouváním základní krychle podél jejích prodloužených hran (viz obr. 36). V prostoru se tak vytvoří soustava pravidelně rozložených částic pevné látky, která se nazývá **ideální krystalová mřížka**. Známe-li délku hrany krychle a rozmístění částic v ní, je tím určena stavba krystalu jako celku.

Kubická (krychlová) základní buňka může být **prostá** (polonium alfa), **plošně centrovaná** (Al, Cu, Ni, Au, ...) nebo **prostorově centrovaná** (Li, Na, K, Cr, Si, diamant, ...) (viz obr. 37). Délka hrany základní buňky se nazývá

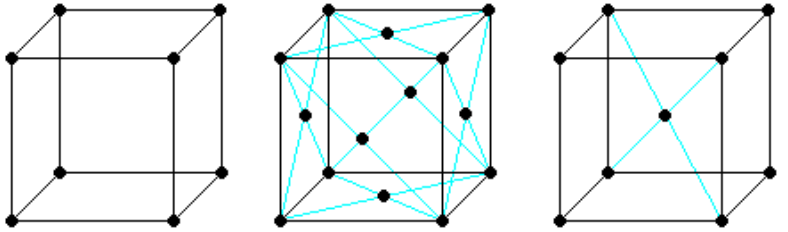
mřížkový parametr (mřížková konstanta) *a*.

Je dobré si uvědomit, kolik atomů připadá na jednu základní buňku jednotlivých typů kubických mřížek:

1. prostá - na jednu základní buňku připadá $8.\frac{1}{8}=1$ atom (každý vrchol buňky je společný osmi buňkám)
2. plošně centrovaná - na jednu základní buňku připadá $8.\frac{1}{8}+6.\frac{1}{2}=4$ atomy (každý vrchol buňky je společný osmi buňkám, každá stěna dvěma buňkám)
3. prostorově centrovaná - na jednu základní buňku připadá $8.\frac{1}{8}+1=2$ atomy (každý vrchol buňky je společný osmi buňkám, „prostřední“ atom náleží pouze k dané buňce)



Obr. 36



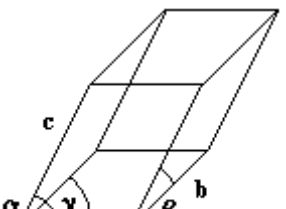
Obr. 37

Složitější kubické krystalové mřížky vznikají složením dvou a více kubických mříží vzájemně posunutých (např. ve směru hrany o polovinu mřížového parametru, ...). Jsou-li částice v krystalech pravidelně rozložené, jedná se o **ideální krystaly**.

5.4.3 | ***Krystalografické soustavy

Obecně ovšem nemusí být elementární buňkou krychle, ale rovnoběžnostěn, který je charakterizován délkami hran *a*, *b*, *c* a úhly α, β, a γ (viz obr. 38). Tyto uvedené parametry určují vlastnosti příslušné pevné krystalické látky. Současně s výčtem jednotlivých krystalografických soustav a příslušných parametrů, budou uvedeny i příklady látek, které v konkrétní krystalografické soustavě krystalizují.

Na základě vzájemné volby se rozlišuje 7 krystalografických tříd (soustav):



Obr. 38

1. trojklonná (triklinická) - nejobecnější: $a \neq b \neq c \neq a$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha$ - $K_2Cr_2O_7$, ...
2. jednoklonná (monoklinická) - $a \neq b \neq c \neq a$, $\alpha = 90° \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha$ - $CaSO_4.2H_2O$, ...
3. kosočtverečná (ortorombická) - $a \neq b \neq c \neq a$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ - Ga, Fe_3C, ...
4. čtverečná (tetragonální) - $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ - bílý cín, TiO_2, ...
5. krychlová (kubická) - největší symetrie: $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$
6. šesterečná (hexagonální) - $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = 90°$, $\gamma = 120°$ - Zn, Be, Ti, Mg, NiAs, ...
7. klencová (trigonální rombická) - $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$ - As, Sb, Bi, ...

5.4.4 | Poruchy krystalové mřížky

V reálném krystalu existuje řada odchylek od

pravidelného rozložení, tj. každý reálný krystal má ve své struktuře poruchy (defekty). Poruchy dělíme na:

1. bodové poruchy - v daném místě (bodě) je „něco“ navíc nebo tam „něco“ chybí. Na základě těchto poruch lze vysvětlit vlastnosti polovodičů (i když u polovodičů se nejedná o poruchu, ale o záměr) - např. změna elektrického odporu, …
2. čárové poruchy (dislokace) - porušení pravidelnosti podél jedné čáry (linie). Tyto poruchy mají vliv na mechanické vlastnosti - elastická a plastická deformace, …
3. objemové poruchy - v krystalu je „něco“ jiného - špína, neroztavený kus jiného krystalu, …

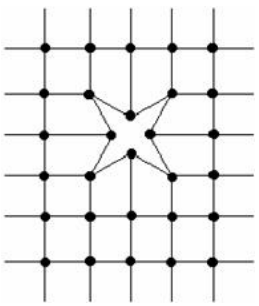
5.4.4.1 | Bodové poruchy

Bodové poruchy reálných krystalů mohou být tyto:

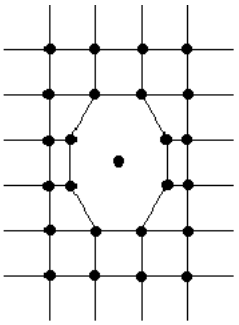
1. vakance - porucha vzniklá neobsazením rovnovážné polohy částice v krystalové mřížce (obr. 39). Příčinou může být např. tepelný pohyb, který způsobí, že se některým částicím podaří uniknout ze svého místa a toto místo zůstane neobsazeno. Další možností vzniku je ozáření krystalu elektrony, ionty nebo neutrony, které svým dopadem

mohou dodat částici v krystalové mřížce dostatečnou energii na její uvolnění.

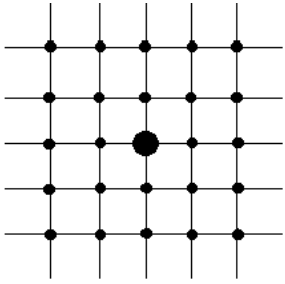
2. intersticiální poloha částice - částice je v místě mimo pravidelný bod krystalové mřížky (obr. 40). Souvisí s vakancí - částice uvolněná ze své rovnovážné polohy se může přesunout buď na povrch krystalu nebo zůstane v intersticiální poloze.
3. příměsi (nečistoty) - jsou cizí částice, které se vyskytují v krystalu daného chemického složení. Tato částice se může nacházet v intersticiální poloze nebo nahrazuje vlastní částici mřížky (substituce), což je znázorněno na obr. 41. Příkladem intersticiální polohy je např. vstřebání (absorpce) atomů vodíku, kyslíku, uhlíku a dusíku v kovech (přítomnost atomů uhlíku v mřížce železa má vliv na vlastnosti slitin, ...). Příkladem substituce jsou pak atomy boru a fosforu vpravené do čistého krystalu křemíku nebo germania, což ovlivňuje elektrickou vodivost látky. Další možností je výroba umělých monokrystalů (rubín pro lasery, ...).



Obr. 39



Obr. 40



Obr. 41

5.4.4.2 | ***Čárové poruchy (dislokace)

Čárová porucha (neboli dislokace) se netýká jednoho bodu mřížky (resp. jedné částice), ale celé roviny částic. Dislokaci si lze představit následujícím způsobem: krystal rozřízneme, oddálíme obě části od sebe a mezi ně vložíme jednu atomovou polorovinu (polorovinu složenou z atomů). V okolí této vložené poloroviny bude krystalická mřížka silně deformovaná. Existují dva typy dislokací:

1. hranová,
2. šroubová.

S tímto problémem souvisí i růst krystalu (proces vzniku krystalu): krystal vzniká v přesyceném roztoku tím způsobem, že k zárodku nové atomové poloroviny se postupně přidávají další částice. Rychlost růstu krystalu je dána rychlostí vzniku zárodku, neboť zaplňování již začaté atomové poloroviny pak jde poměrně rychle. Z tohoto

důvodu je pro růst krystalu výhodnější dislokace šroubová, u níž nikdy nedojde k zaplnění celé atomové poloroviny - „nové“ částice se stále „namotávají“ dál. U hranové dislokace se zaplní celá atomová rovina a další růst závisí na tvorbě nového zárodku další atomové poloroviny.

Vznik čárových poruch si lze představit pomocí balíčku s kartami. Karty položíme na hromádku, jednu kartu shora vezmeme a zasuneme jí z boku do balíčku. Přitom se pochopitelně nemusí zachovat orientace vkládané karty vůči balíčku - tj. kartu lze do balíčku vsunout libovolně šikmo (ale vodorovně). Kolem vkládané karty bude „struktura“ balíčku porušena - karty, mezi které novou kartu zasunujeme, se od sebe oddálí.

Tato demonstrace bude názornější, pokud budou karty vyrobené ze silného papíru.

5.4.5 | Vazby v krystalech

Mezi částicemi pevné látky vždy působí vazebné síly, které plní stejnou funkci jako síly mezi atomy v osamocené molekule: váží k sobě částice, z nichž se látka (krystalová mřížka) skládá. U pevných látek se jedná o tyto vazby:

1. iontová vazba - převažuje u krystalů alkalických halogenidů (NaCl, KBr, CsCl, ...) a krystalů oxidů alkalických zemin (CaO, ...). Jedná se o vazbu mezi elektronegativním a elektropozitivním prvkem. Vazba se

uskutečňuje pomocí elektronu, který jeden prvek uvolní a druhý přijme. Její podstatou je elektrostatická síla. Iontové krystaly jsou značně tvrdé a mají poměrně vysokou teplotu tání. Jsou křehké a štěpné podél rovin kolmých na hrany základní buňky. Za běžných teplot jsou elektrickými izolanty, při vyšších teplotách se stávají elektricky vodivými. Pro viditelné světlo jsou většinou propustné.

2. vodíková vazba (vodíkový můstek) - spojuje např. krystaly ledu vody, často se vyskytuje v organických látkách.
3. kovová vazba - např. u Cu, Fe, Al, … Mřížka se skládá z kladných iontů, mezi nimiž se pohybují neuspořádaným pohybem valenční elektrony (tzv. elektronový plyn). Kovové krystaly mají velmi dobrou tepelnou a elektrickou vodivost, povrchový lesk a v tlustších vrstvách jsou neprůhledné. Nejsou štěpné a některé se vyznačují dobrou kujností a tažností.
4. kovalentní vazba - diamant, Ge, Si, karbid vápníku. Jedná se vazbu směrovou. Tato vazba převažuje u materiálu jen s jedním typem atomů. Je realizována pomocí dvojice elektronů, která je společná pro oba kladné ionty. Kovalentní (atomové) krystaly jsou tvrdé, mají vysokou teplotu tání, jsou

nerozpustné v běžných rozpouštědlech a patří mezi elektrické izolanty nebo polovodiče.

5. van der Waalsova vazba - vazba slabá. Typická pro krystaly inertních prvků, které jsou stabilní jen za velmi nízkých teplot. Vyskytuje se také u I, Cl, O, H za nízkých teplot a u organických sloučenin. Jedná se o vazbu elektrické povahy. Mají-li krystaly velkou relativní hmotnost, mohou být v pevném skupenství i za pokojové teploty (parafin, …). Krystaly s touto vazbou se nazývají molekulové krystaly - měkké krystaly s nízkou teplotou tání.

V reálných krystalech se uplatňuje více typů vazeb. U grafitu jsou atomy uhlíku vázány kovalentními vazbami do pravidelných šestiúhelníků. Jednotlivé vrstvy pak jsou vázány slabou van der Waalsovou vazbou, což má za následek, že se grafit (tuha) lehce otírá. Naproti tomu karbidy, nitridy a boridy (většinou uměle vyráběné) jsou mimořádně tvrdé, těžko tavitelné a chemicky dobře odolné, neboť se v nich uplatňuje kombinace vazby kovové a kovalentní. Uvedenými vlastnostmi jsou tyto látky vhodné k výrobě břitů obráběcích strojů, užívají se v raketové technice a chemickém provozu.

5.4.6 | Deformace pevného tělesa

Pevné vazby mezi částicemi látky způsobují, že tělesa z těchto látek zachovávají svůj tvar. Ke změně tvaru může dojít působením vnějších sil, čímž dojde ke změně vzájemné polohy částic - částice se od sebe oddálí nebo přiblíží, pootočí se vůči sobě, ... Nemusí nutně docházet ke změně tvaru, ale může dojít ke změně rozměrů a tím i ke změně objemu. Vždy se jedná o **deformaci tělesa:**

DEFORMACE TĚLESA JE ZMĚNA ROZMĚRŮ, TVARU NEBO OBJEMU TĚLESA, KTERÁ JE ZPŮSOBENA VNĚJŠÍMI SILAMI.

Rozlišujeme dva druhy deformace:

1. pružná (elastická) - přestanou-li působit vnější síly, deformace vymizí. Taková tělesa jsou pružná (elastická) a jejich deformace je dočasná (malé prodloužení pružiny, ohnutí ocelového pásku, ...).
2. tvárná (plastická) - deformace, která přetrvává i pokud přestanou působit vnější síly (změna tvaru kovového tělesa při kování nebo válcování, ...).

V praxi se vyskytují většinou oba druhy deformace současně.

Typickým příkladem je polička s knihami (encyklopediemi). Po čase se polička mírně prohne. Když z ní knížky sundáme, police se částečně narovná, ale

nikdy ne zpět do původního tvaru před zatížením knihami.

Také dlouho zatížená pružina nebo guma se deformuje tvárně i pružně.

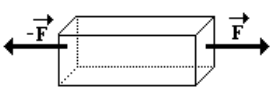
Podle působení vnějších sil na těleso rozeznáváme pět základních deformací:

1. deformace tahem - na těleso působí dvě stejně velké síly ve směru ven z tělesa, které leží na téže vektorové přímce. Tato vektorová přímka u pravidelných těles většinou splývá s osou symetrie (obr. 42). Např. zavěšené lano jeřábu, výtahu, ...
2. deformace tlakem - od deformace tlakem se liší pouze tím, že působící síly míří dovnitř tělesa (obr. 43). Např. pilíře mostu, nosníky konstrukce domů, ...
3. deformace ohybem - u těles, na něž působí síla kolmo k jejich podélné ose. Dolní vrstvy tělesa jsou deformovány tahem, horní vrstvy tlakem a střední vrstva zachovává svou délku (obr. 45). Např. tyč podepřená na obou koncích, ... (U tyče může jít o deformaci i svou vlastní tíhovou silou.)
4. deformace smykem - na horní a dolní podstavu těles působí tečné opačně orientované síly v rovinách těchto podstav. Síly způsobují vzájemné posunutí jednotlivých vrstev tělesa, přičemž se nemění jejich

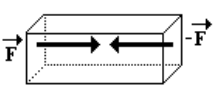
vzdálenost (obr. 44). Např. šroub, nýt, ...

5. deformace kroucením (krutem) - je způsobena dvěma silovými dvojicemi, jejichž momenty jsou stejné velké, ale mají opačný směr (obr. 46). Např. hřídele strojů, vrtáky při vrtání, šrouby během utahování, ...

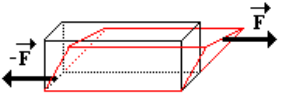
V praxi se daleko častěji opět vyskytují deformace složené z několika jednoduchých deformací.



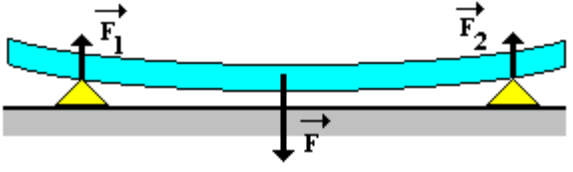
Obr. 42



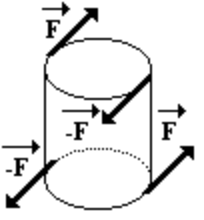
Obr. 43



Obr. 44



Obr. 45



Obr. 46

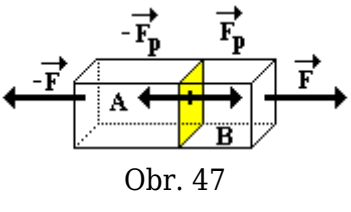
5.4.7 | Síla pružnosti, normálové

napětí

Při podrobnějším studiu deformace tahem je nutno vzít v úvahu kromě deformujících vnějších sil také síly působící mezi jednotlivými částicemi pevného tělesa. Při pružné deformaci tahem se působením vnějších sil zvětšují vzdálenosti mezi částicemi látky. To má za následek, že ve vzájemném působení částic převládají přitažlivé síly. Při pružné deformaci tahem (tlakem) vznikají v tělese **síly pružnosti**.

Rozdělme nyní myšlený tahem deformovaný kvádr na dvě části *A* a *B* (viz obr. 47). Působením vnějších sil $\vec{F}$ a $-\vec{F}$ se zvětšují vzdálenosti mezi částicemi ležícími na pravé stěně části *A* a levé stěně části *B*. Proto na pravou stěnu části *A* začne působit výsledná síla pružnosti $\overrightarrow{F_p}$ vyvolaná působením částic ležících na levé stěně části *B*. Podle zákona akce a reakce stejně velkou, ale opačně orientovanou silou $-\overrightarrow{F_p}$ působí část *A* na část *B*. Vzniklé síly pružnosti zabraňují tomu, aby se kvádr neustále prodlužoval. Od určitého okamžiku jsou části *A* a *B* v klidu a kvádr je v rovnováze, tj. $\vec{F} = \overrightarrow{F_p}$.

V libovolném příčném řezu tělesa vzniká tedy stav napjatosti, který charakterizujeme **normálovým napětím** σ_n: $\sigma_n = \frac{F_p}{S}$, kde F_p je velikost síly působící kolmo na plochu příčného řezu o obsahu S; $[\sigma_n] = \mathrm{Pa}$.



Obr. 47

Normálové napětí je veličina analogická tlaku, který byl definován u tekutin. Je definován jako podíl síly působící kolmo na plochu průřezu a toho průřezu, má i stejnou jednotku. Jen se jinak značí.

Pomocí normálového napětí lze určit, kdy je deformace tahem (tlakem) ještě pružná. Zavádíme veličinu **mez pružnosti** σ_E - největší hodnota normálového napětí, při které je deformace ještě pružná. Překročí-li normálové napětí tuto hodnotu, zůstává těleso deformováno trvale. Z praxe víme, že při zvětšování deformační síly dojde časem k trvalé deformaci tělesa (přetržení drátu, nitě, zborcení pilíře, ...) Tato situace vznikne, pokud normálové napětí překročí tzv. **mez pevnosti** σ_p v tahu (tlaku) - nejvyšší hodnota normálového napětí, při jejímž překročení dochází k porušení soudržnosti materiálu. Pro většinu látek se mez pevnosti v tahu rovná mezi pevnosti v tlaku.

V praxi se předpisy zavádí tzv. **dovolené napětí** - maximální, v praxi přípustná, hodnota normálového napětí při deformaci tahem (tlakem). Tato hodnota se volí menší než je mez pevnosti σ_p. Podíl meze pevnosti a dovoleného napětí je **součinitel bezpečnosti** (pro kovy bývá 4 - 8,

pro dřevo a kámen 10, u řemenů a provazů 4 - 6, ...).

Koeficient bezpečnosti resp. dovolené napětí se zavádí v praxi proto, aby se předešlo nehodám způsobenými skrytými vadami materiálu.

Lano výtahu při určitém svém průměru by mělo teoreticky vydržet zatížení silou o velikosti např. $10\,\mathrm{kN}$ (což odpovídá hmotnosti zhruba $1000\,\mathrm{kg}$). Vzhledem k tomu, že lano může být uvnitř porušené (některé prameny, z nichž je lano spleteno, mohou být částečně zkorodované, mohou být špatně vyrobené, ...), určí se maximální povolené zatížení např. 4krát menší. Maximální zátěž lana tak bude $2{,}5\,\mathrm{kN}$ (tj. $250\,\mathrm{kg}$). Tím vznikne jakási „rezerva“ a lano bude při menším zatížení pro provoz bezpečnější.

Některé z uvedených charakteristik materiálu lze vyčíst z jeho křivky deformace.

5.4.8 | Hookův zákon pro pružnou deformaci

Z praxe víme, že působením deformujících sil se uvažované těleso (drát, guma, ...) prodlouží z původní délky l_1 na délku l_2. Veličinu (rozdíl) $\Delta l = l_2 - l_1$ nazýváme (absolutní) **prodloužení**. Toto prodloužení je závislé na počáteční délce l_1 tělesa. Proto zavádíme veličinu **relativní (poměrné) prodloužení** ε: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_1}$, $[\varepsilon] = 1$.

Zvětšujeme-li postupně velikost deformačních sil při deformaci tahem, lze sledovat závislost normálového napětí σ_n na relativním prodloužení ε. Z experimentů vyplývá:

PRO PRUŽNOU DEFORMACI TAHEM JE NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PŘÍMO ÚMĚRNÉ RELATIVNÍMU PRODLOUŽENÍ.

Tento poznatek objevil již v roce anglický fyzik 1676 Robert Hooke, a proto se nazývá **Hookův zákon**. Matematicky ho lze formulovat takto: $\sigma_n = E\varepsilon$, kde konstanta *E* je **modul pružnosti** v tahu ($[E] = \mathrm{Pa}$). Jedná se o materiálovou konstantu, která je značně velká (řádově MPa až GPa). Hookův zákon platí i pro deformaci tlakem, přičemž platí: modul pružnosti v tahu je pro většinu látek stejný jako modul pružnosti v tlaku.

Současně s relativním prodloužením délky tělesa dochází také k příčnému relativnímu zkrácení (natahujeme-li např. gumové vlákno dochází spolu s jeho prodlužování k příčnému zužování).

Pokud výpočtem zjistíme, že i při dosti velkém relativním prodloužení je vyvolané normálové napětí menší než mez pružnosti σ_E, jedná se o **pružný materiál**. Má-li materiál mez pružnosti blízko meze pevnosti, jedná se o **křehký materiál**. Křehkost často souvisí s velmi dobrou pružností (žiletky) nebo s velkou tvrdostí (nože, pilníky). Tyto charakteristiky lze dobře vyčíst z tzv. křivky

deformace daného materiálu.

5.4.8.1 | ***Křivka deformace

Křivku deformace, tj. graf závislosti normálového napětí na relativním prodloužení, popíšeme pro případ tyče z měkké ocele. Křivku rozdělíme na několik částí:

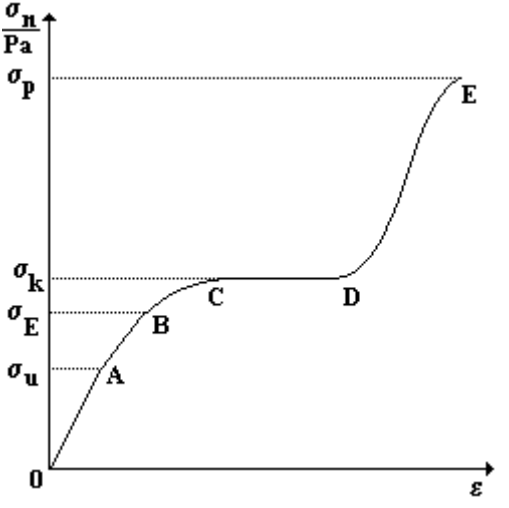
1. *OA* - pružná deformace. Normálové napětí je přímo úměrné relativnímu prodloužení a platí tedy Hookův zákon. Napětí v bodě *A* se nazývá mez úměrnosti. Hookův zákon tedy platí pro $\sigma_n \leq \sigma_u$.
2. *AB* - dopružování. Přestanou-li na tyč působit vnější síly, deformace nezmizí ihned, ale až za určitou dobu (např. gumová hadice, z níž sundáme zátěž, se zkrátí na délku o něco větší, než byla délka hadice před zavěšením závaží - deformace zmizí až za určitou dobu). Dopružování nastává u těles, u nichž nebylo vyvoláno větší normálové napětí než mez pružnosti σ_E. Většinou se mez pružnosti příliš neliší od meze úměrnosti (někdy jsou dokonce stejné).
3. *CD* - tečení materiálu. Malé změně normálového napětí odpovídá velká změna relativního prodloužení. Napětí σ_k, při kterém nastává náhlé prodloužení materiálu, se

nazývá mez kluzu (průtažnosti).

4. *DE* - zpevnění materiálu. Zpevnění materiálu končí dosažením meze pevnosti σ_p, po jejímž překročení se poruší soudržnost materiálu (tyč se přetrhne).

Část *BE* křivky deformace je oblast plastické deformace, tj. oblast deformace, která přetrvá i pokud přestanou působit vnější síly.

Křivka deformace je různá pro různé látky a podle jejího tvaru je možno vybrat nejvhodnější materiál (pevný, křehký, ...) pro daný účel (stavba, konstrukce, ...).



Obr. 48

5.4.9 | Teplotní roztažnost pevných látek

Z praxe známe mnoho příkladů, kdy při změně teploty dochází ke změnám rozměrů těles - v průběhu roku se mění délka drátů elektrického vedení; špatné chlazení motorů může vést k zahřátí pístu, zvětšení jeho objemu a následnému zadření pístu; ... Ve všech těchto případech se jedná o teplotní roztažnost pevných látek, tj. fyzikální jev spočívající ve změně rozměrů tělesa při změně jejich teploty.

Teplotní roztažnost se dále rozlišuje na:

1. délkovou teplotní roztažnost,
2. objemovou teplotní roztažnost,
3. teplotní změnu hustoty.

5.4.9.1 | Délková teplotní roztažnost

U tyčí, trubic, drátů, ... zkrátka u těles, u nichž převažuje délkový rozměr, se jedná hlavně o délkovou teplotní roztažnost. Budeme předpokládat, že při počáteční teplotě t_1 má tyč délku l_1. Zvýšíme-li teplotu tyče na hodnotu *t*, zvětší se délka tyče na hodnotu *l*. Z měření vyplývá, že prodloužení tyče je přímo úměrné počáteční délce tyče a přírůstku její teploty, tj. $\Delta l = l - l_1 = l_1\alpha(t - t_1) = l_1\alpha\Delta t$, kde konstantou úměrnosti je

teplotní součinitel délkové roztažnosti α, $[\alpha] = \mathrm{K}^{-1}$. Uvedený vztah platí za předpokladu, že přírůstek teploty není příliš velký a okolní tlak zůstává konstantní (obecně je totiž součinitel α závislý na teplotě, ale pro malé teplotní přírůstky je možno jej považovat za konstantní). Typická hodnota $\alpha \approx 10^{-7} - 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$

Budeme-li chtít vypočítat délku *l* tyče při teplotě *t*, je možné postupovat takto: $l = l_1 + \Delta l = l_1(1 + \alpha \Delta t)$.

5.4.9.2 | Objemová teplotní roztažnost

Se změnou rozměrů těles se mění také jejich objem. Tento jev nazývá objemová teplotní roztažnost. Uvědomíme-li si, že objem (resp. změna objemu) tělesa je úměrný třetí mocnině délky (resp. změny délky) tělesa, je možné psát:

$$V = abc = a_1 b_1 c_1 \left(1 + 3\alpha\Delta t + 3\alpha^2 (\Delta t)^2 + \alpha^3 (\Delta t)^3\right) \doteq a_1 b_1 c_1 (1 + 3\alpha\Delta t) = V_1 (1 + \beta \Delta t),$$

kde V_1 je počáteční objem tělesa a *V* objem tělesa, na který se počáteční objem změní při změně teploty o Δt.

Při odvozování jsme předpokládali izotropní těleso, tj. ve všech směrech má stejnou hodnotu součinitele teplotní délkové roztažnosti, a dále jsme zanedbali členy vyšších řádů (kvadratické, kubické) vzhledem k typickým hodnotám α. Veličina $\beta = 3\alpha$ se nazývá **teplotní součinitel objemové roztažnosti**, $[\beta] = \mathrm{K}^{-1}$. Součinitel teplotní objemové roztažnosti závisí na druhu látky, z níž je

pevné těleso vyrobeno, ale i na teplotě. Pro malé teplotní intervaly je možné ho považovat za konstantní.

Uvedené vztahy pro délkovou a objemovou teplotní roztažnost lze použít i pro zkrácení těles, které nastane pro $\Delta t < 0$. U monokrystalů se projevuje při teplotní roztažnosti anizotropie, tj. např. koule se po zahřátí změní na elipsoid.

5.4.9.3 | Teplotní změna hustoty

Při změně teploty tělesa dochází ke změně jeho objemu, ale hmotnost tělesa zůstává stálá. Proto dochází zároveň i ke změně hustoty tělesa. Má-li těleso při počáteční teplotě t_1 objem V_1 a hustotu ρ_1, pak má při teplotě t objem V a hustotu ρ, pro níž platí: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_1(1+\beta\Delta t)} = \frac{m(1-\beta\Delta t)}{V_1\left(1-(\beta\Delta t)^2\right)} \doteq \frac{m(1-\beta\Delta t)}{V_1} = \rho_1(1-\beta\Delta t)$. Při odvozování jsme zanedbali kvadratický člen $(\beta\Delta t)^2$, který je vzhledem k typickým hodnotám teplotního součinitele objemové roztažnosti velmi malý (ve srovnání s jedničkou).

5.4.9.4 | Teplotní roztažnost v praxi

S teplotní roztažností pevných těles se setkáváme v praxi.

Ocelové konstrukce se zahříváním roztahují. Proto např. mostní konstrukce není připevněna pevně k pilířům -

na jedné straně je pouze položena na ocelových válcích, čímž se může mostní konstrukce při prodlužování (zkracování) posouvat. Ocelová lana, která se napínají v létě, musí zůstat prověšená, neboť v zimě dojde k jejich zkrácení a mohla by prasknout. Stejně tak se pevně nezazdívají kovové kotle, které by nemohly zvětšovat své rozměry. Kovová potrubí bývají občas „proložena“ koleny, které jsou pružnější a mohou tak vyrovnávat délku potrubí.

Různorodé materiály podrobené změnám teploty lze trvale spojit pouze tehdy, mají-li podobné součinitele teplotní délkové roztažnosti (ocelobetonové konstrukce, ...). Přesné délkové normály se zhotovují z materiálů s malým součinitelem teplotní roztažnosti. S tím souvisí skutečnost, že metry, odměrné válce, pipety, ... udávají správnou hodnotu jen při teplotě, pro kterou byly okalibrovány.

Materiály s různými součiniteli teplotní roztažnosti se používají např. v tzv. bimetalových páscích - spojení dvou proužků kovů z různých materiálů, které se při zahřátí ohýbají (v důsledku různé teplotní roztažnosti). Tyto pásky se využívají např. v termostatech (žehličky, pračky, ...), ve vánočních „blikajících světýlkách“, ...

5.5 | STRUKTURA A VLASTNOSTI KAPALIN

Kapaliny tvoří přechod mezi pevnými látkami a plyny.

Tepelný pohyb molekul kapalin je dán strukturou kapalin - stav mezi naprostým neuspořádáním částic u plynu a pravidelným uspořádáním částic v (ideálních) krystalech. Uspořádání molekul kapaliny je krátkodosahové (podobně jako u amorfních látek). Molekuly kapalin neuspořádaně kmitají s frekvencí řádově $10^{12}\ \mathrm{Hz}$ kolem rovnovážných poloh, která se s časem mění. Zvyšováním teploty dochází ke zmenšení doby, kdy molekula zůstává v rovnovážné poloze, což se projeví lepší tekutostí kapaliny. Mezi molekulami jsou menší vzdálenosti než u plynů (řádově 0,1 nm), a proto na sebe molekuly působí přitažlivými silami, které mají vliv na vlastnosti kapaliny.

5.5.1 | Povrchová vrstva kapaliny

Položíme-li na volný povrch vody např. žiletku, desetník, jehlu, ... pozorujeme dvě věci: volný povrch kapaliny se pod tělesem prohne a dané těleso se nepotopí, ačkoliv jeho hustota je větší než hustota vody. Kapka, která se vytváří na konci vodovodního kohoutku, postupně roste, pak se vytvoří krček a kapka se odtrhne (kapka se jeví jako pružný balónek, v němž je voda) (vodoměrka se pohybuje po hladině, stan v dešti nepromokne, ...). Tyto pokusy ukazují, že volný povrch kapaliny se chová jako

tenká pružná blána.

Molekuly kapaliny na sebe vzájemně působí přitažlivými silami, jejichž velikost s rostoucí vzdáleností molekul klesá. Kolem každé molekuly si lze představit kouli (**sféru molekulového působení**) o takovém poloměru r_m, aby síly, jimiž na danou molekulu působí ostatní molekuly v této kouli neležící, byly zanedbatelné. Poloměr této sféry je řádově 1 nm (tj. několik mezimolekulových vzdáleností).



Obr. 49

Je-li molekula i její sféra molekulového působení uvnitř kapaliny, pak výslednice přitažlivých sil, jimiž molekuly v této sféře působí na uvažovanou molekulu, je nulová (viz obr. 49 a, b). Na molekulu, jejíž vzdálenost od volného povrchu kapaliny je menší než r_m, působí výslednice $\vec{F}$ přitažlivých sil, jimiž působí molekuly kapaliny ve sféře uvažované molekuly na tuto molekulu, kolmo k volnému povrchu kapaliny a má směr dovnitř kapaliny. Molekuly plynu (který je nad volným povrchem kapaliny) v horní části sféry působí na molekulu v jejím středu výslednou

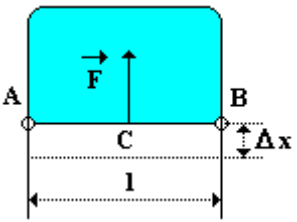
přitažlivou silou $\vec{F}_1$ opačného směru, než je směr síly $\vec{F}$. Vzhledem k tomu, že $A_{plynu} \ll A_{kapaliny}$, je také $\vec{F}_1 \ll \vec{F}$ a je tedy možné velikost síly $\vec{F}_1$ zanedbat (viz obr. 49 c, d). Vrstva molekul, jejíž vzdálenost od volného povrchu kapaliny je menší než poloměr r_m sféry molekulového působení, se nazývá **povrchová vrstva kapalin**. Na každou molekulu, která se nachází v povrchové vrstvě kapalin působí sousední molekuly přitažlivou silou, která míří dovnitř kapaliny.

Při přemístění molekuly z vnitřku kapaliny do její povrchové vrstvy, je nutno vykonat práci k překonání právě popsané síly. Proto mají molekuly z povrchové vrstvy větší potenciální energii než molekuly v této vrstvě neležící. Povrchové vrstvě přiřazujeme tzv. **povrchovou energii** *E*, která je jednou složkou vnitřní energie kapaliny a která je dána vztahem $E = S\sigma$ (*S* je plocha volného povrchu kapaliny a σ je povrchové napětí).

Kapalina daného objemu má snahu nabývat takového tvaru, aby obsah jejího povrchu byl co nejmenší, a tím byla minimální i povrchová energie. Při daném objemu má ze všech geometrických těles nejmenší obsah povrchu koule. Proto volné kapky mlhy, rosy, … mají kulový tvar. U větších kapek se projeví její tíhová síla a síla, kterou na ní působí podložka, a proto je kulový tvar deformován. (Dojde-li k vykompenzování těchto sil např. silou vztlakovou, zaujímají kulový tvar i větší kapky.)

5.5.2 | Povrchová síla

Vytvoříme-li z mýdlového nebo saponátového roztoku kapalinovou blánu v drátěném rámečku, jehož jedna strana je pohyblivá, pozorujeme stahování blány, která s sebou táhne i pohyblivou část rámečku *AB*. Toto stahování blány je dáno tím, že se snaží zaujmout co nejmenší povrch z jedné i druhé strany (blána má dva povrchy) a tím i minimální povrchovou energii. Blána se stahuje proto, že to pohyblivá příčka *AB* umožňuje. Na příčku *AB* proto působí v každém povrchu síla $\vec{F}$, kterou nazýváme **povrchová síla**. Je kolmá na příčku *AB* a leží v povrchu kapalinové vrstvy (v případě zakřiveného povrchu kapaliny má směr tečny v daném bodě kapaliny). Popsaný experiment lze sledovat na obr. 50.



Obr. 50

Velikost této síly lze určit experimentálně: Rámeček s blánou zavěsíme do svislé polohy a příčku *AB* zatížíme tak, aby byla celá soustava (rámeček s příčkou a blánou a závaží) v rovnovážném stavu. Na příčku přitom působí

tíha závaží a drátku $\vec{G}$ svisle dolů a povrchová síla $2\vec{F}$ svisle vzhůru. Odtud již plyne: $F = \frac{G}{2}$.

Povrchová síla působí i na ostatní části rámečku, ale projeví se pouze u pohyblivé příčky. O faktu, že tato síla působí v každém bodě kapaliny, se můžeme přesvědčit dalšími pokusy: navlhčenou smyčku z niti položme na mydlinovou blánu. Smyčka má nepravidelný tvar, dokud blánu uvnitř smyčky neporušíme - pak se smyčka napne do kroužku, neboť se poruší rovnováha povrchových sil vně a uvnitř smyčky. Povrchové síly udržují také kapku, která vzniká při vytékání vody např. z kapiláry. Kapka se udrží u otvoru, dokud je výslednice povrchových sil (působících podél obvodu povrchu blány, který je ve styku s kapilárou) menší než tíhová síla kapky. Jakmile dojde k vyrovnání těchto sil, kapka se utrhne.

5.5.3 | Povrchové napětí

Provedeme-li pokus pro určení velikosti povrchové síly a použijeme-li rámečky s různou délkou příčky *AB*, zjistíme, že velikost povrchové síly je přímo úměrná délce příčky. Tento empirický vztah platí pro libovolný okraj blány a využívá se k definici skalární veličiny **povrchové napětí**:

POVRCHOVÉ NAPĚTÍ σ SE ROVNÁ PODÍLU VELIKOSTI POVRCHOVÉ SÍLY *F* A DÉLKY *L* OKRAJE POVRCHOVÉ BLÁNY, NA KTERÝ POVRCHOVÁ SÍLA

PŮSOBÍ KOLMO V POVRCHU KAPALINY, TEDY $\sigma = \frac{F}{l}$, $[\sigma] = \mathrm{N.m^{-1}}$.

Povrchové napětí lze měřit tzv. odtrhávací metodou. Tato metoda spočívá v měření síly, kterou je nutno odtrhnout od povrchu kapaliny tělísko (např. drátek, ...), které plave na její hladině. V tomto případě je povrchové napětí dáno vztahem $\sigma = \frac{F}{2l}$, kde *F* je velikost síly, která odtrhne drátek po jeho vyvážení v kapalině a *l* je jeho délka. Konstanta „2" je zde proto, že na kapalině vytažené drátkem jsou 2 blány (z každé strany jedna).

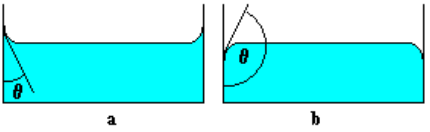
Povrchové napětí kapaliny závisí nejen na druhu kapaliny, ale také na prostředí, které se nachází nad jejím volným povrchem. S rostoucí teplotou se povrchové napětí kapaliny vůči danému prostředí snižuje. Snížení povrchového napětí vody přidáním jiné látky (tzv. smáčedla) nebo zvýšením teploty vody se projevuje např. při praní prádla, mytí nádobí, ... Tímto způsobem „upravená" voda se lépe dostává ke špíně, která lpí na tkaninách, nádobách, ..., a špínu rychleji rozpouští a smývá ji.

5.5.4 | Jevy na rozhraní pevného tělesa a kapaliny

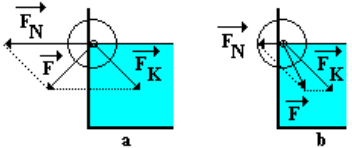
Nalijeme-li kapalinu do nádoby, může se kapalina

chovat dvojím způsobem:

1. u stěny vytvoří dutý povrch (voda ve skle, líh ve skle, rtuť v měděné nádobě, ...) - kapalina smáčí stěny nádoby (viz obr. 51 a)
2. u stěny vytvoří vypuklý povrch (rtuť ve skle, ...) - kapalina nesmáčí stěny nádoby (viz obr. 51 b)



Obr. 51



Obr. 52

Vysvětlení tohoto jevu provedeme pomocí molekuly, která leží na rozhraní kapaliny, vzduchu a stěny nádoby. Částice stěny nádoby ležící ve sféře molekulového působení této molekuly působí na uvažovanou molekuly silou $\overrightarrow{F_N}$ kolmou na stěnu. Molekuly kapaliny působí na tuto molekulu silou $\overrightarrow{F_K}$ směřující dovnitř do kapaliny. Molekuly vzduchu působí na uvažovanou molekulu silou $\overrightarrow{F_V}$. A samozřejmě, že na molekulu působí také tíhová síla $\overrightarrow{F_G}$. Vzhledem k tomu, že velikosti sil $\overrightarrow{F_V}$ a $\overrightarrow{F_G}$ jsou ve srovnání s velikostmi sil $\overrightarrow{F_N}$ a $\overrightarrow{F_K}$ malé, je tedy možné je zanedbat. Směřuje-li výsledná síla $\overrightarrow{F}$ ven z kapaliny, musí

být volný povrch kapaliny u stěny dutý, aby byl kolmý na sílu $\vec{F}$ (viz obr. 52 a). Jinak by nastal pohyb molekul v kapalině. Jestliže síla $\vec{F}$ směřuje dovnitř kapaliny, pak volný povrch musí být vypuklý (viz obr. 52 b).

Úhel ϑ, který svírá povrch kapaliny s povrchem stěny, se nazývá **stykový úhel**. Mohou nastat tyto možnosti:

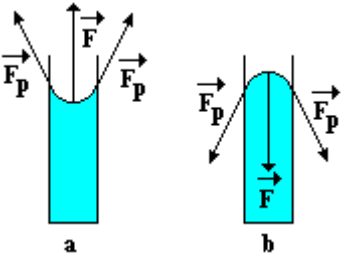
1. $\vartheta = 0$ - kapalina dokonale smáčí stěny kapaliny
2. $\vartheta = \pi$ - kapalina dokonale nesmáčí stěny kapaliny
3. $0 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$ nebo $\frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi$ - skutečná (reálná) kapalina
4. $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ - povrch kapaliny je nezakřivený

Zakřivení povrchu kapaliny při stěnách nádoby, v kapilárách, u kapek a bublin způsobuje vznik přídavného tlaku v kapalině. Tento tlak se nazývá **kapilární tlak**. Pod vypuklým (resp. dutým) povrchem kapaliny je vnitřní tlak ve srovnání s vodorovným povrchem větší (resp. menší) o kapilární tlak.

Název kapilára byl převzat z biologie. Krev v lidské těle do jeho koncových částí (prsty, kůže, ...) rozvádějí cévy s velmi malým průměrem, které se nazývají kapiláry. Proto se i pro uměle vyrobené trubice malých průměrů používá stejný výraz.

Má-li volný povrch kapaliny tvar kulového vrchlíku

(resp. koule) o poloměru R, lze pro kapilární tlak psát: $p_k = \frac{F}{S}$, kde F je velikost výslednice povrchových sil $\vec{F_p}$ (viz obr. 53), jejíž nenulová velikost je dána právě zakřiveným povrchem kapaliny. Tato výslednice vzniká díky zakřivenému povrchu kapaliny a působí na kolmý průmět povrchu kapaliny o obsahu S (tímto kolmým průmětem je vždy kruh). Lze tedy dále psát: $p_k = \frac{F}{S} = \frac{\sigma l}{\pi R^2} = \frac{2\sigma \pi R}{\pi R^2} = \frac{2\sigma}{R}$, kde σ je povrchové napětí kapaliny.



Obr. 53

U tenké kulaté bubliny se dvěma povrchy (např. mýdlová bublina), pro kapilární tlak platí $p_k = \frac{4\sigma}{R}$.

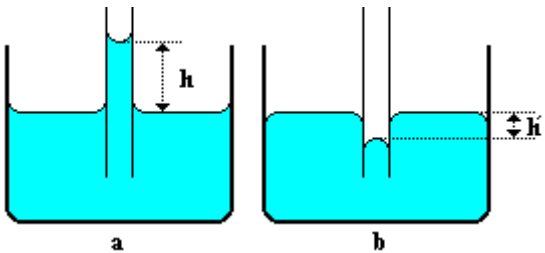
Pro reálnou kapalinu je kapilární tlak dán vztahem: $p_k = \frac{2\sigma \cos\vartheta}{R}$.

5.5.5 | Kapilarita

Ponoříme-li velmi úzkou trubici malého vnitřního průměru (kapiláru) svisle do kapaliny v široké nádobě, pozorujeme zakřivení povrchu kapaliny v kapiláře a její vzestup (resp. snížení) vzhledem k hladině kapaliny v nádobě. Mohou tedy nastat dva případy:

1. **kapilární elevace** - u kapalin smáčejících stěny trubice se vytvoří dutý vrchlík, který je výše než hladina okolní kapaliny (obr. 54 a)
2. **kapilární deprese** - u kapalin nesmáčejících stěny trubice vytvoří hladina vypuklý vrchlík, který je níže než hladina okolní kapaliny (obr. 54 b)

Oba tyto jevy se nazývají souhrnně **kapilarita (kapilární jevy)**.



Obr. 54

Z hlediska molekulové fyziky je kapilarita způsobena kapilárním tlakem. Uvažujme kapalinu s povrchovým

napětím σ, která dokonale smáčí stěny nádoby. Po ponoření kapiláry s vnitřním poloměrem *R* do kapaliny se s v kapiláře vytvoří dutý povrch tvaru polokoule o poloměru *R*. Pod ním je vnitřní tlak menší o kapilární tlak p_k ve srovnání s vodorovným povrchem v širší nádobě. To má za následek, že v kapiláře vystoupí kapaliny do takové výšky *h*, při níž je hydrostatický tlak odpovídající sloupci kapaliny výšky *h* stejný jako tlak kapilární. Lze tedy psát: $h\rho g = \frac{2\sigma}{R}$, kde ρ je hustota kapaliny. Odtud je možné určit výšku *h* při kapilární elevaci: $h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$. Zvýšení volné hladiny v kapiláře je tedy pro danou kapalinu nepřímo úměrné poloměru kapiláry.

Analogicky je možné odvodit vztah pro snížení h' hladiny kapaliny při kapilární depresi.

V případě skutečné kapaliny (reálné kapaliny) má výraz pro výšku kapaliny v trubici tvar $h = \frac{2\sigma}{\rho g R \cos\vartheta}$.

Kapilarita má značný význam v praxi: vzlínavost vody - voda vystupuje z hloubky tenkými kapilárami do povrchových vrstev půdy, kde se vypařuje resp. zavlažuje rostliny (zabraňuje se mu rozrušováním kapilár orbou nebo okopáváním, naopak stlačováním půdy např. válcováním se kapiláry v půdě vytvářejí); nasávání kapalin do knotů; vzlínání kapalin do stěn domů při špatné izolaci proti vlhkosti; vzlínavost roztavené pájky v tenkých spárách pro vytvoření dokonalých spojů pájených součástí; ...

5.5.6 | Teplotní roztažnost kapalin

Při změně teploty pozorujeme u kapalin objemovou roztažnost. U většiny kapalin jejich objem s rostoucí teplotou roste, přitom se ale různé kapaliny roztahují za jinak stejných podmínek různě.

Z experimentů vyplývá, že pro nepříliš velké změny teploty $\Delta t = t - t_1$ je objem V kapaliny za stálého vnějšího tlaku určen vztahem $V = V_1(1+\beta\Delta t)$, kde V_1 je objem kapaliny při počáteční teplotě t_1 a β je teplotní součinitel objemové roztažnosti kapalin, který je obecně větší u kapalin než u pevných látek.

Poznámka: Pro větší teplotní rozdíly se vyjadřuje objem kapaliny v závislosti na teplotní změně Δt vztahem $V = V_1\left(1+\beta_1\Delta t+\beta_2(\Delta t)^2\right)$.

Se změnou teploty kapaliny se mění její objem, což má za následek, změnu její hustoty. Jestliže ρ_1 je hustota kapaliny při počáteční teplotě t_1, pak hustota ρ při teplotě *t* je dána přibližným vztahem $\rho = \rho_1(1-\beta\Delta t)$, kde $\Delta t = t - t_1$ je změna teploty a β teplotní součinitel objemové roztažnosti dané kapaliny. Odvození tohoto vztahu je stejný jako u teplotní změny hustoty pevných látek.

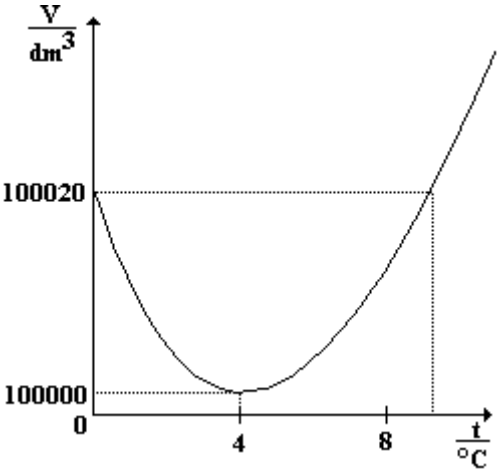
Teplotní roztažnost má využití i v praxi - využívá se např. v kapalinových teploměrech (rtuť, líh, ...), ...

5.5.6.1 | Anomálie vody

Voda je mezi kapalinami výjimkou z hlediska její závislosti objemu na teplotě. Zahříváme-li vodu z teploty $0\,°C$ na teplotu $4\,°C$, zmenšuje se její objem. Teprve od teploty $4\,°C$ (přesněji $3{,}98\,°C$) se voda chová jako ostatní kapaliny - s rostoucí teplotou roste její objem. Při teplotě kolem $8\,°C$ má tentýž objem jako při teplotě $0\,°C$. Graf závislosti objemu vody na teplotě je zobrazen na obr. 55.

Z právě uvedeného vyplývá, že hustota vody se od $0\,°C$ do $4\,°C$ zvětšuje a teprve poté se zmenšuje. Tento jev se nazývá **anomálie vody**.

Skutečnost, že hustota vody je při teplotě $4\,°C$ největší, se využívá i v přírodě. Voda s touto teplotou se nachází v zimě na dně rybníků a jezer, čímž umožňuje přežít zimu rybám. Blíže k hladině má voda nižší teplotu (a nižší hustotu).



Obr. 55

5.5.7 | ***Kapalné krystaly

Krystaly jsou pevné látky, jejichž stavební částice (atomy, ionty či molekuly) jsou v prostoru uspořádány do pravidelných krystalových mřížek. Kapaliny jsou látky bez krystalické struktury, které mohou snadno měnit tvar díky tomu, že molekuly jsou vzájemně vázány mnohem menšími silami než u pevných látek.

Kapalné krystaly jsou organické látky, které vytvářejí přechod mezi pevnými látkami a kapalinami. Jsou kapalné podobně jako kapaliny, ale jejich molekuly jsou pravidelně uspořádány podobně jako v pevných látkách (krystalických

látkách).

Aby získala příslušná organická látka vlastnost kapalných krystalů, musí být rozpuštěna ve vodním roztoku. V něm se molekuly látky uspořádávají do pravidelné struktury a vytvářejí tak homogenní, ale už ne izotropní roztok. Roztok se pak chová jako krystal.

Toto chování roztoku vyplývá z vnitřního uspořádání kapalných krystalů.

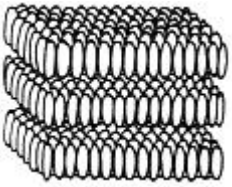
Kapalné krystaly jsou známy ve trojím uspořádání:

1. smektické kapalné krystaly (viz obr. 56) - podlouhlé molekuly doutníkového tvaru jsou uspořádány tak, že jejich osy jsou navzájem rovnoběžné a jsou uspořádané po vrstvách
2. nematické kapalné krystaly (viz obr. 57) - molekuly jsou uspořádány tak, že jejich osy jsou navzájem rovnoběžné, ale nejsou uspořádány ve vrstvách

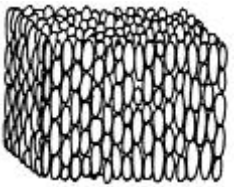
Molekuly jedné vrstvy jsou napěchovány mezi molekuly další vrstvy.

3. cholesterické kapalné krystaly (viz obr. 58) - molekuly jsou uspořádány ve vrstvách, v nichž jsou osy molekul navzájem rovnoběžné, ale v každé vrstvě je směr os molekul oproti osám molekul v předchozí

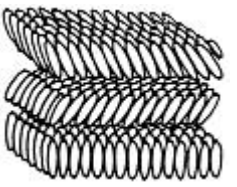
vrstvě pootočen



Obr. 56



Obr. 57



Obr. 58

Hlavní význam kapalných krystalů spočívá v tom, že i slabé vnější působení různých fyzikálních sil může ovlivnit jejich vnitřní uspořádání a tím i jejich vlastnosti:

1. změna propustnosti světla působením elektrického pole se využívá v displejích z kapalných krystalů
2. vrstva cholesterických kapalných krystalů mění barvu odraženého světla v závislosti na teplotě s takovou citlivostí, že je možné zaregistrovat změny teploty v rozmezí $0{,}01°C$.

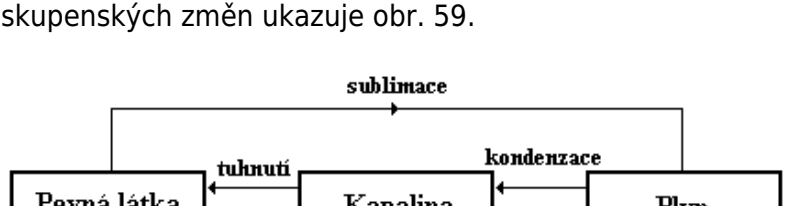
Této vlastnosti se využívá při diagnostice lidských tkání, které se při napadení nemocí projevují změnou teploty. Látka z kapalných krystalů se pak používá jako citlivý indikátor teploty.

3. oteplením vyvolaném laserovým paprskem přejde kapalný smektický krystal v kapalinu

Tato vlastnost se využívá k záznamu informací.

5.6 | ZMĚNY SKUPENSTVÍ LÁTEK

Jedna látka se může vyskytovat jako plynná, kapalná nebo pevná. Tyto tři stavy téže látky nazýváme skupenství plynné, kapalné a pevné. Změnou skupenství rozumíme fyzikální děj, při němž se mění skupenství látky. Přehled skupenských změn ukazuje obr. 59.



Obr. 59

5.6.1 | Tání

Zahříváme-li těleso z krystalické látky (led, krystalky sody, kov, ...) zvyšuje se jeho teplota a po dosažení **teploty tání** t_t se pevná látka mění na kapalinu téže teploty. Krystalická látka taje. Různé krystalické látky mají

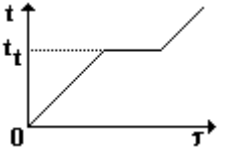
různou teplotu tání, která navíc závisí na vnějším tlaku, při němž tání probíhá. Tabelované hodnoty se udávají při normálním tlaku a proto se nazývají **normální teploty tání**. Graf závislosti teploty *t* na čase τ je na obr. 60.

Pevné amorfní látky (vosk, sádlo, sklo, plasty, ...) při zahřívání postupně měknou až se přemění v kapalinu (tj. tání probíhá mezi dvěma teplotami t_1 a t_2 - viz graf na obr. 61). Nemají tedy žádnou určitou teplotu tání. Existují látky (dřevo, mramor, ...), které se nemohou zahřát až na teplotu tání, neboť již při nižších teplotách dochází k jejich rozkladu. Slitiny kovů tají při teplotě nižší než je průměr teplot, při nichž tají jednotlivé součásti slitiny. Teplota tání ledu se snižuje rozpouštěním solí (posypeme-li solí v zimě led na chodníku, sníží se teplota tání ledu tak, že led i při okolní teplotě menší, než je $0\,^{\circ}\mathrm{C}$, roztaje).

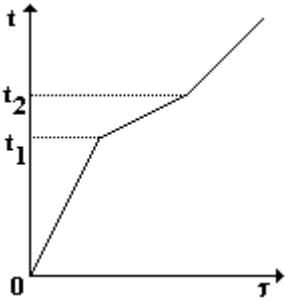
Teplo, které přijme pevné těleso již zahřáté na teplotu tání, aby se změnilo na kapalinu téže teploty, se nazývá **skupenské teplo tání** L_t. Přitom předpokládáme, že nenastávají jiné přeměny energie a vnější tlak nad tající látkou je stálý. Skupenské teplo tání závisí nejen na látce, ale také na jejím množství. Proto se zavádí měrné skupenské teplo tání $l_t = \frac{L_t}{m}$, kde *m* je hmotnost tělesa z dané látky; $[l_t] = \mathrm{J.kg^{-1}}$.

Led má relativně velkou hodnotu měrného skupenského tepla tání, což má pozitivní důsledek v praxi: na jaře taje sníh pomalu, vzniklá voda se stihne vsakovat či

vypařovat a minimalizuje se tak vznik záplav.



Obr. 60



Obr. 61

Přijímá-li krystalická látka teplo, vzrůstá střední kinetická energie kmitavého pohybu částic. Částice zvětšují rozkmity, čímž se zvyšuje i střední vzdálenost mezi nimi. Tím vzrůstá i střední potenciální energie částic. Při dosažení teploty tání nabývají kmity částic takových hodnot, že se poruší vazba mezi částicemi mřížky - ta se rozpadá a látka tak taje. Vazebné síly mezi částicemi se pro různé látky liší, proto každá látka taje jen za určité teploty a za určitého tlaku. Během tání krystalická látka sice přijímá teplo, ale nemění se střední kinetická energie částic (a tím se tedy nemění ani teplota). Zvětšuje se však střední potenciální energie částic, což znamená, že při teplotě tání je vnitřní energie roztaveného tělesa větší než vnitřní energie téhož tělesa v krystalickém stavu při téže

teplotě. Roztaje-li všechna látka a přijímá-li další teplo, dochází opět k růstu střední kinetické energie částic a tím se tedy zvětšuje teplota vzniklé kapaliny.

Chemicky čistá krystalická látka tedy taje za konstantní teploty. Má-li např. roztát kostka ledu, která má počáteční teplotu nižší jak teplotu tání (za daného tlaku), je třeba led nejdříve ohřát na teplotu tání (dodat teplo $Q_{ledu} = m_{ledu} c_{ledu} (t_{tání} - t_{ledu})$), pak jej roztát (dodat teplo $L_{tání} = m_{ledu} l_{ledu}$ - během tání se ale nemění teplota ledu; teplo $L_{tání}$ se přemění na energii nutnou k porušení pevných vazeb v ledu) a pak případně vzniklou vodu z ledu ohřát (dodat další teplo $Q_{vody} = m_{ledu} c_{vody} (t_{konečná} - t_{tání})$).

5.6.2 | Tuhnutí

Ochlazujeme-li kapalinu vzniklou táním krystalické látky, mění se při **teplotě tuhnutí** v pevné těleso téže teploty. Hovoříme o **tuhnutí** látky. Pro chemicky čisté látky je teplota tuhnutí látky rovna teplotě tání za téhož vnějšího tlaku.

Při tuhnutí nevzniká pevné skupenství okamžitě. Dosáhne-li kapalina teploty tuhnutí, začnou se v kapalině vytvářet vlivem vazebných sil kondenzační jádra (zárodky). K nim se postupně připojují a pravidelně uspořádávají další částice látky. V tavenině tak vzniká při krystalizaci soustava volně se pohybujících krystalků nepravidelného

tvaru. V okamžiku, kdy všechna látka ztuhne, se krystalky vzájemně dotýkají a vytvářejí zrna. Tímto způsobem vzniká krystalizací polykrystalická látka, jejíž vlastnosti jsou ovlivněny velikostí zrn.

Pokud se v tavenině vytvoří pouze jeden zárodek, k němuž se postupně připojují další částice látky, vzniká monokrystal. V technické přípravě monokrystalů se jako zárodek používá malý monokrystal téže látky, který se vnoří do taveniny. Táhne-li se pak zárodečný krystal pomalu z taveniny a zajistí-li se dostatečný odvod energie na rozhraní pevného a kapalného skupenství, vyroste z taveniny monokrystal větších rozměrů.

Při tuhnutí čisté látky se často stává, že zárodky pevného skupenství se vytvoří až za teploty menší, než je teplota tuhnutí dané látky. Kapalinu, která má nižší teplotu, než je teplota tuhnutí dané látky, nazýváme **podchlazená kapalina (přechlazená kapalina)**. Přechlazenou kapalinu lze pak převést do pevného skupenství vhozením několika krystalků dané pevné látky, čímž přejde rychle v pevnou látku a teplota vzroste na teplotu tuhnutí. Někdy stačí též prudce trhnout nádobou s danou kapalinou.

Při tuhnutí odevzdává kapalina svému okolí **skupenské teplo tuhnutí**, které je stejné jako skupenské teplo tání pevného tělesa z téže látky a stejné hmotnosti. Samozřejmě, že také **měrné skupenské teplo tuhnutí** je u téže látky stejné jako měrné skupenské teplo tání.

5.6.3 | Změna objemu těles při tání a tuhnutí, závislost teploty tání na tlaku

Většina látek při tání zvětšuje svůj objem a při tuhnutí ho zmenšuje. Existují ale látky (led, antimon, bismut, některé slitiny, ...), které při tání svůj objem zmenšují a při tuhnutí zvětšují.

U ledu je relativní zvětšení objemu největší - asi 9 %, což souvisí s jeho krystalovou strukturou. Krystalová mřížka ledu je prostoupena prostornými kanálky. Při stání se krystalová mřížka bortí a volný prostor postupně zaplňují molekuly vody. Odtud je tedy zřejmé, že neupořádanému rozložení molekul vody odpovídá menší objem než uspořádanému rozložení v krystalové mřížce ledu.

Teplota tání krystalické látky závisí také na vnějším tlaku. U látek, u nichž je tání doprovázeno zvětšením objemu, roste při zvýšení tlaku také teplota tání. Je-li tání doprovázeno zmenšením objemu, pak se při zvýšení vnějšího tlaku sníží teplota tání látky. U ledu způsobí zvýšení tlaku o $10^5\ \mathrm{Pa}$ pokles teploty o $7{,}5\,\mathrm{mK}$. Tento jev lze demonstrovat **regelací ledu (znovuzamrzáním ledu)**. Pomocí tohoto jevu bývá často vysvětlována kluzkost ledu (při bruslení, ...): v důsledku zvýšeného tlaku klesá teplota tání a led částečně odtává. Přesnější pokusy ukázaly, že tenká vrstva vody podmiňující kluzkost ledu vzniká při tření brusle o led - konáním práce se zvětšuje vnitřní energie

tenké povrchové vrstvy ledu a tak led na povrchu taje.

Zvětšení objemu při tuhnutí vody má značný význam v přírodě. Led má menší hustotu než voda a proto plave na vodě a svou malou tepelnou vodivostí zabraňuje zamrzání vody do větších hloubek. Led vzniklý při zamrznutí způsobuje také rozrušování skal, praskání zdiva, ...

5.6.4 | Sublimace a desublimace

Přeměna látky z pevného skupenství přímo ve skupenství plynné se nazývá **sublimace**. Za běžného atmosférického tlaku sublimuje např. jód, kafr, pevný CO_2 (suchý led), led, sníh, ..., stejně jako vonící či páchnoucí látky. **Měrné skupenské teplo sublimace** l_s je definováno takto: $l_s = \frac{L_s}{m}$, kde L_s je skupenské teplo sublimace přijaté látkou o hmotnosti *m* při její sublimaci za dané teploty. Měrné skupenské teplo sublimace závisí na teplotě, za níž látka sublimuje. Je-li sublimující látka dostatečné hmotnosti v uzavřené nádobě, sublimuje tak dlouho, až se vytvoří rovnovážný stav mezi pevným skupenstvím a vzniklou párou. Objemy pevné látky a páry se dále již nemění, konstantní zůstává tlak páry a teplota soustavy.

Přeměna látky ze skupenství plynného přímo ve skupenství pevné se nazývá **desublimace** (např. vytváření jinovatky z vodní páry za teploty menší než je $0\,°C$).

5.6.5 | Vypařování a kapalnění

Ze zkušeností víme, že objem kapaliny v otevřené nádobě se s časem zmenšuje, neboť část kapaliny se mění v páru. Tento děj se nazývá vypařování. Na rozdíl od tání probíhá vypařování z volného povrchu kapaliny za každé teploty, při níž kapalné skupenství existuje. Různé kapaliny se vypařují různě rychle (nejrychleji např. éter, pak líh, voda, rtuť, ...). Rychlost vypařování se zvýší, zvýší-li se teplota kapaliny, zvětší-li se obsah volného povrchu a odstraňují-li se vzniklé páry nad kapalinou (odsáváním, foukáním, větrem, ...).

Tohle vše známe z praxe: jíme-li např. teplou polévku, „foukáme“ si jí. Tím odstraňujeme z prostoru nad volným povrchem polévky páry. Další vypařování (a tedy i chladnutí polévky) může probíhat rychleji.

Chceme-li kapalinu hmotnosti *m* přeměnit v páru téže teploty, musí kapalina přijmout **skupenské teplo vypařování** L_v. **Měrné skupenské teplo vypařování** l_v se definuje vztahem $l_v = \frac{L_v}{m}$. S rostoucí teplotou kapaliny klesá měrné skupenské teplo vypařování.

Zahříváme-li kapalinu, pozorujeme, že při dosažení určité teploty za daného tlaku se uvnitř kapaliny vytvářejí bubliny páry. Bubliny postupně zvětšují svůj objem a vystupují k volnému povrchu kapaliny. Tento zvláštní

případ vypařování se nazývá **var**. Při varu se kapalina nevypařuje jen na povrchu, ale také uvnitř. Teplota, při níž za daného (resp. normálního) tlaku nastává var kapaliny, se nazývá **(normální) teplota varu** t_v. Teplota varu je závislá na vnějším tlaku - s rostoucím tlakem se zvětšuje. Tohoto jevu se využívá v praxi: varu za zvýšeného tlaku se používá při sterilizaci chirurgických nástrojů, výrobě papíru, vaření v tlakovém hrnci, ...; var za sníženého tlaku se využívá při výrobě sirupů, práškového mléka, ...

Měrné skupenské teplo varu se rovná měrnému skupenskému teplu vypařování při teplotě varu kapaliny.
Poznámka: Dodané skupenské teplo varu je podle 1. termodynamického zákona rovno přírůstku vnitřní energie páry a práci, kterou pára vykoná při zvětšení svého objemu vůči objemu kapaliny. Vykonaná práce je ale většinou podstatně menší než přírůstek vnitřní energie páry, takže ji zpravidla neuvažujeme.

Molekuly kapaliny konají tepelný pohyb. Mají-li některé molekuly na volném povrchu kapaliny takovou energii, že jsou schopny překonat síly poutající je k ostatním molekulám, pak mohou uniknout do prostoru nad kapalinou a vytvoří páru. Je-li volný povrch kapaliny ve styku se vzduchem, difunduje vzniklá pára do okolí. Některé molekuly páry se v důsledku tepelného pohybu vracejí zpět do kapaliny. Počet těchto vracejících se molekul je při vypařování kapaliny v otevřené nádobě vždy menší než počet molekul, které ve čase unikají z kapaliny. Tím tedy ubývá kapaliny a zvětšuje se hmotnost páry.

Vzhledem k tomu, že kapalinu při vypařování opouštění ty nejrychlejší molekuly, snižuje se střední kinetická energie molekul kapaliny a tím i teplota. Teplota vzniklé páry je však rovna teplotě kapaliny, protože molekuly při opuštění kapaliny ztrácejí část své kinetické energie na úkor překonání přitažlivých sil. Mají ale větší energii potenciální. Z toho důvodu je vnitřní energie páry dané hmotnosti větší než vnitřní energie kapaliny téže hmotnosti a teploty.

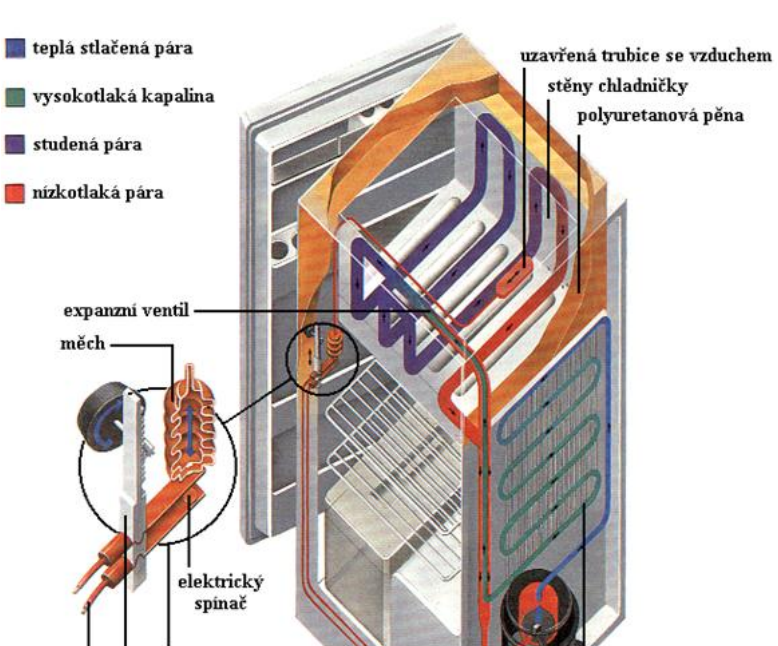
Děj opačný k vypařování, se nazývá **kapalnění (kondenzace)**, při němž pára v důsledku zmenšování svého objemu nebo snížením teploty kapalní. Při tomto ději se uvolňuje **skupenské teplo kondenzační**. **Měrné skupenské teplo kondenzační** je rovno měrnému skupenskému teplu vypařování téže látky při stejné teplotě.

Kapalnění může nastat na povrchu kapaliny, na povrchu pevné látky (např. poklička na hrnci), nebo ve volném prostoru (např. oblaka). Vytváření kapek, které postupně rostou, usnadňují drobná zrnka prachu nebo elektricky nabité částice (tzv. kondenzační jádra).

5.6.6 | ***Chladnička

Většina chladících zařízení využívá skutečnosti, že k vypaření kapaliny je nutné jí dodat určité teplo (skupenské teplo vypařování). Kapalina, která se používá v chladicích zařízeních jako pracovní médium (tzv.

chladivo), přitom toto teplo odebírá svému okolí - prostoru, který má být ochlazen.



Obr. 62

Domácí chladnička a mraznička (obr. 62) je stroj určený k přenosu tepla z vnitřního prostoru chladničky (resp. mrazničky) do okolí. Teplo se přenáší chladící

kapalinou s nízkým bodem varu (zhruba $20^\circ C$ při atmosférickém tlaku). Donedávna se používalo jako chladící kapaliny chlorovaných a fluorovaných uhlovodíků (*CFC*). Tyto sloučeniny ale katalyzují kromě jiného i odbourávání ozonu v horních vrstvách atmosféry. Proto se začaly nahrazovat méně škodlivými hydrogenovanými *CFC*, které se rozkládají dříve než dosáhnou výšky, kde je ozonová vrstva.

Vzhledem k tomu, že chladící kapalina přechází během svého pohybu v uzavřeném chladícím okruhu chladničky z kapalného stavu do plynného stavu a zase zpět, je z fyzikálního hlediska přesnější používat termín *chladící tekutina*.

Chladící tekutina je hnána kompresorem trubkou ve tvaru smyčky vedené okolo chladničky a po její zadní stěně. Cyklus začíná s chladící tekutinou ve formě nízkotlaké páry. Ta vstupuje do kompresoru a v něm se adiabaticky stlačuje na teplotu vyšší, než je teplota okolí chladničky. Ohřátá pára vycházející z kompresoru se ochlazuje v chladících závitech na zadní stěně chladničky. Tady odevzdá pára teplo do okolního vzduchu a kondenzuje na kapalinu.

Při kondenzaci páry na kapalinu musí pára odevzdat část své vnitřní energie (tzv. skupenské teplo kondenzační) okolí. Molekuly páry se musí „uklidnit“, aby mohly vytvořit kapalinu.

Kondenzaci na kapalinu napomáhá i vysoký tlak, pod kterým tekutina v trubkách proudí. Zkondenzovaná kapalina pak pod tlakem prochází expanzním ventilem do výparníku, který je v chlazeném prostoru chladničky. Z výparníku kompresor intenzivně odsává páry, které nad kapalinou vznikají. To vede k intenzivnějšímu vypařování kapaliny a k odebírání tepla (skupenského tepla kondenzačního) z prostoru výparníku.

Odvádění par z prostoru nad kapalinou zintenzivňuje vypařování proto, že se molekuly páry unikající z kapaliny „nemusí tísnit“ v prostoru nad kapalinou s molekulami již vypařenými. (To známe všichni z praxe, když „si foukáme“ horkou polévku.)

Odpařování kapaliny je doprovázeno odebíráním tepla z okolního prostoru proto, že molekuly kapaliny musí získat větší energii, než mají v kapalině, aby se mohly od kapaliny odpoutat.

Teplota kapaliny v trubkách v prostrou výparníku proto klesá.

Teplo, které odebírá kapalina z prostoru výparníku, se totiž mění na energii, kterou potřebují molekuly kapaliny k vypaření (tj. k „odtržení“ od kapaliny). Proto se kapalina, která se zatím v trubkách nevypařila, ochlazuje.

Pára, která se v trubkách ve výparníku vypařila, má nižší teplotu, než je teplota okolního prostoru (výparníku). Proto pára absorbuje teplo z prostoru výparníku a ohřívá se.

Z prostoru výparníku tak odebírá teplo a ochlazuje vnitřní prostory chladničky až na teplotu $-20^{\circ}C$. Ohřátá pára se vrací do kompresoru a celý cyklus se opakuje.

Kompresor musí udržovat před expanzním ventilem tlak až 6,5krát vyšší než je atmosférický tlak a ve výparníku asi 2,5krát vyšší než atmosférický, má-li být vnitřek chladničky chlazen na $5^{\circ}C$ a v místnosti je $25^{\circ}C$. Chladič za skříní chladničky je ovšem teplejší, proto je nejvyšší tlak až 10ti násobek atmosférického tlaku (tj. tlak přibližně 1 MPa). Kompresor je přitom schopen stlačit tekutinu až na 3 MPa, takže pracuje s dostatečnou rezervou.

Konvekční proudy pak přenášejí studený vzduch od studených trubek vnitřkem chladničky a udržují jej na teplotě o něco málo větší než $0^{\circ}C$. Vnitřní teplota se reguluje termostatem, který se skládá z uzavřené, vzduchem naplněné trubice. Jak se vzduch uvnitř chladničky (a tedy i v této trubici) ohřeje, začne se rozpínat a roztahovat maličký měch. Tímto pohybem se spíná elektrický přepínač, který zapíná kompresor. Chladící skříň je vystlána polyuretanovou pěnou, která funguje jako izolace i jako mechanická opora skříně.

Kompresor domácích chladniček je spojen v jeden hermeticky uzavřený celek spolu s motorem. Toto uspořádání má několik výhod:

1. není potřeba žádné speciální těsnění pro

přechod hřídele motoru do kompresoru;
2. chladivo částečně chladí i motor;
3. hermetické uzavření systému zaručuje, že náplň chladiva (zhruba 100 g) vydrží v chladničce několik desítek let beze změny.

5.6.7 | Sytá pára

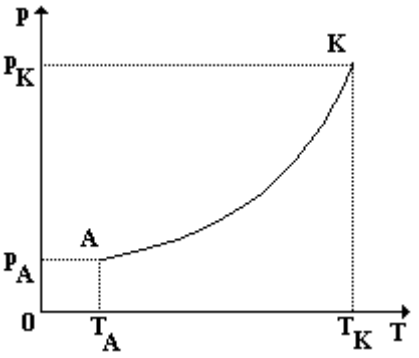
Vypařuje-li se kapalina v uzavřené nádobě, je na počátku děje počet molekul opouštějících povrch kapaliny větší než počet molekul, které se do kapaliny vrací za stejnou dobu zpět. Objem kapaliny se zmenšuje, současně se zvětšuje hustota a tlak páry nad kapalinou. Po jisté době se ustaví rovnováha: počet molekul opouštějících kapalinu je stejný jako počet molekul, které se vracejí zpět, objemy kapaliny a páry se tedy nemění, stálý zůstává tlak i teplota soustavy. Pára, která je v rovnovážném stavu se svou kapalinou, se nazývá **sytá pára**.

Sytá pára vzniká nad volným povrchem chladnoucí kávy, v PET láhvi s minerálkou, ...

Tlak syté páry nezávisí při stálé teplotě na objemu páry. Zvětšíme-li (zmenšíme-li) izotermicky objem prostoru nad povrchem kapaliny, pak se část kapaliny vypaří (zkapalní) a opět se vytvoří rovnovážný stav. Vzhledem k tomu, že tlak syté páry nezávisí na jejím objemu, neplatí pro sytou páru stavová rovnice pro ideální plyn, od něhož se sytá pára podstatně liší.

Tlak syté páry nad kapalinou s rostoucí teplotou roste. Zvýšíme-li totiž teplotu kapaliny a její syté páry, zvětší se vnitřní energie soustavy. Další část kapaliny se vypaří, čímž vzroste hustota molekul syté páry a současně se zvětší střední rychlost jejích molekul. Tyto změny způsobí vzrůst tlaku syté páry.

Graf závislosti tlaku syté páry na teplotě se nazývá **křivka syté páry** (obr. 63). Každý její bod odpovídá jednomu stavu, kdy je sytá pára a její kapalina v rovnovážném stavu, který je určen teplotou *T* a tlakem *p*. Počátečnímu bodu *A* odpovídá nejmenší možná teplota a tlak, při kterých existuje kapalina a její sytá pára v rovnovážném stavu. Teplota T_A je teplota tuhnutí kapaliny při tlaku p_A. Při zvětšování teploty rovnovážné soustavy kapalina a její sytá pára roste hustota páry, hustota kapaliny klesá. Rozhraní mezi kapalinou a její sytou párou je stále zřetelné. Při **kritické teplotě** T_K je hustota syté páry rovna hustotě kapaliny, mezi kapalinou a její sytou párou mizí rozhraní a látka se stává stejnorodou (pro vodu je $T_K = 647{,}3\,K$). Při teplotách vyšších než je teplota kritická látka neexistuje v kapalném stavu. Křivka syté páry tedy končí v bodě *K*.



Obr. 63

Bod *K* se nazývá **kritický bod** a představuje kritický stav látky, který je popsán kritickou teplotou T_K, kritickým tlakem p_K a kritickým objemem V_K. Z křivky syté páry je možné získat teplotu varu kapaliny při daném tlaku.

Při varu se uvnitř kapaliny vytvářejí bubliny syté páry, které zvětšují svůj objem a vystupují k volnému povrchu kapaliny. Tento děj nastává, když je tlak syté páry roven vnějšímu tlaku. Zvýší-li se tlak nad volným povrchem, nastane var až po takovém zvýšení teploty kapaliny, že se tlak syté páry uvnitř bublin vyrovná vnějšímu tlaku. **Teplota varu kapaliny tedy roste s rostoucím vnějším tlakem nad kapalinou.**

5.6.8 | Fázový diagram

Všechna tři skupenství, jejich rovnovážné stavy

a jednotlivé změny skupenství lze znázornit a popsat v tzv. fázovém diagramu dané látky. Fázový diagram je zobrazen na obr. 64 a se skládá ze tří křivek k_p (křivka syté páry), k_t (křivka tání) a k_s (křivka sublimace).

Body **křivky tání** k_t znázorňují různé rovnovážné stavy, v nichž se vyskytuje pevné a kapalné skupenství uvažované látky. Zároveň ukazuje graf závislosti teploty tání na vnějším tlaku. Začíná v bodě *A* (jako křivka syté páry), v němž je pevné a kapalné skupenství téže látky ještě v rovnováze. Křivka není ukončena - nejsou známy experimenty, které by na její konec ukazovaly.

Každý bod **sublimační křivky** k_s znázorňuje stav látky, při němž jsou vede sebe v rovnovážném stavu pevná látka a její sytá pára. Křivka směřuje do počátku soustavy souřadnic a končí v bodě *A*.

Všechny tři křivky se stýkají v jednom bodě - v bodě *A*, který se nazývá **trojný bod** a ve fázovém diagramu znázorňuje rovnovážný stav pevného, kapalného a plynného skupenství téže látky. Např. při teplotě $T_A = 273{,}16\ \mathrm{K}$ a tlaku $p_A = 0{,}61\ \mathrm{kPa}$ existují v rovnovážném stavu současně led, voda a sytá vodní pára. Teplota trojného bodu vody je základní teplotou termodynamické teplotní stupnice.

Křivky k_p, k_t a k_s rozdělují rovinu fázového diagramu na tři oblasti - I., II., III.:

1. oblast I. znázorňuje stav látky v pevném skupenství

2. oblast II. znázorňuje stav látky v kapalném skupenství
3. oblast III. znázorňují různé rovnovážné stavy plynného skupenství, které má nižší tlak než sytá pára téže teploty. Toto plynné skupenství nazýváme **přehřátá pára**.

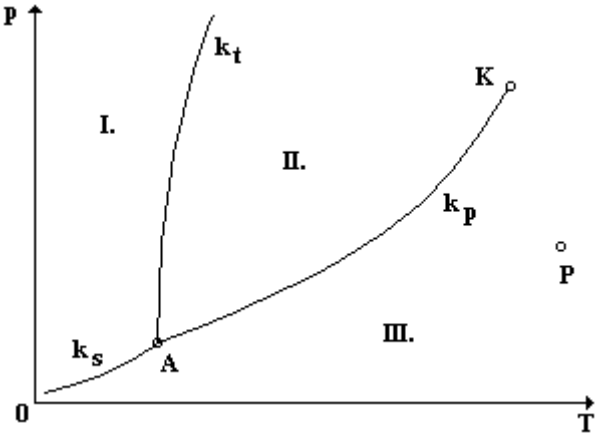
Přehřátá pára může vzniknout ze syté páry dvěma základními způsoby:

1. zvětšením objemu syté páry bez přítomnosti kapaliny (což je spojeno s poklesem tlaku)
2. zahříváním syté páry bez přítomnosti kapaliny

Přehřátá pára je tedy pára, která má nižší tlak a hustotu než sytá pára téže teploty. Přehřátou páru lze považovat za ideální plyn tím spíše, čím více se její stav liší od stavu syté páry.

Přechod z jedné oblasti do druhé ve fázovém diagramu protnutím jedné z křivek k_p, k_t nebo k_s představuje vždy změnu skupenství, během níž se vytvoří rozhraní mezi jednotlivými skupenstvími. Na obr. 64 je zobrazen bod *P*, který představuje rovnovážný stav soustavy při teplotě vyšší než je teplota kritická T_K. Má-li být látka v tomto stavu zkapalněna, musí být nejprve ochlazena (většinou adiabatickou expanzí) na teplotu nižší, než je teplota kritická, a pak může teprve proběhnout komprese.

Kromě změny skupenství, kdy je tato změna přímo „vidět“, lze ale také uskutečnit takový přechod z plynného skupenství v kapalné (a zpět), během něhož se nikdy nevytvoří rozhraní mezi plynem a kapalinou a látka je stále stejnorodá. Tento děj lze realizovat tak, že látku, která je ve stavu *P*, nejprve izotermicky stlačíme tak, až látka dosáhne tlaku vyššího než je tlak kritický. Následuje izobarické ochlazení, během něhož nelze rozhodnout, v jakém skupenství se látka nachází (je stále stejnorodá), ale stále se zvyšuje hustota látky. Izotermickým přechodem dosáhneme snížení tlaku kapaliny pod hodnotu kritického tlaku.



Obr. 64

5.6.9 | ***Vodní pára v atmosféře

Ve spodních vrstvách atmosféry je vždy obsažena vodní pára, která vzniká vypařováním rozsáhlých vodních ploch moří, jezer, řek, ale také vody obsažené v půdě, rostlinách a živých organismech. Její hmotnost se mění v denní i roční době a podstatně závisí i na zeměpisné poloze daného místa. Větší hmotnost mívá spíše odpoledne než ráno, v létě než v zimě, na pobřeží než ve vnitrozemí. Na přítomnosti vodní páry v atmosféře a její hmotnosti závisí četnost dešťových srážek i fyziologický pocit člověka (např. lépe snášíme vyšší teplotu při menší hmotnosti vodní páry, ...).

Je-li ve vzduchu o objemu *V* obsažena vodní pára o hmotnosti *m*, pak veličina $\Phi = \frac{m}{V}$ se nazývá **absolutní vlhkost vzduchu**; $[\Phi] = \mathrm{kg.m^{-3}}$. Tuto veličinu je možné měřit tak, že vzduch necháme projít hygroskopickou látkou (H_2SO_4, $CaCl_2$, ...) o hmotnosti m_1. Tato látka pohltí vodní páru obsaženou ve vzduchu a tím se zvětší její hmotnost na m_2. Absolutní vlhkost pak je možné určit ze vztahu $\Phi = \frac{m_2 - m_1}{V}$.

Vodní pára v atmosféře je zpravidla párou přehřátou. Stane-li se při určité teplotě sytou párou, pak absolutní vlhkost vzduchu dosáhne za dané teploty maximální hodnoty Φ_m. Za dané teploty je Φ_m rovno hustotě syté

páry téže teploty.

Řada jevů souvisejících s vlhkostí vzduchu (tvoření vodních srážek, vypařování vody z povrchu země či živočichů, ...) nezávisí na absolutní vlhkosti vzduchu, ale na tom, jak se stav vodní páry ve vzduchu liší od stavu syté vodní páry. Proto zavádíme **relativní vlhkost vzduchu** pomocí vztahu $\varphi = \frac{\Phi}{\Phi_m}.100\,\%$, který lze psát také ve tvaru $\varphi = \frac{p}{p_s}.100\,\%$, kde *p* je tlak vodní páry a p_s tlak syté vodní páry za téže teploty. „Speciální“ hodnoty:

1. $\varphi = 0\,\%$ - suchý vzduch
2. $\varphi = 100\,\%$ - vzduch nasycený vodní párou
3. $\varphi \in \langle 50; 70 \rangle\,\%$ - nejvhodnější rozmezí pro život a pracovní schopnost člověka

Relativní vlhkost lze měřit přímo vlhkoměrem. Vlasový vlhkoměr je založen na schopnosti lidského odmaštěného vlasu měnit při změně vlhkosti vzduchu svoji délku. Změna délky vlasu se převádí pomocí kladky na pohyb ručky, která ukazuje na stupnici relativní vlhkost vzduchu.

Vlhkost vzduchu je možné také charakterizovat **rosným bodem**, což je stav popsaný teplotou t_r, na níž by bylo třeba izobaricky ochladit vzduch (při téže absolutní vlhkosti), aby se vodní pára stala sytou vodní párou. Při dalším snížení teploty pak sytá vodní pára kapalní.

Z vodní páry vzniká na chladných předmětech rosa, nad povrchem se tvoří mlha, ve výšce mraky. Je-li $t_r < 0\,°C$,

vzniká jinovatka, sníh, …

Vaří-li se na vařiči voda v otevřené nádobě, vychází z ní pára, která není viditelná. Kolem nádoby totiž proudí horký vzduch, v němž se vodní pára nemůže srazit. Jakmile vařič vypneme, pak vystupující vodní pára je v okolním vzduchu ochlazována pod teplotu rosného bodu a kapalní ve viditelné shluky malých kapiček, které pozorujeme jako bílý oblak.

6 | SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVITY

6.1 | ÚVOD

6.1.1 | Úvod do problematiky

Koncem 19. století se řada fyziků domnívala, že vývoj fyzikálních teorií je v podstatě ukončen a zbývá „jen“ pokračovat v objevování důsledků, které z těchto teorií vyplývají. Další rozvoj fyziky ale ukázal, že tento závěr fyziků byl velmi předčasný. Začátkem 20. století totiž vznikly tři nové fundamentální (základní) teorie, které ovlivnily vývoj fyziky a vědy vůbec v celém dvacátém století. Těmito novými obory byly:

1. kvantová fyzika - popisuje a vysvětluje jevy mikrosvěta (složení atomů a molekul,

vzájemné interakce částic, ...)

2. speciální teorie relativity - studuje jevy, které se projevují při rychlostech srovnatelných s velikostí rychlosti světla
3. obecná teorie relativity - studuje jevy v silných gravitačních polích; jedná se v podstatě o teorii gravitace

Speciální teorie relativity se od obecné liší tím, že vyšetřuje pouze speciální typ pohybu: rovnoměrný přímočarý pohyb.

Speciální teorie relativity radikálním způsobem změnila vžité představy o prostoru a čase a dala je do nových souvislostí. Řada jevů a jejich výsledků na první pohled odporují „zdravému selskému rozumu“, ale v současné době jsou závěry speciální teorie relativity již bezpečně prokázány:

1. konstrukce velkých urychlovačů částic (např. v CERNu) - velké urychlovače částic se konstruují na základě výpočtů teorie relativity a po uvedení do provozu urychlovače fungují tak, jak podle výpočtů fungovat měly
2. jaderné reakce a uvolňování energie - popsáno rovnicí vyplývající z teorie relativity
3. přesná lokalizace polohy pomocí systému GPS (a podobných)
4. ...

Experimentálních důkazů platnosti speciální teorie

relativity je více.

6.1.2 | Prostor a čas v klasické mechanice

Klasická mechanika vznikla v 17. století zásluhou hlavně G. Galileiho (1564 - 1642) a I. Newtona (1643 - 1727). Newton shrnul do té doby známé poznatky o pohybu těles do tří pohybových zákonů, jejichž význam byl (a je) obrovský. Byly základem přesných výpočtů pohybu planet, ale i návrhů mechanismů používaných v praxi. Zdálo se, že principy, jimiž se svět řídí byly objeveny jednou provždy a jejich na formulaci nebude třeba již nic měnit.

Poloha tělesa v prostoru je vždy určena vzhledem k nějakým okolním tělesům, tj. vzhledem k nějaké **vztažné soustavě**. V této soustavě volíme většinou pravoúhlou soustavu souřadnic a polohu bodu pak určíme pomocí tří souřadnic x, y a z. Děj, který nastane v určitém místě prostoru v určitém časovém okamžiku, nazýváme **bodová událost** (**událost**) - např. záblesk světla, spuštění stopek, dopad částice na určité místo stínítka, dopravní nehoda, ... Každou událost tedy lze charakterizovat pomocí čtveřice veličin: x, y, z, t.

Klasický příklad: když si dávají dva lidé rande, musí se domluvit také na 4 souřadnicích: zeměpisná délka, zeměpisná šířka, nadmořská výška a čas setkání. V praxi

se to pochopitelně řeší tak, že se řekne „V pět hodin 1. 1. 2006 na Václavském náměstí v Praze u sochy.“ Fyzik by měl ale místo „Václavské náměstí u sochy“ udat zeměpisnou délku, šířku a nadmořskou výšku.

Události, které se odehrály v dané vztažné soustavě na stejném místě, se nazývají **soumístné**. Spojíme-li s danou vztažnou soustavou soustavu souřadnic, mají soumístné události stejné souřadnice x, y, z.

Dvě soumístné události vzhledem k soustavě spojené se Zemí je opakovaný úder kladívka do téhož místa hřebíku. Ale např. vzhledem k heliocentrické soustavě spojené se Sluncem již tyto události soumístné nejsou, neboť za čas, který uplynul mezi dvěma údery kladívka, se Země posunula při svém pohybu o určitý úsek dráhy dále.

Události, které se odehrály ve zvolené vztažné soustavě ve stejném okamžiku, se nazývají **současné**. Takové události mají v dané soustavě souřadnic stejnou časovou souřadnici t, zatímco prostorové souřadnice dvou současných událostí mohou být obecně různé.

Dvě současné události z hlediska soustavy spojené např. s nádražím může být zvuk gongu nádražního rozhlasu a hvizd píšťalky výpravčího. Z hlediska soustavy spojené s vlakem projíždějícím nádražím tyto události nemusí být současné. Vlak se totiž jak vzhledem k rozhlasu, tak vzhledem k výpravčímu pohybuje, a proto časy, za které ke strojvedoucímu vlaku dospěje akustický

signál píšťalky a gongu nemusí být stejné. (Tento fakt vyplývá z relativity současnosti.)

Popis těles je nejjednodušší v soustavách, v nichž platí **první pohybový zákon** (zákon setrvačnosti):

KAŽDÉ TĚLESO SETRVÁVÁ V KLIDU NEBO V ROVNOMĚRNÉM PŘÍMOČARÉM POHYBU, DOKUD NENÍ PŘINUCENO PŮSOBENÍM VNĚJŠÍ SÍLY (JINÉHO TĚLESA) TENTO STAV ZMĚNIT.

Tyto vztažné soustavy se nazývají **inerciální soustavy**.

JE-LI *S* INERCIÁLNÍ SOUSTAVA, POTOM KAŽDÁ VZTAŽNÁ SOUSTAVA S', POHYBUJÍCÍ SE VZHLEDEM K SOUSTAVĚ *S* ROVNOMĚRNÝM PŘÍMOČARÝM POHYBEM, JE TAKÉ INERCIÁLNÍ.

Inerciální soustavy se vůči sobě tedy pohybují s nulovým zrychlením. Kdyby člověka zavřeli do neprůhledné krabice, a on nemohl nijak vidět ven, nepozná jestli se krabice pohybuje rovnoměrně přímočaře nebo je v klidu. Nic se s ním v krabici nebude dít.

Soustavy pohybující se se zrychlením se nazývají **neinerciální vztažné soustavy**.

Neinerciální soustavou je rozjíždějící se metro, brzdící autobus, auto projíždějící rychlostí o konstantní velikosti zatáčkou, ... Člověk zavřený v krabici zrychlený pohyb pozná - „něco“ s ním bude v krabici házet ze strany na stranu.

Newton a celá klasická mechanika, které z jeho závěrů

vycházela, předpokládá, že **čas je absolutní**, tj. plyne stejně ve všech soustavách. Klasická mechanika rovněž předpokládá, že současnost událostí je absolutní (jsou-li dvě události, které se staly v různých místech, současné v jedné soustavě, jsou současné i ve všech ostatních soustavách). Rovněž **absolutní je délka předmětů**.

Má-li tyč pro skok do výšky o tyči délku 5 m v jedné vztažné soustavě (např. spojené s běžícím skokanem, který ji drží v ruce), pak má délku 5 m i vzhledem k libovolné jiné vztažné soustavě (spojené s trenérem, vůči němuž se tyč pohybuje).

Hmotnost tělesa je v klasické fyzice veličina stálá a nezávislá na rychlosti, kterou se těleso pohybuje. Rychlost tělesa pak může být podle klasické fyziky libovolná. To vyplývá z druhého pohybového zákona $\vec{F} = m\vec{a}$: působí-li stálá síla $\vec{F}$ na těleso stálé hmotnosti *m* dostatečně dlouho, vzrůstá podle vztahu $v = at$ velikost rychlosti tělesa neomezeně.

Teorie relativity ale ukazuje, že i tato problematika je komplikovanější. Při neomezené velikosti rychlosti by mohl být narušen např. princip kauzality.

Také zákon **skládání rychlostí** je v klasické fyzice jednoduchý (a je popsán Galileiho transformací). Pohybuje-li se soustava *S´* vůči soustavě *S* rychlostí $\vec{v}$ a v soustavě *S´* se pohybuje hmotný bod rychlostí $\vec{u'}$ (vůči této soustavě), pak rychlost tohoto hmotného bodu vůči soustavě *S* je $\vec{u} = \vec{u'} + \vec{v}$. Mají-li rychlosti stejný směr, lze pro

jejich velikosti psát $u = u' + v$.

Pohybuje-li se např. vlak vzhledem ke stanici rychlostí o velikosti $v = 50\ \mathrm{km.h^{-1}}$ a ve vlaku se ve směru jeho jízdy pohybuje člověk rychlostí o velikosti $u' = 2\ \mathrm{km.h^{-1}}$ (vzhledem k vlaku), pak velikost rychlosti *u* člověka vzhledem ke stanici je $u = u' + v = 52\ \mathrm{km.h^{-1}}$.

Součástí klasické fyziky je **mechanický princip relativity** (též **Galileiho princip relativity**):

VE VŠECH INERCIÁLNÍCH VZTAŽNÝCH SOUSTAVÁCH PLATÍ STEJNÉ ZÁKONY NEWTONOVY KLASICKÉ MECHANIKY.

To znamená, že libovolný, stejně připravený pokus z mechaniky, dopadne ve všech inerciálních soustavách stejně. Jinými slovy: pomocí mechanických pokusů prováděných uvnitř inerciální vztažné soustavy nelze zjistit, zda se tato inerciální soustava vůči jiné inerciální soustavě pohybuje rovnoměrně přímočaře nebo je v klidu. (viz komentář o člověku v krabici uvedený po definici inerciální soustavy).

Jiné vyjádření téhož principu:

VŠECHNY INERCIÁLNÍ VZTAŽNÉ SOUSTAVY JSOU Z HLEDISKA NEWTONOVY MECHANIKY NAPROSTO ROVNOCENNÉ.

Uvedené poznatky klasické fyziky se opírají o naší každodenní zkušenost. Naše bezprostřední zkušenost je ale omezena pouze na obor rychlostí podstatně menších, než je rychlost světla (nejrychlejší rakety dosahují rychlosti

řádově $10\,\mathrm{km\,s^{-1}}$). Není možné tedy na základě našich zkušeností vyvodit, zda by se zákony klasické fyziky změnily v případě, kdy by se inerciální soustava S' pohybovala vůči jiné inerciální soustavě *S* rychlostí blízkou rychlosti světla.

6.1.2.1 | ***Galileiho transformace

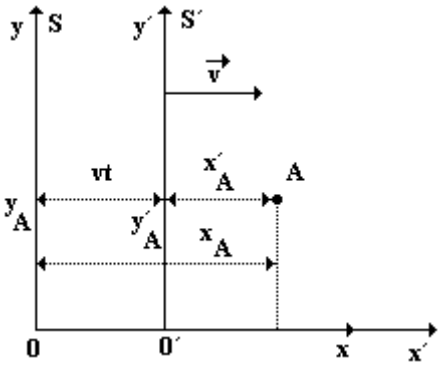
Galileiho transformace se týká problému pohybu dvou inerciálních soustav. Uvažujme inerciální soustavu S', která se pohybuje rychlostí o velikosti *v* vzhledem k inerciální soustavě *S*; v obou soustavách přitom zvolíme soustavy souřadnic 0*xyz* resp. $0x'y'z'$.

Vezmeme v úvahu pouze tzv. **speciální Galileiho transformaci**, tj. transformaci mezi takovými dvěma inerciálními soustavami, u nichž v počátečním čase $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ splývaly soustavy souřadnic 0*xyz* a $0x'y'z'$. Inerciální soustava S' se začala v čase $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ pohybovat vůči soustavě *S* rychlostí o velikosti *v* v kladném směru osy *x* (resp. x'). Určitou událost *A* popíšeme v soustavě S' souřadnicemi $[x'_A; y'_A; z'_A; t'_A]$, v soustavě *S* popíšeme tu samou událost souřadnicemi $[x_A; y_A; z_A; t_A]$. Mezi uvedenými souřadnicemi platí převodní vztahy: $x'_A = x_A - vt_A$, $y'_A = y_A$, $z'_A = z_A$ a $t'_A = t_A$ (viz obr. 1, kde je zobrazena událost *A* pouze v soustavě souřadnic v rovině).

V řeči klasické mechaniky je bodová událost totéž co hmotný bod!

Bude-li se bod *A* pohybovat rychlostí o velikosti *u* vzhledem k soustavě *S*, lze jeho velikost rychlosti u' vzhledem k soustavě S' vyjádřit z následující úvahy. Za časový okamžik Δt se změní poloha bodu *A* o $\Delta x'_A = \Delta x_A - v.\Delta t$. Vzhledem k tomu, že pro velikost *x*-ové složky rychlosti bodu *A* vzhledem k soustavě *S* platí $u_x = \frac{\Delta x_A}{\Delta t}$ a pro velikost x-ové složky rychlosti bodu *A* vzhledem k soustavě *S´* platí $u'_x = \frac{\Delta x_A}{\Delta t}$, dostáváme z výrazu pro přírůstek polohy (po vydělení Δt): $u'_x = u_x - v$. Pro složky rychlostí ve směru os *y* a *z* (resp. y' a z') dostáváme: $u'_y = u_y$ a $u'_z = u_z$.

Analogickou úvahou (tedy s využitím vztahu $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) lze dostat vztah pro transformaci zrychlení bodu *A*: $a'_x = a_x$, $a'_y = a_y$ a $a'_z = a_z$.



Obr. 1

Inverzní Galileiho transformací je transformace, při níž přecházíme ze soustavy S' do soustavy S.

To znamená, že vyjadřujeme „nečárkované“ souřadnice, rychlosti a zrychlení (resp. jejich složky).

Obecná Galileiho transformace pak odpovídá situaci, kdy počátky soustav souřadnic inerciálních soustav S a S' jsou vůči sobě posunuty v libovolném směru o libovolnou vzdálenost, osy jsou vůči sobě natočeny o libovolný úhel a vektor rychlosti $\vec{v}$ není rovnoběžný s žádnou z os soustav.

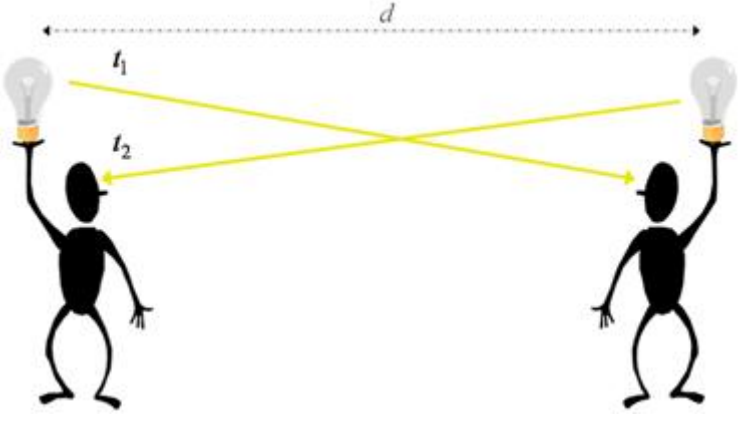
6.1.3 | Vznik STR

Podle mechanického principu relativity nelze žádnými mechanickými pokusy provedenými uvnitř inerciální vtažné soustavy zjistit její rovnoměrný přímočarý vůči ostatním inerciálním soustavám. Zůstává tedy otázkou, zda by se tento pohyb nepodařilo zjistit nemechanickými pokusy (např. optickými, elektromagnetickými, ...).

Druhým problémem, kterým se fyzikové zabývali a který úzce souvisí s teorií relativity, bylo měření velikosti rychlosti světla.

6.1.3.1 | Měření velikosti rychlosti světla

Jedno z prvních měření velikosti rychlosti světla navrhl už italský učenec Galileo Galilei (1564 - 1642). Navrhoval použít dva pozorovatele, kteří budou mít každý svůj zdroj světla. V určitém čase t_1 první pozorovatel rozsvítí svůj zdroj světla. Jakmile tento signál zaznamená druhý pozorovatel, rozsvítí svůj zdroj světla. Informaci o rozsvíceném zdroji světla kolegy pak zaznamená první pozorovatel v čase t_2 (schematicky zobrazuje tuto metodu měření obr. 2). Na základě znalosti vzdálenosti *d* obou pozorovatelů a časového rozdílu $t_2 - t_1$ lze velikost rychlosti světla *c* určit již snadno: $c = \frac{d}{t_2 - t_1}$.



Obr. 2

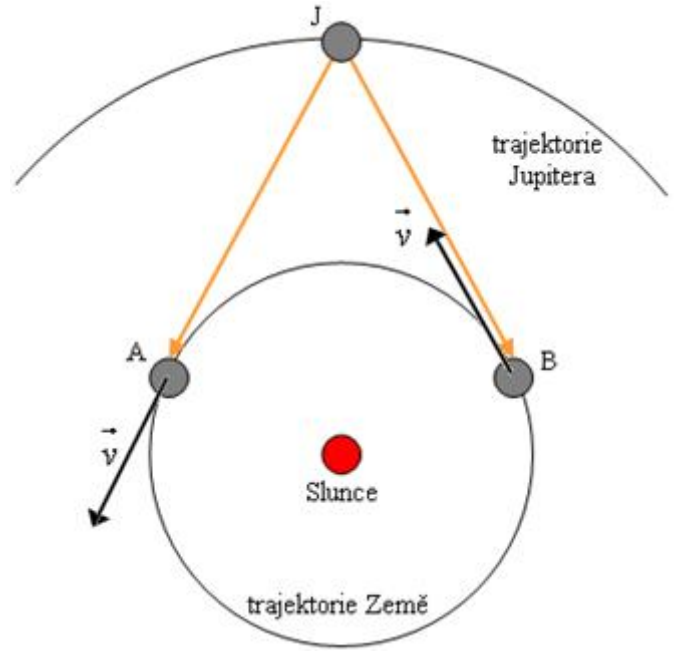
Metoda navržená Galileim byla velmi nepřesná z řady důvodů (byla by zapotřebí velká vzdálenost *d* obou pozorovatelů, nepřesné určování časových okamžiků spatření a následného rozsvícení zdroje světla, vliv reakční doby obou pozorovatelů, ...) a je sporné, zda jí vůbec Galileo Galilei realizoval.

V roce 1675 dánský astronom Olaf Christensen Römer (1644 - 1710) na základě astronomických pozorování zákrytů Jupiterových měsíců Jupiterem zjistil, že velikost rychlosti šíření světla je konečná. Dráha světla vycházejícího z Jupitera a dopadajícího na Zem v bodě *A* její trajektorie je delší, než dráha, kterou urazí světlo z Jupitera na Zem v bodě *B* její trajektorie. Je-li Země v bodě *A* své trajektorie, vzdaluje se od Jupitera rychlostí $\vec{v}$, zatímco v bodě *B* se k němu toutéž rychlostí přibližuje (viz obr. 3).

Jupiter sám světlo nevysílá, pouze odráží světlo, které na něj dopadá ze Slunce. Formulace v předchozím odstavci je ale jednodušší.

Velikost rychlosti, kterou se pohybuje Země kolem Slunce, není na celé její trajektorii konstantní; tato hodnota se mění v souladu s druhým Keplerovým zákonem. Vzhledem k tomu, že elipsa, po níž obíhá Země

kolem Slunce, má velmi malou excentricitu, je rozdíl ve velikostech rychlostí pohybu Země v různých bodech její trajektorie minimální.



Obr. 3

Vzhledem k tomu, že velikost rychlosti šíření světla je konečná, je čas t_1 měřený na Zemi v bodě *A* mezi dvěma po sobě jdoucími zatměními měsíčků Jupitera větší než čas t_1 měřený na Zemi v bodě *B*.

Kdyby byla Země v klidu, naměřili bychom v obou případech stejný čas.

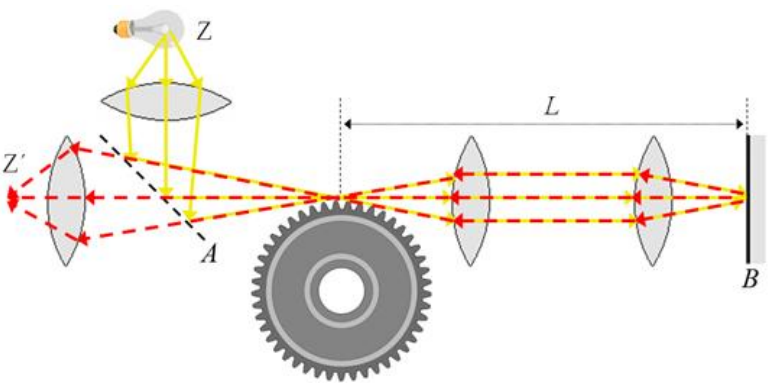
Můžeme tedy psát $t_1(c-v)=t_2(c+v)$, odkud pro velikost rychlosti světla *c* ve vakuu dostáváme: $c=\frac{t_1+t_2}{t_1-t_2}v$. Na základě svých měření dospěl Römer k hodnotě $c=215000\,\mathrm{km.s^{-1}}$.

Otázkou měření velikosti rychlosti světla se zabývali rovněž fyzikové druhé poloviny 19. století. V roce 1849 uskutečnil první měření velikosti rychlosti světla v pozemských podmínkách francouzský fyzik Armand Hippolyte Louis Fizeau (1819- 1896). Velikost rychlosti světla měřil pomocí rotujícího ozubeného kotouče (viz obr. 4).

Světelný paprsek vyslaný ze zdroje *Z* byl po odrazu od polopropustného zrcadla *A* přerušován rotujícím ozubeným kolem se 720 zuby. Světelný paprsek, který prošel mezi zuby ozubeného kola, dopadl na zrcadlo *B*, od nějž se odrazil. Do oka pozorovatele v bodě Z' se světelný paprsek dostal jen tehdy, pokud při zpáteční prošel další štěrbinou mezi dvěma zuby rotujícího ozubeného kola. První vymizení odraženého světelného paprsku od začátku experimentu nastane v bodě Z' za čas $\Delta t=\frac{1}{2nf}$, kde *n* je počet zubů rotujícího ozubeného kola a *f* je frekvence otáčení kola. Za tento čas urazí světlo dráhu 2*L* (k zrcadlu

B a zpět), takže $\Delta t = \frac{2L}{c}$. Proto $\frac{1}{2nf} = \frac{2L}{c}$ a tedy $c = 4Lnf$.

Vzdálenost *L* byla výrazně větší než vzdálenost zdroje světla od rotujícího kola resp. vzdálenost pozorovatele od rotujícího kola.

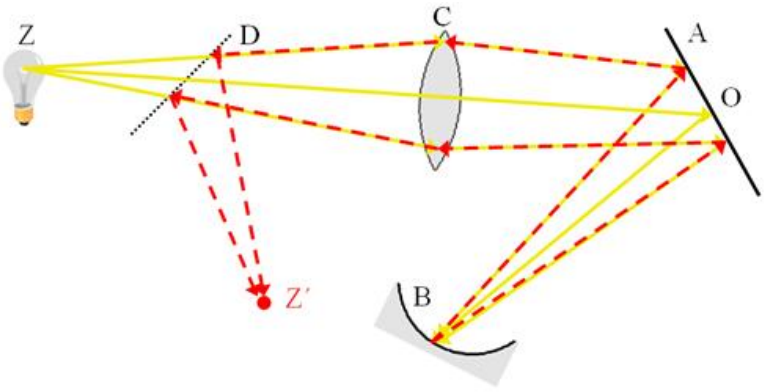


Obr. 4

V roce 1850 provedl další měření velikosti rychlosti světla francouzský fyzik Jean Bernard Léon Foucault (1819 - 1868) pomocí rotujícího zrcadla. Původně spolupracoval s Fizeauem na jeho metodě měření, ale posléze vyvinul vlastní aparaturu.

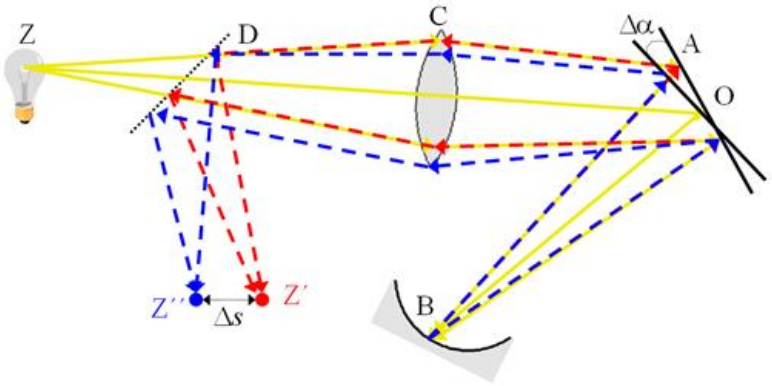
Světlo ze zdroje *Z* projde polopropustným zrcadlem *D* a dopadá na zrcadlo *A*, které rotuje kolem osy *O* kolmé na rovinu obr. 5. Po odraze od zrcadla *A* dopadá světelný paprsek na duté zrcadlo *B*, které má střed křivosti v bodě

O. Po odraze od tohoto zrcadla se světelný paprsek vrací zpět a zobrazí zdroj v bodě Z'.



Obr. 5

Při vysoké frekvenci otáčení zrcadla *A* se toto zrcadlo pootočí o úhel $\Delta\alpha$ za čas Δt, který potřebuje světelný paprsek k uražení dráhy od *A* do *B* a zpět. Přitom se odražený paprsek odchýlí o úhel $2\Delta\alpha$ (viz obr. 6, který není nakreslen ve správném měřítku).



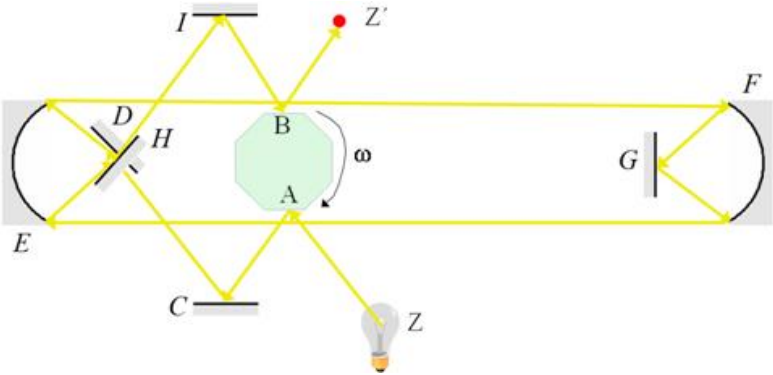
Obr. 6

Označíme-li vzdálenost zrcadel *A* a *B* symbolem L_2, můžeme psát: $\Delta t = \frac{2L_2}{c}$. Obraz Z' se v důsledku otočení zrcadla *A* posune do polohy Z'' o vzdálenost $\Delta s = 2\Delta\alpha L_1$, kde L_1 je vzdálenost od čočky *C* k zrcadlu *D* a dále k obrazu Z''. Současně platí $\Delta\alpha = \omega\Delta t$, kde ω je úhlová rychlost otáčení zrcadla *A*. Po dosazení dostaneme $\Delta\alpha = \omega\Delta t = \frac{2\omega L_2}{c}$. Po dosazení do vztahu $\Delta s = 2\Delta\alpha L_1$ dostaneme $\Delta s = \frac{4\omega L_1 L_2}{c}$ a tedy $c = \frac{4\omega L_1 L_2}{\Delta s}$.

V roce 1877 měřil velikost rychlosti světla i americký fyzik Albert Abraham Michelson (1852 - 1931). Použil rotující hranol, od kterého se odrážel světelný paprsek (viz obr. 7).

Světlo ze zdroje *Z* se odráží od stěny *A* ocelového

osmibokého hranolu. Pomocí rovinných zrcadel *C* a *D* je světelný paprsek přesměrován na duté zrcadlo *E*, odkud pokračuje ke vzdáleným zrcadlům *F* a *G*. Po odraze od těchto zrcadel se vrací zpět k zrcadlu *E* a pomocí rovinných zrcadel *H* a *I* je veden znovu na rotující hranol. Po odraze od stěny *B* už vzniká obraz Z' zdroje *Z*. Kdyby byl hranol v klidu, byla by stěna *B* protilehlá ke stěně *A*. Jestli se hranol otočí o $45°$ za čas, který potřebuje světelný paprsek k překonání vzdálenosti mezi body *A* a *B* (po lomené čáře vedoucí přes zrcadla *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H* a *I*), zůstane obraz Z' na svém místě. Je-li tento čas jiný, obraz Z' zdroje *Z* se posune.



Obr. 7

Touto metodou naměřil Michelson velikost rychlosti světla $300092\ \mathrm{km.s^{-1}}$. Při opakování tohoto experimentu

v roce 1932 (tedy po Michelsonově smrti) byla naměřena velikost rychlosti $299774\,\mathrm{km.s^{-1}}$.

V souvislosti s měřením velikosti rychlosti světla vyvstal u všech experimentů prováděných v 19. století problém: Vůči které soustavě měříme velikost rychlosti světla?

6.1.3.2 | Problém éteru

Ještě před vznikem STR (konec 19. století) se fyzikové domnívali, že celý svět je zaplněn zvláštním prostředím, tzv. světelným éterem, v němž se světelné vlnění šíří. Tehdy již bylo zjištěno, že světlo je elektromagnetické vlnění a všechny doposud známé druhy vlnění se vždy šířily nějakým prostředím: mechanické vlnění řadou bodů (např. pryžová hadice, voda, ...), zvukové vlnění vzduchem, ... Proto tedy hledali prostředí, kterým by se šířilo elektromagnetické vlnění (a tedy i světlo).

Souvislost mezi elektromagnetickým vlněním a světlem prokázal skotský fyzik J. C. Maxwell (1831 - 1879), který matematicky završil studium elektrických a magnetických jevů. Na základě experimentů dánského fyzika H. Ch. Oersteda (1777 - 1851), ale zejména anglického fyzika a chemika M. Faradaye (1791 - 1867) vypracoval teorii elektromagnetického pole, tj. neuvažoval elektrické a magnetické pole izolovaně od sebe, ale jako složky jednoho (obecnějšího) pole: elektromagnetického.

Z Maxwellovy teorie elektromagnetického pole vyplývala existence elektromagnetických vln, které experimentálně prokázal až po Maxwellově smrti v roce 1888 německý fyzik H. R. Hertz (1857 - 1894). Ten také prokázal, že světlo je elektromagnetické vlnění.

Fyzikové se snažili určit velikost rychlosti světla. Vzhledem k tomu, že neexistovalo prostředí, které by světelné vlny přenášelo, vyvstal problém: vůči čemu se světlo pohybuje, vůči čemu se měří velikost jeho rychlosti?

Proto byl zaveden éter - prostředí, které vyplňuje celý vesmír a které mělo mít zajímavé vlastnosti:

1. měl být absolutně tuhý, protože velikost rychlosti světla byla značná a (podle analogie např. se zvukem) s rostoucí tuhostí (hustotou) prostředí roste i velikost rychlosti šíření vlnění v tomto prostředí
2. měl být „řídký“, protože musel pronikat vším a neklást pohybujícím se objektům žádný odpor (např. zákony nebeské mechaniky byly odvozené bez předpokladu éteru a všechny její předpovědi učiněné v některých případech i několik set dopředu se shodovaly s naměřenými daty)

Z těchto dvou základních vlastností nakonec fyzikové vyslovili závěr, že éter je při pomalých změnách „řídký“, tj. neovlivňuje pohyb planet, lidí, …, zatímco při rychlých změnách (šíření světla) je tuhý.

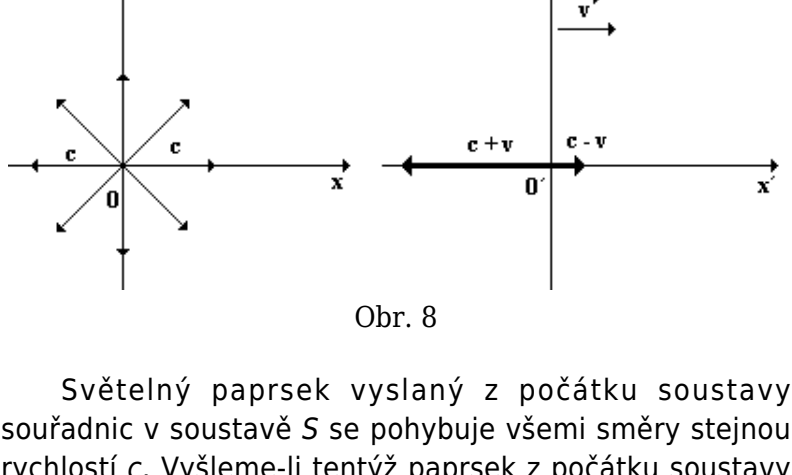
Tato úvaha vyplývá z typických velikostí rychlostí pohybujících se vesmírných objektů (planety, komety, ...) a velikosti rychlosti šíření světla; velikost rychlosti šíření světla je o několik řádů větší než velikost rychlosti pohybu vesmírných objektů. Dalším důvodem těchto „podivných“ vlastností éteru byla snaha zachovat éter pro fyzikální popis šíření světla z důvodů analogie mezi elektromagnetickým a mechanickým vlněním.

Vzhledem k tomu, že o existenci éteru byli fyzikové té doby přesvědčeni, zvolili soustavu, v níž je éter v klidu za **absolutní vztažnou soustavu** (absolutní inerciální soustavu) a začali tuto soustavu éteru hledat. Hledali ji tak, že měřili velikost rychlosti světla, neboť její hodnota měla být $c \doteq 300000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ vůči soustavě éteru. V libovolné jiné soustavě, která se vůči soustavě éteru pohybuje určitou rychlostí $\vec{v}$, by mělo dojít ke skládání rychlosti světla a rychlosti této (jiné) soustavy.

Tedy přesně tak, jak známe skládání pohybů z klasické mechaniky: vlak se pohybuje určitou rychlostí vzhledem k nádraží a ve vlaku jde svou rychlostí vůči vlaku ve směru jeho pohybu průvodčí. Velikost rychlosti průvodčího vůči nádraží je dána součtem velikostí rychlostí průvodčího vůči vlaku a vlaku vůči nádraží.

Vzhledem k éteru by se světlo šířilo ve všech směrech stejnou rychlostí. Pokud se tedy světlo šíří ve vakuu vzhledem k soustavě *S* (soustava éteru) ve všech směrech

stejnou rychlostí c, pak v jiné soustavě S', která se vůči soustavě S pohybuje rychlostí $\vec{v}$, je rychlost šíření světla v různých směrech již obecně různá (viz obr. 8).



Obr. 8

Světelný paprsek vyslaný z počátku soustavy souřadnic v soustavě S se pohybuje všemi směry stejnou rychlostí c. Vyšleme-li tentýž paprsek z počátku soustavy souřadnic v soustavě S', bude jeho rychlost vzhledem k soustavě S ve všech směrech stejná a bude mít velikost c. Pozorovatel v soustavě S', která se vůči S pohybuje rychlostí o velikosti v, by měl naměřit rychlost v kladném směru osy x' o velikosti $c-v$. Analogicky má pak paprsek vyslaný v opačném směru rychlost $c+v$ vzhledem k soustavě S'.

V jednom směru se pohybuje soustava S' světlu naproti, v opačném směru světlu „utíká“. S'

Ze všech vztažných soustav by tedy jedině soustava S

spojená s éterem měla tu vlastnost, že vzhledem k ní by se světlo šířilo ve všech směrech stejnou rychlostí. Tuto soustavu bychom pak mohli nazvat **absolutní vztažná soustava** (s níž pracoval Newton) a klid nebo pohyb těles vzhledem k této soustavě by bylo možné nazývat **absolutní klid** nebo **absolutní pohyb**.

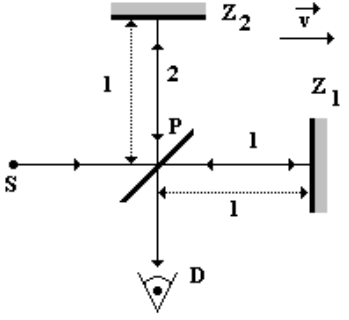
Problémem ale bylo nalezení této absolutní vztažné soustavy. Země jí být nemůže, neboť mezi všemi vesmírnými tělesy nemá žádné zvláštní postavení a navíc rotuje kolem své osy, obíhá kolem Slunce a kolem galaktického středu. Proto fyzikové předpokládali, že se světlo šíří vzhledem k Zemi v různých směrech různými rychlostmi a snažili se tento poznatek využít ke zjištění absolutního pohybu Země.

6.1.3.3 | Pokusy vedoucí ke speciální teorii relativity

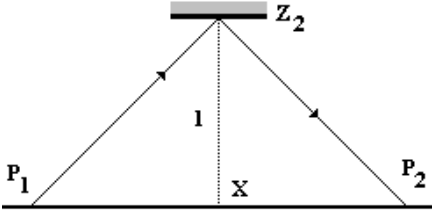
Problémem určení velikosti rychlosti absolutního pohybu Země vůči soustavě éteru (který velmi úzce souvisí s měřením velikosti rychlosti světla) se zabývala v 19. století řada fyziků - např. francouzský fyzik H. Fizeau (1819 - 1896), který v roce 1851 provedl pokus, pomocí něhož chtěl určit velikost rychlosti Země vůči éteru. Zásadní význam pro další rozvoj fyziky měl ale pokus, který provedl v roce 1881 americký fyzik A. A. Michelson (1852 - 1931). Michelson přímo neměřil rychlost světla v různých směrech,

ale jen porovnával časové intervaly, za které v laboratoři světlo urazilo dvě stejné dráhy různě orientované vzhledem k pohybu Země.

Princip přístroje (tzv. **Michelsonův interferometr**) je zobrazen na obr. 9. Monochromatické světlo vysílané zdrojem světla *S* dopadá na polopropustné *P* zrcadlo pod úhlem $45°$. Část světla se šíří původním směrem (paprsek *1*) a po odrazu od zrcadla Z_1 se vrací zpět k polopropustnému zrcadlu, na němž se opět odráží a dopadá na detektor *D* (stínítko). Druhá část světla (paprsek *2*) se na polopropustném zrcátku odráží kolmo k dopadajícímu paprsku a po odrazu od zrcadla Z_2 a průchodu polopropustným zrcadlem *P* dopadá také na detektor *D*. Oba dopadající paprsky jsou koherentní a vytvářejí tedy na stínítku interferenční obrazec.



Obr. 9



Obr. 10

Na obrázku jsou v rámci zjednodušení nakreslené paprsky světla, i když světlo je elektromagnetické vlnění, které může interferovat!

Kdyby byl interferometr vzhledem k soustavě éteru v klidu, šířilo by se světlo po stejně dlouhých drahách PZ_1P a PZ_2P stejnou rychlostí o velikosti *c* při libovolné orientaci ramen PZ_1 a PZ_2 interferometru. Oba paprsky by se tedy vrátily zpět do bodu *P* za stejné časové intervaly. Otáčení interferometru kolem osy procházející bodem *P* kolmo na nákresnu by nemohlo způsobit žádné zpoždění jednoho paprsku vůči druhému. Interferenční obrazec na stínítku *P* by se tedy neměnil.

Michelsonův interferometr byl umístěn ale na Zemi, která se (podle předpokladů fyziků z konce 19. století) vůči soustavě éteru pohybuje rychlostí $\vec{v}$ ve směru jednoho z ramen interferometru (viz obr. 9). Pro čas, který potřebuje paprsek *1* na uražení dráhy PZ_1P, platí: $t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2lc}{c^2-v^2} = \frac{2l}{c\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}$. Čas, který potřebuje paprsek *2* k uražení dráhy PZ_2P lze určit podle obrázku obr. 10.

Podle něj platí: $|P_1P_2| = vt_2$ (než se vrátí odražený paprsek od zrcadla Z_2 posune se polopropustné zrcadlo *P* z bodu P_1 do bodu P_2) a $|P_1Z_2| = |P_2Z_2| = c\frac{t_2}{2}$. Z pravoúhlého

trojúhelníka P_1XZ_2 dostáváme: $\left(c\frac{t_2}{2}\right)^2 = l^2 + \left(v\frac{t_2}{2}\right)^2$. Odtud pro čas t_2 dostáváme: $t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Vidíme tedy, že $t_1 > t_2$ čili paprsek *1* dorazí zpět k polopropustnému zrcadlu *P* později než paprsek *2*.

Vzhledem k tomu, že $v < c$ je $\frac{v}{c} < 1$. Proto i $\left(\frac{v}{c}\right)^2 < 1$, ale $\left(\frac{v}{c}\right)^2 < \frac{v}{c}$. Z toho vyplývá, že $1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 > 1 - \frac{v}{c}$, ale také $\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} > 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2$. Proto platí: $t_1 > t_2$.

Pokud nyní otočíme celý interferometr o $90°$, dorazí později paprsek *2*. Z vlnové optiky je známo, že i nepatrné zpoždění jednoho koherentního paprsku vůči druhému může způsobit značnou změnu interferenčního obrazce. Zde konkrétně by celkové zpoždění paprsků v prvním a druhém případě činilo $\Delta t_{celk} = 2.\Delta t = 2.|t_1 - t_2|$. Výsledek Michelsonova experimentu byl pro fyziky překvapující: otočením interferometru nedošlo ke změně interferenčního obrazce. Pokus byl mnohokrát opakován s citlivějšími přístroji, ale vždy s tímtéž výsledkem.

Při dalším opakování pokusu v roce 1887

Michelsonovi pomáhal krajan E. W. Morley (1838 - 1923). Pomocí odrazu světelného paprsku prodloužili jeho dráhu na 11 m. Aby co možná nejvíce eliminovali vnější vlivy (otřesy, ...), umístili celou aparaturu na kamennou čtvercovou desku o délce strany 1,5 m a tloušťce 0,25 m, která plavala v nádobě se rtutí. Ale ani tato vylepšení nepřinesla jiný výsledek: interferenční obrazec se při otočení ramen nezměnil!

6.1.3.4 | Východiska z beznadějné situace

V 19. století byla provedena řada optických experimentů, pomocí nichž se zjišťovalo, jaký vliv má pohyb inerciálních soustav na průběh optických jevů. Dále přibyly experimenty, snažící se podat vysvětlení situace kolem absolutní soustavy éteru a naměřit velikosti rychlosti pohybu Země vůči éteru. Nepodařilo se ovšem nalézt teorii, která by všechny provedené experimenty byla schopna vysvětlit bez výjimky. Každý z pokusů totiž bylo třeba vysvětlovat za určitých, dodatečných (a z dnešního pohledu fyzikálně nepodložených) předpokladů.

Jedna z možností by byla modifikovat celou Maxwellovu teorii elektromagnetického pole. K tomu fyzikové přistoupit ale nechtěli, neboť pro jiné elektromagnetické jevy byla teorie naprosto v pořádku

a její závěry odpovídaly naměřeným experimentům. Proto, když se nedařilo nalézt soustavu éteru, fyzikové nakonec dospěli k názoru, že tato soustava neexistuje. To ovšem znamená, že **neexistuje žádná privilegovaná absolutní soustava**, vůči níž by se všechna tělesa pohybovala nebo byla v klidu. Inerciální soustavy jsou tedy rovnocenné.

6.2 | KINEMATIKA STR

6.2.1 | Základní principy (postuláty) STR

Rozpory, k nimž dospěla klasická fyzika koncem 19. století při řešení problémů s předpokládanou absolutní vztažnou soustavou (soustavou éteru), vyřešil německý fyzik Albert Einstein (1879 - 1955) svou novou teorií - **speciální teorií relativity**. Její hlavní myšlenky publikoval v roce 1905 ve své práci „*K elektrodynamice pohybujících se těles*“.

Speciální teorie relativity je založena na dvou principech:

1. princip relativity

VE VŠECH INERCIÁLNÍCH VZTAŽNÝCH SOUSTAVÁCH PLATÍ STEJNÉ FYZIKÁLNÍ ZÁKONY.

Jedná se tedy o zobecnění klasického principu relativity (Galileiho principu relativity), který se týkal pouze mechanických experimentů a zákonů. Na základě teoretických i experimentálních závěrů z druhé poloviny 19. století Einstein tento princip rozšířil na všechny fyzikální zákony a experimenty.

Z hlediska speciální teorie relativity jsou tedy všechny inerciální soustavy rovnocenné a žádná z nich není privilegovaná. To znamená, že libovolný stejně připravený experiment bude mít všech inerciálních soustavách stejné výsledky.

Pokud bychom tedy byli zavřeni v nákladním automobilu, který by neměl okna, nezjistili bychom **JAKÝMKOLI** (mechanickým, elektrickým, optickým, ...) fyzikálním experimentem, jestli je automobil v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu.

2. princip konstantní rychlosti světla

VE VŠECH INERCIÁLNÍCH VZTAŽNÝCH SOUSTAVÁCH MÁ RYCHLOST SVĚTLA VE VAKUU STEJNOU VELIKOST, NEZÁVISLE NA VZÁJEMNÉM POHYBU SVĚTELNÉHO ZDROJE A POZOROVATELE. VELIKOST RYCHLOSTI SVĚTLA V LIBOVOLNÉ INERCIÁLNÍ VZTAŽNÉ SOUSTAVĚ JE VE VŠECH SMĚRECH STEJNÁ.

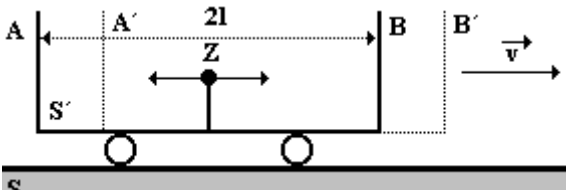
Druhý princip speciální teorie relativity lze chápat tak, že světlo nepotřebuje ke svému šíření žádný éter, který neexistuje.

Poběžíme-li s rozsvícenou baterkou kolem stojícího pozorovatele, bude velikost rychlosti světla vůči aktuálnímu majiteli baterky i vůči stojícímu pozorovateli stejná: c (a to bez ohledu na to, zda budeme svítit před sebe nebo za sebe). Kdybychom z ruky házeli před sebe kamínky stálou rychlostí o velikosti $v_{kamínku}$ (rychlost vůči házejícímu), bude velikost rychlosti kamínku vůči pozorovateli, kolem kterého poběžíme rychlostí o velikosti v, $v+v_{kamínku}$ resp. $v-v_{kamínku}$. Pro světlo tato úvaha neplatí!!!

Z těchto dvou principů vyplývá ve fyzice řada výjimečně důležitých důsledků (relativnost současnosti, kontrakce délek, dilatace času, ...).

6.2.2 | Relativnost současnosti

Podle klasické fyziky je současnost dvou událostí absolutní pojem. Tzn., že dvě události, které jsou současné z hlediska jedné inerciální vztažné soustavy, jsou současné z hlediska kterékoliv jiné inerciální vztažné soustavy. Pokud se ale bude soustava S' pohybovat vůči soustavě S rychlostí o velikosti v blízké velikosti rychlosti světla (tj. $v \to c$), není tento poznatek klasické fyziky již správný.



Obr. 11

Uvažujme následující situaci: po přímé vodorovné železniční trati (soustava S) se pohybuje rovnoměrně přímočaře vagón (soustava S') rychlostí $\vec{v}$, jejíž velikost je srovnatelná s velikostí rychlosti světla (obr. 11). Uprostřed vagónu je signální lampa (zdroj světla Z) a na jeho obou koncích jsou stěny A a B vzdálené od sebe $2l$. V určitém časovém okamžiku signální lampa blikne. Pozorovatel ve vztažné soustavě S' (tj. ve vagónu) zjistí, že signál dopadne na obě stěny vagónu A a B současně, neboť světlo proběhlo v obou případech stejné vzdálenosti stejnou rychlostí. Dvě nesoumístné události (dopad světla na stěnu A a B) jsou z jeho hlediska současné.

Výklad na pohybujících se vagónech vychází z historie. V době, kdy Einstein teorii relativity vytvářel, byl vlak nejrychlejší dopravní prostředek.

Velikost rychlosti v pohybujícího se vagonu je sice srovnatelná s velikostí rychlosti c světla ve vakuu, ale je menší. Problematika nadsvětelných rychlostí souvisí

s principem kauzality.

Pozorovatel v soustavě *S* (tedy na trati) ale zjistí, že signály nedopadnou na obě stěny současně. Světlo se šíří v jeho soustavě také rychlostí o velikosti *c* (podle druhého principu relativity), ale stěna *A* se během šíření světelného signálu posunula z místa *A* do místa A' (blíže ke zdroji), zatímco stěna *B* se vzdálila do místa B' (dále od zdroje). Pro pozorovatele na trati proto světlo dopadne dříve na stěnu *A* a pak na stěnu *B*.

Tedy **dvě nesoumístné události, které jsou současné vzhledem k jedné inerciální soustavě (soustava *S´*), nejsou současné vzhledem k jiné inerciální soustavě (soustava *S*)**.

Současnost událostí ležících na přímce kolmé ke směru pohybu soustavy S' vzhledem k soustavě *S* je absolutní.

6.2.2.1 | Matematické vyjádření relativnosti současnosti

Relativnost současnosti lze ukázat i matematicky.

Situaci z hlediska soustavy *S´* (soustava spojená s vagónem) lze s využitím obr. 12 popsat velmi jednoduše. Čas t'_A, který potřebuje světelný signál k překonání

vzdálenosti *ZA*, je stejný jako čas t'_B, který potřebuje světelný signál k překonání vzdálenosti *ZB*. Tedy $t'_A = t'_B = \frac{l}{c}$.

Situaci z hlediska soustavy *S* (spojené s tratí) lze řešit buď klasicky a nebo s využitím kontrakce délek. Klasické řešení je jednodušší a dává rozumný odhad. Má-li světlo dopadnout na stěnu *A*, musí urazit vzdálenost $l - vt_A$ (stěna A jede světlu naproti). Přitom se světlo šíří rychlostí o velikosti *c* (podle druhého postulátu STR), takže lze psát $ct_A = l - vt_A$, odkud pro čas t_A dostáváme $t_A = \frac{l}{c+v}$. Pro stěnu *B* je situace analogická: světlo musí urazit vzdálenost $ct_B = l + vt_B$, odkud $t_B = \frac{l}{c-v}$. Vzhledem k tomu, že $c+v > c-v$, je $t_A < t_B$.

S využitím kontrakce délek lze pro dráhu světla uraženou před dopadem na stěnu *A* psát: $ct_A = l\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} - vt_A$. A tedy $t_A = \frac{l}{c+v}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$. Analogicky získáme čas dopadu na stěnu *B*: $t_B = \frac{l}{c-v}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$.

6.2.3 | Dilatace času

6.2.3.1 | Světelné hodiny a odvození vztahu pro dilataci času

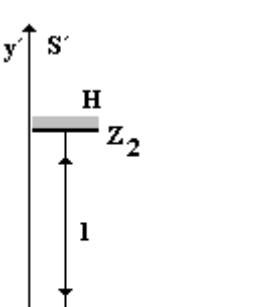
Dilatace času je jev, který se projevuje tím, že hodiny, které se pohybují vzhledem k určité vztažné soustavě *S*, jdou pomaleji než hodiny, které jsou v soustavě *S* v klidu.

Pro další úvahy je nutno zvolit „rozumný“ způsob měření času. Čas lze měřit libovolným periodickým dějem, který vhodným způsobem okalibrujeme. Jeden ze způsobů je použít tzv. **světelné hodiny**, s nimiž prováděl své myšlenkové experimenty sám Einstein. Světelné hodiny ve skutečnosti neexistují, jedná se pouze o myšlenkový experiment, který je jednoduchý, ale pro pochopení základních úvah o měření času postačující.

Důležitý je pouze fakt, že světelné hodiny teoreticky měří čas. O jejich konstrukci, použitý materiál, ... se zajímat nebudeme.

Světelné hodiny se skládají ze dvou vzájemně rovnoběžných rovinných zrcadel Z_1 a Z_2 ve vzájemné vzdálenosti *l*. Od těchto zrcadel necháme periodicky odrážet světelný paprsek (viz obr. 13). Máme tedy definované hodiny a jeden jejich „tik“ bude čas, který paprsek potřebuje k překonání vzdálenosti $Z_1Z_2Z_1$. Tyto hodiny umístíme do soustavy S' a pro čas jednoho tiku,

který budeme měřit v této soustavě, dostaneme: $\Delta t' = \frac{2l}{c}$.



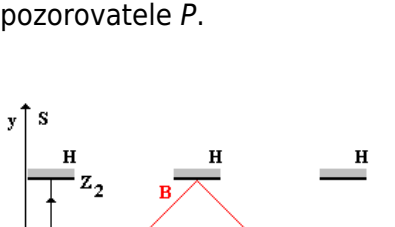
Obr. 13

Nyní budeme předpokládat, že se inerciální soustava S' pohybuje vzhledem k inerciální soustavě *S* rychlostí $\vec{v}$, přičemž platí $v < c$. V soustavě S' jsou umístěny světelné hodiny *H* tak, že jejich osa je kolmá k vektoru rychlosti $\vec{v}$. V obou soustavách jsou pozorovatelé P' a *P*, kteří měří čas na hodinách.

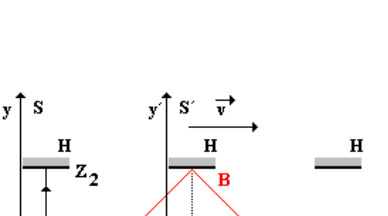
Měření času spočívá v odečítání vzdálenosti od spodního zrcátka Z_1.

Pozorovatel v soustavě S' bude měřit „svůj“ čas pomocí jednoho tiku - časového intervalu $\Delta t'$. Pozorovatel v soustavě *S* bude měřit čas pomocí „svého“ tiku Δt.

Vzhledem k pozorovateli v soustavě *S* se ale za tuto dobu hodiny posunou o vzdálenost $v.\Delta t$. Světelný paprsek se v hodinách *H* vzhledem k pozorovateli P' (tj. vzhledem k soustavě S') pohybuje ve směru osy světelných hodin (tj. kolmo na obě zrcátka) rychlostí o velikosti *c*. Vzhledem k soustavě *S* se světelný signál pohybuje po lomené čáře *ABC* (viz obr. 14) také rychlostí o velikosti *c*. Velikost této rychlosti vyplývá z principu konstantní rychlosti světla. Čas, který světlo potřebuje na uražení dráhy *ABC*, je jeden tik pozorovatele *P*.



Obr. 14



Obr. 15

Vzhledem k tomu, že světelný paprsek má vzhledem k soustavě *S* urazit větší dráhu než vzhledem k soustavě S', musí být $\Delta t > \Delta t'$. Kvantitativní vztahy mezi oběma intervaly odvodíme nyní.

Z hlediska soustavy S' se dostane světelný paprsek za dobu $\frac{\Delta t'}{2}$ na horní zrcátko Z_2. Z hlediska soustavy *S* se

světelný paprsek dostane za čas $\frac{\Delta t}{2}$ také na zrcátko Z_2, ale světlo při tom urazí jinou (delší) dráhu. Vzhledem k soustavě *S* se totiž zatím hodiny posunuly o dráhu $v.\Delta t$. Vztah mezi časovým intervalem Δt a $\Delta t'$ získáme na základě Pythagorovy věty v pravoúhlém trojúhelníku *ABD* na obr. 15. Platí: $|AB|^2 = |AD|^2 + |DB|^2$, což po dosazení je $\left(c\frac{\Delta t}{2}\right)^2 = \left(v\frac{\Delta t}{2}\right)^2 + l^2$. Odtud již snadno vyjádříme čas Δt: $\Delta t = \frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Víme ale, že pro 1 tik měřený v soustavě S' platí $\Delta t' = \frac{2l}{c}$. Můžeme tedy dosadit a dostáváme $\Delta t = \Delta t'\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Vzhledem k tmou, že $v < c$, je i $\frac{v^2}{c^2} < 1$ a proto $0 < \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < 1$. Odtud již plyne, že $\Delta t > \Delta t'$. Jeden tik hodin v soustavě, vůči níž jsou hodiny v klidu (soustava S') trvá tedy kratší dobu než jeden tik hodin v soustavě, vůči níž se hodiny pohybují (soustava *S*). Tj. z hlediska soustavy *S* se pohybující hodiny zpožďují (jeden tik trvá totiž delší dobu).

Analogický vztah platí i pro časy t a t': $t = t' \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Čas t', který na svých hodinách měří pozorovatel, jenž je vůči hodinám v klidu, se nazývá **vlastní čas**. V literatuře bývá někdy značen τ.

V některé literatuře se používá označení $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; tento koeficient se nazývá **Lorentzův koeficient**. Důvod zavedení tohoto označení spočívá ve zjednodušení zápisu většiny vztahů používaných ve speciální teorii relativity resp. vztahů, které z této teorie vyplývají. S využitím tohoto označení bude mít pak vztah pro dilataci času tvar: $t = t'\gamma$.

Grafické znázornění poměru $\frac{t}{t'}$ na velikosti rychlosti, kterou se hodiny vůči pozorovateli v klidu pohybují (resp. na poměru $\frac{v}{c}$), je zobrazen na obr. 16.

Pro malé velikosti rychlosti (tj. zhruba pro $\frac{v}{c} \in (0; 0,2)$) nebude příliš velký rozdíl mezi časem, který měří pozorovatel, vůči němuž se hodiny pohybují, a vlastním časem. S rostoucí velikostí rychlostí se ale rozdíl mezi

těmito časy začíná výrazně zvyšovat. Pro velikosti rychlostí blízké velikosti rychlosti světla ve vakuu roste čas měřený pozorovatelem, vůči němuž se hodiny pohybují, velmi prudce.



Obr. 16

Naprosto stejný závěr bychom dostali, kdybychom místo jedněch hodin vzali hodiny dvoje: hodiny *H* umístili do soustavy *S* a hodiny H' do soustavy S', přičemž soustava S' by se vzhledem k soustavě *S* pohybovala rychlostí $\vec{v}$.

Je možné tedy vyslovit závěr:

HODINY, KTERÉ SE VZHLEDEM K POZOROVATELI POHYBUJÍ, JDOU POMALEJI NEŽ HODINY, KTERÉ JSOU VZHLEDEM K POZOROVATELI

V KLIDU.

Vztah pro dilataci času byl odvozen pro jeden výjimečně jednoduchý typ hodin. Platí ale pro libovolné hodiny jakékoliv jiné konstrukce a také pro všechny procesy, které jsou závislé na plynutí času (biologické, chemické, ...).

Populárně se vztah pro dilataci času někdy formuluje větou: „Pohybující hodiny jdou pomaleji než hodiny v klidu.“ Takto vyslovený závěr dilatace čase ale nemá smysl, neboť není udána soustava, vůči níž čas měříme.

K dilataci času dochází při každém pohybu libovolných dvou soustav vůči sobě. Tedy i v případě běžných pohybů, s nimiž se setkáváme (cesta autem na chalupu, cesta autobusem do školy, ...). V těchto případech je ale efekt způsobený dilatací času velmi malý. Běžné rychlosti, kterých jsme schopni dosáhnout, se pohybují v řádech jednotek až stovek metrů za sekundu ($100\ \mathrm{m.s^{-1}} = 360\ \mathrm{km.h^{-1}}$ - rychlost moderních vlaků, ...), v letadlech pak s rychlostmi tisíce metrů za sekundu. Maximálně tedy velikost rychlosti v řádu $10^3\ \mathrm{m.s^{-1}}$. Velikost rychlosti světla ve vakuu je $c = 3.10^8\ \mathrm{m.s^{-1}}$, tedy podíl $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ vystupující ve většině vztahů v teorii relativity je řádu $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{10^3}{3.10^8}\right)^2 = \left(\frac{10^{-5}}{3}\right)^2 = \frac{10^{-10}}{9} \doteq 10^{-11}$. Tato hodnota je velmi

malá a vzhledem k číslu 1 ve výrazu $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ zcela zanedbatelná. Proto v běžném životě efekty teorie relativity nevnímáme.

Při vyšších rychlostech (řádově desítky procent rychlosti světla ve vakuu) efekty teorie relativity zanedbatelné nejsou - podíl $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ se bude více blížit jedné a nebude proto vzhledem k číslu 1 zanedbatelný. Tyto efekty se musí brát v úvahu např. při stavbě urychlovačů částic, při používání systému GPS, ...

6.2.3.2 | „Paradox“ dvojčat

Pro správné pochopení dilatace času je možné uvést příklad - tzv. „paradox“ dvojčat, který ve skutečnosti žádným paradoxem není. Název „paradox“ pochází z doby, kdy vysvětlení tohoto problému nebylo známo.

Uvažujme dva chlapce Petra a Pavla. Chlapci jsou jednovaječná dvojčata a celý život vyrůstali spolu. Rozloučili se teprve v dospělosti, kdy jeden z nich (např. Pavel) vyrazil na průzkum vesmíru v kosmické lodi a druhý zůstal na Zemi. Vůči Petrovi, který zůstal na Zemi, se Pavel pohybuje rychlostí srovnatelnou s rychlostí světla, tudíž je třeba vzít do úvahy relativistické jevy. Vůči Petrovi

(soustava spojená se Zemí) se tedy Pavlovi opožďují hodinky. A nejen to. Opožďují se veškeré děje, které probíhají na kosmické lodi - tlukot Pavlova srdce, odumírání tkání, ... - Pavel tedy stárne pomaleji než Petr. Pavel samozřejmě žádné změny na sobě nepozoruje. Po návratu Pavla na Zem se ale Petrovy závěry potvrdí. Pavel je skutečně vůči Petrovi mladší.

Uvedený příklad je „paradoxem“ z následujícího důvodu. Víme, že pohyb je relativní, tudíž lze na celou situaci nahlížet tak, že se bude pohybovat Petr na Zemi velkou rychlostí vůči Pavlovi v kosmické lodi. Pak bude logicky stárnout pomaleji Petr. V důsledku symetrie obou použitých soustav by byli při opětovném setkání oba sourozenci stejně staří. Ale při opětovném setkání dvojčat se ukáže, že mladší je ten, který cestoval v kosmické lodi, tj. Pavel.

Problém je v tom, že vztah pro dilataci času, který se zde uplatňuje při vysvětlování stárnutí Petra a Pavla, byl odvozen pro vzájemný pohyb dvou **inerciálních soustav**. Pavlova soustava spojená s kosmickou lodí, ale není inerciální. Aby se totiž mohli opět oba sourozenci setkat, musí kosmická loď s Pavlem zastavit, otočit se a zase se rozjet směrem zpět nebo provést celý manévr pouze obrátkou. Ať už je postup při návratu jakýkoliv, nejedná se v žádném případě o inerciální systém - kosmická loď (a celé její osazenstvo) musí projít fází zrychleného pohybu. Proto je správný závěr, že mladší bude ten z chlapců, který „pocítil zrychlení při svém pohybu“, tj. Pavel. Petr žádné

zrychlení necítil, jeho systém je tedy možné považovat za inerciální.

Ačkoliv Petr zůstal na Zemi, která se pohybuje se zrychlením (rotace kolem vlastní osy, oběh kolem Slunce, ...), lze Zem s velkou přesností považovat za inerciální soustavu.

6.2.3.3 | Experimentální ověření vztahu pro dilataci času

Na základě „paradoxu dvojčat“, případně na základě některých dalších ověřování dilatace času, by se mohlo zdát, že se dilatace času ověřuje v neinerciálních (tj. s nenulovým zrychlením se pohybujících) soustavách. A to přes to, že byla odvozená v teorii, která se zabývá výhradně inerciálními (tj. s nulovým zrychlením se pohybujícími) soustavami.

K dilataci času dochází i při pohybu rovnoměrném přímočarém (tedy v inerciálních soustavách). V případě „paradoxu dvojčat“ by ale oba kluci měli pravdu: Petr na Zemi se pohybuje vůči Pavlovi a tedy stárne Petr pomaleji. Ale (díky principu relativity) se i Pavel pohybuje vůči Petrovi (stejně velkou, ale opačnou rychlostí), a proto stárne pomaleji Pavel. Pokud se budou pohybovat vůči sobě STÁLOU RYCHLOSTÍ, mají pravdu oba. Jeden stárne vzhledem k druhém rychleji (resp. pomaleji). Jejich pohyb je relativní - jejich soustavy jsou navzájem záměnné.

Aby bylo možné navzájem srovnat stáří obou kluků musí se potkat. Při návratu se ale dosavadní symetrie situace poruší - jeden z nich musí projít zrychlenou fází pohybu.

Einstein tento problém ve své teorii řešil tak, že nechal určitý objekt pohybovat podél řady naprosto přesně synchronizovaných hodin s vlastními hodinami daného objektu. V tom případě vždy stačí porovnat údaj na hodinách pohybujícího se objektu (tzv. vlastní čas) s údajem na hodinách, které objekt právě míjí.

6.2.3.3.1 | Mezony

Závěry, které vyplynuly ze speciální teorie relativity o dilataci času, byly experimentálně potvrzeny různými pokusy. Jedním z jevů, které přesvědčivě ověřily platnost vztahu pro dilataci času, je závislost doby života mezonů π^+ na velikosti rychlosti jejich pohybu.

Mezony π^+ jsou kladně nabité elementární částice o hmotnosti $273m_e$ (m_e je hmotnost elektronu), které vznikají např. v urychlovačích ostřelováním hliníkového terčíku rychle letícími protony. Mezon π^+ je částice nestabilní, tzn. velmi rychle se rozpadá na jiné částice. Přitom střední doba života částice měřená v klidové soustavě (v laboratoři, vzhledem k níž by se mezon nepohyboval) je $\tau_0 = 2{,}5.10^{-8}\,s$. Pokud by se mezon pohyboval vzhledem k laboratoři rychlostí o velikosti

$v = 0{,}99c$, urazil by podle **klasické fyziky** od okamžiku vzniku do okamžiku rozpadu střední dráhu $l_0 = v\tau_0 \doteq 7{,}4\ \mathrm{m}$.

Experimenty ale ukázaly, že střední dráha mezonů π^+, kterou za daných podmínek urazí od okamžiku vzniku do okamžiku rozpadu, jsou ve skutečnosti delší. Chyba předchozího výpočtu byla v tom, že při rychlostech blízkých rychlosti světla není možné používat vztahy klasické fyziky. Střední dobu života $\tau_0 = 2{,}5.10^{-8}\ \mathrm{s}$ by naměřil pozorovatel, který by se pohyboval spolu s mezonem π^+. Pozorovatel, který se nachází v laboratoři na Zemi, vzhledem k němuž se mezon π^+ pohybuje rychlostí srovnatelnou s rychlostí světla, naměří střední dobu života $\tau = \tau_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \doteq 17{,}7.10^{-8}\ \mathrm{s}$. Proto mezon laboratoři urazí střední dráhu $l = v\tau \doteq 53\ \mathrm{m}$.

6.2.3.3.2 | Miony

Podobné ověření získali vědci pomocí částic zvaných miony μ. Tyto částice vznikají v horní části atmosféry ve výšce zhruba 30 km nad povrchem Země a mají střední dobu života $\tau_0 = 2{,}2\ \mu\mathrm{s}$. Za tuto dobu urazí v atmosféře vzdálenost $l_0 = v\tau_0 = 660\ \mathrm{m}$ (předpokládáme-li, že se velikost jejich rychlosti příliš neliší od rychlosti světla). Miony by tedy neměly na povrch Země dopadnout - měly by se rozpadnout v horní vrstvě atmosféry. Přesto se detekují na

povrchu Země. Vysvětlení je analogické jako u důkazu platnosti teorie relativity pro mezony. Střední dobu života $\tau_0 = 2,2\ \mu s$ naměří pozorovatel, který se pohybuje spolu s mionem, tj. je vzhledem k němu v klidu. Pozorovatel na Zemi naměří střední dobu života delší (díky dilataci času), za kterou miony stihnou urazit vzdálenost od místa svého vzniku až na povrch Země.

6.2.3.3.3 | Atomové hodiny

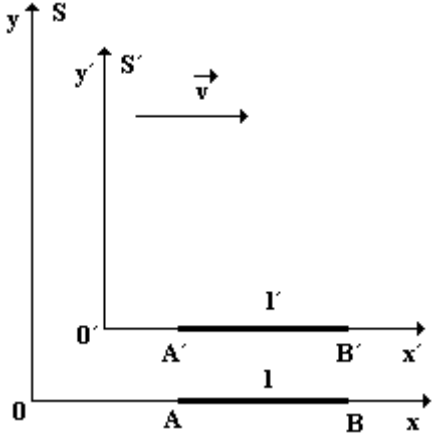
Vztah pro dilataci času byl také ověřen již při rychlostech dopravních prostředků. V roce 1972 byl proveden experiment, při němž byl srovnáván čas pomocí cesiových atomových hodin. Jedny byly přenesené letadlem kolem Země, druhé zůstaly na povrchu Země. Hodiny, které se pohybovaly kolem Země se vůči hodinám, které zůstaly na Zemi, zpozdily o $(230 \pm 10)\ ns$.

Jiná varianta téhož experimentu spočívá v tom, že oboje hodiny se přenesou letadlem: jedny ve směru východ - západ, druhé ve směru opačném. I zde byl spolehlivě prokázán časový posun způsobený dilatací času.

V roce 1985 byla dilatace času potvrzena generováním laserových módů v rychle se pohybujícím prostředí s přesností 1:25000.

6.2.4 | Kontrakce délek

Při měření délky daného předmětu většinou mlčky předpokládáme, že měřený předmět je v klidu vůči soustavě, v níž je pozorovatel a v níž provádí měření. Předpokládejme, že tyč, jejíž délku chceme měřit, je umístěna v soustavě S', která se pohybuje vůči soustavě S rychlostí $\vec{v}$. Pozorovatel v soustavě S' může délku tyče měřit také tak, že na ose x' vyznačí **současně** vhodnými značkami (body A' a B') okamžité polohy koncových bodů tyče. Délku tyče je pak možné určit jako vzdálenost těchto bodů, tj. $l_0 = |A'B'|$.



Obr. 17

Analogicky může postupovat i pozorovatel v soustavě *S*. Vytvoří si značky okamžitých poloh koncových bodů tyče (body *A* a *B*) v soustavě *S* a poté určí délku tyče jako vzdálenost těchto dvou značek, tj. $l = |AB|$ (viz obr. 17). Je ale nutné, aby pozorovatel v soustavě *S* vytvořil značky *A* a *B* **současně**. Vytvoření těchto značek jsou tedy dvě současné události, ale jen pro pozorovatele v soustavě *S*. Tyto události už **nejsou současné** z hlediska pozorovatele v soustavě S', která se vzhledem k soustavě *S* pohybuje rychlostí $\vec{v}$. Měření délek je tedy ovlivněno relativností současnosti.

Měření délky pohybující se tyče vyžaduje současné určení poloh koncových bodů tyče. Vzhledem k tomu, že současnost událostí je pojem relativní vzhledem k volbě vztažné soustavy, je rovněž délka předmětu relativní vzhledem k volbě vztažné soustavy.

Odvození kontrakce délek využívá princip konstantní rychlosti světla a dilataci času.

6.2.4.1 | Odvození vztahu pro kontrakci délek

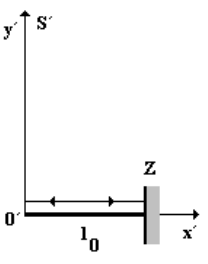
K odvození vztahu mezi délkou předmětu l_0 v klidové soustavě S' a délkou předmětu *l* v libovolné jiné soustavě *S*, vůči níž se soustava S' pohybuje rychlostí $\vec{v}$, lze využít následující myšlenkový pokus. Předpokládejme, že

z levého konce tyče (bod O') vyšleme ve směru jejího pohybu světelný signál. Světlo se po odrazu od zrcátka Z (umístěného na druhém konci tyče) vrátí zpět do bodu O'. Čas, za který světlo urazí dráhu $O'ZO'$, je závislý na volbě vztažné soustavy, z níž budeme světelný signál sledovat.

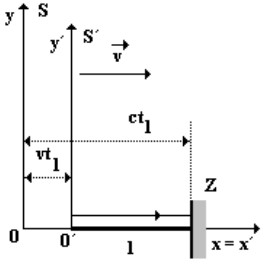
V soustavě S', v níž je pozorovatel vzhledem k tyči v klidu, naměříme čas $t' = \frac{2l_0}{c}$ (viz obr. 18).

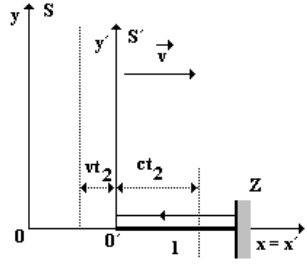
V soustavě S se světlo šíří od levého konce tyče k zrcátku Z po dobu t_1, přičemž urazí dráhu $ct_1 = vt_1 + l$, kde l je délka tyče v soustavě S (viz obr. 19). Při návratu paprsku k levému konci tyče (bod O') urazí světlo vzhledem k soustavě S dráhu $ct_2 = l - vt_2$. Čas t, za který světlo urazí dráhu $O'ZO'$, je součtem časů t_1 a t_2. Tedy

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$



Obr. 18





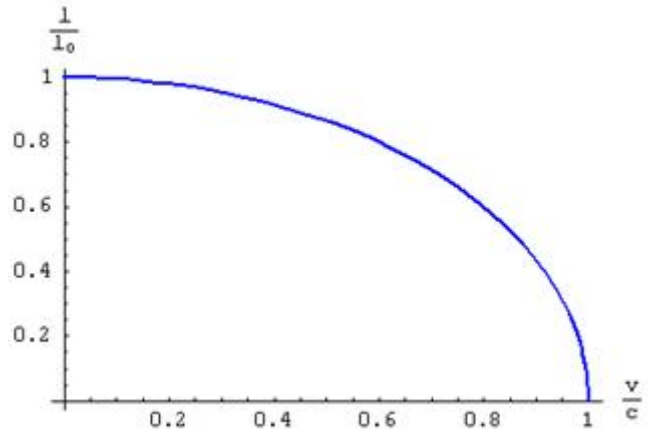
Obr. 19

Vyslání paprsku z bodu O' a jeho opětovný příjem v tomto bodě jsou z hlediska soustavy S' dvě soumístné

události, mezi nimiž uplyne čas t'. Z hlediska pozorovatele v soustavě *S* mezi dvěma popsanými událostmi uplyne čas *t*. Čas *t* a t' jsou svázány vztahem pro dilataci času, který lze zapsat ve tvaru $t = t' \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Po dosazení vztahu pro dilataci času a vlastního času (čas měřený v soustavě S') do vztahu pro čas *t* vypočtený z experimentu dostáváme: $\frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{2l_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Odtud lze již odvodit **vztah pro kontrakci délek** ve tvaru $l = l_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

S využitím Lorentzova koeficientu lze vztah pro kontrakci délek psát ve tvaru: $l = \frac{l_0}{\gamma}$.

Vzhledem k tomu, že $v < c$, je i $\frac{v^2}{c^2} < 1$. Proto $0 < \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < 1$ a tedy $l < l_0$. Graf závislosti poměru $\frac{l}{l_0}$ na velikosti rychlosti pohybu tyče (resp. na poměru $\frac{v}{c}$) je zobrazen na obr. 20.



Obr. 20

Pro malé velikosti rychlosti pohybu naměří pozorovatel, který je vzhledem k tyči v klidu, i pozorovatel, který je vzhledem k tyči v pohybu, stejné délky tyče. S rostoucí velikostí rychlosti pohybu tyče bude měřit pozorovatel, vůči němuž se tyč pohybuje, stále kratší její délku. Pro velikosti rychlosti blízké velikosti rychlosti světla ve vakuu se jím měřená délka tyče bude blížit nule.

DÉLKA TYČE V SOUSTAVĚ, VZHLEDEM K NÍŽ SE TYČ POHYBUJE (VE SMĚRU SVÉ DÉLKY), JE VŽDY MENŠÍ NEŽ DÉLKA TÉŽE TYČE V SOUSTAVĚ, VZHLEDEM K NÍŽ JE TYČ V KLIDU (KLIDOVÁ SOUSTAVA).

Jestliže do soustavy $\mathcal{S}'$ umístíme tyč kolmo k pohybu této soustavy, pak současný záznam poloh koncových

bodů tyče v soustavě S' je současný i v soustavě S a proto **ke kontrakci délek nedochází**.

Stále vyšetřujeme, jak tyč naměříme - nikoliv, jak jí budeme vidět. To jsou dva naprosto rozdílné fyzikální jevy, které je nutné v teorii relativity striktně odlišovat: měření délek a optický vzhled pohybujících se objektů.

Důvody, proč nevnímáme kontrakci délek v praxi při běžných pohybech (cesta autobusem, jízda automobilem, ...), jsou stejné jako ty, proč nevnímáme při těchto pohybech dilataci času.

6.2.4.2 | Experimentální ověření kontrakce délek

Platnost vztahu pro kontrakci délek lze potvrdit stejnými důkazy platnosti speciální teorie relativity, kterými byla testována dilatace času. Výsledky experimentů budou ovšem vysvětleny na základě kontrakce délek. Experimenty, při nichž je kontrakce délek naměřena přímo, jsou na provedení mnohem náročnější.

6.2.5 | ***Lorentzova transformace

Galileiho transformace, která vyjadřuje vztah mezi

souřadnicemi x, y, z, t události v inerciální soustavě S a souřadnicemi x', y', z', t' téže události v inerciální soustavě S', byla odvozena na základě dvou předpokladů:

1. v obou uvažovaných soustavách plyne čas stejně nezávisle na volbě vztažné soustavy - tzv. absolutní čas;
2. v obou uvažovaných soustavách je měření délek absolutní - nezávisí na volbě soustavy souřadnic.

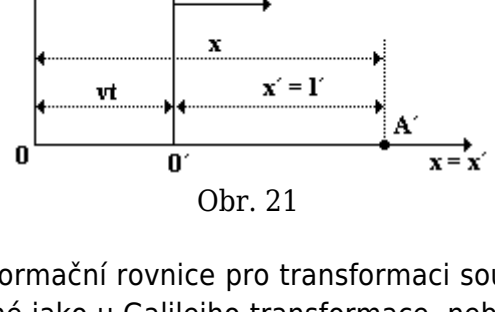
Oba tyto předpoklady jsou ale ve speciální teorii relativity správné jen přibližně a to jen v případě, že velikost rychlosti v vzájemného pohybu uvažovaných soustav je výrazně menší než velikost rychlosti světla c ve vakuu, tj. $v \ll c$. Při libovolných jiných rychlostech (ale stále takových, že $v < c$) tyto předpoklady neplatí. Galileiho transformace je třeba nahradit transformací obecnější - **Lorentzovou transformací**.

6.2.5.1 | Odvození Lorentzovy transformace

V inerciální soustavě S' zvolíme bod A' tak, že jeho vzdálenost od počátku této soustavy (bod O') je $l' = x'$ (viz obr. 21). Úsečka $O'A'$ o vlastní délce l' se vzhledem k soustavě S pohybuje rychlostí $\vec{v}$ ve směru osy x (resp. x') a její délku v soustavě S lze určit podle vztahu $l = x - vt$, kde x je souřadnice bodu A' v čase t a vt je souřadnice

bodu O' v tomtéž okamžiku.

Pro délku *l* lze psát vztah pro kontrakci délek ve tvaru $l = l'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, z něhož po dosazení do výše provedené úvahy dostáváme: $x - vt = l'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = x'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Odtud $x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.



Obr. 21

Transformační rovnice pro transformaci souřadnic *y* a *z* jsou stejné jako u Galileiho transformace, neboť tyto osy jsou kolmé na směr pohybu vztažné soustavy S' vzhledem k soustavě *S* a ke kontrakci délek nedochází. Jde tedy o speciální Lorentzovu transformaci a platí: $y' = y$ a $z' = z$.

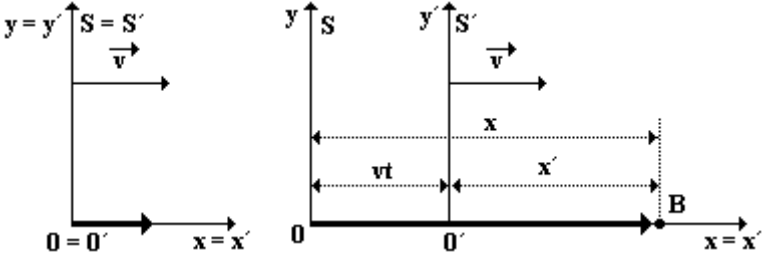
K odvození vztahu pro transformaci času použijeme principu konstantní rychlosti světla. Budeme předpokládat, že v čase $t = t' = 0$, v němž se souřadnicové osy obou soustav kryjí, vyšle pozorovatel v soustavě *S* světelný signál v kladném směru osy *x* (viz obr. 22). Za dobu *t*

dorazí světlo do bodu B o souřadnici $x = ct$ (B má tedy v soustavě S souřadnice x a t). V soustavě S' urazí světlo dráhu $x' = ct'$ a bod B' odpovídající bodu B má tedy souřadnice x' a t'. Z těchto rovnic a Lorentzova vztahu pro transformaci souřadnice x dostáváme:

$$t' = \frac{x'}{c} = \frac{x - vt}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{x}{c} - \frac{vt}{c^2}c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

, což je **Lorentzův vztah pro transformaci času**.

Předposlední a poslední úpravy výše uvedeného vztahy působí poněkud uměle, ale cílem je, aby transformace souřadnice a času měly „podobné“ tvary. Jak souřadnice x', tak souřadnice t' nyní závisejí na souřadnici x a t.



Obr. 22

Význam Lorentzovy transformace spočívá v tom, že známe-li v inerciální soustavě S souřadnice události x, y, z, t, lze získat souřadnice x', y', z', t' téže události v libovolné jiné soustavě souřadnic. Pomocí této transformace lze odvodit skutečnost, že relativnost současnosti, ale také vztahy pro dilataci času a kontrakci délek.

Podle principu relativity jsou všechny inerciální vztažné soustavy rovnocenné, a proto Lorentzova transformace musí platit pro přechod mezi libovolnými dvěma vztažnými inerciálními soustavami. Tj. musí také platit obrácený přechod ze soustavy S' k soustavě S. Soustava S se pohybuje vzhledem k soustavě S' rychlostí $-\vec{v}$. Proto je možné **inverzní Lorentzovu transformaci** možné psát ve tvaru: $x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, $y = y'$, $z = z'$ a $t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Prostě jsme vyměnili odpovídající si „čárkované“ a „nečárkované“ souřadnice a změnili znaménko u velikosti rychlosti v. Tam, kde ve vztazích vystupuje druhá mocnina v se znaménko nemění, protože záporné číslo umocněné celé na druhou je číslo kladné.

V rámci zjednodušení jsme se zabývali pouze speciální Lorentzovou transformací, tj.vycházeli jsme ze speciálních počátečních podmínek (poloha souřadných

systém obou inerciálních soustav, vektor rychlosti, ...). Vztahy pro obecnou Lorentzovu transformaci jsou komplikovanější.

6.2.5.2 | Vztah Lorentzovy a Galileiho transfomace

Máme-li již k dispozici Lorentzovu transformaci (*LT*), je vidět, že transformace Galileiho (*GT*) je pouze jejím „speciálním“ případem. Při běžných rychlostech, s nimiž máme každodenní zkušenost, jsou totiž efekty způsobené dilatací času a kontrakcí délek zanedbatelné a čas můžeme považovat za absolutní. Díky tomu se můžeme na Galileiho transformaci dívat jako na limitní případ Lorentzovy transformace, v němž jsou velikosti rychlostí běžných pohybů zanedbatelné vůči velikosti rychlosti světla ve vakuu (resp. velikost rychlosti světla je vzhledem k běžným velikostem rychlostí velmi velká - tedy téměř nekonečná). Tedy schematicky napsáno: $GT = \lim_{c \to \infty} LT$. Po dosazení vztahů pro Lorentzovu transformaci do této limity, vyjdou vztahy pro Galileovu transformaci.

6.2.6 | Skládání rychlostí

Uvažujme inerciální vztažnou soustavu S', která se pohybuje vzhledem k jiné inerciální vztažné soustavě *S*

rychlostí $\vec{v}$ orientovanou v kladném směru osy *x*. V soustavě S' nechť se dále pohybuje částice (těleso) stálou rychlostí $\vec{u}'$, která je orientována v kladném směru osy *x* resp. *x´*. Podle zákonů klasické fyziky dostáváme pro velikost rychlosti této částice vzhledem k soustavě *S* „klasický“ vtah: $u = u' + v$.

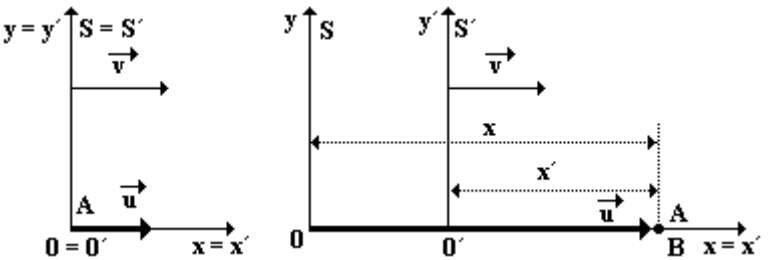
Ve speciální teorii relativity tento vztah ale neplatí. Vyšle-li například pozorovatel v soustavě S' v kladném směru osy x' foton (tj. $u' = c$), pak se tato částice bude podle klasické fyziky pohybovat vzhledem k soustavě *S* rychlostí o velikosti $u = c + v$. To je ale v rozporu s druhým postulátem speciální teorie relativity o nezávislosti velikosti rychlosti světla na volbě vztažné soustavy. Einstein odvodil obecnější relativistický zákon pro skládání rychlostí.

6.2.6.1 | Odvození vztahu

Předpokládejme, že v okamžiku $t = t' = 0$, v němž souřadnicové osy obou vztažných soustav S' a *S* splývají, je částice *A* v jejich společném počátku (viz obr. 23). Za dobu t' se částice dostane rovnoměrným pohybem do bodu *B* a urazí přitom vzhledem k soustavě S' dráhu x', vzhledem k soustavě *S* dráhu *x*. Průchod částice bodem *B* je událost, která má v soustavě S' souřadnice x' a t' a v soustavě *S* souřadnice *x* a *t*. Částice *A* má tedy vzhledem k soustavě S' rychlost o velikosti $u' = \frac{x'}{t'}$ (pohybuje se

rovnoměrně přímočaře) a vzhledem k soustavě *S* velikost rychlosti $u = \frac{x}{t}$. Tuto velikost rychlosti je možné pomocí Lorentzovy transformace vyjádřit ve tvaru:

$$u = \frac{x}{t} = \frac{\frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{\frac{t' + \frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} = \frac{x' + vt'}{t' + \frac{x'v}{c^2}} = \frac{\frac{x'}{t'} + v}{1 + \frac{x'v}{t'c^2}} = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}.$$



Obr. 23

Při odvozování jsme předpokládali, že vektory $\vec{u}'$ a $\vec{v}$ mají stejný směr. Bude-li vektor $\vec{v}$ orientován opačně vzhledem k vektoru $\vec{u}'$, lze výslednou velikost rychlosti vzhledem k soustavě *S* psát ve tvaru: $u = \frac{u' - v}{1 - \frac{u'v}{c^2}}$.

Změní-li se vektor $\vec{v}$ na opačný, je nutné jeho velikost (tj. velikost rychlosti *v*) od velikosti vektoru $\vec{u}'$ odčítat. To ostatně vyplývá i z klasické mechaniky.

Analogickou úvahou lze odvodit i inverzní vtah, tj. vyjádřit pomocí rychlosti tělesa vzhledem k soustavě *S* velikost rychlosti vzhledem k soustavě S'.

Zaměníme „čárkované“ a „nečárkované“ veličiny a změníme znaménko u velikosti rychlosti v. Na celou situaci nyní pohlížíme tak, že se pohybuje soustava *S* vůči soustavě S' opačným směrem.

Proto dostáváme vztahy: $u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$ resp. $u' = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$.

Vztah pro relativistické skládání lze odvodit také na základě skládání dvou Lorentzových transformací Např. Lorentzovu transformace pro soustavy nádraží - vlak a vlak - průvodčí lze složit do transformace nádraží - průvodčí, tj. určit souřadnici pohybu průvodčího vůči nádraží. Při tomto odvozování vztah pro relativistické skládání rychlostí dostaneme jako logický důsledek výpočtu.

6.2.6.2 | Důsledky

Skládání rychlostí odvozené na základě teorie

relativity dávají již korektní výsledky a podstatně se liší od vztahu pro skládání rychlostí v klasické fyzice. A stejně jako Galileiho transformace je speciálním případem Lorentzovy transformace pro případ, v němž je možné zanedbat velikost rychlosti daného tělesa vzhledem k rychlosti světla, je i „klasický“ vztah pro skládání rychlostí speciálním případem obecnějšího vztahu pro skládání rychlostí (relativistického vztahu pro skládání rychlostí).

Bude-li se nyní šířit v soustavě S' ve směru osy x' světelný paprsek (tedy $u' = c$), pak užitím relativistického vztahu pro skládání rychlostí je možné určit velikost rychlosti světla vzhledem k soustavě *S*: $u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = c$, což už je ve shodě s druhým postulátem speciální teorie relativity, podle něhož se světlo vzhledem k oběma vztažným soustavám pohybuje stejnou rychlostí o velikosti *c* nezávisle na tom, jak velkou rychlostí *v* (ale $v << c$) se obě soustavy vůči sobě pohybují.

6.2.7 | ***STR a princip kauzality

Na základě relativnosti současnosti je zřejmé, že dvě události současné v jedné vztažné soustavě nemusí být současné v jiné vztažné soustavě. Zkusme nyní zjistit, zda existují dvě soustavy, v nichž dojde k prohození sledu časových událostí, tj. v soustavě *S* nastane dříve událost *A*

a poté událost *B*, zatímco v soustavě S', která se vůči soustavě *S* pohybuje rychlostí $\vec{v}$, nastane dříve událost *B* a poté událost *A*.

Nechť událost *A* nastane v soustavě *S* v čase t_A v místě x_A. Pro pozorovatele v soustavě S' nastane uvedená událost v čase t'_A, pro nějž platí: $t'_A = \frac{t_A - \frac{v}{c^2}x_A}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ (podle Lorentzovy transformace). Analogicky lze předpokládat, že událost *B* nastane v soustavě *S* v čase t_B v místě x_B. Pro pozorovatele v soustavě S' pak tato událost nastává v čase t'_B, pro který platí: $t'_B = \frac{t_B - \frac{v}{c^2}x_B}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Pokud by mělo dojít k prohození časového sledu událostí *A* a *B* v soustavách *S* a S', muselo by platit: $t_B > t_A$ a zároveň $t'_B < t'_A$. (Nebo případ, kdy obě nerovnosti budou opačné.) Z podmínky $t'_B < t'_A$ lze postupně odvodit, že $t'_B - t'_A < 0$ a tedy $\frac{t_B - t_A - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} < 0$. Odtud $t_B - t_A < \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)$ a dále $\frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} > \frac{c^2}{v}$. Jenže $\frac{c^2}{v} = \frac{c}{v}.c > c$, což znamená, že pokud chceme dosáhnout obrácení sledu

dvou událostí ve dvou různých vztažných soustavách, pak se signál v soustavě *S* musí šířit rychlostí větší než je velikost rychlosti světla ve vakuu. Podíl $\frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}$ totiž odpovídá rychlosti šíření signálu v soustavě *S*.

Pokud by událostí *A* bylo vyslání světelného signálu a událostí *B* jeho příjem, znamenalo by to, že světlený signál je nejprve přijat a poté teprve vyslán. A to je evidentní nesmysl!

Kdyby se mohl nějaký objekt (třeba „jen“ světelný signál) pohybovat rychlostí větší než je velikost rychlosti světla ve vakuu (nadsvětelná rychlost), bylo by možné posílat zprávy do minulosti. To by ovšem vedlo k narušení **principu kauzality**. Ten říká, že následek nenastává dříve než příčina. V případě nadsvětelné rychlosti by byl tento princip porušen.

Nyní se můžeme podrobněji podívat na důvod, proč se žádné těleso nemůže pohybovat větší rychlostí, než je velikost rychlosti světla ve vakuu. Vedlo by to, jak bylo již řečeno, k narušení principu kauzality. „Zákaz“ větších rychlostí než je velikost rychlosti světla ve vakuu tedy neplyne přímo ze speciální teorie relativity, ale ze spojení speciální teorie relativity s principem kauzality.

Důsledkem tohoto zákazu pak je skutečnost, že neexistuje absolutně tuhé těleso. Absolutně tuhé těleso je model tělesa, který si lze představit tak, že jakákoliv změna provedená na jednom konci tělesa (postrčení tělesa,

...), se okamžitě projeví na konci druhém. To není reálně možné, neboť by to znamenalo šíření daného vzruchu (informace) tělesem nekonečnou rychlostí. Vzruch se ale tělesem šíří v podobě vlny elastické deformace, jejíž rychlost je stejná jako rychlost zvuku v daném materiálu. A tedy je shora omezená velikostí rychlosti světla ve vakuu.

6.3 | DYNAMIKA V STR

6.3.1 | Úvod

Při rychlostech, jejichž velikost je výrazně menší než velikost rychlosti světla ve vakuu (tj. $v \ll c$), potvrzují experimenty správnost klasické dynamiky (Newtonovské dynamiky). Ve speciální teorii relativity je však třeba obsah základních pojmů a zákonů dynamiky pozměnit tak, aby vedly ke správným výsledkům i při velikostech rychlostí blízkých velikosti rychlosti světla ve vakuu.

6.3.2 | Relativistická hmotnost

Podle klasické fyziky je hmotnost každého tělesa konstantní a nezávislá na jeho rychlosti. Einstein však ve své teorii odvodil, že hmotnost každého tělesa se s jeho

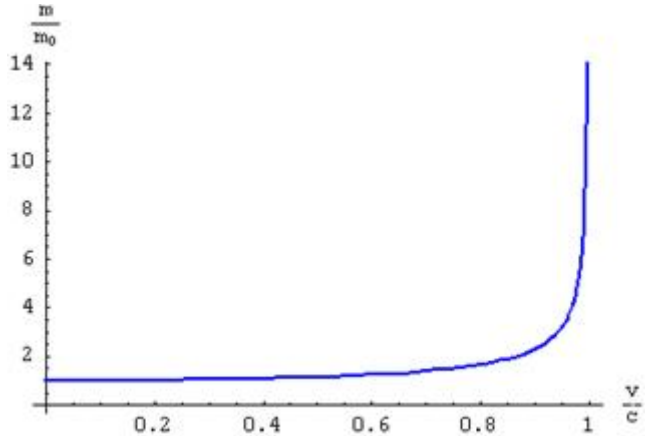
rostoucí rychlostí zvyšuje podle vztahu: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, kde m je **relativistická hmotnost** (tj. hmotnost tělesa, které se vzhledem k dané vztažné soustavě pohybuje rychlostí o velikosti v) a m_0 **klidová hmotnost** (tj. hmotnost tělesa, které je vzhledem k dané vztažné soustavě v klidu).

S využitím Lorentzova koeficientu lze vztah pro relativistickou hmotnost psát ve tvaru: $m = \gamma m_0$.

Závislost podílu relativistické a klidové hmotnosti tělesa na velikosti jeho rychlosti v vzhledem k dané inerciální vztažné soustavě (resp. na poměru $\frac{v}{c}$), je znázorněna na obr. 24. Z něho je vidět, že při malých velikostech rychlosti tělesa je jeho relativistická hmotnost rovna jeho hmotnosti klidové. Bude-li se velikost rychlosti tělesa zvyšovat a blížit se velikosti rychlosti světla c, poroste hmotnost tělesa nade všechny meze. Působící konstantní síla by udělovala tělesu stále menší zrychlení a proto nemůže žádné těleso s nenulovou klidovou hmotností dosáhnout rychlosti světla ve vakuu nebo ji dokonce překročit.

Uvedený vztah byl ověřen mnoha pokusy s využitím urychlovačů částic. V nich lze částice urychlit tak, že se pohybují rychlostmi blízkými rychlosti světla ve vakuu,

přičemž hmotnost částic mnohonásobně převyšuje jejich hmotnost klidovou.



Obr. 24

Relativistický vztah používají v současné době i inženýři, kteří urychlovače konstruují. Správná funkce urychlovačů pak potvrzuje správnost použitého vztahu (a to nejen pro relativistickou hmotnost, ale i pro dilataci času či kontrakci délek).

Pro relativistickou hmotnost platí zákon **zachování hmotnosti:**

ÚHRNNÁ RELATIVISTICKÁ HMOTNOST IZOLOVANÉ SOUSTAVY TĚLES ZŮSTÁVÁ PŘI VŠECH DĚJÍCH PROBÍHAJÍCÍCH V TÉTO SOUSTAVĚ KONSTANTNÍ.

Díky závislosti hmotnosti tělesa na velikosti jeho

rychlosti, není vztah $\vec{F} = m\vec{a}$ vyjadřující druhý Newtonův pohybový zákon (vztah mezi zrychlením $\vec{a}$ tělesa, které danému tělesu uděluje působící síla $\vec{F}$) zcela v pořádku. Hmotnost tělesa není konstantní, ale roste v závislosti na rychlosti, a i zrychlení se mění v závislosti na rychlosti. Proto je lepší druhý pohybový zákon psát ve tvaru $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, což je z hlediska klasické fyziky naprosto analogický vztah. Ve speciální teorii relativity je ale použití tohoto tvaru lepší proto, že se v něm (tak jako ve vztahu užívaném v klasické fyzice) vyskytuje veličina, která se zachovává: relativistická hybnost.

6.3.3 | Relativistická hybnost

Hybnost je v klasické fyzice definována vztahem $\vec{p}_0 = m_0\vec{v}$, kde m_0 je setrvačná hmotnost tělesa a $\vec{v}$ jeho rychlost vzhledem k dané vztažné soustavě. Při rychlostech $v << c$ platí **zákon zachování hybnosti**:

CELKOVÁ HYBNOST IZOLOVANÉ SOUSTAVY TĚLES ZŮSTÁVÁ U VŠECH DĚJŮ PROBÍHAJÍCÍCH UVNITŘ SOUSTAVY KONSTANTNÍ.

A. Einstein prokázal, že zákon zachování hybnosti platí pro izolovanou soustavu těles při libovolné rychlosti $\vec{v}$ (přičemž ale $v < c$), jestliže nahradíme klasickou hybnost $\vec{p}_0 = m_0\vec{v}$ relativistickou hybností $\vec{p}$, která je definovaná

vztahem $\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\vec{v}$.

S využitím Lorentzova koeficientu lze vztah pro relativistickou hybnost psát ve tvaru: $\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$.

Lze tedy formulovat **zákon zachování relativistické hybnosti**:

CELKOVÁ RELATIVISTICKÁ HYBNOST IZOLOVANÉ SOUSTAVY TĚLES ZŮSTÁVÁ U VŠECH DĚJŮ PROBÍHAJÍCÍCH UVNITŘ SOUSTAVY KONSTANTNÍ.

Platnost relativistického zákona zachování hybnosti byla ověřena řadou experimentů, při nichž byly sledovány srážky částic pohybujících se rychlostmi blízkými rychlosti světla. Celková relativistická hybnost těchto částic po srážce se nezměnila.

Relativistický zákon zachování hybnosti patří mezi nejobecnější fyzikální zákony. Z principu relativity vyplývá, že zákon zachování relativistické hybnosti (podobně jako zákon zachování relativistické hmotnosti) platí ve všech inerciálních soustavách.

6.3.4 | Vztah mezi energií a hmotností

Podle klasické dynamiky není mezi energií tělesa *E* a jeho setrvačnou hmotností m_0 žádný obecně platný

vztah. Určité těleso může mít např. různou kinetickou energii, potenciální energii nebo vnitřní energii a přitom jeho setrvačná hmotnost zůstává stálá.

Na základě konkrétních příkladů je zřejmé, že v relativistické dynamice souvisí změna energie tělesa se změnou jeho hmotnosti. Uvedeme-li např. těleso o hmotnosti m_0 z klidu do pohybu rychlostí $\vec{v}$, zvětší se jeho kinetická energie o ΔE_k. Vzhledem k tomu, že relativistická hmotnost závisí na rychlosti, zvětší se současně hmotnost tělesa o $\Delta m = m - m_0$.

Albert Einstein obecněji dokázal, že **při každé změně celkové energie soustavy se mění také její hmotnost**, přičemž platí vztah $\Delta E = \Delta m c^2$, kde ΔE je změna celkové energie soustavy, Δm změna její hmotnosti a *c* velikost rychlosti světla ve vakuu. Tento vztah platí nezávisle na tom, jakým způsobem se mění energie tělesa (změnou jeho rychlosti, jeho deformací, změnou vnitřní energie, ...).

Mezi celkovou energií soustavy *E* a hmotností soustavy *m* pak platí vztah $E = mc^2$. Tato rovnice vyjadřuje **Einsteinův vztah mezi hmotností a energií**.

Uvedený vztah patří mezi nejvýznamnější výsledky speciální teorie relativity. Energie a hmotnost jsou dvě různé veličiny, pomocí uvedeného vztahy jsou však vzájemně spjaty. Při experimentálním ověřování vztahu $\Delta E = \Delta m c^2$ je třeba prokázat, že se při každé změně energie ΔE určitého materiálního objektu jeho hmotnost

mění o $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$. Vzhledem k velké hodnotě rychlosti světla odpovídá dané změně energie ΔE makroskopického tělesa obvykle malá změna hmotnosti Δm. V klasické fyzice lze proto hmotnost těles považovat za konstantní a nezávislou na energii. Vztah $\Delta E = \Delta m c^2$ byl ale ověřen (a je úspěšně používán) v celé řadě experimentů z oblasti jaderné fyziky. Na využití důsledků plynoucích z tohoto vztahu je založena činnost jaderného reaktoru, jaderná bomba nebo termonukleární bomba a má velký význam v astrofyzice (původ sluneční energie, energie hvězd, ...).

Je-li částice nebo těleso vzhledem k dané vztažné soustavě v klidu, pak energii této částice nebo tělesa nazýváme **klidová energie** E_0. Mezi klidovou energií E_0 a klidovou hmotností m_0 platí vztah $E_0 = m_0 c^2$. **Celková (relativistická) energie** *E* tělesa se pak určí jako součet klidové energie E_0 a kinetické energie E_k: $E = E_0 + E_k$.

Pro celkovou energii soustavy platí **zákon zachování energie**:

CELKOVÁ ENERGIE IZOLOVANÉ SOUSTAVY ZŮSTÁVÁ PŘI VŠECH DĚJÍCH PROBÍHAJÍCÍCH UVNITŘ SOUSTAVY KONSTANTNÍ.

V klasické fyzice zákon zachování energie nesouvisí se zákonem zachování hmotnosti. Z hlediska klasické fyziky se jedná o dva odlišné zákony. Podle speciální teorie relativity je však mezi těmito zákony úzká souvislost: platí-li totiž pro celkovou hmotnost izolované soustavy $M = konst.$, musí také platit $Mc^2 = E = konst.$ a naopak. Zákon

zachování hmotnosti a zákon zachování energie lze tedy ve speciální teorii relativity považovat za dvě různé formy téhož fyzikálního zákona.

Zákon zachování hmotnosti a energie patří spolu se zákonem zachování hybnosti mezi nejobecnější fyzikální zákony.

6.3.4.1 | ***Kinetická energie

Kinetická energie daného tělesa je ve speciální teorii relativity definována jako rozdíl celkové energie tělesa a jeho klidové energie: $E_k = E - E_0 = (m - m_0)c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$. Z tohoto vztahu pro rychlosti $|v| \ll c$ dostáváme (s použitím přibližných vztahů $\sqrt{1-\varepsilon^2} \doteq 1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2$ a $\frac{1}{1-\varepsilon} \doteq 1 + \varepsilon$ platných pro $|\varepsilon| \ll 1$):

$$E_k = m_0c^2\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}} - 1\right) \doteq m_0c^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{1}{2}m_0v^2,$$

což je klasický vztah pro kinetickou energii tělesa o hmotnosti m_0 pohybujícího se rychlostí o velikosti *v*.

V roli ε, pro které v případě uvedených přibližných

vztahů musí platit $|\varepsilon| \ll 1$, vystupuje podíl $\frac{v}{c}$ resp. $\left(\frac{v}{c}\right)^2$. Vzhledem k tomu, že v klasické fyzice je $|v| \ll c$, je $\frac{v}{c} \ll 1$ resp. $\left(\frac{v}{c}\right)^2 \ll 1$.

Opět je tedy zřejmé, že klasická fyzika (klasická mechanika) je speciálním (limitním) případem obecnější teorie - teorie relativity.

6.3.5 | ***Vztah energie a hybnosti

Ani hybnost, která je v e speciální teorii relativity definovaná vztahem $\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\vec{v}$, není veličina nezávislá na energii. Stejně jako se ukázalo, že hmotnost souvisí s energií tělesa, souvisí s celkovou energií tělesa i jeho hybnost. Jednoduchým odvozením lze pro druhou mocninu velikosti hybnosti psát:

$$p^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{m_0^2 c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} + \frac{m_0^2 c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 c^2\left(\frac{v^2}{c^2}-1\right)}{1-\frac{v^2}{c^2}} + m^2 c^2 = -m_0^2 c^2 + \frac{E^2}{c^2}.$$

Odtud je možné pro druhou mocninu celkové energie

tělesa psát: $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$.

Ačkoli se může zdát, že vztah byl odvozen pouze na základě matematických úprav, ve skutečnosti odráží důležité fyzikální skutečnosti. Ty ale svým dalším matematických aparátem přesahují rozsah tohoto textu!

Právě odvozený vztah ukazuje, že ani hybnost tělesa není nezávislá, ale souvisí s celkovou energií tělesa. Je možné ukázat, že hybnost tělesa (resp. její složky) souvisí s energií naprosto analogickými vztahy jako souvisí prostorové souřadnice polohy tělesa s časem na základě Lorentzovy transformace.

Lorentzova transformace byla odvozena původně pro čtveřici veličin (x, y, z, ct). Pomocí stejných transformačních vztahů se transformuje i čtveřice veličin $\left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c}\right)$, kde (p_x, p_y, p_z) jsou jednotlivé složky vektoru relativistické hybnosti.

Jiným slovy to znamená, že ve vztazích pro Lorentzovu transformaci souřadnic a času se místo souřadnice napíše příslušná složka hybnosti (tj. místo *x* se píše p_x, místo *y* se píše p_y a místo *z* se píše p_z) a místo času energie.

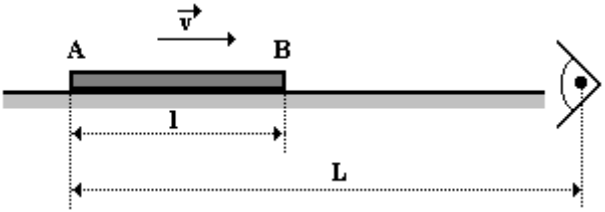
6.4 | ***DODATKY

6.4.1 | Optický vzhled pohybujících se předmětů

Uvažujme předmět klidové délky l_0, který se vůči pozorovateli *P* pohybuje rychlostí o velikosti *v* ve směru délky předmětu. Při běžných velikostech rychlosti, tj. $v \ll c$, naměří pozorovatel *P* délku tohoto předmětu stejnou, jako je délka předmětu měřená vzhledem k soustavě, vůči níž je předmět v klidu. A stejně tak se mu bude předmět jevit v téže délce jako je jeho délka klidová.

V případě, že se bude daný předmět pohybovat rychlostí $\vec{v}$, jejíž velikost je srovnatelná s velikostí rychlosti světla ve vakuu (tj. $v < c$), je třeba situaci rozebrat detailněji.

Předně je nutné si uvědomit, že tyč vidíme proto, že z tyče vycházejí (nebo se od ní odrážejí) světelné paprsky, které potom vnímá naše oko. Můžeme si tedy představit, že z obou koncových bodů tyče vyšleme světelné signály.



Obr. 25

Signál ze vzdálenějšího konce předmětu (konec *A* - viz obr. 25) vyšel v čase t_{Av}, signál z konce *B* vyšel v čase $t_{Bv} = t_{Av} + \Delta t_v$. Pozorovatel *P* přijal signál z konce *A* v čase $t_{Ap} = t_{Av} + \frac{L}{c}$ (*L* je vzdálenost konce *A* od pozorovatele *P* v okamžiku příjmu tohoto signálu), signál z konce *B* pak přijal v čase $t_{Bp} = t_{Bv} + \frac{L - l - v.\Delta t_v}{c} = t_{Av} + \Delta t_v + \frac{L}{c} - \frac{l}{c} - \frac{v}{c}.\Delta t_v$. Oba signály přijal pozorovatel ve stejném čase, tedy $t_{Ap} = t_{Bp}$. Odtud pak dostáváme vztah pro dobu, která uplynula mezi vysláním paprsku z konce *A* a *B*: $\Delta t_v = \frac{l}{c}.\frac{1}{1-\frac{v}{c}}$.

Pro „viděnou“ délku předmětu (tj. tu délku, jaká se bude jevit pozorovateli *P*) pak můžeme psát: $l_{\text{viděná}} = l + v.\Delta t_v = l\left(1+\frac{v}{c}.\frac{1}{1-\frac{v}{c}}\right) = \frac{l}{1-\frac{v}{c}} = \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}} l_0 = l_0\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}$, kde

$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ je (s využitím kontrakce délek) délka tyče naměřená pozorovatelem *P*. Tedy předmět klidové délky l_0, který se pohybuje směrem k pozorovateli, bude tento pozorovatel vidět delší, než klidová délka předmětu, přestože byla do výpočtu započítána kontrakce délek.

Vzhledem k tomu, že $1+\frac{v}{c} > 1-\frac{v}{c}$, je $\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}} > 1$ a tedy i $\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} > 1$. Proto je $l_{\text{viděná}} > l_0$.

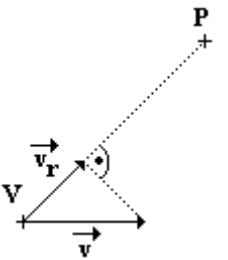
V případě, že se předmět bude pohybovat směrem od pozorovatele (tj. rychlost $\vec{v}$ bude mít opačný směr), bude vidět předmět kratší, neboť $l_{\text{viděná}} = l_0\sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}$.

6.4.2 | Dopplerův jev

Tak jako dochází ke změně frekvence (resp. vlnové délky) u mechanického vlnění (např. u zvuku) díky vzájemnému pohybu zdroje vlnění a přijímače vlnění, analogicky dochází k této změně i pro světlo. Uvažujme tedy vysílač *V* světelného vlnění, který se bude vůči

přijímači P pohybovat rychlostí $\vec{v}$. Vzhledem k tomu, že během odvozování budeme potřebovat také tzv. radiální rychlost vysílače vůči přijímači, zavedeme tento pojem již nyní. Radiální rychlost $\vec{v}_r$ je složka rychlosti $\vec{v}$, která míří ve směru spojnice vysílače a přijímače (viz obr. 26).

Označme ν_V frekvenci světelného vlnění, které vysílá vysílač, a ν_P frekvenci světelného vlnění, které přijímá přijímač. Situaci budeme sledovat z hlediska přijímače P.



Obr. 26

V teorii relativity bývá zvykem značit frekvenci symbolem ν („*ný*“) namísto běžného f. Tato změna značení snad nebude na závadu v pochopení dalšího textu.

Vysílač V vyšle dva signály, které vyšle v časovém odstupu jedné periody světelného vlnění. Přijímač bude tyto dva signály přijímat rovněž v časovém odstupu jedné periody, která bude tentokráte měřena na přijímači.

První signál vyslaný vysílačem v čase t_{1V} přijme

přijímač v čase $t_{1P} = t_{1V} + \frac{l}{c}$, kde *l* je vzdálenost vysílače a přijímače v okamžiku příjmu prvního signálu. Druhý signál vyšle vysílač v čase $t_{2V} = t_{1V} + \Delta t_V$, přijímač jej přijme v čase $t_{2P} = t_{2V} + \frac{l - v_r . \Delta t_V}{c}$. (Zde předpokládáme, že se vysílač během doby Δt_V posune o malou vzdálenost, kterou lze vyjádřit pomocí radiální rychlosti bez přepočtu na směr jeho pohybu.) Pro časový rozdíl mezi přijetím prvního a druhého signálu přijímačem *P* dostáváme: $t_{2P} - t_{1P} = t_{2V} + \frac{l - v_r . \Delta t_V}{c} - t_{1V} - \frac{l}{c}$ a tedy $\Delta t_P = \Delta t_V \left(1 - \frac{v_r}{c}\right)$. Vzhledem k tomu, že Δt_P je doba mezi přijetím prvního a druhého signálu, platí $\Delta t_P = \frac{1}{\nu_P}$.

Dosud provedené odvození lze aplikovat i na klasickou mechaniku (např. na zvukové vlnění) - speciální teorie relativity zatím nebyla použita.

Situaci popisujeme z hlediska přijímače a víme, že vysílač se pohybuje rychlostí, jejíž velikost je srovnatelná s velikostí rychlosti světla ve vakuu. Proto musíme brát v úvahu relativistické vlivy. Z hlediska přijímače *P* uplyne mezi vysláním prvního a druhého signálu vysílačem *V* doba $\Delta \tau_V = \Delta t_V \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, což je převrácená hodnota frekvence vysílače, tj. $\Delta \tau_V = \frac{1}{\nu_V}$.

Srovnáním zatím odvozených vztahů, můžeme tedy psát:

$$\frac{1}{\nu_P} = \Delta f_P = \Delta f_V \left(1 - \frac{v_r}{c}\right) = \Delta \tau_V \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \left(1 - \frac{v_r}{c}\right) = \frac{1}{\nu_V} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \left(1 - \frac{v_r}{c}\right)$$

a tedy dostáváme vztah pro relativistický Dopplerův jev:

$$\nu_P = \nu_V \cdot \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v_r}{c}}.$$

V případě, kdy se bude vysílač přibližovat k přijímači ve směru jejich spojnice, bude platit $v_r = v$

$$\nu_P = \nu_V \cdot \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v}{c}} = \nu_V \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} > \nu_V$$ a dojde tedy k posunu k fialovému konci spektra.

Pokud se bude vysílač vzdalovat od přijímače ve směru jejich spojnice, dostaneme $\nu_P = \nu_V \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} < \nu_V$. Světlo přijaté přijímačem bude posunuto směrem k červenému okraji spektra.

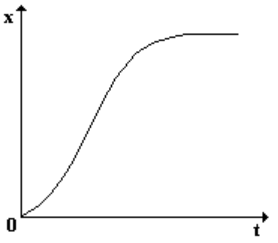
Toto „rychlé odvození“ lze udělat tak, že místo v budeme psát $-v$, protože se vysílač pohybuje na opačnou stranu.

Zajímavý případ nastane, pokud se bude vysílač pohybovat kolmo na spojnici vysílače a přijímače. V tom případě totiž $v_r = 0$ a z odvozeného vztahu pro Dopplerův jev dostaneme: $v_p = v_v\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, což je tzv. **transverzální Dopplerův jev**. Transverzální Dopplerův jev se v klasické mechanice nevyskytuje, neboť je dán pouze dilatací času.

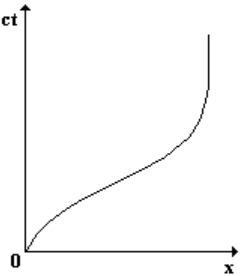
V klasické mechanice by se jednalo o situaci, kdy se např. pohybuje zdroj zvuku ve směru kolmém na spojnici zdroje zvuku a pozorovatele. Dopplerův jev v tomto případě nenastává.

6.4.3 | Prostoročasové diagramy

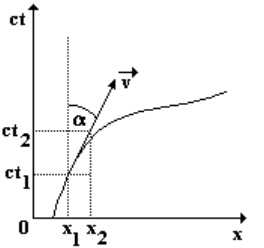
Z klasické fyziky známe grafy, pomocí nichž lze znázornit pohyb hmotného bodu (resp. tělesa). Nejčastěji používaným grafem je graf závislosti polohy *x* na čase *t*, jehož příklad je uveden na obr. 27. V relativitě se používá jiný typ grafu. Uvažujeme-li pohyb tělesa pouze po přímce, pak se na vodorovnou osu nanáší souřadnice *x*, na osu svislou pak nikoliv čas *t*, ale hodnota součinu *ct*. Tak jsou hodnoty na obou osách ve stejných jednotkách. Klasický graf z obr. 27 se v teorii relativity zobrazí tak, jak je ukázáno na obr. 28.



Obr. 27



Obr. 28



Obr. 29

Graf na obr. 28 vznikne z grafu na obr. 27 překlopením podél osy prvního a druhého kvadrantu.

Právě popsaný graf se nazývá **prostoročasový diagram**. Čára, která je grafem příslušného pohybu, se nazývá **světočára**. Tento pojem zavedl do speciální teorie relativity polský matematik Hermann Minkowski (1864 - 1909), který vytvořil geometrický aparát používaný ve speciální teorii relativity. Bod v prostoročasovém diagramu, který popisuje, že se v daném čase a v daném místě prostoru něco stalo, se nazývá **událost**.

Z klasické mechaniky víme, že z grafu závislosti uražené dráhy na čase (obr. 27) lze určit také velikost rychlosti pohybu daného hmotného bodu (resp. tělesa).

Okamžitou rychlost pohybu daného hmotného bodu (resp. tělesa) v daném bodě světočáry získáme první derivací souřadnice podle času. V grafu závislosti souřadnice na čase bude tedy vektor okamžité rychlosti

ležet na tečně k příslušnému grafu v daném bodě. Velikost rychlosti pak je udána směrnicí této tečny; směrnice tečny je dána tangentou úhlu, který svírá tečna s kladnou částí vodorovné osy. V grafech v teorii relativity (vzhledem ke způsobu jejich zakreslování) to bude úhel mezi tečnou a kladnou částí svislé osy.

Zatímco v klasické mechanice velikost rychlosti pohybu nebyla omezená, ve speciální teorii relativity omezená je. Prozkoumejme nyní, jak může světočára objektu vypadat, aby popisovala reálný objekt.

Velikost rychlosti pohybujícího se hmotného bodu (resp. tělesa) je omezená velikostí rychlosti světla ve vakuu. To vyplývá také např. z principu kauzality.

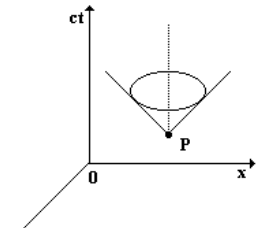
V klasické mechanice toto omezení není zdůrazňováno, protože klasická mechanika nepopisuje objekty, které by se pohybovaly rychlostmi, jejichž velikost by byla srovnatelná s velikostí rychlosti světla ve vakuu. Proto se v klasické mechanice těleso může pohybovat „libovolnou“ rychlostí, byť je jasné, že se nemůže pohybovat příliš velkými rychlostmi. Ale to vyplývá až z nadstavby klasické mechaniky - ze speciální teorie relativity.

Na základě obr. 29 lze pro úhel α (úhel mezi tečnou

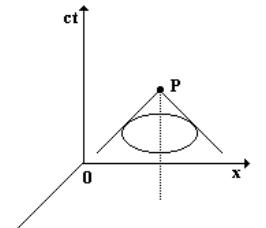
světočáry v daném bodě a rovnoběžkou se svislou osou) psát: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{x_2 - x_1}{ct_2 - ct_1} = \frac{\Delta x}{c.\Delta t} = \frac{v}{c}$. Vzhledem k tomu, že pro velikost rychlosti daného objektu platí omezení $v \leq c$, dostáváme $\operatorname{tg}\alpha \leq 1$ a tedy $\alpha \leq 45°$. Rychlostí o velikosti *c* se může pohybovat pouze světlo (resp. částice foton). Proto grafem závislosti uražené dráhy na čase pro foton bude v prostoročasovém diagramu přímka svírající se směrem osy *ct* úhel přesně $45°$. Prostoročasový digram jakéhokoliv jiného objektu, který se bude pohybovat stálou rychlostí $\vec{v}$, pro jejíž velikost platí $v < c$, bude mít takový tvar, že tečna sestrojená v jeho libovolném bodě bude svírat se svislým směrem úhel $\alpha < 45°$.

Budeme-li uvažovat pohyb fotonu v prostoru, pak všechny události, do nichž lze z daného místa *P* vyslat světelný signál, budou ležet na plášti **světelného kužele** s vrcholovým úhlem $90°$ (viz obr. 30). Tento světelný kužel se nazývá **budoucí světelný kužel**, protože uvnitř a na jeho plášti leží události, které se stanou v budoucnosti události *P*. Událost *P* lze tedy „spojit“ světelným paprskem či jakýmkoliv jiným tělesem, které se pohybuje rychlostí menší než je rychlost světla ve vakuu, s libovolnou událostí, která leží na nebo v budoucím světelném kuželu události *P*.

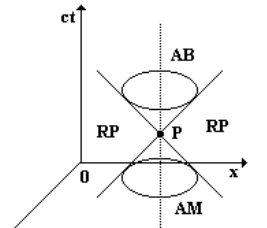
Analogicky lze zavést **minulý světelný kužel** (obr. 31) jako množinu všech událostí, které se staly v minulosti události *P*. Světelný signál nebo jakékoliv těleso se může dostat do bodu *P* pouze z míst, které leží na nebo v minulém světelném kuželu.



Obr. 30



Obr. 31



Obr. 32

Pomocí světelných kuželů (a obr. 32) lze hovořit o:

1. absolutní budoucnosti (*AB*) - tj. o těch událostech, které leží uvnitř a na plášti budoucího světelného kuželu a které se staly (v libovolné inerciální soustavě) po události *P*
2. absolutní minulosti (*AM*) - tj. o těch událostech, které leží uvnitř a na plášti minulého světelného kuželu a které se staly (v libovolné inerciální soustavě) před událostí *P*
3. relativní přítomnosti (*RP*) - tj. o událostech, které leží mimo budoucí světelný kužel i minulý světelný kužel a které mohou v některých inerciálních soustavách nastat zároveň s událostí *P* a v jiných dříve či později

Vzhledem k principu kauzality se nemůže stát, že některá událost nastane z hlediska jednoho inerciálního

systému dříve než událost *P* a z hlediska jiného inerciálního systému později než *P*. Může se stát, že z hlediska jednoho inerciálního systému nastane událost současně s *P* a z hlediska jiného později než *P*. A nebo z hlediska jednoho inerciálního systému nastane daná událost současně s *P* a z hlediska jiného dříve než *P*.

7 | FYZIKA MIKROSVĚTA

7.1 | STRUKTURA MIKROSVĚTA

7.1.1 | Mikrosvět

Okolní svět vnímáme svými smysly, vysvětlujeme svým rozumem, necháváme jej působit na své city a zpětně jej poté ovlivňujeme svoji činností. Je to svět naší každodenní zkušenosti, běžných rozměrů, časových intervalů, rychlostí, energií, výkonů, ...

Všichni si dovedeme běžně představit těleso délky (resp. vzdálenost) od milimetru přes centimetry a metry až po kilometry. Dovedeme si představit časové děje, které trvají od sekund přes minuty a hodiny, až po dny a léta. Běžně se pohybujeme rychlostmi jednotek až stovek (maximálně tisíců - např. v letadle) metrů za

sekundu.

Velmi těžko si ale představujeme rozměry srovnatelné s rozměry molekul nebo atomů na straně jedné nebo s rozměry galaxií na straně druhé. Těžko si představíme časové intervaly v řádech milisekund (záblesky některých vesmírných objektů) nebo několik miliard let (doba existence vesmíru). Nesnadno si též představíme pohyb objektů, které se pohybují rychlostí o velikosti rovné několika desítkám procent velikosti rychlosti světla.

A právě řadou z těchto extrémů se zabývá fyzika mikrosvěta.

Přestože se stále rozsah našich (lidských i technických) možností zvětšuje, stále žijeme a pohybujeme se ve světě, o němž máme poměrně dobré představy. Jedná se o **makrosvět**, pro nějž platí zákony **klasické fyziky**. Schématicky je vztah klasické fyziky (fyziky makrosvěta), fyziky mikrosvěta a teorie relativity zobrazen na obr. 1, na kterém *h* značí Planckovu konstantu a *c* velikost rychlosti světla ve vakuu.



Obr. 1

Vědecké poznání ale proniká stále dále - nejen do

dalekých hlubin vesmíru, ale i hlouběji do mikrosvěta, za hranice pozorovatelné a poznatelné našimi smysly. Jedná se o děje v oblastech s typickými rozměry $\left(10^{-18};10^{-9}\right)\mathrm{m}$, které probíhají v krátkých časových intervalech trvajících např. až jen $10^{-24}\,s$. Kdybychom dokázali sledovat tyto děje, nemohli bychom je stejně popsat na základě našich každodenních zkušeností, na základě klasické fyziky. Setkali bychom se zde totiž s neznámými a překvapujícími jevy, které zdánlivě odporují „zdravému selskému rozumu“.

MIKROSVĚT TEDY NENÍ NÁŠ ZMENŠENÝ SVĚT, ALE JE TO SVĚT ZCELA JINÝ, NEZVYKLÝ A NENÍ MOŽNÉ HO POPSAT NÁZORNÝMI MODELY NAŠEHO MAKROSVĚTA.

Jeho zákonitosti popisuje **kvantová fyzika**, která se zrodila ve dvacátých letech dvacátého století.

Ačkoliv i ve fyzice mikrosvěta se využívá řada analogií, modelů a zjednodušení, je nutné si uvědomit, že fyzikální popis je v řadě případů založen na zákonech a principech, které nemají v makrosvětě analogii (princip nerozlišitelnosti částic, Heisenbergovy relace neurčitosti, …).

Procesy v mikrosvětě jsou ale důležité pro fungování makrosvěta:

1. vznikají v něm biologické struktury a chemické sloučeniny nutné pro život

2. vzniká zde záření, pomocí něhož je možné dokonce pochopit vznik a vývoj vesmíru
3. na základě kvantové fyziky, jaderné fyziky a částicové fyziky můžeme vytvářet nové druhy látek (léky, oleje, ...), konstruovat tranzistory, lasery, jaderné reaktory, ...

Mikrosvět sice není dostupný našim smyslům přímo a je odlišný od našeho makrosvěta, přesto je s ním ale nerozlučně spjat a je nezbytně nutné znát jeho zákonitosti.

7.1.2 | Svět molekul a atomů

Předměty okolního světa nazýváme ve fyzice tělesa a ta jsou vytvořena z látek různého skupenství - pevného skupenství, kapalného skupenství, plynného skupenství a plazmy. Tělesa se nám jeví jako spojitá, nepozorujeme žádnou vnitřní strukturu a lze je dělit na menší a menší části.

Příklady těles: krystal, kovový drát, voda v nádrži, neon v zářivce, plamen svíčky, ...

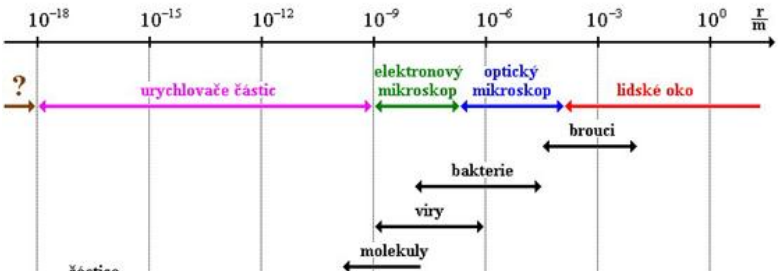
Uvedená čtyři skupenství mimochodem velice dobře odpovídají čtyřem živlům antických myslitelů - země, voda, vzduch a oheň.

Při zmíněném dělení těles dospějeme k jisté technické mezi. Naše oko ještě rozliší tělíska pod zorným úhlem $1'$, tj.

tělísko o velikosti 0,07 mm pozorované z konvenční zrakové vzdálenosti 25 cm. Koncem 16. století byl v Holandsku vynalezen mikroskop, který dnes umožňuje dosáhnout až 2000-násobné zvětšení. Jeho rozlišovací schopnost je silně omezena difrakcí použitého elektromagnetického záření, takže mikroskopem rozeznáme nejmenší předměty o velikosti řádově $\frac{\lambda}{2} \approx 2.10^{-7}\,\mathrm{m}$, kde λ je vlnová délka viditelné části spektra. Mikroskop tedy odhalí svět bakterií, ale svět atomů a molekul zůstává skryt.

Kvantová fyzika zjistila, že i částice (např. elektrony nebo ionty) projevují vlnové vlastnosti. To umožnilo konstrukci elektronového mikroskopu a iontového mikroskopu, v němž je světelný paprsek nahrazen svazkem urychlených částic. Díky tomu tyto mikroskopy dosahují až 100000-násobeného zvětšení. Elektronové mikroskopy umožnily pozorovat viry. Pomocí řádkovacího tunelového mikroskopu se podařilo dosáhnout rozlišení 0,2 nm, pozorovat jednotlivé atomy v krystalech a dokonce jimi i manipulovat. Tak bylo možné ověřit řádovou velikost atomu.

Schématicky je tento stav poznání zobrazen na obr. 2. V horní části obrázku jsou uvedené rozměry, pod nimi přístroj, který je schopen objekty s těmito rozměry dobře rozlišit, a příklady objektů s danými rozměry.



Obr. 2

První zmínky o struktuře hmoty se objevují u řeckých filosofů, kteří svým učením vytvořili nový filosofický směr - **atomismus**: Leukippos z Mílétu, Démokritos z Abdéry a Epikúros ze Samu.

Atomisté vycházeli z předpokladu, že látku není možné dělit do nekonečna a že musí existovat konečné, nepatrné, okem neviditelné, kompaktní, tvrdé a dále nedělitelné částečky - **atomy** (*atomos* = nedělitelný), které se nacházejí v prázdném prostoru. Obě tyto složky jsou věčné a přechod mezi nimi není možný. Veškeré přírodní, psychické a společenské dění spočívá ve spojování, srážení, postrkávání a rozpojování atomů lišících se navzájem tvarem (kulaté, hranaté, udicovité, ...) a hmotností. Vlastnosti látek závisejí na druhu atomů, z nichž jsou složeny, i na jejich uspořádání. Na antický atomismus navázali někteří fyzici a filozofové novověku, ale protože neexistoval žádný experimentální důkaz

existence atomů, šlo o přírodně filozofickou spekulaci.

Na učení atomistů později navázal římský básník Lucretius Cara (asi 97 - 55 př. n. l.), který soustředil nejúplnější výklad starověkého atomismu ve svém díle *De rerum natura* (*O přírodě*).

Téměř 2000 let zůstal Lucretiův epos o stavbě hmoty nepřekonán. Proti atomům jako pevným částicím, které se při svém pohybu nikdy neopotřebují, nenamítal nic ani Isaac Newton. Teprve na přelomu osmnáctého a devatenáctého století byl antický model zpřesněn anglickým fyzikem a chemikem Johnem Daltonem (1766 - 1844) a vzniká tzv. **atomismus chemický**. Dalton zjišťuje, že se chemické prvky neslučují v libovolných množstvích, ale jen v určitých stálých hmotnostních poměrech. To lze vysvětlit tak, že se atomy jednotlivých prvků spojují v molekuly jakožto nejmenší částice chemických sloučenin.

Např. molekula vody H_2O vznikne sloučením dvou atomů vodíku a jednoho atomu kyslíku. Z 51 atomů vodíku a 30 atomů kyslíků vznikne pouze 25 molekul vody. Vždy musí být zachován poměr počtu atomů vodíku a kyslíku 2:1.

MAKROSKOPICKÁ TĚLESA NEJSOU SPOJITÁ, ALE MAJÍ PŘETRŽITOU STRUKTURU. SKLÁDAJÍ SE Z MOLEKUL, JAKO NEJMENŠÍCH ČÁSTIC CHEMICKÝCH SLOUČENIN. MOLEKULY SE SKLÁDAJÍ Z ATOMŮ, JAKO NEJMENŠÍCH ČÁSTIC CHEMICKÝCH PRVKŮ.

Studiem chemických reakcí je možné stanovit

relativní atomové hmotnosti prvků A_r, **relativní molekulové hmotnosti molekul** M_r. Vztahujeme je k **atomové hmotnostní konstantě** (tzv. mass unit) m_u, která je definována jako jedna dvanáctina klidové hmotnosti nuklidu uhlíku $^{12}_{6}C$. Platí: $m_u \doteq 1,661.10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

Klíč do světa atomů a molekul poskytuje Avogadrova konstanta. Na základě ní je možné vypočítat rozměry a hmotnosti atomů a molekul, elektrický náboj iontů, energii uvolňovanou při chemických reakcích mezi jednotlivými atomy a tím i velikost sil, které drží atomy v molekulách. Umožňuje udělat si představu o obrovském počtu částic, z nichž se látka skládá a tím i o měřítcích mikrosvěta.

Pro získání velmi hrubé představy, kolik částic makroskopická tělesa obsahují, několik příkladů:

bude-li se z kapky vody o objemu $1\mathrm{mm}^3$ odpařovat každou sekundu milion molekul, bude se celá kapka odpařovat déle než milion let;

seřadíme-li všechny atomy obsažené v 1 kg železa těsně vedle sebe do řady, bude délka této řady bilion kilometrů;

vlijeme-li jeden litr označených molekul vody do světového oceánu a důkladně zamícháme, nalezneme v každém litru oceánské vody 30 tisíc původních molekul (objem vody v oceánech se odhaduje na $1\,0^{1\mathrm{5}}\,1$);

vypustí-li motýlí sameček 1 mg feromonu ($M_r = 600$) do vzduchu o objemu $1 km^3$, najde samička v každém litru vzduchu milion molekul této látky;

...

7.1.3 | Nitro atomu

Ve druhé polovině devatenáctého století probíhalo intenzivní studium elektrických a magnetických jevů, neboť podstata elektrického proudu nebyla zatím známa. V roce 1859 objevil německý fyzik Julius Plücker (1801 - 1868) katodové paprsky, které vznikají ve výbojové trubici za silně sníženého tlaku. Pokusy bylo zjištěno, že tyto paprsky vyletují z katody, ionizují plyny, vyvolávají světélkování a zahřívání látky, roztáčejí malý lehký mlýnek, pronikají tenkým hliníkovým plíškem a odchylují se v elektrickém a magnetickém poli jako záporně nabité částice. Při dopadu na anodu vyvolávají rentgenové záření, jak zjistil v roce 1895 německý fyzik Wilhelm Conrad Rentgen (1845 - 1923), nositel první Nobelovy ceny za fyziku z roku 1901.

Na základě těchto a podobných pokusů vyslovil v roce 1897 ve své přednášce v *Royal Institutu* anglický fyzik Joseph John Thomson (1856 - 1940, nositel Nobelovy ceny za rok 1906) hypotézu o **elektronu**. Prokázal, že katodové paprsky jsou proudem rychle letících záporně nabitých částic - elektronů („atomů elektřiny“). Tyto elektrony se musí uvolňovat z atomů tvořících katodu.

Později byly zjištěny další zdroje elektronů - uvolňují se ze záporně nabité zinkové destičky při dopadu světla (tzv. fotoefekt), z rozžhaveného kovového drátku, při radioaktivním rozpadu, ...

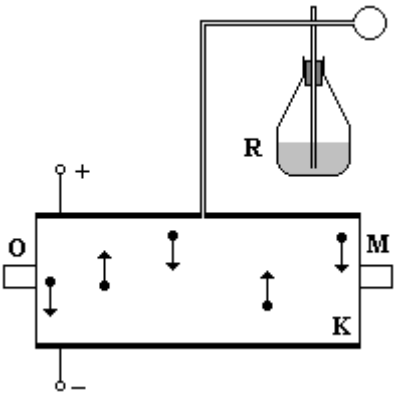
Na základě odchylování elektronů v elektrickém a magnetickém poli určil J. J. Thomson měrný náboj elektronu, tj. poměr elektrického náboje elektronu a jeho hmotnosti $\frac{q_e}{m_e}$. První elementární částice, kterou Thomson objevil, má tedy náboj $q_e = -e = -1,602.10^{-19}\,\mathrm{C}$ a hmotnost $m_e = 9,110.10^{-31}\,\mathrm{kg}$.

Podobným tématem se zabýval také americký fyzik Robert Andrews Millikan (1868 - 1953, Nobelova cena za rok 1923) v roce 1910 (tzv. Millikanův pokus).

7.1.3.1 | Millikanův pokus

Millikanův pokus na určení měrného náboje elektronu (poměr elektrického náboje elektronu a jeho hmotnosti) byl prováděn s aparaturou znázorněnou na obr. 3, která byla udržována na stálé teplotě. Kapičky ricinového oleje (vstříknuté do kondenzátoru pomocí rozprašovače *R*) nesoucí elektrický náboj se vznášely ve zředěném vzduchu mezi vodorovnými deskami kondenzátoru (*K*). V případě, že nebyl kondenzátor nabit, padaly kapičky pod vlivem tíhové síly směrem dolů, v případě, že byl nabit podle

zapojení na obr. 3, stoupaly vzhůru pod vlivem elektrostatické síly. Vlivem existence odporu vzduchu se rychlost kapiček vždy ustálila. K dodatečné změně náboje kapiček využíval Millikan ionizačních účinků rentgenového záření. Kapičky bylo možné pozorovat díky osvětlení *O* a mikroskopu *M*.



Obr. 3

Při těchto pokusech Millikan změřil náboje kapiček a zjistil, že náboj je vždy malým celočíselným násobkem záporně vzatého elementárního náboje. Vysvětlit to lze tak, že na kapičce vždy ulpí několik málo elektronů. Tím bylo ukázáno, že elektrický náboj je **kvantován** (tj. je možné ho měnit nespojitě).

KVANTOVÁNÍ ELEKTRICKÉHO NÁBOJE ZNAMENÁ, ŽE MŮŽE NABÝVAT POUZE HODNOT, KTERÉ JSOU VYJÁDŘENY CELOČÍSELNÝMI NÁSOBKY

ELEMENTÁRNÍHO NÁBOJE.

V praxi se můžete setkat s podobným kvantováním také. Budete-li mít v peněžence pouze samé desetikoruny, nemůžete si koupit v automatu (který mince nevrací) kávu za 12,- Kč. Obsah vaší peněženky je kvantován - je vyjádřen celočíselným násobkem 10,- Kč.

Millikanův experiment umožňuje měřit náboj elektronu a ze znalosti měrného náboje $\frac{q_e}{m_e}$ je možné pak vypočítat i jeho hmotnost.

7.1.3.2 | První modely atomů

Poznatek o tom, že elektrony vyletují z atomů, vyvrátil odvěkou představu o nedělitelnosti atomů a nastolil otázku jejich struktury. Předpokládejme, že atom obsahuje *Z* elektronů. Zároveň je atom jako celek elektricky neutrální, proto se v něm musí vzájemně vyrovnávat záporný náboj elektronů *-Ze* a kladný náboj *Ze*. Otázkou ovšem zůstává, jak jsou kladné a záporné náboje v atomu uspořádány. J. J. Thomson předpokládal, že kladný náboj je rozložen rovnoměrně v celém objemu atomu a záporně nabité elektrony jsou v něm rozmístěny náhodně jako rozinky v oblíbeném anglickém pudinku. Tak vznikl **Thomsonův model atomu (pudinkový model atomu)**. Náhodné rozmístění záporně nabitých elektronů v kladné hmotě atomu přitom takové, aby atom držel pohromadě a byl

stabilní. Pozorování nasvědčovalo totiž tomu, že atom je útvar stabilní.

Aby ne! Z atomů jsou složena všechna tělesa (včetně lidí). A o jejich stabilitě nikdo nepochybuje!

Thomsonův model atomu byl tedy v souladu s pozorováním: atom by podle něho byl stabilní a elektricky neutrální.

7.1.3.3 | Objev atomového jádra

Skutečnou strukturu atomu však odhalily až pokusy anglického fyzika Ernesta Rutherforda (1871 - 1937, Nobelova cena za chemii za rok 1908), německého fyzika Hanse Geigera (též Johanese Geigera) (1882 - 1945) a E. Marsdena v roce 1911. V té době již byly známy radioaktivní látky, které uvolňují záření α a záření β. Rutherford ověřil, že záření α představují rychle letící kladně nabité částice. Jedná se o atomy helia zbavené elektronů, mají elektrický náboj $2e$ a hmotnost 7293krát větší než elektron.

Radioaktivní záření bylo v té době již prozkoumáno natolik, aby mohl Rutherford jeho vlastností využívat při svých experimentech. Experimenty, které umožnily určit základní vlastnosti radioaktivního záření, provedli francouzský fyziky A. H. Becquerel a Marie Curie Sklodowska se svým manželem Pierrem Curie.

Rutherfordovi podařilo nalézt způsob, jak tyto částice počítat pomocí záblesků, které vyvolávají při dopadu na stínítko pokryté sulfidem zinečnatým. Částice α poté využil Rutherford jako střely, kterými zkoumal atom. Nechal tyto částice pronikat zlatou fólií, kterou je možné vytepat na tenkou (jednoatomovou) tloušťku. Poté registroval částice na pohyblivém stínítku a studoval jejich rozptyl. Jako pohyblivé stínítko byl použit mikroskop, jehož objektiv byl tvořen destičkou s nanesenou vrstvou sulfidu zinečnatého.

Na obr. 4 je zobrazen experiment schématicky, na obr. 5 je pak jeho detailnější podoba.

Aparaturu experimentu (viz obr. 5) tvořil silný kovový válcový hrnec *B*, který obsahoval zdroj částic *R*, rozptylující fólii *F* a stínítko *S* ze sulfidu zinečnatého připevněné k mikroskopu *M*. Úzký svazek alfa částic z radonového zdroje *R* byl vymezen clonou *D* tak, aby dopadal kolmo na fólii *F*. Hrnec byl připevněn ke kruhové základové desce *A* se stupnicí, kterou se mohlo otáčet ve vzduchotěsném spoji *C*. Mikroskop a stínítko se otáčely s hrncem, zatímco rozptylující fólie a zdroj se nepohybovaly. Hrnec byl uzavřen skleněnou deskou *P* a mohl být vyčerpán trubicí *T*.

Otáčením desky *A* mohly být alfa částice rozptylované do různých směrů pozorovány na stínítku ze

sulfidu zinečnatého. Pozorování se konala v intervalu úhlů rozptylu od $5°$ do $150°$ na stříbrné a zlaté fólii. Byly provedeny dvě sady měření, první v rozmezí úhlů od $15°$ do $150°$ a druhá od $5°$ do $30°$.

Je-li kladný náboj rozprostřen v celém atomu rovnoměrně, jak předpokládá Thomsonův model atomu, pak částice α prolétávající středem atomu se nebudou odchylovat vůbec od původního směru a částice prolétávající dále od středu se budou odchylovat jen mírně (maximálně o úhel $1°-2°$). Elektrony v atomech zlata, které mají ve srovnání s α částicemi výrazně menší hmotnost, totiž nemohou trajektorii těžkých α částic (jádro hélia) znatelně ovlivnit.

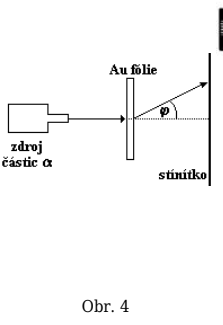
Narazí-li těžká α částice do elektronu, který má výrazně menší hmotnost, pak částice α elektron „odhodí“, ale její trajektorie se příliš nezmění.

Analogickou situaci známe z praxe, když rychle jedoucí automobil narazí do dopravního kuželu (kterým je např. zakázán vjezd na část vozovky): rychlost a trajektorie automobilu se viditelně nezmění, zatímco kužel je odhozen několik metrů daleko.

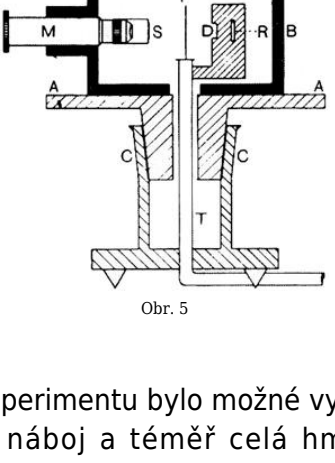
Experiment však ukázal něco zcela nečekaného. Odchylky byly podstatně větší, některé částice se dokonce vychýlily o úhel blízký $180°$, tj. odrážely se zpět.

Názorně tuto situaci zobrazuje graf na obr. 6. Veličina $N(\varphi)$ popisuje počet částic, které se vychýlily z původního

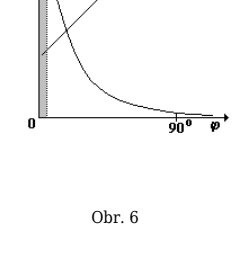
směru o úhel φ. Teoreticky očekávaná odchylka $1° - 2°$ odpovídá největšímu počtu částic, ale jsou částice, které se vychylují pod úhlem větším než $90°$.



Obr. 4



Obr. 5



Obr. 6

Výsledek experimentu bylo možné vysvětlit pouze tak, že celý kladný náboj a téměř celá hmota atomu jsou soustředěny v nesmírně malé centrální oblasti - v atomovém jádře. Rutherford odvodil vzorec pro rozptyl částic α na jádře a určil odtud jeho rozměr řádově na $10^{-15} - 10^{-14}\,\mathrm{m}$ zatímco rozměr celého atomu je řádově $10^{-10}\,\mathrm{m}$. Znamená to tedy, že atom je v podstatě prázdný prostor, v němž se pohybuje několik (desítek) elektronů (v tzv. elektronovém obalu) a v jeho středu je nepatrné, ale velmi těžké jádro.

Představíme-li si atomové jádro jako kuličku o poloměru 1 centimetr (větší kulička hroznového vína, menší hopík, ...), pak celý atom bude mít poloměr 10^5 krát

větší, tj. $10^5\ \mathrm{cm} = 1\mathrm{km}$. A v tomhle prostoru se bude kolem atomového jádra pohybovat nejvýše 100 elektronů, jejichž poloměr bude cca 1000krát menší než poloměr atomového jádra. Ve zvoleném měřítku to budou sotva viditelná zrnka prachu!

To znamená, že atomy (a tedy i objekty z nich složené - věci, zvířata, lidé, ...) jsou velmi prázdné!

ATOM SE SKLÁDÁ Z MALÉHO KLADNĚ NABITÉHO JÁDRA, V NĚMŽ JE SOUSTŘEDĚNA TÉMĚŘ CELÁ HMOTNOST ATOMU A Z ELEKTRONOVÉHO OBALU. KLADNÝ NÁBOJ JÁDRA Ze A ZÁPORNÝ NÁBOJ OBALU $-Ze$ SE VZÁJEMNĚ VYROVNÁVAJÍ; ATOM JE TEDY ELEKTRICKY NEUTRÁLNÍ.

Detailnější a přesnější popis tohoto experimentu lze provést pomocí tzv. Binetova vzorce, pomocí nějž lze odvodit i tzv. Rutherfordův vztah pro rozptyl.

Rutherfordova metoda sondování mikroobjektů pomocí rychle letících částic je od té doby ve fyzice částic používána univerzálně. Nejen na složení určitých objektů, ale i na jejich vlastnosti jaderní fyzikové usuzují na základě interakcí vybraného objektu s jinými objekty.

Typicky takový výzkum probíhá tak, že se zkoumaný objekt použije jako terč, do kterého narážejí rychle letící částice. Po srážce vzniknou jiné částice a na základě

jejich velikosti rychlosti, energie, náboje, ... lze usuzovat na průběh srážky a vlastnosti zkoumaného objektu. Ve většině případů se zkoumaný objekt tímto způsobem zničí.

Přitom s rostoucí energii nalétávajících částic jsme schopné o zkoumaném objektu říci více informací.

Tato metoda zkoumání má svou analogii i v makrosvětě. Pokud budeme chtít zjistit, z čeho je složen mobilní telefon, tak ho zkusíme otevřít (např. šroubovákem). Energie vynaložená na šroubování ale nebude jistě dostatečná (telefony bývají „zalisované“). Tak zkusíme pustit mobil ze stolu na podlahu. Možná se z něj kousek odštípne. Když ho na podlahu hodíme, odlétne možná i kryt mobilu (víme už něco víc). Když ho hodíme z pátého patra budovy, uvidíme ve šrotu, který z mobilu zbude, i tištěné spoje, kondenzátory, ... Ovšem telefon v tomto stavu už nebude pravděpodobně fungovat.

Zjistili jsme tedy z čeho je mobil složen, můžeme proto říci něco o principech jeho fungování, o tom jak byl vyroben, ..., ale mobil už nefunguje.

Na základě svého objevu dospěl Rutherford k modelu atomu, který si představoval podobně jako Sluneční soustavu. Roli Slunce zde hrálo jádro, kolem něhož obíhaly elektrony podobně tak, jako obíhají planety kolem Slunce. Tomuto modelu se říká **Rutherfordův model atomu** (též

planetární model atomu). Elektron se v něm pohybuje po kruhových trajektoriích pod vlivem dostředivé síly, která je zde realizována elektrostatickou silou působící mezi záporně nabitým elektronem a kladně nabitým jádrem atomu.

Matematický popis je analogický s popisem, který později prováděl Niels Henrik David Bohr (1885 - 1962). Rozdíl je pouze v tom, že v případě Bohrova modelu atomu se elektrony nacházejí pouze na určitých trajektoriích, zatímco v případě Rutherfordova modelu se mohou nacházet na kružnici s libovolným poloměrem (v libovolné vzdálenosti od jádra).

Elektrony se ovšem pohybují po zakřivených trajektoriích, a proto se pohybují se zrychlením.

I kdyby velikost rychlosti jejich pohybu byla konstantní, mění se směr rychlosti - elektron má tedy nenulové dostředivé zrychlení (obecně normálové zrychlení).

Při takovém typu pohybu nabitá částice vyzařuje elektromagnetické záření, které vzniká na úkor energie dané částice. Proto energie elektronu způsobí zmenšení velikosti jeho rychlosti a tedy přiblížení k jádru atomu (vlivem elektrostatické síly). Během řádově $10^{-16}\,s$ tak

elektron spadne na jádro a zanikne. To ale znamená, že takový atom by byl značně nestabilní. Rutherfordův model tedy nedopovídá skutečnosti, protože atomy (a objekty z nich složené) jsou útvary stabilní.

Lepším modelem je Bohrův model atomu.

7.1.4 | Složení jádra

Molekuly a atomy jsou elektricky neutrální, tj. jejich celkový elektrický náboj je nulový. Atom daného prvku obsahuje Z elektronů, přičemž číslo Z zároveň určuje pořadí prvku v Mendělejevově periodické soustavě prvků. To ale znamená (má-li atom zůstat elektricky neutrální), že náboj jádra tohoto prvku musí být roven Ze, aby se vyrovnal záporný náboj elektronů.

Počátkem 20. století bylo v souvislosti s objevem radioaktivity zjištěno, že mohou existovat atomy téhož prvku s týmž počtem elektronů Z, které se ale liší svojí hmotností. Jejich jádra mají tedy stejný náboj, ale různou hmotnost. Je proto dobré rozlišovat chemický prvek a nuklid.

CHEMICKÝ PRVEK JE TVOŘEN ATOMY S TÝMŽ NÁBOJEM JÁDRA Ze BEZ OHLEDU NA HMOTNOST JÁDRA.

NUKLID JE TVOŘEN ATOMY POUZE JEDNOHO DRUHU S JÁDRY O VZÁJEMNĚ STEJNÉM NÁBOJI A NAVZÁJEM STEJNÉ HMOTNOSTI.

Nuklid je tedy charakterizován nejen číslem Z, ale

také svojí hmotností.

Dva různé nuklidy téhož prvku není možné žádnými **chemickými** metodami odlišit, je možné je odlišit pouze **fyzikálně**; mají tedy shodné chemické vlastnosti, ale různé vlastnosti fyzikální. To se projeví např. při průletu daného nuklidu (částice) urychlovačem - trajektorie, po níž se částice pohybuje, závisí na velikosti rychlosti částice, na její hmotnosti, ... tedy na fyzikálních vlastnostech. Nuklidy téhož prvku najdeme na stejném místě periodické soustavy prvků a říká se jim **izotopy** (*izo = stejný*, *topos = místo*). Prvky, které se vyskytují v přírodě, jsou zpravidla směsí více izotopů a to (až na výjimky) ve stálých poměrech.

Podobně je možné hovořit o **izobarech** - nuklidech, které mají stejnou hmotnost, ale liší se číslem *Z*. Mají tedy stejné fyzikální vlastnosti, ale různé vlastnosti chemické. V periodické soustavě prvků patří na různé (ale vzájemně si blízké) pozice.

7.1.4.1 | Objev neutronu

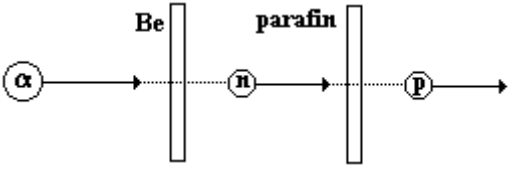
Vysvětlení izotopie prvků je možné provést na základě hypotézy, že atomové jádro je tvořeno jednak kladně nabitými částicemi o hmotnosti jádra nejlehčího nuklidu vodíku, kterým říkáme **protony**, jednak přibližně stejně těžkými elektricky neutrálními částicemi, kterým se říká **neutrony**. Oba druhy částic mají společné označení

nukleon.

NUKLEON JE SOUHRNNÉ OZNAČENÍ PRO ČÁSTICE NACHÁZEJÍCÍ SE V JÁDŘE ATOMU (TJ. PROTONY A NEUTRONY).

Existenci neutronu tušil Rutherford již počátkem dvacátých let 20. století, i když neutron byl objeven až v roce 1932 na základě pokusů, které prováděl anglický jaderný fyzik James Chadwick (1891 - 1974, Nobelova cena za rok 1935). Pomocí α částic ozařoval beryllium a zjistil, že při následné reakci vzniká záření, které se neodchyluje od původního směru ani v elektrickém poli ani v magnetickém poli. Navíc velice snadno reaguje s parafinem (uhlovodík nasycený vodíkem). Z parafinu poté vylétávají protony s energií, kterou před vytržením protonu z parafinu nesla částice o zhruba stejné hmotnosti. Tak byl objeven neutron (obr. 7).

Příslušná jaderná reakce je tato: ${}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{9}_{4}\mathrm{Be} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$.



Obr. 7

7.1.4.2 | Čísla popisující atomové jádro

Atomové jádro je tedy tvořeno protony a neutrony. Počet protonů udává **protonové číslo** (atomové číslo) *Z* ($Z \geq 1$), počet neutronů v jádře pak **neutronové číslo** *N* ($N \geq 0$). Jejich součet je **nukleonové číslo** (hmotnostní číslo) *A*, pro které platí $A = Z + N$.

Atomové jádro je tedy charakterizováno:

1. hmotností - experimenty ukázaly, že hmotnost jádra vyjádřená v jednotkách atomové hmotnostní konstanty m_u se málo liší od celých čísel; proto bylo zavedeno hmotnostní číslo *A*, které udává hmotnost jádra vyjádřenou pomocí této atomové hmotnostní konstanty. U přírodních prvků se ale jedná o hmotnost směsi různých izotopů, a proto se může číslo *A* od celých čísel lišit.
2. nábojem - který objevil při svých pokusech Rutherford a který je celočíselným násobkem náboje elektronu, přičemž tento násobek udává polohu prvku, jehož jádro zkoumáme, v Mendělejevově periodické soustavě prvků

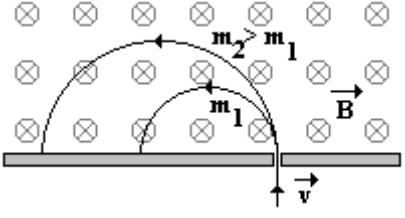
Složení jádra je pak možné vyjádřit pomocí symbolu ${}^{A}_{Z}X$, kde *X* je značka daného chemického prvku. Značka je zde ale v podstatě nadbytečná, neboť daný prvek je plně charakterizován protonovým číslem *Z*. Daný symbol může označovat jeden nuklid, 1 mol nuklidu, jeden atom nuklidu,

jádro, ... podle kontextu. Může také vyjadřovat atomární iont (tj. atom zbavený nebo obohacený o jeden či více elektronů) - např. ${}^{A}_{Z}X^{2-}$, ... Analogicky lze také uvažovat atom či jádro v excitovaném (vybuzeném) stavu s větší vnitřní energií, což značíme ${}^{A}_{Z}X^{*}$.

Hmotnost elektronu je ve srovnání s hmotností nukleonů velmi malá. Platí: $m_e = 5,49.10^{-4} m_u = 9,11.10^{-31}\,\mathrm{kg}$, $m_p = 1,0073 m_u = 1,673.10^{-27}\,\mathrm{kg}$, $m_n = 1,0087 m_u = 1,675.10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

7.1.4.3 | Praktické využití

Experimentální určování relativní hmotnosti přírodních prvků se provádí chemickými metodami na základě hmotnostních poměrů při jejich slučování. K určování hmotnosti jednotlivých nuklidů se používají **hmotnostní spektrometry**. Ionty nuklidů vstupují stejnou rychlostí do magnetického pole a pohybují se v rovině kolmé ke směru magnetické indukce po kruhových trajektoriích. Magnetické pole zakřivuje jejich trajektorie tím více, čím menší je hmotnost iontu.



Obr. 8

Magnetická síla $\overrightarrow{F_m}$ působící na pohybující se nuklidy zakřivuje jejich trajektorii; magnetická síla je tedy silou dostředivou $\overrightarrow{F_d}$. To znamená, že $\overrightarrow{F_m} = \overrightarrow{F_d}$ a tedy $qvB = \frac{mv^2}{r}$. Po určení náboje *q* daného nuklidu, velikosti magnetické indukce *B* daného magnetického pole, poloměru *r* křivosti trajektorie, po níž se nuklid pohybuje, a velikosti jeho rychlosti *v*, lze pro hmotnost *m* nuklidu psát: $m = \frac{qBr}{v}$. Tak lze od sebe oddělit jednotlivé druhy iontů, které po dopadu na fotografickou desku vytvoří stopy v různých místech. Tak dostaneme hmotnostní spektrum směsi izotopů.

Pomocí hmotnostního spektrometru je možné oddělovat od sebe jednotlivé izotopy, ale pouze v nepatrném množství. V současné době potřebujeme získávat různé izotopy ve velkém množství pro využití v průmyslu - těžká voda, $^{235}_{92}U$, ... K tomu se pak používá celá řada metod založených např. na difúzi plynných sloučenin (lehčí molekuly jsou pohyblivější a snáze pronikají malými otvory), odstřeďování, opakované destilaci, elektrolýze, ...

7.1.4.4 | ***Kvarková teorie

Atomy jsou tedy tvořeny třemi druhy částic - elektrony,

protony a neutrony. Vyvstává ale otázka, zda jsou tyto částice skutečně elementární, tj. dále nedělitelné. Co se týče elektronu, u něj se nepodařilo zatím odhalit žádnou vnitřní strukturu a proto je za elementární částici považován. Proton a neutron spolu s dalšími hadrony a leptony jsou složené z jednodušších částic - z **kvarků**.

Přímý experimentální důkaz této domněnky se podařilo získat americkým fyzikům ve Stanfordu v Kalifornii. Pomocí velkého urychlovače získali svazek elektronů o vysoké energii a ostřelovali jimi protony a neutrony podobně jako kdysi Rutherford ostřeloval atomy zlata částicemi α. Tak bylo již v padesátých letech 20. století zjištěno rozložení elektrického náboje uvnitř nukleonů. V letech 1967 - 1969 američtí fyzikové Jerome Isaac Friedman (narozen 1930) a Henry Way Kendall (1926 - 1999) a kanadský fyzik Richard Edward Taylor (narozen 1929) prokázali, že protony a neutrony se při srážkách s elektrony chovají jakou soubor menších volných částic, které Richard Philips Feynman (1918 - 1988) později ztotožnil s hypotetickými kvarky. Pomocí kvarkové teorie se podařilo předpovědět a objevit celou řadu nových dříve neznámých částic. Pánové Friedman, Kendall a Taylor získali za svůj objev v roce 1990 Nobelovu cenu za fyziku.

Zatímco nukleony se už z jádra uvolnit podařilo, kvarky se z nukleonů dosud uvolnit nepodařilo; teorie navíc naznačuje, že ani nemohou samostatně existovat.

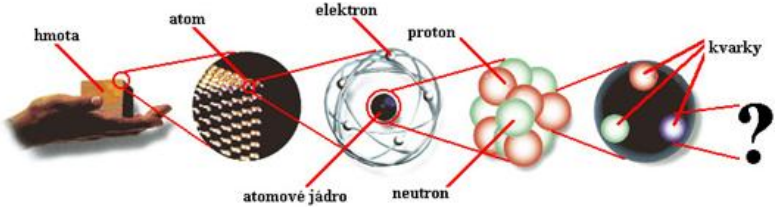
Experimenty, které by měli „zviditelnit“ kvarky

a definitivně potvrdit kvartovou hypotézu, jsou součástí urychlovače LHC pracujícího v CERNu.

Dostali jsme se tak do hlubin mikrosvěta, na úroveň elektronů a kvarků o rozměrech $\left\langle 10^{-17};10^{-16}\right\rangle \mathrm{m}$. Moderní fyzika se ale nezastavuje ani zde a uvažuje, zda i tyto částice nemají nějakou strukturu. Otázkou také je, zda je možné v tak malých měřítkách používat geometrické představy našeho makrosvěta.

7.1.5 | Vazebná energie a energie reakce

Doposud jsme zjistili, že molekuly se skládají z atomů, atomy z jader a elektronů, jádra z protonů a neutronů a protony a neutrony z kvarků (viz schématicky obr. 9). Přitom jsme běžně používali výraz „skládá se“ tak, jak jej známe (a chápeme) z běžného života. Tento pojem je třeba ale ve fyzice přesně definovat.



Obr. 9

V praxi používáme běžně obraty „dům je složen z cihel“, „třída je složena ze žáků“, „věta je složena ze slov“, … Ale i zde je třeba dávat pozor na přesné vymezení daného pojmu: je rozdíl mezi volně ležící cihlou na zemi a cihlou ve zdi domu, žák jako jednotlivec se chová jinak než ve třídě, slovo nabývá svého konkrétního významu až v příslušné větě, …

Z praxe rovněž víme, že např. dům je možno postavit z cihel a opět rozebrat, ale musíme dodat jistou energii resp. vykonat určitou práci.

Jádro a elektrony jsou vázány přitažlivými elektrickými silami, nukleony jsou v jádře vázány jadernými silami. U každého systému pak můžeme hovořit o tzv. vazebné energii E_v:

VAZEBNÁ ENERGIE E_v DANÉ SOUSTAVY JE ROVNA PRÁCI, KTEROU JE NUTNÉ VYKONAT K ROZLOŽENÍ SOUSTAVY NA JEJÍ JEDNOTLIVÉ ČÁSTI.

Jistou vazebnou energii má dům složený z cihel, ale i jádro složené z nukleonů, …

Podle Einsteinova vztahu $\Delta E = mc^2$ však každé změně energie ΔE odpovídá změna hmotnosti Δm, přičemž *c* je velikost rychlosti světla ve vakuu. Dodáváme-li tedy soustavě energii, zvětšujeme zároveň i její hmotnost a naopak. Mohou nastat dva případy:

1. $E_v > 0$ - soustava je stabilní a k tomu, abychom jí rozložili na jednotlivé části

(„stavební kameny“) je nutno vykonat kladnou práci, tj. dodat energii. Po rozložení soustavy je součet klidových hmotností všech částí větší než původní klidová hmotnost soustavy. V případě, že chceme soustavu z částí opět složit v jeden celek, klesne její klidová hmotnost a uvolní se při tom energie.

Dům, molekula, atom, ...

2. $E_v < 0$ - soustava je nestabilní, při jejím rozpadu na části se energie uvolňuje. Součet klidových hmotností jednotlivých částí je menší než původní klidová hmotnost soustavy. Pokusíme-li se soustavu z těchto částí složit dohromady, musíme vykonat kladnou práci, tj. dodat energii.

Radioaktivní nuklidy, ...

V atomové a jaderné fyzice se udává energie většinou v *elektronvoltech*. Jedná se o vedlejší jednotku soustavy SI pro energii. Energii 1 eV získá částice s elementárním nábojem *e* urychlená napětím $1\,\mathrm{V}$, tedy $1\,\mathrm{eV} = 1{,}602.10^{-19}\,\mathrm{J}$.

Atomoví a jaderní fyzikové velmi často používají jednotky elektronvolty a jejich násobky i k vyjádření hmotnosti částic. Z fyzikálního pohledu je to velmi nestandardní a chybné, nicméně pro snazší orientaci v problematice je to jistě přehlednější (odpadají nepřesnosti a zdlouhavé čtení resp. zapisování hmotností

částic pomocí mocnin deseti, ...). Ve skutečnosti vlastně mluví o klidové hmotnosti dané částice.

Klidová hmotnost např. elektronu je $m_e \doteq 9{,}1.10^{-31}\,\mathrm{kg}$. S využitím Einsteinova vztahu mezi hmotností a energií lze psát:

$$E_0 = m_e c^2 \doteq 9{,}1.10^{-31}.\left(3.10^8\right)^2\ \mathrm{J} = 81{,}9.10^{-15}\ \mathrm{J} \doteq 0{,}511.10^6\ \mathrm{eV} \doteq 0{,}5\ \mathrm{MeV}\ .$$

Pokud tedy jaderný fyzik řekne: „Hmotnost elektronu je 0,5 MeV!“ má tím na mysli, že „Klidová energie elektronu je 0,5 MeV!“

Úbytek klidové hmotnosti soustavy odpovídající vazebné energii se nazývá **hmotnostní úbytek** (hmotnostní schodek, hmotnostní deficit) *B*. Je-li soustava tvořena částicemi o klidových hmotnostech $m_1, m_2, \ldots, m_n$ a má-li jako celek klidovou hmotnost *m*, pak platí: $E_0 = Bc^2$, kde $B = \sum_{i=1}^{n} m_i - m$.

Celková klidová hmotnost soustavy je tedy podle speciální teorie relativity rovna součtu klidových hmotností částí soustavy zmenšenému o hmotnostní úbytek. Uvolněná energie odpovídající hmotnostnímu úbytku se mění na kinetickou energii rozlétávajících se částí a na energii elektromagnetického pole.

Hmotnostní úbytek při chemických reakcích je

neměřitelně malý. Vazebná energie atomů v molekulách jsou řádově jednotky elektronvoltů, čemuž odpovídá hmotnostní úbytek $B = \frac{1,6.10^{-19}}{9.10^{16}}\ \mathrm{kg} \doteq 1,8.10^{-36}\ \mathrm{kg}$.

Např. při spálení jednoho kilogramu uhlíku se uvolní energie asi $3,2.10^{7}\ \mathrm{J}$ odpovídající hmotnostnímu úbytku $3,6.10^{-10}\ \mathrm{kg}$, což je vážením nezjistitelné.

Energetickou bilanci reakce (chemické reakce nebo jaderné reakce) charakterizuje **energie reakce** E_r.

ENERGIE REAKCE E_r JE ENERGIE, KTEROU Z DANÉ REAKCE ZÍSKÁME, ZMENŠENÁ O ENERGII, KTEROU BYLO NUTNÉ DO REAKCE DODAT, ABY REAKCE VŮBEC PROBĚHLA.

Nastávají tyto případy:

1. $E_r > 0$ - energie se při reakci uvolňuje a jedná se o **exoenergetickou reakci**
2. $E_r < 0$ - energie se při reakci spotřebovává a jde o **endoenergetickou reakci**

Probíhá-li reakce opačným směrem, mění energie reakce znaménko.

Vstupuje-li do reakce *n* částic s klidovými hmotnostmi $m_1, m_2, \ldots, m_n$ a z reakce vystupuje *p* částic s klidovými hmotnostmi $m'_1, m'_2, \ldots, m'_p$, lze energii reakce psát ve tvaru:

$$E_{\mathrm{T}} = \left(\sum_{i=1}^{n} m_{\mathrm{i}} - \sum_{i=1}^{p} m_{\mathrm{i}}' \right) c^2 .$$

Vazebná energie nukleonů v jádře je na rozdíl od vazebné energie atomů v molekulách řádově 10^6 krát větší a udává se tedy v megaelektronech.

Atomové hmotností konstantě m_{u} pak odpovídá energie $m_{\mathrm{u}}c^2 = 931{,}50\,\mathrm{MeV}$. Vazebné energie připadající v jádře na jeden nukleon se pohybují v intervalu $\langle 7; 9 \rangle\,\mathrm{MeV}$ a představují tak zhruba jedno procento klidové energie nukleonů. Proto je možné uvolnění jaderné energie již poměrně dobře měřit pomocí hmotnostního úbytku.

Hmotností úbytek zde není na rozdíl od chemických reakcí zanedbatelný.

7.2 | KVANTOVÁ FYZIKA

7.2.1 | Kvantová hypotéza

7.2.1.1 | Záření absolutně černého tělesa

Struktura látky (tvořená částicemi) není statická -

uvnitř molekul, atomů a jejich jader probíhá neustálý pohyb. Částice, z nichž je látka vytvořena, na sebe působí vzájemnými silami, které vysvětlujeme tak, že částice kolem sebe vytvářejí silová pole a jich prostřednictvím působí na ostatní částice.

Toto působení přes „prostředníka“ si lze představit např. na pavoukovi, do jehož pavučiny se chytila moucha. Pavouk pomocí „brnkání“ na vlákna pavučiny působí na mouchu a obaluje ji pavučinou, aby jí mohl usmrtit. Působí na ní tedy přes prostředníka: síť.

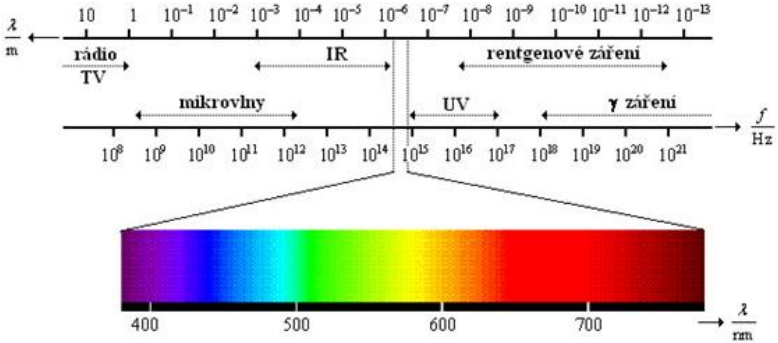
Fyzikální pole je kromě látky další formou hmoty, s níž se v přírodě setkáváme (gravitační pole, elektrické pole, magnetické pole, elektromagnetické pole). Zvlášť důležité je pole elektromagnetické, které se může prostorem šířit v podobě elektromagnetických vln. Vlny s krátkými vlnovými délkami se šíří přímočaře, v podobě paprsků, a proto o nich hovoříme jako o **záření**. Ve vakuu se všechny druhy elektromagnetického vlnění šíří rychlostí o velikosti c, která je s vlnovou délkou λ elektromagnetické vlny a její frekvencí f svázána vztahem

$$\lambda = \frac{c}{f}.$$

Na vlnění s krátkými vlnovými délkami lze nahlížet tak, že se šíří přímočaře proto, že na běžných předmětech, s nimiž vlnění interaguje, nedochází k ohybu vlnění.

Podle vlnových délek rozlišujeme spektrum elektromagnetického vlnění; lidské oko vnímá jen omezený interval z tohoto spektra, kterému se říká viditelné světlo a které má vlnové délky z intervalu $(390; 790)\,\mathrm{nm}$.

Spektrum elektromagnetického záření tvoří radiové záření, mikrovlnné záření, infračervené záření, světelné záření, ultrafialové záření, rentgenové záření a záření γ (viz obr. 10).



Obr. 10

Elektromagnetické záření vydávají všechna tělesa. Chladná vyzařují okem neviditelné infračervené záření, zahřátá tělesa (asi nad $500\,^{\circ}\mathrm{C}$) pak záření viditelné. Při dopadu záření na těleso může toto těleso záření:

1. pohltit (absorbovat)
2. odrazit

Důležitým případem je **záření rovnovážné** (**záření absolutně černého tělesa**). Toto záření vzniká

v uzavřené dutině, jejíž stěny jsou ohřáty. Po určitém čase nastane v dutině rovnováha mezi vyzařováním a pohlcováním záření stěnami, přičemž se záření může od stěn mnohonásobně odrážet. Nahlížíme-li do dutiny malým otvorem, je možné pozorovat celé spektrum elektromagnetického záření, přičemž tento otvor se nemusí jevit černým.

Absolutně černým tělesem je i Slunce, jehož rovnovážné záření odpovídá teplotě řádově 5500 °C. Slunce je možné považovat za absolutně černé těleso proto, že jeho objem, v němž záření vzniká, je obrovský v porovnání s povrchem, kterým se záření dostává ven. Povrch Slunce tedy představuje jakýsi „otvor do dutiny“.

Rovnovážné záření zahřátých těles bylo intenzívně zkoumáno ve druhé polovině 19. století. Bylo zjištěno, že spektrum záření takového tělesa závisí pouze na teplotě tělesa, nikoliv např. na chemickém složení stěn tělesa. Spektrum tohoto záření je spojité, těleso vyzařuje na všech vlnových délkách. Maximální energie je vyzařována na určité vlnové délce, která se zmenšuje úměrně s rostoucí termodynamickou teplotou (tuto skutečnost popisuje Wienův posunovací zákon), celková intenzita vyzařovaného záření roste úměrně čtvrté mocnině termodynamické teploty (Stefan-Boltzmanův zákon). Roste-li teplota tělesa, intenzita záření velmi rychle vzrůstá a jeho spektrum se posouvá k vyšším frekvencím.

7.2.1.2 | ***Vztahy popisující vyzařování absolutně černého tělesa

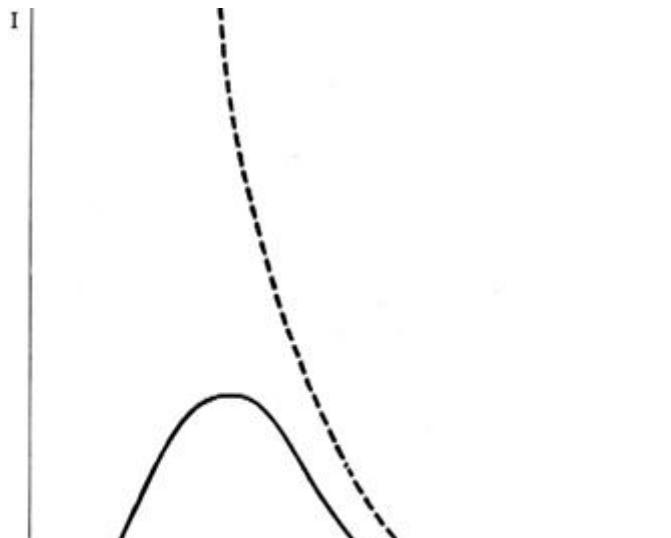
Právě uvedené zákonitosti byly v 19. stolení experimentálně potvrzeny. Přesto se nedařilo vysvětlit celý průběh spektra rovnovážného záření, nedařilo se odvodit vzorec závislosti spektrální hustoty intenzity vyzařování *H* na frekvenci elektromagnetického záření (resp. na vlnové délce elektromagnetického záření), který by vyjadřoval závislost energie rovnovážného záření na frekvenci (resp. vlnové délce) při dané termodynamické teplotě. Bylo navrženo několik teorií vysvětlení, ale všechny vždy vysvětlovaly pouze určitou část spektra:

1. angličtí fyzikové Rayleigh a Jeans odvodili na základě experimentů vztah $H = \frac{2ckT}{c^4} f^4$, který (jak se ukázalo) dobře popisoval elektromagnetické záření malých frekvencí. Pro vyšší frekvence na základě tohoto vztahu vycházely nesmyslné výsledky (viz obr. 11). Proto se v této souvislosti začalo mluvit o tzv. ultrafialové katastrofě, neboť vztah selhával právě pro ultrafialovou část spektra.
2. Wien odvodil z experimentů vztah $H = \frac{2h}{c^2} f^3 . e^{-\frac{hf}{kT}}$, který ovšem zase naopak dával dobré výsledky pro elektromagnetické záření

velkých frekvencí a nevystihoval dobře elektromagnetické záření malých frekvencí.

3. Planck intuitivně odvodil vztah $H = \frac{2\pi h}{c^3\left(e^{\frac{hf}{kT}}-1\right)} f^5$, který už popisoval dobře celé spektrum elektromagnetického záření. Teorii, kterou Planck rozpracoval a z níž tento vztah poté odvodil přesnými výpočty, nebylo možné vysvětlit klasicky. V této souvislosti se začalo mluvit o krizi klasické fyziky.

Ve vztazích je *c* velikost rychlosti světla ve vakuu, *f* frekvence elektromagnetického záření, *T* termodynamická teplota absolutně černého tělesa, které elektromagnetické záření vyzařuje, *k* Boltzmannova konstanta a *h* Planckova konstanta.



Obr. 11

7.2.1.3 | Planckova kvantová hypotéza

Hledaný vzorec závislosti spektrální hustoty intenzity vyzařování *H* na frekvenci elektromagnetického záření, který by odpovídal celému spektru vyzařovanému absolutně černým tělesem, odvodil (resp. intuitivně

„uhádl“) až německý fyzik Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858 - 1947; Nobelova cena v roce 1918). O svém úspěchu podal zprávu 14. 12. 1900 a tento den je pokládán za den vzniku kvantové fyziky.

Matematický popis kvantové fyziky se ale zrodil až ve dvacátých letech dvacátého století zásluhou rakouského fyzika Ervina Schrödingera.

Planck se ve své teorii musel vzdát předpokladu spojitého šíření elektromagnetického záření. Záření emitované a pohlcované jednotlivými atomy zahřátého tělesa se tedy nešíří spojitě, ale v tzv. **kvantech**. Energie takového kvanta záření je úměrná jeho frekvenci, přičemž konstantou úměrnosti je tzv. Planckova konstanta $h = 6{,}626.10^{-34}\ J.s$. Pro energii jednoho kvanta tedy platí: $E = hf$.

I v běžném životě se setkáváme s nespojitými veličinami. Např. pokud má nějaký člověk v peněžence pouze stokorunové bankovky, nemůže (aniž by musel peníze vyměňovat) zaplatit zboží v hodnotě 250,- Kč. Tok financí tohoto člověka je nespojitý - je vyjádřen pouze celočíselnými násobky sta korun.

V některých publikacích se frekvence záření značí symbolem ν („ný“) a energie jednoho kvanta záření pak je dána vztahem $E = h\nu$.

Kvantum elektromagnetického záření je nejmenší „kousek“ záření. Záření je tedy vyzařováno po těchto dávkách (kousíčcích) energie.

Později bylo pro kvantum záření zavedeno označení foton.

Kvantová hypotéza říká, že energie elektromagnetického záření nemůže být libovolně malá, neboť je kvantována a její kvantum závisí na frekvenci záření. Z klasické fyziky neplyne žádný důvod pro takové tvrzení a sám Planck je zpočátku považoval jen za vhodný matematický požadavek při odvozování svého vzorce, aniž by mu přikládal hlubší fyzikální význam.

Význam Planckovy kvantové hypotézy vynikl o několik let později, když se pomocí ní podařilo vysvětlit fotoelektrický jev. A to nebyl zdaleka poslední závěr učiněný na základě kvantové hypotézy.

Planckova kvantová hypotéza byla v průběhu dvacátého století úspěšně několikrát experimentálně prokázána. Přesto slovo „hypotéza“ v názvu této teorie zůstalo.

7.2.2 | Fotoelektrický jev

Při zkoumání vzájemného působení záření a látky byl v 19. století objeven **fotoelektrický jev** (**fotoefekt**). Bylo zjištěno, že dopadající záření uvolňuje z povrchu některých látek elektrony, které pak mohou přenášet elektrický proud v obvodu.

7.2.2.1 | Fyzikální podstata

Upevníme-li k elektroskopu zinkovou destičku očištěnou smirkovým papírem a nabijeme-li ji záporným nábojem, bude se po osvětlení elektrickým obloukem nebo ultrafialovým zářením vybíjet. Ozáříme-li nenabitou destičku, nabíjí se kladně. Tyto pokusy je možné vysvětlit tak, že dopadající záření uvolňuje z povrchu destičky elektrony.

Z hlediska způsobu vzniku elektronů vlivem dopadajícího elektromagnetického záření se rozlišuje:

1. vnější fotoefekt - elektrony jsou uvolňovány z povrchu materiálu (např. z povrchu katody)
2. vnitřní fotoefekt - elektrony jsou uvolňovány uvnitř materiálu

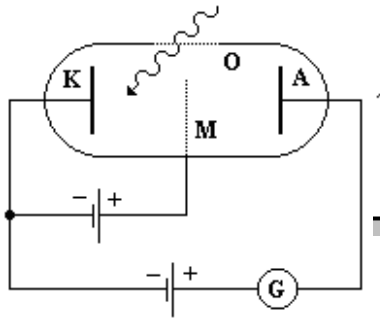
Např. polovodiče, v nichž jsou tímto způsobem uvolňovány elektrony zejména z přechodu PN.

Z fyzikálního hlediska se podíváme podrobněji na vnější fotoefekt. Ten je možné zkoumat pomocí speciální

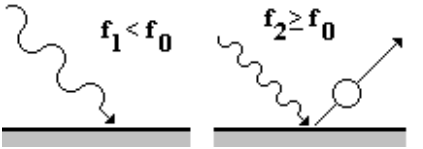
fotonky (viz obr. 12) Záření dopadá okénkem *O* (které je propustné i pro UV část spektra) na fotokatodu *K* a uvolňuje z ní elektrony. Ty putují k anodě *A* a vzniklý proud v obvodu lze měřit galvanometrem *G*. Na mřížku *M* je možné přivést záporné napětí, které brzdí vylétávající elektrony a propouští jen elektrony o určité energii, kterou lze tímto způsobem měřit.

Často se elektronům uvolněným z katody při fotoelektrickém jevu říká **fotoelektrony**. Jedná se běžné elektrony - název pouze napovídá, že vznikly při absorpci fotonu.

Na základě představ klasické fyziky se zdálo, že s rostoucí intenzitou dopadajícího záření (tj. energie dopadající za jednotku času na jednotku plochy) se budou elektrony uvolňovat snadněji z povrchu kovu a budou mít i vyšší energii. Experimenty ale prokázaly, že **na intenzitě záření závisí jen množství uvolněných elektronů**, ale nikoliv energie jednotlivých elektronů. Ta je určena pouze frekvencí použitého záření. Tento poznatek nebylo možné vysvětlit klasickou fyzikou.



Obr. 12



Obr. 13

Bylo zjištěno, že pro každý kov existuje jistá **mezní frekvence** f_0 (a jí odpovídají **mezní vlnová délka** λ_0) taková, že elektrony se uvolňují pouze při frekvenci f_0 a frekvencích vyšších (resp. při vlnové délce λ_0 a vlnových délkách nižších). Na frekvenci použitého elektromagnetického záření závisí také energie vylétávajících elektronů.

Např. elektrony z cesia se budou uvolňovat již při osvětlení viditelným světlem ($\lambda_0 = 642\ \mathrm{nm}$), zatímco ze stříbra až při ozáření UV záření ($\lambda_0 = 264\ \mathrm{nm}$).

Je-li frekvence záření dopadajícího na povrch katody vyšší než mezní frekvence pro daný materiál, bude proud protékající obvodem přímo úměrný intenzitě záření dopadající na povrch katody.

Závislost pozorovaného jevu na frekvenci záření nebylo možné vysvětlit klasicky. Bylo třeba vzít v úvahu Planckovu kvantovou hypotézu. Zákony fotoefektu se podařilo vysvětlit v roce 1905 německému fyzikovi Albertu Einsteinovi (1879 - 1955, Nobelova cena v roce 1921). Vyšel ze zmíněné Planckovy kvantové hypotézy a z představy, že elektromagnetická vlna o frekvenci f a vlnové délce λ se chová jako soubor částic (světelných kvant), z nichž každá má svou energii a hybnost. Jsou to ale částice zvláštní - stále se pohybují rychlostí světla a nelze je zastavit, zpomalit ani urychlit. Podle teorie relativity musí mít nulovou klidovou hmotnost. Jejich relativistická hmotnost je pak dána výrazem $m = \frac{E}{c^2}$ a velikost jejich hybnosti lze definovat vztahem $p = mc = \frac{E}{c}$. Tyto částice byly americkým fyzikem a chemikem G. N. Lewisem v roce 1926 nazvány **fotony**.

Pro kvanta záření (fotony) platí $E = hf$ a tedy $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$. Při fotoefektu předá každé kvantum záření svou energii vždy jen jednomu elektronu. Ta se z části spotřebuje na uvolnění elektronu z kovu (vykonáním tzv. **výstupní práce** W_v) a z části se přemění na kinetickou energii E_k uvolněného elektronu (viz obr. 13). **Einsteinova rovnice** pro fotoefekt (vyjadřující zákon zachování energie) má pak tvar: $hf = W_v + E_k$.

Je-li kinetická energie uvolněného elektronu velká, pohybuje se elektron velkou rychlostí a je nutné vzít v úvahu závěry vyplývající z teorie relativity (relativistickou energii, ...). Velikost rychlosti, od níž bude nutné fotoefekt počítat relativisticky, závisí na požadované přesnosti výpočtu.

Dopadá-li na povrch kovu elektromagnetické záření s mezní frekvencí (resp. mezní vlnovou délkou), jeho energie stačí pouze na překonání vazebných sil poutajících elektron do daného materiálu tj. na vykonání výstupní práce. Kinetická energie uvolněného elektronu je pak tedy nulová. Pro mezní frekvenci (resp. vlnovou délku) elektromagnetického záření tedy platí: $f_0 = \frac{W_v}{h}$ (resp. $\lambda_0 = \frac{hc}{W_v}$).

Kvantum záření o frekvenci $f < f_0$ nemá dostatek energie na vykonání výstupní práce elektronu z kovu a nemůže jej tedy uvolnit. Je-li $f \geq f_0$, jsou elektrony okamžitě z kovu uvolňovány a jejich počet závisí na počtu kvant, která jsou k dispozici, tj. na intenzitě záření. Tím se vysvětluje růst proudu s růstem intenzity záření.

Vždy ale platí, že jeden foton (jedno kvantum záření) je schopen vyrazit jeden elektron. Ne více!

Einsteinova rovnice také umožňuje experimentálně změřit Planckovu konstantu. Budeme-li měřit závislost

kinetické energie vyletujících elektronů na frekvenci záření dopadajícího na katodu, dostaneme lineární funkci, z jejíž směrnice lze určit konstantu *h*. Tato měření prováděl R. A. Millikan v roce 1916.

7.2.2.2 | Praktické využití fotoefektu

V praxi se potom používá dvou variant fotoefektu:

1. vnější fotoefekt - ve **fotodiodě** dopadající záření uvolňuje elektrony z fotokatody pokryté vrstvou alkalického kovu (cesium, …);
2. vnitřní fotoefekt - elektrony jsou uvolňovány uvnitř polovodičového krystalu (selen, sulfid kademnatý, …), a tak se zvyšuje jeho vodivost. Této vlastnosti se využívá např. v elektronkách typu vidikon.

V obou uvedených případech začíná po dopadu záření na fotokatodu obvodem protékat elektrický proud. V hradlových **fotočláncích** dopadá záření na rozhraní polovodičů typu N a P a vyvolává přímo elektromotorické napětí. Energii dopadajícího záření je tak možné transformovat na energii elektrickou.

Fotoefekt (hlavně vnitřní) má dnes velké technické využití. Na jeho základě jsou konstruovány fotometry a expozimetry, zařízení automatické ochrany, ovládání mechanismů a počítání výrobků, využívá se v televizních kamerách (zejména CCD panely), v kopírkách, fotočlánky

se užívají ve slunečních bateriích na palubě umělých družic a ve sluneční energetice. Ve vojenství na principu fotoefektu pracuje dalekohled pro noční vidění, při zpracování naměřených dat z experimentů v částicové fyzice se využívá fotonásobič, ...

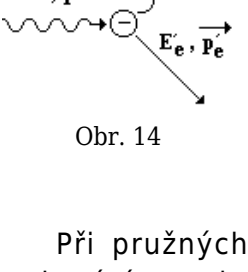
7.2.3 | Foton

Albert Einstein začal považovat jako první kvanta elektromagnetického záření za skutečné částice. Přímý a přesvědčivý důkaz této částicové povahy fotonů (kvant elektromagnetického záření) podal až v roce 1922 americký fyzik Arthur Holly Compton (1892 - 1962, Nobelova cena v roce 1927), který experimentoval s tvrdým rentgenovým zářením o vlnové délce 0,07 nm, jehož kvanta mají vysokou energii: $E = hf = 17{,}8\ \mathrm{keV}$. Rovnoběžný svazek tohoto záření nechal dopadat na uhlíkovou destičku a měřil frekvenci záření rozptýleného pod různými úhly. Kvanta záření se přitom chovala jako malé pružné kuličky, které se srážely s elektrony v uhlíkové destičce. Protože energie kvant elektromagnetického záření vysoko převyšovala vazebnou energii elektronů v uhlíku, bylo možné považovat elektrony za volné nehybné částice (viz obr. 14).

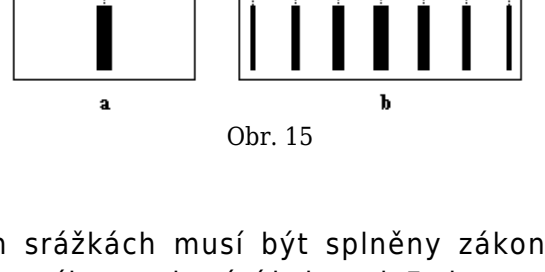
Jinými slovy ve výpočtu není nutné brát v úvahu vazebnou energii elektronu, kterou je nutné překonat. Její hodnota je totiž řádově mnohem menší než je energie

použitého elektromagnetického záření.

Analogie pro snadnější pochopení: Mějme rybářský vlasec, který má nosnost jeden kilogram. Tento vlasec přivažme za nárazník automobilu a druhý jeho konec do skobičky ve zdi tak, že vlasec je mezi autem a zdí velmi volný. Když se auto začne rozjíždět, řidič v autě nezaznamená přetržení vlasce - síla (resp. práce) nutná na jeho přetržení je výrazně menší, než je síla (práce) vyvinutá motorem auta. (Kdybychom připevnili mezi auto a zeď silný řetěz, řidič si napnutí řetězu při rozjíždění automobilu jistě všimne ...)



Obr. 14



Obr. 15

Při pružných srážkách musí být splněny zákon zachování energie a zákon zachování hybnosti. Frekvence záření rozptýleného pod určitým úhlem pak splňuje rovnici: $hf = hf' + E'_e$, kde f je frekvence záření původního svazku, f' frekvence záření rozptýleného a E'_e kinetická energie elektronu po srážce (viz obr. 14). Podle této rovnice je tedy

$f' < f$ a $\lambda' > \lambda$. Tento rozptyl záření na volných elektronech byl nazván **Comptonův jev**.

Na světlo a ostatní druhy elektromagnetického záření lze tedy pohlížet jako na proud částic - proud fotonů. Jedná se o nový druh částic s nulovou klidovou hmotností, které v sobě spojují chování vln i částic, neustále se pohybují rychlostí světla a jejich energie je dána vztahem $E = hf$ a hybnost vztahem $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$.

S fotony se člověk setkával již odpradávna, neboť vnímal světlo. Fyzikálně se je podařilo objevit až ve 20. století. Jejich objev souvisí s historií výzkumu podstaty světla. Od 17. do 19. století byly vypracovány dvě teorie vysvětlující vlastnosti světla:

1. Newtonova (korpuskulární) teorie - chápe světlo jako proud částic
2. Huygensova (vlnová) teorie - světlo chápe jako vlnění světového éteru

Některé jevy (odraz, lom) bylo možné vysvětlit z hlediska obou teorií. Z hlediska Newtonovy teorie se jednalo o částice, které se prostě při dopadu na rozhranní dvou prostředí odráží nebo jím procházejí (jsou natolik malé, že projdou). Analogicky bylo možné pomocí Newtonovy teorie vysvětlit disperzi světla: bílé světlo je složeno z částic („kuliček“) různých druhů (barev), které vnímáme spolu dohromady jako barvu bílou. Při disperzi se pak částice jednotlivých barev od sebe oddělí proto, že

mají nepatrně jiné vlastnosti (např. hmotnost).

V 19. století však došlo k zásadnímu zvratu a byla všeobecně přijata teorie vlnová. Young a Fresnel prováděli pokusy s difrakcí světla (ohybem světla). Ohyb nastává na malých překážkách či otvorech (srovnatelných s vlnovou délkou světla), na hraně, vlasu, tenkém drátku, jedné či více štěrbinách, na mřížce. Ve všech těchto případech procházející světelné vlny vzájemně interferují, v některých směrech se vzájemně zesilují, v jiných se zase zeslabují a vytvářejí tak na stínítku charakteristický ohybový obrazec (viz obr. 15b). Tyto experimenty není možné vysvětlit z hlediska korpuskulární teorie - ta dává výsledný obrazec s maximální intenzitou přímo naproti otvoru (viz obr. 15a) bez typického opakování světlých a tmavých míst (resp. barevného spektra).

J. C. Maxwell později dokázal, že světelné vlnění není vlněním éteru, jak se do té doby soudilo, ale že se jedná o zvláštní případ vlnění elektromagnetického. Na základě toho vypracoval celou teorii elektromagnetického pole, která velice dobře souhlasila s již zjištěnými (a ověřenými) fakty a zákony (Ohmův zákon, Kirchhoffovy zákny, ...). Zároveň umožnila rozvoj poznatků „novým“ směrem.

Na druhé straně Planckova kvantová hypotéza vysvětlující spektrum rovnovážného záření, Einsteinova teorie fotoefektu a Comptonův jev nás přesvědčují o tom, že světlo má částicový (korpuskulární) charakter. Tím ale vzniká rozpor neřešitelný v rámci klasické makroskopické fyziky: Je-li světlo proud částic (fotonů), jak je možné

vysvětlit jeho difrakci na dvou štěrbinách? Částice přece může projít jen jednou štěrbinou a přítomnost druhé štěrbiny nemůže mít na průběh experimentu žádný vliv. A přesto, jestliže zakryjeme jednu štěrbinu, difrakční obrazec se změní.

Bylo by možné si představit, že vlnění nastává, pohybuje-li se současně velké množství fotonů, podobně jako vznikají vlny v plynech nebo kapalinách. Proto byly prováděny pokusy s velmi slabým zářením a dlouhými expozičními dobami, kdy do difrakčního systému vstupoval jeden foton po druhém. Každý takový foton vyvolal samozřejmě zčernání jen jednoho bodu fotografické desky v místě, kam náhodně dopadl. Po delší době však zčernalé body začaly opět vytvářet difrakční obrazec jako v případě vlny dopadající současně na obě štěrbiny. Na některá místa fotografické desky dopadlo fotonů méně, na některé více a pravděpodobnost dopadu se řídila přesně chováním vlny při difrakci na dvou štěrbinách.

Proto je nutné připustit, že foton se chová jako částice a zároveň jako vlna. Interferenčními metodami je možné měřit jeho frekvenci a vlnovou délku, pozorujeme-li jeho ohyb na překážkách a štěrbinách. Popisujeme tedy chování fotonu jako vlnu. Na druhé straně při fotoefektu a Comptonově jevu se chová foton jako částice - sráží se s elektrony a předává jim část své energie analogicky jako

jedna kulečníková koule předává energii jiné kouli při vzájemné srážce. Při dopadu na fotografickou desku vyvolá každý foton zčernání v určitém místě jako důsledek chemické reakce. Chová se tedy jako částice.

Uvedený rozpor se nazývá **korpuskulárně vlnový dualismus** (**částicově vlnový dualismus**). Mnoho fyziků již vedlo spory o tom, jak si představit částici, která se chová jako vlna, a vlnu, která se chová jako částice. Je to ale nesprávně položená otázka. Z naší běžné makroskopické zkušenosti jsme zvyklí buď na pohyb částic, těles (letící kulka, jedoucí automobil, pohybující se planeta, ...) a nebo na pohyb vlny (zvukové vlnění, vlna na vodní hladině, ...). Částice má v klasické fyzice v každém okamžiku určitou polohu na své trajektorii a určitou rychlost, kterou se pohybuje, vlna má zase vlnovou délku a frekvenci a zasahuje současně do celého prostoru.

Foton je objekt mikrosvěta a pohybuje se prostě jinak, než jak jsme zvyklí si představovat. Není možné prostě určit jeho trajektorii a stanovit místo jeho dopadu např. na fotografické desce. Je možné stanovit pouze **pravděpodobnost**, s níž dopadne do daného místa. Podle druhu experimentu, který s fotonem provádíme, může foton projevit buď svou částicovou nebo vlnovou povahu, i když se samozřejmě jedná o tentýž objekt.

Při experimentování s elektromagnetickým zářením různých vlnových délek lze zjistit tento poznatek:

SE ZKRACOVÁNÍM VLNOVÉ DÉLKY SE PROJEVUJÍ ČÁSTICOVÉ VLASTNOSTI FOTONU

7.2.4 | Vlnové vlastnosti částic

7.2.4.1 | De Broglieho hypotéza

Comptonův jev podal experimentální důkaz bylo, že foton (kvantum elektromagnetického záření), který byl považován za čistě vlnový jev, se chová zároveň také jako částice. Tím se vymyká z rámce běžných představ klasické makroskopické fyziky. V roce 1924 přišel francouzský fyzik Louis de Broglie (1892 - 1987, Nobelova cena v roce 1929) s velmi odvážnou myšlenkou, která se později ukázala být geniální: Jestliže se kvantum elektromagnetického záření chová jako částice, proč by se ostatní objekty mikrosvěta, které byly dosud považovány za částice v klasickém slova smyslu (elektron, neutron, proton, atomy, molekuly, ale i tělesa z nich vytvořená), nemohly chovat zároveň jako vlna?

L. de Broglie navrhl každé volně se pohybující částici, která má energii E a hybnost $\vec{p}$, přiřadit frekvenci a vlnovou délku analogickými vztahy, které platí pro fotony. To jsou sice částice s nulovou klidovou hmotností, ale podle de Broglieho hypotézy by měly platit i pro částice s nenulovou klidovou hmotností. Podle de Broglieho lze

psát: $E = hf = mc^2$ a $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} = mv$ Potom je možné psát: $f = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$, $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$, kde *v* je velikost rychlosti pohybu částice a *m* je její klidová hmotnost.

V případě, že se částice pohybuje rychlostí o velikosti blízké velikosti rychlosti světla ve vakuu, označuje *m* relativistickou hmotnost částice.

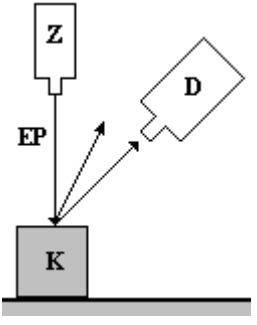
Určitá energie a hybnost charakterizují stav rovnoměrně přímočaře se pohybující částice, určitá frekvence a vlnová délka zase postupnou rovinou vlnu. Oba tyto pohyby, které de Broglie spojil právě uvedenými vztahy, jsou ale pouze ideální. Žádná částice ani vlna se nemůže pohybovat v nekonečném prostoru po nekonečnou dobu.

De Brogliho myšlenka byla dost fantastická a neopírala se o žádné experimenty. Nebylo také jasné, co má být vlastně podstatou de Broglieových vln, „co se vlastně vlní“ a jak jsou vlna a částice vzájemně spojeny. Většina fyziků proto nebrala jeho myšlenku vážně, pouze někteří (např. A. Einstein) si uvědomili její dosah a hloubku. Aby mohla být experimentálně potvrzena, bylo třeba ověřit, zda např. elektrony projevují takové vlastnosti jako je difrakce nebo interference.

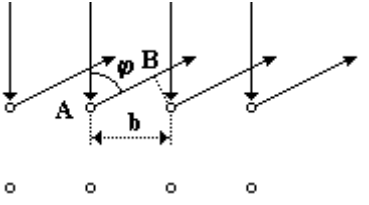
První experimenty, které de Brogliho myšlenku potvrdily, provedli američtí experimentální fyzikové Clinton

Joseph Davisson (1881 - 1958, Nobelova cena v roce 1937) s Lester Halbert Germer v USA a nezávisle na nich anglický fyzik George Paget Thomson (1872 - 1975, Nobelova cena v roce 1937, syn J. J. Thomsona) v Anglii v roce 1927.

V Davissonově - Germanově experimentu, který je schématicky znázorněn na obr. 16, dopadal svazek elektronů (elektronový paprsek *EP*) ze zdroje *Z* urychlený napětím několika desítek voltů na monokrystal niklu *K* a rozptýlené elektrony byly registrovány v závislosti na úhlu rozptylu φ detektorem *D*. Přitom byla pozorována interferenční maxima podobně jako při difrakci rentgenových elektromagnetických vln. Je-li *b* vzdálenost atomů v krystalu (mřížková konstanta), můžeme podmínku pro tato maxima psát ve tvaru: $|AB| = b \sin\varphi = k\lambda$, kde $k \in \mathbb{N}$ (viz obr. 17).



Obr. 16



Obr. 17

Urychlovací napětí U dodá elektronu s nábojem e kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2} m_e v^2 = eU$ a elektron se tedy bude pohybovat rychlostí o velikosti $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$. Odpovídající vlnová délka de Broglieho vlny pak je $\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}$.

Uvedený vztah platí pro nerelativistické částice. Pohybuje-li se částice rychlostí, jejíž velikost je srovnatelná s velikostí rychlosti světla ve vakuu, je nutno použít vztah mezi energií a hybností vyplývající z teorie relativity a klidovou hmotnost částice nahradit její relativistickou hmotností.

Vlnová délka se při napětích v řádech desítek voltů pohybuje v řádu $10^{-10}\,\mathrm{m}$, což je délka srovnatelná s mřížkovou konstantou a vyhovující podmínce pro vznik interferenčního maxima. Davissonovy - Germanovy experimenty prokázaly, že se elektrony skutečně chovají jako vlny a umožnily určit jejich vlnovou délku (de Broglieho vlnová délka). Vzhledem k hodnotě vlnové délky elektronu bylo nutné použít jako „mřížku“ krystal, neboť začátkem 20. století nebylo možné vyrobit mřížku s takovou mřížkovou konstantou, která by byla srovnatelná s vlnovou délkou elektronu.

Tím byl dualismus částice - vlna (korpuskulárně vlnový

dualismus) prokázán i pro částice. Proto je nutné si uvědomit, že pod pojmem *částice* se v mikrosvětě rozumí objekt, který vykazuje jak částicové vlastnosti, tak vlnové vlastnosti.

7.2.4.2 | Vlnová funkce

Přestože byla de Broglieova hypotéza experimentálně ověřena a potvrzena, otázka podstaty de Broglieových vln se nevyřešila. Ukázalo se, že částice projevují vlnové vlastnosti nejen při rovnoměrném přímočarém pohybu, ale při jakémkoliv pohybu v prostorově a časově vymezených oblastech. Pak již nelze pohyb částice chápat jako šíření postupné rovinné vlny s určitou frekvencí a vlnovou délkou, ale je nutné ho popsat matematicky mnohem složitější **vlnovou funkcí** $\psi(x, y, z, t)$. Výpočtem této funkce se zabývá kvantová fyzika, důležité pak je správně interpretovat fyzikální význam vlnové funkce a způsob, jakým popisuje pohyb částic.

Vlnová funkce je většinou komplexní funkce čtyř reálných proměnných x, y, z a t.

Problematikou vlnové funkce a kvantovou mechanikou vůbec se zabýval německý fyzik Max Born (1882 - 1970, Nobelova cena v roce 1954). Ten ukázal, že sama vlnová funkce nemá fyzikální význam, ale fyzikální význam má

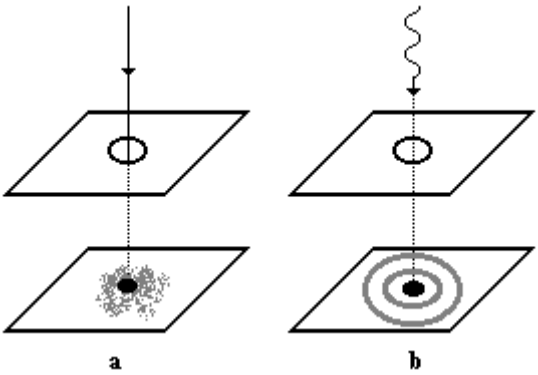
čtverec její absolutní hodnoty. Ten umožňuje vypočítat pravděpodobnost toho, že se částice nachází v daném okamžiku na daném místě v prostoru. Chceme-li vypočítat pravděpodobnost Δw výskytu částice uvnitř nějakého malého objemového elementu ΔV v okolí bodu o souřadnicích $[x, y, z]$ v okamžiku *t*, určíme ji podle vztahu $\Delta w = |\psi(x, y, z, t)|^2 \Delta V$. Funkce $|\psi(x, y, z, t)|^2$ tedy představuje **hustotu pravděpodobnosti** výskytu částice.

Pohyb částic v mikrosvětě má náhodný charakter (pravděpodobnostní charakter). Částice se nepohybuje po určité trajektorii určitou rychlostí, jak tomu je v makrosvětě. Prochází-li elektron malým otvorem nebo úzkou štěrbinou, není možné předem vypočítat, do kterého místa na stínítku (fotografické desky, ...) dopadne. Je možné určit pouze rozložení pravděpodobnosti jeho dopadu do různých míst. A právě toto rozložení pravděpodobností vytvoří difrakční obrazec. Tam, kde je pravděpodobnost větší, dopadne více elektronů a zčernání desky bude intenzivnější.

Zde je možné si pomoci analogií s makroskopickými objekty. Necháme-li dopadat kuličky, zrnka písku, dělostřelecké granáty, ... otvorem, jehož velikost bude srovnatelná s rozměrem daného objektu, nebudou dopadat tyto objekty přesně na předem vypočtené místo. Budeme pozorovat rozptyl jejich dopadů, ale nebude se vytvářet difrakční obraz (viz obr. 18a).

Na obr. 18a je zobrazen rozptyl makroskopických částic, zatímco na obr. 18b je zobrazen rozptyl částic,

které procházejí malým otvorem (tj. otvorem, jehož rozměry jsou srovnatelné s vlnovou délkou dané částice).



Obr. 18

Spojení vlnových a částicových vlastností (tzv. korpuskulárně vlnový dualismus) a pravděpodobnostní charakter pohybu je společný všem objektům mikrosvěta - ať se jedná o fotony (kvanta elektromagnetického záření) nebo o částice s nenulovou klidovou hmotností (elektrony, protony, atomy, ...), jejichž pohyb popisujeme pomocí vlnové funkce. Naprosto analogicky by bylo možné přiřadit vlnovou délku resp. frekvenci i makroskopickým tělesům, které se pohybují rovnoměrně přímočaře. Pomocí de Broglieových výpočtů se lze přesvědčit, že vlnová délka makroskopických těles by byla velmi malá.

Pro to, aby se projevil vlnový charakter těchto objektů bychom museli mít překážku resp. otvor

srovnatelných rozměrů, jako je vlnová délka daného objektu. Makroskopická tělesa by ovšem tímto otvorem neprošla!

Nemá smysl představovat si, že vlna a částice jsou nějak vzájemně propojeny. Nemá smysl snažit si představit, jak je možné, že se částice chovají jednou jako vlny a jednou jako částice. Je třeba se smířit s tím, že částice mikrosvěta se pohybují jinak, než nám dává každodenní zkušenost s makroskopickými objekty, a jediné, co lze určit je pravděpodobnost toho, že částici najdeme v daném místě prostoru.

POUŽÍVÁ-LI SE VÝRAZ *ČÁSTICE* V MIKROFYZICE, MYSLÍ SE TÍM PRÁVĚ TAKOVÉ OBJEKTY, KTERÉ V SOBĚ SPOJUJÍ ČÁSTICOVÉ A VLNOVÉ VLASTNOSTI A JEJICHŽ POHYB MUSÍ BÝT POPISOVÁN PROSTŘEDKY KVANTOVÉ FYZIKY.

7.2.4.3 | Praktické využití vlnových vlastností částic

Vlnové chování částic našlo brzy i technické využití a projevuje se i v běžné praxi. Na jeho základě byly zkonstruovány elektronové mikroskopy a iontové mikroskopy, v nichž se místo světelných paprsků používají svazky elektronů resp. svazky iontů. Rozlišovací schopnost těchto přístrojů je určena de Broglieovou vlnovou délkou. Vzhledem k tomu, že je menší než je vlnová délka (viditelného) světla, lze dosáhnout elektronovým nebo

iontovým mikroskopem většího rozlišení a tedy i většího zvětšení.

Při určování elektrické vodivosti kovů nebo polovodičů, při popisování fyzikálních dějů, které probíhají např. při zapnutí elektrického vypínače, a dalších je nutné vzít v úvahu, že elektron není částice, ale že se chová také jako vlna.

Dalším jevem, který souvisí s vlnovými vlastnostmi částic a který se používá i v praxi je tzv. **tunelový jev**.

7.2.5 | Kvantová mechanika

7.2.5.1 | Vznik a základy kvantové mechaniky

Kvantová mechanika je část kvantové fyziky, která se zabývá mechanickým pohybem částic v mikrosvětě pod vlivem působících sil. Na rozdíl od klasické Newtonovy mechaniky bere v úvahu vlnový a pravděpodobnostní charakter pohybu částic. Proto její rovnice a zákony vypadají úplně jinak než zákony klasické fyziky. Přesto by ale měla existovat mezi klasickou fyzikou a kvantovou fyzikou souvislost. A ta skutečně existuje. Budeme-li přecházet od částic k makroskopickým tělesům, budou se vlnové délky de Broglieových vln a Planckova konstanta h jevit nekonečně malé a zákony kvantové fyziky by měly

přecházet v zákony klasické mechaniky. Tak tomu skutečně je a tento přechod se nazývá **princip korespondence**.

Analogicky pak zákony relativistické fyziky přecházejí v zákony klasické (nerelativistické) fyziky v případě, že jsou velikosti rychlosti částic mnohem menší než je rychlost světla ve vakuu, tj. lze považovat velikost rychlosti světla za nekonečně velkou vůči velikosti rychlosti částic.

Uvažujme volnou částici, která se bude pohybovat podél osy *x* podle Newtonova zákona setrvačnosti rovnoměrným přímočarým pohybem. Podle de Broglieovy hypotézy lze na tuto částice pohlížet jako na nekonečnou rovinnou vlnu. Částici nyní uzavřeme mezi dvěma rovnoběžnými, nekonečně vysokými stěnami kolmými k ose *x* a vzdálenými o délku *L*, od nichž se může částice pružně odrážet. Říkáme, že částice se nachází uvnitř nekonečně hluboké potenciálové jámy a její pohyb je vázán na úsečku.

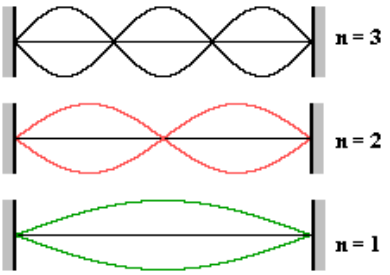
Stěny musí být „nekonečně vysoké“, jinak by se částice „protunelovala“ ven - nastal by tunelový jev.

Z hlediska klasické fyziky může mít taková částice libovolnou rychlost a energii. Při pružných odrazech se její energie nebude měnit a částice se bude pohybovat

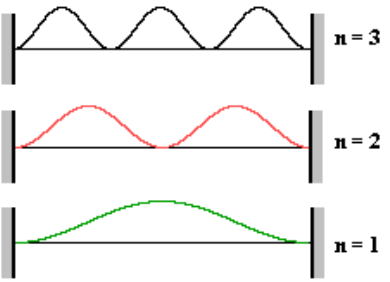
rychlostí o téže velikosti střídavě oběma směry. „Pravděpodobnost výskytu“ této klasické částice bude stejná ve všech bodech úsečky.

Jinými slovy: z hlediska klasické fyziky neexistují na uvažované úsečce žádné privilegované body, v nichž by se měla částice vyskytovat častěji (resp. méně častěji) než v ostatních bodech.

Z hlediska vlnového charakteru částic bude situace jiná. Po odrazech částice na stěnách potenciálové jámy vznikne stojaté vlnění na základě interference odraženého a přímého vlnění.



Obr. 19



Obr. 20

Situace je analogická vzniku vlny na napnuté struně u kytary. Struna přitom ale nemůže kmitat jakkoliv, ale jen tak, aby se po celé délce struny rozložil celočíselný počet půlvln; v místech upevnění struny jsou přitom uzly

vzniklého stojatého vlnění.

Musí tedy platit: $L = n\frac{\lambda_n}{2}; n \in \mathbb{N}$ a tedy $\lambda_n = \frac{2L}{n}$. Struna se tedy nachází v kmitavých stavech, které jsou charakterizovány určitou frekvencí a rozložením kmiten a uzlů podél struny (viz obr. 19).

Analogicky se bude chovat elektron jakožto objekt mikrosvěta. Elektron vázaný na úsečku se bude nacházet jen v určitých stavech charakterizovaných celými čísly *n*. V každém takovém stavu bude mít určitou energii E_n a jeho pohyb bude popsán vlnovou funkcí ψ_n s příslušným rozložením pravděpodobnosti výskytu podél úsečky. Toto rozložení hustoty pravděpodobnosti $|\psi_n|^2$ je znázorněno na obr. 20.

Určit energii E_n a pravděpodobnosti výskytu částice je možné pouze řešením příslušné kvantově mechanické rovnice. Ukazuje se ale, že správné hodnoty energie je možné dostat i tehdy, použijeme-li výraz pro de Broglieho vlnovou délku $\lambda = \frac{h}{mv}$ platnou pro volně se pohybující částici. Kinetická energie částice pak bude $E = \frac{1}{2}mv^2$. Vyjádříme-li ze vztahu pro vlnovou délku velikost rychlosti *v* a dosadíme-li do vztahu pro energii, dostaneme

$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$. Dosadíme-li za vlnovou délku podmínku udávající rozložení kmiten a uzlů stojatého vlnění, dostaneme pro možné hodnoty energie vztah $E_n = \frac{h^2}{8mL^2}n^2$.

Vzhledem k tomu, že uvažujeme volnou částici (tj. částici, na kterou nepůsobí žádné vnější síly), je potenciální energie částice nulová. Proto má veškerá energie částice formu kinetické energie.

Vlnové chování částice, která se pohybuje v určité omezené oblasti prostoru, vede tedy ke **kvantování energie**. Částice se může nacházet pouze na určitých **energetických hladinách** určených **kvantovým číslem** *n*. V **základním stavu** pro $n=1$ je energie částice, jejíž pohyb je vázán na úsečku délky *L*, rovna $E = \frac{h^2}{8mL^2}$. S rostoucím *n* se pak energetické hladiny od sebe vzdalují. Vyšší stavy než základní stav se nazývají **vzbuzené stavy** (**excitované stavy**).

Na rozdíl od pohybu klasického tělesa (kulička, pingpongový míček, ...) budou na úsečce místa, kde bude výskyt částice nejpravděpodobnější, kde se bude těleso „zdržovat nejvíce“. Tato místa odpovídají polohám kmiten chvějící se struny. Naproti tomu v místech, která odpovídají uzlům, bude pravděpodobnost výskytu částice

nulová. Je ale zbytečné, chtít si zde představit, „jak to částice dělá“.

Rozložení pravděpodobnosti výskytu částice na dně nekonečně hluboké potenciálové jámy (obr. 20) se během času nemění - je **stacionární** a částice neztrácí žádnou energii.

Analogicky je v čase stálé rozložení kmiten a uzlů na kmitající struně. V makrosvětě je ovšem každý pohyb vždy postupně utlumen třením a odporem prostředí, a proto např. rozkmitaná struna brzy dozní.

Částice mikrosvěta může ztrácet nebo získávat energii pouze tak, že přejde skokem z jednoho kvantového stavu do druhého. Při přechodu z vyššího stavu do nižšího se energii vyzáří (např. v podobě fotonu), při opačném přechodu částice energii pohltí. Energie se může předávat i jiným způsobem než zářením - např. srážkou částic, ale vždy pouze v kvantech odpovídajících rozdílu energetických hladin. Přechází-li částice z kvantového stavu s energií E_n do kvantového stavu s nižší energií E_m vyzáří, pohltí nebo jinak předá kvantum energie o frekvenci f_{nm} takové, že $hf_{nm} = E_n - E_m$.

Kvantová mechanika zkoumá obecný pohyb částic v prostoru pod vlivem různých sil (Coulombovských elektrostatických sil, jaderných sil, ...) tím, že řeší vlnovou tzv. **Schrödingerovu rovnici** (pojmenovaná podle rakouského fyzika Erwina Rudolfa Josefa Alexandera Schrödingera (1887 - 1961, Nobelova cena za fyziku z roku

1933)). Pomocí této rovnice je možné určit vlnové funkce a pravděpodobnosti výskytu částice v prostoru. Tato rovnice má řešení právě jen pro určité hodnoty energie (tzv. energetické hladiny), které odpovídají **kvantovým stacionárním stavům**. Pokud je částice v tomto stavu, nijak se navenek neprojevuje. Teprve při přechodech mezi stacionárními stavy vydává nebo přijímá energii.

Budeme-li zvětšovat délku úsečky *L*, po níž se částice pohybuje mezi dvěma rovnoběžnými nekonečně vysokými stěnami kolmými k ose *x*, energie daného stavu bude klesat v souladu se vztahem $E_n = \frac{h^2}{8mL^2}n^2$ a rozdíly mezi sousedními energetickými hladinami se budou zmenšovat. Pro nekonečné *L* bude již částice volná a její energie přestane být kvantována.

Může nastat i situace, kdy částice bude konat neomezený pohyb, ale musí přitom překonávat bariéry periodicky rozložené podél přímky. Takovýto „překážkový běh“ vykonává např. elektron při pohybu v krystalu kovu nebo polovodiče. Jeho energie je přitom kvantována tak, že může nabývat hodnot uvnitř určitých energetických pásů.

Naopak bude-li se délka *L* zmenšovat, tj. budeme-li se snažit částici sevřít stěnami na stále kratší vzdálenosti, energie částice poroste. To je v souladu s tím, co víme o energii atomů, atomových jader a částic. Atomům

s rozměry řádově $10^{-10}\,\mathrm{m}$ odpovídají energie v řádech elektronvoltů, jádrům s rozměry $10^{-15}\,\mathrm{m}$ energie v řádech megaelektronvoltů, částicím s ještě menšími rozměry pak energie v řádech gigaelektronvoltů.

To je projevem dalšího zákona kvantové mechaniky, který nemá obdobu v makrosvětě - tzv. **Heisenbergových relací neurčitosti**.

7.2.5.2 | ***Schrödingerova rovnice a kolaps vlnové funkce

Schrödingerova rovnice je deterministickou rovnicí, tak jako Newtonovy pohybové rovnice nebo Einsteinovy pohybové rovnice. Jestliže tedy zadáme hodnotu vlnové funkce v daném časovém okamžiku, dá se přesně předpovědět, jaké hodnoty nabude vlnová funkce v budoucnosti, nebo jakou hodnotu měla v minulosti. Rovnice tedy popisuje chování, které je vůči času zcela vratné.

Analogicky se pracuje i s Newtonovými pohybovými rovnicemi, které popisují pohyb planet ve Sluneční soustavě. Na základě polohy planet zjištěné v určitém čase lze předpovědět další pohyb planet. Znalost pohybu planet je přitom důležitá pro lety komických sond, pro zjišťování případné kolize planetek se Zemí, ...

Představme si určitou vlnovou funkci, která

matematicky reprezentuje chování elektronu, na který se zrovna nedíváme. Tato funkce v sobě zahrnuje všechny možnosti, které mohou nastat, když budeme elektron sledovat pomocí nějakého měřícího zařízení (např. pomocí fluorescenčního stínítka, ...). To vlastně neznamená nic jiného, než že Schrödingerova rovnice umožňuje předpovědět všechny možné případy vývoje chování elektronu, pokud ho v budoucnosti budeme sledovat. A co je důležitější: dovoluje zpětně určit všechny možné historie chování elektronu, které by při jeho pozorování v minulosti nastaly.

Je přirozené přejít od vlnové funkce, která obsahuje všechny potenciální možnosti vývoje systému, k určení toho, co se skutečně stane při experimentu. Jinými slovy je třeba přejít k samotnému procesu měření. Jestliže provedeme jedno konkrétní měření, elektron bude zaznamenán tak, jako když dopadne právě do jednoho bodu stínítka. Takže časově symetrická vlnová funkce, a tedy i samotný systém, projde během procesu měření jistou transformací. Dojde k okamžitému a nespojitému zúžení z jedné formy vlnové funkce, která v sobě obsahovala všechny možnosti dalšího vývoje, na jednu jedinou konkrétní, která odpovídá jedné hodnotě zaznamenané během měření.

Tato transformace, která z množiny pravděpodobných možností vybere jednu, se nazývá **zúžení vlnové funkce** (**kolaps vlnové funkce**).

Ze všech možností vyskočí z „krabičky“ právě jedna, když „zatáhneme“ za vlnovou funkci.

Pojem kolapsu vlnové funkce lze vysvětlit pomocí názorného příkladu. Představme si, že sedíme v hledišti kvantového divadla. Na jevišti za zavřenou oponou se najednou míchá nekonečná řada možných představení od Shakespeara přes Ibsena a Wildem konče. Jakmile se ale zvedne opona, vlnová funkce divadla zkolabuje na jednu z her a je možné poznat, že se právě hraje *Maryša* bratří Mrštíků.

Velmi schématicky je kolaps vlnové funkce zobrazen na obr. 21 a obr. 22.



Obr. 21



Obr. 22

Zdá se, že když se nedíváme, chová se vlnová funkce při svém vývoji deterministicky a proces je vratný. Ale při měření polohy dopadu elektronu na stínítko jde o proces nevratný. Při kolapsu vlnové funkce (proces měření) se všechny možnosti zužují pouze na jednu reálnou událost.

To narušuje symetrii mezi stavy v minulosti (potenciální možnosti) a v současnosti (aktuální událost). Skutečně je tomu tak, že když se pokusíme z naměřených výsledků rekonstruovat minulou historii systému, obdržíme nekorektní výsledky.

Vlnová funkce tedy kolabuje při procesu měření (jak tvrdí John von Neumann), ale pro samotný proces kolapsu vlnové funkce není navržen žádný mechanismus. Je jasné, že tento proces nelze popsat Schrödingerovou rovnicí, protože ta popisuje vratné a deterministické děje, zatímco proces kolapsu je sám o sobě nevratný a náhodný. A to je jádro problému měření, který má velkou důležitost pro směr plynutí času a je zdrojem mnoha paradoxů - např. Schrödingerova kočka.

V kvantové fyzice existuje ještě jeden proces a to **dekoherence**. Jedná se o něco jiného, než je kolaps vlnové funkce, takže není možné tyto dva pojmy zaměňovat. **Dekoherence** je proces, v němž se samovolně ztrácí informace o vzájemných fázích v superpozicích stavů jednotlivých kvantových objektů. Je důsledkem interakce systému s okolím.

Při dekoherenci se informace ztrácí samovolně, zatímco při kolapsu vlnové funkce se informace ztrácí pod vlivem měření daného fyzikálního systému.

7.2.5.3 | ***Heisenbergovy relace neurčitosti

V mikrosvětě existují dvojice veličin, u nichž není možné současně naměřit naprosto přesnou hodnotu (ostrou hodnotu). Např.:

1. vybereme-li ze světelného svazku jeden foton, je možné změřit snadno přesně jeho frekvenci *f* a tedy i jeho energii *E* a hybnost $\vec{p}$, ale ne jeho polohu
2. analogicky je tomu s elektronem v katodových trubicích - můžeme přesně určit jeho energii a hybnost, ale nikoliv polohu
3. při dopadu elektronu na fluorescenční stínítko lze určit přesně jeho polohu, ale ne energii a hybnost

Tyto skutečnosti matematicky vyjadřují Heisenbergovy relace neurčitosti.

7.2.5.3.1 | První Heisenbergova relace neurčitosti

Chceme-li změřit polohu nějaké částice, „posvítíme“ si na ni nějakým zářením o vlnové délce λ. Při daném záření není možné rozeznat předměty menší než $\frac{\lambda}{2}$. Přesnost

měření polohy (neurčitost polohy) Δx je tedy $\Delta x \geq \frac{\lambda}{2}$.

Jinými slovy, aby byl určitý objekt detekovatelný zářením o vlnové délce λ, musí mít velikost alespoň $\frac{\lambda}{2}$. Předmětům, které jsou menší, se vlna, která se „má strefit“ do předmětu, „vyhne“. Od předmětu se proto neodrazí a odražená vlna nedopadne do detektoru (oko, objektiv fotoaparátu, objektiv kamery, ...).

Dopadem záření (tj. fotonů) na částici dojde zároveň k předání hybnosti ve stejném směru, v jakém dopadá záření. Nejmenší předání hybnosti nastává v případě dopadu jednoho fotonu, jehož velikost hybnosti je $p = \frac{h}{\lambda}$. Díky tomu se po srážce fotonu a částice změní hybnost částice o velikost $\Delta p = \frac{h}{\lambda}$ (částice byla před dopadem fotonu v klidu). Dostáváme tedy: $\Delta x . \Delta p \geq \frac{\lambda}{2} . \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2}$. Tento vztah platí obecně. Užitím základních předpokladů kvantové teorie se při přesném odvození ukazuje, že spodní mezí uvedeného součinu je $\frac{h}{4\pi}$.

Vzhledem k tomu, že v kvantové mechanice se velmi často vyskytuje zlomek $\frac{h}{2\pi}$, bylo zavedeno označení $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, přičemž $\hbar = 1{,}0545.10^{-34}\ \mathrm{J.s} \doteq 10^{-34}\ \mathrm{J.s}$. Proto můžeme

1. Heisenbergovu relaci neurčitosti psát ve tvaru: $\Delta x.\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$:

SOUČIN NEPŘESNOSTÍ, JICHŽ SE DOPOUŠTÍME PŘI SOUČASNÉM MĚŘENÍ POLOHY A HYBNOSTI ČÁSTICE, JE ROVEN NEJMÉNĚ $\frac{\hbar}{2}$.

Právě odvozená relace neurčitosti říká, že čím přesněji známe polohu částice, tím neurčitější je informace o její hybnosti (a tedy je i větší rozptyl v určení její kinetické energie) a naopak. Zvětšuje-li se Δx, klesá Δp a naopak.

„Svíráme-li částici v hrsti“ víc a více, je stále neklidnější, pohyblivější a chová se bouřlivěji.

Podle zákonů kvantové mechaniky částice nemůže mít současně přesnou polohu a přesně určenou hybnost. Proto nemá smysl mluvit o tom, že se částice pohybuje po nějaké trajektorii nějakou rychlostí! Mluvíme pouze o pravděpodobnostech výskytu částice v prostoru.

Vzhledem k tomu, že částice, která byla při odvozování brána v úvahu, byla na začátku „pozorování“ v klidu, začala se pod vlivem srážky s fotonem pohybovat po přímce (ne po zakřivené trajektorii). Proto ve zcela správném zápisu 1. Heisenbergovy relace nevystupuje velikost hybnosti *p*, ale pouze velikost její *x*-ové složky p_x.

7.2.5.3.2 | Druhá Heisenbergova relace neurčitosti

Měříme-li frekvenci *f* po dobu Δt, zjišťujeme vlastně, kolikrát za tuto dobu nastal určitý jev, tj. $f = \frac{n}{\Delta t}$. Minimální chyby v určení frekvence se dopustíme, změříme-li co nejpřesněji počet *n*. Ten lze měřit s (maximální) přesností $\Delta n = 1$. Je tedy vždy $\Delta f \geq \frac{1}{\Delta t}$. Proto energii $E = hf$ můžeme měřit s přesností $\Delta E = h\Delta f \geq \frac{h}{\Delta t}$, odkud dostáváme: $\Delta E.\Delta t \geq h$. Také tato relace má obecnou platnost a při přesnějším odvození vyjde dolní mez chyby $\frac{\hbar}{2}$ a **2. Heisenbergovu relaci neurčitosti** tedy můžeme psát ve tvaru: $\Delta E.\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$:

SOUČIN CHYBY V URČENÍ ENERGIE A ČASOVÉHO INTERVALU, PO KTERÝ PROVÁDÍME MĚŘENÍ, JE ROVEN NEJMÉNĚ $\frac{\hbar}{2}$.

Zásadní rozdíl od první relace neurčitosti je ten, že Δt zde není chyba v určení času, ale časový interval, po který se měření provádí.

7.2.5.3.3 | Měření v oblasti mikroobjektů

Jak je vidět z právě nastíněných odvození Heisenbergových relací neurčitosti, měřící metoda ovlivňuje výsledky měření. Tuto skutečnost (interakci měřícího přístroje s měřeným objektem), je třeba při všech měření v mikrosvětě brát v úvahu. Kdybychom tato omezení nerespektovali, dostali bychom užitím různých metod různé výsledky pro tutéž veličinu (odtud plynou názory, že „mikroobjekty nelze objektivně pozorovat“, …). Mikroobjekty jsou objektivně plně pozorovatelné (v mezích daných relacemi neurčitosti), ale pro každé měření je třeba vypracovat přesnou teorii měření.

K interakci měřícího přístroje s měřeným objektem dochází i v makrosvětě. Uvažujme měření, při kterém budeme velmi těžkým délkovým měřidlem měřit délku stolu, jehož deska je vyrobená ze slabé překližky. Když délkové měřidlo položíme na překližku, překližka se prohne. To, co budeme těžkým délkovým měřidlem měřit, nebude délka překližky (ta „prohnutá délka“), ale pouze vzdálenost dvou bodů překližky, na kterých „sedí“ délkové měřidlo.

Tento příklad je záměrně přehnaný, ale principiálně tato situace nastává. Rozdíl oproti měření v mikrosvětě je ovšem zásadní: v makrosvětě lze podobné efekty (tj. fakt, že měřidlo ovlivňuje měřený objekt) zanedbat.

V mikrosvětě ne!

Zároveň je nutné si uvědomit, že nepřesnosti měření, které popisují Heisenbergovy relace neurčitosti, není možné odstranit použitím lepšího a přesnějšího přístroje nebo měřící techniky či metody. Tyto nepřesnosti v měření určitých dvojic fyzikálních veličin jsou principiální; je to základní vlastnost objektů mikrosvěta, kterou neodstraní sebelepší přístroj nebo metoda měření.

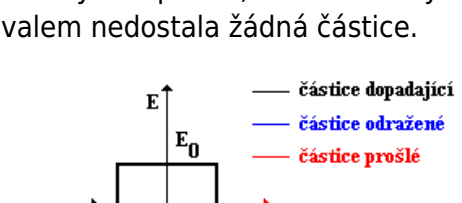
7.2.5.4 | ***Tunelový jev

Typickým příkladem vlnových vlastností částic je tzv. **tunelový jev**. Uvažujme částici, která má překonat nějakou bariéru - dostat se přes svah, dostat z nějaké (potenciálové) jámy, ... Z klasické fyziky víme, že je to možné pouze tehdy, pokud bude mít částice dostatečně velkou energii.

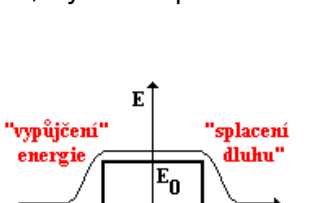
Např. kmitající kuličky v hladké misce tuto misku nemohou opustit, pokud nezískají dostatečnou potenciální energii k dosažení a následnému překonání okraje misky.

Vlny se ale na rozdíl od částic mohou dostat díky ohybu i za překážku a pokračovat v dalším šíření prostorem. Mikročástice podle zákonů kvantové fyziky mohou skutečně proniknout bariérou, aniž by k tomu měli dostatečnou energii - mohou se „protunelovat“ a najednou se ocitnout za překážkou.

Uvažujme částici s energií E_1, která se blíží k potenciálovému valu, jehož „výška“ je E_0, přičemž $E_0 > E_1$. To znamená, že klasicky je k překonání valu nutné, aby částice měla energii minimálně E_0 (schematicky znázorněno na obr. 23). Tímto potenciálovým valem ve skutečnosti je např. kovová destička, silové pole, povrch vodiče, „hranice“ atomového jádra, … Většina částic s energií E_1 se od valu odráží zpět (na obr. 23 je relativní množství odražených a prošlých částic znázorněno různě dlouhými šipkami). V klasické fyzice, by se do prostoru za valem nedostala žádná částice.



Obr. 23



Obr. 24

V kvantové interpretaci existuje nenulová pravděpodobnost nalezení částice s energií E_1 i za potenciálovým valem. To znamená, že částice se na druhou stranu valu dostala, přestože její energie je nižší, než je energie nutná na překonání potenciálového valu. Částice se tedy na druhou stranu valu „protunelovala“.

Tunelový jev lze přirovnat k situaci, kdy vezmeme

malý kamínek a lehce jej hodíme proti skleněnému oknu. V klasické představě se kamínek od skla odrazí a spadne na zem. V kvantovém případě kamínek projde sklem a na druhé straně spadne na podlahu pokoje, aniž by porušil skleněné okno.

Pro hrubé vysvětlení tunelového jevu je možné si představit, že částice dokáže svoji energii nějakým způsobem měnit, třebaže vždy jen na velmi krátkou dobu. K tomuto tvrzení nám dává oprávnění 2. Heisenbergova relace neurčitosti: energie částice může uvnitř hranic stanovených touto relací spontánně přeskakovat z jedné hodnoty na druhou.

Jinými slovy, částice si může dodatečnou energii (nutnou na překonání potenciálového valu) na příslušnou pevně stanovenou dobu „vypůjčit“ (viz obr. 24). V souladu s relací neurčitosti platí, že čím kratší je lhůta návratnosti takové půjčky, tím větší je její povolený rozsah.

V rámci relace neurčitosti tedy nemusí platit zákon zachování energie.

Tímto způsobem byla energie částici „půjčena“ za přísných podmínek. Pokud se částice nedokáže dostat na druhou stranu bariéry dříve, než vyprší výpůjční lhůta, bude se muset vrátit zpátky. Takové částice se od bariéry, do které stihly proniknout jen zčásti, prostě odrazí.

Proces „půjčování“ energie je navíc velmi nahodilý (jako ostatně většina kvantových jevů), takže při interpretaci tunelového jevu je nutné používat statistiku a pravděpodobnost. Obecně platí, že čím je potenciálový val širší, tím méně jsou částice při jeho „protunelování“ úspěšné, tj. tím větší část počtu částic dopadajících na val se od něj odráží.

Situaci si lze opět představit na jevu z běžného života: dosavadním pochodem vyčerpaný turista se vyveze lanovkou na místo blízko vrcholu kopce, odkud již samotný vrchol snadno překoná.

Tímto způsobem může docházet v elektrickém poli k emisi elektronů z kovů, přestože energie elektronů je nižší než příslušná výstupní práce. Díky tunelovému jevu vylétají např. částice α z atomových jader. Na tunelovém jevu je založena činnost řady polovodičových prvků a řada citlivých měřících metod. Výklad tunelového jevu je možné provést na základě pravděpodobnosti: částice musí vykonat nejprve řadu neúspěšných pokusů, než se „jí podaří“ uvolnit se např. z kovu.

Pro částici, která má dostatečné množství „pokusů“ na opuštění kovu tedy neplatí známé přísloví: „Hlavou zeď neprorazíš.“

7.2.5.5 | ***Einstein versus kvantová

mechanika

Einstein nechtěl přijmout princip neurčitosti jako jednu ze základních vlastností přírody. On se vlastně ani do své smrti nesmířil s kvantovou mechanikou jako takovou, neboť mu vadil její pravděpodobností charakter - popisování skutečnosti pomocí pravděpodobnosti výskytu částice v prostoru, pravděpodobnosti rozpadu nějaké částice, ... Přikláněl se spíše k názoru, že kvantová mechanika je ve skutečnosti pouze matematická metoda, která slouží k získání předpovědi chování fyzikálních systémů ve statistickém smyslu (tj. při experimentech, které se mnohokrát opakují). Právě tento jeho postoj vedl ke slavnému sporu s Nielsem Bohrem o základy kvantové mechaniky, který oba vědce poznamenal na celý zbytek života.

Při jedné příležitosti (6. Solwayská konference v roce 1930 v Bruselu) Einstein navrhl ***Gedankenexperiment*** (*„myšlenkový experiment“*). Takový experiment je pouze vymyšlenou situací, kterou je třeba ověřit pouze dedukcí, a nikoliv měřením v laboratoři. Inspirován svým nepřátelstvím ke kvantové teorii ho navrhl tak, aby popřel platnost Heisenbergovy relace neurčitosti mezi časem a energií. Během bezesné noci našel Bohr řešení pro danou situaci a porazil Einsteina jeho vlastní zbraní - teorií relativity. To však nebyl konec sporu, ale naopak jeho začátek. Diskuse na téma platnosti či neplatnosti kvantové mechaniky se táhla celým zbývajícím životem obou mužů.

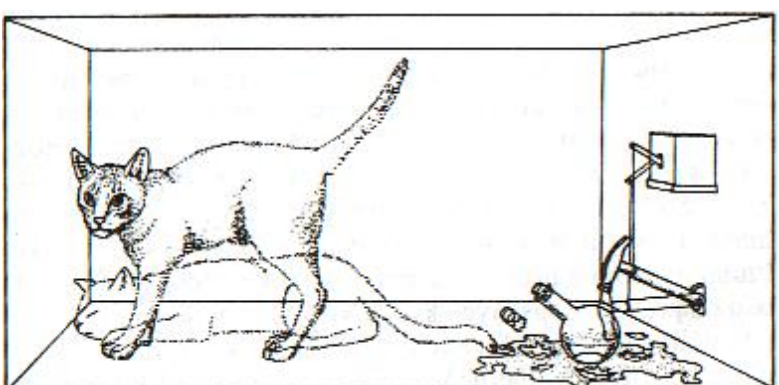
Když Bohr v roce 1962 zemřel, na tabuli v jeho pracovně byl nalezen rozbor Einsteinova Gedankenexperimentu. Zdá se tedy, že Bohr bojoval s Einsteinovými ideami skutečně až do konce života.

Na počátku diskuse se Einstein domníval, že kvantová mechanika je jednoduše nekorektní (vnitřně rozporná). Později, po opakovaných neúspěšných sporech s Bohrem, přehodnotil svůj postoj a přestal považovat kvantovou mechanika za nekonzistentní teorii. Snažil se ale ukázat, že je neúplná. Jeho námitky byly podloženy absencí kauzality v kvantové teorii a současnou neslučitelností s teorií relativity. Ačkoliv se oba vědci vzájemně respektovali, Einsteinovi se nikdy nepodařilo přesvědčit Bohra o správnosti svých argumentů. Tento intelektuální souboj trápil oba.

Einstein byl na přelomu století osamocen ve svém pojetí fyziky, protože byl zcela přesvědčen o správnosti svých myšlenek, i když byly úplně odlišné od klasického, dobře vyzkoušeného, pojetí fyziky podle Newtona. Svým vysvětlením fotoelektrického jevu vlastně ukázal, jakým směrem by se měl vývoj nové teorie (tj. kvantové fyziky) ubírat. Když však okolo roku 1920 razantně vstoupila kvantová mechanika na scénu, nebyl už mezi vůdčími duchy této teorie. Celá její struktura mu připadla bytostně cizí a své názory nezměnil až do konce svého života.

7.2.5.6 | ***Schrödingerova kočka

Nejznámější z paradoxů, které se týkají kolapsu vlnové funkce a myšlenkových experimentů, jimiž lze upozornit na problémy s popisem skutečnosti pomocí vlnových funkcí, je tzv. Schrödingerova kočka. Ač autorem tohoto *Gedankenexperimentu* je Schrödinger, Einstein považoval tento návrh za vůbec nejlepší způsob, jakým lze ukázat, že vlnová představa hmoty je vlastně neúplným zobrazením skutečnosti. Pochopitelně, že o „kočičím paradoxu“ vedl diskusi s Bohrem.



Obr. 25

Schrödinger se zabýval myšlenkovým experimentem, který se týkal situace na obr. 25. Kočka je zavřena v krabici se zařízením sestávajícím ze vzorku

radioaktivního materiálu a ampulkou s jedem (kyanovodík). Proces rozpadu radioaktivního materiálu je sám o sobě procesem, který se řídí kvantovou mechanikou. Podle této teorie je možné předpovědět pouze pravděpodobnost jeho rozpadu. Celá soustava pracuje takto: když se v radioaktivním vzorku rozpadne atom, je to zaregistrováno a zařízení uvnitř krabice rozbije ampulku s jedem a kočka zemře.

Podle běžných měřítek je kočka buď živá nebo mrtvá, ale podle kvantové mechaniky je systém složený z krabice a jejího obsahu popsán vlnovou funkcí. Pokud přijmeme zjednodušující předpoklad, že systém může být pouze v jednom ze dvou kvantově mechanických stavů - kočka je živá nebo mrtvá - pak vlnová funkce systému obsahuje kombinaci těchto dvou možných a vzájemně se vylučujících pozorovaných událostí. Kočka je tedy živá i mrtvá zároveň, a to v každém časovém okamžiku. Dokud někdo neotevře víko krabice, aby se na kočku podíval, Schrödingerova rovnice říká, že časový vývoj existence kočky je matematicky popsán jako fyzicky (a fyziologicky) nepopsatelná kombinace obou zmíněných stavů. Tak jako elektron není ani vlna, ani částice do té doby, než provedeme příslušný experiment, nešťastná kočka není ani živá ani mrtvá do té doby, dokud se někdo nepodívá dovnitř.

Když Schrödinger navrhl tento experiment, napadl tím vlastně neurčitost kvantové mechaniky tak, že přešel od jejího použití pro popis jevů na mikroskopické úrovni

(radioaktivní rozpad) k popisu jevů makrosvěta (živá či mrtvá kočka). Samotný akt pozorování nejen, že zavádí do děje subjektivní prvek (někdo musí krabici otevřít a podívat se na kočku), ale nutí též kočku neodvratně přijmout jednu ze dvou možností:

1. ampulka s jedem je neporušená a kočka se těší dobrému zdraví;
2. ampulka s jedem je rozbitá a kočka je mrtvá.

Schrödingerova kočka nám ukazuje názorným způsobem problém spojený s měřením. Předpokládá se, že zjevně věříme skutečnosti, že stav systému je měněn právě samotným aktem pozorování. To je myšlenka, která se zdá být příliš výstřední.

Einstein se vyjádřil v tom smyslu, že nevěří tomu, že „jedna malá myš změní chování vesmíru jen tím, že by se na něj dívala“. Existují dva způsoby, jak těmto námitkám čelit:

1. Měření kvantových systémů neprovádějí kočky ani myši, ale lidské bytosti obdařené vědomím. V tomto případě je třeba vědomého pozorovatele („aby se podíval“), který následně vyvolá kolaps vlnové funkce. Kočku prý nelze považovat za pozorovatele schopného vyvolat kolaps vlnové funkce na skutečný stav života či smrti. Není prý dostatečně chytrá na to, aby tyto dva stavy rozeznala. Takže ubohá Schrödingerova kočka

ani neví, je-li živá či mrtvá.

2. Americký fyzik maďarského původu Eugen Wigner (1902 - 1995, Nobelova cena v roce 1963 za objev a aplikace základních principů symetrie) vymyslel „Wignerova přítele“ - osobu, která by mohla objasnit experiment s kočkou. Je vybaven plynovou maskou a sedí v krabici spolu se Schrödingerovou kočkou. Vždy, když otevře oči, aby se na kočku podíval, dojde ke kolapsu vlnové funkce. Wignerův přítel je schopen popsat situaci v krabici, jak ji vidí on, běžným jazykem (pokud neuvažujeme o tom, že on sám by byl superpozicí všech možných výsledků experimentu, dokud nedojde k otevření krabice). Jak tvrdí Wigner, při účasti lidské mysli v experimentu by nebylo možné použít obvyklý způsob kvantového popisu.

Další diskusi pak vyvolává nahrazení Wignerova přítele počítačem. Dokáže počítač zkolabovat vlnovou funkci? Mnozí fyzikové tvrdí, že ano.

7.2.5.7 | ***Exkurze do vysokoškolské kvantové fyziky

Pokusíme ukázat pohled na kvantovou mechaniku v úplnější (hlavně matematické) podobě. Bude se jednat

o aplikaci vysokoškolské matematiky na kvantovou fyziku, nicméně se pokusíme o velmi jednoduché (ale pokud možno správné) vysvětlení.

7.2.5.7.1 | Kvantová fyzika versus klasická fyzika

Kvantová mechanika nepoužívá k popisu vlastností částic klasické postupy, ale postupy vlastní (např. vlnovou funkci). Důvodů je hned několik:

1. kvantová mechanika popisuje (většinou) soubory velkého počtu částic, proto často používá postupy a závěry statistické matematiky;
2. kvantová mechanika musí být schopna spojit korpuskulární a vlnový popis částic (tzv. korpuskulárně vlnový dualismus);
3. kvantová mechanika musí brát v úvahu fakt, že jakýmkoli měřením v mikrosvětě dochází (většinou) k destrukci měřeného objektu (nebo se alespoň dramaticky mění stav tohoto systému).

7.2.5.7.2 | Základní postuláty

kvantové mechaniky

Kvantovou mechaniku je možné vybudovat na základě těchto **základních postulátů**:

1. Každý stav fyzikálního systému je možné popsat tzv. vlnovou funkcí.
2. Každé pozorované veličině je přiřazen její lineární operátor.

Operátor je vlastně jakási operace, která dává návod, jak příslušnou veličinu v kvantové fyzice určit.

3. Jediné možné hodnoty, které lze naměřit při měření pozorovatelné veličiny *D* jsou její charakteristické hodnoty (vlastní hodnoty), které získáme řešením charakteristické rovnice operátoru $\hat{D}$ přiřazeného měřené veličině *D*.

Charakteristické hodnoty (vlastní hodnoty) při házení mincí jsou panna nebo orel; charakteristické hodnoty při házení krychlovou symetrickou (tj. neošvindlovanou) kostkou jsou hodnoty 1, 2, 3, 4, 5 a 6; hodnoty připadající v úvahu při měření délky desky stolu jsou hodnoty z určitého intervalu daného přesností měření; …

4. Jestliže je systém ve stavu popsaném vlnovou funkcí Ψ, je kvantová střední hodnota pozorovatelné veličiny *D* při jistém sledu

měření rovna $\langle D \rangle = \frac{\int_{t_0}^{t_k} \psi \widehat{D} \overline{\psi} dt}{\int_{t_0}^{t_k} \psi \overline{\psi} dt}$.

Jinými slovy: Změřením fyzikální veličiny *D*, které je přeřazen operátor $\widehat{D}$, s výsledkem souboru vlastních čísel veličiny *D*, převedeme systém do stavu, který je popsán vlastní funkcí (vlastním vektorem) naměřené hodnoty rovné vlastním číslům veličiny *D*.

5. Operátor časové změny má tvar $\widehat{L} = \frac{1}{i\hbar} \widehat{H}$.

Jinými slovy: Vývoj stavu daného systému v čase je popsán Schrödingerovou rovnicí.

Nyní se pokusíme jednotlivé postuláty okomentovat.

První postulát je plně vysvětlen vlnovou funkcí.

Druhý postulát hovoří o operátorech. Pro dva operátory $\widehat{P}$ a $\widehat{Q}$ aplikované na funkci $f(x)$ mohou nastat dva případy:

1. $\widehat{P}\widehat{Q}f(x) \neq \widehat{Q}\widehat{P}f(x)$ - o takových dvojicích operátorů říkáme, že **nejsou komutativní** (**operátory nekomutují**)

2. $\hat{P}\hat{Q}f(x) = \hat{Q}\hat{P}f(x)$ - o takových operátorech říkáme, že **jsou komutativní** (**operátory komutují**).

Operátory se obecně značí „písmenkem se stříškou“ (např. $\hat{x}$, $\widehat{p_x}$, $\hat{H}$, ...). Operátor je „něco“ co můžeme aplikovat na nějakou funkci. Příkladem mohou být operátory: $\hat{P} = -x^2$ a $\hat{Q} = |\,|$ (absolutní hodnota). Pokud nyní vytvoříme operátor $\hat{P}\hat{Q}$ resp. $\hat{Q}\hat{P}$, který aplikujeme na funkci $f(x)$, dostaneme: $\hat{P}\hat{Q}f(x) = -x^2|f(x)|$ resp. $\hat{Q}\hat{P}f(x) = |-x^2 f(x)| = |-x^2||f(x)| = x^2 f(x)$. Tyto operátory tedy nekomutují.

Na základě druhého postulátu je možné vytvořit návod, jak veličinu z klasické fyziky převést do fyziky kvantové:

1. uvažovanou veličinu vyjádříme pomocí souřadnice polohy *x* a pomocí hybnosti $\vec{p}$;
2. tyto veličiny nahradíme jejich operátory.

Přitom ale je třeba vzít v úvahu komutativnost (resp. nekomutativnost) uvažovaných operátorů.

Poloha a hybnost se vybírají proto, že v klasické mechanice to jsou právě poloha a rychlost, které udávají charakter pohybu a je z nich možné určit další charakteristiky pohybu (dráhu, působící sílu, ...).

Známe-li rychlost dané částice, známe (na základě znalosti její hmotnosti) i hybnost. Samotná rychlost by nepostačovala - je nutné vzít v úvahu i hybnost (právě

kvůli hmotnosti).

V kvantové fyzice tyto dvě veličiny ale nekomutují, tj. nelze naměřit obě dvě současně a dostatečně přesně (ve shodě s Heisenbergovými relacemi neurčitosti).

Uvedeným způsobem je celkové energii dané soustavy přiřazen operátor $\hat{H}$, který se nazývá **Hamiltonův operátor** nebo zkráceně **hamiltonián**.

Třetí postulát hovoří o nalezení vlastních hodnot $\mathcal{D}$, které můžeme při měření dané veličiny reprezentované operátorem $\hat{D}$ naměřit. Je možné je nalézt řešením charakteristické rovnice $\hat{D}f = \mathcal{D}f$.

V tomto zápisu by se mohlo zdát, že je možné rovnici vydělit funkcí *f* a výrazně si uvedenou rovnici zjednodušit. To ale není možné, neboť výraz $\hat{D}f$ představuje aplikaci určitého operátoru na funkci (např. f^2, $\frac{df}{dx}$, ...).

Vlastních hodnot dané veličiny může být více a v závislosti na příslušné veličině dostáváme buď spojité nebo diskrétní spektrum (množinu) vlastních hodnot.

Většinou se ale postupuje obráceně, tj. na základě vlastních hodnot se hledá příslušná funkce *f*.

Vlastní hodnota může být:

1. degenerovaná - k dané vlastní hodnotě existuje více vlastních funkcí *f*;
2. nedegenerovaná - k dané vlastní hodnotě existuje jedna jediná funkce *f*.

Pro vlastní hodnoty energie se řeší Schrödingerova rovnice ve tvaru $\widehat{H}\psi = E\psi$.

Čtvrtý postulát umožňuje vypočítat střední hodnotu měřené veličiny *D*. Vzhledem k tomu, že během měření získáme velké množství vlastních hodnot (měříme na systému mnoha částic), je třeba ze získaných vlastních hodnot vypočítat střední hodnotu. V rámci klasické fyziky je možné střední (průměrnou) hodnotu $\overline{D}$ měřené veličiny *D* určit takto: $\overline{D} = \frac{1}{N}(D_1 + D_2 + \ldots + D_N)$, kde $D_1, D_2, \ldots, D_N$ jsou vlastní hodnoty veličiny *D* naměřené během experimentu.

V rámci kvantové fyziky se postupuje podle vztahu $\langle D \rangle = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \psi \widehat{D} \overline{\psi} \mathrm{d}x}{\int_{x_1}^{x_2} \psi \overline{\psi} \mathrm{d}x}$. Výraz $\int_{x_1}^{x_2} \psi \overline{\psi} \mathrm{d}x$ udává pravděpodobnost naměření dané veličiny v intervalu $(x_1; x_2)$. Při výpočtech se snažíme o normování vlnové funkce $\psi(x)$, tak aby $\int_{-\infty}^{\infty} \psi \overline{\psi} \mathrm{d}x = 1$, tzn. že uvedený integrál skutečně odpovídá pravděpodobnosti.

Integrál vlastně nahrazuje součet nekonečně velkého počtu sčítanců.

Vypočtená střední hodnota nemusí vůbec nic vypovídat o naměřených hodnotách.

Např. při házení mincí jsou dvě možné vlastní hodnoty: panna a orel a přesto střední hodnota neexistuje.

Stav odpovídající vlnové funkci Ψ se většinou označuje symbolem $|\psi\rangle$ (tento symbol pochází z Diracovy „ket-bra notace“ a nazývá se *vektor ket*). Někdy se též vyznačuje v jaké reprezentaci se počítá - tj. jestli jsou veličiny vyjádřené pomocí souřadnice *x* (zápis $\langle x|\psi\rangle$) nebo pomocí hybnosti $\vec{p}$ (zápis $\langle p|\psi\rangle$).

Pátý postulát kvantové mechaniky zavádí operátor časové změny ve tvaru $\hat{L}=\frac{1}{i\hbar}\hat{H}$, kde *i* je imaginární jednotka (pro kterou platí $i^2=-1$) a $\hbar=\frac{h}{2\pi}$ redukovaná Planckova konstanta. Jedná se o speciální operátor, který se aplikuje na funkci, která se mění v čase, a tím tuto časovou změnu matematicky popíšeme v rámci kvantové fyziky. Důležitý je tento operátor při řešení Schrödingerovy rovnice.

7.2.5.7.3 | Superpozice

Pojem superpozice, tj. takový stav hmoty, který v klasické fyzice neznáme, se pokusíme vysvětlit na energii elektronu v atomu. Elektron se v atomu může

nacházet pouze na určitých energetických hladinách, tj. energie elektronu v atomu může nabývat pouze diskrétních hodnot a nikoliv spojitých, jak by předpovídala klasická fyzika. Tato energie je dána hlavním kvantovým číslem, které určuje stav elektronu.

Superpozice je váženým součtem (složením) několika různých stavů. Pro elektron v superpozici stavů s různou energií nemá pojem jeho vlastní energie dost dobrý smysl (jeho stav neodpovídá žádné z energetických hladin v atomu). To se projeví i při pokusech jeho energii změřit. Při měření totiž dostaneme tu jednu hodnotu energie, která vystupuje v superpozici. **Výsledky mají přitom zcela náhodný charakter** a je možné je použít dokonce jako ideální náhodný generátor. Výsledky tedy nejsou předvídatelné - jediné, co můžeme předpovědět je statistika rozložení výsledků (tj. jejich pravděpodobnost).

Název superpozice je odvozen od slova *superponován* - naložen jeden na druhý.

Měření je tedy podle kvantové teorie náhlým a nevratným zásahem do vývoje systému. Zatímco se izolovaný systém vyvíjí hladce a deterministicky (tj. předpovídatelně), v okamžiku měření v mikrosvětě se jeho stav nevyhnutelně drasticky změní. Superponovaný stav přechází na stav odpovídající konkrétní hodnotě, která byla v experimentu naměřena. Stav celého systému se tedy měřením mění.

Při matematickém popisu superpozice vyjdeme z analogie s vektory. Schopnost kvantových stavů sdružovat se do libovolných superpozic totiž připomíná geometrické vlastnosti vektorů. V matematické formulaci kvantové teorie je proto stav systému reprezentován vektorem $|\psi\rangle$ abstraktního vektorového prostoru (tzv. **Hilbertův prostor**). Každý vektor pak lze vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů (superpozici vektorů) báze $|\varphi_i\rangle$ pro $i = 1, 2, \ldots, n$: $|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i |\varphi_i\rangle$, kde pro komplexní koeficienty α_i platí: $\sum_{i=1}^{n} |\alpha_i|^2 = 1$.

Např. pro kartézskou soustavu 0*xy* jsou vektory báze vektory $\vec{e_1} = (1;0)$ (ležící na ose *x*) a $\vec{e_2} = (0;1)$ (ležící na ose *y*). Pomocí nich je možné popsat (vyjádřit) všechny vektory v rovině pomocí lineární kombinace vektorů $\vec{e_1}$ a $\vec{e_2}$. Např. vektor $\vec{a} = (-2;4)$ lze napsat jako lineární kombinaci $\vec{a} = -2\vec{e_1} + 4\vec{e_2}$.

Dimenze *n* (která je dána počtem bázových vektorů) stavového prostoru může být různá - konečná i nekonečná.

Např. energetické stavy elektronu je možné popsat pomocí čtyř kvantových čísel $|nlms\rangle$ ve stavovém prostoru elektronu; dimenze je v tomto případě nekonečná.

Jsou-li bázovými stavy $|\varphi_i\rangle$ stavy odpovídající jednotlivým (kvantovaným) hodnotám x_i veličiny *X*, je pravděpodobnost naměření výsledku x_i ve stavu $|\psi\rangle$ dána výrazem $P_{|\psi\rangle}(x_i) = |\alpha_i|^2$.

Např. pro elektron ve stavu $|\psi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|n=1\rangle - \frac{1}{2}|n=2\rangle$ bude s pravděpodobností $\frac{3}{4}$ naměřena hodnota energie odpovídající hlavnímu kvantovému číslu $n=2$ a s pravděpodobností $\frac{1}{4}$ hodnota odpovídající $n=2$.

Časový vývoj kvantového systému si lze představit jako spojitý pohyb stavového vektoru v prostoru stavů, při němž se jednotková délka vektoru zachovává. Důležitou vlastností kvantové evoluce (kvantového vývoje) je její **linearita**: Jestliže se stav $|\psi_0\rangle$ za čas *t* vyvine ve stav $|\psi_1\rangle$ a stav $|\kappa_0\rangle$ ve stav $|\kappa_1\rangle$, pak superpozice $\alpha|\psi_0\rangle + \beta|\kappa_0\rangle$ se vyvine v $\alpha|\psi_1\rangle + \beta|\kappa_1\rangle$.

Tyto skutečnosti se v matematickém vyjádření charakterizují tvrzením, že transformace $|\psi_0\rangle$ na $|\psi_1\rangle$ je **unitárním lineárním operátorem**.

7.2.5.7.4 | Matematické vyjádření Schrödingerovy rovnice

Hledání vlastních hodnot energie znamená řešit Schrödingerovu rovnici ve tvaru $\hat{H}\psi = E\psi$, kde $\hat{H}$ je hamiltonián daného systému představující celkovou energii systému. Pokusíme se ho nyní odvodit na základě postulátů kvantové mechaniky. Základem je vyjádřit všechny veličiny pomocí polohy nebo hybnosti.

Operátor $\hat{x}$ polohy je jednoduchý: $\hat{x} = x$, pro operátor hybnosti platí: $\widehat{p_x} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$, tzn. že vektor hybnosti je možné psát ve tvaru: $\vec{p} = -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z}\right)$. V uvedených vztazích představuje *i* imaginární jednotku a $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ redukovanou Planckovu konstantu.

Symbol $\frac{\partial f}{\partial x}$ značí tzv. parciální derivaci podle proměnné *x*. Je to podobný symbol jako symbol $\frac{df}{dx}$. Rozdíl je v tom, že symbol $\frac{df}{dx}$ se používá u funkcí jedné proměnné, zatímco $\frac{\partial f}{\partial x}$ se používá u funkcí více proměnných - tj. funkcí, které jsou závislé např. na *x* i na *t*

(nebo na x, y, z i t - jako např. vlnová funkce).

Skutečnost, že ve vztahu pro x-ovou složku hybnosti vystupuje tento symbol bez udané funkce je v pořádku: $\widehat{p_x}$ je totiž operátor, který se bude teprve aplikovat na určitou funkci!

Pro výpočet hamiltoniánu systému si stačí uvědomit, že představuje celkovou energii systému, tj. $\widehat{H} = \hat{T} + \widehat{U}$, kde $\hat{T}$ značí operátor kinetické energie a $\widehat{U}$ operátor potenciální energie. Z klasické fyziky víme, že kinetickou energii E_k lze psát ve tvaru $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right) = \frac{1}{2m}\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right)$. Dosazením do hamiltoniánu a nahrazením operátorů hybnosti dostaneme: $\widehat{H} = \frac{1}{2m}\left(\widehat{p_x^2} + \widehat{p_y^2} + \widehat{p_z^2}\right) + \widehat{U} = \left(-i\hbar\right)^2 \frac{1}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) + \widehat{U} = \frac{-\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) + \widehat{U}$.

Poslední úprava vyplývá z vlastností imaginární jednotky i: $i^2 = \left(-i\right)^2 = -1$.

Nyní je už možné řešit Schrödingerovu rovnici ve tvaru $\widehat{H}\psi = E\psi$. Řešení zde nebudeme uvádět z několika důvodů:

1. Schrödingerova rovnice je parciální diferenciální rovnice, jejíž řešení je bez příslušné teorie z diferenciálního a integrálního počtu nemožné předvést;
2. postup řešení velmi silně závisí na tvaru hamiltoniánu daného systému;

Tj. půjde-li např. o jednorozměrný případ, třírozměrný případ, stav s nulovou potenciální energií, stav s nenulovou potenciální energií, ...

3. plné řešení není pro další výklad nutné.

Zastavíme se pouze u následujícího aspektu Schrödingerovy rovnice. Podle konkrétního fyzikálního problému (systému částic) se může řešení výrazně zjednodušit. Obecná Schrödingerova rovnice je závislá jak na prostorových souřadnicích, tak na čase. Tyto čtyři souřadnice (tři prostorové a jedna časová) vystupují jednak v hamiltoniánu daného systému a jednak ve vlnové funkci: $\psi = \psi(x, y, z, t)$. Tato vlnová funkce se bude tedy vyvíjet jak v čase, tak v prostoru. Popsat časovou změnu této funkce je možné pomocí derivace: $\frac{\partial \psi(x, y, z, t)}{\partial t}$.

Zápis $\frac{\partial \psi(x, y, z, t)}{\partial t}$ znamená parciální derivaci funkce $\psi = \psi(x, y, z, t)$ podle času.

Jiným způsobem je možné v rámci kvantové mechaniky popsat časovou změnu nějaké funkce pomocí operátoru časové změny (jednoho z postulátů kvantové mechaniky). Dostaneme tak: $\hat{L}\psi = \frac{1}{i\hbar}\hat{H}\psi(x, y, z, t)$. Právě jsme popsali dvěma různými způsoby časovou změnu funkce $\psi = \psi(x, y, z, t)$. Oba dva způsoby musí být ale identické, takže je možné psát:

$$\frac{\partial \psi(x,y,z,t)}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}\widehat{H}\psi(x,y,z,t).$$

Při řešení této rovnice se většinou (pokud to fyzikální situace připouští) vyřeší problém v jednorozměrném případě (tedy v tom nejjednodušším) a teprve poté se zobecní (už analogickým postupem pouze náročnějším na zápis) do všech tří prostorových rozměrů.

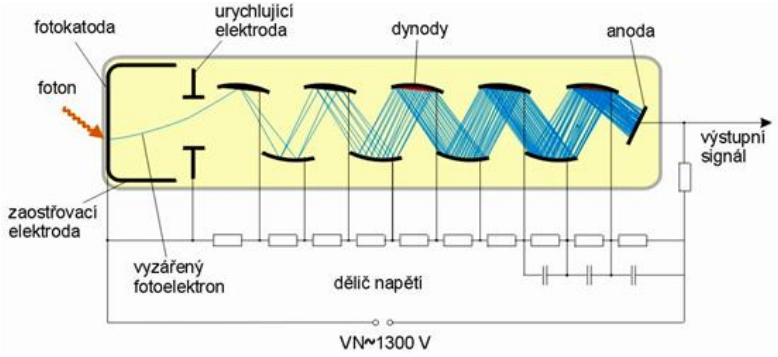
Pokud se tedy omezíme na jednorozměrný případ s tím, že budeme řešit jen tzv. Schrödingerovu časovou rovnici (tj. bude nás zajímat pouze vývoj daného fyzikálního systému v závislosti na čase), pak jednoduchou matematickou úpravou dostaneme $i\hbar\frac{\partial|\psi(t)\rangle}{\partial t} = H(t)|\psi(t)\rangle$. Tato rovnice patří mezi ta nejjednodušší vyjádření Schrödingerovy rovnice.

7.2.6 | Praktické aplikace

7.2.6.1 | Fotonásobič

Fotonásobič (*PhotoMultiplier Tube* - PMT) je zařízení, které přeměňuje velmi slabý záblesk elektromagnetického záření (např. ze scintilátoru) na měřitelný elektrický proud. Fotonásobič byl vynalezen v polovině 20. století a od té doby je stále zdokonalován. Jeho základní princip zůstal téměř neměnný.

Skládá se z fotokatody vyrobené z citlivého fotomateriálu, vstupní elektronové optiky, systému dynod a anody, z níž je odebírán výsledný elektrický proud (viz obr. 26). Foton, který byl emitován např. ze scintilátoru, dopadá na fotokatodu a na základě fotoelektrického jevu způsobí na fotokatodě emisi elektronů.



Obr. 26

Mezi fotokatodou, zaostřovací elektrodou a urychlující elektrodou vzniká elektrické pole, které urychluje a vychyluje fotoelektrony emitované z fotokatody. Fotoelektrony dopadají na první dynodu.

Dynoda je jedna z několika (většinou 8 - 12) elektrod uvnitř fotonásobiče. Každá dynoda má větší kladný potenciál než předchozí. Na povrchu každé dynody nastává tzv. sekundární emise elektronů. Elektrony z fotokatody jsou urychleny k první dynodě, na níž je udržováno kladné napětí 100 V vůči fotokatodě. Každý urychlený elektron,

který dopadne na povrch dynody, způsobí sekundární emisi několika elektronů. Ty jsou urychlovány k další dynodě, která má napětí zhruba o 100 V vyšší než předchozí. Tento proces se opakuje na každé dynodě.

Tato soustava dynod je schopná zesílit slabý elektrický proud (proud elektronů) emitovaný z fotokatody zhruba milionkrát, tzn. že jeden dopadající foton na fotokatodu způsobí vznik zhruba $10^5 - 10^7$ elektronů.

Na katodu a dynody je přiváděno vysoké napětí, které je na jednotlivé dynody rozděleno pomocí děliče napětí.

Časové rozlišení dosažitelné pomocí fotonásobiče se pohybuje v řádu nanosekund.

To znamená, že fotonásobič pracuje v pulsním režimu. Určitou dobu (oněch několik nanosekund) trvá, než „namnožené“ elektrony projdou přes kaskádu dynod. Teprve potom je fotonásobič připraven zpracovat další foton a přeměnit ho na proud elektronů.

Fotonásobič tedy rozliší dva po sobě jdoucí fotony (resp. elektrony), které mají časový odstup v řádu nanosekund. Toto časové rozlišení je dáno především fluktuacemi dob průchodu elektronů od fotokatody k anodě. Závisí také na typu dynod (materiál, tvar, uspořádání, ...) a také na napětí mezi fotokatodou a anodou. Jeho zvýšení způsobí rychlejší průchod elektronů fotonásobičem a tím i menší rozdíly mezi dobami průchodu jednotlivých elektronů.

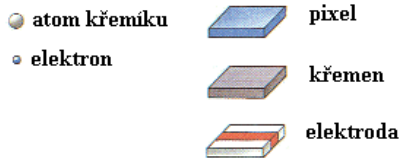
7.2.6.2 | CCD - základní princip

CCD (*charge-coupled device, zařízení citlivé na elektrický náboj*) je zařízení, které přeměňuje energii dopadajícího světla na energii elektrického signálu.

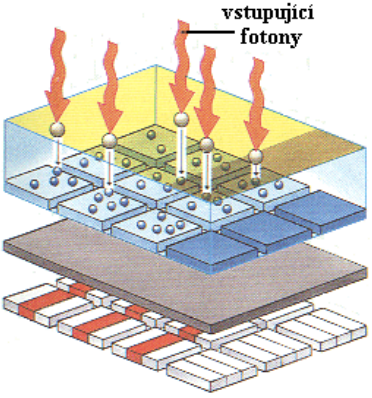
Jedná se o světločivý křemíkový plátek uložený nad kovovou elektrodou, která je izolována vrstvou SiO_2 (křemen). Základním principem celého zařízení je opakování dvou základních kroků 25krát za sekundu.

V prvním kroku dopadají fotony na atomy křemíku uvnitř CCD, odkud se na základě fotoefektu uvolňují záporně nabité elektrony (viz obr. 28; na obr. 27 jsou zobrazeny základní symboly, které jsou dále použity na obr. 28 až obr. 30). Kladně nabitá elektroda, která je umístěná pod každým pixelem a oddělená od křemíku izolační vrstvou křemene, zachycuje takto uvolněné elektrony. Dopadne-li na CCD více světla, vytváří se obraz, v němž jasné oblasti odpovídají pixelům, z nichž se uvolnilo více elektronů.

Kladně nabitá elektroda drží uvolněné elektrony přitažlivými Coulombovskými silami.

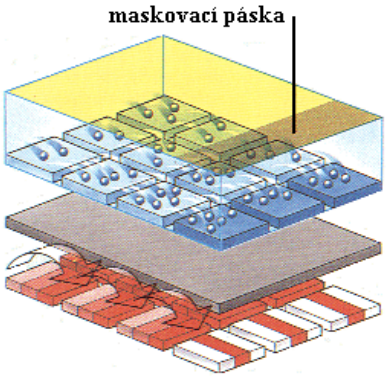


Obr. 27

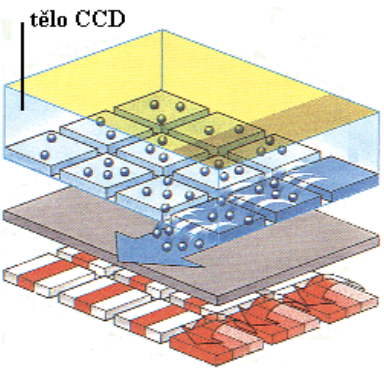


Obr. 28

Druhým krokem je pak čtení tohoto obrazu pixel po pixelu, čímž vzniká videosignál. Měření (čtení) probíhá tak, že se kladný náboj vlnivě přesouvá podél elektrod v každém sloupci pixelů a „stahuje“ elektrony z jednoho pixelu na druhý (viz obr. 29). Elektrony v nejnižším čidle sloupce se pak přenesou do CCD uspořádaných v řadě za sebou, přičemž každá řada obsahuje svoji sadu elektrod. Ty tlačí skupiny elektronů jednu po druhé, až k terminálu na konci zařízení (viz obr. 30). Po přečtení celé řady se celý proces opakuje, takže se postupně přesouvá další řada elektronů. Tímto způsobem se všechny elektrony zachycené na čidlovém mikroprocesoru přenesou k terminálu a tam vytváří kontinuální signál. Vrcholy na tomto signálu odpovídají nejjasnějším pixelům, tj. místům, z nichž se uvolnilo nejvíce elektronů.



Obr. 29



Obr. 30

Zařízení CCD se používá v řadě přístrojů (digitální fotoaparáty, videokamery, fotokopírky, faxové přístroje, videorekordéry, ...). Jedním z nejvýznamnějších použití je použití v hvězdářských dalekohledech, kde je obsaženo přes 4 miliony světlosběrných bodů (pixelů) na ploše $30\ cm^2$.

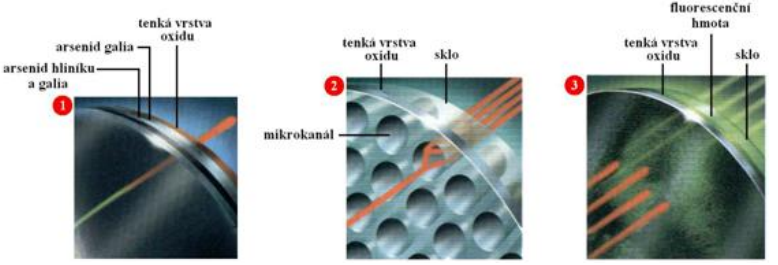
7.2.6.3 | Dalekohled pro noční vidění

Hvězdy, Měsíc či technické vynálezy vysílají (resp. odrážejí) stále množství fotonů. Přestože za určitých podmínek (tzv. tma) jejich počet není dostatečný k detekci předmětu, který je vysílá (resp. odráží), lidským okem, je jejich počet vždy dostatečný k zachycení speciálním zařízením. Zařízení, které vyvinuli vojáci během 2. světové

války a které se postupně dostává i k civilním spotřebitelům, od doby svého vynalezení značně pokročilo. Současné přístroje mohou při světelných podmínkách odpovídající temné noci osvětlené Měsícem, který se právě nachází ve fázi čtvrtě (tj. světelnost 0,01 luxu) rozlišit postavu o výšce 180 centimetrů na vzdálenost 550 metrů.



Obr. 31



Obr. 32

Základní součástí každého takového zařízení (viz obr. 31 a obr. 32) je zesilovací trubice převádějící světelnou energii na energii elektrickou, tj. svazek elektronů, které jsou pak dále zesilovány a měněny na obraz viditelný lidským okem. Tyto trubice se časem opotřebovávají - nejlepší vydrží až 10000 hodin provozu. Při jejich práci vadí písečná bouře, prach, kouř nebo mlha.

Monokulární čočka detekuje fotony a převádí je dále do trubice zesilovače. Fotokatoda (1) převádí fotony na elektrony pomocí vnějšího fotoefektu. Jako materiál, který na základě fotoelektrického jevu uvolňuje elektrony, se používá arsenid galia, který reaguje na červené až infračervené záření dopadající do objektivu přístroje.

Napětí (řádově 500 V až 6000 V) elektrony urychluje a ty dopadají ne destičku s mikrokanály (2) silnou pouze několik setin milimetrů. Ta obsahuje milion drobných šikmých kanálů. Do nich vstupují elektrony a narážejí na jejich stěny. Každou srážkou se uvolní další 2 - 3 elektrony, čímž se lavinovitě zvětšuje původní počet elektronů. Film

brání kladně nabitým iontům, které občas při strážce vzniknou, při cestě zpět k fotokatodě. Napětí na destičce způsobuje pohyb elektronů skrze mikrokanály.

Princip činnosti je tedy velmi blízký fotonásobiči.

Další napětí znovu urychlí elektrony, které dopadají na fluorescenční stínítko. Dopadem elektronů se ze stínítka uvolňují fotony. Elektrony totiž způsobují excitaci fluorescenční hmoty, která je schopná zářit. Film brání ve zpětném odrazu elektronů směrem k fotokatodě, který by mohl vyvolat destruktivní zpětnou vazbu.

Obraz, který pak pozorujeme okem, je zelený, protože fluorescenční hmota vysílá světlo vlnových délek zhruba 550 nm. Při tomto světle je oko nejcitlivější a vnímá nejlépe kontrasty.

V nové generaci přístrojů pro noční vidění zkoušejí vědci z firmy Night Vision, která je hlavním dodavatelem těchto přístrojů pro armádu USA, brýle, které nanesou infračervený obraz na zelený obraz v zesilovací trubici. Infračervené přístroje, které detekují objekty s různou teplotou, mohou zaznamenávat obraz až na vzdálenost několika kilometrů.

7.3 | ATOMOVÁ FYZIKA

7.3.1 | Rozdíly mezi atomovou a jadernou fyzikou

V běžném jazyce a životě se často pojmy atomová a jaderná fyzika příliš nerozlišují (atomová energie a jaderná energie, atomová elektrárna a jaderná elektrárna, ...) a často se zaměňují. A přitom fyzikálně jde o dva odlišné obory fyziky:

1. atomová fyzika - je fyzika elektronového obalu; zabývá se vlastnostmi a pohybem elektronů v elektronovém obalu atomu, přičemž atomové jádro zůstává neměnné. Zkoumá oblast chemických energií v řádech několika elektronvoltů na částici.

Pro atomovou fyziku je tedy jádro pouze kladně nabitý bodový náboj. Atomová fyzika se nezajímá o jeho složení.

2. jaderná fyzika - zkoumá pohyb částic uvnitř atomových jader a jejich přeměny. Přitom se uvolňuje energie řádově několik megaelektronvoltů na částici; tato energie se využívá v jaderných elektrárnách.

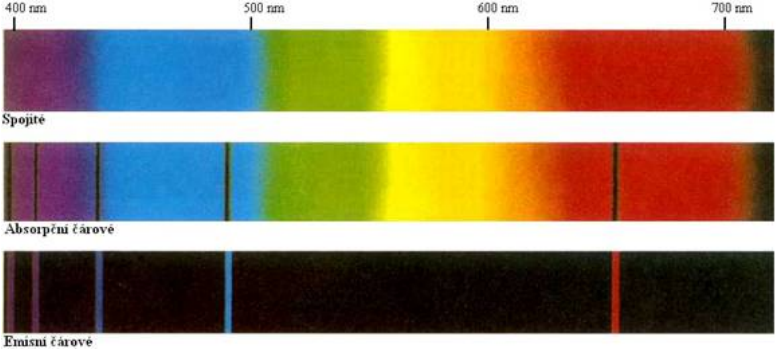
7.3.2 | Kvantování energie atomů

7.3.2.1 | Spektrum atomu vodíku

Poznatek o tom, že energie atomů je kvantována a že může nabývat jen určitých dovolených hodnot (energetických hladin), byl získán mnohem dříve, než vznikla kvantová mechanika, a byl potvrzen řadou experimentů. První z těchto experimentů se týkaly spektra záření vydávaného atomy v elektrických výbojích a v plynech.

Realizace elektrických výbojů v různých plynech v laboratoři byla možná už ve druhé polovině 19. století. Blesk v přírodě byl znám odpradávna, byť se dlouho spekulovalo o jeho příčině vzniku.

Spektrum záření různých látek se dělí podle dvou kritérií (viz obr. 33).



Obr. 33

Prvním kritériem dělení je způsob vzniku spektra; rozeznáváme spektrum:

1. emisní - spektrum, které je vyzařováno (emitováno) daným tělesem;
2. absorpční - spektrum vznikající tak, že určité těleso část elektromagnetického záření (o určitých vlnových délkách) pohltí (absorbuje) a dál proniká elektromagnetické záření, v němž tyto pohlcené složky chybí.

Podle tvaru spektra rozeznáváme spektrum:

1. spojité - je tvořeno elektromagnetickým zářením všech vlnových délek (resp. všech vlnových délek z určitého intervalu);

Zdrojem spojitého elektromagnetického spektra je např. Slunce, žárovky, ...

2. čárové - spektrum je tvořeno pouze zářením o určitých vlnových délkách

Čárové spektrum mají plyny nebo zahřáté páry kovů, v nichž probíhá elektrický výboj (sodíková výbojka, neonka, ...).

Čárové spektrum je tvořeno čárami, které ve spektru buď chybějí a nebo jsou v něm zastoupeny osamoceně. Chybějí-li ve spektru určité čáry, jedná se o absorpční spektrum - některé čáry byly absorbovány materiálem, kterým záření procházelo na cestě od zdroje k pozorovateli.

Obsahuje-li spektrum pouze izolované čáry, jedná se o spektrum emisní - daný zdroj vysílá pouze záření o určitých vlnových délkách.

Soustava spektrálních čar je pro každý druh atomů, každý prvek charakteristická. Na základě znalosti spektra lze každý prvek přesně identifikovat a provádět tak chemickou spektrální analýzu. Tímto způsobem bylo objeveno helium dříve na Slunci než na Zemi.

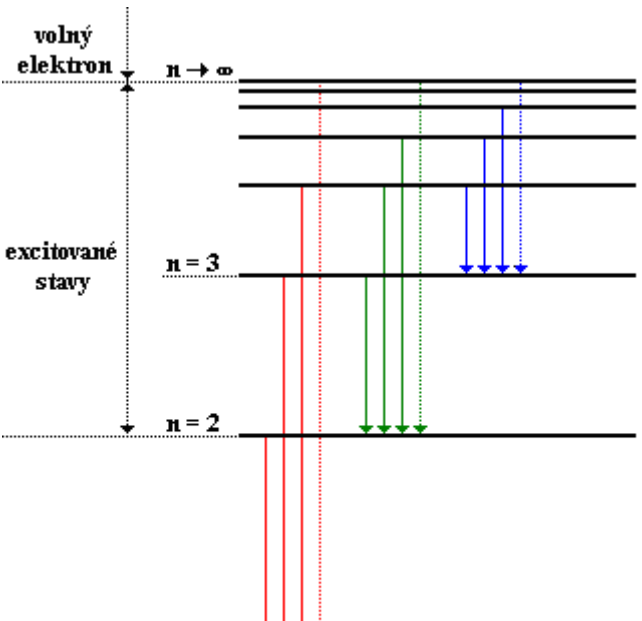
Každý prvek má tak vlastně jakýsi „otisk“ jako má prst u člověka. Proto lze pomocí absorpčních spekter zkoumat chemické složení různých těles vyzařujících nebo pohlcujících elektromagnetické záření - např. i vesmírných těles: Slunce, hvězd, ...

Jako jedno z prvních bylo zkoumáno spektrum nejlehčího z prvků - vodíku. Švýcarský matematik a fyzik Johann Balmer (1825 - 1898) si v roce 1885 všiml, že pro frekvence spektrálních čar vodíku platí jednoduchá zákonitost: $f = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, kde $n = 2, 3, 4, \ldots$ a $R \doteq 3,290.10^{15}\ \mathrm{Hz}$ je **Rydbergova frekvence**. Frekvence (resp. vlnové délky) elektromagnetického záření vypočtené na základě uvedeného vztahu velmi dobře odpovídají hodnotám naměřeným při experimentech.

Začátkem 20. století byly zjištěny další čáry vodíkového spektra a to v ultrafialové a infračervené oblasti spektra elektromagnetického záření. Také tyto čáry se řadily do sérií a jejich frekvence bylo možné vyjádřit

obecnějším vztahem $f = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, kde $n > m$, $n, m = 1, 2, 3, \ldots$. Jednotlivé série byly nazvány podle svých objevitelů (viz obr. 34):

1. $m = 1$ - série Lymanova (ultrafialová část spektra)
2. $m = 2$ - série Balmerova (viditelná část spektra)
3. $m = 3$ - série Paschenova (infračervená část spektra)
4. $m = 4$ - série Brackettova (infračervená část spektra)
5. $m = 5$ - série Pfundova (infračervená část spektra)



Obr. 34

Uvedené zákonitosti je možné vysvětlit, pokud budeme předpokládat, že atom vodíku se může nacházet na určitých energetických hladinách E_n a při přechodech (skocích) z vyšší energetické hladiny na nižší vyzařuje elektromagnetické záření podle vztahu $hf_{nm} = E_n - E_m$, tj. po dosazení $hf_{nm} = hR\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = E_n - E_m$. Pro energetické

hladiny vodíku odtud dostáváme: $E_n = -\frac{hR}{n^2}$.

Tyto hladiny jsou záporné, takže vyššímu *n* odpovídá vyšší hodnota energie a pro $n \to \infty$ je $E_n \to 0$ (viz obr. 34). V takovém případě je již vazba elektronu v atomu natolik slabá, že dochází k ionizaci, tj. vytržení elektronu z atomu vodíku. Elektron se stává volným a jeho energie přestává být kvantována. Elektron v tak může získat už libovolnou kladnou kinetickou energii $\frac{1}{2}mv^2$.

S rostoucím *n* se zmenšuje zlomek $\frac{hR}{n^2}$, ale zlomek $-\frac{hR}{n^2}$ se zvětšuje. Je to záporné číslo, které zmenšuje svojí absolutní hodnotu - blíží se nule.

Základní stav atomu vodíku pro $n = 1$ odpovídá energii $E_1 = -hR = -13,6\ \mathrm{eV}$, což je záporně vzatá ionizační energie vodíku. Abychom „rozbili“ (ionizovali) atom vodíku, musíme mu skutečně dodat energii $E_i = 13,6\ \mathrm{eV}$.

7.3.2.2 | Bohrův model atomu

Vztahy mezi spektrálními zákonitostmi a stavbou atomu formuloval již v roce 1913 dánský fyzik Niels Henrik David Bohr (1885 - 1962) a vytvořil tak další (historicky již třetí) model atomu. Tento model lze formulovat pomocí tří postulátů:

1. Atom je stabilní soustava složená z kladně

nabitého jádra, v němž je soustředěna téměř celá hmotnost atomu, a z elektronového obalu.

Je-li kladný náboj jádra kompenzován záporným nábojem elektronů v elektronovém obalu atomu, je atom jako celek elektricky neutrální.

2. Atom se může nacházet pouze v kvantových stacionárních stavech s určitou hodnotou energie (na určitých energetických hladinách). V takovém stavu atom nevydává ani nepřijímá energii a rozložení elektronů v jeho obalu je časově neproměnné.

Elektrony tedy neztrácejí svou energii v důsledku svého zrychleného pohybu jako tomu bylo u Rutherfordova modelu atomu.

3. Při přechodu ze stacionárního stavu o energii E_n do stavu s nižší energií E_m může atom vyzářit kvantum elektromagnetického záření (foton) o frekvenci dané podmínkou $hf_{nm} = E_n - E_m$. Naopak při pohlcení fotonu s touto frekvencí přejde atom ze stavu s energií E_m do stavu s vyšší energií E_n.

Při přechodu ze stavu s nižší energií do stavu s vyšší energií musí elektron získat příslušnou energii $E_n - E_m$ najednou. Není možné získat jen část a pak získat zbytek. Elektron se tedy nemůže chovat jako turista, který stoupá na vrchol kopce; je-li turista unaven, v polovině

kopce si odpočine, občerství se a pokračuje dále. To elektron udělat nemůže!!!

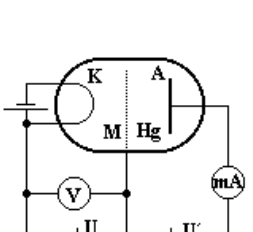
Bohrův model atomu je výrazně lepší ve srovnání s Ruhterfordovým modelem: Bohrův atom je stabilní a dobře vysvětluje energetické změny elektronů, k nimž v atomech dochází. Přesto neodpovídá plně realitě (nevysvětlí např. kulovou symetrii atomů, ...). Proto se hledaly modely další. Jedním z nich, který se skutečným atomům blíží ještě více, je kvantově mechanický Schrödingerův model.

Kvantitativní popis Bohrova modelu atomu byl odvozen bez použití vyšší matematiky.

7.3.2.3 | Experimentální ověření

Kvantování energie atomu, který přijímá a vydává energii pouze v určitých porcích, kvantech, bylo potvrzeno též přímo experimentálně německými fyziky Jamesem Franckem (1882 - 1964) a G. Hertzem v letech 1912 - 1914. Uspořádání **Franckova - Hertzova experimentu** ukazuje obr. 35. Elektrony jsou urychlovány napětím U mezi žhavenou katodou K a mřížkou M. Mezi anodou A a mřížkou je malé brzdné napětí U', které brání elektronům s energií menší než eU' dospět na anodu.

V trubici jsou zředěné páry rtuti. Pozorovaná závislost anodového proudu I_a na urychlujícím napětí U je znázorněna na obr. 36. Jsou zde dobře vidět náhlé poklesy anodového proudu při napětí $U = 4,89\ \mathrm{V}$ a celočíselných násobcích této hodnoty.



Obr. 35



Obr. 36

Tyto poklesy proudu lze vysvětlit tímto způsobem: Atom rtuti má v základním stavu energii $E_1 = -10,40\ \mathrm{eV}$ a v prvním excitovaném stavu $E_2 = -5,51\ \mathrm{eV}$. Rozdíl těchto energií je $E_2 - E_1 = 4,89\ \mathrm{eV}$. Urychlované elektrony se srážejí s atomy rtuti. Pokud je energie elektronů menší než je potřebné kvantum 4,89 eV, nemohou je atomy pohlcovat a srážky jsou pružné. Protože atomy rtuti mají mnohem větší hmotnost než elektrony (řádově $3,7.10^5$krát), nemohou je elektrony při srážce znatelně urychlit. Elektrony tedy neztrácejí energii a putují dále k anodě.

Situace se ale změní, pokud elektrony dosáhnou excitační energie atomu rtuti 4,89 eV. Atomy rtuti začnou

tato kvanta energie pohlcovat, elektrony se zpomalí a anodový proud prudce poklesne. Při vyšším napětí zbude elektronům po odevzdání kvanta energie ještě dostatek energie k tomu, aby překonaly brzdné napětí U' mezi anodou a mřížkou a dostaly se na anodu. Proud opět poroste. Situace se opakuje při napětích, která jsou násobkem excitační energie. Elektrony ji odevzdají při dvou, třech a více srážkách a jejich kinetická energie vždy klesne pod hodnotu eU'.

Při těchto pokusech atomy rtuti nepohlcují záření, ale přijímají mechanickou energii při nepružných srážkách. Kvantování energie tedy nezávisí na její formě. Naproti tomu excitované atomy rtuti se během velmi krátké doby (řádově $10^{-8}\,s$) vracejí do základního stavu tak, že vyzáří kvantum elektromagnetického záření o vlnové délce 253,7 nm. Toto záření lze skutečně při experimentu pozorovat.

Přechody mezi energetickými hladinami v atomu tedy mohou být:

1. zářivé - při přechodu mezi dvěma hladinami v atomu elektron vyzáří (resp. přijme) kvantum elektromagnetického záření;
2. nezářivé - elektron při přechodu mezi dvěma hladinami v atomu odevzdá (resp. přijme) příslušnou energii při srážce s jinými částicemi.

V některých případech (podle tzv. výběrových pravidel)

nemůže atom při přechodu na nižší energetickou hladinu vyzářit kvantum elektromagnetického záření, ale může odevzdávat energii pouze srážkami. Této skutečnosti se využívá při konstrukci laserů.

7.3.3 | Atom vodíku

Podle Schrödingerova kvantově mechanického modelu se atomy mohou nacházet pouze v určitých stacionárních stavech s danou energií. Těmto stavům odpovídá určité, časově neproměnné rozložení hustoty pravděpodobnosti výskytu elektronů v elektronovém obalu. Najdeme je řešením Schrödingerovy rovnice pro pohyb elektronů v přitažlivém coulombovském silovém poli atomového jádra. Dostaneme tak vlnovou funkci ψ a hustotu pravděpodobnosti výskytu elektronů udává čtverec její absolutní hodnoty $|\psi|^2$.

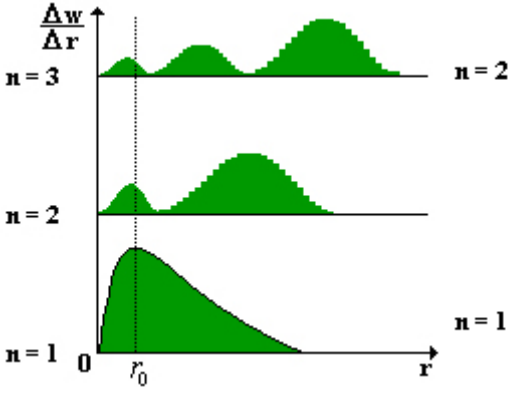
V tomto případě je ovšem situace mnohem složitější, než při pohybu jednoho elektronu vázaného na úsečku ve směru osy *x*.

Při pohybu elektronu po úsečce jsme uvažovali nejjednodušší možný případ: volný elektron (tj. elektron, na který nepůsobila žádná vnější síla). V případě pohybu elektronu kolem atomového jádra není toto přiblížení možné - na elektron totiž působí coulombovská přitažlivá síla!

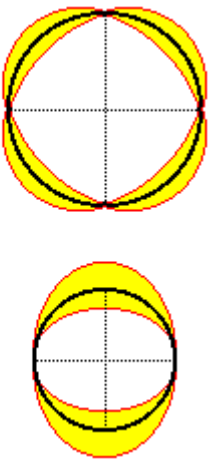
Omezíme se na nejjednodušší atom - atom vodíku,

který je tvořen jedním protonem a jedním elektronem. Atomy s větším počtem elektronů lze vyřešit jen pomocí přibližných matematických metod. Dále je dobré si uvědomit, že elektron se nyní pohybuje v okolí jádra v trojrozměrném prostoru a bude tedy vytvářet složité stojaté elektronové vlny.

Je možné vyšetřovat např. jaká je pravděpodobnost výskytu elektronu v určité vzdálenosti *r* od jádra. Výsledek pro první tři hladiny je na obr. 38. Po srovnání s obr. 37 (rozložení pravděpodobností výskytu při pohybu volného elektronu) je vidět, že i v tomto případě existují vzdálenosti, v nichž se bude elektron vyskytovat s větší resp. nulovou pravděpodobností. V základním stavu najdeme elektron nejspíše ve vzdálenosti $r_0 = 0{,}529.10^{-10}\ \mathrm{m}$.



Obr. 38



Obr. 39

Tato vzdálenost se nazývá **Bohrův poloměr**. Jak je vidět z obr. 38, křivka se pro větší vzdálenosti elektronu od jádra blíží k ose *r* asymptoticky, tj. existuje pravděpodobnost nalezení elektronu v libovolné vzdálenosti od jádra (i když je tato pravděpodobnost velmi malá).

S nadsázkou lze tedy říci, že každý atom vlastně zaujímá prostor celého vesmíru.

V různých kvantových stavech bude pravděpodobnost výskytu elektronu záviset také na směru. Elektronová vlna by nyní měla vytvořit stojaté vlnění na kulovém povrchu. Na obvodu hlavní kružnice uvažované koule se tedy rozloží celistvý násobek vlnových délek (viz obr. 39). Tím se ale rozložení pravděpodobnosti výskytu elektronu v prostoru dále komplikuje.

7.3.3.1 | Kvantová čísla

V prostorovém případě bude kvantový stacionární stav elektronu určen ne jedním, ale třemi kvantovými čísly:

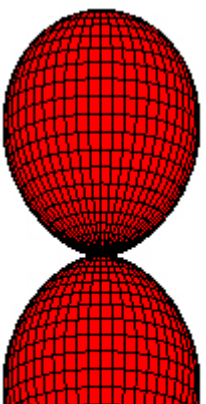
1. hlavním kvantovým číslem *n* - nabývá hodnot $n = 1, 2, 3, \ldots$ a určuje energii příslušného stacionárního stavu atomu vodíku
2. vedlejším (orbitálním) kvantovým číslem *l* - nabývá hodnot $l = 0, 1, 2, 3, \ldots, n-1$ a určuje tvar atomového orbitalu
3. magnetickým kvantovým číslem *m* - nabývá

hodnot $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots, \pm l$ a určuje orientaci atomového orbitalu v prostoru. Pro dané kvantové číslo *l* tedy nabývá celkem $2l+1$ hodnot.

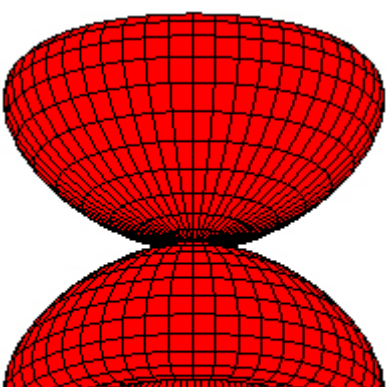
Danému hlavnímu kvantovému číslu *n* tedy odpovídá celkem $\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = 1+3+5+\ldots+2n-1 = n^2$ kvantových stavů rozlišených čísly *l* a *m*.

Trojice čísel *n*, *l*, *m* udává také rozložení pravděpodobnosti výskytu elektronu v prostoru. Toto rozložení se většinou znázorňuje tak, že se vymezí oblast, v níž je výskyt elektronu dán s vysokou pravděpodobností (95 % až 99 %). Hovoří se o tzv. **atomovém orbitalu elektronu**.

Na obr. 40 je zobrazen model orbitalu odpovídajícího kvantovým číslům $n = 1$, $l = 1$ a $m = 0$, na obr. 41 je orbital odpovídající kvantovým číslům $n = 1$, $l = 2$ a $m = 1$.



Obr. 40



Obr. 41

Orbital je tedy ten prostor v okolí jádra atomu, ve kterém se elektron nachází s uvedenou pravděpodobností 95 % až 99 %. Tvar a orientaci orbitalu je přitom popsána pomocí kvantových čísel.

Ve spektroskopii je zvykem označovat jednotlivé stavy hlavním kvantovým číslem a vedlejší kvantová čísla vyjadřovat písmeny *s*, *p*, *d*, *f*, *g*, ..., která odpovídají po řadě hodnotám $l = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$. Tak např. stav $3d$ je určen kvantovými čísly $n = 3$ a $l = 2$. Stavy *s* jsou kulově symetrické, tj. pravděpodobnost výskytu elektronu v nich

závisí jen na vzdálenosti od jádra. V klasické makroskopické fyzice by takový mechanický pohyb částice v poli centrálních sil nebyl možný.

Např. planety se pohybují kolem Slunce vždy po rovinných trajektoriích.

7.3.3.2 | Spin

Experimenty s chováním atomů v magnetickém poli ukázaly, že kvantových stavů elektronu je ve skutečnosti dvojnásobný počet. Je to proto, že elektron představuje vlastně jakýsi malý magnet, který se ve vnějším magnetickém poli může orientovat dvojím způsobem - ve směru pole a proti jeho směru. Tato vlastnost elektronu se označuje jako **spin** (anglicky spin = točit, vířit, kroužit).

Elektron připomíná rotaci nabitého vlčku v jednom nebo druhém směru. Jedná se ovšem pouze o naši představu, neboť u objektů mikrosvěta není možné hovořit o jejich rotaci. Jedná o určitý kvantový pohyb, pro nějž nemáme v makrosvětě analogii.

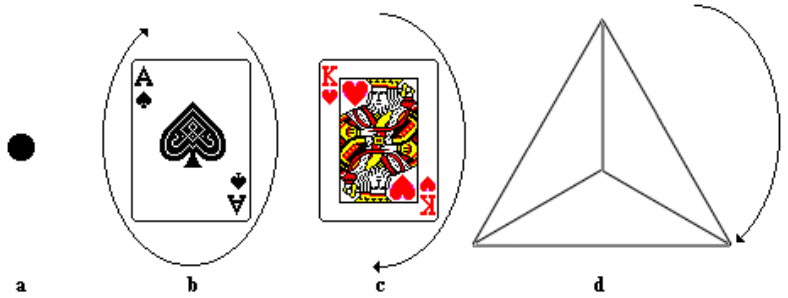
Přesné zavedení spinu částice lez udělat pouze s přesnými matematickými výpočty a formulacemi, které vycházejí z kvantové mechaniky.

Dvě opačné orientace elektronu v magnetickém poli se budou lišit i energií, a proto je lze popsat čtvrtým

kvantovým číslem - tzv. **spinovým magnetickým kvantovým číslem** m_s, které nabývá pouze dvou hodnot: $m_s = \pm\frac{1}{2}$. Kvantový stacionární stav atomu vodíku je tedy popsán čtyřmi kvantovými čísly *n*, *l*, *m*, m_s, přičemž pro každému *n* odpovídá celkem $2n^2$ různých stavů, ve kterých se elektron může nacházet.

Ve velmi hrubém přiblížení lze říci, že spin poskytuje informaci o tom, jak vypadá částice z různých směrů:

1. $m_s = 0$ - částice vypadá jako tečka, tj. ze všech směrů se jeví stejná (viz obr. 42a)
2. $m_s = 1$ - částici lze znázornit jako šipku, tj. při otáčení se jeví různě (viz obr. 42b). Abychom znovu dosáhli původního vzhledu, je třeba ji otočit o plných $360°$.
3. $m_s = 2$ - částice se podobá obousměrné šipce (viz obr. 42c), tj. ztotožnění s původním obrazem nastane již po otočení o $180°$
4. $m_s = 3$ - ztotožnění částice nastane již po otočení o $120°$ (viz obr. 42d)
5. …
6. $m_s = \frac{1}{2}$ - částice bude vyhlížet stejně ne po jednom otočení o plný úhel, ale až po dvou otočení o plný úhel. Zde již selhává představa klasické geometrie a fyziky.



Obr. 42

Na základě spinu (resp. spinového magnetického kvantového čísla) m_s lze částice rozdělit do dvou skupin - na fermiony a bosony.

7.3.3.3 | ***Kvantitativní popis Bohrova modelu atomu

Bohrův model atomu byl používán ještě před položením matematických základů kvantové mechaniky. Vycházel z analogie pohybu planet kolem Slunce a byl jakousi kombinací klasické fyziky a kvantové fyziky. Záporně nabitý elektron se v tomto modelu pohybuje kolem kladně nabitého jádra po kružnicích. Pohyb po kružnici je způsoben dostředivou silou, která je realizována v tomto případě Coulombovskou přitažlivou silou. Lze tedy psát: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{e^2}{r^2}=m_e\frac{v^2}{r}$. Bohr dále doplnil kvantovací

podmínku, kterou lze interpretovat jako požadavek, aby se na kruhovou trajektorii o poloměru *r* vešel celočíselný násobek de Brogrlieových vlnových délek: $2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{m_e v}$.

Řešením obou rovnic jako soustavy pro neznámé *r* a *v* dostáváme poloměr kruhové trajektorie a velikost rychlosti oběhu elektronu kolem jádra v závislosti na *n*: $r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2$ a $v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hn}$.

Nyní je možné na základě právě odvozených vztahů určit energetické stavy atomu vodíku. Je třeba znát celkovou energii *E* elektronu. Ta je dána kinetickou energií E_k elektronu při jeho oběhu kolem jádra a potenciální energií E_p, kterou má elektron vzhledem k jádru. Pro kinetickou energii E_k elektronu tedy je možné psát: $E_k = \frac{1}{2} m_e v_n^2 = \frac{1}{2} m_e \frac{e^4}{4\varepsilon_0^2 h^2 n^2} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}$.

Podobně můžeme vyjádřit potenciální energii E_p elektronu vzhledem k atomovému jádru. Záporně nabitý elektron se pohybuje v elektrickém poli, které vytváří kladně nabité atomové jádro. Potenciál kladně nabitého atomového jádra ve vzdálenosti r_n od jádra je dán vztahem $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$, kde $Q = e$ je náboj jádra (jádro má opačný náboj než elektron). Potenciální energie záporně

nabitého elektronu je pak dána vztahem $E_p = -e\varphi$, což můžeme dále upravit na tvar:

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\pi m_e e^2}{\varepsilon_0 h^2 n^2} = -\frac{m_e e^4}{4\varepsilon_0^2 h^2 n^2}.$$

Pro celkovou energii elektronu ve stavu *n* pak platí:

$$E = E_k + E_p = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}.$$

Při přechodu elektronu z vyšší energetické hladiny E_n na nižší hladinu E_m elektron vyzáří kvantum elektromagnetického záření o frekvenci f_{nm}, která splňuje podmínku $hf_{nm} = E_n - E_m$. Pro frekvenci f_{nm} tedy platí: $f_{nm} = \frac{1}{h}(E_n - E_m)$. Po dosazení za energie příslušných hladin dostáváme: $f_{nm} = \frac{1}{h}\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(-\frac{1}{n^2} - \left(-\frac{1}{m^2}\right)\right) = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$. Jak je vidět, tato frekvence závisí pouze hlavních kvantových číslech, popisujících příslušnou energetickou hladinu, neboť zlomek $\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}$ je dán základními fyzikálními konstantami. Po označení a dosazení dostaneme $R = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \doteq 3{,}290.10^{15}\ \mathrm{Hz}$, což je hodnota **Rydbergovy frekvence**.

Podle tohoto modelu elektron obíhá kolem jádra jako planety kolem Slunce po kruhových trajektoriích (později byl model rozšířen i na trajektorie eliptické), ale poloměry

těchto drah a velikosti rychlostí (resp. hodnoty energie) elektronu jsou kvantovány.

Bohrův model nepopisuje adekvátně atom vodíku (nevysvětlí např. jeho kulovou symetrii, ...), a tím spíše není vhodný pro popis složitějších atomů. Byl proto vystřídán Schrödingerovým modelem a dnes má jen historický význam. Přesto je zajímavé, že podle právě odvozených rovnic dostaneme jako poloměr trajektorie s nejnižší energií právě hodnotu Bohrova poloměru a také správnou hodnotu ionizační energie atomu vodíku $E_i = \frac{1}{2} m_e v_1^2 = 13,6 \text{ eV}$.

Obrázek atomu jako malé planetární soustavy se pro svou názornost stal velmi populárním.

7.3.4 | Periodická soustava prvků

Periodická soustava prvků, jejíž základ vytvořil ruský chemik Dmitrij Ivanovič Mendělejev (1834 - 1907) v roce 1869, byla původně empirickou soustavou vycházející z **periodického zákona:**

CHEMICKÉ VLASTNOSTI ATOMŮ SE ZÁKONITĚ (PERIODICKY) OPAKUJÍ S ROSTOUCÍM ATOMOVÝM ČÍSLEM.

Tato periodicita byla později nalezena i u fyzikálních vlastností (ionizační potenciály, tvary optických spekter, ...).

Jedním z největších úspěchů Schrödingerova

kvantového modelu atomu bylo úplné vysvětlení stavby elektronových obalů atomů prvků, jejich periodických vlastností a atomových spekter. Víme, že elektrický náboj atomového jádra je roven Ze, kde Z je protonové (atomové) číslo udávající postavení daného prvku v Mendělejevově periodické soustavě prvků. V elektronovém obalu se pak pohybuje Z elektronů, které v neutrálním atomu kompenzují náboj jádra.

Tyto poznatky vyplynuly ze studia Rutherfordova rozptylu a ze závislosti spekter rentgenového záření na atomovém čísle Z i z dalších experimentů. Postupně se tedy dospělo k předpokladu, že periodický zákon není prostým empirickým pravidlem, ale že odráží hlubší zákonitost, podle níž je obsazován obal atomu elektrony. Tyto zákonitosti lze shrnout:

ELEKTRONY ZAPLŇUJÍ ENERGETICKÉ STAVY POSTUPNĚ TAK, ABY VYTVOŘILY SOUSTAVU S NEJNIŽŠÍ MOŽNOU ENERGIÍ A PŘITOM NENARUŠILY PAULIHO VYLUČOVACÍ PRINCIP.

K popisu pohybu elektronů v takovém elektronovém obalu je nutno řešit úlohu o pohybu soustavy tří a více částic. Tato úloha není řešitelná analyticky (tj. vyjádřením neznámé veličiny pomocí veličin známých) ani v případě těles v klasické fyzice. Je nutné použít přibližné numerické metody a k výsledku se přibližovat „krok za krokem“. S využitím moderních počítačů lze tedy řešit i tyto úlohy.

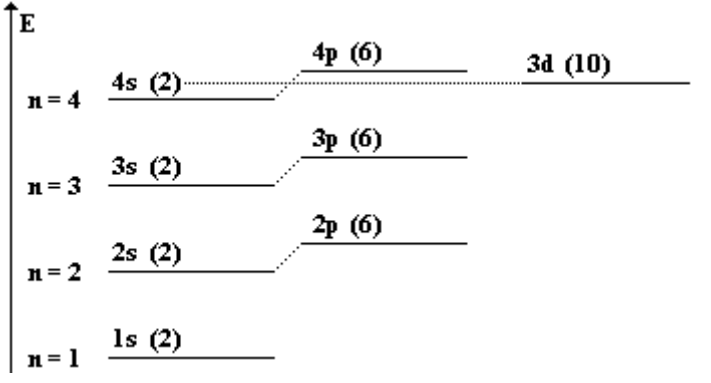
Úloha řešení vzájemného pohybu jádra a dvou elektronů (atom helia), jádra a 26 elektronů (železo), ...

je analogická řešení vzájemného pohybu planet kolem Slunce.

7.3.4.1 | Jednoelektronové přiblížení

Nejpoužívanější metoda spočívá v tzv. jednoelektronovém přiblížení. Počítáme pohyb jednoho z elektronů tak, jako by na něj působila přitažlivá síla jádra o náboji Ze a odpudivé síly ostatních Z - 1 elektronů. Tyto elektrony přitom oslabují (resp. částečně odstiňují) pole jádra.

Důležitým výsledkem kvantové mechaniky je, že i v tomto složitém případě je počet možných kvantových stacionárních stavů elektronů opět dán čtyřmi kvantovými čísly n, l, m, m_s .



Obr. 43

Oproti atomu vodíku je rozdíl v tom, že energie elektronu nyní závisí nejen na hlavním kvantovém čísle *n*, ale i na vedlejším kvantovém čísle *l*.

Přitom se může stát, že energie odpovídající nižším hodnotám *n* bude větší než energie odpovídající vyšší hodnotě *n* - viz obr. 43, na kterém jsou znázorněny energetické hladiny pro několik prvních hodnot kvantových čísel *n* a *l*. Hladina $3d$ zde leží výše než hladina $4s$. Čísla v závorkách udávají maximální počet elektronů na dané energetické hladině.

7.3.4.2 | Princip nerozlišitelnosti částic a Pauliho (vylučovací) princip

Při zkoumání systému více částic (např. elektrony v atomovém obalu, ...) se v kvantové mechanice projeví dva nové fyzikální zákony, které nemají obdobu v makrosvětě:

1. princip nerozlišitelnosti částic

ČÁSTICE TÉHOŽ DRUHU JSOU NEROZLIŠITELNÉ.

Na rozdíl od jakýchkoliv dvou makroskopických objektů (zrnka písku, mravenci, listy na stromě, lidé, ...), které dovedeme vždy rozlišit, jsou částice téhož druhu (např. elektrony) všechny zcela stejné, tj. nelze je žádným způsobem označit (obarvit, očíslovat, ...). Tato skutečnost je experimentálně ověřená a hraje podstatnou roli v chemické vazbě.

Pomocí kvantových čísel číslujeme nikoliv jednotlivé částice (např. elektrony), ale kvantové stavy, v nichž se částice nachází.

Analogicky např. při hledání spojení MHD v Praze zjistíme, že máme jet linkou číslo 22. Čekáme tedy na zastávce na příjezd tramvaje označené číslem 22, což je číslo linky (trati). Číslo (výrobní číslo) příslušného tramvajového vozidla nás nezajímá!

2. Pauliho vylučovací princip (z roku 1924)

V DANÉM SYSTÉMU NEMOHOU EXISTOVAT SOUČASNĚ DVĚ ČÁSTICE V TÉMŽ KVANTOVÉM STAVU, TJ. S TÝMIŽ HODNOTAMI KVANTOVÝCH ČÍSEL n, l, m, m_s.

V závislosti na platnosti (resp. neplatnosti) Pauliho principu rozdělujeme částice na dva druhy:

1. fermiony - částice hmoty, jejichž úplný popis vypracoval italský fyzik Enrico Fermi (1901 - 1954, Nobelova cena v roce 1938) a k nimž patří elektron, proton, neutron, … Jedná o částice s poločíselným spinem, které tvoří veškerou látku vesmíru (hvězdy, planety, zvířata, lidi, …) a pro něž platí Pauliho vylučovací princip
2. bosony - částice silových interakcí, jejichž popis vypracoval indický fyzik Satyendra Nath Bose (1854 - 1948) spolu s A. Einsteinem a k nimž patří foton, mezon a další částice

zprostředkující silové interakce mezi částicemi látky; jde o částice s celočíselným spinem a Pauliho vylučovací princip pro ně neplatí

Rozdíl mezi fermiony a bosony lze lépe pochopit na příkladě návštěvníků kina. Přijdou-li na představení snobi, tj. lidi, kteří nesnesou vedle sebe nikoho jiného a budou chtít ukázat svoji důležitost, bude v každé řadě kina sedět jen jeden divák (fermion). Pouze bude-li jich v kině více než je řad, sednou si do řady po dvou, ale vždy jeden v řadě si sedne demonstrativně čelem vzad, aby se nějak odlišil. Pokud přijdou na představení děti (bosony), natlačí se všechny do předních řad, aby dobře viděly a nic ji neuniklo, zatímco zadní řady zůstanou prázdné.

Řady sedadel v kině v uvedené analogii představují jednotlivé energetické hladiny. Přitom první řada odpovídá nejnižší energii. Všechny částice (jak bosony tak fermiony) zaujmou vždy takovou pozici, aby celková energie systému, který je z daných částic vytvořen, byla minimální. Bosony žádná pravidla dodržovat nemusí - budou prostě obsazovat ty nejnižší energetické hladiny. Fermiony přitom musí dodržovat Pauliho vylučovací princip - jednotlivé energetické hladiny (řady sedadel v kině) musí obsazovat tak, aby se lišily minimálně spinem (jeden divák otočený k plátnu, druhý od plátna).

Pauliho princip vede k závěru, že může existovat jen určitý počet druhů atomů s přesným rozložením elektronů

ve svých obalech. Vysvětluje zákonitosti periodické soustavy prvků a tím i celého bohatství chemických sloučenin i biologických systémů. Je to princip „strukturotvorný“, neboť umožňuje existenci celého našeho světa (věcí, zvířat, lidí, ...). Fotony, pro které Pauliho princip neplatí, mohou být všechny v témž kvantovém stavu, s touž energií a frekvencí, mohou vytvářet elektromagnetickou vlnu, ale nelze z nich vytvářet žádné struktury.

Při postupném „vytváření“ složitějších prvků než je vodík, přidáváme vždy jeden elektron. Ten zaujme pokaždé takový kvantový stav, aby:

1. energie dalšího (takto vzniklého složitějšího) atomu v základním stavu byla nejnižší;
2. nebyl přitom narušen Pauliho vylučovací princip

Celková soustava elektronů, které vytvářejí obal atomu a jsou rozloženy podle kvantových stavů, se nazývá **elektronová konfigurace** daného prvku. Zapisuje se tak, že se počet elektronů s daným hlavním a vedlejším kvantovým číslem vyjadřuje pomocí exponentu nad příslušným symbolem. Takových stavů může být vždy nejvýše $2\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1)=2n^2$. Například elektronová konfigurace železa s 26 elektrony je $(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^6(4s)^2(3d)^6$.

Z historických důvodů se stavy s kvantovými čísly $n=1,2,3,4,5,\ldots$ nazývají **slupky** a označují se písmeny

$K, L, M, N, O, \ldots$. V každé slupce pak rozlišujeme **podslupky** $s, p, d, f, g, \ldots$. Celkový počet elektronů v jednotlivých slupkách a podslupkách je:

	K	L		M			N				O					...
	1*s*	2*s*	2*p*	3*s*	3*p*	3*d*	4*s*	4*p*	4*d*	4*f*	5*s*	5*p*	5*d*	5*f*	5*g*	...
	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18	...
	2	8		18			32				50					
Počet prvků:	2	8		8			18				18					

tab. 1

Označení jednotlivých slupek (*K*, *L*, *M*, ...) lze chápat také jako označení jednotlivých period periodické soustavy prvků, přičemž perioda je označena podle nejvyššího *n*.

Ve skutečnosti se jednotlivé slupky a podslupky nezaplňují přesně v tomto pořadí. Rozhodující totiž je dosažení nejnižší energie a ta, jak bylo zmíněno a na obr. 44 naznačeno, nemusí vždy odpovídat rostoucímu pořadí kvantových čísel.

Názvy slupek:

1. **vnitřní** - slupky s nižšími kvantovými čísly, elektrony jsou v nich blíže k jádru a jsou k němu pevněji vázány a méně ovlivňují chemické vlastnosti prvků.
2. **valenční** - poslední, vnější slupka. Počet elektronů v ní rozhoduje o chemické vaznosti prvku:

a) je v ní 1 elektron - je jen slabě vázán k jádru a atom je chemicky velmi reaktivní, protože tento elektron se může snadno uvolnit resp. podílet se na chemické vazbě (alkalické kovy - Li, Na, K, Rb, Cs, Fr)

b) 1 elektron chybí do úplného zaplnění slupky - atom velice snadno reaguje s ostatními atomy, které jsou schopny tento jeden chybějící elektron dodat. Jedná se o halogeny (F, Cl, Br, I, At)

c) slupka je zcela zaplněna - atomy jsou chemicky značně netečné (vzácné plyny - He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn)

7.3.4.3 | ***Zaplňování jednotlivých podslupek

Pořadí zaplňování jednotlivých podslupek ukazuje tab. 2, která popisuje celkovou periodicitu výstavby Mendělejevovy periodické soustavy prvků. Uzavřená perioda začíná obsazováním stavu ns^1 a končí obsazováním stavu np^6. Přesto i zde při postupném obsazování elektronových konfigurací je nutné ještě udělat menší korekce.

Perioda	Konfigurace	Perioda	Konfigurace
K	1*s*	O	5*s* 4*d* 5*p*

L	2*s* 2*p*	P	6*s* 4*f* 5*d* 6*p*
M	3*s* 3*p*	Q	7*s* 5*f* 6*d* 7*p* ...
N	4*s* 3*d* 4*p*	...	...

1. tab. 2

Ze schématu periodické tabulky se poněkud vydělují skupiny přechodových prvků, u nichž dochází při výstavbě obalu k doplňování elektronů do podslupek *d* a *f* s nižšími *n*, než má slupka valenční:

1. $_{21}\mathrm{Sc}$ - $_{28}\mathrm{Ni}$ - obsazují se stavy 3*d*
2. $_{39}\mathrm{Y}$ - $_{46}\mathrm{Pd}$ - obsazuje se posloupnost 4*d*
3. $_{71}\mathrm{Lu}$ - $_{78}\mathrm{Pt}$ - obsazuje se podslupka 5*d*

Z toho vyplývají i vlastnosti prvků, u nichž k uvedeným výjimkám dochází. Chemická reaktivita je dána počtem valenčních elektronů (vnějších elektronů). Např. prvky, které mají $Z \in \langle 21; 28 \rangle$ a u nichž se obsazují dříve stavy 4*s* než 3*d* (díky rozdílu energetických hladin těchto stavů), jsou vícevalenční. Rozdíl energií mezi elektrony ze stavu 3*d* a elektrony valenční slupky je totiž malý. Elektrony proto mohou putovat z jedné slupky do druhé a měnit valenci prvku.

Někdy se stane, že některá z hlubokých vnitřních podslupek zůstává dlouho neobsazena. Skupiny těchto prvků se zařazují do periody formálně na místo jednoho prvku. Jsou to:

1. lanthanidy (vzácné zeminy) - prvky $_{57}\mathrm{La}$ až $_{70}\mathrm{Yb}$ se základní konfigurací vyšších slupek

$5s^2 5p^6 6s^2$, které postupně doplňují elektrony do podslupky 4*f* případně i 5*d*

2. aktinidy - prvky $_{89}\mathrm{Ac}$ až $_{103}\mathrm{Lw}$ (většina transuranů) se základní konfigurací $6s^2 6p^6 7s^2$, doplňující postupně elektrony podslupku 5*f* případně i 6*d*

Jednotlivé prvky se pak liší pouze počtem elektronů v této hluboké podslupce, ale valenční podslupku mají stejnou a jsou si chemicky podobné, což znesnadňuje jejich chemickou separaci.

Tyto odchylky a odchylky znázorněné na obr. 45 vznikají v důsledku složitých interakcí mezi elektrony, které nejsou v jednoelektronovém přiblížení dost dobře podchyceny (ale přesto toto přiblížení dává „rozumné“ výsledky). Proto vykazuje reálná posloupnost elektronových konfigurací jisté nepravidelnosti v zaplňování podslupek při rostoucím *n* ve srovnání s výsledky jednoelektronového přiblížení. Tyto nepravidelnosti jsou ale velmi důležité, neboť vysvětlují známou periodicitu soustavy prvků, tj. fakt, že jednotlivé její periody (bez lanthanidů a aktinidů) obsahují počet prvků uvedený v tab. 1.

Rámcově platí, že energetické stavy se zaplňují vzestupně podle hodnoty součtu $n+l$ (kde *l* je číslo podslupky). V případě výskytu dvou stejných součtů se obsazují dříve ty energetické hladiny, které mají menší *n*.

7.3.5 | Chemická vazba

Atomy se spojují v molekuly, nejmenší části chemických sloučenin. Těchto sloučenin je známo v současné době několik milionů a stále jsou objevovány a syntetizovány další. Chemické reakce mezi molekulami jsou základem všech životních podchodů, složité makromolekuly umožňují kódování genetické informace a tedy i existenci lidstva v jeho vývoji.

Vlastnostmi molekul a jejich vzájemnými přeměnami se zabývá chemie. Základní otázka přitom je, jaká je podstata **chemické vazby**, tj. sil, které váží atomy v molekulách. Jedná se o elektromagnetické síly, které působí mezi elektricky nabitými částicemi (elektrony - atomová jádra, elektrony - kladný iont, ...). S elektromagnetickými silami (elektromagnetickými interakcemi) se setkáváme v přírodě (a v technické praxi) nejčastěji

> Pohyb automobilu poháněného benzínovým motorem, brzdění třením o vozovku, pohyb vozu taženého koněm, síla vyvinutá běžcem při dosažení světového rekordu, ... to všechno jsou příklady elektromagnetického sílového působení.

Vzhledem k tomu, že atomy a molekuly jsou objekty mikrosvěta, nelze podstatu těchto sil vysvětlit na základě klasické elektrodynamiky. Vysvětlení chemických vazeb podala až kvantová teorie ve 20. letech 20. století (W.

Heitler, F. London v roce 1927). Od té doby se datuje vznik kvantové chemie.

Rozlišují se dva základní typy chemických vazeb:

1. iontová vazba;
2. kovová vazba.

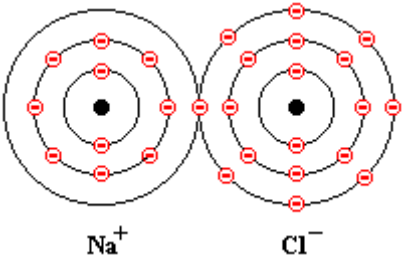
Kromě těchto vazeb existují i vazby přechodného typu a jiné, slabší chemické vazby, k nimž patří koordinační vazby, vodíkové vazby, (vytvářejí např. dvojitou spirálu nukleových kyselin), van der Waalsovy vazby, ...

7.3.5.1 | Vazba iontová

Tato vazba vzniká mezi atomem, který má malý počet elektronů ve valenční slupce a jejich ztrátou se přemění na kladně nabitý iont se zcela zaplněnou poslední vnější slupkou, a atomem, kterému se nedostává tento malý počet elektronů ve valenční slupce a jejich doplněním přejde v iont nabitý záporně.

Tuto vazbu lze najít např. u molekuly NaCl (schematicky znázorněno na obr. 46). Sodík ztrátou jediného elektronu z podslupky 3*s* vytvoří iont Na^+ s elektronovou konfigurací neonu, chlor doplněním jednoho elektronu do podslupky 3*p* vytvoří iont Cl^- s elektronovou konfigurací argonu. Oba ionty se pak chemicky váží přitažlivými elektrostatickými silami v molekulu NaCl. Iontově vázaná molekula může ve vodném roztoku opět disociovat, tj. rozložit se na kladný a záporný iont

a vytvořit elektrolyt.



Obr. 46

7.3.5.2 | Vazba kovalentní

Vazba kovalentní se vyskytuje častěji než vazba iontová. Kovalentní vazba vzniká tak, že při vzájemném přiblížení dvou atomů se jejich atomové orbitaly vzájemně překryjí a vznikne oblast, kde je možno s určitou pravděpodobností nalézt elektrony náležející původně jak k jednomu, tak k druhému atomu.

Představa atomu jako malé Sluneční soustavy (tj. kolem jádra krouží elektrony po daných trajektoriích) není zcela přesná. Lepší je si atom představit tak, že kolem jádra se „potuluje oblak tvořený elektrony“. Tvar tohoto „oblaku“ je popsán kvantovými čísly a je to výše zmíněný orbital. Tyto „oblaky“ se mohou překrývat, mísit. Proto bude elektron, který byl původně silově vázán jen ke „svému“ jádru, přitahován i k „cizímu“ jádru. Tak

budou držet atomy pohromadě - vytvoří se tedy vazba.

Podle principu nerozlišitelnosti částic nelze tyto elektrony od sebe rozeznat a atomy jsou tímto společným vlastnictvím elektronů vázány. Každý z atomů dodal jeden ze svých elektronů na vytvoření kovalentní vazby. V chemii takové elektronové dvojice vytvářející kovalentní vazbu znázorňujeme čárkou, přičemž tyto vazby mohou být i vícenásobné.

Např. $H-O-H$, $H-C=C-H$, ...

Na kovalentní vazbu se lze dívat i z jiného hlediska. Molekulu si lze představit jako kvantovanou soustavu tvořenou jádry a elektrony, jejichž rozložení je popsáno vlnovou funkcí. Tato vlnová funkce udává rozdělení pravděpodobnosti výskytu elektronů v prostoru zaujímaného molekulou, tedy určuje molekulové orbitaly. Molekula vznikne tehdy, když výsledná energie molekuly jako kvantované soustavy je menší než součet energií jednotlivých atomů.

Elektrony v molekulových orbitalech zaujímají opět určité kvantové stavy popsané kvantovými čísly n, l, m, m_s. V atomech s jedním (centrálně umístěným) jádrem závisí energie pouze na kvantových číslech n a l. Pokud nebyl zadán význačný směr v prostoru (např. směr vnějšího magnetického pole), bylo možné volit směr souřadných os libovolně a stavům s týmž orbitalovým číslem odpovídala táž energie. V molekulách jsou však jádra vzájemně rozložena určitým způsobem v prostoru a souřadné osy je

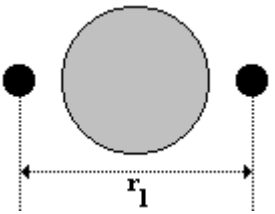
možno na ně vázat. Energie molekuly nyní závisí i na orientaci orbitalu vůči jádrům, a tedy i na kvantovém čísle *m* (přesněji na jeho absolutní hodnotě). Stavy s daným orbitalovým číslem *l* se tedy rozloží na $l+1$ energetických hladin odpovídajících kvantovým číslům $\lambda = |m| = 0, 1, 2, \ldots, l$. Kombinacemi stavů vzniknou směrované atomové orbitaly, které se pak v molekulách různě překrývají a tím i váží.

7.3.5.3 | Konkrétní příklady chemických vazeb

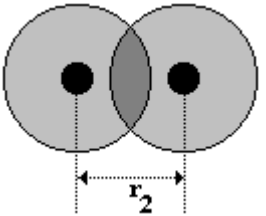
Nejjednodušší soustavou se dvěma jádry je **molekulární iont vodíku** H_2^+. Jsou to dva protony, které mají jeden společný elektron. Při určité vzdálenosti $r_1 = 0{,}106\ \text{nm}$ mezi protony (viz obr. 47) bude mít tento iont maximální, kladnou ionizační energii $E_i = 2{,}7\ \text{eV}$ a bude tedy stabilní.

V **molekule vodíku** jsou protony vázány dvojicí sdílených elektronů (kovalentní vazba). Kterýkoliv z elektronů může být nalezen kdekoli ve vyznačené oblasti na obr. 48, ale v místě překrytí je pravděpodobnost jeho nalezení vyšší. Pro vzdálenost protonů a disociační energii dostáváme: $r_2 = 0{,}075\ \text{nm}$ a $E_i = 4{,}4\ \text{eV}$.

V **molekule vody** by měly spojnice atomů $H-O$ a $O-H$ svírat pravý úhel. Ve skutečnosti ale svírají úhel $104{,}5°$, což je částečně způsobeno odpuzováním atomových jader.



Obr. 47



Obr. 48

V **organické chemii** jsou důležité zejména kovalentní vazby mezi **atomy uhlíku** vzájemně i s dalšími atomy. Uhlík v základním stavu má konfiguraci $1s^2 2s^2 2p^2$, proto může vytvářet dvě kovalentní vazby za účasti svých dvou elektronů z podslupky 2*p* (např. v CO: $C = O$). Víme ale, že v organických sloučeninách vystupuje uhlík jako čtyřvazný. V tomto případě se váže z excitovaného stavu $1s^2 2s^1 2p^3$ a vazby se účastní 3 elektrony stavu 2*p* a jeden elektron ze stavu 2*s*. Přestože jde o elektrony ve stavech s různými orbitálními čísly, účastní se vazby zcela rovnoprávně.

Např. v molekule methanu míří všechny vazby k atomům vodíku umístěných ve vrcholech pravidelného čtyřstěnu.

Této podivuhodné symetrizaci vazeb se říká **hybridizace**. Elektronovou konfiguraci uhlíku je pak možné psát ve tvaru $1s^2 \left(2sp^3\right)^4$.

7.3.5.4 | Použití v praxi

Kvantová teorie pomocí vazeb mezi jednotlivými atomy v molekulách vysvětluje chemické a fyzikální vlastnosti látek a chemických sloučenin. Na tom je založen jeden z nejrozsáhlejších fyzikálních oborů - **fyzika pevných látek**. Zabývá se vlastnostmi krystalů, kovů, polovodičů, dielektrik, magnetik a dalších forem pevných látek. V krystalech se setkáváme s pravidelným prostorovým rozložením iontů, atomů či molekul na malých vzdálenostech daných tzv. mřížkovou konstantou (řádově $3.10^{-10}\,\mathrm{m}$). V jistém smyslu lze na krystal pohlížet jako na obrovskou molekulu makroskopických rozměrů a zabývat se otázkou, jakými silami jsou atomy v krystalu drženy.

U některých krystalů se setkáme opět s iontovou vazbou (NaCl, ...) nebo kovalentní vazbou (diamant, Ge, Si, ...) mezi atomy. Důležitou roli mají krystaly, v nichž se uplatňuje kovová vazba (Ag, Cu, ...). Každý atom zde přispívá jedním elektronem do společného vlastnictví celého krystalu, přestože má podstatně více sousedních atomů, s nimiž by se mohl kovalentně vázat (proto se v této souvislosti někdy mluví o tzv. nenasycené kovalentní vazbě). Společné elektrony jsou v krystalu volně pohyblivé, podmiňují jeho dobrou elektrickou vodivost a vytvářejí svého druhu elektronový plyn. Kovové krystaly s touto vazbou jsou však méně pevné a snadněji deformovatelné než krystaly s iontovou vazbou nebo kovalentní vazbou.

Pohybuje-li se elektron v periodicky proměnném poli mezi jednotlivými ionty krystalové mřížky, může opět nabývat pouze určitých kvantovaných hodnot energie. Jeho energetické hladiny jsou však velmi blízko u sebe a vytvářejí soustavy dovolených a zakázaných pásů. Šířka takových pásů je řádově rovna jednotkám elektronvoltů a vzdálenost hladin uvnitř pásů kolem $10^{-19}\ \mathrm{eV}$. Pásová teorie pevných látek vysvětluje rozdíly v elektrické vodivosti kovů, polovodičů a dielektrik.

7.3.6 | ***Pásová teorie pevných látek

7.3.6.1 | Krystaly

Pásová teorie pevných látek se týká zejména krystalů. Krystaly jsou objekty s periodickým uspořádáním základních složek, z nichž jsou utvořeny, do prostorové krystalové mřížky. Problémem je, jak je možné, že krystaly drží pohromadě a vykazují ve své struktuře podivuhodnou pravidelnost. Mezi atomy, molekulami či ionty, jimiž je krystal tvořen, musí existovat interakce, které připouštějí existenci vázaných stavů krystalu a které jsou příčinou pozorovaných symetrií.

Podle známých vlastností uvedených interakcí třídíme krystaly do těchto základních skupin:

1. iontové krystaly (NaCl, ...) - přechodem

elektronu od jednoho typu atomů v látce k druhému se vytvářejí ionty podobně jako u iontové vazby molekul. Ionty jsou udržovány v krystalickém uspořádání hlavně coulombovskou elektrostatickou silou. Mezi ionty je elektromagnetická interakce. Vazbová energie je rovna řádově několika elektronvoltům na dvojici iontů. Tyto krystaly vykazují tzv. iontovou elektrickou vodivost při teplotách blízkých bodu tání, za normálních podmínek jsou nevodivé.

2. valenční krystaly - vazba sousedních atomů je kovalentní vazbou nesenou dvěma elektrony. Čistě kovalentní krystaly jsou např. diamantová forma uhlíku, Ge, Si, … Vazebná energie je řádově stejná jako u iontových krystalů.
3. kovové krystaly - vazba, která váže sousední atomy, je vazba kovová (nenasycená kovalentní). Protože každý z atomů přispívá do kovalentní vazby jen jedním elektronem, vyčerpává v průměru jedna vazba jen čtvrtinu elektronů místo dvou v nasycené kovalentní vazbě. Proto nazýváme kovovou vazbu nenasycenou kovalentní vazbou. Tato vazba vysvětluje relativně malou pevnost a snadnou deformovatelnost kovů ve srovnání s prvními dvěma typy krystalů. Tato vazba způsobuje

také relativní volnost elektronů a opravňuje v jednoduchých přiblíženích uvažovat o elektronech vytvářejících vazbu v kovových krystalech jako o elektronovém plynu.

Např. Li má základní konfiguraci $1s^2 2s^1$ se šesti nezaplněnými stavy 2*p* s energií jen o málo vyšší než je energie stavu 2*s*. Zatímco dva atomy vodíku vytvářejí v molekule H_2 nasycený kovalentní systém ve slupce *K*, k molekule Li_2 lze připojit další atom Li, který bude připoután kovalentní vazbou. Přitom se zaplňuje slupka *L* a nedochází k rozporu s Pauliho vylučovacím principem. Li krystalizuje v prostorově centrované soustavě, uvnitř které má každý atom osm nejbližších sousedů.

4. molekulární krystaly - základem jsou silně kovalentně vázané molekuly. Pohromadě je udržují slabé van der Waalsovy síly, což jsou zbytkové elektromagnetické síly, které mají původ v interakci mezi vlastními resp. indukovanými elektrickými dipóly molekul. Tyto krystaly jsou málo mechanicky pevné, mají díky malé intenzitě interakce nízký bod varu a tání. Vazbové energie jsou řádově desetiny až setiny elektronvoltů na molekulu.

Řazení reálných krystalů do těchto skupin nemusí být vždy zcela jednoznačné z toho důvodu, že u některých krystalů se vyskytuje více z uvedených vazeb najednou.

Např. grafit. Atomy uhlíku jsou v jednotlivých

atomových rovinách vázány silnou kovalentní vazbou, ale atomové roviny jsou k sobě vázány slabou Waalsovou vazbou. Proto se grafit snadno stírá a ulpívá na papíru.

Rozhodující interakcí udržující krystaly v pevném stavu je elektromagnetická interakce mezi elektrony z vnější vrstvy obalu atomů, molekul nebo iontů, které krystaly vytvářejí. Může se jednat o:

1. lokalizované elektrony - patří trvale do struktury daného atomu nebo molekuly;
2. kolektivizované elektrony - snadno přecházejí mezi jednotlivými atomy nebo přesněji řečeno přísluší celému krystalu. Přitom nemusí být pravděpodobnost jejich výskytu stejná pro všechna místa v krystalu. Proto se hovoří o elektronech, které jsou více či méně kolektivizovány.

Např. v kovech lze elektrony považovat za zcela kolektivizované, neboť jejich vazba k mřížce (mateřským atomům) je velmi slabá, což podmiňuje dobrou elektrickou vodivost kovů, výskyt fotoefektu, ...

Kvantově teoretický popis vlastností krystalu by byl značně náročný. Proto existuje řada modelů, jak danou problematiku pochopit snáze - např. model elektronového plynu.

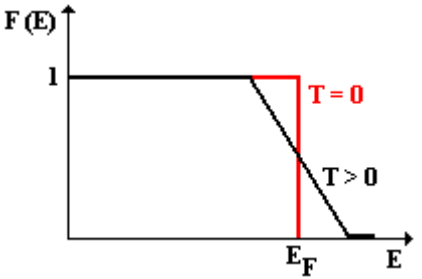
7.3.6.2 | Model elektronového plynu

Předpokládejme, že atomová jádra a lokalizované elektrony na jedné straně a kolektivizované elektrony na druhé straně vytvářejí homogenní potenciálové pole, v němž se kolektivizované elektrony pohybují zcela volně, tj. neinteragují spolu, ale jejich pohyb je omezen na vnitřní oblast krystalu. Stačí tedy vyšetřovat pohyb jediného elektronu v dané prostorové potenciálové jámě, kterou lze pokládat pro jednoduchost za krychlovou.

Tuto situaci si lze zcela jednoduše představit tak, že se elektron nachází v jámě tvaru krychle, která je vykopaná v Zemi. Je-li elektron na jejím dně, má minimální (potenciální) energii. Na překonání potenciálové jámy, tj. na to, aby jámu opustil a dostal se z ní ven, musí získat určitou energii (klasicky tak, že vnější síla vykoná práci tím, že elektron zvedne nad okraj jámy).

Elektron je fermion se spinem $\frac{1}{2}$ a tedy podléhá Pauliho vylučovacímu principu. Vzhledem k tomu, že elektrony pokládáme za navzájem neinteragující, bude každá energetická hladina ještě rozštěpená na dvě s ohledem na dvě možné „polohy“ spinu. Při teplotě blízké absolutní nule budou postupně obsazovány všechny nejnižší energetické hladiny v souladu s Pauliho vylučovacím principem až do vyčerpání všech volných

elektronů, které má krystal k dispozici (tj. na základní hladině budou 2 elektrony, na nejbližší vyšší 6 elektronů, ...). Tento stav nastane pouze při teplotě krystalu a jeho okolí velmi blízko absolutní nuly, protože jen při této teplotě nedochází k žádným excitacím krystalu (tj. přechodu volných elektronů na vyšší neobsazenou hladinu). Nejvyšší energetická hladina, kterou „volné“ elektrony v krystalu v tomto stavu obsazují, se nazývá **Fermiho energie (Fermiho hladina)** E_F. Tzv. Fermi - Diracovo statistické rozdělení elektronů udávající počet elektronů připadajících na daný interval $(E; E+\Delta E)$ v závislosti na energii *E* při $T = 0\,\mathrm{K}$ je znázorněno na obr. 49 (červená křivka).



Obr. 49

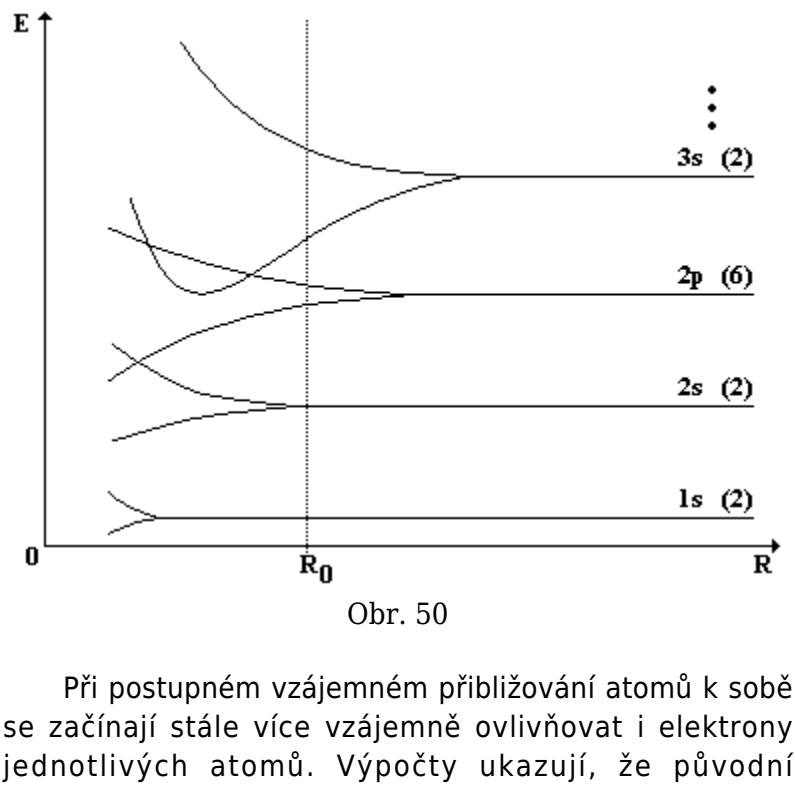
Graf ukazuje, že mají-li elektrony energii menší než je E_F při teplotě $T = 0\,\mathrm{K}$, jsou všechny ve „svých“ základních stavech. S rostoucí teplotou se pak elektrony z vyšších energetických hladin (blíže k E_F) přesouvají do vyšších,

excitovaných stavů.

Při vyšších teplotách se část elektronů excituje (např. tepelnou excitací), přechází do vyšších energetických stavů ze stavů ležících pod E_F a dané statistické rozdělení je naznačeno na obr. 49 (černá křivka). Z tohoto rozdělení vyplývá, že se excitují ty elektrony, které leží blízko Fermiho energetické hladiny E_F. Hlouběji (na nižších energetických hladinách) ležící elektrony se tohoto děje nezúčastňují. Tento jev je v souladu se zkušeností, že střední energie elektronového plynu za běžných podmínek prakticky nepřispívá k hodnotě měrného tepla kovů.

7.3.6.3 | Energetické pásy elektronů v krystalech

Pro vysvětlení energetických pásů elektronů v krystalech začneme jednoduchým myšlenkovým experimentem. Představme si např. krystal sodíku, který vzniká v laboratoři z taveniny. Uvažujme nyní situaci, kdy tento krystal bude vznikat postupným „zhušťováním“ taveniny, tj. zmenšováním vzájemné vzdálenosti jednotlivých atomů. Atomy, kterých je řádově 3.10^{22} se pak přiblíží až na vzdálenost $R_0 = 0{,}366\ \mathrm{nm}$ a vytvoří tak monokrystal sodíku o objemu $1\ \mathrm{cm}^3$.



Obr. 50

Při postupném vzájemném přibližování atomů k sobě se začínají stále více vzájemně ovlivňovat i elektrony jednotlivých atomů. Výpočty ukazují, že původní energetické hladiny elektronů se tak rozštěpí v celé pásy, které budou tím širší, čím vyšší energie jim odpovídá. Situace je znázorněná na obr. 50; čísla v závorkách u jednotlivých energetických stavů udávají počet elektronů v tomto stavu. Šířka výše položených pásů dovolených energií bývá řádově jednotky až desítky elektronvoltů, zatímco nejhlubší pásy (např. 1*s*, ...) jsou velmi úzké (např. u sodíku řádově 10^{-19} eV).

V krystalu se tedy nacházejí obecně dovolené pásy a zakázané pásy energie. Jsou složeny z jednotlivých hladin ležících velmi hustě nad sebou.

Dovolený pás může být obsazen celkem $2N$ elektrony.

Činitel „2“ je dán dvojí orientací spinu elektronů. Počet elektronů v dovoleném pásu tedy může být obsazen sudým počtem elektronů.

U prvků, které mají lichý počet elektronů (např. již zmíněný sodík, …), se zaplní jeden pás (nejvyšší) pouze do poloviny. U prvků se sudým počtem elektronů v atomu se v základním stavu vyskytují jen pásy zcela zaplněné nebo prázdné. Na základě zaplněnosti posledního pásu lze určit např. elektrické vlastnosti látky.

V izolovaných atomech jsou elektrony vázány vždy k příslušnému jádru (jedná se o lokalizované elektrony). Čím více se atomy přibližují, tím větší je pravděpodobnost, že elektron samovolně přejde od jednoho jádra do blízkosti druhého. Elektrony pocházející z vnitřních slupek (1*s*, …) zůstávají ještě i v krystalu velmi silně lokalizovány. Výpočty ukazují, že elektrony, jejichž energie tvoří široké pásy, se stále pohybují v celém krystalu. Střední rychlost tohoto chaotického posuvného pohybu elektronů při šířce pásu zhruba $10\,\mathrm{eV}$ je řádově $10^6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Tuto obrovskou velikost rychlosti elektronu, potvrzenou četnými experimenty, není možné vysvětlit klasicky. Souvisí totiž velmi podstatně s Pauliho vylučovacím principem. Kdyby elektrony totiž neměly

poločíselný spin, obsadily by v základním stavu krystalu pouze jedinou hladinu - nejnižší hladinu pásu 1*s*.

7.3.6.4 | Vlastnosti krystalů z hlediska jejich vnitřní struktury

7.3.6.4.1 | Elektrické vlastnosti pevných látek

Pohyb elektronů obrovskými rychlostmi v energetických pásech krystalu je chaotický: elektrony se pohybují všemi směry, a proto v makroskopickém měřítku nepřenášejí elektrický proud.

Přenos náboje (tedy průchod elektrického proudu) je možný pouze tehdy, pokud vnější elektrické pole udělí elektronům dodatečnou rychlost v jednom směru. To vyplývá ze zákona zachování energie - není možné, aby se přemisťovaly částice s nábojem (tj. aby elektrostatická nebo vnější síla konaly práci) bez dodání energie (např. ze zdroje elektrického napětí).

Tuto situaci lze přiblížit analogií s molekulami vzduchu. Ve vzduchu se molekuly i za úplného bezvětří pohybují střední rychlostí o velikosti zhruba $500\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Přesto nikdo nemá pocit, že v zavřené místnosti fouká vítr (molekuly vzduchu do nás narážejí symetricky ze

všech stran a jejich energie je díky jejich velmi malé hmotnosti velmi malá). K makroskopickému přenosu látky dojde až při proudění, které má mnohem menší velikost rychlosti (např. už při velikosti rychlosti $40\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ se jedná o orkán).

Elektrický proud v kovech je spjat s rychlostí pohybu elektronů o velikosti mnohem menší - řádově $\mathrm{mm.s^{-1}}$.

V krystalu se postupně zaplňují dovolené pásy (**valenční pásy**), které jsou od dalšího dovoleného pásu (**vodivostní pás**) odděleny **zakázaným pásem** o šířce E_g, jak ukazuje obr. 51.

Index *g* pochází z anglického *gap* - *mezera*.

Zakázaný pás je pás, ve kterém se standardně nenacházejí žádné částice.

Pás je tvořen několika energetickými hladinami. Pro další vysvětlování vlastností krystalů je dobré energetické hladiny sloučit do pásů, neboť nebude podstatné, v jaké energetické hladině se elektron nachází, ale pouze do jakého patří pásu. Podle příslušnosti dané energetické hladiny do určitého pásu a podle zaplnění pásu lze snadněji definovat kovy, polovodiče, určovat průhlednost krystalů a další vlastnosti.



Obr. 51

Elektrony ve valenčním pásu (tj. elektrony s příslušnými energetickými hladinami, které patří do valenčního pásu) se podílejí na vazbě atomu s jinými atomy. Elektrony v pásu vodivostním jsou z vazeb uvolněné a mohou se jím volně pohybovat. Proto mají větší energii než elektrony v pásu valenčním - jejich energie je zvětšená o práci, kterou je nutné elektronům dodat na „rozbití“ vazby.

Schéma jednotlivých pásů znázorněné na obr. 51 je typické pro většinu prvků (krystalů, polovodičů, ...), ale pro jednotlivé prvky, krystaly, ... se podstatně liší šířkou zakázaného pásu E_g a obsazením jednotlivých pásů. Tak lze rozlišit:

1. vodiče - jejich vodivostní pás a valenční pás se překrývají nebo vodivostní pás je obsazen z jedné poloviny (aby měl elektron po uvolnění se z vazby kam přejít) a oba pásy

jsou od sebe odděleny zakázaným pásem šířky $E_g < 3\,\mathrm{eV}$. Vzhledem k malé šířce zakázaného pásu stačí nepatrný vliv elektrického pole k tomu, aby se některé elektrony dostaly z pásu valenčního do vodivostního (tj. získaly energii nutnou na překonání zakázaného pásu) a začaly se usměrněně pohybovat. Umístění valenčního a vodivostního pásu vzhledem k Fermiho energii E_F ukazuje obr. 52.

2. izolanty - valenční pás je zcela zaplněn a mezi vodivostním pásem a valenčním pásem je zakázaný pás šířky $E_g > 3\,\mathrm{eV}$. Vnější elektrické pole, které by bylo schopno dodat některému elektronu tak velkou dodatečnou energii, aby přešel z pásu valenčního do vodivostního, je nesmírně silné. Jeho působením pak zpravidla dochází i k porušení krystalové mřížky, což se navenek (makroskopicky) projeví probitím nebo spálením izolantu. Souvislost valenčního a vodivostního pásu s Fermiho energií ukazuje obr. 52.
3. polovodiče - při $T = 0\,\mathrm{K}$ mají vlastní polovodiče valenční pás zcela zaplněn a vodivostní pás zcela prázdný. S rostoucí teplotou některé elektrony „přeskočí“ do vodivostního pásu, a tak s rostoucí teplotou roste vodivost

polovodiče. Tímto přechodem se elektron uvolní z kovalentních vazeb a začíná se pohybovat krystalem. Po elektronu vzniká prázdné místo - díra, která může být zaplněna jiným volným elektronem, a tak krystalem putují nejen volné elektrony, ale také díry (děrová vodivost).

Díra je prázdné místo po elektronu - nepatří tedy mezi „normální“ částice. Vzhledem k tomu, že se může „přemístit“ v krystalu polovodiče tím, že jí zaplní jiný elektron, po kterém vznikne díra jinde, hovoří se o ní jako o kvazičástici (tj. „něco jako částice“).

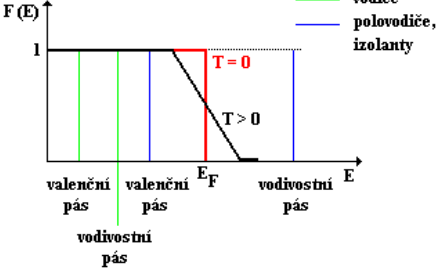
a) polovodič typu N - tvořen kombinací prvků ze 4. a 5. skupiny periodické soustavy prvků. Prvek z 5. skupiny dává k dispozici jeden elektron. Ten ale není volný, takže nemůže být ve vodivostním pásu. Je v pásu valenčním nebo v zakázaném pásu. Vzhledem k tomu, že tento 5. elektron je velmi slabě vázán k jádru, stačí malá energie k jeho uvolnění. Proto nemůže být v pásu valenčním, ale je v pásu zakázaném na tzv. donorových hladinách (viz obr. 53).

Donorové hladiny jsou hladiny, na kterých „sedí“ ty elektrony, které může prvek z páté skupiny *darovat* krystalu.

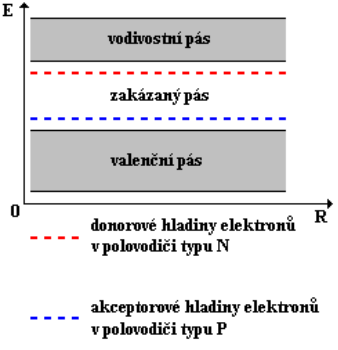
b) polovodič typu P - tvořen kombinací prvků ze

4. a 3. skupiny periodické soustavy prvků. Prvku ze 3. skupiny chybí jeden elektron, takže v polovodiči vzniká díra. Elektrony příměsi (tj. prvku ze 3. skupiny) se nalézají v zakázaném pásu, ale tentokráte v blízkosti pásu valenčního na akceptorových hladinách (viz obr. 53).

Akceptorové hladiny jsou neobsazené, jsou schopné *přijmout* elektron, který prvku ze 3. skupiny chybí na vytvoření pevné kovalentní vazby s prvkem 4. skupiny (to je ten prvek, který je základem polovodiče - např. křemík).



Obr. 52



Obr. 53

Stručně řečeno: energetické pásy, které jsou zcela zaplněny elektrony, nepřispívají vůbec k vedení proudu.

Energii nutnou k překonání zakázaného pásu, tj.

k tomu, aby se elektron dostal z valenčního pásu do vodivostního, musí elektron získat najednou a jsou tyto možnosti jejího získání:

1. tepelná excitace - kladné ionty krystalové mřížky neustále kmitají kolem svých rovnovážných poloh. Elektron proto může získat energii, která stačí na překonání energie vazebné (tj. na překonání zakázaného pásu). Při pokojových teplotách ($T \approx 300\,\mathrm{K}$) je energie tepelných kmitů $E \doteq 0{,}025\,\mathrm{eV}$ a uvolňuje se tedy tímto způsobem velice málo elektronů. S rostoucí teplotou se jejich počet ale zvětšuje.
2. světelná excitace (vnitřní fotoefekt) - elektron může energii získat dopadem elektromagnetického záření (světla). Záření má energii, která je přímo úměrná jeho frekvenci. Energie viditelného světla se pohybuje v rozmezí $(1{,}5;\ 3{,}1)\,\mathrm{eV}$, což je energie srovnatelná se šířkou zakázaného pásu kovů a izolantů.
3. excitace silným elektrickým polem - při pokojových teplotách nepřipadá tento způsob v úvahu, neboť by bylo nutné použít elektrické pole s tak velkou elektrickou intenzitou, která by daný materiál zničila (nastal by tzv. elektrický průraz materiálu).

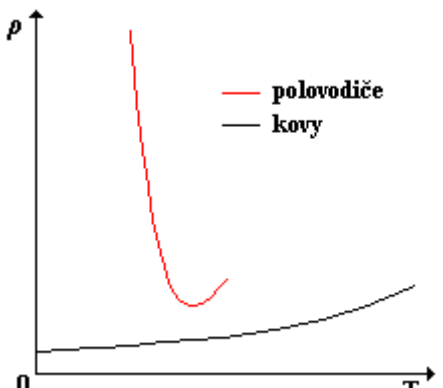
Turista, který stoupá na vrchol kopce může svojí potenciální energii zvyšovat postupně a s přestávkami (pauza na svačinu, odpočinek, ...), zatímco elektron musí celou energii nutnou na překonání zakázaného pásu získat najednou!

Trojmocné kovy (Al, ...) nejsou lepšími vodiči než kovy jednomocné, protože ze tří valenčních elektronů připadajících na atom pouze poslední lichý vstupuje do neobsazeného vodivostního pásu a může tedy být nositelem volného náboje. Existenci dvojmocných kovů (Mg, Zn, ...) lze též snadno vysvětlit. Rozšíření hladin v pásy může být značné a stává se, že se dovolené pásy překrývají. Celkový sudý počet elektronů $2N$ se pak rozdělí do dvou pásů, schopných pojmout celkem $4N$ elektronů. Látka s takto zaplněnými pásy má vlastnosti kovu, protože rozmezí dovolených hladin obsazených a neobsazených v základním stavu leží hluboko uvnitř jednoho nebo i dvou vodivostních pásů.

S rostoucí teplotou se mění jak u kovů tak u polovodičů měrný odpor ρ. U kovů se při každé teplotě mohou podílet na přenosu náboje všechny elektrony ve vodivostním pásu. Vzhledem k tomu, že jich je v tomto pásu málo, je měrný odpor kovů malý. S rostoucí teplotou měrný odpor mírně vzrůstá. Prudkému nárůstu brání kmity mříže, které se s rostoucí teplotou zvětšují a stále více překážejí pohybu elektronů. I v polovodičích se z téhož důvodu každý elektron pohybuje o něco nesnadněji, má-li

mřížka vyšší teplotu, ale průběh závislosti měrného odporu ρ na teplotě je dán především vzrůstem počtu elektronů přenesených při vyšší teplotě do vodivostního pásu polovodiče.

Uvedená závislost je schematicky zobrazena na obr. 54.



Obr. 54

Energetické hladiny v nekrystalických pevných látkách (sklo, ...) nejsou tak jednoznačné - dovolené pásy nemají tak ostré hranice jako u krystalů. Výše uvedené vlastnosti týkající se elektrické vodivosti se tím změní jen nepatrně.

V pevných látkách mohou elektrický proud přenášet i ionty. Vzhledem k tomu, že ionty jsou v krystalech mnohem pevněji vázány, je vodivost iontových krystalů o mnoho řádů nižší než vodivost kovů. Vodivost výrazně

stoupne, je-li v krystalu mnoho vakancí. Na základě toho lze pomocí elektrického proudu vyšetřovat vakance v krystalech. Iontová vodivost krystalů vzrůstá s rostoucí teplotou, neboť při vyšší teplotě vzniká jednak více vakancí a jednak ionty v jejich blízkosti snáze přeskakují do sousedních volných míst a nesou s sebou svůj náboj. Proto iontové krystaly (NaCl, LiF, ...) nejsou lepšími izolanty než např. diamant, přestože mají širší zakázaný pás.

7.3.6.4.2 | Optické vlastnosti pevných látek

Z řady optických vlastností se zaměříme na jednu, s níž se denně setkáváme: **průhlednost látek**.

Vysvětlíme, jak je možné, že např. sklem elektromagnetické záření viditelné okem prochází, ale ultrafialové záření ne. Tedy proč se přes sklo nemůžeme opálit.

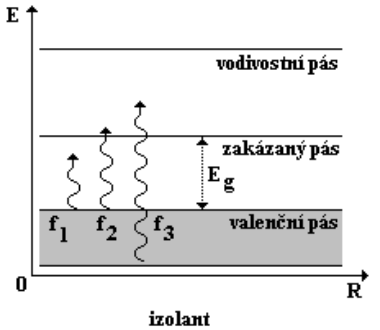
Přechod elektronu z valenčního pásu do vodivostního pásu může způsobit např. i foton, který elektronu předá svoji energii $E = hf$, kde *h* je Planckova konstanta a *f* frekvence fotonu daného záření. Foton tedy může způsobit přechod elektronu z obsazené dovolené hladiny energie E_0 na jinou dovolenou (a neobsazenou - vzhledem k platnosti Pauliho vylučovacího principu) hladinu energie $E_0 + E$.

Skutečnost, že krystaly izolantů jsou většinou průhledné a vodiče neprůhledné, dokumentuje obr. 56.

Předpokládejme, že na krystal izolantu dopadá postupně záření o frekvencích $f_1 < f_2 < f_3$. Není-li nad žádnou obsazenou hladinou jiná volná s energií o hf_i $(i = 1, 2, 3)$ vyšší, foton krystalem prochází a látka je pro dané záření průhledná. K absorpci fotonu dochází pouze v případě, kdy je nad danou obsazenou energetickou hladinou E_0 volná energetická hladina $E_0 + hf_{\text{absorbce}}$. Izolant tedy může absorbovat pouze elektromagnetické záření s frekvencí f_{absorbce}, pro níž platí $hf_{\text{absorbce}} \geq E_g$.

U vodičů existují volné energetické hladiny ve vodivostním pásu, do nichž může elektron, je-li excitován, přejít. Proto vodiče pohlcují záření z většího frekvenčního rozsahu než izolanty a jsou tedy pro většinu elektromagnetického záření neprůhledné.

U izolantů tyto volné hladiny chybí, neboť vodivostní pás je sice prázdný, ale od valenčního je oddělen zakázaným pásem o větší šířce než je šířka zakázaného pásu u vodičů.



Obr. 56

Široký zakázaný pás mají také některé amorfní látky (např. sklo), které jsou potom také průhledné. Lidským okem viditelné světlo jimi prochází, protože jeho energie je menší než šířka zakázaného pásu, zatímco např. UV záření, které má ve srovnání s viditelným světlem vyšší frekvence a tedy i vyšší energie, jimi procházet nemusí. Energie jeho fotonů je dostatečná k excitaci elektronů na vyšší volné hladiny. Proto je toto záření amorfními látkami pohlceno.

Proto přes sklo vidíme, ale neopálíme se přes něj.

Tímto způsobem je také objasněn vznik **fotovodivosti** pomocí tzv. vnitřního fotoefektu. Elektrony se působením světla dostanou do vodivostního pásu, který byl původně prázdný, a jsou schopny přenášet elektrický proud. Tohoto jevu se využívá např. při konstrukci fotorezistoru, fotodiody nebo fototranzistoru.

Osvětlením definované části těchto součástek se do vodivostního pásu dostanou elektrony (tj. odpoutají se od atomových jader) a jsou schopné přenášet elektrický proud. Vodivost součástky tak vzroste.

Podobným způsobem je možné vysvětlit také **zabarvení drahokamů**. Čistým krystalem izolantu procházejí fotony bez absorpce na elektronech a krystal se jeví průhledný. Krystaly mohou obsahovat různé příměsi nebo nečistoty a mohou se v nich tedy vyskytovat elektrony. Ty mohou být na donorových nebo

akceptorových hladinách (viz obr. 55), a tak ovlivňovat barevný vzhled krystalu. Pokud budou elektrony absorbovat fotony dopadajícího světla o určité frekvenci, bude se při osvětlení bílým světlem jevit krystal v doplňkové barvě k barvě světla, jehož fotony byly absorbovány.

Např. bude-li krystal pohlcovat zelené světlo, pak se při osvětlení bílým světlem bude jevit červený.

Pomocí pásové teorie je možné vysvětlit i **činnost laseru**; laser je v tomto textu ale vysvětlován bez použití pásové teorie.

7.3.7 | Lasery

Název *laser* vznikl z prvních písmen anglického názvu, který vystihuje základní princip tohoto zařízení: *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* (zesilování světla stimulovanou emisí záření). V české literatuře se občas vyskytuje pojem *kvantový generátor světla*.

7.3.7.1 | Emise a absorpce světla

Dovolené přeskoky atomů nebo molekul mezi jednotlivými energetickými hladinami mohou být:

1. spontánní emise (samovolná emise) - přechod z vyššího energetického stavu E_2 do stavu

nižšího s energií E_1 (viz obr. 58a), při kterém atom (resp. molekula) vyzáří foton o frekvenci f_{21} splňující podmínku $hf_{21} = E_2 - E_1$. Jednotlivé atomy při ní vyzařují nekoordinovaně, emitované fotony mají různou fázi a vznikající elektromagnetické záření je **nekoherentní**. Záření emitované tímto způsobem se podstatně liší od záření emitovaného laserem (viz obr. 57).

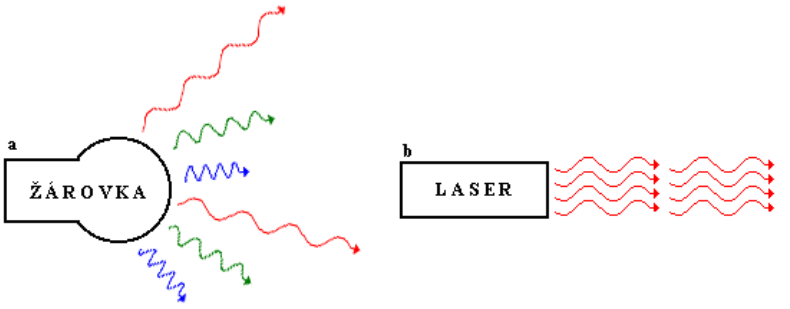
Tímto způsobem září např. zahřáté těleso, Slunce, žárovka, svíčka, ...

2. absorpce - je opačný proces, při kterém atom (resp. molekula) v nižším energetickém stavu E_1 pohltí foton odpovídající frekvence f_{21} a přejde do vyššího stavu E_2, přičemž platí $hf_{21} = E_2 - E_1$ (viz obr. 58b).

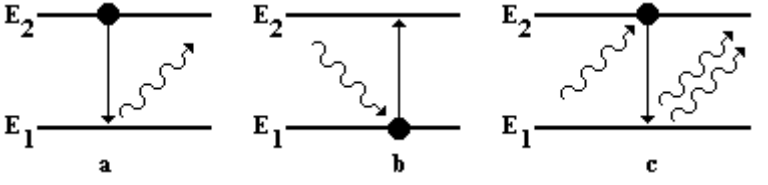
Rozdíl energií musí atom resp. molekula získat najednou! Nemůže jí kumulovat postupně!

3. stimulovaná emise - existenci tohoto třetího procesu dokázal A. Einstein ve své práci z roku 1912. Při tomto procesu (viz obr. 58c) foton s frekvencí f_{21} dopadá na atom (resp. molekulu) ve vyšším energetickém stavu E_2 a přiměje ho k přechodu do nižšího stavu E_1 za vyzáření dalšího fotonu. Původní foton se přitom nepohltí a oba fotony se pohybují společně dále stejným směrem, jako foton,

který emisi vyvolal. Jsou synchronizovány, mají stejnou frekvenci a stejnou fázi. Jedná se tedy o **koherentní záření** (koherentní vlnění). Záření se tak zesiluje a proces se může lavinovitě opakovat s dalšími atomy (resp. molekulami).



Obr. 57



Obr. 58

Rozdíl mezi spontánní a stimulovanou emisí si lze dobře představit na příkladu cvičenců, kteří cvičí na hrazdě. Studenti visí na hrazdě a mají za úkol držet se co nejdéle. Jak jim budou postupně docházet síly, budou

postupně (samovolně, spontánně) „odpadávat“ dolů. Pokud ale přijde trenér, který hrazdou zatřese (nebo v horším případě vezme železnou tyč a praští studenty přes prsty), studenti se všichni najednou (pod vlivem vnějšího stimulu) pustí a spadnou na zem.

Absorpce a spontánní emise jsou vlastně procesy opačné a oba stejně pravděpodobné. Jde jen o to, bude-li více atomů na vyšší energetické hladině (pak převládne spontánní emise) nebo na nižší energetické hladině (v tom případě převládne absorpce).

K praktickému využití stimulované emise a tedy i ke konstrukci prvního laseru bylo třeba ještě vyřešit dva ryze technické problémy.

1. Vytvořit nerovnovážný stav, v němž bude více atomů na vyšších energetických hladinách než na hladinách nižších - vytvořit populační inverzi (aktivní prostředí).
2. Najít způsob, jak udržet paprsek uvnitř aktivního prostředí dostatečně dlouhou dobu, aby nabral co nejvíce energie z vynucených emisí.

Řečeno slovy radiotechnika: bylo nutné vytvořit příslušný rezonanční obvod s kladnou zpětnou vazbou.

7.3.7.2 | ***Výběrová pravidla

K přechodu atomu z vyšší energetické hladiny na nižší energetickou hladinu dochází s určitou pravděpodobností. Tato pravděpodobnost přechodu je nenulová jen pro zcela určité hodnoty kvantových čísel *n* a *m*, kterými je daný kvantový stav atomu popsán. Dovolené rozdíly pro čísla *n* a *m* plynou z tzv. **výběrových pravidel**.

Ta byla nalezena nejprve empiricky (tj. na základě pozorování a experimentů) při studiu atomových spekter a teprve později byla nalezena na základě teoretických úvah. Za jejich existenci je zodpovědný zákon zachování momentu hybnosti soustavy atom a foton.

Vzhledem k tomu, že studium této problematiky je velice náročné, je nutné vytvářet modely a různá přiblížení, za pomocí nichž se zkoumané situace zjednoduší, ale přitom zůstane zachována fyzikální podstata problému. V této souvislosti je možné použít **dipólové přiblížení** a to v případě, že rozměry atomu jsou zanedbatelné vůči vlnové délce elektromagnetického záření, což je dobře splněno v optickém oboru spektra elektromagnetického záření. V tomto případě lze tedy na atom nahlížet jako na elektrický dipól.

V dipólovém přiblížení se mohou měnit při zářivém přechodu kvantová čísla celkového momentu hybnosti atomu podle pravidel o skládání momentů hybnosti jen o 0 a ± 1, neboť spin fotonu je roven 1. Protože toto pravidlo

platí pro atom jako celek, projeví se souborem výběrových pravidel, platných pro danou vazbu, tj. pro daný soubor charakteristických momentů hybnosti.

V dipólovém přiblížení tedy platí tato výběrová pravidla pro jednoelektronové atomy (tj. atomy, u nichž je stav atomu popsán stavem jednoho elektronu):

1. Δn libovolné;
2. $\Delta l = \pm 1$;
3. $\Delta m_s = 0$;
4. $\Delta m = 0, \pm 1$.

U ostatních atomů existují také výběrová pravidla, ale jsou složitější a vystupují v nich další kvantová čísla sloužící k detailnějšímu popisů jednotlivých energetických stavů atomu.

Tím, že byla uvedená výběrová pravidla zavedena pouze na základě dipólového přiblížení, které je pouze první aproximací (prvním přiblížením) pro popis elektromagnetického záření atomů, dochází u složitějších atomů, u přechodů více než jednoho elektronu, ... k jejich porušování a výjimkách z nich. Přechodům, které probíhají podle pravidel vyplývajících z dipólového přiblížení, se říká **dovolené přechody**. Přechody probíhající podle jiných pravidel (složitější modely, další přiblížení, ...) se nazývají **zakázané přechody**. Zakázané přechody jsou také ve většině případů méně pravděpodobné, tzn. že příslušné spektrální čáry mají podstatně menší intenzitu než čáry z dovolených přechodů. Intenzity čar jsou totiž přímo

úměrné pravděpodobnosti přechodu.

7.3.7.3 | Princip laseru

Těleso v termodynamické rovnováze zahřáté na termodynamickou teplotu *T* má vždy více atomů na nižších energetických hladinách než na vyšších.

Příroda totiž na rozdíl od lidí energií nehýří - proto se snaží každý systém zaujmout takovou polohu, konfiguraci, stav, ..., v nichž má minimální možnou energii.

Tělesu však můžeme dodat energii i jiným způsobem než zahřátím (např. osvětlením, průchodem elektrického proudu, chemickou reakcí, ...), a to tak, aby převážil počet atomů na některé vybrané vyšší energetické hladině nad počtem atomů na nižší hladině. Pak mluvíme o **populační inverzi** a takový stav látky obohacené energií nazýváme **aktivním prostředím**.

Vytvoření aktivního prostředí populační inverzí lze přirovnat k nádržce záchodového splachovače: vytvoření populační inverze znamená načerpat (pomocí čerpadla - tj. dodáním energie) vodu do nádrže splachovače. Hladina vody v nádrži je přitom výše než hladina vody v záchodové míse. Takto vytvořené aktivní prostředí je připraveno k použití.

7.3.7.3.1 | Aktivní prostředí, luminiscence

Existují excitované energetické hladiny, na nichž může atom setrvávat relativně dlouho ($10^{-8}\,s$ a déle). Tyto hladiny se nazývají **metastabilní hladiny**. Nahromadí-li se na takové hladině atomy a pak postupně, nahodile, spontánně vyzařují, pozorujeme jev zvaný **luminiscence**.

Jedná se o „studené světlo“, kterým svítí v přírodě světlušky, třpytivě září drahokamy pod dopadajícími slunečními paprsky, světélkují lesní pařezy a bahenní plyny, svítí ornamenty mořských hlavonožců a hlubinných ryb, v domácnostech zářivky a televizní obrazovky a které má rozsáhlé využití v technice.

Luminiscence se dělí podle délky trvání na:

1. fosforescenci - dlouhodobé světélkování;
2. fluorescence - krátkodobé světélkování trvající pouze nepatrný zlomek sekundy.

Tedy nejen zahřátá tělesa mohou svítit (např. žárovka), nýbrž i tělesa chladná, mají-li ovšem k dispozici vhodný zdroj energie. Toto „studené světlo“ je dokonce mnohem hospodárnější, protože je zde energie mnohem lépe využita. Z toho důvodu se otvírá také mnohem více možností k jeho praktickému využití.

Ke vzniku luminiscence je třeba dodat látce energii v libovolné podobě, kromě energie tepelné. Podle druhu energie, která se přeměňuje na „studené světlo“,

rozlišujeme několik druhů luminiscence:

1. fotoluminiscence - potřebná energie je dodávána v podobě světelného nebo ultrafialového záření;
2. elektroluminiscence - energie je dodávána v podobě elektrického pole nebo elektrického proudu;
3. katodoluminiscence - vyvolána dopadem svazku elektronů na obrazovku televizoru;
4. radioluminiscence - vyvolána radioaktivními látkami;
5. sonoluminiscence - vyvolána dopadem ultrazvuku;
6. triboluminiscenci - vyvolána mechanickou deformací tělesa;
7. chemiluminiscence, bioluminiscence - dodávaná energie má svůj původ v chemických a biologických procesech probíhajících v živé hmotě.

Každý druh energie, který lze použít k vyvolání luminiscence, je možné také použít při konstrukci laseru. Dnes tedy známe lasery buzené světlem, elektrickým proudem, svazkem elektronů, chemické lasery, ... Každý z uvedených druhů laserů má své přednosti i nevýhody a nachází použití v různých oblastech lidské činnosti. Při přeměně jednoho druhu energie v druhý je také důležitá **účinnost** této **přeměny**. V tomto ohledu překonává

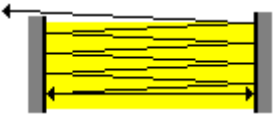
příroda vše, co se zatím podařilo člověku dosáhnout.

V běžné žárovce se mění jen necelá tři procenta elektrické energie ve světlo, u zářivek je to už něco kolem deseti až patnácti procent a světluška dokáže přeměnit svou biochemickou energii na světlo téměř na sto procent.

7.3.7.3.2 | Zpětná vazba

Překročí-li energie dodávaná tělesu určitou prahovou mez a vytvoříme-li zpětnou vazbu, např. tak, že umístíme těleso mezi dvě rovnoběžná zrcadla, dojde ke spuštění mechanismu stimulované emise a vznikne **laser** - *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* (zesilování světla stimulovanou emisí záření)..

Světelný paprsek se bude od uvažovaných rovnoběžných zrcadel mnohonásobně odrážet, na své cestě aktivním prostředím vyvolá další a další přechody z metastabilní hladiny, bude přibírat stále nové fotony a tak bude sílit. Přitom bude úzce směrován, neboť paprsky, které se odchylují od optické osy systému, systém po několika odrazech opustí bez zesílení. Zesilují se tedy pouze paprsky rovnoběžné s optickou osou, tj. paprsky kolmé k zrcadlům (viz obr. 59).



Obr. 59

7.3.7.3.3 | Činnost laseru

Po uvedení laseru do provozu dojde k čerpání atomů látky na vyšší energetické hladiny, aby se vytvořilo aktivní prostředí s populační inverzí. Zároveň se vyzáří foton stejné frekvence, jakou má světlo vyzařované z laseru. Tento foton bude stimulovat atomy k přeskokům na nižší energetickou hladinu a bude tedy docházet ke stimulované emisi záření. Zdroj energie laseru bude stále dodávat energii na čerpání atomů na vyšší energetické hladiny. Při jejich zpětném přechodu na nižší energetické hladiny je emitován foton.

Jedno ze zrcadel na obr. 60 je polopropustné. Získá-li tedy proud fotonů dostatečnou energii, projde tímto zrcadlem ven: laser vyšle jeden puls elektromagnetického záření. Poté celý proces začíná znovu.

7.3.7.3.4 | Výhody světelného paprsku laseru

Srovnáme-li laserový paprsek, vyvolaný stimulovanou

emisí, se světélkováním luminoforu, vyvolaném spontánní emisí, zjistíme, že laserový záblesk:

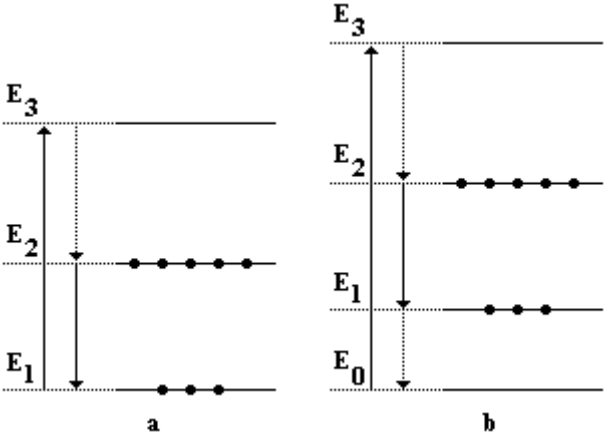
1. je podstatně kratší - trvá $\langle 10^{-12}; 10^{-9} \rangle s$;
2. má nepatrnou rozbíhavost;
3. je vysoce monofrekvenční (tj. světelný paprsek je tvořen světlem o téměř jediné frekvenci);
4. je koherentním vlněním (tj. představuje přesnou sinusovou elektromagnetickou vlnu);
5. přenáší elektromagnetickou energii o vysoké prostorové, časové a spektrální hustotě, přičemž je tato energie soustředěna v malé oblasti prostoru, krátkém časovém intervalu a úzké oblasti vlnových délek (frekvencí)

Z těchto vlastností také plynou možnosti využití laseru v praxi.

7.3.7.4 | Konstrukce laseru

První využití stimulované emise nejdříve v oblasti mikrovln proběhlo v letech 1953 - 1958, tedy 40 let po publikování Einsteinovy práce. Nobelova cena za tyto výzkumy byla udělena v roce 1964 ruským fyzikům N. G. Basovovi a A. M. Prochorovovi a americkému fyzikovi C. H. Townesovi. První laser byl zkonstruován v USA v laboratořích *Hughes Aircraft Co*. T. H. Maimanem a uveden do chodu v květnu 1960.

Od té doby bylo zkonstruováno velké množství různých druhů laserů lišících se především charakterem aktivního prostředí a způsobem, jakým je jim dodávána (čerpána) energie. Opticky čerpané lasery dostávají energii v podobě nekoherentního světla výbojky a pracují na tříhladinovém systému nebo čtyřhladinovém systému (viz obr. 61). Pohlcované světlo výbojky převádí atomy na nejvyšší energetickou hladinu E_3, odkud pak přecházejí nezářivým přechodem (srážkami) na metastabilní hladinu E_2. Laserové záření pak probíhá mezi hladinami E_2 a E_1. U čtyřhladinového systému je dolní hladina E_1 rychle uvolňována nezářivým přechodem na hladinu E_0, aby tak byla stále udržována co největší populační inverze mezi hladinami E_2 a E_1.



Obr. 61

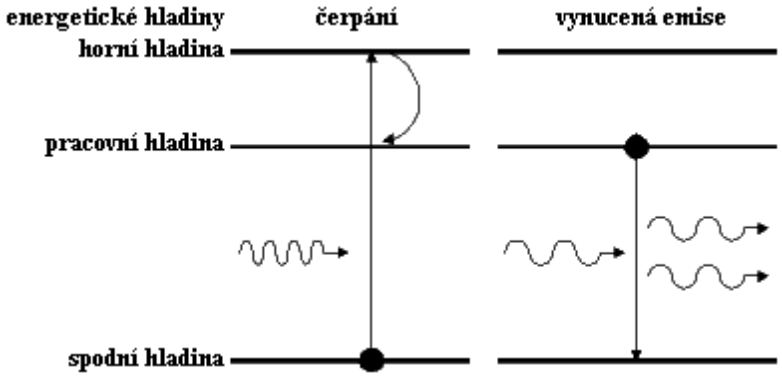
7.3.7.5 | Dvouhladinový a vícehladinový systém

Použití dvouhladinového systému s sebou přináší jednu nevýhodu. U dvouhladinového systému tohoto druhu jsou okamžiky vyzáření energie a zásobování novou energií od sebe odděleny a generátor nemůže pracovat plynule. To přivedlo vědce k myšlence vytvořit tříhladinový a vícehladinový systém (viz obr. 62). Látce dodáváme energii ve formě nekoherentního elektromagnetického záření o určité vlnové délce, tento proces nazýváme pumpování nebo čerpání. Atomy pohltí toto záření a přejdou na vyšší energetickou hladinu, ale i opačně. Po určité době je přechod mezi hladinami přesycen a vytvoří se v něm rovnováha, kdy je na obou hladinách v průměru stejný počet atomů.

To ale ještě nemáme aktivní prostředí. Vložíme-li však mezi hladiny hladinu třetí, může se stát, že atomy budou bez vyzáření padat z horní na tuto prostřední a udrží se zde relativně dlouhou dobu. Na této hladině, které se říká pracovní, bude počet elektronů větší než na hladině spodní a tak vytvoříme aktivní prostředí. Tento generátor bude vydávat záření odpovídající rozdílu prostřední, tedy pracovní, a spodní energetické hladiny.

Pokud chceme dostat například centimetrové vlny, musíme generátoru dodávat vlny kratší, tedy milimetrové.

Když posvítíme na krystal rubínu zeleným světlem fotografické výbojky, dostaneme rudý paprsek světla. Tím se ukazuje přímá cesta vedoucí k laserům.



Obr. 62

7.3.7.6 | ***Typy laserů

Lasery lze rozdělit podle různých kritérií. Podle povahy aktivního prostředí rozlišujeme:

1. pevnolátkové lasery;
2. kapalinové lasery;
3. plynové lasery;
4. lasery využívající svazky nabitých částic.

Podle způsobu čerpání energie lze lasery rozdělit na lasery čerpané:

1. opticky - výbojkou, jiným laserem, slunečním světlem a radioaktivním zářením;
2. elektricky - srážkami v elektrickém výboji, svazkem nabitých částic, injektáží elektronů, interakcí elektromagnetického pole se shluky nabitých částic;
3. chemicky - energií chemické vazby, fotochemickou disociací, výměnou energie mezi molekulami a atomy;
4. termodynamicky - zahřáním a ochlazením plynu;
5. jadernou energií - jaderným reaktorem, jaderným výbuchem.

Z hlediska režimu práce mohou lasery pracovat kontinuálně (spojitě, nepřetržitě) nebo impulsně.

Lasery můžeme dělit také podle vyzařované vlnové délky na:

1. infračervené lasery;
2. lasery v oblasti viditelného světla;
3. ultrafialové lasery;
4. rentgenové lasery.

7.3.7.6.1 | Lasery využívající pevné látky

Do této skupiny patří lasery využívající rozptýlené ionty (aktivní, pracovní atomy) v krystalických látkách

nebo amorfních látkách, polovodičové lasery a lasery s krystaly s barevnými centry.

Nejstarším laserem je **laser rubínový**. Jako aktivní prostředí je použit krystal korundu Al_2O_3 s příměsí chromu (řádově desetiny procenta), který představuje aktivní látku. Laser vyzařuje červené světlo o vlnové délce 694,3 nm a pohlcuje energii světla výbojky (kratší vlnové délky, zelenou část spektra). Dříve se používalo výbojky tvaru šroubovice, která ovíjela krystal. Výroba takové výbojky ale činí potíže, proto se přešlo na lasery s eliptickými zrcadly. Světlo vydávané výbojkou umístěnou v jednom ohnisku zrcadla se soustřeďuje v druhém ohnisku, kde je umístěn krystal. Je to laser založen na tříhladinovém systému pracující v pulsním režimu. Pulsní režim je nutný, protože se krystal při čerpání energie silně zahřívá.

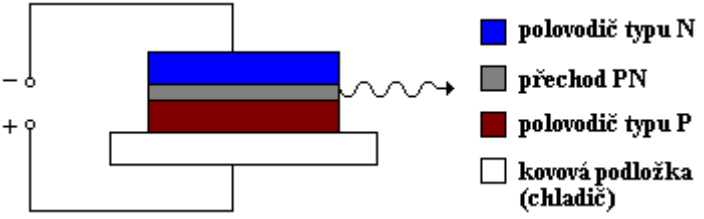
Nejrozšířenější jsou **lasery s neodymovým sklem**, kde jsou ionty neodymu rozptýleny ve skleněné matrici a **lasery YAG** s krystalem yttrio - hlinitého granátu dotovaného neodymem. Neodymové sklo může být vyráběno v prakticky neomezených rozměrech a tak je dosahováno vysokých laserových energií. Atomy neodymu pracují jako čtyřhladinový systém. Laser vyzařuje infračervený paprsek o velké energii. Pokud jde o YAG laser, vyznačuje se vysokou účinností, stačí jej osvětlit pouhou žárovkou a může vydávat spojité světlo o výkonu stovky wattů. Osvědčují i takzvané **YAP lasery** s krystalem yttrio - hlinitého perovskitu.

Vedle korundu, skla a yttrio-hlinitého granátu se jako

základní materiál používá také fluorit, wolframan vápenatý a jiné. Jako aktivní příměsi slouží většinou prvky vzácných zemin: chrom, kobalt, nikl nebo uran. Tyto prvky vydávají převážně červené a infračervené záření.

Vlastnosti polovodičových krystalů, zejména přechodu PN byly zkoumány již dříve, a tak se také brzy zrodila myšlenka využít elektroluminiscenční vlastnosti polovodičů k sestrojení laseru. Polovodičové lasery lze také zařadit mezi lasery pevnolátkové, mají však své zvláštnosti a významné použití především v optoelektronice.

První **polovodičové lasery** byly injekčního typu (obr. 63), využívaly tedy vlastností PN přechodu a jako nejvhodnější materiál se ukázal arsenid galitý. K nevýhodám tohoto laseru patří nutnost jeho chlazení na teplotu kolem 77 K kapalným dusíkem. Laser pracuje na vlnové délce 840 nm a jeho výkon a účinnost silně závisí na provozní teplotě.

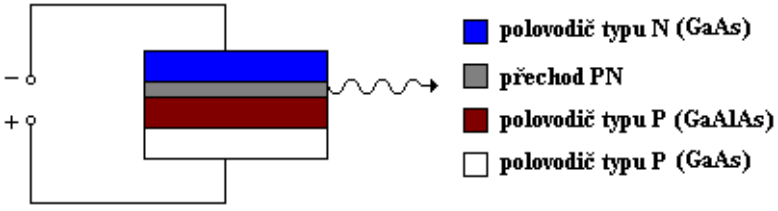


Obr. 63

V dalším vývoji polovodičových laserů sehrála zásadní úlohu práce sovětských vědců, kteří našli způsob vytváření

struktur s heteropřechody (viz obr. 64). Tak laser na struktuře AlGaAs může pracovat již při pokojové teplotě a s účinností kolem 20 % a dávat zhruba 200 mW nepřetržitého výkonu.

Vedle injekčních polovodičových laserů se podařilo realizovat i elektroionizační polovodičové lasery, například na krystalu sulfidu kademnatého. Laser vydává při pokojové teplotě zelené světlo o vysokém impulsním výkonu.



Obr. 64

Polovodičové lasery se mohou uplatnit i při přímé přeměně elektrické energie na světelnou a k vytváření velkoplošných obrazovek. Používají se ve snímačích CD a u laserových tiskáren.

7.3.7.6.2 | Lasery kapalinové

Kapalinové lasery pracující s **cheláty** různých prvků vzácných zemin se objevily již v roce 1963. Výhodou je, že můžou zabírat neomezeně velký objem a jsou dokonale

homogenní. Nevýhodou ale je, že se chemicky rozkládají.

Důležitou skupinou jsou však zejména **barvivové lasery**, které využívají roztoků různých organických látek, například rhodaminu. K těmto kapalinovým laserům patří i **lasery na barevných centrech**, krystalech s různými defekty. Tyto defekty vyvolávají absorpci na různobarevných spektrálních čarách (krystal KCl s příměsí lithia). Barvivové lasery a lasery na barevných centrech mají společnou vlastnost, která je předurčuje k použití ve spektroskopii a v informační technice. Jsou přeladitelné a vlnovou délku laserového záření lze u nich plynule měnit.

7.3.7.6.3 | Lasery plynové

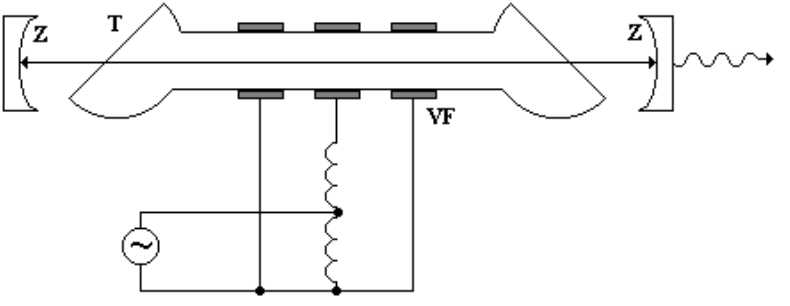
Z plynových laserů se stal nejznámějším **laser helium - neonový** generující jak červené světlo s vlnovou délkou 632,8 nm, tak infračervené záření. Helium-neonový laser (viz obr. 65) tvoří dlouhá skleněná trubice (*T*) naplněná směsí neonu a hélia, v níž se budí elektrický výboj pomocí vysokofrekvenčních prstencových budících elektrod (*VF*). Konce trubice bývají uzavřeny okénky skloněnými pod Brewsterovým úhlem k vyloučení odrazu polarizovaného světla. Celá trubice je umístěná mezi (kulovými) zrcadly (*Z*) vnějšího rezonátoru.

Jako aktivní plyn je použit neon. Paprsek má vysokou stabilitu frekvence a malou rozbíhavost.

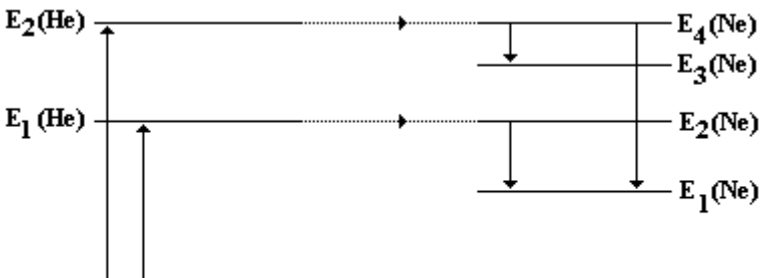
Proto se hélium-neonový laser používá v přesných

hodinách, v přesných dálkoměrech a k účelům telekomunikačním a geodetickým.

Způsob čerpání je znázorněn na obr. 66. Atomy helia se snadno excitují v elektrickém výboji na metastabilní hladiny a při nepružných srážkách předávají svou energii atomům neonu. Metastabilní hladiny helia $E_1(He)$ a $E_2(He)$ totiž téměř přesně odpovídají energetickým hladinám neonu $E_2(Ne)$ a $E_4(Ne)$. Při srážkách tak mohou atomy helia předávat přesně taková kvanta energie, která jsou atomy neonu schopny přijmout. Atomy neonu pak přecházejí stimulovanou emisí na nižší hladinu. Červené světlo *He - Ne* laseru odpovídá přechodu $E_4 \rightarrow E_1$.



Obr. 65



Obr. 66

Plynové lasery se ukázaly jako velmi perspektivní a mohutné zdroje infračerveného záření i ultrafialového záření a našly významné uplatnění v technice a technologii. Důvodem je, že objem plynu je možno podle potřeby zvětšovat, plynulým přítokem je možné dodávat stále nové aktivní prostředí a je možno je čerpat nejrůznějšími mechanismy (elektricky, chemicky, ...). Plynové lasery mají vyšší účinnost, protože přeměna elektrické energie ve výboj je hospodárnější. Proto tyto lasery pracují v nepřetržitém režimu, ale jejich trvalý výkon není moc velký.

Argonový laser vydává modrozelené světlo (zelené s vlnovou délkou 514 nm a modré s vlnovou délkou 488 nm). Je pro něj typická vysoká hustota elektrického proudu protékajícího výbojem a vysoká teplota. Výbojová trubice se většinou zhotovuje z keramického materiálu a proud se izoluje od stěn magnetickým polem. Laser je

schopen generovat výkon desítky wattů ve spojitém režimu a je vhodný i pro technologické účely. Podobné vlastnosti má i **kryptonový** a kadmiový laser a **lasery s parami kovů** (např. mědi). **Hélium-kadmiový laser** je zajímavý tím, že je tříbarevný - vyzařuje světlo modré, zelené a červené.

Nejvýkonnějšími z plynových laserů se staly lasery s oxidem uhličitým a lasery chemické. Laser s oxidem uhličitým generuje infračervené záření s vlnovou délkou $10,6\,\mu m$. Vzhledem k velikosti trubice může podávat vysoké výkony. U tohoto laseru se postupně uplatňovaly nové způsoby čerpání energie:

1. V roce 1966 využití tepelné energie, která vzniká při prudké expanzi zahřátého plynu. Tak byly realizovány **gazodynamické lasery** s rychlým, nadzvukovém proudem oxidu uhličitého.
2. V letech 1970 -1971 to pak bylo čerpání pomocí svazku elektronů (**elektroionizační lasery** EIL). To umožnilo použít plyn pod vysokým tlakem a dále zvýšit laserový výkon.
3. V roce 1969 vznikly v USA lasery s oxidem uhličitým pod atmosférickým tlakem a s příčným buzením (tak zvané **TEA lasery**, *transverse excitation atmospheric* - příčné buzení, atmosférický). Takové lasery umožní vytvořit výkonné tepelné stroje s uzavřenou cirkulací plynu, v nichž se tepelná energie

mění v obrovskou energii infračerveného záření. CO_2 laser nachází uplatnění v technologii, ve vojenské a kosmické technice a ve vědeckém výzkumu.

Chemické lasery využívají k čerpání energie do aktivního prostředí energie exotermických řetězových chemických reakcí. První takový laser s použitím reakce mezi vodíkem a chlorem byl zkonstruován v roce 1965 a první výkonné lasery tohoto druhu založené na reakci vodíku a fluoru vznikly v roce 1969. Zvláštním druhem chemického laseru založeného na disociaci molekul ultrafialovým zářením (takzvaný **fotodisociační laser**) je laser jódový.

Po dlouhou dobu nebyly k dispozici lasery generující ultrafialové záření. Podařilo se ho nakonec získat pomocí speciálních plynových laserů (**dusíkový laser**), avšak rozhodující obrat znamenaly až **lasery excimerové**. Tato skupina laserů využívá jako aktivního prostředí zvláštního druhu molekul, excimerů, vytvářených za účasti atomů vzácných plynů. Tyto molekuly, jinak nestabilní, mohou existovat jen za zvláštních podmínek, například v plynovém výboji, s atomy ve vysoce vybuzených, excitovaných stavech. Při rozpadu těchto exotických molekul vzniká právě ultrafialové záření. První excimerový laser byl realizován v roce 1970. Šlo o laser s kapalným xenonem buzený elektronovým svazkem. V roce 1976 se pak objevily plynové excimerové lasery s excimery XeF, KrF, ArF, tedy molekulami tvořenými atomy vzácných

plynů a fluoru.

7.3.7.6.4 | Lasery využívající svazky nabitých částic

Tyto lasery nepracují na kvantových přechodech, ale využívají synchronizované oscilace částic. Byly vytvořeny lasery se svazky rychlých elektronů, takzvané **FEL lasery** (*free electron lasers*, lasery na volných elektronech), případně jiných nabitých částicích. Takové lasery mají těsnou návaznost na urychlovače částic.

7.3.7.7 | ***Čísla charakterizující světlo laseru

Vyzáří-li laser energii 1 J během pulsu, který trvá 1 ps, představuje jeho světelný výkon 1 TW a je tedy srovnatelný s výkonem všech elektráren na světě.

Známe-li světelný výkon dopadající na jednotku plochy (hustotu zářivého toku *J*), je možné snadno určit i mechanický tlak světelného paprsku. Protože fotony mají hybnost o velikosti $p = \frac{E}{c}$ a velikost síly je podle druhého Newtonova zákona rovna časové změně velikosti hybnosti $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, dostáváme pro velikost síly působící na jednotku plochy ΔS (tj. pro světelný tlak P) vztah

$P = \frac{F}{\Delta S} = \frac{\Delta p}{\Delta S.\Delta t} = \frac{E}{c.\Delta S.\Delta t} = \frac{J}{c}$. Tento světelný tlak, u běžných světelných zdrojů takřka nepozorovatelný, může u výkonných laserů dosahovat hodnot až 1 GPa.

7.3.7.8 | Použití laserů

Od spuštění prvního laseru se, zejména v šedesátých letech dvacátého století, začaly objevovat další typy laserů, lišící se aktivním prostředím, nebo konstrukčním uspořádáním. Vznikaly také lasery s dalšími vlnovými délkami v oblasti viditelného záření, infračerveného záření, ultrafialového záření a dokonce i rentgenového záření. Každý z těchto laserů našel uplatnění v jiné oblasti lidské činnosti. Ne každý laser se hodí pro každý účel.

Při sváření a vrtání je určující charakteristikou výkon laseru, proto se zde uplatňují impulsní lasery. Zvětšení výkonu nelze dosáhnout zvětšením energie vyzářené laserem. Celková vyzářená energie nemůže být větší než energie přijatá. Výkon laseru ale také závisí na délce laserového pulsu, čím bude puls kratší, tím větší bude výkon. Zkracování délky pulsu vedlo až k několika nanosekundám. Takovým pulsům říkáme gigantické nebo obří a získáváme výkony slušné elektrárny. Laserový paprsek soustředěný na malou plošku neprůhledného materiálu jej může v okamžiku roztavit a zahřát na teploty až milionů stupňů Celsia. Toho se využívá v technologii, medicíně (laserový skalpel) i vědeckém výzkumu.

Při přenosu informací se naopak používají lasery pracující v nepřetržitém režimu. Atmosféra ale laserový paprsek silně oslabuje, proto je lepší použít lasery pracující v oblasti takzvaných atmosférických oken, pro která je atmosféra velmi průzračná. Většina laserů pracuje na jedné určité frekvenci, kterou není možné měnit. Pokud chceme používat více frekvencí, použijeme lasery přeladitelné. Vezme-li se v úvahu šířka frekvenčního pásma viditelného světla (3.10^{14} Hz), zjistíme, že na těchto vlnách lze přenášet současně 30 milionů televizních kanálů.

Laserové koherentní světlo otevřelo také nové možnosti způsobu prostorového zobrazování a ukládání informací - tzv. **holografie**.

Pokud používáme laser k přenosu energie je pro nás nejdůležitější účinnost přeměny energie v laserový paprsek. V tomto ohledu jsou na tom nejlépe lasery polovodičové. Pro lasery pracující ve vesmíru potřebujeme nezávislý zdroj energie.

Neexistuje univerzální laser, který by vyhověl všem podmínkám. Laserů je velké množství a každý něčím vyniká a je vhodný k určitému použití. Jednotlivé typy se také postupem času zdokonalovaly a vylepšovaly se jejich parametry.

7.3.8 | ***Masery

7.3.8.1 | Historie a technické problémy

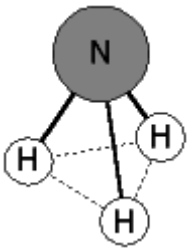
První maser byl zkonstruován dříve než laser. Konstrukce prvních laserů vycházela z úspěšného fungování maserů.

Historický vývoj radiospektroskopie vedl od nepatrných vlnových délek směrem k mikrovlnám. Radiotechnika naopak postupovala od vln dlouhých a středních k vlnám kratším. Ve čtyřicátých letech dvacátého století se oba tyto obory sešly v oblasti mikrovln. Oba obory si navzájem vyměnily poznatky a odborníci si byli nuceni osvojit myšlenky a přístroje z toho druhého odvětví. A zde, na rozhraní mezi dvěma vědními obory se zrodila nová myšlenka - kvantový generátor mikrovln, maser.

Ke konstrukci maseru bylo třeba vyřešit dva ryze technické problémy: rezonační obvod a aktivní prostředí. Pro mikrovlny slouží jako rezonanční obvod dutinový rezonátor. Zbývalo tedy vytvořit vhodné aktivní prostředí. Teoreticky se o různých metodách vytvoření aktivního prostředí diskutovalo již několik let. Zbývalo tedy, aby někdo tyto teorie převedl do praxe. Chyběla tu ale potřeba kvantového generátoru mikrovln, protože by byl výkon takového generátoru podstatně menší než výkon magnetronu.

Látkou, která posloužila jako aktivní prostředí prvnímu kvantovému generátoru, se stal čpavek NH_3. Molekula

čpavku má tvar čtyřstěnu, ve vrcholech jehož podstavy jsou umístěny tři atomy vodíku a jehož vrchol je tvořen atomem dusíku (viz obr. 67). Molekula vykonává různé rotační pohyby a kmitavé pohyby. Nejzajímavější je takzvaný inverzní pohyb, při kterém se atom dusíku střídavě přibližuje a oddaluje od základny, kde na něj působí odpudivé síly vodíkových atomů. Po mnoha cyklech tohoto pohybu atom dusíku projde rovinou základny čtyřstěnu a vznikne molekula zrcadlově symetrická k původní. Průchod atomu dusíku přes potenciálovou bariéru tvořenou odpudivými silami vodíkových atomů umožňuje takzvaný tunelový jev. Atom dusíku kmitá z jedné strany na druhou s frekvencí 24.10^9 Hz a vyzařuje přitom elektromagnetické vlnění o vlnové délce 1,25 cm.



Obr. 67

Jednou z možností jak vytvořit aktivní prostředí je přímá separace. Vytvoříme svazek rychle letících molekul a z něj vybereme atomy na vyšší energetické hladině a ty potom soustředíme v prostoru rezonátoru. První maser se

zrodil na dvou místech zároveň. Prvním místem byl Fyzikální ústav P. N. Lebeděva, akademie věd SSSR v Moskvě a tvůrci byli Nikolaj Gennadievič Basov a Alexandr Michaljovič Prochorov. Druhým místem potom byla Kolumbijská univerzita v New Yorku a tvůrcem Charles Hard Towens se svými spolupracovníky. Všichni tři byli za svou práci v oblasti kvantových generátorů odměněni v roce 1964 Nobelovou cenou za fyziku. Všichni tři také pracovali v hraniční oblasti mezi fyzikou a radiotechnikou.

Oba dva týmy vedla k cíli stejná myšlenková úvaha. Při výzkumech radiospektroskopie se používala trubice naplněná plynem, ale svazek letících částic by měl spektrální čáry mnohem ostřejší. Je ale velmi obtížné vytvářet svazky o velké hustotě, a proto je intenzita čar malá a je třeba hledat způsob, jak ji zvýšit. Tak se zrodila myšlenka kvantového generátoru založená na předpovědi A. Einsteina z roku 1912, nikoliv z přímé potřeby technické praxe, nýbrž z úsilí o zpřesnění fyzikálního měření. První kvantový generátor centimetrových vln používající svazek molekul čpavku byl uveden do provozu současně v Moskvě a v New Yorku v roce 1954.

V roce 1954 vstoupil svět do věku kvantové radiotechniky. Towens používal pro označení přístroje výraz maser, který vznikl zkrácením dlouhého *Microwave amplification by stimulated emission of radiation*, tedy zesílení mikrovln pomocí vynucené emise záření.

7.3.8.2 | Princip činnosti

Princip činnosti prvního kvantového generátoru mikrovln, neboli čpavkového maseru využívá právě molekuly čpavku. Plynný čpavek prochází z rezervoáru redukčním ventilem do měrné komůrky, kde je udržován požadovaný tlak plynu. Odtud procházejí molekuly čpavku kanálky a clonami do vakuové komory vyčerpané na tlak asi miliontiny milimetru rtuťového sloupce. V komoře prolétává svazek molekul elektrickým polem čtyřpólového kondenzátoru (selektoru). Siločáry tohoto pole jsou silně zakřiveny a kondenzátor působí jako spojná čočka pro molekuly na vyšší hladině a jako rozptylka pro molekuly s nižší energií. Tím dochází k selekci molekul. Do dutinového rezonátoru vstupuje pak již nadbytek energeticky bohatých molekul a vzniká zde aktivní prostředí. Takto zaplněný rezonátor může působit jako zesilovač velmi slabých mikrovlnných signálů, případně jako generátor centimetrových vln.

Popsané zařízení není velké a může být uzavřeno v kompaktní kovové schránce, ale zdroj napětí, vakuová aparatura a chladicí zařízení dělají z maseru nepřenosnou a složitou aparaturu. Výkon čpavkového maseru není velký - zhruba jedna miliardtina wattu. Jako zesilovač má i další nevýhody, má malý rozsah a úzkou šířku pásma a nelze přeladovat. Jeho hlavní výhodou je zejména stabilita frekvence a nízká úroveň šumu. Stabilita frekvence z něj

vytváří nejpřesnější hodiny, jaké kdy byly vytvořeny, s teoretickou odchylkou jedné sekundy za několik miliónů let. Nízká úroveň šumu dovoluje maseru zesilovat i velmi slabé signály, třeba z hlubin vesmíru.

7.3.8.3 | Druhy maserů

Čpavkový maser není jediným druhem maseru. V roce 1960 byl sestrojen vodíkový maser. Hlavní odlišnost vodíkového maseru je v tom, že nepoužívá k selekci molekul kondenzátor ale nehomogenní magnetické pole a rezonátor není průletový. Vodíkový maser má vyšší přesnost frekvence a užší šířku pásma. Pracuje na vlnové délce 21 cm. Na této vlně vysílá také atomární vodík přítomný všude ve vesmíru.

Předpokládá se, že jiné inteligentní bytosti (pokud ve vesmíru existují) si tohoto vyzařování určitě všimly a budou se právě na této vlně snažit o kontakt s jinými civilizacemi.

Vedle čpavkového maseru a vodíkového maseru existují i další druhy, mezi nimi i masery založené na principu elektronové paramagnetické rezonance. Některé látky vložené do magnetického pole začnou pohlcovat elektromagnetické vlny o určité přesně stanovené frekvenci, která závisí na velikosti magnetické indukce magnetického pole a kterou lze tímto polem tudíž ovlivňovat. Tento jev byl teoreticky předpovězen již v roce

1923 a objasněn na základě představ o spinu elektronů v magnetickém poli a dostal název elektronová paramagnetická rezonance. Elektrony lišící se spinem se liší i energetickým stavem. Pokud budou mít elektrony v uvažovaném systému jednotný spin, podařilo se vytvořit aktivní prostředí.

Elektrony se v magnetickém poli chovají jako malé roztočené vlčky. Ty, které se otáčejí jedním směrem, jsou na vyšší energetické hladině, a ty, které se otáčejí druhým směrem, jsou na nižší. Pokud se nám podaří přimět všechny elektrony točit se stejným směrem, vytvoříme aktivní prostředí.

Toho lze dosáhnout několika způsoby, rychlou změnou směru magnetického pole nebo pomocí krátkého impulsu vysokofrekvenčního elektromagnetického pole.

7.4 | JADERNÁ FYZIKA

7.4.1 | Vlastnosti atomových jader

Atomové jádro zaujímá nepatrnou centrální část atomu o rozměrech řádově $10^{-15}\,\mathrm{m}$. Je tvořeno protony a neutrony, které se společně nazývají nukleony. Protony nesou kladný elektrický náboj *e* (tj. opačný náboj než mají elektrony), neutrony jsou elektricky neutrální, ale vykazují magnetické vlastnosti. Klidové hmotnosti protonů

a neutronů jsou řádově stejné a jsou zhruba 1840krát větší než je klidová hmotnost elektronu. Počet protonů v jádře udává protonové číslo Z, počet neutronů neutronové číslo N. Nukleonové číslo A udává součet počtu protonů a neutronů v jádře: $A = Z + N$. Atomové jádro má tedy kladný elektrický náboj Ze.

Z Coulombova zákona lze snadno vypočítat, že dva protony ve vzájemné vzdálenosti $10^{-15}\,\mathrm{m}$ se budou vzájemně odpuzovat elektrostatickými silami o velikostech 230 N. V jádrech s velkým počtem protonů tedy působí obrovské odpudivé síly. Navíc se nukleony v jádře neustále pohybují rychlostmi o velikostech řádově jedné desetiny rychlosti světla ve vakuu, což jsou rychlosti odpovídající kinetické energii několika megaelektronvoltů. Vzhledem k tomu, že se jedná o pohyb elektricky nabitých částic, bude jádro navenek vykazovat elektromagnetické vlastnosti.

Při pohybu nabité částice vzniká v jejím okolí magnetické pole, které může ovlivnit pohyb elektricky nabitých částic (např. změnit jejich trajektorii). Nabité částice v jádru jsou tedy nabitými částicemi v magnetickém poli ostatních částic.

V souvislosti se zmíněnými velikostmi sil, kterými se odpuzují protony v jádře, vzniká otázka, jak vlastně drží atomové jádro pohromadě. Jeho stabilitu nelze objasnit stejně jako v případě molekul a atomů elektromagnetickými silami, ale pouze působením nového

druhu sil - přitažlivých jaderných sil, které patří mezi silné jaderné interakce.

7.4.1.1 | Poloměr, objem a hustota jader

Experimenty s Rutherfordovým rozptylem α částic umožnily změřit dosah jaderných sil a tedy i rozměry různých atomových jader. Pro poloměr *R* atomového jádra s nukleonovým číslem *A* vychází z experimentálních měření závislost $R = R_0 \sqrt[3]{A}$, kde $R_0 = 1{,}3.10^{-15}\ \mathrm{m}$.

Představíme-li si atomové jádro jako kouli o poloměru *R*, je jeho objem úměrný nukleonovému číslu *A*: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R_0^3 A = kA$. Přidáním částice do jádra se zvýší jeho objem úměrně hmotnosti, kterou má přidaná částice.

Tento mechanismus připomíná situaci při slévání kapiček nestačitelné kapaliny. Proto jaderní fyzikové používají k vysvětlení některých vlastností atomových jader a jaderných reakcí právě kapkový model jádra.

To znamená, že hustota všech jader je přibližně stejná - řádově $10^{17}\ \mathrm{kg.m^{-3}}$, což je hustota nikde jinde ve vesmíru nepozorovaná.

Z této hodnoty vyplývá, že běžná hmota (předměty, lidé, ...), která je atomy tvořena, obsahuje spoustu prázdného místa. Vždyť hustota běžných těles, s nimiž se

setkáváme je řádově $\langle 1;10^4 \rangle \,\mathrm{kg.m^{-3}}$. Existence prázdného místa v atomech vyplývá i z modelového srovnání průměru atomu a jádra.

7.4.1.2 | Vazebná energie jádra

Vazebná energie je definována jako práce, kterou je třeba vykonat k rozložení soustavy na její jednotlivé části, tj. v případě jádra k rozložení jádra na jednotlivé nukleony. Je zřejmé, že tato práce (tj. vazebná energie) bude závislá na počtu nukleonů v jádře - bude tedy závislá na nukleonovém čísle *A*. Rovněž tak vazebná energie souvisí s hmotnostním úbytkem a pro jádro o klidové hmotnosti m_j je jeho vazebná energie dána vztahem $E_j = \left(Zm_p + Nm_n - m_j\right)c^2$, kde m_p je klidová hmotnost protonu, m_n je klidová hmotnost neutronu a *c* velikost rychlosti světla ve vakuu. Pro další vyšetřování vazebné energie je dobré zavést **separační energii**.

SEPARAČNÍ ENERGIE ε_j JE VAZEBNÁ ENERGIE PŘIPADAJÍCÍ NA JEDEN NUKLEON: $\varepsilon_j = \frac{E_j}{A}$.

Graf závislosti separační energie na nukleonovém čísle *A* je zobrazen na obr. 68. První lokální maximum grafu nastává pro jádro helia $^4_2\mathrm{He}$. Z tohoto grafu je vidět, že s výjimkou několika lehkých jader se separační energie pohybuje v rozmezí $\langle 7;9 \rangle \,\mathrm{MeV}$. Lze tedy odvodit, že každý

nukleon působí jadernými silami jen na malý počet okolních nukleonů. Jako by se tím jeho silové působení vyčerpalo a došlo k nasycení jaderných sil.

JADERNÉ SÍLY MAJÍ TYTO VLASTNOSTI:

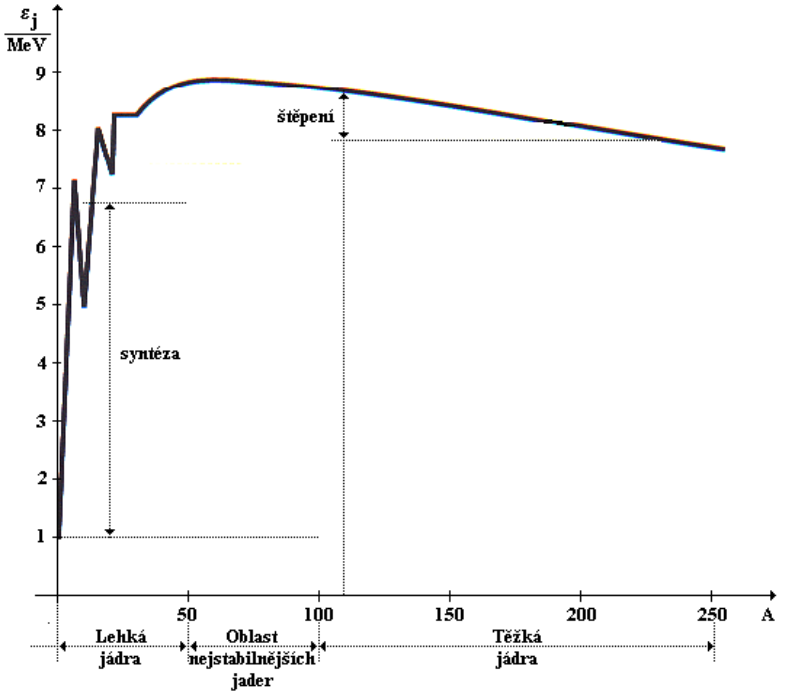
1. JSOU TO PŘITAŽLIVÉ SÍLY VELMI KRÁTKÉHO DOSAHU (ŘÁDOVĚ $10^{-15}\,\mathrm{m}$), ALE NA TĚCHTO VZDÁLENOSTECH ZNAČNĚ PŘEKONÁVAJÍ SÍLY ELEKTROMAGNETICKÉHO ODPUZOVÁNÍ.

2. PŮSOBÍ BEZ ROZDÍLU MEZI PROTONY I NEUTRONY.

3. PROJEVUJÍ VLASTNOST NASYCENÍ.

Jsou to tedy přitažlivé síly, které drží jádro pohromadě a které svou velikostí značně překonávají odpudivé elektrostatické síly působící mezi protony v jádře. Působí stejně na protony i neutrony (tj. na všechny nukleony) a působí jen na malý počet okolních nukleonů (vlastnost nasycení).

Maximální hodnoty dosahuje separační energie pro jádro železa $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ a to $\varepsilon_j = 8{,}79\,\mathrm{MeV}$. Dělí tak zobrazenou křivku na dvě části: část vzestupnou (až na několik výjimek u lehkých jader) a mírně sestupnou v oblasti těžších jader.



Obr. 68

To obecně znamená, že existují dva způsoby vytváření nových jader:

1. <u>spojování jader</u> (jaderná syntéza, jaderná fúze) - ze dvou jader lehčích než je jádro železa $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$, lze vytvářet jádra těžší, která jsou stabilnější, a při tom uvolnit jadernou energii. Jádra těžší, než je jádro železa, ovšem tímto způsobem vytvářet nelze. Spojením dvou

lehčích jader v jádro těžší než je jádro železa vazebná energie totiž poklesne.

Popsaným způsobem skutečně vznikaly nové prvky za vysokých teplot uvnitř hvězd. Vznik prvků těžších než je železo probíhal za mimořádných kosmických podmínek (např. výbuch supernovy, ...).

2. štěpení jader - z těžkých jader mohou vznikat stabilnější jádra lehčí a přitom se uvolňuje energie.

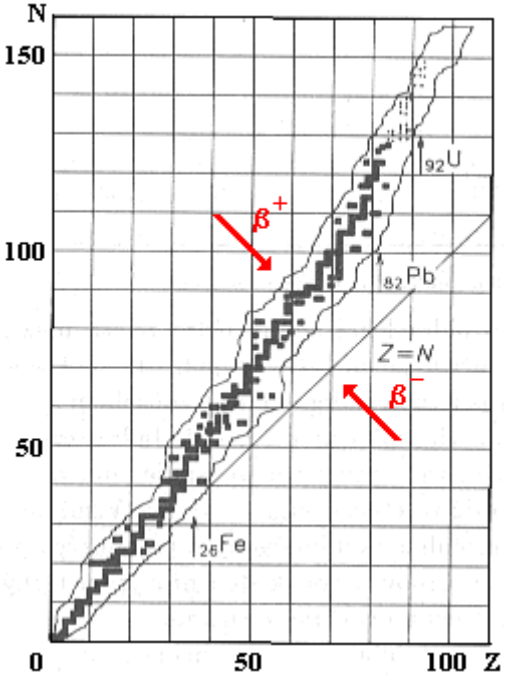
Všechna atomová jádra nejsou stabilní; většina z nich se po kratší či delší době samovolně přeměňuje na jádra jiná - tento jev se nazývá radioaktivita. V současné době je známo přes 2000 nuklidů, z nichž ovšem převážná většina byla připravena uměle a jsou nestabilní. V přírodě se vyskytuje pouze 264 stabilních nuklidů a asi 50 nestabilních. Ty se musely vytvořit ještě v dobách vzniku naší Sluneční soustavy, nebo se stále tvoří jako produkt rozpadu jiných nestabilních nuklidů případně při jaderných reakcích vyvolaných kosmickým zářením.

Stabilita jádra je dána počtem protonů a neutronů v něm obsažených. Zvláště stabilní jsou jádra, jejichž počet protonů a neutronů je dán tzv. **magickými čísly**. To jsou čísla, podle nichž se zaplňují jednotlivé energetické stavy nuklidu a při nichž jádra vykazují extrémní vlastnosti související právě se stabilitou jádra. Jedná se o čísla 2, 8,

20, 28, 50, 82, 126 a jádra např. $^{4}_{2}\mathrm{He}$, $^{16}_{8}\mathrm{O}$, $^{40}_{20}\mathrm{Ca}$, ...

Vyznačíme-li jádra do grafu závislosti nukleonového čísla na protonovém čísle, budou stabilní jádra ležet v oblasti, která je vyznačena na obr. 69.

Při malých *Z* mají stabilní jádra přibližně stejný počet protonů i neutronů, s rostoucím *Z* v jádře převažují neutrony. To pravděpodobně pomáhá kompenzovat odpudivé síly mezi protony. Nejtěžší známý stabilní nuklid je $^{}_{83}\mathrm{Bi}$.



Obr. 69

Kdybychom uvedený graf znázornili trojrozměrně tj. přidali ještě třetí osu, na níž bychom vynášeli separační energii, stabilní jádra by ležela nejníže. Stabilním jádrům totiž odpovídá minimální separační energie - proto tvoří tzv. **linii stability**. Udělat ze stabilního jádra jádro nestabilní znamená jádru dodat energii. Čím těžší jádro je, tím více obsahuje protonů a neutronů. Mezi protony v jádře působí větší odpudivé elektrostatické síly a jádro je méně stabilní.

Situaci si lze představit jako příkop, na jehož dně i stěnách se nacházejí jádra. S analogií s příkopem je zřejmé, že nejstabilnější polohu v příkopu těleso zaujme, bude-li na jeho dně. Linie stability tedy leží na dně příkopu. S postupným stoupáním ode dna příkopu roste nestabilita jader. Analogicky s lezením člověka ze dna příkopu roste jeho potenciální energie a tedy i jeho nestabilita a možnost (opětovného) spadnutí do příkopu.

Pokud jádru z linie stability dodáme energii a uděláme tak ze stabilního jádra nestabilní jádro, bude se toto nestabilní jádro vracet zpět do stabilního stavu (tj. na linii stability) radioaktivním rozpadem β, jak je naznačeno na obr. 69.

7.4.1.3 | ***Modely jader

Postupem času, jak začali vědci (Rutherford, Chadwick,

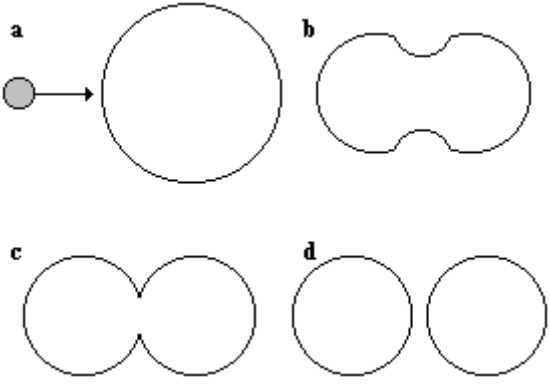
...) zkoumat vlastnosti jader, vytvářeli si modely, které sloužily k lepšímu znázornění jádra, názornějšímu pochopení celé jeho struktury a v neposlední řadě též ke zjednodušení příslušných matematických výpočtů, na jejichž základě byly odvozovány další vlastnosti jader. Ve chronologickém pořadí se objevily postupně tyto dva modely jader liší se hlavně svým složením:

1. proton - elektronový model - založen na předpokladu, že jádro je složeno z protonů a elektronů. Podle tohoto modelu ale nesouhlasily některé magnetické vlastnosti jader s prováděnými experimenty. Další nesoulad se objevil u spinu jádra - z modelu vyplýval spin poločíselný, zatímco ve skutečnosti je celočíselný. Navíc spin jádra závisí na nukleonovém čísle *A*, ale tento model dával závislost na protonovém čísle *Z*. Toto jádro mělo obsahovat *A* protonů a $A-Z$ elektronů.
2. proton - neutronový model - byl formulován po objevení neutronu. Jádro obsahuje *Z* protonů a $N=A-Z$ neutronů. Model souhlasí s pozorovanými magnetickými vlastnostmi jader i s naměřenými spiny. Tento model je od roku 1932 (rok objevení neutronu) stále potvrzován a zatím neexistuje experiment, který by jej vyvracel.

Na základě analogie jádra s kapkou nestačitelné

kapaliny byl ve 30. dvacátého století navržen N. Bohrem model, pomocí něhož by bylo možné vysvětlit některé základní vlastnosti jader. Jedná se o tzv. **kapkový model**, neboť chování jádra je v něm přirovnáváno k chování nestlačitelné kapaliny s velkou, ale konstantní hustotou. Objem jádra je přímo úměrný nukleonovému číslu *A* a vazebná energie též. Pomocí tohoto modelu je možné vysvětlit i průběh jaderné reakce. Ostřelování jádra letícími částicemi znamená nárůst jeho energie. Toto zvýšení energie má za následek, že jádro bude nestabilní a začne měnit tvar (fluktuovat) a z jádra může vyletět částice (schematicky znázorněno na obr. 70).

Ostřelování jádra částicemi v tomto modelu odpovídá zahřívání kapaliny. Ohřátá kapička zvětšuje svůj objem, což vede k většímu povrchu kapičky a tedy i k větší povrchové energii.



Obr. 70

Existují jádra, kterým stačí pomalu letící částice a jádro se začne rozpadat. Střela zde působí jako katalyzátor, který spustí fluktuaci jádra a tím i jadernou reakci.

Pomalu letící částice způsobí malou změnu energie jádra - jedná se tedy o malé ohřátí kapaliny.

Na základě tohoto modelu byly dále a podrobněji vyšetřovány vlastnosti jader (vazebná energie, ...). Tento model se ve fyzikálních úvahách uplatňuje dodnes.

Přesto ani kapkový model nevystihuje plně všechny vlastnosti atomového jádra. Vzhledem k tomu, že jádro je objekt mikrosvěta, je nutné k jeho plnému popisu použít kvantovou teorii. Také nukleony (stejně jako např. elektrony) zaujímají určité kvantové stavy, energetické hladiny, které vytvářejí jakési „slupky“. Proto byl vytvořen další model - tzv. **slupkový model**. V tomto modelu se vyšetřují vlastnosti jader a hledají se ta jádra, která mají extrémní vlastnosti (odlišnosti od ostatních): maximální vazebná energie, maximální (minimální) separační energie, tzv. magická čísla, ...

Při přechodech mezi jednotlivými energetickými hladinami vyzařují nukleony fotony záření γ. Energie těchto fotonů se pohybuje v rozmezí $\langle 10^4;10^7 \rangle \mathrm{eV}$, čemuž odpovídá frekvence v rozmezí $\langle 10^{19};10^{22} \rangle \mathrm{Hz}$. Jedná se tedy

o elektromagnetické vlny s nejkratšími známými vlnovými délkami.

7.4.1.4 | ***Magnetický moment jádra

Další vlastností atomového jádra je jeho magnetický moment. Jedná se o veličinu, která úzce souvisí se spinem jádra. Spin může být totiž přiřazen nejen částicím (foton, elektron, proton, ...), ale též souboru částic, tj. jádru, ale i atomu jako celku.

Analogicky je možné hovořit např. o energetických hladinách jádra či atomu tak, jako o energetických hladinách elektronů.

Magnetický moment jádra popisuje, jaké má jádro magnetické vlastnosti a jak jádro reaguje na přítomnost vnějšího magnetického pole.

Jádro se tak v podstatě chová jako miniaturní magnet se severním a jižním magnetickým pólem.

Pro konkrétní základní představu magnetického momentu uvažujme jen elektron. K jeho magnetickému momentu lze názorně dospět tímto způsobem: Budeme uvažovat nejjednodušší atom - atom vodíku, který je v klidu. V elektrostatickém poli kladně nabitého jádra se bude záporně nabitý elektron pohybovat po uzavřených trajektoriích (orbitách). Elektron je elektricky nabitý,

a proto vytvoří při uvažovaném pohybu po uzavřené trajektorii proudovou smyčku, která je ekvivalentní magnetickému dipólu. Tak vznikne magnetické pole, které je sice velmi slabé, ale přesto bude na elektron působit. Tímto způsobem lze dojít intuitivně k magnetickému momentu elektronu.

U ostatních objektů (protony, jádra, atomy, ...) je pak základní myšlenka výkladu magnetického momentu podobná.

Veličina se jmenuje magnetický MOMENT. Srovnáme-li tento pojem s mechanikou, nutně musíme dojít k závěru, že tato veličina bude popisovat „nějaký rotující objekt“. Vzhledem k tomu, že existuje veličina spin, která také v základním přiblížení souvisí s rotací „nějakého objektu“, můžeme dospět k závěru, že i magnetický moment elektronu (jádra, atomu, ...) souvisí se spinem elektronu (jádra, atomu, ...).

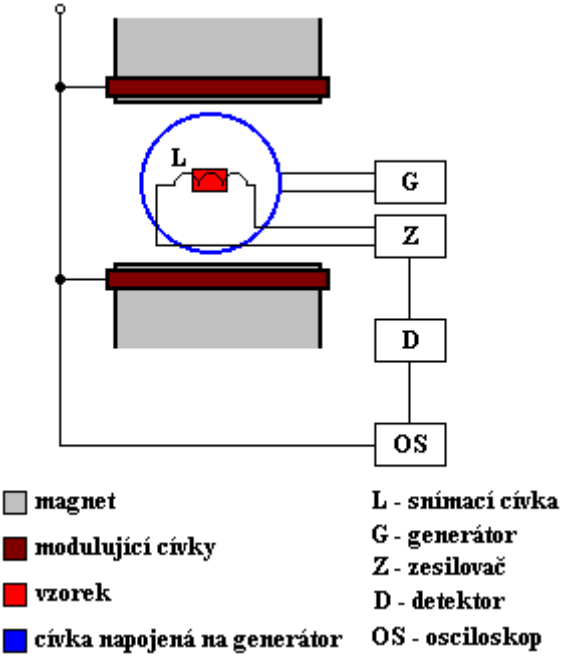
Jednotlivé atomy (resp. jádra) se liší velikostí svého magnetického momentu. Proto je důležité umět magnetické momenty měřit. Jednou z nejužívanějších metod je tzv. **jaderná magnetická rezonance** (JMR) resp. nukleární magnetická rezonance (NMR).

Princip měření magnetických momentů jader pomocí metody jaderné magnetické rezonance je zobrazen na obr. 71. Vzorek, u jehož atomů chceme určit magnetický moment, se nalézá v homogenním magnetickém poli, jehož velikost magnetické indukce se volí v intervalu

$(0{,}1;\ 1)\ \mathrm{T}$. Velikost této magnetické indukce se může ještě nízkofrekvenčně (tj. s frekvencí 50 Hz) v malém rozmezí modulovat pomocí modulujících cívek. Vzorek se nachází ve vysokofrekvenčním magnetickém poli buzeném cívkou, která je napájena generátorem. Není-li splněna tzv. rezonanční podmínka, která požaduje jistou přesně definovanou hodnotu velikosti magnetické indukce, jsou energetické hladiny vzorku s menší energií obsazeny větším počtem jader než hladiny s vyšší energií.

Vzorek se tak nachází ve stabilním stavu charakterizovaném minimem energie. Při obsazovaní nejnižších energetických hladin musí být pochopitelně splněn Pauliho vylučovací princip.

Dosáhne-li magnetická indukce (vysokofrekvenčního magnetického pole buzeného generátorem) rezonanční hodnoty své velikosti, přechody jader z nižších energetických hladin na vyšší budou častější než přechody v opačném směru. Celková energie jádra se tak tedy zvýší a poklesne napětí na nízkofrekvenční (snímací) cívce. Pokud by tento stav trval dlouhou dobu, došlo by k vyrovnání obsazení jednotlivých energetických hladin a k dalším přechodům by nedocházelo. Přechodu do nového rovnovážného stavu brání nízkofrekvenční modulace magnetického pole, která působí tak, že rezonanční podmínka je splněna jen po krátkou dobu.



Obr. 71

Poté se systém vrací do základního stavu a prodělává tzv. relaxační proces.

Návrat do základního stavu probíhá např. vzájemnými nepružnými srážkami atomů či molekul kapaliny, interakcemi s krystalickou mřížkou v pevné látce, ...

Snímaná hodnota vysokofrekvenčního napětí na vzorku se vede přes zesilovač a detektor (kde se usměrňuje) k osciloskopu. Ten zobrazuje graf přivedeného napětí na velikosti magnetické indukce. Odtud je možné

určit velikost magnetické indukce, při níž došlo k rezonanci a na základě této hodnoty pak určit magnetický moment jádra.

Metody založené na NMR se často používají i v jiných oborech než je fyzika atomového jádra - např. NMR v medicíně.

7.4.2 | Radioaktivita

V přírodě se vyskytují:

1. stabilní nuklidy;
2. radionuklidy - projevují přirozenou radioaktivitu.

Stabilní nuklidy se nacházejí ve stabilním stavu - mají minimální možnou energii, kterou může dané jádro mít. Radionuklidy se nacházejí ve stavu, v němž mají větší energii, než jsou schopny „zvládnout“. Proto se snaží přebytečné energie zbavit tak, že „odhazují“ ze své struktury některé částice.

RADIOAKTIVITOU SE ROZUMÍ SCHOPNOST NĚKTERÝCH ATOMOVÝCH JADER VYSÍLAT ZÁŘENÍ. PŘITOM SE TAKOVÉ JÁDRO MŮŽE PŘEMĚNIT V JINÉ NEBO ALESPOŇ ZTRATÍ ČÁST SVÉ ENERGIE. PŘI JADERNÉ PŘEMĚNĚ SE MĚNÍ STRUKTURA JÁDRA, IZOTOP JEDNOHO PRVKU SE MĚNÍ V IZOTOP JINÉHO PRVKU.

Název pochází z latiny: *radius* znamená paprsek a

activitas činnost.

Je ale také možné, že některé nuklidy považované za stabilní, jsou ve skutečnosti velmi slabě radioaktivní a přeměňují se až za velmi dlouhou dobu.

Rozlišují se dva druhy radioaktivity:

1. přirozená radioaktivita - jde o radionuklidy, které se běžně vyskytují (nebo vyskytovaly) v přírodě;
2. umělá radioaktivita - radionuklidy jsou uměle vyrobené v laboratoři.

Fyzikální popis a vlastnosti obou typů radioaktivity jsou ale naprosto shodné - řídí se týmiž fyzikálními zákony.

Objev přirozené radioaktivity v roce 1896 byl prvním zatím ještě nerozluštěným signálem ze světa atomových jader a znamenal pro fyziky velké překvapení. Překvapující bylo jednak odkud se bere značná část energie trvale vyzařovaná radioaktivní látkou, jednak to, že přeměna jednoho prvku v prvek druhý, o níž marně usilovali alchymisté po celá staletí, probíhá v přírodě zcela samovolně.

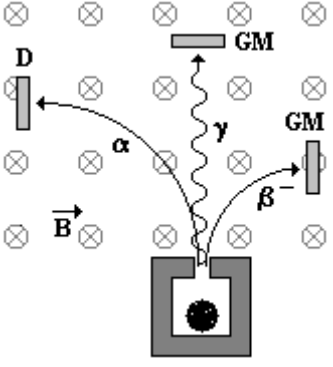
Objev radioaktivity následoval rok po objevu rentgenového záření v roce 1895 a zasloužil se o něj francouzský fyzik Antoine Henri Becquerel (1852 - 1908, Nobelova cena v roce 1903). Becquerel se zabýval výzkumem fosforescence (tj. dlouhodobá luminiscence) některých látek a jejich účinkem na fotografickou desku.

Fosforescence nastává ovšem pouze po předchozím osvětlení látky, při němž se její atomy vybudí do vyššího excitovaného stavu.

Při přeskocích zpět na nižší energetické hladiny se atomy zbavují přebytečné energie ve formě elektromagnetického záření, které vyzařují. Dochází ke spontánní emisi.

Při použití uranové soli Becquerel zjistil, že tato látka vydává záření i bez předchozího osvětlení, a má tedy svůj vlastní vnitřní zdroj energie.

Postupně bylo zjištěno, že existuje několik druhů radioaktivního (jaderného) záření, které se liší svou schopností pronikat látkou a chováním v elektrickém poli a magnetickém poli. Tyto druhy radioaktivního záření byly označeny jako záření α, záření β a záření γ.



Obr. 72

Jednotlivé druhy radioaktivního záření je možné rozlišit v (homogenním) magnetickém poli o magnetické indukci $\vec{B}$ a následně je i detekovat buď fotografickou deskou *D* nebo Geigerovým - Müllerovým počítačem *GM* (viz obr. 72).

Záření α a záření β je tvořeno nabitými částicemi, na které v homogenním magnetickém poli působí magnetická síla. Magnetická síla působící na tyto částice je kolmá na jejich rychlost a zároveň na magnetickou indukci. Proto má magnetická síla charakter dostředivé síly a zakřivuje trajektorii nabitých částic do tvaru části kružnice.

Záření γ je tvořeno energetickými fotony - tedy částicemi bez náboje. Proto na ně magnetická síla nepůsobí.

7.4.2.1 | Záření alfa

Záření α je pohlcováno již listem papíru a ve vzduchu se pohltí na dráze asi 40 cm.

Před zářením α se lze snadno chránit. Zářič α může být ovšem nebezpečný při vdechnutí či požití, kdy bude působit uvnitř organismu. Záření α se vychyluje jak v elektrickém poli, tak v magnetickém poli a představuje

svazek rychle letících jader atomu helia $^4_2\mathrm{He}$ (helionů), tvořených dvěma protony a dvěma neutrony. Částice α letí velkou rychlostí, mají kinetickou energii v rozmezí $(2;8)\,\mathrm{MeV}$ a silné ionizační účinky.

Záření α interaguje s elektrickým polem i magnetickým polem proto, že je toto záření tvořeno nabitými částicemi. Jádro helia obsahující dva protony (a dva neutrony) je kladně nabité.

Vzhledem k tomu, že částice α jsou nabité, při interakci s hmotou reagují s elektronovými obaly atomů. Při srážce částice α s elektronem, k němuž je přitahována coulombovskou elektrostatickou silou, mohou nastat dva případy:

1. Částice α vytrhne valenční elektron z atomu, čímž se atom ionizuje. K vytržení elektronu se spotřebují řádově desítky elektronvoltů z kinetické energie letící částice α (ve vzduchu to je 32,5 eV). Částice α je tedy schopna ionizovat podél své trajektorie řádově 10^5 atomů, než ztratí svoji energii.
2. Částice α nepředá elektronu dostatečně velkou energii, takže nedojde k jeho vytržení z obalu, ale pouze k jeho excitaci (tj. k přeskoku na vyšší energetickou hladinu).

Z právě popsané interakce vyplývá, že částice α ztrácí velkou část své energie na poměrně malé vzdálenosti. Odstínění toho typu záření je tedy obecně dáno počtem

elektronů, s nimiž mohou částice α interagovat, v jednotce objemu, tedy hustotou látky. S rostoucí hustotou látky klesá tloušťka vrstvy této látky, která stačí k odstínění α záření.

Pokud se provede experiment, v němž se zviditelní trajektorie částic α, naměří se (v dané látce) stejná délka těchto trajektorií u všech částic.

Schematicky je možné interakci záření α s prvkem *X* vyjádřit takto: ${}^{A}_{Z}X \xrightarrow{\alpha} {}^{A-4}_{Z-2}Y$. Z tohoto zápisu radioaktivní přeměny lze také vyčíst tzv. **pravidla posunu**, která udávají, posun nově vzniklého nuklidu v periodické soustavě prvků oproti nuklidu původnímu. Analogicky se pravidla posunu zavádějí pro záření β a záření γ.

Při této radioaktivní přeměně vylétá z radionuklidu částice α a uvolňuje se energie.

Na první pohled se může zdát zvláštní, že z např. z jádra ${}^{238}_{92}U$ vylétají jádra ${}^{4}_{2}He$. Jádro ${}^{4}_{2}He$ je ovšem název pro určitou prostorovou konfiguraci dvou protonů a dvou neutronů, která má určité vlastnosti. A při radioaktivní přeměně, která se označuje symbolem α, vylétávají z daného nuklidu částice, které mají stejnou prostorou konfiguraci a vlastnosti, jako nuklid označený symbolem ${}^{4}_{2}He$.

7.4.2.2 | Záření beta

Záření β pohlcuje tenký hliníkový plech, v suchém vzduchu je nutná vzdálenost asi 2,5 m.

Záření β se vychyluje také v elektrickém poli a magnetickém poli - jedná se tedy o nabité částice.

Experimenty i teorie ukazují, že existují dva druhy záření β:

1. záření β^- je tvořeno rychle letícími elektrony, které vznikají v jádře rozpadem neutronu: $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$, kde $\bar{\nu}$ značí antineutrino;

Antineutrino je antičástice k neutrinu.

2. záření β^+ je tvořeno kladně nabitými pozitrony (antičástice elektronu), které vznikají v jádru rozpadem protonu: $p \rightarrow n + \bar{e} + \nu$, kde ν značí neutrino.

Existence neutrina byla předpovězena W. Paulim v roce 1931 právě při zkoumání β rozpadu. Z naměřených dat při experimentu Pauli zjistil, že není splněn zákon zachování energie. To vypadalo velmi podivně, neboť platnost tohoto zákona byla mnohokrát předtím jak experimentálně, tak teoreticky prokázána. Proto Pauli předpokládal existenci neznámé částice, která neměla elektrický náboj a měla malou hmotnost. Na základě výpočtů pro ní vycházela taková hmotnost, která byla

srovnatelná s chybou experimentu. Tuto částici nazval Pauli neutrino („*malý neutronek*“) a její klidová hmotnost se stala na dlouhou dobu dalším předmětem zkoumání fyziků.

Tuto těžko registrovatelnou částici pravděpodobně s nulovou klidovou hmotností se podařilo zaregistrovat velmi složitými přístroji až o čtvrt století později americkým fyzikům F. Reinesovi a C. Cowanovi. Neutrina, která jsou velmi obtížně detekovatelná , jsou zřejmě ve vesmíru velmi hojná a hrají podstatnou roli v jeho vývoji.

Nesnadná detekce neutrin vyplývá z jejich velmi malého účinného průřezu.

Záření β je tvořeno nabitými částicemi, a proto interaguje s atomovým obalem. Atomy, s nimiž se částice β srazí, jsou při této interakci excitovány nebo ionizovány (podobně jako u záření α). Záření β má ale menší zpomalovací schopnost než záření α, a proto je dráha, na níž částice β ztratí svoji energii, ve srovnání s α částicemi, delší. Při pozorování trajektorií částic se zjistilo, že tyto trajektorie mají (ve srovnání s α částicemi) větší rozptyl a nejsou tudíž stejně dlouhé.

Menší zpomalovací schopnost částic β ve srovnání s α částicemi souvisí s tím, že částice β má cca 8000krát

menší klidovou hmotnost než je klidová hmotnost α částice (α částice je tvořena dvěma protony a dvěma neutrony, z nichž každý z nich má klidovou hmotnost cca 2000krát vyšší než je klidová hmotnost elektronu resp. pozitronu, tj. částice β). Současně s tím mají částice β ve srovnání s částicemi α i nižší účinný průřez.

Schematicky je možné záření β vyjádřit takto:

1. rozpad β^-: ${}^{A}_{Z}X \xrightarrow{\beta^-} {}^{A}_{Z+1}Y$; z atomu vylétává spolu s elektronem elektronové antineutrino
2. rozpad β^+: ${}^{A}_{Z}X \xrightarrow{\beta^+} {}^{A}_{Z-1}Y$; z atomu vylétává spolu s pozitronem elektronové neutrino

Při této přeměně se mění v jádře vzájemný počet protonů a neutronů při zachování celkového počtu nukleonů.

7.4.2.3 | Záření gama

Záření γ je ze všech druhů radioaktivního záření nejpronikavější.

Zdrojem γ záření může být např. ${}^{60}_{27}Co$. Záření lze oslabit silnou vrstvou materiálu obsahující jádra těžkých prvků (Pb, …), ale nelze je zcela pohltit.

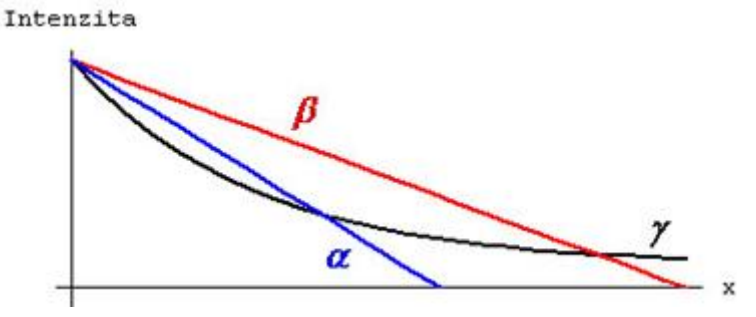
Jedná se o elektromagnetické záření s vlnovými délkami kratšími než 300 pm. Protože fotony nemají elektrický náboj, záření γ se neodchyluje od svého

původního směru ani v elektrickém poli ani v magnetickém poli. Proto se látkou volně šíří a značně se rozptyluje. Látku, s níž interaguje, silně ionizuje a uvolňuje z ní nabité částice v důsledku fotoefektu, Comptonova jevu a tvorby elektron - pozitronových párů (opačný proces k anihilaci).

Pro záření γ neexistuje žádná bezpečná vzdálenost, kde by jeho intenzita klesla na nulu. Je možné ji snížit, ale není možné záření γ zcela pohltit. Na obr. 73 je zobrazen graf závislosti intenzity záření na vzdálenosti, kterou urazí jednotlivé druhy záření v téže látce.

Schematicky je možné záření γ vyjádřit takto: ${}^{A}_{Z}X \xrightarrow{\gamma} {}^{A}_{Z}X$.

Radionuklid vyzařující záření γ tedy „zůstává na místě“ v periodické soustavě prvků; přechází pouze do stavu s nižší energií. To znamená, že se většinou z excitovaného stavu „blíží“ základnímu stavu (základní energetické hladině) daného nuklidu.



Obr. 73

7.4.2.4 | Neutronové záření

V současnosti má velký význam právě neutronové záření, které nevzniká u přírodních radionuklidů či umělých radionuklidů, ale lze je vyvolat uměle v jaderných reaktorech nebo při jaderné explozi. Proud rychle letících neutronů má vysokou pronikavost, protože nenese elektrický náboj a nemůže tedy ztrácet energii přímou ionizací atomů. Interakce s elektronovými obaly atomů je tedy minimální, reaguje pouze s atomovými jádry. Malé a husté atomové jádro se ale nachází v relativně prázdném prostoru. Poměr velikosti jádra a obalu je řádově 10^{-4}, tj. pravděpodobnost, že se neutron srazí s jádrem je 10^{-8}.

Letící neutron „vidí“ jádro jako kruh o ploše řádově 10^{-8} krát menší než je plocha příčného řezu celého atomu (před vletem neutronu do atomu se mu atom jevil jako kruh s průřezem 1). To ale znamená, že neutron musí proletět řádově 10^{8} atomů, než průměrně jednou zareaguje.

S atomovým jádrem může neutron reagovat:

1. pružnými srážkami - jádrům předává část své kinetické energie, čímž se neutron zpomalí. Zpomalení bude tím větší, čím je hmotnost jader bližší hmotnosti neutronu. Při pružné srážce částice s velmi malou hmotností s částicí s velmi velkou hmotností, k předání

energie téměř nedochází.

Při srážce např. pingpongového míčku s těžkou železnou koulí bude změna kinetické energie koule velmi malá!

2. nepružnými srážkami - při nich se mohou z jader uvolňovat i nabité částice.

Při nepružné srážce se neutron s jádrem spojí. Jádro se tak může dostat do nestabilního stavu; k obnovení stabilního stavu se zbaví části energie tak, že vyzáří částici.

K ochraně před neutrony je třeba volit materiály, obsahující vodík a jádra lehkých prvků - voda, parafin, beton, ... Takové materiály totiž neutrony dobře pohlcují.

7.4.2.5 | Aktivita zářiče a rozpadový zákon

O výzkum přirozené radioaktivity a radioaktivních přeměn se zásadním způsobem zasloužili Marie Curie (1867 - 1934, Nobelova cena s manželem v roce 1903 a druhá v roce 1911) a Pierre Curie (1859 - 1906). V návaznosti na Becquerelův objev měřili stupeň radioaktivity různých látek podle ionizačních účinků vysílaného záření (podle rychlosti vybíjení kondenzátoru) a porovnávali tato měření s chemickým obsahem

příslušného radioaktivního prvku. Zjistili přitom, že rychlost samovolného radioaktivního rozpadu nelze fyzikálně nijak ovlivnit.

Manželé Curieovi objevili vedle kromě radioaktivity uranu i radioaktivitu thoria. Při měření radioaktivity jáchymovského smolince zjistili, že je mnohem větší, než odpovídá obsahu obou radioaktivních prvků - uranu a thoria. To je v roce 1898 přivedlo k objevu nových radioaktivních prvků - polonia a radia.

V dalším výkladu budeme uvažovat určité množství radioaktivního nuklidu, který vysílá záření α nebo záření β a mění se přitom na stabilní nuklid. Dále bude vhodné zavést fyzikální veličinu **aktivita zářiče**.

AKTIVITA A ZÁŘIČE VYJADŘUJE POČET RADIOAKTIVNÍCH PŘEMĚN ZA JEDNU SEKUNDU; $[A]=\mathrm{Bq}$ (BECQUEREL).

Při vyjádření v základních jednotkách soustavy SI platí: $1\,\mathrm{Bq}=1\,\mathrm{Hz}=1\,s^{-1}$.

Experimentálně bylo zjištěno, že aktivita vzorku radionuklidu klesá tak, že vždy po uplynutí charakteristické doby *T* klesne na polovinu. Tato doba *T* se nazývá **poločas přeměny** (poločas rozpadu) daného radionuklidu. Matematicky lze popsanou závislost vyjádřit vztahem: $A(t)=A(0)\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, kde $A(0)$ je aktivita zářiče v počátečním

čase $t = 0\ s$ a $A(t)$ aktivita zářiče v okamžiku *t*. Bude-li *t* postupně nabývat hodnot *T*, 2*T*, 3*T*, ... klesne aktivita zářiče v souladu s uvedeným vztahem postupně na $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, ... počáteční hodnoty.

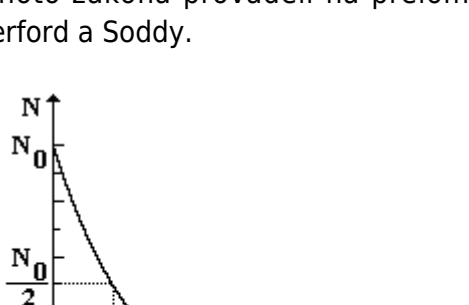
Zapíšeme-li vztah pro pokles aktivity zářiče ve tvaru $A(t) = A(0)\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = A(0)\left(e^{-\ln 2}\right)^{\frac{t}{T}} = A(0)e^{-\lambda t}$, získáme vyjádření téhož zákona pomocí **přeměnové konstanty** (**rozpadové konstanty**) $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$. Konstanta λ udává míru rychlosti rozpadu (míru pravděpodobnosti rozpadu). Pro jednotlivé radionuklidy lze jejich charakteristiky *T* (resp. λ) vyhledat v tabulkách.

Fyzikální vlastnosti daného radionuklidu jsou určeny právě konstantou λ resp. *T*. Tyto konstanty není možné fyzikálně žádným způsobem měnit a ovlivňovat tak radioaktivní rozpad.

Právě popsaný experimentální zákon je možné vysvětlit na základě představy kvantové fyziky o tom, že radioaktivní přeměna jádra je dokonale náhodný proces. Nelze určit přesně okamžik, kdy dojde k přeměně jednoho určitého jádra, ale pouze pravděpodobnost této přeměny. Počet přeměn za jednu sekundu (aktivita zářiče) je tedy úměrný celkovému počtu dosud nepřeměněných jader s konstantou úměrnosti λ: $A(t) = \lambda N(t)$.

Čím více bude vzorek radionuklidu obsahovat nerozpadlých jader, tím bude jeho aktivita větší. U většího množství jader je totiž vyšší pravděpodobnost, že dojde k rozpadu některého jádra.

Počet jader radionuklidu musí v čase klesat podle stejného zákona jako aktivita: $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$. Tato rovnice vyjadřuje **zákon radioaktivní přeměny** a pokles počtu nerozpadlých jader radionuklidu v závislosti na čase je znázorněn v grafu na obr. 74. Experimenty vedoucí k objevu tohoto zákona prováděli na přelomu 19. a 20. století Rutherford a Soddy.



Obr. 74

Od Becquerelova objevu radioaktivity uranu bylo v přírodě zjištěno asi 50 přirozených radionuklidů, přičemž vlastnosti nejdůležitějších z nich jsou shrnuty v tab. 3.

Poločasy rozpadu radionuklidů mohou nabývat hodnot

od zlomků sekundy až po miliardy let. Je zřejmé, že v přírodě lze pozorovat jen takové radionuklidy, které mají velmi dlouhý poločas rozpadu (srovnatelný s dobou stáří hvězd a planet) nebo které v přírodě stále vznikají.

Přirozené radionuklidy s krátkým poločasem rozpadu se totiž v přírodě už rozpadly na jiné nuklidy.

Dlouhodobě existujícími radionuklidy v přírodě jsou např. $^{235}_{92}\mathrm{U}$, $^{237}_{92}\mathrm{U}$, $^{232}_{90}\mathrm{Th}$, $^{40}_{19}\mathrm{K}$, ... pod vlivem kosmického záření vznikají v atmosféře krátkodobé radionuklidy $^{3}_{1}\mathrm{H}$, $^{14}_{6}\mathrm{C}$, ...

Radionuklid	**Přeměna**	**Poločas přeměny**	**Energie vyletujících částic (v MeV)**
$^{3}_{1}\mathrm{H}$	β^-	1, 23 roku	0,018
$^{14}_{6}\mathrm{C}$	β^-	5730 let	0,155
$^{40}_{19}\mathrm{K}$	β^-	$1,3.10^9$ let	1,3
$^{210}_{84}\mathrm{Po}$	α	138 dní	5,3
$^{222}_{86}\mathrm{Rn}$	α	3,8 dne	5,5
$^{226}_{88}\mathrm{Ra}$	α	1620 let	4,8
$^{232}_{90}\mathrm{Th}$	α	$1,4.10^{10}$ let	4,0
$^{235}_{92}\mathrm{U}$	α	$7,1.10^8$ let	4,4
$^{237}_{92}\mathrm{U}$	α	$4,5.10^9$ let	4,2

tab. 3

7.4.2.6 | ***Střední doba života

V souvislosti s rozpadovým zákonem se někdy také hovoří o tzv. **střední době života** τ, kterou je možné vyjádřit vztahem $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} \doteq 1,44T$. Jedná se dobu, která je tedy relativně blízká poločasu rozpadu, ale není přesně stejná. Střední doba života radioaktivního nuklidu udává střední dobu, za kterou klesne počet N_0 atomů nebo jader určitého druhu, existujících v určitém stavu, na počet *N*, pro který platí $N = \frac{N_0}{e} \doteq 0,37\,N_0$.

Existuje-li na počátku N_0 atomů (nuklidů) nebo jader určitého druhu v daném stavu a zmenší-li se za dobu *t* tento počet na *N*, je střední doba života τ dána vztahem:

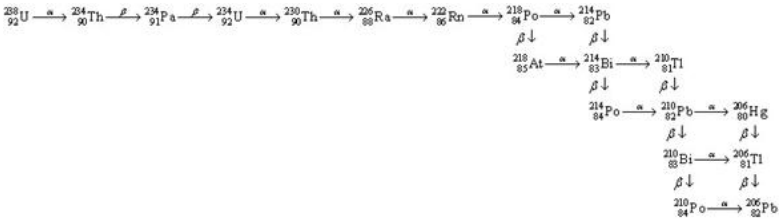
$$\tau = \frac{t}{\ln \frac{N_0}{N}}.$$

7.4.2.7 | Rozpadové řady

Radionuklidy se nemusí nutně rozpadat rovnou na již stabilní jádro. Může se stát (a často se stává), že se daný radionuklid rozpadá na jiné jádro, které není stabilní, tj. je také radioaktivní. Toto jádro se tedy opět rozpadá a vzniklé jádro opět může být radioaktivní, ... Jeden radionuklid se tedy může přeměňovat na stabilní nuklid postupně. V této

souvislosti se mluví o existenci **přeměnových řad** (**rozpadových řad**). Na základě rozpadových řad lze určit vlastnosti nuklidů, které se na Zemi v minulosti vyskytovaly, přestože se do současnosti třeba již rozpadly.

Pomocí rozpadových řad lze usuzovat např. i na minulost Země (na historii procesů na ní probíhajících, na složení zemské kůry, ...).



Obr. 75

Existují celkem čtyři rozpadové řady (tj. řada izotopů, na něž se postupně rozpadá izotop na prvním místě), které bývá zvykem nazývat podle izotopu s nejdelším poločasem rozpadu (uranová, neptuniová, ...). Na základě pravidel posunu pro α rozpad je zřejmé, že v celé řadě má hmotnostní číslo *A* stejný vztah k dělitelnosti číslem 4.

Číslo čtyři udává počet nukleonů, které α částice obsahuje. Hmotnostní číslo *A* se přitom mění právě pouze při α rozpadu.

Podle toho se rozlišují čtyři rozpadové řady (*n* je

přirozené číslo):

1. $A = 4n$ - thoriová řada: $^{232}_{90}\mathrm{Th}, \ldots, ^{208}_{82}\mathrm{Pb}$
2. $A = 4n+1$ - neptuniová řada: $^{237}_{93}\mathrm{Np}, \ldots, ^{209}_{83}\mathrm{Bi}$
3. $A = 4n+2$ - uranová řada: $^{238}_{92}\mathrm{U}, \ldots, ^{206}_{82}\mathrm{Pb}$
4. $A = 4n+3$ - aktiniová řada: $^{235}_{92}\mathrm{U}, \ldots, ^{207}_{82}\mathrm{Pb}$

Izotopy, které stojí na koncích uvedených řad (tj. ve většině případů izotopy olova $_{82}\mathrm{Pb}$) jsou stabilní a dále se nerozpadají. Poločas rozpadu jednotlivých izotopů v jednotlivých rozpadových řadách se pohybuje od několika minut až po několik miliónů let.

Schéma na obr. 75 ukazuje uranovou rozpadovou řadu. Rozpadová řada se může větvit proto, že jaderná přeměna je náhodný proces, který se uskutečňuje s jistou pravděpodobností. To znamená, že příslušný izotop se může přeměnit na dva jiné v závislosti na vnějších podmínkách a na stavu daného izotopu.

7.4.2.8 | Umělá radioaktivita

V roce 1934 objevili manželé Frédéric (1900 - 1958) a Iréne (1897 - 1956, oba získali Nobelovu cenu za fyziku roku 1935) Joliot - Curieovi **umělou radioaktivitu**. Zjistili, že ostřelováním hliníku $^{27}_{13}\mathrm{Al}$ částicemi α vznikne nový v přírodě neexistující nuklid fosforu $^{30}_{15}\mathrm{P}$ a neutron podle reakce: $^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{27}_{13}\mathrm{Al} \rightarrow ^{30}_{15}\mathrm{P} + ^{1}_{0}\mathrm{n}$. Fosfor $^{30}_{15}\mathrm{P}$ má poločas přeměny pouze 130 sekund a přeměnou β^+ přechází na

stabilní izotop křemíku $^{30}_{14}Si$.

Umělé radionuklidy se v současné době připravují průmyslově ostřelováním atomových jader nabitými částicemi z urychlovačů nebo neutrony z jaderných reaktorů. Využití radionuklidů v praxi (v řadě oblastí vědy, techniky, medicíny, ...) je dáno tím, že radionuklidů bylo získáno již několik tisíc. Umělé radionuklidy vznikají rovněž jako štěpné produkty v energetických jaderných reaktorech nebo při pokusných jaderných explozích. Ostřelováním jader neutrony a těžkými ionty byly získány též radionuklidy s protonovým číslem větším než 92 - tzv. **transurany**. K nejdůležitějším z nich patří silně toxické plutonium s poločasem rozpadu 24 000 let.

Negativní změny může způsobit radioaktivního záření v organismu lidí.

7.4.3 | Jaderné reakce

JADERNÁ REAKCE JE JADERNÁ PŘEMĚNA VYVOLANÁ VZÁJEMNÝM PŮSOBENÍM (SRÁŽKOU) S JINÝMI JÁDRY NEBO ČÁSTICEMI.

Jaderné reakce se zapisují podobně jako chemické reakce rovnicemi, na jejichž levé straně jsou částice a jádra do reakce vstupující, na pravé straně pak částice a jádra z reakce vystupující.

U jaderných reakcí je ovšem důležité psát nejen značky prvků, ale také počty protonů a nukleonů u objektů do rekce vstupujících i z reakce vystupujících.

Každá jaderná reakce musí splňovat **zákony zachování**. Jedná se o experimentálně ověřené obecné vztahy odrážející podstatné vlastnosti a symetrie hmoty, prostoru a času. Jde zejména o:

1. zákon zachování energie;
2. zákon zachování hybnosti;

Zákon zachování energie, zákon zachování hybnosti a zákon zachování hmotnosti jsou podle teorie relativity vzájemně propojeny v jeden zákon: zákon zachování relativistické energie.

3. zákon zachování elektrického náboje;
4. zákon zachování počtu nukleonů;
5. ...

Dalšími zákony jsou např. zákon zachování počtu baryonů, leptonů, zákon zachování parity, ... To jsou zákony, které v makrosvětě nemají příliš dobré analogie.

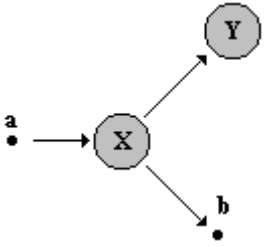
Z hlediska energetické bilance mohou být jaderné reakce:

1. endoenergetické reakce - energii je nutno reakci dodat z vnějšího okolí;
2. exoenergetické reakce - energie se při reakci uvolňuje.

Z praktického hlediska je zájem pochopitelně

zejména o exoenergetické reakce.

Uvolněná energie při jaderné reakci má podobu jednak kinetické energie rozlétávajících se částic, jednak ji mohou unášet částice s nulovou klidovou hmotností pohybující se rychlostí světla (fotony). Energetickou bilanci reakce je možno vyjádřit jako rozdíl energie do reakce dodané a energie, která se při reakci uvolní.



Obr. 76

Typicky jaderná reakce probíhá tak, jak je znázorněno na obr. 76. Rychle letící částice *a* resp. svazek částic (protony, neutrony, deuterony, částice α, některá těžká jádra (např. uran), fotony, elektrony, neutrina, ...) nazývaná **projektil** ostřeluje těžké jádro *X*, které je v klidu a nazývá se **terč**. **Produkty** reakce pak jsou uvolněná částice *b* a přeměněné jádro *Y*. Tuto reakci pak můžeme zapsat stručně: $a + X \rightarrow b + Y$.

7.4.3.1 | Příklady jaderných reakcí

První jaderná reakce vyvolaná uměle byla uskutečněna E. Rutherfordem v roce 1919 při ostřelování dusíku částicemi α: ${}_{2}^{4}\mathrm{He}+{}_{7}^{14}\mathrm{N}\rightarrow{}_{8}^{17}\mathrm{O}+{}_{1}^{1}\mathrm{H}$. Povedlo se tak uskutečnit dávný sen alchymistů: záměrnou přeměnu jednoho prvku v druhý.

Pomocí jaderných reakcí by bylo možné vyrábět i zlato ze rtuti, jak o tom snili celé generace panovníků a jejich alchymistů. Tato výroba by byla příliš nákladná a nevyplácela by se.

Umělé jaderné reakce se z počátku prováděly pomocí částic α získávaných z přírodních radionuklidů. Tímto způsobem byl např. v roce 1932 učiněn objev neutronu: ${}_{2}^{4}\mathrm{He}+{}_{4}^{9}\mathrm{Be}\rightarrow{}_{6}^{12}\mathrm{C}+{}_{0}^{1}\mathrm{n}$.

Na základě této reakce je možné vytvořit neutronový zdroj. Stačí umístit do skleněné ampulky směs soli beryllia a některého zářiče α (např. radia). Neutrony produkované reakcí budou stěnami ampulky vyletovat ven, zatímco těžké α částice budou zadrženy uvnitř. Mohutnými zdroji neutronů jsou v současnosti jaderné reaktory.

Pomocí neutronů byla uskutečněna řada dalších

jaderných reakcí a získáno mnoho nových radionuklidů. Vzhledem k tomu, že neutrony nemají elektrický náboj, nelze je registrovat pomocí jejich ionizačních účinků. V neutronových detektorech se využívá reakce: ${}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{10}_{5}\mathrm{B} \rightarrow {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$. Dopadající neutron uvolňuje z jader boru částice α, které lze později registrovat Geigerovým - Müllerovým počítačem.

Neutrony vznikají také v horních vrstvách atmosféry působením protonů kosmického záření, které rozbíjejí jádra atmosférického dusíku a kyslíku a uvolňují z nich neutrony různých energií:

1. pomalé neutrony vytvářejí z dusíku radiouhlík ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$: ${}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{14}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$;
2. rychlé neutrony reagují za vzniku tritia a tří jader helia: ${}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{14}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{H} + 3{}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

Atmosférické helium vzniká jednak působením kosmického záření, jednak radioaktivní přeměnou α radionuklidů v zemské kůře.

7.4.3.2 | Jaderné reakce uvolňující energii

Reakce, které slouží k uvolňování jaderné energie, jsou:

1. jaderné fúze (anglicky fusion) - při nich dochází ke spojování lehkých jader v jádra

těžší;

2. jaderné štěpení (anglicky fission) - dochází ke štěpení těžkých jader na jádra lehčí.

Skutečnost, zda se daný prvek bude štěpit nebo slučovat, závisí na jeho separační energii.

Kromě uvolňované energie hraje klíčovou roli také pravděpodobnost reakce.

PRAVDĚPODOBNOST DANÉHO PRŮBĚHU JADERNÉ REAKCE VYJADŘUJE ÚČINNÝ (SRÁŽKOVÝ) PRŮŘEZ σ; $[\sigma] = \mathrm{m}^2$.

Z daného projektilu a terče mohou vznikat obecně různé produkty v závislosti na energii projektilu (např. pomalejší neutrony mohou někdy jádro rozštěpit snadněji než neutrony rychlé), úhlu, pod kterým projektil na jádro dopadne, ... A veličina účinný průřez vyjadřuje velikost plochy terče nastavované letící částici. Proto účinných průřez vyjadřuje pravděpodobnost jaderné reakce. Typická hodnota účinného průřezu jádra je $\sigma \approx 10^{-28}\ \mathrm{m}^2$.

Jaderní fyzikové proto často používají jednotku barn (anglicky *stodola*): $1\,\mathrm{barn} = 10^{-28}\ \mathrm{m}^2$. Účinný průřez tedy udávají v barnech.

Účinný průřez si lze snadno pochopit na jedné scéně z filmu *Baron Prášil* (z roku 1961, režie Karel Zeman): baron Prášil (Miloš Kopecký) letí na dělové kouli a proletí stěnou domu. Plocha otvoru, který baron Prášil vytvořil

ve stěně, ve tvaru lidského těla je účinným průřezem barona Prášila sedícího na dělové kouli.

Účinný průřez kočky nebo myši lze vidět téměř v každém díle amerického animovaného seriálu *Tom a Jerry*.

7.4.3.2.1 | Jaderná fúze

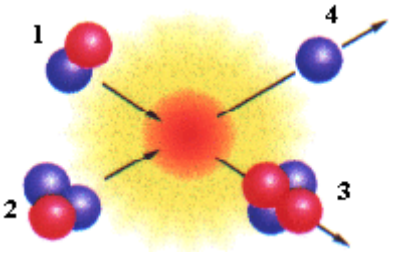
Nejjednodušší reakcí jaderné fúze je spojování dvou jader vodíku na jádro deuteria: ${}_1^1\mathrm{H}+{}_1^1\mathrm{H}\rightarrow{}_1^2\mathrm{H}+\mathrm{e}^+ +\nu$. Tato reakce probíhá na Slunci a je výchozí reakcí cyklu, v němž vzniká helium a sluneční záření. K získávání energie na Zemi však není vhodná, protože probíhá velmi pomalu a s malou pravděpodobností - v časovém měřítku miliard let. To je důvodem, proč Slunce září pomalu a dlouhodobě.

K získávání energie z jaderné fúze se předpokládá využití reakce mezi jádry deuteria (*1* na obr. 77) a tritia (2) za vzniku částice α (*3*) a neutronu (*4*): ${}_1^2\mathrm{H}+{}_1^3\mathrm{H}\rightarrow{}_2^4\mathrm{He}+{}_0^1\mathrm{n}$, jejíž energie je $E_\mathrm{r}=17,6\ \mathrm{MeV}$, a později mezi dvěma jádry deuteria.

Deuterium je jádro vodíku, které obsahuje jeden proton a jeden neutron: $\mathrm{D}={}_1^2\mathrm{H}$, tritium je jádro vodíku obsahující jeden proton a dva neutrony: ${}_1^3\mathrm{H}$. Symbolem ${}_1^1\mathrm{H}$ se značí jádro vodíku, což je proton.

Tato reakce může probíhat dvěma způsoby:

1. ${}_1^2\mathrm{H} + {}_1^2\mathrm{H} \rightarrow {}_2^3\mathrm{He} + {}_0^1\mathrm{n}$, $E_r = 3{,}25\ \mathrm{MeV}$;
2. ${}_1^2\mathrm{H} + {}_1^2\mathrm{H} \rightarrow {}_1^3\mathrm{H} + {}_1^1\mathrm{H}$, $E_r = 4{,}03\ \mathrm{MeV}$.



Obr. 77

Reakce deuteria a tritia probíhá nejsnadněji a uvolňuje se při ní značná energie. Problém však je v tom, že tritium se vyskytuje v přírodě jen v malém množství, je radioaktivní, dosti toxické a je nutné ho získávat z přírodního lithia (nacházejícím se v zemské kůře, mořské vodě, ...) ozařováním neutrony. Tritium je též možné získávat z lithia pomocnou jadernu frakcí při zachycování neutronů v plášti termojaderného reaktoru. Deuterium je pak možné získávat separací z vody.

Reakce dvou jader deuteria probíhá dvěma různými způsoby za vzniku buď helia nebo tritia. Těžká voda $\mathrm{D_2O}$ je obsažena v přírodní vodě oceánů v koncentraci 0,015 % a v energetickém přepočtu každý litr mořské vody vydá tolik energie jako 300 litrů benzinu.

Dále se uvažuje o reakci spojování dvou jader za

účasti boru, lithia a jiných nuklidů. Ekologicky zajímavé jsou tzv. čisté reakce, při nichž nevznikají neutrony ani záření γ, jako např.: ${}_1^1\mathrm{H} + {}_5^{11}\mathrm{B} \rightarrow 3\,{}_2^4\mathrm{He}$ (s energií reakce $E_r = 8{,}7\ \mathrm{MeV}$) a ${}_2^3\mathrm{He} + {}_2^3\mathrm{He} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + 2\,{}_1^1\mathrm{H}$ ($E_r = 12{,}8\ \mathrm{MeV}$).

Helia ${}_2^3\mathrm{He}$ je sice na Zemi nedostatek, ale bylo by možné je úspěšně těžit v povrchových vrstvách Měsíce. Nabité částice α a protony uvolněné při těchto reakcích by mohly být využity k přímé přeměně jaderné energie na elektrickou bez parního cyklu. V praxi ovšem tento způsob získávání energie nefunguje.

Aby mohlo dojít ke spojení jader, je třeba překonat odpudivé elektrostatické síly působící mezi jádry a přiblížit jádra k sobě až na jaderné vzdálenosti. Proto je nutné jádra nejprve urychlit, dodat jim značnou kinetickou energii, tzv. **aktivační energii**. Je zřejmé, že pokud má jaderná reakce sloužit k produkci energie, pak musí být aktivační energie menší než energie reakce E_r.

7.4.3.2.2 | Termojaderné reakce

7.4.3.2.2.1 | ***Lawsonovo kritérium

V prosinci 1955 sepsal tehdy mladý britský inženýr John David Lawson (narozen 4. 4. 1923) z britského výzkumného střediska pro atomovou energii A. E. R. E. v Harwellu krátkou a poměrně jednoduchou zprávu „

Některá kritéria pro užitečný termonukleární reaktor“. Uvedl v ní dvě podmínky nutné pro dosažení termonukleární fúze s kladnou energetickou bilancí:

Tj. takové reakce, jejíž energie reakce je kladná.

1. minimální teplotu *T*;
2. minimální součin hustoty *n* (vyjádřené počtem částic v jednotce objemu) a času trvání výboje *t*.

Často se mluví o jediném Lawsonově kritériu a myslí se tím druhé, stěžejní kritérium pro součin hustoty a času trvání výboje.

Ve zprávě píše, že v pozemském reaktoru patrně nebude možné udržet neutrony, ale vhodným elektrickým polem a magnetickým polem pouze nabité částice. Přitom minimální teplotu, při které může systém pracovat, lze určit na základě rovnosti energie reakce, kterou nesou nabité částice, a energetických ztrát způsobeným zejména zářením. Přitom pro užitečný reaktor musí teplota *T* překročit hodnotu $10^8\ \mathrm{K}$ a součin hustoty a času udržení výboje zhruba hodnotu $10^{16}\ \mathrm{cm^{-3}.s}$. Přitom tyto podmínky jsou nutné, ovšem ne postačující.

Hlavní motivací pro Lawsona přitom byl pocit inženýra „uzemnit“ často velmi nereálná očekávání svých nadšených kolegů přírodovědeckého vzdělání. Tím, že Lawson vystudoval mechanické vědy na inženýrském

studiu, získal jiný náhled na celou problematiku.

Lawson svá kritéria odvodil pro krátké výboje s ideálním udržením plazmatu. Od té doby se výzkum termonukleární fúze s magnetickým udržením přesunul ke stabilním výbojům, v nichž je nutné uvažovat nedokonalé udržení plazmatu. Proto se v současné době používají pro popis trochu jiné veličiny, které ovšem velmi dobře korespondují s původními definovanými Lawsonem.

Místo času trvání výboje *t* se používá doba udržení energie τ_E, která je dána poměrem celkové tepelné energie rovnovážného plazmatu k celkovému výkonu jeho energetických ztrát. Hustoty částic se v původní Lawsonově zprávě uvádějí v počtu částic na centimetr krychlový, nikoliv na metr krychlový. Nicméně základní princip Lawsonových kritérií má stále hluboký význam.

Lawsonova zpráva byla vydána jako tajný dokument britského výzkumu v době, kdy nebylo ještě jasné, že termonukleární fúze s magnetickým udržením nemá pro vývoj zbraní význam. Postupně proto byla Lawsonova zpráva odtajňována. Jedním z důvodů bylo i to, že podobná kritéria formulovali i jiní vědci (I. V. Kurčatov, L. A. Arcimovič, …). V roce 1957 byla Lawsonova zpráva odtajněna.

V současnosti se spíše než Lawsonova kritéria používá tzv. trojný součin (někdy též fúzní součin) $n\tau_E T$. Ten sice platí jen v úzkém rozsahu teplot, ve kterém je v dobrém přiblížení hodnota kritického součinu $n\tau_E T$ nepřímo

úměrná teplotě T, ale právě tato oblast je z hlediska budoucích reaktorů zajímavá (např. pro ITER je $n\tau_E T > 5.10^{28}\ \mathrm{m^{-3}.s.K}$). Při dosažení hodnoty trojného součinu se tepelný příkon plazmatu od fúzních produktů vyrovná s výkonem tepelných ztrát plazmatu - tj. dochází k zapálení termojaderné fúze.

7.4.3.2.2.2 | Princip termojaderných reakcí

Potřebnou aktivační energii získají jádra po zahřátí na vysokou teplotu - řádově až $10^8\ \mathrm{K}$, což je teplota asi desetkrát větší než ve středu Slunce. Při této teplotě se látka nachází ve stavu plazmatu (úplně ionizovaného plynu) a vyvíjí nesmírně velký tlak. Reakce jaderné fúze probíhající při takových teplotách se nazývají **termojaderné** (termonukleární) **reakce**. Ve hvězdách je toto horké plazma udržováno pohromadě gravitačními silami.

Vznik termojaderné reakce je možný pouze při současném splnění následujících podmínek:

1. Jádra je nutno ohřát na velmi vysokou teplotu T (řádově $10^8\ \mathrm{K}$).
2. Plynné jaderné palivo musí vytvořit plazmu.
3. Plazma musí mít velkou hustotu, tj. počet částic n v jednotce objemu musí být co

největší (řádově $10^{22}\ \mathrm{m}^{-3}$). S počtem částic totiž souvisí i počet dílčích reakcí, které v daném palivu proběhnou a které mohou uvolnit energii.

4. Teplotu a hustotu plazmatu na stanovené výši je nutné udržet po co největší dobu *t* (řádově alespoň desetiny sekundy), aby proběhly jaderné reakce a došlo ke slučování jader.

Pro energetické využití termojaderné fúze musí být dosaženo přinejmenším rovnováhy mezi energií uvolňovanou reakcí a energií sloužící k dosažení stavu, který je popsán předchozími podmínkami. Tuto rovnováhu popisuje tzv. **Lawsonovo kriterium**, podle něhož má být součin $T.n.t$ maximální.

Vzhledem k velkým teplotám a tlakům, které jsou nutné pro vznik termojaderné fúze, vyvstává další problém: jakou použít „nádobu“, která by odolala těmto velkým tlakům a v níž by mohla reakce probíhat. Žádná pevná látka takové tlaky a teploty nevydrží, takže se začala používat zařízení, v nichž je horké plazma udržováno prostřednictvím silných magnetických polí. Nejznámější je sovětský **TOKAMAK** (*toroidaľnaja kamera s magnitnymi katuškami*).

Energie částic uvolněných při jaderné reakci je ve formě kinetické energie. Ta se mění na energii tepelnou, což vede k dalšímu ohřívání plazmatu, ale není to energie využitelná mimo prostředí, v němž reakce probíhá.

Využitelnou energii může z jaderné reakce odnést jedině neutron, který prochází např. vodou. V ní se velmi rychle zabrzdí, čímž předá svoji kinetickou energii vodě a voda se tak ohřívá. Ohřátá voda pak putuje do turbíny. Tímto způsobem mohou neutrony odnést 80 % energie uvolněné při jaderné reakci.

Popsaný princip je shodný s principem činnosti jaderné elektrárny.

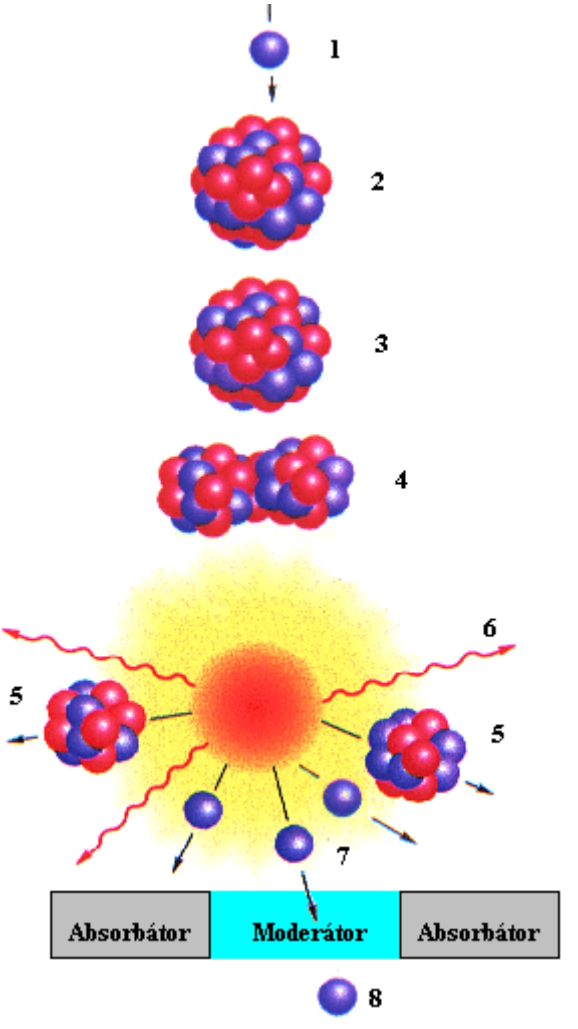
Má-li se řízená termonukleární reakce stát zdrojem energie na Zemi, je třeba najít způsob, jak horké plazma udržet, aniž by se dostalo do styku se stěnami jakékoliv nádoby. Každá látka se totiž při těchto teplotách okamžitě odpaří. Uvažuje se též o různých cestách, jak přiblížit jádra na malé vzdálenosti bez zahřátí na termojaderné teploty. Obtížný úkol, jak využít termojaderné reakce k získávání energie je dosud ve stadiu velmi nákladných experimentů.

7.4.3.2.3 | Jaderné štěpení

Pokusy, které prováděl italský fyzik Enrico Fermi (1901 - 1954, 1938 Nobelova cena) v roce 1934, němečtí radiochemikové Otto Hahn (1879 - 1968, Nobelova cena za chemii v roce 1944) a Fritz Strassmann (1902 - 1980) v roce 1938 a které objasnili Lise Meitnerová (1878 - 1968) a O. R. Frisch (1904 - 1979), prokázaly, že neutron zpomalený průchodem vrstvou vody nebo parafinu může rozštěpit těžké jádro uranu $^{235}_{92}U$ na dvě přibližně stejně

těžká jádra (**štěpné trosky**) např. podle reakce: ${}_0^1n + {}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{56}^{144}Ba^* + {}_{36}^{89}Kr^* + 3{}_0^1n$.

Hvězdička u symbolu prvku zde značí jádro v excitovaném stavu.



Obr. 78

Průběh reakce je možné sledovat na obr. 78. Pomalý neutron (*1*) reaguje s jádrem uranu $^{235}_{92}U$ (*2*), které neutron přijme a vznikne nestabilní nuklid $^{236}_{92}U$ (*3*). Ten se při štěpné reakci (*4*) rozpadá na dva dceřinné produkty (štěpné trosky) (*5*), přičemž se uvolňuje elektromagnetické záření (*6*) a 2 až 3 rychlé neutrony (*7*).

Fakt, že se uvolní 2 až 3 neutrony je dán pravděpodobnostním charakterem průběhu jaderné reakce.

Pokud se podaří neutrony **moderátorem** zpomalit, mohou vyvolat další reakci s podobným průběhem. Na obr. 78 je znázorněn po zpomalení moderátorem i tento pomalý neutron (*8*).

Vzniklá jádra jsou v excitovaném stavu a při reakci se uvolňuje energie přibližně 200 MeV, která je rozdělena takto:

1. 11 MeV si odnáší neutrino, které reaguje na velkých vzdálenostech v kosmu. Tuto energii tudíž není možné využít.

Reakce neutrina ve velkých vzdálenostech od Země je dána jeho malým účinným průřezem a tedy „neschopností“ trefit jiné částice resp. jádra.

2. 164 MeV (tj. přibližně 80%) je kinetická energie štěpných trosek, tj. těžkých nabitých jader. Tuto energii ztrácejí štěpné trosky na malé vzdálenosti, což se projeví ohřevem

materiálu (např. vody), v němž reakce probíhá.

3. 6 MeV připadá na okamžité záření γ.
4. 6 MeV připadá na zpožděné záření γ. Oba druhy tohoto záření ztrácejí energii na velkých vzdálenostech, takže ani tuto energii není možné využít.
5. 6 MeV připadá na zpožděné záření β, což je svazek elektronů.
6. 6 MeV si odnášejí neutrony vzniklé při reakci. Při jednom štěpení vzniká průměrně 2,5 neutronu.

Necelé číslo udávající průměrný počet neutronů vznikajících při dané reakci vyplývá ze statistických výpočtů, tedy ze zpracování velkého počtu případů.

Při štěpení jader uranu $^{235}_{92}U$ vzniká zároveň i mnoho jiných dvojic přibližně stejně těžkých jader a na každé štěpení se uvolňují v průměru 2 - 3 neutrony. Průběh tohoto typu reakce se podařilo vysvětlit na základě kapkového modelu.

Analogie s kapkou je taková, že reakce probíhá jako postupné protažení, zaškrcení a rozdělení kapky.

Důležité je, že neutrony uvolněné z reakce mohou po zpomalení štěpit další jádra, a tak může nastat **řetězová jaderná reakce**. Protože část neutronů se pohltí bez

způsobení dalšího štěpení nebo prostě vyletí z materiálu ven, je třeba k uskutečnění řetězové reakce mít k dispozici určité množství štěpného materiálu nazývané **kritické množství**.

KRITICKÉ MNOŽSTVÍ MATERIÁLU JE TAKOVÉ MNOŽSTVÍ MATERIÁLU, V NĚMŽ JE POČET NEUTRONŮ VZNIKLÝCH VE DVOU PO SOBĚ JDOUCÍCH REAKCÍCH STEJNÝ.

Pokud tato podmínka není splněna hovoří se o **nadkritickém množství** resp. **podkritickém množství**.

Kritické množství daného materiálu ale závisí i na tvaru tělesa a okolních podmínkách. Únik neutronů z materiálu je úměrný povrchu tělesa, v němž je materiál soustředěn, zatímco produkce neutronů je dána objemem tělesa. Je tedy třeba najít vhodné množství materiálu a soustředit ho do vhodného tvaru. Ideálním útvarem je koule (např. pro čistý uran $^{235}_{92}\mathrm{U}$ představuje kritické množství asi 44,5 kg ve tvaru koule o průměru 16,8 cm). V kritickém množství materiálu proběhne za jednu sekundu řádově 10^9 reakcí.

Při dostatečné koncentraci štěpného materiálu a dosažení kritického množství může řetězová reakce probíhat i bez zpomalování neutronů.

Zjistilo se, že existují pouze čtyři nuklidy, s nimiž je možné uskutečnit řetězovou jadernou reakci a které proto mohou sloužit jako **štěpné materiály** k získávání jaderné

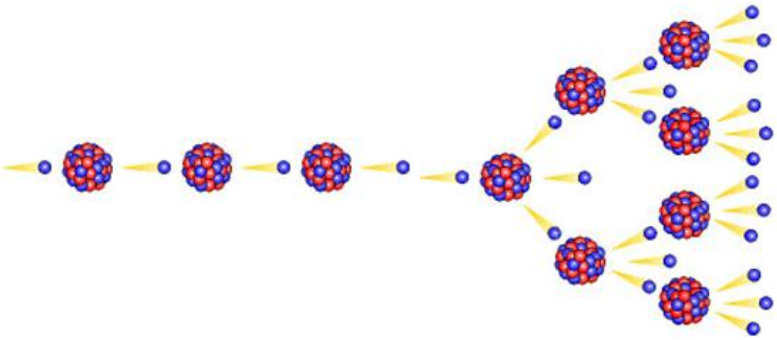
energie. Jsou to:

1. uran $^{235}_{92}\mathrm{U}$;
2. plutonium $^{239}_{94}\mathrm{Pu}$;
3. uran $^{233}_{92}\mathrm{U}$;
4. plutonium $^{241}_{94}\mathrm{Pu}$.

Podivnou shodnou okolností se právě jeden z nich vyskytuje v přírodě a lze ho těžit. Je to uran $^{235}_{92}\mathrm{U}$, který je obsažen v přírodním uranu ve směsi s uranem $^{238}_{92}\mathrm{U}$ v množství 0,72 %. Tato netušená náhoda umožnila využití jaderné energie. Kdyby byl poločas přeměny uranu $^{235}_{92}\mathrm{U}$ o něco kratší, v přírodě by vymizel a využití jaderné energetiky tak, jak se využívá v současné době, by nebylo možné. Další štěpné materiály je třeba vyrábět v jaderných reaktorech - plutonium ozařováním uranu $^{238}_{92}\mathrm{U}$ a uran $^{233}_{92}\mathrm{U}$ ozařováním thoria $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ neutrony.

Význam řetězové reakce, která umožňuje sestrojení ničivé jaderné bomby, si fyzikové uvědomili na prahu 2. světové války. Z obavy, aby fašistické Německo tuto zbraň nevyrobilo, obrátil se tehdy A. Einstein na presidenta Roosvelta s varovným dopisem. Byl spuštěn americký projekt *Manhattan* pod vedením Julia Roberta Oppenheimera (1904 - 1967), který vedl k vytvoření americké jaderné bomby. Její první zkouška se uskutečnila v červenci 1945 v Alamogordo v Novém Mexiku a 6. a 9. srpna téhož roku dopadly tyto bomby na

japonská města Hirošima a Nagasaki. První sovětská jaderná bomba vybuchla v září 1949. Štěpná jaderná bomba může vytvořit potřebnou termojadernou teplotu a posloužit jako rozbuška k termojaderné reakci v daleko ničivější vodíkové bombě. Americká termojaderná zbraň byla poprvé vyzkoušena v roce 1952 (autor E. Teller), sovětská o rok později (pod vedením I. V. Kurčatova). Lidstvo vstoupilo do éry jaderných zbraní a jaderné energie a začalo brát jadernou fyziku vážně.



Obr. 79

Obr. 80

Jaderné reakce probíhající v jaderném reaktoru i v jaderné bombě jsou principiálně stejné. Liší se pouze svým průběhem. V jaderném reaktoru jsou přebytečné neutrony pohlcovány tak, že reakce probíhá stále se stejnou intenzitou (je udržováno kritické množství paliva - viz obr. 79). V jaderné bombě intenzita reakce roste -

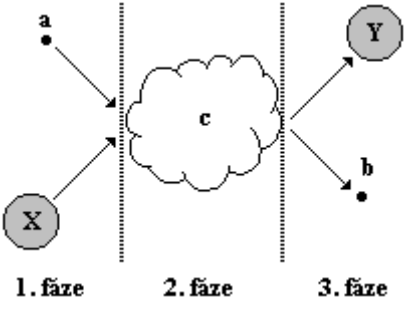
reakce probíhá v nadkritickém množství materiálu (viz obr. 80).

7.4.3.3 | ***Průběh jaderné reakce

Stejně jako řadu jiných fyzikálních dějů si vědci modelují jednodušeji, aby bylo možné vystihnout lépe jejich podstatu, tak byly vytvořeny i modely pro průběh jaderné reakce.

Model složeného jádra pochází od Bohra a tento model vyvolal ve 30. letech 20. století značnou diskusi o tom, zda odpovídá či neodpovídá skutečnému průběhu jaderné reakce. Experimenty provedené do současnosti napovídají, že tento model je víceméně správný. Reakce probíhá ve 3 etapách (viz obr. 81):

1. setkání částice *a* a jádra *X*;
2. vznik přechodného útvaru *c*;
3. vznik jádra *Y* a uvolnění částice *b*.



Obr. 81

Částice *a* nalétávající na jádro *X* se s tímto jádrem setká a vznikne přechodný útvar (složené jádro) *c*. Toto jádro má tedy vyšší vnitřní energii. V důsledku toho dochází k fluktuacím jádra *c* a toto jádro mění svůj termodynamický stav, přičemž může nějaká jeho vnitřní částice získat takovou energii, že se z jádra uvolní. Složené jádro *c* přijde o část své energie a přechází na jádro *Y*, tj. složené jádro *c* se rozpadá - 3. fáze průběhu jaderné reakce.

Jádro *c* je (podle analogie kapkového modelu) v „přehřátém stavu“. Proto se z něj může snadno „odpařit“ některá jeho částice - částice *b*.

Složené jádro se může rozpadat na různé produkty. Pravděpodobnost vzniku toho kterého konkrétního produktu je dána pravděpodobností fluktuací uvnitř složeného jádra *c*. Jádro *c* mohlo vzniknout z různé kombinace projektilu a terče (tj. z různé kombinace *a* a *X*); jinými slovy různé kombinace projektilu a terče mohou vést ke stejnému složenému jádru *c*. To znamená, že produkty reakce nezávisí na tom, jak jádro *c* vzniklo, ani na směru, odkud částice *a* přiletěla, a proto je jeho rozpad osově symetrický. Symetrický rozpad jader se skutečně pozoruje, což potvrzuje platnost tohoto modelu.

Jádro *c* tedy zapomíná historii svého vzniku.

Složené jádro *c* se nachází v jistém energetickém

stavu. Po jeho rozpadu vzniká jádro *Y* rovněž v určitém energetickém stavu a část energii odnáší částice *b*. Vzhledem k tomu, že částice *b* nemůže odnést libovolnou energii, je její spektrum čárové. Nejpravděpodobněji rozpad dopadne tak, že částice *b* odnáší největší možnou energii a jádro *Y* vzniká v základním stavu.

Model složeného jádra podporuje i Heisenbergova relace neurčitosti $\Delta E . \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$, neboť relativně přesná hodnota energie společného jádra znamená větší čas pro jeho existenci.

Existují i jiné modely (mechanismy) průběhu jaderné reakce.

7.4.4 | Jaderná energetika

Existence řetězové jaderné reakce v uranu $^{235}_{92}\mathrm{U}$ umožnila využití jaderné energie k přeměně na elektrickou energii (resp. v teplo) v jaderných reaktorech (resp. teplárnách). První jaderný reaktor byl uveden do provozu 2. prosince 1942 na Chicagské universitě E. Fermim a jeho spolupracovníky. Jako palivo v něm sloužil čistý uran s přírodním obsahem nuklidu $^{235}_{92}\mathrm{U}$, jako moderátor (zpomalovač) neutronů grafit. Řetězová reakce byla ovládána zasouváním kadmiových tyčí, které pohlcují

neutrony. Byl to odvážný průkopnický čin, neboť přes všechny výpočty si nikdo nemohl být zcela jist výsledkem tak riskantního experimentu.

Dnes existuje velké množství různých typů jaderných reaktorů, které se liší svým technickým uspořádáním, druhem paliva, moderátoru i chladiva, výkonem a určením. V převážné většině jsou to reaktory využívající zpomalených neutronů, které jsou v tepelné rovnováze s látkou. Energie těchto neutronů leží v rozmezí $\langle 0{,}002;\, 0{,}5 \rangle \,\mathrm{eV}$ a takové reaktory se nazývají **tepelné reaktory**.

7.4.4.1 | Jaderný reaktor

Jako **palivo** se v tepelných reaktorech nejčastěji používá obohacený uran, který obsahuje vyšší procento nuklidu $^{235}_{92}\mathrm{U}$ než uran přírodní. Výroba tohoto paliva obohacováním uranu vyžaduje náročnou technologii a zabývá se jí jen několik průmyslově vyspělých států světa. Jako **moderátor**, ke zpomalování neutronů, se používá nejčastěji voda, grafit nebo těžká voda, … tj. látky obsahující lehká jádra.

Neutron, který vzniká jaderným štěpením, má průměrnou energii přibližně 2 MeV. Aby ovšem mohl štěpit neklid $^{235}_{92}\mathrm{U}$, musí mít tento neutron energii řádově menší než jednotky elektronvoltů. Proto je nutné tyto rychlé neutrony zpomalit.

Zpomalit pohyb částice znamená odebrat jí část její energie.

Zpomalení neutronu probíhá při jeho srážkách s jádry moderátoru. Ze zákona zachování energie a zákona zachování hybnosti vyplývá, že při srážce neutronu s lehčím jádrem může neutron předat tomuto jádru mnohem více energie, než při srážce s těžkým jádrem. Z výše uvedených moderátorů je z hlediska zpomalování neutronů nejlepším moderátorem lehká voda, pak těžká voda a nakonec uhlík (grafit).

Srážku neutronu s lehčím jádrem si lze představit jako náraz těžké kulečníkové koule na kouli s nižší hmotností. Těžká koule předá svojí energii té lehčí a ta „odletí“ velkou rychlostí od místa srážky. Když by srážka proběhla opačně, tj. lehká koule by narazila do těžké, lehká koule by se od těžké odrazila relativně velkou rychlostí pryč. Proto se musejí neutrony zpomalovat srážkami s lehkými jádry.

Důležitou vlastností moderátoru je také co nejmenší absorpce neutronů, protože tyto neutrony chceme využívat k dalšímu štěpení jader. Pokud by moderátor neutrony absorboval, neutrony by byly pro další štěpnou reakci nevyužitelné. V případě příliš velké absorpce neutronů je nutné používat více obohacené palivo.

Absorpce neutronů v látce závisí především na složení jádra daného prvku. Z uvedených tří moderátorů má nejmenší absorpci těžká voda (jádro obsahuje proton

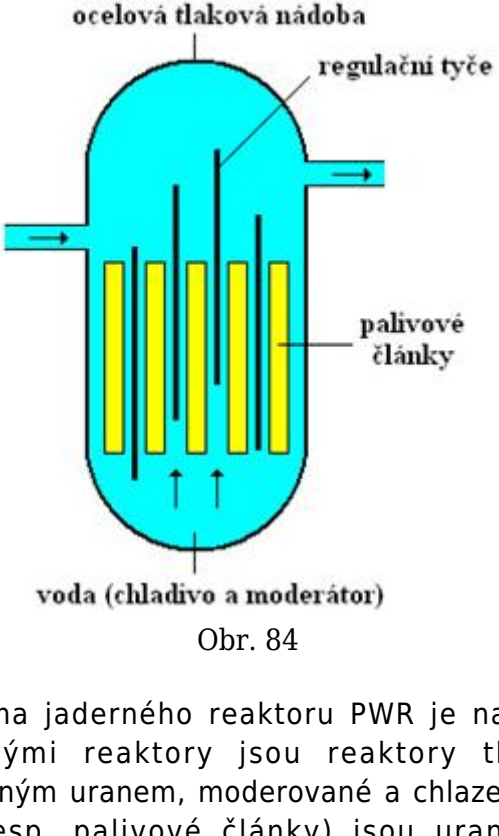
a neutron a příjem dalšího neutronu je málo pravděpodobný), pak uhlík a nakonec lehká voda.

Sjednocením těchto dvou požadavků na moderátor vychází jako nejlepší moderátor těžká voda (výborné zpomalení a téměř nulová absorpce). Je však nutné ji mít ve vysoké koncentraci (více než 90 %). což je ovšem velice drahé, a proto se příliš nepoužívá. Tento typ moderátoru umožňuje používat palivo s přírodním obohacením uranu $^{235}_{92}U$ (to činí přibližně 0,7 %). Dalším moderátorem v pořadí je uhlík. Nejvíce je přesto v praxi využívána lehká voda (výborně moderuje ale více absorbuje), protože může plnit i funkci chladiva a navíc má dobře známé chování při různých tlacích a teplotách. Kvůli absorpci neutronů v lehké vodě je ovšem nutné využívat obohacená paliva.

Chladivo slouží k odvádění tepla z reaktoru, a jde-li o reaktor energetický i k tvorbě páry k pohonu turbíny. Nejčastěji je to voda, CO_2, těžká voda, ... Vysokoteplotní reaktory pro průmyslové účely bývají chlazeny heliem. Reaktory chlazené vodou se dále dělí na:

1. tlakovodní - voda je uzavřena v tlakové nádobě, aby se zabránilo jejímu varu;
2. varné

Kombinací těchto komponent pak vzniká určitý typ reaktoru s mezinárodním zkratkovým označením. Např. PWR (*pressurized water reactor*) je ve světě nejrozšířenější reaktor, moderovaný a chlazený obyčejnou vodou, s tlakovou nádobou.



Obr. 84

Schéma jaderného reaktoru PWR je na obr. 84. Osvědčenými reaktory jsou reaktory tlakovodní s obohaceným uranem, moderované a chlazené vodou. Palivo (resp. palivové články) jsou uranové tyče s ochranným pokrytím. Ty se vyrábějí tak, že se prášek z keramiky UO_2 slisuje a pak se zapeče. Tím se zrnka prášku přitaví k sobě. Vznikne tak jeden tzv. pelet, z nichž se vyrábějí palivové tyče délky zhruba 4 m. Na povrchu se tyto tyče pokrývají povlakovým materiálem (cladding) vyráběným např. ze zirkonu.

Palivové tyče se pokrývají povlakovým materiálem proto, že se tak vytvoří první ochranná bariéra proti úniku radioaktivního materiálu. Běžný uran není příliš nebezpečný, co se týče radioaktivity, koneckonců nachází se i v přírodě. Problémem jsou některé prvky vznikající štěpením jader uranu, které mají krátký poločas rozpadu a v přírodě se téměř nevyskytují. Ty mohou být výrazně více radioaktivní. Takových prvků je celá řada a některé z nich jsou i v plynné formě. Proto se palivové tablety umisťují do pokrytí (cladding), aby se zamezilo úniku radioaktivních plynů do primárního okruhu, ale především aby všechny štěpné produkty zůstaly pohromadě a pak mohli být společně s vyhořelým palivem bezpečně vyměněny za nové články. Zirkonium se volí hlavně proto, že téměř neabsorbuje neutrony, a proto nezamezuje štěpení.

Jedna peleta má hmotnost 4,8 gramu a energií, kterou dokáže uvolnit uran v ní obsažený, odpovídá využitelné energii, kterou lze získat spálením 880 kg černého uhlí. V jedné palivové tyči pak je 370 pelet o celkové hmotnosti 1,8 kg. Energie, kterou lze získat z jedné palivové tyče, odpovídá energii, kterou spotřebuje průměrně jedna domácnost za dobu 25 let. V 1 kg uranu je obsažena energie odpovídající využitelné energii 1 vagonu černého uhlí.

Pro představu: jedna peleta má velikost zhruba kostky cukru, kterou dáváme do čaje nebo do kávy, a do

jedné palivové tyče jich přijde cca 400.

Chladivem je většinou voda, jejíž teplota musí být co největší, jak vyplývá z druhého termodynamického zákona a účinnosti tepelného stroje (resp. chladícího stroje).

Ačkoliv to bude znít paradoxně, chladivo je pro výrobu elektrické energie (z hlediska teorie tepelných strojů) ohřívač. Toto médium sice chladí jaderný reaktor, ale zároveň ohřívá vodu v sekundárním okruhu elektrárny. A účinnost tepelného stroje je podle druhého termodynamického zákona definovaná vztahem $\eta = \frac{T_{\text{ohřívače}} - T_{\text{chladiče}}}{T_{\text{ohřívače}}} = 1 - \frac{T_{\text{chladiče}}}{T_{\text{ohřívače}}}$. Proto musí být teplota $T_{\text{ohřívače}}$ chladiva co možná největší, aby byla účinnost také co možná největší.

Teplota chladiva dosahuje zhruba 300 stupňů Celsia při tlaku asi 16 MPa.

Palivo je umístěno v tzv. **aktivní zóně**, kde jsou umístěny rovněž kompenzační, regulační a havarijní tyče z materiálů pohlcujících neutrony (kadmium, borová ocel, ...). Aktivní zóna je umístěna v **tlakové nádobě** s vodou, která plní funkci moderátoru, chladiva i stínění. Pomocí zpomalování neutronů (tedy pomocí moderátoru) a regulačních tyčí lze udržovat kritické množství (resp. lehce nadkritické množství) jaderného paliva nutného

k jaderné reakci pomocí určitého množství vhodných neutronů.

Provoz jaderného reaktoru je tedy založen na možnosti ovládat a regulovat řetězovou jadernou reakci. Jejím základním ukazatelem je tzv. **multiplikační faktor** *k*, který vyjadřuje nárůst počtu neutronů po jednotlivých krocích (generacích) řetězové reakce a bere v úvahu všechny možné nevyhnutelné ztráty a únik neutronů:

1. $k > 1$ - počet neutronů během reakce neustále narůstá a proces má charakter exploze (viz obr. 83);
2. $k = 1$ - kritický stav; počet neutronů zůstává vyrovnaný, řetězová reakce probíhá se stále stejnou intenzitou (viz obr. 82);
3. $k < 1$ - počet neutronů klesá a reakce se zastaví.

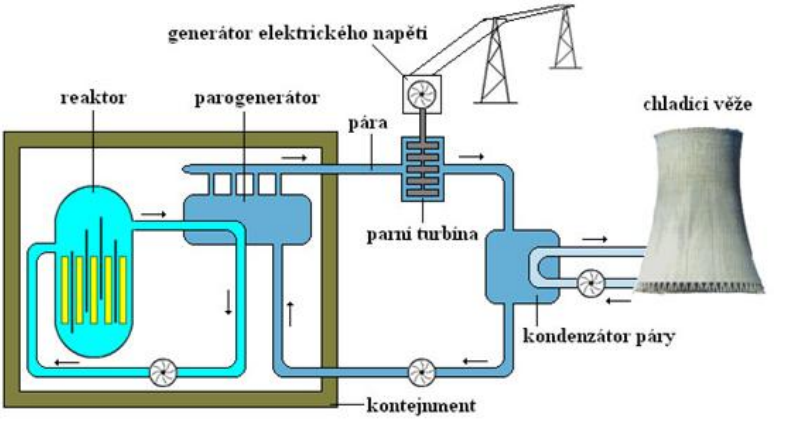
Naštěstí při štěpení jader kromě neutronů uvolňovaných okamžitě vzniká i část neutronů se zpožděním několika sekund, což dává dostatek času k automatické regulaci průběhu reakce.

7.4.4.2 | Jaderná elektrárna

Schéma jaderné elektrárny je na obr. 85. Ohřátá voda **primárního okruhu** proudí z jaderného reaktoru poháněna čerpadly do výměníku tepla (parogenerátoru), kde dochází k výměně tepla s vodou **sekundárního**

okruhu.

Výměník tepla je možné si představit jako radiátor ústředního topení. Tím proudí voda (ta představuje primární okruh); radiátor je přitom umístěn v místnosti vyplněné vzduchem (ten představuje sekundární okruh). Teplo si voda a vzduch v místnosti (tj. primární a sekundární okruh) vyměňují přes stěny radiátoru (tj. výměník tepla).



Obr. 85

Voda sekundárního okruhu se ohřívá a mění se v páru. Tato pára, která již není radioaktivní, pohání klasickou parní turbínu. Ta otáčí rotorem generátoru střídavého proudu, v němž elektromagnetickou indukcí vzniká střídavé napětí, které je dále rozváděno do rozvodné sítě. Protože je účinnost reaktoru omezena zákony

termodynamiky, využije se k přeměně na elektrickou energii přibližně jen třetina jaderné energie.

Jaderný reaktor tedy nahrazuje parní kotel klasické elektrárny a využívá parního cyklu.

Pára, která pohání parní turbínu, je posléze chlazena ve výměníku tepla, který je napojen na chladící věže elektrárny.

7.4.4.3 | Další typy jaderných reaktorů

V současných jaderných elektrárnách se používá jako palivo nuklid uranu $^{235}_{92}\mathrm{U}$, který je v přírodě zastoupen v nepříliš velkém množství a bude také v dohledné době vyčerpán. Další druhy jaderných paliv je však možno vyrábět z tzv. **množivých materiálů**, $^{238}_{92}\mathrm{U}$ a $^{232}_{90}\mathrm{Th}$, kterých je v přírodě dostatek. To se děje v **rychlém množivém reaktoru**, který vedle energie vyrábí další palivo, a to dokonce více než sám spotřebuje. Rychlý reaktor nepoužívá moderátor, pracuje na rychlých neutronech a jeho aktivní zóna je kompaktnější. Palivo má podobu tablet z obohaceného oxidu uranu nebo plutonia a celá aktivní zóna je obklopena pláštěm z množivého materiálu. Rychlé neutrony štěpí palivo v řetězové reakci a zároveň mění $^{238}_{92}\mathrm{U}$ na nové plutonium. Rychlé reaktory jsou technologicky náročnější, vyžadují chlazení tekutými kovy (sodík, ...).

7.4.4.4 | Využití jaderné fúze

Ve druhé, perspektivní etapě jaderné energetiky se předpokládá využívání energie jaderné fúze. První pokusy o zažehnutí termojaderné fúze v pozemských podmínkách spadají do poloviny třicátých let 20. století, kdy E. Rutherford a J. Douglas dosáhli v roce 1934 na urychlovači jader deuteria energie potřebné k uskutečnění první reakce jaderné syntézy za vzniku izotopu helia a neutronu. Urychlovač ale není možné použít jako zdroj fuzní energie, neboť je-li svazek deuteronů namířen např. na terčík z pevného tritia nebo deuteria, většina energie se ztratí ionizací, ohřátím terčíku a pružnými srážkami. Ani srážející se svazky není možné vytvořit tak husté, aby získaná energie z termojaderné reakce byla větší než energie potřebná pro urychlování. Po zkušenostech s prvními termojadernými zbraněmi bylo jasné, že energii tímto způsobem získat lze, ale pro mírové účely je nutné ji uvolňovat pozvolna a plynule.

Je tedy třeba najít způsob, jak udržet a izolovat plazma při termojaderných reakcích na vysokých teplotách. Jedna z možných cest je udržení plazmatu magnetickým polem v nádobách lineárního nebo prstencového tvaru. Nezávisle na sobě na tomto problému pracovali týmy v Sovětském svazu a Anglii (J. Tamm, A. D. Sacharov, L. A. Arcimovič, M. A. Leontovič, R. F. Post, L. Spitzer, A. S. Bishop, ...). Nejnadějnější je systém zvaný **TOKAMAK**, který

vypracoval se svým týmem v 50. letech 20. století L. A. Arcimovič.

Předmětem současného výzkumu jsou dvě zásadně odlišné koncepce:

1. magnetické udržení - spočívá v takové konfiguraci magnetického pole, aby většina nabitých částic sledovala vhodně zakřivené magnetické siločáry, a tak nepřicházela do styku se stěnami komory, v níž se plazma vytváří. Ohřev pak musí pokračovat tak dlouho, dokud tepelný pohyb částic nedosáhne oblasti rychlostí, ve které srážky vyvolávají fúzi. Mezi zástupce této koncepce patří TOKAMAKy, stelarátory, ...
2. inerciální udržení - základem je extrémně rychlý ohřev fúzního paliva, vedoucí ke vzniku fúzních reakcí uvolňujících energii dříve než síly působící na atomové a subatomové částice rozptýlí reagující hmotu. U koncepce, která se předpokládá pro aplikaci k výrobě energie, se drobná tableta zmrazeného vodíku spustí do komory, v níž je prudce zasažena pulsem energie laseru, fokusované na tabletu z několika směrů. Tímto rychlým ohřevem povrchu vznikne implozní rázová vlna, která vyvolá ohřev a zhutnění středu tablety až do dosažení podmínek termonukleární syntézy. Fúzní energie se

vytvoří v nepatrném zlomku sekundy, než tableta exploduje. K využití této metody jako energetického zdroje je zapotřebí celá řada takových aktů v krátkých intervalech. Toho by se dosahovalo pomocí laserů nebo také pomocí svazků těžkých či lehkých iontů.

Tento systém tedy vlastně využívá série termojaderných mikrovýbuchů podobně jako benzinový spalovací motor.

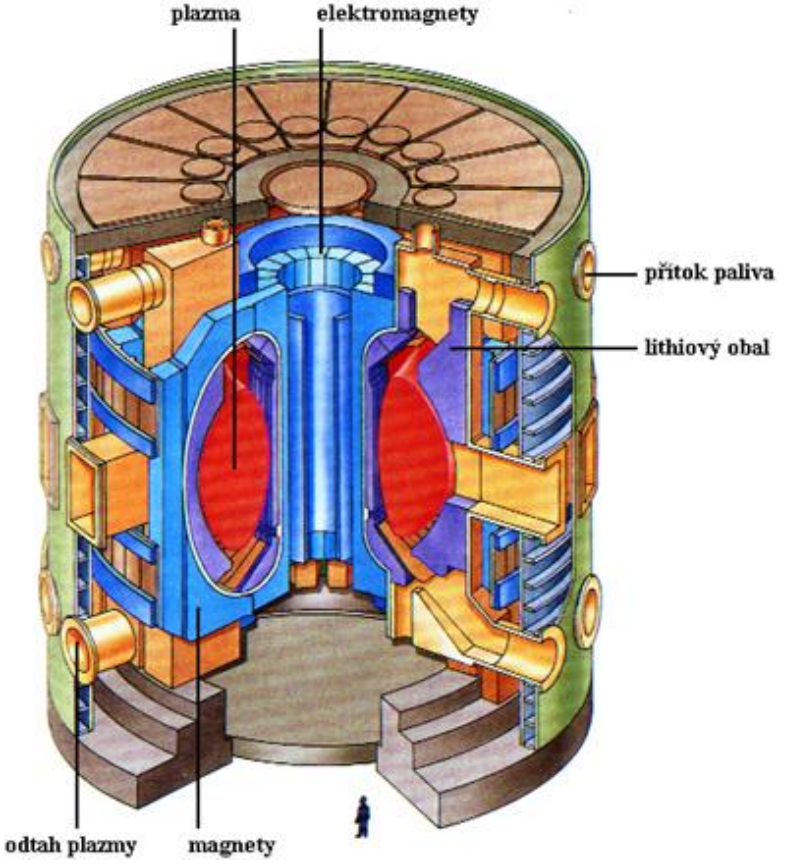
7.4.4.4.1 | TOKAMAK

TOKAMAK (*toroidaľnaja kamera s magnitnymi katuškami*) je v podstatě transformátor, jehož sekundární cívka má 1 závit ve tvaru toroidní trubice (celkové schéma je na obr. 86, detaily důležité pro termojadernou fúzi pak na obr. 88).

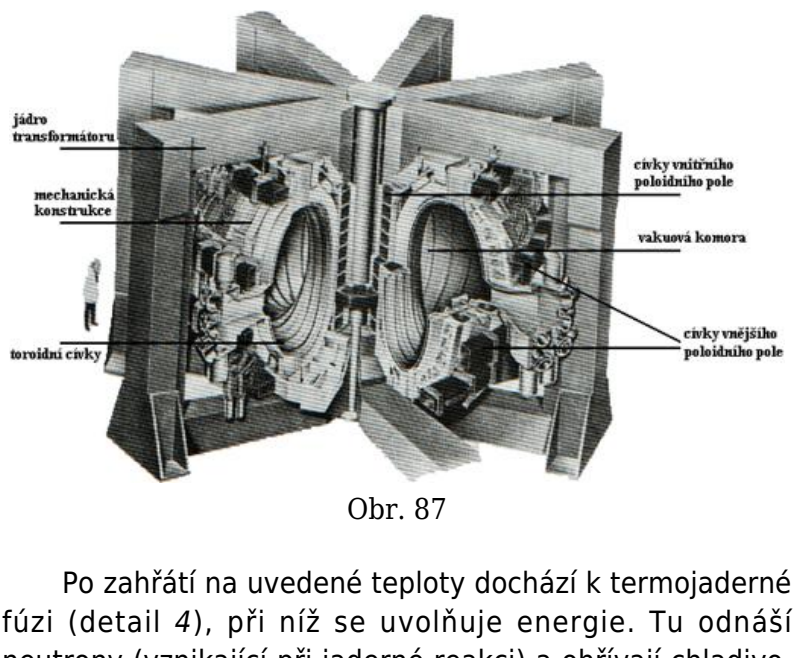
Plazma z deuteria a tritia se nachází uvnitř toroidního dutého vakuového prstence (detail *1* na obr. 88). Elektrický proud primárního obvodu transformátoru indukuje elektromotorické napětí v sekundárním obvodu. V plynu v toroidní trubici vznikne výboj, plyn se ionizuje (detail *2*) a indukovaný proud jej zahřívá na vysokou teplotu. Magnetické pole tohoto proudu udrží vzniklé plazma v ose toroidu (detail *3*), takže se nedotýká stěn komory. Díky magnetickému poli se tepelné zatížení stěn sníží na technologicky zvládnutelnou hodnotu, a tak se

předpokládá chlazení stěn na teploty v rozmezí $\langle 1000; 1300 \rangle \,^{\circ}\mathrm{C}$. Rozměry reaktoru a jeho výkon závisí na vlastnostech materiálů, které tvoří plášť reaktoru, nikoli na vlastnostech plazmatu. Elektrický výkon těchto reaktorů se bude pohybovat v intervalu zhruba $(2, 3)\,\mathrm{GW}$.

Poměr paliva k rozměrům TOKAMAKu: představíme-li si nádobu TOKAMAKu jako pneumatiku o průměru 4 m a výšce 3 m, pak palivo má objem jako ulomený kousek tuhy do mikrotužky.


plazma
elektromagnety
přítok paliva
lithiový obal
odtah plazmy
magnety

Obr. 86



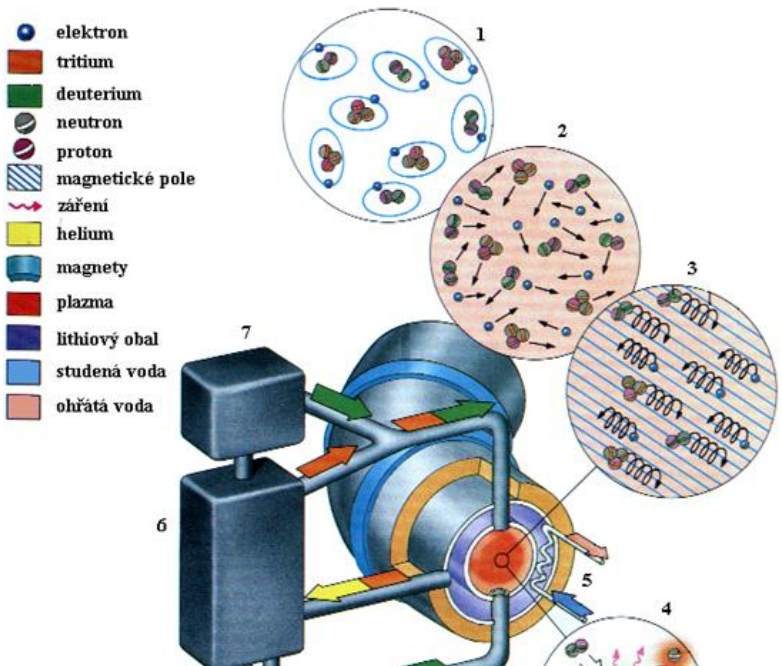
Obr. 87

Po zahřátí na uvedené teploty dochází k termojaderné fúzi (detail *4*), při níž se uvolňuje energie. Tu odnáší neutrony (vznikající při jaderné reakci) a ohřívají chladivo, kterým je většinou voda (*5*). Tento **primární okruh** vody proudí do výměníku tepla, kde se ohřívá voda **sekundárního okruhu** a vzniklá pára, která se vede k parní turbíně. Ta pohání generátor střídavého proudu. (Celkové schéma elektrárny je totožné jako u jaderné elektrárny využívající štěpné reakce.) Produkty jaderné reakce v plazmě a obklopujícím prostředí se přečišťují v kryodestilační aparatuře (*6*). Odtud se zpět do toroidu s plazmou vrací tritium, zatímco vzniklé helium je odváděno mimo toroid. Současně je do toroidu doplňováno

deuterium (*7*).

TOKAMAK pracuje v pulzním režimu. Do vyčerpané prstencové vakuové nádoby se napustí pracovní plyn s hustotou částic $10^{18} - 10^{21}\ \mathrm{m}^{-3}$. Proudem řádově $10^{3} - 10^{6}\ \mathrm{A}$ se plyn zahřeje na teplotu $11{,}6.10^{6}\ \mathrm{K}$ (tj. dodá se mu energie 1 eV - 2 eV). K dosažení potřebné energie okolo 10 keV je potřeba použít doplňkový ohřev.

Tímto doplňkovým ohřevem může být např. ohřev absorpcí elektromagnetické iontové cyklotronové vlny ionty, ohřev cyklotronní elektronovou rezonancí, vstřikováním neutrálního svazku, ...



Obr. 88

Největší z TOKAMAKů, označovaný jako JET (*Joint Europien Torus*), v britském Culhamu (viz obr. 87), je společným zařízením západoevropských zemí. Má průměr prstence 6 m a protéká jím proud 5.10^6 A a podařilo se na něm dosáhnout teploty 200.10^6 K po dobu téměř jedné

sekundy. V TOKAMAKu je magnetické pole indukováno proudovým impulsem a prstenec plazmatu vytváří sekundární závit obrovitého transformátoru.

7.4.4.4.2 | ***ITER

Dne 28. června 2005 bylo rozhodnuto o umístění TOKAMAKu ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*) do výzkumného střediska Cadarache na jihu Francie. Tuto lokalitu navrhla Evropská unie. Na projektu spolu s Evropskou unií spolupracují i Japonsko, Rusko, USA, Čína, Jižní Korea a Indie. Do provozu by měl být uveden zhruba v roce 2020.

Tento experimentální TOKAMAK by měl být první svého druhu. Měl by vyprodukovat více energie, než spotřebuje na zažehnutí termojaderné fúze. Výsledky experimentů by měly vést ke stavbě první termojaderné elektrárny na světě.

Prstenec (toroid) TOKAMAKu má vnější celkový průměr přibližně 20 m a výšku 15 m. ITER obsahuje soustavu obřích supravodivých elektromagnetů chlazených tekutým heliem. Celá soustava obsahuje celkem 18 cívek toroidálního pole o rozměrech 14 m krát 9 m, z nichž každá má hmotnost 290 t. Dále je použito 6 cívek poloidálního pole a jeden centrální solenoid, jehož hmotnost je 840 t, průměr 4 m a výška 12 m. Materiál použitý pro hlavní supravodivé cívky je Nb_3Sn (magnetické

pole má velikost magnetické indukce maximálně 12 T) a pro pomocné cívky je z finančních důvodů použit NbTi (magnetické pole s velikostí magnetické indukce maximálně 6 T).

Další podstatnou součástí prstence, ve kterém probíhá termonukleární reakce, je tzv. divertor, což je zařízení na dně prstence, které slouží k odčerpávání nabitých částic vznikajících při reakci. Jedná se zejména o helium a nečistoty způsobené interakcí částic plazmatu se stěnami reaktoru.

Slučování jader lehkých prvků v těžší prvky je v podstatě jediným, dlouhodobě využitelným zdrojem energie s dostatečným výkonem pro uspokojení současných i budoucích energetických potřeb lidstva. Vzhledem k tomu, že zásoby paliv používaných v současné době vystačí pouze na několik málo stovek let, je nejvyšší čas začít se intenzivně věnovat výzkumu v oblasti termojaderné fúze. Finanční prostředky na výzkum nejsou malé, ale pokud by přišla energetická krize, byly by ztráty mnohanásobně vyšší.

Pro energeticky nejvýhodnější reakci deuteria s tritiem je paliva na Zemi dostatek. Tritium lze získávat relativně snadno z lithia, kterého je v zemské kůře tolik, že by pro podobné účely vydrželo minimálně několik tisíc let. Pokud by byla v budoucnu zvládnuta i obtížnější reakce deuteria s deuteriem, byla by zásoba paliva zajištěna na několik miliard let. Deuterium lze získávat snadno z mořské vody.

7.4.4.5 | Bezpečnost jaderné elektrárny

Bezpečnost jaderné elektrárny je zajištěna:

1. systémem havarijního odstavení - v případě neočekávaného zvýšení teploty v reaktoru se automaticky zasunou havarijní tyče, které pohltí neutrony v aktivní zóně a zastaví řetězovou reakci;
2. systémem havarijního chlazení;
3. zásobními systémy pohonu čerpadel;
4. systémy radioaktivního stínění;
5. …

Systém radioaktivního stínění má za úkol jak při provozu, tak v případě katastrofy, zabránit průniku radioaktivních látek (radioaktivního záření) do okolí. Pro pokud možno dokonalé stínění se používá mnohabariérový systém, který je tvořen řadou na sobě nezávislých bariér. V případě porušení jedné z nich případnému radioaktivnímu úniku zabrání ostatní bariéry:

Situace je analogická např. ochraně peněz, kterou používáme v praxi: první bariérou je peněženka, další pak kufřík s uzamykatelným zámkem (do kterého peněženku vložíme), poté trezor v kanceláři (do něhož vložíme kufřík) a konečně zámek na budově, v níž se nachází kancelář s uvedeným trezorem. Každý další

stupeň je bezpečnější a pro případné zloděje je složitější ho překonat.

1. samotné palivo;
2. cladding, tj. povlakový materiál na palivových tyčí;
3. primární okruh chladiva;
4. beton tvořící kryt jaderného reaktoru;
5. ocelová obálka jaderného reaktoru;
6. betonová bariéra kontejnmentu (obálky jaderné části elektrárny).

V roce 1957 byla na základě návrhu OSN založena Mezinárodní agentura pro atomovou energii (**MAAE**), se sídlem ve Vídni, která spojením mezinárodních zkušeností i autoritou kontrolních orgánů neobyčejně přispěla k tomu, že jaderné elektrárny snížily rizika jak pro své zaměstnance, tak pro své okolí na velmi nízkou úroveň. Aby byla veřejnost pravdivě a srozumitelně informována o případných mimořádných událostech na jaderných reaktorech i výzkumných reaktorech, úložištích vyhořelého paliva a jaderných odpadů, ..., prosadila MAAE v roce 1991 mezinárodní stupnici **INES** (*The International Nuclear Event Scale*) těchto mimořádných událostí.

INES dělí mimořádné události na:

1. nehody (stupně 1, 2, 3) - neohrožují okolí a za branou elektrárny či závodu nevyžadují žádná mimořádná opatření;
2. havárie (stupně 4, 5, 6, 7) - vyžadují

v důsledku většího úniku radioaktivity do okolí opatření, obsažená v přijatých havarijních plánech.

Každá účastnická země je povinna v přesně stanoveném limitu o každé mimořádné události podat zprávu MAAE, která ji ohodnotí určitým stupněm INES vždy podle nejhoršího dopadu dané mimořádné události na okolní životní prostředí, na prostředí v objektu a jeho bezpečnostní systém.

Stupnice INES je tato:

0. událost bez významu pro bezpečnost - nejběžnější provozní poruchy, bezpečně zvládnutelné;
1. odchylka od normálního provozu - poruchy nepředstavující riziko, ale odhalující nedostatky bezpečnostních opatření;
2. porucha - technické poruchy, které neovlivní bezpečnost elektrárny přímo, ale mohou vést k přehodnocení bezpečnostních opatření;
3. vážná porucha - ozáření personálu nad normu, menší únik radioaktivity do okolí (zlomky povoleného limitu);
4. havárie s účinky v jaderném zařízení - částečné poškození aktivní zóny, ozáření personálu, ozáření okolních obyvatel na hranici limitu;
5. havárie s účinky na okolí - vážnější poškození

aktivní zóny, únik biologicky významných radioizotopů s aktivitou $(100; 1000)$ TBq, nutnost částečné evakuace okolí;

6. závažná havárie - velký únik radioaktivních látek mimo objekt, nutnost využít havarijních plánů k ochraně okolí;
7. velká havárie - značný únik radioaktivních látek na velké území, okamžité zdravotní následky, dlouhodobé ohrožení životního prostředí.

7.4.4.6 | ***Uvádění jaderné elektrárny do provozu

Jaderná elektrárna je velice komplikovaný objekt složený z řady dílčích, na sebe navazujících a vzájemně spolupracujících komponent - od jaderného reaktoru a jeho vybavení, přes potrubí primárního okruhu a sekundárního okruhu až např. k vypínačům, kontrolkám na panelech, počítačovému vybavení, ... Z toho důvodu je zřejmé, že jadernou elektrárnu nedodá a nepostaví jedna firma, ale spolupracuje velké množství firem.

> Situace je podobná jako při výrobě automobilu (šrouby, umělá hmota na palubní desku, čalounění, ...) s tím rozdílem, že auto se smontuje, vyzkouší se a opouští továrnu.

Jadernou elektrárnu je možné ale vyzkoušet až na

místě samém v okamžiku jejího dokončování.

Jakmile je jaderná elektrárna postavena, není možné okamžitě spustit reaktor na plný výkon a začít vyrábět elektrickou energii. Je nutno zkontrolovat a vyzkoušet elektrárnu jako celek. Před komerčním spuštěním musí proběhnout 3 fáze:

1. kompletní vyzkoušení;
2. fyzikální spouštění;
3. energetické spouštění.

7.4.4.6.1 | Kompletní vyzkoušení

V této fázi se kontroluje zejména:

1. shoda celého objektu s plánem;
2. kontrola čistoty;

Nezapomněl někdo něco v místech, kde to později nebude vidět a může to způsobit nedozírné škody? V primárním okruhu, v sekundárním okruhu, ...

3. správné zapojení kabelů - testuje se opět shoda elektrického zapojení s plánem;

Stiskem vypínače se rozsvítí, zapne resp. vypne, ... správný spotřebič; ...

4. hermetičnost ochranné obálky - testuje se pomocí helia, které je lehké, snadno proniká materiálem a je možné jej zjišťovat také spektroskopicky;

5. charakteristika čerpadel (hlavně primárního chladícího okruhu) - závislost mezi nasátím a výtlakem, ...;
6. odolnost obálky (kontejnmentu) - testuje se v průběhu výstavby na modelech v laboratoři. Při zkouškách se berou v úvahu ty nejhorší možnosti, které mohou nastat.

Ukazuje se, že nejničivější je rotující motor letadla, protože má největší energii. Z toho vyplývá i tloušťka betonové obálky: 140 cm.

V souvislosti s okolnostmi, které je nutné brát při projektování jaderné elektrárny do úvahy, se počítá pravděpodobnost výskytu všech negativních příhod. Má-li určitá negativní příhoda pravděpodobnost výskytu 10^{-6} za rok a menší, není nutné tuto negativní příhodu nadále brát v úvahu.

Událost s pravděpodobností výskytu 10^{-6} za rok je událost, která se opakuje průměrně jednou za 10^{6} let.

Při projektování jaderné elektrárny se musí brát v úvahu řada těch nejhorších variant a zkoumat nejrůznější aspekty - vzdálenost elektrárny od železnice, vzdálenost od řeky, na níž může být povodeň, ...

Stane-li se např. na železnici nehoda vlaku převážejícího toxické látky a dojde-li přitom k výbuchu, jaderná elektrárna musí být navržena a postavena tak,

aby vydržela statické i dynamické účinky rázové vlny.

7.4.4.6.2 | Fyzikální spouštění

V této fázi, která následuje po kompletním vyzkoušení jaderné elektrárny, musí již plně fungovat havarijní systém a musí být zapojen do činnosti. Při zkoušení průběhu jaderné reakce se totiž může stát, že špatně určíme polohu regulačních tyčí, systém se stane nadkritickým (jaderný reaktor bude v daný okamžik obsahovat nadkritické množství materiálu) a při absenci havarijního systému by došlo k výbuchu.

Při fyzikálním spouštěním se musí pověření pracovníci dokonale naučit ovládat jaderný reaktor a celou elektrárnu. Na základě automatického hlášení určité poruchy musí tuto poruchu správně dešifrovat a přijmout příslušná bezpečností opatření. Proto musí dokonale zvládnout činnost jaderného reaktoru:

1. kalibrace regulačních tyčí - nutno zjistit, o kolik která tyč sníží multiplikační faktor *k*;
2. z počtu rozpadů (i naměřených mimo jadernou elektrárnu) je nutné určit počet aktivních částic a na základě toho určit prostorové rozdělení toku tepla;
3. na základě manipulace s regulačními tyčemi a jejich počtu zasunutých do reaktoru přesně popsat, co se děje v reaktoru, jak reaktor na

manipulaci s tyčemi reaguje, …;

Podobně řidič automobilu nejdříve vyzkouší chování svého vozidla na ledu a teprve potom s ním začne na ledové ploše provádět kaskadérské kousky!

4. na základě akustických metod lze odhalit řadu poruch.

Např. řidič automobilu dokáže sluchem též dešifrovat řadu poruch.

7.4.4.6.3 | Energetické spouštění

V této fázi se již elektrárna blíží skutečnému provozu. Není možné spustit jaderný reaktor rovnou na plný výkon. Je totiž nutné při postupném zvyšování výkonu testovat některá zařízení a funkce přístrojů, které nebylo možné otestovat při kompletním vyzkoušení a při fyzikálním spouštění jaderné elektrárny. Až v této fázi lze vyzkoušet přirozené stínění radioaktivního záření, které uniká z reaktoru.

Ekonomická životnost souvisí s náklady na výstavbu jaderné elektrárny a jejím uvedením do provozu. Elektrárna splácí náklady zhruba 30 let a poté je její provoz levnější.

Praktická životnost udává, jak dlouho může jaderná elektrárna jako celek fungovat aniž by vznikalo riziko nehody. Elektrárna může být v činnosti tak dlouho, dokud je bezpečnost, radiace uvolňovaná do okolí a další

sledované parametry v normě podle současně platných zákonů a předpisů.

Současné jaderné elektrárny se konstruují již plně automatické. V případě jakékoliv nehody, které později vyústily v katastrofu, totiž většinou selhal lidský faktor. Lidé při vzniku nehody mohou zpanikařit a ve strachu o svoji bezpečnost by mohli dané situaci více uškodit než pomoci. Proto se současné elektrárny konstruují tak, že v případě nehody budou lidé evakuováni a automatické systémy elektrárny nehodu do 72 hodin odstraní samy.

7.4.4.7 | ***Likvidace jaderné elektrárny

Během činnosti jaderné elektrárny se soustředí 99 % radioaktivních nuklidů ve vyhořelém palivu. V jaderné elektrárně samotné je „jen“ 1 % radionuklidů a ty mají aktivitu řádově $10^{14}\ \mathrm{Bq}$. Řadu komponent lze dále využít: turbínu prodat, budovy využít pro administrativu nebo zbourat, ... Jediný problém je s vyhořelým palivem (a to už během provozu jaderné elektrárny) a s tzv. jaderným ostrovem - tj. s obsahem obálky (kontejnmentu).

V závislosti na rychlosti ukončení provozu jaderné elektrárny jsou dvě možnosti:

1. elektrárna musí být rychle zlikvidována - velmi nákladné, protože je nutno likvidovat i tzv. jaderný ostrov s velmi radioaktivními izotopy;

2. 80 -100 let se počká - během té doby se sníží aktivita nuklidů a práce s jaderným ostrovem bude vyžadovat menší náklady, menší rizika, ... Navíc je možné na tuto závěrečnou fázi elektrárny ukládat průběžně část finančních prostředků již za jejího provozu.

Celá problematika jak budování jaderné elektrárny a její uvádění do provozu, tak i její následná likvidace je založena na rozumné spolupráci fyzika, chemika, ekologa, geologa, ekonoma, ...

7.4.4.8 | ***Historie a fakta o jaderných elektrárnách

Začátek jaderné energetiky spadá do roku 1954, kdy byla v Obninsku u Moskvy uvedena do provozu první malá jaderná elektrárna s elektrickým výkonem 5 MW. Od té doby prošla jaderná energetika dlouhým vývojem, v jehož průběhu dosáhla vysokého stupně technické dokonalosti a nahromadila mnoho zkušeností. V roce 1990 připadalo na jaderné elektrárny 19 % světové produkce elektřiny, v některých státech (např. ve Francii) až 70 %. Celkem bylo ve světě v provozu 426 reaktorů s výkonem 320000 MW a dalších 100 reaktorů bylo ve výstavbě. Největší elektrický výkon jaderných elektráren připadal na USA (98000 MW), Francii (52000 MW), bývalý Sovětský svaz (34000 MW), Japonsko (29000 MW), Německo

(24000 MW), Kanadu (12000 MW) a Velkou Británii (11000 MW).

V roce 2005 vyráběly jaderné elektrárny 15 % světové produkce elektrické energie.

Na území bývalého Československa byly vybudovány jaderné elektrárny v Jaslovských Bohunicích (*V1* a *V2* po dvou reaktorech) a v Dukovanech na Třebíčsku (4 reaktory). Reaktory v těchto elektrárnách jsou tlakovodní reaktory voroněžského typu (VVER), s obohaceným uranem, o jednotkovém výkonu 440 MW a nebyly vybaveny ochrannou obálkou. Dukovanská jaderná elektrárna, která byly vybudována později, je modernější, s vyšší bezpečností a má celkový elektrický výkon 1760 MW. V roce 1991 vyrobila asi 23 % elektřiny v České republice.

Jaderná elektrárna v Temelíně v jižních Čechách má dva tlakovodní jaderné reaktory každý o výkonu 981 MW umístěnými v ochranné obálce. První z reaktorů byl uveden do provozu v roce 2002, druhý o rok později.

Další vývoj jaderné energetiky v České republice bude záviset na zvážení rostoucí potřeby a možnosti úspor energie, devastace životního prostředí elektrárnami spalujícími hnědé uhlí a na druhé straně nutností minimalizovat rizika jaderné energetiky.

První československá jaderná elektrárna *A1* v Jaslovských Bohunicích, která musela být po provozní nehodě odstavena, používala jako palivo neobohacený

uran, jako moderátor těžkou vodu a jako chladivo oxid uhličitý. V bývalém Sovětském svazu byly zpočátku instalovány reaktory kanálového typu moderované grafitem a chlazené vodou, v nichž je každý palivový článek uložen ve zvláštním tlakovém kanálu. Tohoto typu jsou i reaktory v Černobylské elektrárně, jejichž bezpečnost byla po osudové havárii 26. 4. 1986 přehodnocována.

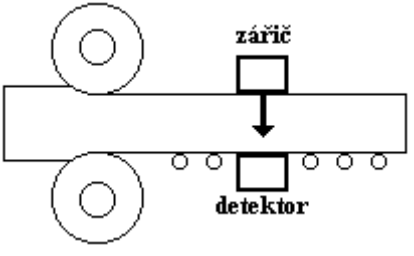
I když energetická politika každého státu závisí na jeho konkrétních podmínkách a některé země jadernou energetiku ze zásady odmítají, je zřejmé, že vzhledem k ekologickým rizikům klasické energetiky (škodlivé exhalace, skleníkový efekt, ...), vyčerpání zásob fosilních paliv a omezeným možnostem alternativních zdrojů energie (sluneční, větrná, geotermální, využití energie moří a oceánů, ...) nebude se lidstvo moci alespoň v určité etapě bez jaderné energie obejít.

7.4.5 | Využití radionuklidů

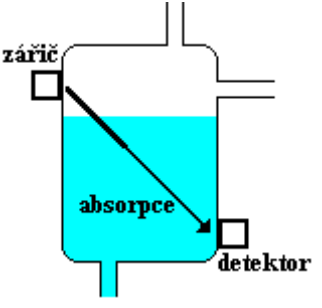
Jaderná energetika není jediným způsobem využití výsledků jaderné fyziky. Další takovou rozsáhlou oblastí je využívání radionuklidů, přirozených i umělých v nejrůznějších oblastech lidské činnosti. Uveďme některé příklady, které využívají některé vlastnosti jaderného záření.

7.4.5.1 | Při průchodu záření látkou klesá jeho intenzita

Řada aplikací je založena na faktu, že jaderné **záření se při průchodu látkou oslabuje** podle přesně definovaného exponenciálního zákona. Měříme-li zeslabení intenzity β záření nebo γ záření prošlého nějakou vrstvou materiálu, je možné určit tloušťku této vrstvy. Tímto způsobem lze odhalovat skryté vady materiálu (defektoskopie), opotřebení strojních částí, oslabení zkorodovaných stěn různých potrubí, sledovat změny tloušťky válcových profilů (viz obr. 89), transportérových pásů, ... Pomocí absorpce jaderného záření můžeme měřit výšku hladiny nebezpečných kapalin a tavenin uvnitř uzavřených nádob (obr. 90). Všechna tato měření probíhají okamžitě a kontinuálně a na základě jejich údajů lze automatizovat technologické operace.



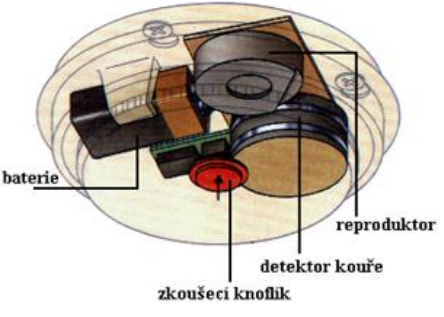
Obr. 89



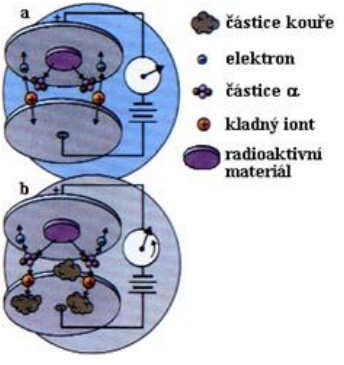
Obr. 90

Dalším příkladem využití radionuklidů v praxi je požární hlásič, který je zobrazen na obr. 91. Jeho hlavní součástí je kousek radioaktivního materiálu, který vyzařuje částice α. Ty se srážejí s molekulami plynů ve vzduchu a následkem těchto srážek molekuly ionizují. Tak vzniknou z původně elektricky neutrálních molekul vzduchu kladné ionty a záporné elektrony, které jsou schopné přenášet elektrický proud mezi destičkami připojenými na (většinou) 9-ti voltovou baterii. (Detail je znázorněn na obr. 92).

Hodnota takto vzniklého proudu se zaznamenává elektronickými obvody v detektoru (obr. 92a). Pokud se do štěrbiny mezi destičkami dostanou částice kouře, část iontů je jimi pohlcena, a proto se sníží proud v obvodu (obr. 92b) a spustí se poplašné zařízení.



Obr. 91



Obr. 92

7.4.5.2 | Změna vlastností materiálů vlivem jaderného záření

Pod vlivem radioaktivního záření řada materiálů mění své vlastnosti - křehne, mění zabarvení, ... Např. jaderným ozářením byl docílen nahnědlý odstín silikátového skla na budově Nové scény Národního divadla v Praze, ...

Radioaktivním zářením lze ovlivnit polymeraci látek, vulkanizaci kaučuku, odstraňování elektrostatického náboje, ... Pomocí jaderného záření se sterilizují lékařské nástroje, vata a další předměty v uzavřených kontejnerech, ošetřují se jím potraviny, aby se zabránilo jejich zkažení nebo klíčení, ...

Změna vlastností materiálů vlivem radioaktivního záření je dána tím, že při ozáření daného materiálu určitým typem záření materiál pohltí určité částice. A ty pak ovlivní jeho mechanické vlastnosti, optické vlastnosti, elektrické vlastnosti, chemické vlastnosti, ...

7.4.5.3 | Lékařské a diagnostické užití

V medicíně se používá radionuklidů k diagnostickým účelům:

1. sledování průtoku krve - radionuklid technecium $^{99}_{43}\mathrm{Tc}$ v excitovaném stavu jako zdroj γ záření (s poločasem přeměny 6 hodin) a sodík $^{24}_{11}\mathrm{Na}$ (poločas přeměny 15 hodin);

2. zjišťování činnosti štítné žlázy - jód $^{132}_{53}\mathrm{I}$ (poločas přeměny 2 hodiny);
3. ...

Postup je následující: pacientovi se podá radionuklid a na základě měření intenzity záření vycházejícího z těla pacienta lze zjišťovat, do jakých oblastí těla se radionuklid dostal, s čím (a jak) tam reaguje, ... Na základě toho lze usuzovat na správnou (resp. chybnou) činnost daného orgánu a podle toho volit další léčbu.

Dále se radionuklidy používají k léčení zhoubných nádorů (kobalt $^{60}_{27}\mathrm{Co}$, cesium $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$, ...) a revmatických chorob. Radionuklidy je možné použít i k výrobě léčiv a speciálních obvazových materiálů, z nichž se dlouhodobě uvolňují antibiotika.

V průmyslu je možné radionuklidy použít např. k diagnostice nových olejů. Povrch motoru se pokryje radioaktivním materiálem, nalije se nový (testovaný) olej a provede se zkušební jízda. Po ní se provede rozbor (v této chvíli již lehce radioaktivního) oleje a na základě proměřených vlastností oleje je možné říci, jak se olej v motoru pohybuje, kolikrát jím proteče, ...

7.4.5.4 | Využití tepla z radioaktivní přeměny

Tepla uvolňovaného při radioaktivní přeměně je možné využívat ke konstrukci termočlánků na výrobu

elektřiny. Jaderné baterie jsou malé, mají výkon několika wattů a mohou pracovat neomezeně dlouho v meteorologických stanicích, systémech automatické registrace na odlehlých místech a v kosmu.

7.4.5.5 | Ochrana životního prostředí

Radionuklidy se uplatní v kouřových detektorech a hlásičích požárů, při sledování toku a rozptylu škodlivých exhalací, přítomnosti toxických látek, ... Proto radionuklidy výrazně přispívají k ochraně životního prostředí. Pomocí radionuklidů je možné sledovat koloběh látek v přírodě. Známá je **metoda značených atomů** založená na tom, že radionuklid se chová chemicky stejně jako jeho stabilní izotop. Přidáme-li do vody radionuklid fosforu nebo draslíku, je možné sledovat cesty těchto prvků rostlinami a jinými živými organismy.

Izotopy téhož prvku nelze odlišit chemickými vlastnostmi (interakce s částicemi jiných prvků, chemická analýza, ...), ale pouze fyzikálně. Izotopy totiž „sedí“ na jednom místě periodické soustavy prvků a liší je pouze svojí hmotností (přítomností neutronů). Proto je možné izotopy (tj. kladně nabitá jádra) odlišit pouze fyzikálně - např. sledováním zakřivené trajektorie této nabité částice v magnetickém poli.

Na **čištění** plynných i kapalných **výpustí** (např. z tepelných elektráren, ...) je možno použít svazek

urychlených elektronů, který může iniciovat nebo katalyzovat průběh chemických reakcí. Proces spalování probíhá za vysokých teplot, čímž se vytvářejí vhodné podmínky pro chemické reakce, při nichž vznikají SO_2, CO_2, NO_x, ..., které pak se vzdušnou vlhkostí vytvářejí kyseliny. K tomu nemusí docházet, pokud se použije následující technologie: Spaliny se zbaví popílku, poté se ve sprejovém rozprašovači (chladivu) zvlhčí a přidá se určité množství čpavku. Tímto způsobem upravený plyn proudí speciální komorou (o průměru 2 m - 3 m), v níž jsou pomocí urychlovače urychleny elektrony.

Tyto elektrony mají energii řádově 1 MeV, což znamená, že elektron do úplného zbavení se energie stihne zareagovat řádově 10^5 krát.

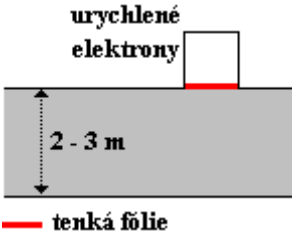
Urychlené elektrony projdou přes tenkou fólii (nejlépe z titanu), aby neztratily příliš mnoho energie, a nechají se reagovat s plynem (viz obr. 93). Elektron reaguje s elektronovým obalem jednotlivých atomů; při reakci může dojít k:

1. ionizaci, tj. vytržení valenčního elektronu;
2. excitaci - energie elektronu není dostačující k ionizaci.

Tímto postupem se již v prostoru potrubí vytváří aerosoly sulfátů a další neškodlivé látky. Ze škodlivin se tedy vytváří užitečná surovina - např. hnojivo, které je

mnohem čistší než hnojivo vyráběné průmyslově. Velká část škodlivin zůstává v separovaném popílku.

Popsaná technologie má jednu nevýhodu: elektrony, které mají tímto způsobem pomáhat likvidovat škodliviny, je nutno urychlit. Energie na jejich urychlení činní asi 1 % - 2 % z provozu elektrárny, což je dost velká část. Na druhou stranu cena urychlovače, kterým se elektrony urychlují, je daleko nižší než u urychlovače používaného k vědeckým účelům, který musí být daleko přesnější.



Obr. 93

Analogický postup je možné použít i pro kapalné výpusti, pouze s tím rozdílem, že průměr potrubí musí být řádově 100krát nižší (tedy 2 cm - 3 cm), aby elektrony mohly reagovat s kapalinou v celém průřezu potrubí.

Kapaliny mají ve srovnání s plyny větší hustotu, a proto se v nich elektrony brzdí rychleji než v plynech. Má-li být reakce účinná, musí proběhnout v celém průřezu potrubí. Proto je nutné v případě kapalin zmenšit rozměry potrubí - jinak by se elektrony ke vzdálenější

stěně potrubí nedostaly.

V této souvislosti se rozvíjí nový obor - **fluidika**, který se zabývá závislostí tvaru potrubí a vhodných vlastností tekutiny v nich proudící pro správné ozáření. Málo ozáření znamená nekvalitní přeměnu škodlivin, velké množství záření pak působí škodlivě, neboť se začínají vytvářet škodliviny nové. Proto je nutné hledat optimální výkon urychlovače a optimální počet elektronů.

7.4.5.6 | Určování historie

Radionuklidy jsou velmi účinným pomocníkem geologů, archeologů a historiků. Víme, že olovo obsažené v horninách, v nichž je přítomen uran, vzniklo jeho radioaktivní přeměnou jako konečný produkt rozpadové řady. Tato skutečnost umožňuje měřit stáří hornin, zemské kůry a naší Země. Datování stáří organických materiálů v rozsahu přibližně 50000 let je možné provádět **uhlíkovou metodou**. Atmosférický radionuklid uhlíku $^{14}_{6}C$ se totiž během života organismu asimiluje spolu s obyčejným uhlíkem v CO_2 a vytváří organické látky. Po úmrtí organismu se přeměňuje na dusík s poločasem rozpadu 5730 let. Porovnáním obsahu radionuklidu uhlíku s jeho množstvím v živých organismech je možné určit stáří dřeva, kůry, papíru, ohnišť pravěkých lidí, ...

Určí se počet rozpadů (aktivita) uhlíku v nalezeném vzorku, jehož stáří chceme určit, a aktivita uhlíku

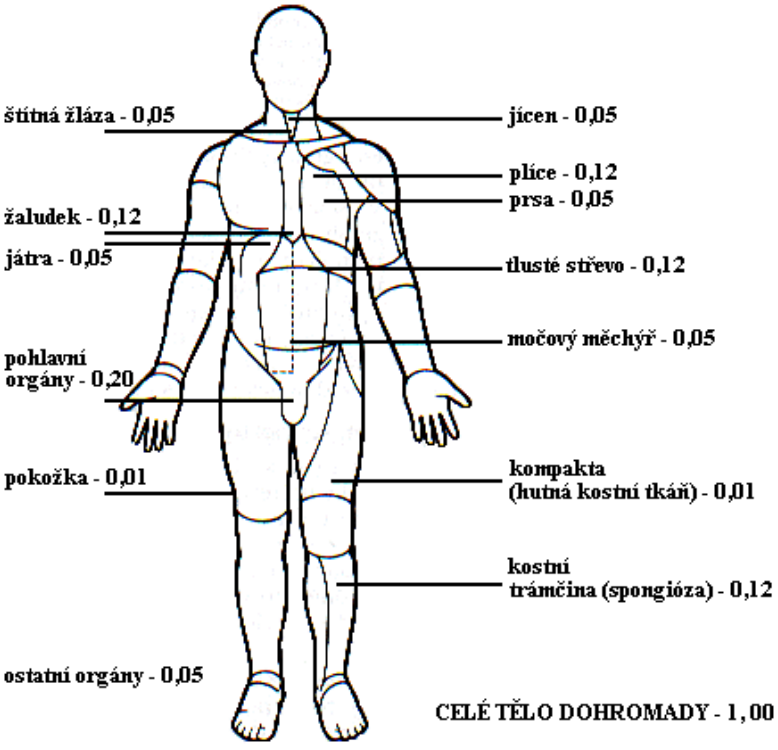
současného. Na základě rozpadového zákona a ze znalosti poločasu rozpadu lze určit čas, po který se uhlík rozpadá.

7.4.5.7 | Ohrožení zdraví

Jaderné záření člověku slouží. Může mu také škodit a je třeba se před ním chránit. Záření může v tkáni organismu ovlivnit tvorbu chemicky velmi reaktivních radikálů a vyvolat poškození nebo zánik buňky. Ve vyšších dávkách může způsobit poškození některého orgánu zvláště citlivého na záření (oko, krvetvorné tkáně, kostní dřeň, pohlavní orgány, ...) a vyvolat nemoc z ozáření. Záření může také poškodit genetickou informaci uloženou v buňkách, vyvolat genetické změny a mutace budoucích generací.

Nejcitlivější na přítomnost radioaktivního záření jsou buňky, které se množí rychle (zárodek dítěte, pohlavní buňky, kostní dřeň, trávicí soustava). Tělo v nich nestíhá „opravovat“ vzniklá poškození. Relativně odolné proti ozáření jsou naopak svaly a nervová soustava.

Na obr. 94 je znázorněn tzv. **faktor tkáňové citlivosti** (**tkáňový váhový faktor**) pro jednotlivé části lidského těla. Čím vyšší tento faktor je, tím je daný orgán náchylnější na radioaktivní záření, tj. daný orgán může být dopadem záření více poškozen.



Obr. 94

Zcela se vyhnout styku se zářením není možné. Radionuklidy v přírodě (zemská kůra, horniny, stavební materiály, atmosféra, lidské tělo, ...), stejně jako kosmické záření na nás neustále působí. Lidstvo se mu v průběhu svého vývoje do značné míry přizpůsobilo. V moderní době přibyly tzv. civilizační zdroje záření - rentgenová vyšetření, sledování televize, letecká doprava a další.

Vážný zásah do životního prostředí znamenaly zkoušky jaderných zbraní v atmosféře a tři havárie jaderných elektráren (Windscale v Anglii roku 1957, Three Mile Island v USA v roce 1979 a hlavně Černobyl v bývalém Sovětském svazu 26. 4. 1986). Při těchto událostech se dostává do životního prostředí radioaktivní:

1. jód $^{131}_{53}\mathrm{I}$ - má krátký poločas přeměny 8 dní;
2. stroncium $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ - poločas přeměny 28 let; jako chemicky podobné vápníku se ukládá v kostech;
3. cesium $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$ - poločas přeměny 30 let; vstupuje do organismu podobně jako draslík;
4. další radionuklidy.

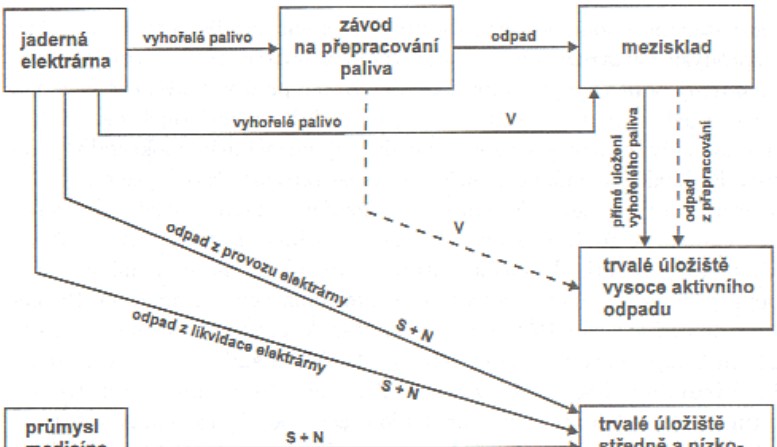
7.4.5.8 | ***Radioaktivní odpad

Podobně jako v jiných průmyslových odvětvích vznikají i při výrobě jaderné energie a používání radioaktivních nuklidů odpady nejrůznějšího druhu. Základní vlastnost, kterou se tyto odpady liší od odpadů z ostatních lidských činností, je jejich radioaktivita.

Radioaktivní odpad vzniká při těžbě a zpracování uranové rudy, při výrobě jaderného paliva, během provozu jaderných reaktorů a elektráren, při přepracování vyhořelého jaderného paliva, během likvidací jaderných elektráren a při výrobě a používání radioaktivních látek v různých odvětvích lidské činnosti.

V některých zemích se za nízkoradioaktivní odpad pokládá dokonce i popel ze spalování uhlí, některé odpadní produkty ropného průmyslu, ...

Jen malá část plynných a kapalných odpadních radioaktivních látek se vypouští do atmosféry, řek a oceánů. Většina radioaktivních odpadů se zpracovává a jistou dobu uchovává izolovaně od životního prostředí, aby nepředstavovaly pro lidstvo riziko ani v současnosti ani v budoucnosti. Z praktických důvodů se radioaktivní odpady třídí na nízko (*N*), středně (*S*) a vysoce (*V*) aktivní odpad. Hlavním kritériem pro zařazení odpadu do těchto tříd je jeho měrná aktivita nebo teplo uvolňované v jeho hmotě při absorpci emitovaného záření. Vznik a pohyb radioaktivního odpadu je schématicky zobrazen na obr. 95.



Obr. 95

Úprava a zpracování radioaktivního odpadu před jeho uložením závisí na typu a skupenství odpadu. Hlavním účelem zpracování je zmenšit objem odpadu, převést radioaktivní nuklidy na stabilní, nerozpustné formy a uzavřít je do vhodného obalu, aby se v budoucnosti zamezilo případnému uvolňování radioaktivních látek do životního prostředí.

Úprava *N* a *S* aktivních pevných odpadů spočívá pouze ve zmenšení jejich objemů lisováním do ocelových sudů nebo beden. Sudy se většinou umísťují do větších sudů a zalévají se betonovou směsí tak, aby mezi stěnami obou sudů vznikla betonová vrstva několik centimetrů silná. Spalitelný odpad (papír, vata, pracovní oděvy, …) se spalují

ve zvláštních pecích, kde se spalné plyny zbavují stržené radioaktivity filtrací nebo mokrými separátory.

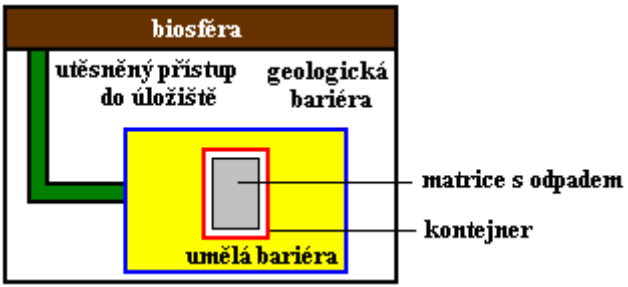
Nuklidy *N* a *S* aktivních kapalných odpadů se koncentrují do malého objemu spolusrážením na nerozpustné látky.

Z vysoce aktivních odpadů se zpracovávají jenom kapalné odpady vznikající při přepracování vyhořelého paliva. Většina z nich se zatím uchovává v ocelových nádržích v přepracovatelských závodech. Pouze malá část se zpracovává **vitrifikací**, při níž se kapalný odpad odpaří, vysuší a tepelně rozloží.

Zpracovaný radioaktivní odpad se ve vhodných kontejnerech ukládá na úložiště, kde se skladuje izolovaně od okolního prostředí. Konstrukce a vybavení úložiště závisí na aktivitě a charakteru odpadu. Vždy ale musí být zajištěno proti úniku radioaktivních látek do životního prostředí, dokud aktivita odpadu neklesne pod bezpečnou mez.

Jaderné elektrárny, pokud nedojde k havárii s únikem radioaktivních látek, přispívají k ozáření naprosto bezvýznamně. Naopak - v okolí jaderných elektráren je úroveň záření sledována pečlivěji než kdekoliv jinde. Při hodnocení radiačního rizika jaderné energetiky je ovšem třeba brát v úvahu celý cyklus od výroby paliva, jeho dopravy, zpracování až po ukládání vyhořelého paliva. Po přechodnou dobu je tento vysoce aktivní odpad uchováván na teritoriu jaderné elektrárny, a pokud není určen k dalšímu přepracování, je přemisťován do tzv.

meziskladu. Tam je odpad uložen po dobu asi 40 let, než přestane produkovat příliš mnoho tepla a může být uložen v **konečném hlubinném úložišti** (viz obr. 96), kde bude uchováván mnoho tisíc let. Otázka definitivního bezpečného uložení vyhořelého jaderného paliva po několik století či tisíciletí není dosud uspokojivě vyřešena.



Obr. 96

Radioaktivní odpady nízké a střední aktivity z průmyslu, výzkumu, nemocnic, ... se obyčejně skladují v podzemních úložištích (např. bývalé solné doly, hlubiny skalních masívů, ...). Dále se používají tato úložiště:

1. jednoduchá podpovrchová úložiště - příkopy (nejlépe v jílovitém terénu) zahloubené několik metrů pod povrch země. Dno je mírně skloněné a vysypané pískem, který snadněji odvádí srážkovou vodu do jímky, kde se monitoruje na přítomnost radionuklidů.
2. úložiště s betonovými jímkami - jímky jsou

obdélníkové prostory s podložní deskou, které jsou umístěny na povrchu terénu nebo zahloubeny pod jeho povrch. Ukládají se do nich sudy nebo bedny s odpadem. Jímky jsou vybaveny drenážním systémem pro odvod a monitorování srážkových vod.

3. důlní prostory - používají se vytěžené důlní prostory;
4. hlubinná úložiště v menších a větších hloubkách.

7.4.5.9 | ***Radioaktivní záření v organismu a veličiny s tím související

Jakmile radioaktivní záření začne interagovat s (lidským) organismem, ovlivňuje buňky tohoto organismu. Záření ale neničí buňky jako takové, ovlivňuje „pouze“ jejich funkci. Např. α záření díky tomu, že je schopno ztratit v látkovém prostředí svoji energii na relativně malé vzdálenosti, v malém objemu poškodí velký počet buněk. Jinými slovy: hustota poškozených buněk v malé vzdálenosti od místa vstupu záření do organismu je velká. Pro zdravý organismus by nemělo být malé poškození vážným problémem, neboť neustále dochází k regeneraci buněk. Problém nastává, bude-li v určité oblasti organismu poškozených buněk velké množství. V tom případě bude regenerace spíše kontraproduktivní.

Vzhledem k tomu, že organismus regeneruje buňky tak, že kopíruje buňky, které se nalézají v okolí regenerovaného místa, bude organismus „vyrábět“ poškozené buňky. Těch je totiž v okolí zasaženého místa velký počet, takže pro proces regenerace to budou ty správné buňky, které mají být regenerovány, zkopírovány.

Na rozdíl od záření α má záření β menší zpomalovací schopnost, tudíž se dostane do organismu do větší vzdálenosti od místa vniku do organismu a hustota poškozených buněk nebude tak velká (za předpokladu, že se do organismu dostalo stejné množství záření jako u záření α). Je tedy nutné zavést veličinu, která by popisovala:

1. „množství“ záření vniknuvšího do organismu;
2. „škody“ způsobené zářením v organismu.

Zavádí se proto veličina (absorbovaná) **dávka**, která je definována pouze pro ionizující záření:

(ABSORBOVANÁ) DÁVKA D JE DEFINOVÁNA JAKO PODÍL ENERGIE W_D IONIZUJÍCÍHO ZÁŘENÍ ABSORBOVANÉHO NĚJAKÝM OBJEMOVÝM ELEMENTEM A HMOTNOSTI m LÁTKY OBSAŽENÉ V TOMTO ELEMENTU: $D = \frac{W_\mathrm{D}}{m}$; $\left[D\right] = \mathrm{J.kg^{-1}} = \mathrm{Gy}$ **(GRAY).**

Jedná se tedy o střední hodnotu veškeré energie, kterou záření předalo jednomu kilogramu látky. Není podstatné kolik částic na látku dopadne, ale co jsou tyto

částice schopné způsobit. A to určujeme právě pomocí energie.

Tato jednotka je fyzikálně měřitelná.

Pro nepřímo ionizující záření (tj. záření, které po dopadu na určitou látku nejdříve vytvoří sekundární částice a teprve ty způsobí v látce ionizaci) se zavádí veličina **KERMA** (*Kinetic Energy Released in Material*), která popisuje vliv vzniklých sekundárních částic na danou látku.

KERMA JE SOUČET POČÁTEČNÍCH ENERGIÍ KINETICKÝCH ENERGIÍ SEKUNDÁRNÍCH ČÁSTIC VZNIKLÝCH V JEDNOM KILOGRAMU LÁTKY; $\left[KERMA\right] = \left[D\right] = \mathrm{J.kg^{-1}} = \mathrm{Gy}$.

Předávání energie látce sekundární částicemi může být zpožděné a může v látce v jiném místě, než do kterého dopadá primární záření.

Každé záření ale poškozuje organismus jiným způsobem. Proto je třeba zavést veličinu, která by všechny typy záření sjednotila. Touto veličinou byl **dávkový ekvivalent** (ekvivalentní dávka) D_{ekv}.

DÁVKOVÝ EKVIVALENT D_{ekv} **JE DEFINOVÁN JAKO SOUČIN (ABSORBOVANÉ) DÁVKY** D **A KOEFICIENTU RELATIVNÍ BIOLOGICKÉ ÚČINNOSTI** k **PŘÍSLUŠNÉHO BIOLOGICKÉHO OBJEKTU:** $D_{\mathrm{ekv}} = D.k$, $\left[D_{\mathrm{ekv}}\right] = \mathrm{J.kg^{-1}} = \mathrm{Sv}$ **(SIEVERT).**

Součinitel biologické účinnosti *k* přitom souvisí

s faktorem tkáňové citlivosti (viz obr. 97).

Ač má dávkový ekvivalent stejnou fyzikální jednotku jako dávka, používá se pro její označení Sv, na počest švédského fyzika Rolfa Sieverta (1896 - 1966), aby nedošlo k záměně právě s dávkou. V koeficientu *k* jsou zahrnuty nejen biologické vlastnosti daného organismu, ale také účinky jednotlivých druhů záření (nejhorší je záření γ, pak neutronové záření a nakonec záření α a záření β).

V současné době se ovšem míto dávkového ekvivalentu užívají dvě jiné veličiny: **ekvivalentní dávka** a **efektivní dávka**.

EKVIVALENTNÍ DÁVKA H_T JE DÁNA SOUČTEM EKVIVALENTNÍCH DÁVEK H_{TR} JEDNOTLIVÝCH TYPŮ ZÁŘENÍ, KTERÝM JE ORGANISMUS VYSTAVEN. EKVIVALENTNÍ DÁVKA DANÉHO TYPU ZÁŘENÍ H_{TR} JE SOUČIN RADIAČNÍHO VÁHOVÉHO FAKTORU w_R A DÁVKY D_R DANÉHO TYPU ZÁŘENÍ ABSORBOVANOU V ORGANISMU NEBO V JEHO ČÁSTI. TEDY: $H_T = \sum H_{TR} = \sum w_R D_R$; $[H_T] = \mathrm{J.kg^{-1}} = \mathrm{Sv}$.

Radiační váhový faktor w_R míru poškození organismu, kterou dané záření v organismu nebo jeho části způsobí. Nejmenší radiační výhový faktor mají fotony, elektrony a miony ($w_R = 1$), největší mají α částice, těžká jádra a štěpné trosky.

Od dříve používaného dávkového ekvivalentu se liší hlavně jinou metodikou určování hodnot faktorů

vyjadřujících vliv různých typů záření na organismus. To vede k jiným číselným hodnotám ve srovnání s dávkovým ekvivalentem.

EFEKTIVNÍ DÁVKA E JE SOUČTEM VÁŽENÝCH STŘEDNÍCH HODNOT EKVIVALENTNÍCH DÁVEK V RŮZNÝCH TKÁNÍCH LIDSKÉHO TĚLA, TEDY $E = \sum w_T H_T$, KDE H_T JE EKVIVALENTNÍ DÁVKA V DANÉ TKÁNÍ A w_T JE TKÁŇOVÝ VÁHOVÝ FAKTOR VYJADŘUJÍCÍ RELATIVNÍ PŘÍSPĚVEK DANÉ TKÁNĚ K CELKOVÉ ZDRAVOTNÍ ÚJMĚ ZPŮSOBENÉ PŘI ROVNOMĚRNÉM OZÁŘENÍ CELÉHO TĚLA. PRO JEDNOTKU TÉTO FYZIKÁLNÍ VELIČINY PLATÍ: $[E] = [H_T] = \mathrm{J.kg^{-1}} = \mathrm{Sv}$.

Výhodou efektivní dávky je, že umožňuje vyjádřit radiační zátěž organismu jedinou číselnou hodnotou i při nerovnoměrném ozáření organismu (resp. jeho části). To umožňuje porovnávat různé způsoby ozáření organismu.

Z výše uvedených definic je zřejmé, že $[w_R] = [w_T] = 1$.

Zkoumáním účinků jaderného záření a měřením jeho dávek se zabývá **dozimetrie**.

Některé typické hodnoty dávkového ekvivalentu jsou uvedeny v tab. 4.

Činnost	$\frac{D_{ekv}}{\mathrm{mSv}}$
3 hodiny v letadle ve výšce 10 km nad zemí	0,01

průměrné místo na bydlení (průměrná radiace)	1,5 (za rok)
personál u rentgenu	2 (za rok)

tab. 4

Smrtelná dávka je 7000 mSv a je jedno za jak dlouho, 4000 mSv může, ale nemusí, být smrtelné, ale každopádně vyvolává vážné poškození organismu. Limit, který nesmí být překročen u nás je 50 mSv za rok, ale doporučuje se, aby nebyl překročen limit 20 mSv za rok. Každopádně neprofesionál (tj. pacient na rentgenu, soused jaderné elektrárny, ...) by neměl dostat více než maximálně 1 mSv za rok z civilizačních zdrojů. Zhruba stejné množství připadá na radioaktivní pozadí. Za přípustnou dávku se považuje 5 mSv ročně. Vzhledem k tomu, že účinek záření se během života sčítá, přijme člověk za celý život asi 150 mSv. Zvláště významné je přitom vdechování radonu obsaženého ve vzduchu obytných budov. Radon se do nich dostává transportem půdního a venkovního vzduchu do místnosti, difúzí ze stavebních materiálů a vyčeřením z tekoucí vody z vodovodu. Proto je důležité časté větrání obytných prostor.

Při práci s radionuklidy a styku s jaderným zářením je třeba dodržovat přísné bezpečnostní předpisy. **Ochrana před zářením** je možná v podstatě třemi způsoby:

1. vzdáleností;
2. omezením doby ozařování;
3. stíněním.

Záření ubývá se vzdáleností od zdroje a čím kratší dobu jsme záření vystaveni, tím menší dávkový ekvivalent obdržíme.Prostory, kde je nebezpečí záření, musí být označeny varovnou značkou (viz obr. 98). Osoby zde se pohybující musí být vybaveny osobními dozimetry, které měří získanou dávku, platí zde zákaz kouření a požívání jídla.

V celosvětovém měřítku je bezpečnost jaderné energetiky a využívání radionuklidů sledována a kontrolována na základě mezinárodních dohod, a to Mezinárodní organizací pro atomovou energii ve Vídni, která je jednou z odborných organizací přidružených k OSN.



Obr. 98

7.4.6 | ***Praktické využití NMR v medicíně

Existence magnetických momentů jader a základy metody JMR (resp. NMR) se využívá v řadě technických i jiných aplikací. Jednou z nich je i **tomograf** - přístroj, který umožňuje zobrazovat jednotlivé části nitra lidského těla a tím napomáhat lékařům k přesnému určení diagnózy a následné léčby.

Živá tkáň je tvořena komplexním systémem molekul, z nichž většina (hlavně voda) obsahuje atomy vodíku. Všem atomům (a tedy i nejjednoduššímu atomu vůbec - atomu vodíku) lze přiřadit jeho magnetický moment. Při teplotě lidského těla narážejí jednotlivé atomy vzájemně na sebe i na okolní molekuly a způsobují, že se jejich magnetické pole odklání. Navenek se tato magnetická pole navzájem vyruší.

Zařízení na zobrazování vnitřních orgánů lidského těla dominuje obří válcový elektromagnet (viz obr. 99), který vytváří magnetické pole 70000krát silnější, než je magnetické pole Země. Kromě toho tři vložkové magnety o menší výkonnosti obklopují přímo pacientovo tělo. Magnetická pole vytvářená těmito vložkovými magnety se skládají s magnetickým polem hlavního magnetu a vytváří se tak gradient magnetického pole napříč tělem pacienta.

Princip metody popíšeme na příkladu, kdy lékař chce vyšetřit hlavu pacienta.

Každý ze tří vložkových magnetů vytváří gradient magnetického pole podél jedné osy (viz obr. 100). Vinutí *Z* vytváří gradient, který klesá směrem od hlavy k patě pacienta, vinutí *Y* shora dolů a vinutí *X* zleva doprava. Jakákoliv část lidského těla může být tedy lokalizována pomocí těchto tří magnetických souřadnic.

Aby se pořídil obraz určitého řezu lidskou hlavou, je třeba tkáň počítačově rozdělit do mřížky drobných krychliček (tzv. voxelů). Toto rozdělení je znázorněno na obr. 101. Každý voxel je lokalizován pomocí tří magnetických polí z obr. 100 a obsahuje odlišné a proměnné množství vodíkových atomů.

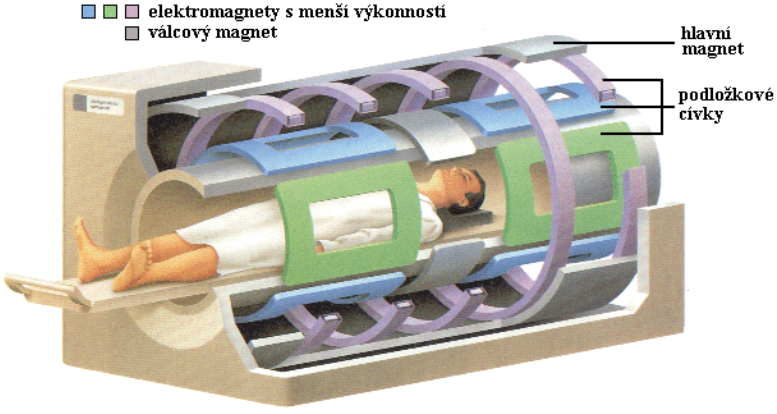
Každý voxel má tedy svojí magnetickou adresu určenou třemi magnetickými poli.

Před zapnutím hlavního magnetu se vodíkové atomy ve všech voxelech otáčejí, ale jsou uspořádány náhodně (viz obr. 102a).

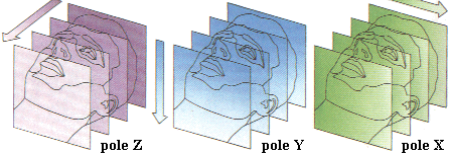
Poznámka: Pro přehlednost je na obr. 102 je zobrazen pouze 1 voxel.

Po zapnutí hlavního magnetu se aktivuje vinutí *Z*, aby se vytvořil gradient pole, který vybere rovinu, kterou je třeba vyšetřit. Vodíkové atomy se tam seřadí podle magnetického pole a kolébají se kolem osy otáčení kolem rovnovážné polohy - konají precesní pohyb (obr. 102b). Frekvence této precese (tj. frekvence, s jakou se atomy kývají) se nazývá Larmorova frekvence a ta závisí na velikosti magnetické indukce daného magnetického pole.

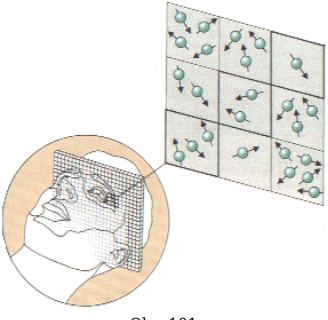
Precesní pohyb je takový pohyb, při kterém se koncový bod osy (ať už skutečné - např. dětská káča, nebo myšlené - např. u Země) pohybuje po kružnici.



Obr. 99



Obr. 100



Obr. 101

Poté se vyšle impulz rádiových vln naladěných na frekvenci kývání atomů (tj. na Larmorovu frekvenci).

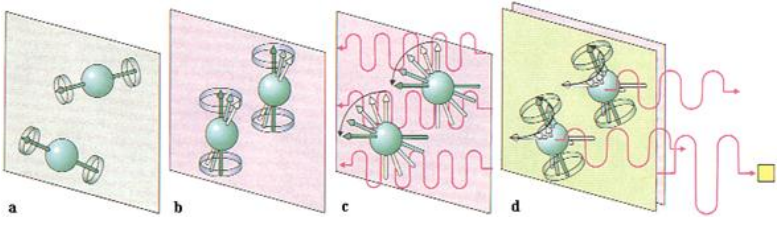
Vzhledem k tomu, že obě frekvence jsou identické, kolébající se atom se dostane do rezonance a je na okamžik vychýlen z polohy, kterou zaujal vlivem vnějšího magnetického pole (viz obr. 102c).

Impulz rádiových vln tedy tyto atomy „porazí“.

Jak se atom vrací zpět do své stabilní polohy v magnetickém poli, proton v jeho jádře vysílá rádiový signál o téže frekvenci, jako byl signál, který atom ze stabilní polohy vyvedl.

Atom totiž získal od rádiového záření energii navíc, která se spotřebovala na překlopení atomu. S návratem do původní polohy atom musí tuto získanou energii opět vrátit. Principiálně se jedná o analogii stimulované emise.

Těsně předtím, než se atomy znovu uspořádají v poli do původních poloh, se zapne vinutí *X*. Magnetické pole se změní tak, že velikost magnetické indukce již nebude konstantní, ale její velikost se bude měnit s měnící se polohou v lidském těle. Vznikne tak gradientové magnetické pole.



Obr. 102

Teprve pak se atomy vrací do svých původních rovnovážných poloh a uspořádávají se podle nového gradientového pole. Při tom vysílají rádiový impulz, jehož frekvence závisí na intenzitě nového pole v daném voxelu (obr. 102d). Frekvence se mění proto, že atom se nevrací zpět do své původní stabilní polohy, ale do polohy nové, která je dána právě gradientovým magnetickým polem.

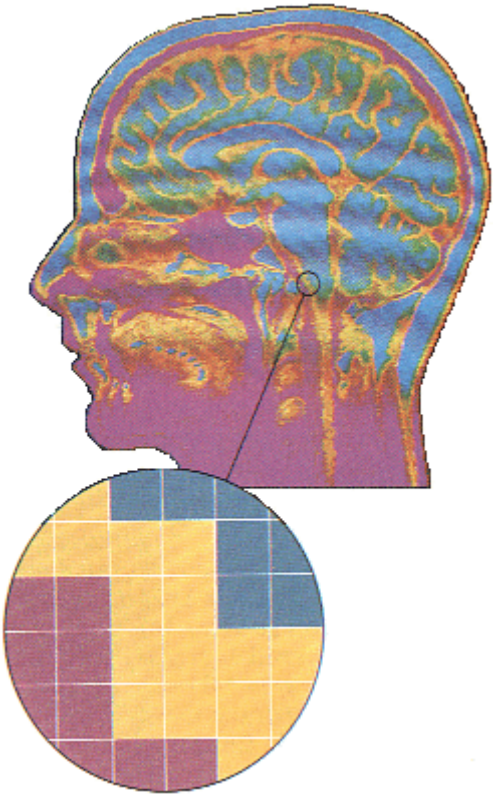
Poloha každého voxelu je tak znázorněna frekvencí záření, které atomy z voxelu vyslaly. Každá frekvence je charakteristická pro určitou intenzitu magnetického pole (resp. pro určitou magnetickou indukci) a pomocí této frekvence pak lze definovat určitou oblast pacientova těla. Počet atomů v každém voxelu (tj. hustota tkáně) je definována amplitudou výsledné rádiové vlny. Velká amplituda znamená velkou hustotu tkáně a naopak.

Analogicky se provádí „mapování“ pomocí vinutí *Y* resp. *Z*. Tak lze záznamem reemitovaných rádiových vln vytvořit dvou nebo trojrozměrný obraz hustoty (vodíkových) atomů. V praxi se toto vyšetření provádí pomocí počítače, který je schopen vytvořit výsledný obraz na monitor (viz obr. 103).

Přidají se falešné barvy (jak je naznačeno na obr. 102d), aby se snadněji rozlišily oblasti různé hustoty atomů. Největší hustota vodíkových atomů je v tělních tekutinách, nižší v měkkých tkáních a nejnižší v chrupavkách a membránách. Kosti se tedy na obraze neobjeví, i když jejich obrysy lze rozeznat z polohy sousedních tkání.

Právě popsaná metoda pomocí NMR poskytuje daleko zřetelnější obraz než rentgen nebo techniky používající záření γ. Tímto způsobem lze lokalizovat drobné nádory a odlišit bílou a šedou kůru mozkovou.

Stejně jako rentgenové snímky, mohou být i záznamy NMR zvýrazněny kontrastními činidly - do vyšetřované oblasti těla se vpraví kontrastní činidlo (roztok obsahující radionuklidy, ...), které změní protony vysílanou frekvenci rádiových vln a zvýrazní tak výsledný obraz.



Obr. 103

Metoda NMR má ale i své nevýhody - pacient musí zůstat během celého vyšetření (tj. asi 30 minut) naprosto bez pohybu.

7.5 | FYZIKA ČÁSTIC

7.5.1 | Detektory částic

Lidské smysly nevnímají jaderné záření ani letící částice. Musíme mít proto k dispozici přístroje schopné zachytit, odhalit a zaznamenat jaderné záření, které může být ve formě elektromagnetického záření nebo může být tvořené svazky částic. Tyto přístroje se nazývají **detektory částic**. Elektromagnetické záření dostatečně vysokých frekvencí (resp. energií), jako je ultrafialové záření, rentgenové záření a γ záření, a elektricky nabité částice na své dráze ionizují atomy látky. Takové záření nazýváme ionizující záření a podle ionizačních účinků je také registrujeme.

Ionizace atomů látky probíhá v důsledku srážek těchto atomů s fotony elektromagnetického záření nebo s hmotnými částicemi (elektrony, neutrony, ...). Při srážce předá rychle letící částice atomům látky část své kinetické energie. Je-li tato energie dostatečně velká, odtrhne se z atomu elektron a atom se ionizuje.

Detektory částic lze rozdělit do tří základních skupin:

1. detektory zobrazující přímo trajektorii částice - např. mlžná komora;
2. detektory počítající částice - plynový ionizační detektor, proporcionální komora, Geigerův -

Müllerův počítač, drátová komora;

3. kalorimetry - detektory měřící energii částic.

Uvedené detektory počítající částice jsou detektory plynové. Detektory jsou naplněné plynem a v něm dochází k ionizaci nebo excitaci. Vedle detektorů plynových se využívají i **detektory scintilační** (s nimiž pracoval již Rutherford a pomocí nichž provedl experiment vedoucí k objevení atomového jádra). V nich dopadající částice vyvolá záblesk scintilátoru a ten je pak zesílen pomocí fotonásobiče.

7.5.1.1 | Wilsonova mlžná komora

Je-li třeba zaznamenat celou trajektorii částice a změřit energii a hybnost částice, používá se **jaderná fotografická emulze** nebo dráhové komory. Jednou z nejstarších těchto komor je **Wilsonova mlžná komora** naplněná sytou párou. Proletí-li komorou ionizující částice, vytvoří vzniklé ionty kondenzační jádra, a na nich vzniknou malé viditelné kapičky kapaliny. Tak se zviditelní trajektorie prolétávající částice.

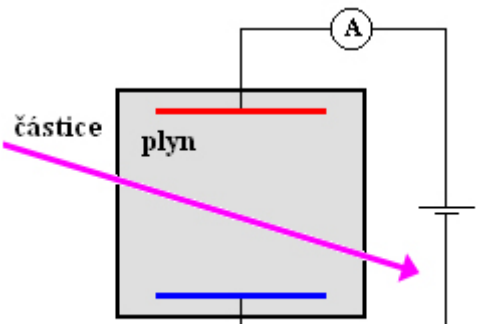
Sytou párou, která je v prostoru komory, může být např. pochlazená pára alkoholu (líh, ...). Do prostoru komory budou přiváděny páry alkoholu, které budou ochlazovány. Takto vytvořená sytá pára bude „připravena“ ke snadné kondenzaci, kterou způsobí částice prolétající komorou.

V současné době se používají velké bublinkové komory naplněné kapalinou (nejčastěji tekutým vodíkem) ve stavu, kdy kapalina dosáhla téměř varu. Ionty vzniklé průchodem částice kapalinou se stávají zárodky bublinek, které lze fotografovat. Dráhové komory se většinou umísťují do magnetického pole, aby bylo možné pozorovat zakřivení trajektorií nabitých částic v magnetickém poli a určovat hybnost částice a její měrný náboj.

Znaménko náboje je možné určit podle vychýlení trajektorie částice v homogenním magnetickém poli.

7.5.1.2 | Plynový ionizační detektor

Jedním z nejjednodušších detektorů, kterými lze zjišťovat počet částic, je plynový ionizační detektor. Jeho zjednodušené schéma je zobrazeno na obr. 104. Je tvořen nádobou naplněnou vhodným plynem (většinou se používá argon), v níž jsou dvě elektrody připojené ke zdroji stejnosměrného napětí. Částice, která do detektoru vletí, může mít takovou energii, že dokáže atomy či molekuly plynu v detektoru excitovat nebo ionizovat.



Obr. 104

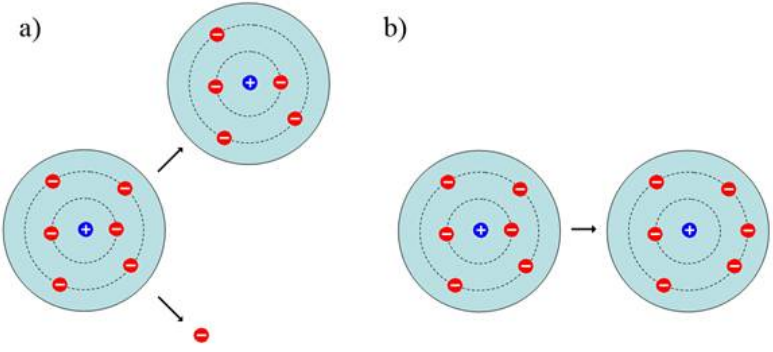
Zda dojde k excitaci atomu či molekuly nebo k ionizaci, je dáno energií přilétávající částice. Není-li tato energie dostatečná k ionizaci atomu či molekuly, může být dostatečná k excitaci atomu či molekuly na vyšší energetickou hladinu. Tyto dva způsoby předání energie jsou schématicky zobrazeny na obr. 105.

Kromě toho může vzniknout brzdné záření, Čerenkovo záření nebo přechodové záření.

Brzdné záření je elektromagnetické záření, které vzniká interakcí nabitých částic s elektrostatickým polem jader v daném materiálu. **Čerenkovo záření** je elektromagnetické záření, které se šíří rychlostí s větší velikostí, než je velikost rychlosti šíření světla v daném

materiálu. **Přechodové záření** je emitované při průchodu nabité částice rozhraním dvou prostředí s různými indexy lomu.

Elektrické napětí mezi elektrodami v nádobě s plynem vytvoří mezi elektrodami elektrostatické pole. Vlivem elektrostatické síly se kladné ionty a záporně nabité elektrony pohybují k opačně nabitým elektrodám. Je-li na elektrody přiloženo vhodné napětí, projde obvodem elektrický proud, který lze detekovat (např. ampérmetrem).



Obr. 105

Plynový ionizační detektor je v podstatě kondenzátor, který je připojena ke stálému zdroji napětí. Vlétne-li do plynové náplně detektoru částice, ionizuje molekuly plynu uvnitř detektoru a kondenzátorem začne procházet

elektrický proud.

Přesná funkce detektoru závisí na hodnotě napětí přiloženého na elektrody. Podle toho se rozlišují:

1. ionizační detektor;
2. proporciální komora;
3. Geigerův - Müllerův počítač.

Energie potřebná k ionizaci plynu je zhruba 20 eV - 40 eV.

Dodáním této energie se vytvoří jeden pár iont - elektron.

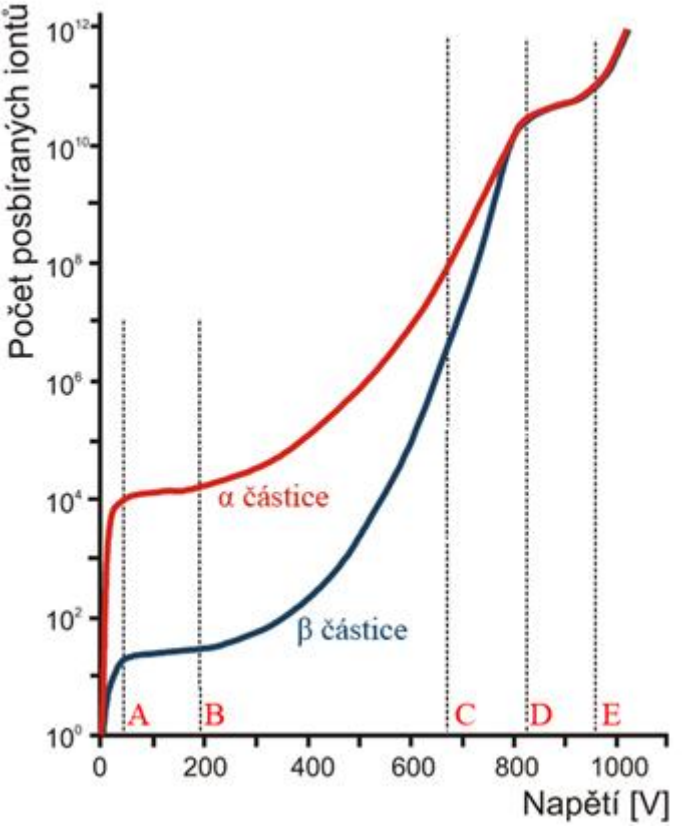
Např. v argonu, který se v ionizačních detektorech používá nejčastěji, má tato ionizační energie hodnotu 26 eV. Minimální ionizační ztráty v argonu jsou 2,7 keV na centimetr uražené dráhy, tzn. na 1 cm dráhy letící částice vznikne přibližně 100 párů iont - elektron.

Aby se tedy částice vůbec „prodrala“ argonem a mohla ještě jeho molekuly ionizovat, musí mít energii alespoň 2,7 keV na každý centimetr vzdálenosti, kterou má urazit. Tedy např. při vzdálenosti 10 cm by potřebovala částice energii 27 keV.

Kladný náboj i záporný náboj částic vzniklých při popsané ionizaci (tj. náboj všech elektronů a náboj všech iontů) tedy je $100.1,6.10^{-19}\ \mathrm{C} = 1,6.10^{-17}\ \mathrm{C}$, což je není snadné naměřit. Proto je nutné počet iontů zvýšit a zesílit tak elektrický signál, který o počtu iontů nese informaci.

Závislost počtu „posbíraných“ iontů na elektrickém

napětí na elektrodách detektoru je zobrazena na obr. 106. Na něm jsou zobrazeny dvě křivky - jedna pro α částici, která vlétá do detektoru, druhá pro β částici. Graf je rozdělen do několika částí, podle nichž lze určit vhodné napětí pro daný typ detektoru.



Obr. 106

Oblast grafu do bodu *A* je oblastí, v níž je na elektrody přiloženo malé napětí. To znamená, že mezi elektrodami vzniká slabé elektrostatické pole a ionizované částice se pohybují velmi pomalu k opačně nabitým elektrodám. Dříve než se dostanou na elektrodu, nekombinují mezi sebou zpět na neutrální atomy či molekuly. Na výstupu z detektoru lze tedy naměřit velmi slabý signál a proto se tato, tzv. **rekombinační oblast**, k detekci částic nepoužívá.

S rostoucím napětím mezi elektrodami (oblast grafu do bodu *B*) se dostává na elektrody stále více částic. Rekombinace je tedy překonána. Tato oblast se nazývá **oblast nasyceného proudu** a využívá se v ionizačních komorách. Signál na výstupu z detektoru je ale stále slabý.

S dalším nárůstem napětí (oblast do bodu *C*) jsou elektrony urychleny natolik, že mohou sami ionizovat okolní atomy. Vzniká tak elektronová lavina, která se projeví prudkým nárůstem počtu iontů a tedy i elektrického proudu, který lze měřit na výstupu z detektoru.

Urychlení elektronů je způsobeno větším napětím a tedy i větším nábojem na elektrodách. Elektrony jsou proto na anodu přitahovány velkou elektrostatickou silou, přitom získají velkou velikost rychlosti pohybu a mají tedy i velkou energii. Proto mohou ionizovat další neutrální atomy.

Neustále jsou zmiňovány elektrony, jejich pohyb k elektrodě a schopnost způsobit další ionizaci. Ionty, které mají výrazně vyšší klidovou hmotnost než elektrony, nemohou být urychleny na takové hodnoty rychlosti (resp. energie,), aby mohly výrazněji přispět k další ionizaci atomů.

Mohlo by se zdát, že neschopnost dosáhnout velkých velikostí rychlosti je kompenzována velkou hmotností iontů. Je nutno si ovšem uvědomit, že energie, kterou mohou ionty (i elektrony) využít k ionizaci, mají ve formě kinetické energie. A ta závisí na první mocnině hmotnosti a na druhé mocnině velikosti rychlosti. Proto těžké pomalé ionty nemohou ionizovat tak, jako rychlé elektrony s výrazně menší klidovou hmotností.

I v této oblasti (**oblast proporcionality**), kterou využívají proporcionální komory, je hodnota elektrického proudu na výstupu z detektoru dána energií prolétávající částice.

V **oblasti omezené proporcionality** (oblast do bodu *D*) je napětí mezi elektrodami natolik velké, že dochází k mohutné elektronové lavině. Částic, které dopadají na elektrody, je tolik, že není možné určit, jaká částice ionizaci způsobila původně.

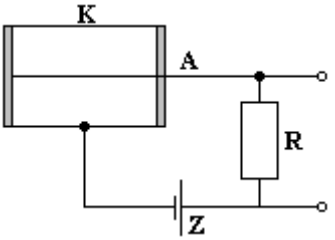
Za bodem *D* je elektrické pole mezi elektrodami detektoru už natolik silné, že vzniká elektrický výboj. Tuto

oblast napětí využívá Geigerův - Müllerův počítač.

7.5.1.3 | Proporcionální komora

Proporcionální komora, jejíž schéma je zobrazeno na obr. 108, je tvořena válcovou kovovou katodou *K*. V ose válce je tenký drátek tvořící anodu *A*. Mezi katodou a anodou je velké napětí - řádově stovky voltů. Na základě grafu na obr. 107 pracuje detektor v proporcionální oblasti. Válec, jehož plášť tvoří katodu detektoru, je vyplněn vhodným plynem.

Anoda má tvar velmi tenkého drátku, v jehož okolí vzniká velmi silné elektrostatické pole. Důvodem je skutečnost, že na tenkém drátku je velká plošná hustota náboje.



Obr. 108

Částice prolétávající detektorem způsobuje ionizaci molekul plynu v detektoru. Ionizací vzniklé elektrony

mohou získat v elektrostatickém poli mezi elektrodami detektoru energii dostatečnou k další ionizaci zatím neutrálních atomů. Tak vzniká elektronová lavina. Přitom počet elektronů (resp. iontů) v lavině je úměrný počtu primárních elektronů (elektrony, které z vazeb neutrálních atomů plynu v detektoru uvolnila částice přilétávající do detektoru) a tedy i energii přilétávající částice.

Vznik elektronové laviny je stejný jako u plynových ionizačních detektorů.

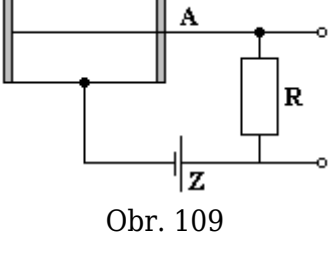
7.5.1.4 | Geigerův - Müllerův počítač

Geigerův - Müllerův počítač (GM počítač) má stejné schéma jako proporcionální komora; schéma je zobrazeno na obr. 109. Rozdíl oproti proporcionální komoře je ten, že napětí mezi válcovou katodou *K* a anodou *A*, kterou tvoří tenký drátek, je tak velké, že i jediný pár elektron - kladný iont, který vytvořila ionizací částice přilétávající do detektoru, způsobí elektrický výboj v plynu ve válci detektoru. Napětí mezi katodou a anodou je zhruba 1000 V.

Proletí-li trubicí jedna jediná ionizující částice, vznikne v plynné náplni počítače několik párů elektronů a kladných iontů. Kladné ionty se vlivem elektrického pole pomalu pohybují ke katodě, kde se neutralizují. Elektrony mají značnou pohyblivost a za $10^{-7}\ s$ až $10^{-8}\ s$ se objeví poblíž

vlákna anody, kde díky vysoké intenzitě elektrického pole získají tak velké zrychlení, že mohou nárazem ionizovat další molekuly plynu. Vznikne elektronová lavina, původní signál se zesílí a vyvolá v obvodu proudový impuls.

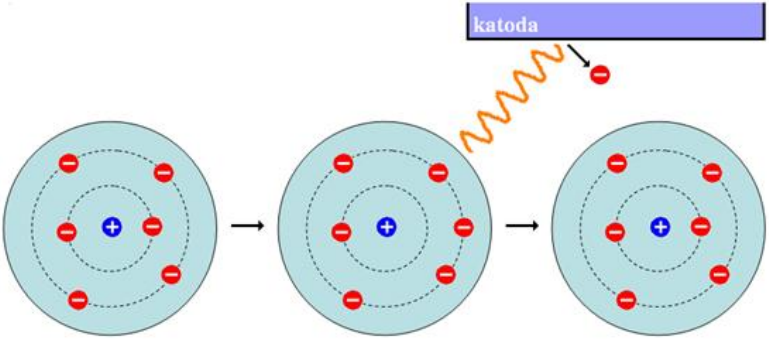
Pomalý pohyb iontů ve srovnání s rychlým pohybem elektronů je způsobem tím, že ionty mají ve srovnání s elektrony výrazně větší klidovou hmotnost. Proto mohou elektrony dosáhnout i velkého zrychlení v blízkosti vlákna anody. Velká hodnota zrychlení přitom znamená velký nárůst velikosti pohybu elektronu a tedy i velký nárůst jeho energie. Ta už může být postačující pro další ionizaci atomů.



Obr. 109

Geigerův - Müllerův počítač tedy funguje stejně jako proporcionální komora. Rozdíl je v tom, že při tak velkém napětí mezi elektrodami detektoru zde dochází k dalšímu jevu (schématicky viz obr. 110). Při excitaci, kterou způsobí elektron s energií nedostačující na ionizaci atomu, se atom dostane do excitovaného stavu. Tento stav je

nestabilní a tak dochází k deexcitaci, tj. ke spontánní emisi. Elektromagnetické záření vyzářené atomem při emisi může dopadnout na katodu (záporně nabitá elektroda) a vyvolat fotoefekt. Elektron uvolněný z katody od ní bude odpuzován a zároveň bude přitahován k anodě - získá tedy velkou velikost rychlosti a tedy i velkou energii a může se podílet na další ionizaci. Proto vzniká v tomto případě elektrický výboj v plynu detektoru.



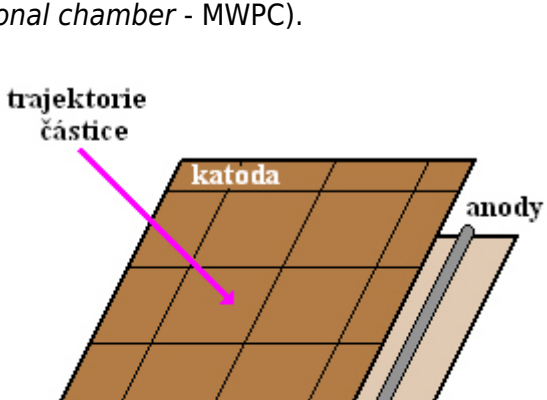
Obr. 110

Aby mohl počítač registrovat další částici, musí být opět uveden do původního stavu. To lze docílit buď elektronicky (dočasným snížením napětí na elektrodách) nebo přidáním tzv. zhášecího plynu (např. etylen). Tento plyn pohlcuje fotony vzniklé při deexcitaci atomů plynné náplně detektoru a tím přeruší elektrický výboj.

7.5.1.5 | Drátová komora

Drátová komora slouží k detekci částic vzniklých z ionizujícího záření a je založena na podobném principu jako Geigerův - Müllerův počítač. Oproti němu má výhodu, že pomocí ní lze zrekonstruovat i trajektorii částice, která jí prolétla.

Jiný její název je i mnohadrátová komora (*multi-wire proportional chamber* - MWPC).



Obr. 111

Drátová komora je tvořena dvěma záporně nabitými elektrodami (viz obr. 111). Mezi nimi jsou navzájem

rovnoběžně umístěny tenké dráty připojené ke kladnému pólu zdroje vysokého napětí. Vzájemná vzdálenost elektrod je řádově několik centimetrů, vzájemná vzdálenost tenkých drátků je několik milimetrů.

Komora je naplněna pečlivě vybraným plynem. Ten je volen tak, aby částice prolétávající komorou ionizovala pouze malý počet atomů tohoto plynu.

Stejně jako v proporcionální komoře nebo Geiger - Müllerově počítači je do tohoto plynu přidána směs zhášecího plynu.

Ionty a elektrony, které vznikly ionizací, jsou urychleny rozdílem potenciálů mezi drátem a danou nabitou částicí (tj. iont a elektron) a způsobují další ionizaci. Vzniklá elektronová lavina způsobí průchod elektrického proudu drátem resp. elektrodou.

Následnou ionizaci způsobují hlavně elektrony, protože ve srovnání s ionty mají výrazně menší klidovou hmotnost. Proto jsou schopné dosáhnout vyšší velikosti rychlosti a tedy i vyšší energie, která je pro další ionizaci klíčová.

Drátová komora je tedy schopná počítat částice, které do ní vletěly. A v závislosti na jejich energii dokáže i jednotlivé částice rozlišit. Elektrickými obvody komory totiž prochází elektrický proud přímo úměrný energii částice, která do komory vlétá.

Pro řadu experimentů (zejména z fyziky vysokých energií) je důležité znát i trajektorii částic, které do komory vstupují. Po dlouhou dobu se pro tento účel využívaly mlžné komory, ale s využitím moderní elektroniky lze v drátové komoře dosáhnout téhož výsledku snáze a rychleji. V mlžné komoře bylo totiž nutné nejdříve vyfotografovat průlet částice komorou, vyvolat film a zhotovit fotografii. Drátová komora obsahuje řadu vzájemně rovnoběžných drátů uspořádaných do tvaru mřížky nebo proužků připojených k vysokému napětí. Stejným způsobem jsou rozděleny i elektrody: buď na proužky (tzv. stripy) nebo do tvaru mřížky (tzv. pixely). Z každého stripu (resp. pixelu) je elektrický proud odebírán odděleně. Stejně tak je odebírán elektrický proud odděleně z každého drátu (resp. každé oblasti, kterou dráty vytvoří). Analogicky jako v Geiger - Müllerově počítači je totiž částice, která vletěla do komory, zaznamenána pomocí trajektorie elektronů (resp. iontů), které se pohybují k nejbližšímu drátu (resp. nejbližší oblasti elektrody). Podle hodnoty elektrického proudu v jednotlivých drátech (resp. oblastech elektrod) lze zrekonstruovat tvar trajektorie částice.

Dráty (resp. oblasti elektrod) udávají „souřadnice“ pohybujících se elektronů resp. iontů. A podle toho je možné zkonstruovat trajektorii částice, která komorou prolétá.

Je výhodné umístit drátovou komoru do homogenního

magnetického pole. Na základě pohybu nabité částice v magnetickém poli, při němž se zakřiví trajektorie částice, lze určit jednoduše i náboj částice.

7.5.1.6 | Polovodičové detektory

Polovodičové detektory fungují stejně jako ionizační komory jen plyn je nahrazen polovodičem. Při průchodu nabité částice s určitou energií tedy vzniká pár elektron - díra. Výhodou použití polovodičů je skutečnost, že energie nutná k vytvoření páru elektron - díra je řádově 10krát menší, než energie nutná na vytvoření páru elektron - iont.

Tato skutečnost vyplývá např. z pásové teorie pevných látek. Má-li dojít k ionizaci neutrálního atomu, je nutné dodat elektronu energii, která je rovna jeho vazebné energii. Při vzniku páru elektron - díra (tzv. generace) stačí energie rovnající se nejvýše šířce zakázaného pásu. Ten odděluje valenční pás od vodivostního pásu.

Nevýhodou tohoto uspořádání je, že párů elektron - díra, které vznikly průletem částice tímto detektorem, je v polovodiči výrazně méně, než párů, které vznikají náhodnými fluktuacemi (tepelná excitace, světelná excitace, ...). Přitom páry vzniklé průletem částice znamenají cenné informace o prolétávající částici, zatímco páry vzniklé náhodně přestavují šum. Ten je potřeba pro

správnou činnost detektoru snížit. To lze provést buď ochlazením daného polovodiče a nebo zvýšením čistoty polovodiče. Zvýšit čistotu polovodiče znamená zamezit vzniku tzv. vlastní vodivosti polovodičů. Nesmí tedy docházet k samovolnému vzniku páru elektron - díra. Náhodnému vzniku páru elektron - díra nelze zcela zabránit. Technologicky jednodušší je však vytvořit přechod PN, protože ten volné nabité částice neobsahuje.

Není nutné provádět žádné speciální operace, abychom přechod PN zbavili nabitých částic. Ty se z něj „odstraní“ sami. Elektrostatická síla je z oblasti přechodu odtáhne.

Částice prolétávající polovodičovým detektorem má energii výrazně vyšší než je šířka zakázaného pásu v polovodičovém materiálu (jednotky eV) a způsobí tedy ionizaci velkého počtu atomů. Tím vytvoří i mnoho párů elektron - díra.

To je dáno malou energií, která je v tomto případě nutná na vytvoření páru elektron - díra.

Citlivou oblastí detektoru je PN přechod, který zvětšíme jeho zapojením v závěrném směru. Polovodičový detektor je tedy vlastně dioda zapojená v závěrném směru. Při průletu částice detektorem způsobí ionizační energie částice přeskok elektronu do vodivostního pásu a tedy vznik páru elektron - díra. V oblasti přechodu PN se objeví nabité částice, které budou okamžitě přitahovány elektrostatickou silou ke svorkám zdroje, k němuž je

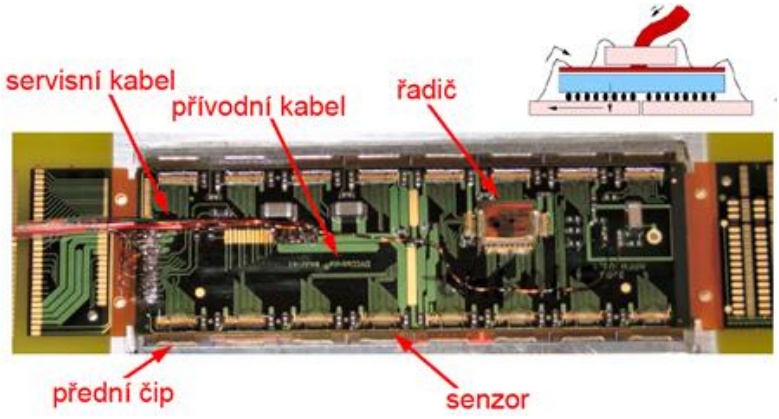
detektor připojen. Obvodem tak projde krátkodobě elektrický proud.

7.5.1.7 | Pixelové detektory

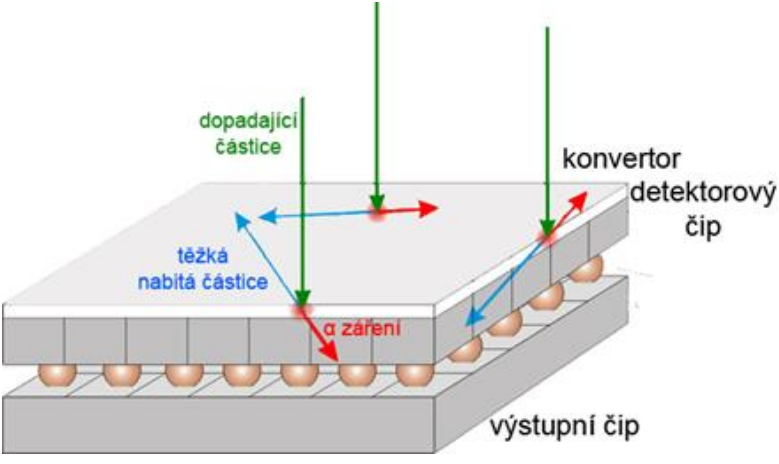
Pixelové detektory (viz obr. 112 a schéma na obr. 113) se používají v detektoru ATLAS, jednoho ze čtyř detektorů urychlovače LHC v CERNu. Obsahují několik vrstev a několik disků na každém okraji detektoru s 1744 moduly o rozměrech 2 cm krát 6 cm. Jsou tvořeny silikonem silným $250\,\mu m$.

Pixelové detektory ATLASu jsou tvořeny dvěma válcovými vrstvami a osmi disky.

Každý modul, který obsahuje 16 výstupních čipů a další elektronické zařízení, je pečlivě přichycen ke stabilnímu mechanickému systému, který zároveň zajišťuje chlazení detektoru. Každý modul obsahuje také přídavné malé čipy, které jsou využity pro lokální řízení a pro vyrovnávací paměť sloužící k přenosu informací optickým vláknem. Tím se také přenášejí synchronizační signály, řídící signály a kalibrační signály.



Obr. 112



Obr. 113

Nejmenší část, z níž může být čtena informace, je

pixel (= *PIXture ELement*) o rozměrech $50\,\mu m$ krát $4000\,\mu m$. V každém modulu je těchto pixelů zhruba 47000. Drobné rozměry pixelů jsou navrženy pro velmi přesné zaznamenávání informací tak, aby nedocházelo ke vzájemné interakci s ostatními pixely. Celkem má každý pixelový detektor 80 milionů výstupních kanálů uspořádaných do matice na křemíkové destičce. Tento typ detektoru je schopen určit polohu částice, která s ním interaguje, s přenosností větší než $14\,\mu m$.

Pixelové detektory jsou ve srovnání se stripovými detektory (tj. drátovými komorami) odolnější vůči radiaci.

7.5.1.8 | Scintilační detektory

Scintilační detektory využívají toho, že částice, která prolétává látkou, látku nejen ionizuje, ale také částečně excituje její atomy (resp. molekuly) na vyšší energetické hladiny. Při excitaci tedy atom (resp. molekula) přijímá od letící částice energii a dostává se do nestabilního stavu. Proto atomy (resp. molekuly) přecházejí zpět do základního stavu - nastává deexcitace. Přitom vyzařují elektromagnetické záření, jehož frekvence je úměrná rozdílu energetických hladin, mezi nimiž se přeskok uskutečňuje.

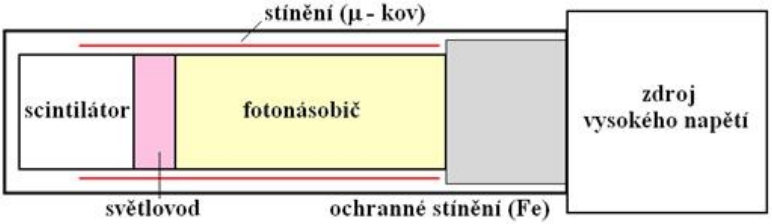
Deexcitace je vlastně spontánní emise.

Frekvence emitovaného elektromagnetického záření, tj. záblesku (scintilace), patří do oblasti viditelného světla

nebo ultrafialového záření.

Nejstarším a nejjednodušším scintilačním detektorem je spintariskop, který objevil v roce 1903 britský fyzik a chemik William Crookes (1832 - 1919). Je tvořen stínítkem pokrytým fluorescenční vrstvou ZnS. Na stínítko dopadají částice, které vyvolávají po dopadu scintilace. Ty jsou pozorovány lupou v temné místnosti trénovanou odpočatou osobou s výborným zrakem. Tento způsob detekování částic byl ovšem značně únavný. Proto jakmile byly objeveny ionizační komory, ustoupilo se od tohoto způsobu pozorování částic. Návrat k této metodě byl vyvolán až sestrojením fotonásobiče, jehož použití nahrazuje vizuální pozorování světelných záblesků.

Schéma scintilačního detektoru je na obr. 114.



Obr. 114

Scintilátory mohou být:

1. organické - nejčastěji jde o aromatické uhlovodíky, v nichž scintilace vznikají při přechodu volných elektronů v molekule;
2. anorganické - většinou krystaly alkalických

halogenidů, které obsahují aktivační příměsi; jedná se o materiál s pásovou strukturou.

U organických scintilátorů jsou energetické hladiny složitější - vytvářejí soustavy singletů a tripletů. Mezi nimi dochází jak k zářivým přechodům (při nich je vyzářen foton) tak k nezářivým přechodům (foton při nich vyzářen není). Při zářivých přechodech dochází k fluorescenci i k fosforenci.

U anorganických látek způsobí prolétávající částice přechod elektronu do vodivostního pásu; ve valenčním pásu vznikají díry. V ideálním případě je přechod zpět velmi nepravděpodobný. Pravděpodobnost deexcitace (tedy spuštění spontánní emise) lze zvýšit přidáním aktivační příměsi. Přidáním aktivační příměsi do krystalu se v jeho zakázaném pásu vytvoří energetické hladiny, přes které se mohou elektrony dostat zpět do valenčního pásu (tj. do svého základního stavu).

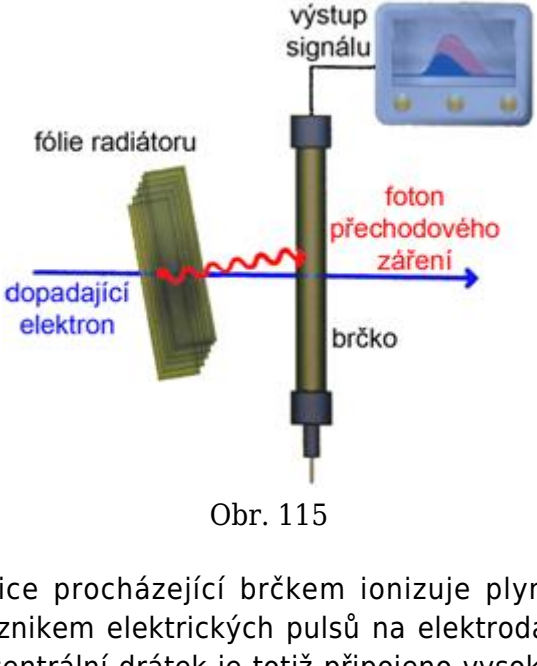
Proces deexcitace je složitější: kladně nabité díry se pohybují k atomům aktivační příměsi a ionizují je. Volně pohyblivé elektrony (jsou zatím stále ve vodivostním pásu) rekombinují s ionizovanými atomy aktivační příměsi a ty se tak dostávají do excitovaného stavu. Z něj mohou deexcitovat.

7.5.1.9 | Transition radiation tracker (TRT)

Jedná se o dráhový detektor využívající přechodového záření (viz obr. 115). Obsahuje stovky tisíc plynem naplněných tenkých brček o průměru 4 mm. Uvnitř každého brčka je velmi přesně vycentrován pozlacený wolframový drátek o průměru 0,03 mm.

Brčka jsou obklopena polypropylénovou pěnou, která plní funkci radiátoru přechodového záření. Přechodové záření je velmi slabé záření emitované rychlými částicemi při průchodu rozhraním dvou prostředí s různými indexy lomu. Pravděpodobnost emise přechodového záření je dána hmotností částice, která emisi způsobuje, v závislosti na velikosti rychlosti.

Např. pion, který má velikost rychlosti stejnou jako elektron, bude emitovat záření méně.



Obr. 115

Částice procházející brčkem ionizuje plyn, což se projeví vznikem elektrických pulsů na elektrodách. Mezi brčko a centrální drátek je totiž připojeno vysoké napětí. Elektrony vzniklé ionizací vytvoří elektronovou lavinu, která se projeví vznikem elektrického proudu na výstupních elektrodách detektoru. Časový okamžik, v němž byl puls zaregistrován systémem, poskytuje určení polohy těchto částic s přesností 0,15 mm.

Brčka tedy fungují jako plynové detektory.

TRT umožňuje odlišit elektrony od těžkých částic (např. piony). Elektrony totiž s daleko větší pravděpodobností emitují fotony přechodového záření než těžké částice. K této emisi dochází při průchodu elektronů vrstvami

radiátoru.

Odlišení elektronů od těžkých částice se využívá v detektoru ATLAS v CERNu.

Pro měření hybnosti je TRT kombinován s polovodičovými detektory (tzv. SCT); TRT dokončuje identifikaci elektronů. TRT též umožňuje samostatné měření hybnosti, ale s menší přesností. Detektor TRT je sestaven ze tří částí - ze dvou koncových částí s radiálními brčky (v každé koncové části jich je 200000) a jedné centrální válcové části s brčky orientovanými ve směru osy (zde je 100000 brček).

7.5.2 | Urychlovače částic

Do 30. let 20. století byly jedinými zdroji částic o vysoké energii záření radionuklidů a kosmické záření. Kosmické záření bylo důkladně zkoumáno, fotografováno a byla v něm objevena řada nových částic (pozitrony, mezony, ...). Lze v něm někdy zachytit též částici o mimořádně vysoké energii, ale to je otázka náhody a štěstí.

Aby bylo možné zkoumat složení a zákonitosti přeměn částic, je třeba použít rychle letící částice jako střely. Čím menší oblast prostoru chceme zkoumat, tím větší energii musíme částici dodat. Velikost rychlosti částice

s nenulovou klidovou hmotností se přitom postupně přibližuje hranici velikosti rychlosti světla ve vakuu a zároveň roste její relativistická hmotnost. Proto je k urychlení částic zapotřebí velká energie.

Vzhledem k tomu, že velikost rychlosti pohybujících se částic se blíží velikosti rychlosti světla ve vakuu, je nutno při stavbě detektorů, plánování poloh detektorů v prstenci, … vzít v úvahu relativistické efekty (kontrakce délek, růst relativistické hmotnosti v závislosti na velikosti rychlosti, relativistickou energii, …).

Tato metoda zkoumání objektů mikrosvěta pochází od Rutherfordových experimentů, při niž objevil atomové jádro. Zkoumaná částice se nárazem „rozbije“ na množství jiných částic a sama zaniká. Nicméně z vlastností střely (velikost rychlosti, energie, klidová hmotnost) a vzniklých částic (energie, náboj, spin, …) lze poměrně spolehlivě určit další vlastnosti „zničené“ částice (poločas rozpadu, …).

Tyto velké energie dodávají částicím urychlovače.

Z tohoto pohledu tedy urychlovač není ten správný název dále popisovaných zařízení. Ve skutečnosti je to „dodávač energie“. Dodáním energie ovšem roste i velikost rychlosti pohybujících se částic.

Název „dodávač energie“ by byl výstižnější i proto, že zatímco energie urychlovaných částic roste znatelně, velikost rychlosti jejich pohybu se i při dalším zvyšování energie již téměř nemění. Hodnota velikosti rychlosti je velmi blízká velikosti rychlosti světla ve vakuu.

Urychlovače se konstruují ve dvou základních provedeních:

1. lineární urychlovač;
2. kruhový urychlovač.

7.5.2.1 | Lineární urychlovač

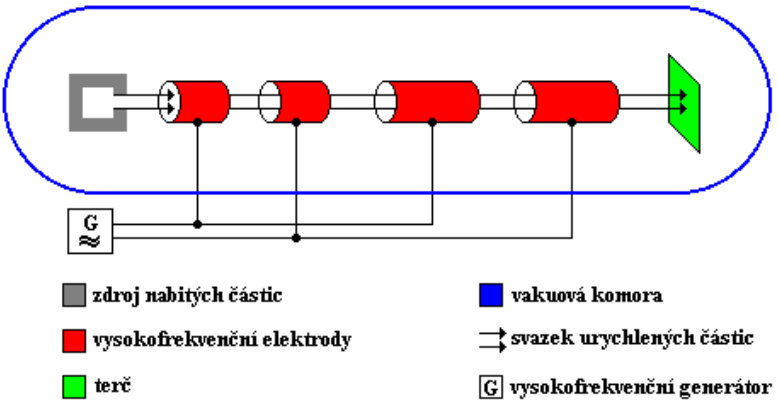
Růst velikosti rychlosti částic a zvětšování jejich energie se dosahuje na **urychlovačích**. První urychlovače využívaly vysokého napětí získávaného např. pomocí Van der Graaffova elektrostatického generátoru.

Lineární urychlovač je tvořen dlouhou přímou urychlovací trubicí obsahující řadu válcových elektrod (viz obr. 116). Částice je urychlovaná elektrostatickým polem mezi elektrodami. Ty jsou přepólovány v okamžiku, kdy je částice uvnitř elektrody a tudíž na ní elektrostatické pole nepůsobí. Délka jednotlivých elektrod je volena tak, aby se při průletu částice vnitřkem elektrod stihla změnit jejich polarita. S nárůstem velikosti rychlosti částice tedy roste i délka elektrod.

Přepólování elektrod je nutné - částice se mají

urychlit. Proto musí být částice neustále přitahována k opačně nabité elektrodě. Kdyby se polarita elektrod neměnila, částice by byla na části své dráhy i brzděna, což je nežádoucí.

Průletem mezi jednotlivými elektrodami získá částice energii $E_1 = qU$, kde q je náboj částice a U je rozdíl potenciálů mezi danými elektrodami. Po průletu celým urychlovačem, který obsahuje n elektrod, má tedy částice energii $E = nE_1 = nqU$.

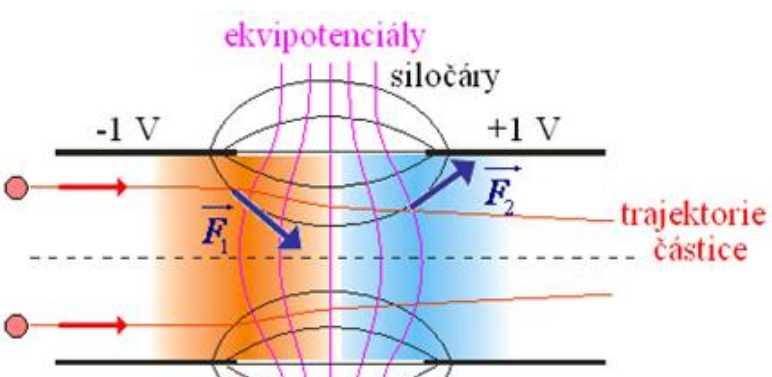


Obr. 116

Elektrické pole mezi elektrodami částice nejen urychluje, ale funguje i jako *elektrostatická čočka*, tj. zaostřuje svazek částic (viz obr. 117).

Zaostřování svazků se dělá proto, aby se částice držely v jednom „chumlu“. Zvyšuje se tak

pravděpodobnost zásahu velmi malé plošky terče.



Obr. 117

Letící záporně nabitá částice je urychlována podélným polem mezi dvojicí elektrod (siločáry tohoto pole jsou zobrazeny na obr. 117). Prolétá-li částice první elektrodou, působí na ní síla $\vec{F}_1$, která ji urychluje a zároveň ji přitahuje směrem k ose urychlovače. Směr síly $\vec{F}_1$ vyplývá z tvaru siločar (resp. ekvipotenciál) elektrostatického pole mezi elektrodami. Síla $\vec{F}_2$, jejíž směr je dán stejným polem jako směr síly $\vec{F}_1$, způsobuje rovněž nárůst velikosti rychlosti částice, ale také změnu směru jejího pohybu. Síla $\vec{F}_2$ táhne ovšem částici směrem od osy urychlovače. Vzhledem k tomu, že v místě, kde na částici působí síla $\vec{F}_1$, se částice

pohybuje pomaleji, než v místě, kde na ní působí síla $\vec{F}_2$, převáží působení síly $\vec{F}_1$. Síla $\vec{F}_2$ bude tedy na částici působit kratší dobu než síla $\vec{F}_1$ a nestihne proto vykompenzovat změnu zakřivení trajektorie částice, které způsobila síla $\vec{F}_1$. Svazek částic se tedy bude soustřeďovat u osy urychlovače - elektrostatická čočka se tedy chová jako spojka.

Urychlovače tohoto typu dosahují délek několika kilometrů a dodávají částicím energii až 20 GeV.

7.5.2.2 | Kruhový urychlovač

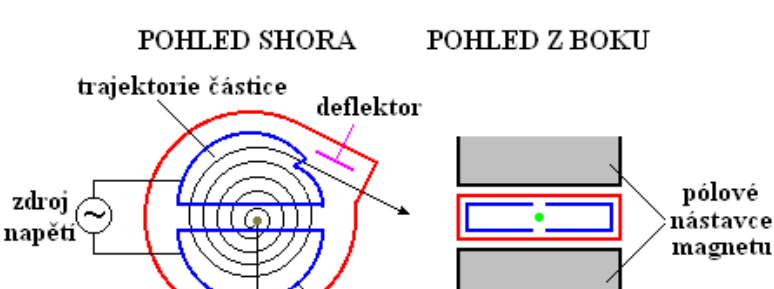
Největší současné urychlovače jsou **kruhové urychlovače**, v nichž se pohybují nabité částice v magnetickém poli po zakřivené trajektorii.

Většina částí kruhového urychlovače využívá tedy interakce nabité částice s magnetickým polem.

7.5.2.3 | Cyklotron

V **cyklotronu**, který zkonstruoval roku 1937 americký fyzik E. O. Lawrence (1901 - 1958), se částice pohybují uvnitř dvou polokruhových komor (**duantů**) umístěných mezi pólovými nástavci obrovského magnetu. K duantům je přiloženo střídavé elektrické napětí. Při přechodu z jednoho duantu do druhého se částice urychlí a zvětší se poloměr její trajektorie (viz obr. 118). Dosáhne-li však

částice relativistické velikosti rychlosti, poroste její relativistická hmotnost a prodlouží se doba oběhu.



Obr. 118

S rostoucí relativistickou hmotností se zmenšuje cyklotronová úhlová frekvence, což znamená, že se zvětšuje perioda oběhu částice. Růst relativistické hmotnosti částice s rostoucí velikostí její rychlosti vyplývá z teorie relativity.

Deflektor umožňuje vyvedení urychlených částic z komory.

S rostoucí dobou oběhu částice magnetickým polem již není možné částici urychlovat střídavým napětím s konstantní frekvencí. Je nutné urychlovací frekvenci přizpůsobovat době oběhu částic, tj. použít zdroj střídavého napětí měnitelné frekvence. Takto

modifikovaný cyklotron se nazývá **fázotron** (**synchrocyklotron**).

V cyklotronu lze částice (protony) urychlit na energie řádově 25 MeV.

7.5.2.4 | Synchrotron

Velké současné **synchrotrony** používají proměnné magnetické pole proto, aby poloměr *r* trajektorií částic zůstával neměnný i při růstu relativistické hmotnost. Pro poloměr *r* podle vztahu odvozeného z cyklotronové úhlové frekvence platí vztah $r = \frac{mv}{qB}$.

Velikost rychlosti *v* je prakticky rovna velikosti rychlosti světla ve vakuu *c*.

Podle závěrů teorie relativity (princip kauzality, relativistická energie, ...) ale nemůže žádná částice s nenulovou klidovou hmotností velikosti rychlosti světla ve vakuu dosáhnout.

To umožňuje budovat urychlovače ve tvaru prstence kolosálních rozměrů (řádově kilometry).

Mění-li se přitom i frekvence urychlovacího napětí, vznikne **synchrofázotron** (**protonový synchrotron**), schopný urychlit protony na energie několika TeV.

7.5.3 | CERN

7.5.3.1 | Historie CERNu

Výzkum v oblasti jaderné fyziky a částicové fyziky byl a stále je nesmírně nákladný: stavba vysoce přesných (a tedy i drahých) urychlovačů a detektorů, kalibrace použitých přístrojů, vybavení, technologický vývoj nových zařízení, ... Bez vzájemné spolupráce by si tento výzkum mohly dovolit pouze nejbohatší státy. Proto už v roce 1949 (tedy krátce po druhé světové válce) navrhl francouzský fyzik Louis de Broglie (1892 - 1987) na Evropské kulturní konferenci v Lausanne ve Švýcarsku vytvoření společné evropské vědecké laboratoře. S podporou UNESCO založilo v roce 1952 jedenáct evropských států provizorní radu, *Conseil Européen pour la Recherche Neucléaire* (*Evropská rada pro jaderný výzkum*). Rada našla vhodné místo pro vybudování společného ústavu nedaleko Ženevy. Název CERN (vycházející ze zkratky názvu rady) se ale natolik vžil, že zůstal ústavu i nadále. A to i přes to, že 29. září 1954 vznikla *Evropská organizace pro jaderný výzkum* s dvanácti zakládajícími členskými státy: Belgie, Dánsko, Francie, Itálie, Jugoslávie, Německo (SRN), Nizozemí, Norsko, Řecko, Spojené království Velké Británie a Severního Irska, Švédsko a Švýcarsko.

Vědci ze států východního bloku se do CERNu dostávali jen velmi těžko. Naštěstí vznikl konkurenční ústav v Dubně v bývalém Sovětském svazu, kde mohli fyzikové ze států východního bloku pracovat. Tyto dva ústavy sice spolu spolupracovaly od svých založení, ale neomezená spolupráce pak mohla začít až od 90. let 20. století.

Dalším důvodem pro zřízení mezinárodní fyzikální laboratoře byla i jakási satisfakce fyziků pracujících v oblasti zkoumání atomového jádra. Chtěli ukázat, že i tato část fyziky může být využitelná pro mírové účely a ne jenom pro konstrukci jaderných bomb, které byly svrženy koncem druhé světové války (6. a 9. srpna 1945) v Japonsku.

CERN neměl nikdy nic společného s jadernou fyzikou jako takovou (jaderné reakce, jaderné reaktory, ...) Název je historický a pochází z doby, kdy mezi jadernou fyzikou a částicovou fyzikovou nebyl tak výrazný rozdíl.

Díky tomu, že se fyzikové v CERNu nezabývají studiem jaderných reakcí, nemá CERN příliš velké problémy se zabezpečením svého území a zaměstnanců a nehrozí akutní nebezpečí teroristických útoků. Pro teroristy je CERN bez jaderného paliva nezajímavý.

Ústav se začal rychle budovat. Dne 6. října 1955 byl pod dohledem švýcarského fyzika Felixe Bloha (1905 - 1983), prvního generálního ředitele CERNu, položen základní kámen. V roce 1957 je uveden do provozu první urychlovač: synchrocyklotron (se zkratkou *SC*), v němž lze částice urychlit na energie 600 MeV. Ten se od roku 1964 zaměřuje výhradně na jadernou fyziku, ostatní částice zkoumá novější a výkonnější protonový synchrotron (PS). Ten byl uveden do provozu v 24. 11. 1959 a byl schopen částice urychlit na energie 28 GeV. S menšími úpravami pak pracuje až do roku 1990.

Jako detektory částic se v té době většinou používaly mlžné komory a ionizační komory. V šedesátých letech (20. století) bylo pořízeno velké množství fotografií z těchto komor, které se zpracovávaly ručně. To byla velmi zdlouhavá, nepřesná a nevhodná metoda zkoumání částic. Posun vpřed znamenal rozvoj tranzistorů a zejména objev tranzistorového jevu. Na základě toho v roce 1968 zdokonalil francouzský fyzik polského původu Georges Charpak (narozen v roce 1924) drátovou komoru.

Dne 27. ledna 1971 začal v CERNu pracovat první proton - protonový collider na světě: *Intersecting Storage Rings* (ISR). Urychlovač se začal stavět v roce 1965 poté, co byla podepsána dohoda s Francií o rozšíření střediska i na francouzské území. Průměr jeho prstence byl 300 m, což z hlediska současných standardů není mnoho, ale na tehdejší dobu to byl úspěch. V průběhu příprav a stavby byly vyvinuty nové metody na vytvoření vysokého vakua

v trubici prstence a na jeho kontrolu, další metody se zabývaly možností detekovat srážky částic a zpracovávat data z těchto experimentů.

V oblasti jaderné fyziky a částicové fyziky (stejně jako např. v oblasti výpočetní techniky) se často používají anglické termíny nebo počeštěné anglické termíny. Typicky je problém se slovem *collider*. Česky by bylo možné tento termín přeložit jako *srážeč* nebo *srážkovač*. Ani jeden z těchto překladů se mezi českými fyziky příliš nepoužívá, proto i v tomto textu bude nadále používán termín *collider*.

Zatímco ostatní laboratoře, které se budovaly ve světě, se zabývaly výzkumem vlastností elektronů, CERN pracoval s protony. Hlavní ideou bylo využít již hotový protonový synchrotron. Tím by vědci z CERNu získali dva intenzivní svazky protonů, které by mohly být navedeny ke společné srážce. Uvedením ISR do provozu získal CERN světovou proslulost a prestiž.

V roce 1973 byly na detektoru Gargamelle pozorovny slabé proudy potvrzující teorii elektroslabého sjednocení sil, na které pracovali americký fyzik Sheldon Glashow (narozen 1932), pakistánský fyzik Abdus Salam (1926 - 1996) a americký fyzik Steven Weinberg (narozen 1933) a za kterou získali v roce 1979 Nobelovu cenu za fyziku. Objev částic přenášejících slabou interakci byl učiněn též v CERNu ale až v roce 1983.

V roce 1976 začíná pracovat urychlovač *Super Proton Synchrotron* (SPS), který má obvod 7 km a v té době se jde o největší urychlovač v CERNu. Současně je to první urychlovač, jehož tunel prochází přes hranici mezi Švýcarskem a Francií. Urychlovač začal pracovat na energiích 300 GeV a postupně jí zvýšil až na 450 GeV. Hlavními experimenty, které na SPS probíhaly, bylo hledání vnitřní struktury protonů, hledání rozdílů mezi hmotou a antihmotou v přírodě, pátrání po vysvětlení, proč ve vesmíru převažuje hmota nad antihmotou, a hledání dalších (exotických) forem hmoty.

V roce 1983 byly na SPS objeveny bosony W a Z, které zprostředkovávají slabou interakci. Objev, který přinesl později Nobelovu cenu, učinila skupina, kterou vedl italský fyzik Carlo Rubbia (narozen v roce 1934) a holandský fyzik Simon van der Meer (narozen v roce 1925).

V roce 1986 se začínají na urychlovači SPS urychlovat i těžké ionty. Do té doby se urychlovaly pouze částice (protony a neutrony). Důvodem této změny je prokázat existenci tzv. kvark - gluonové plazmy, která měla vyplňovat vesmír krátce po Velkém třesku. To bylo v době, kdy byl vesmír velmi horký a hustý a proto běžné částice nemohly existovat.

V srpnu 1989 začíná pracovat *Large Electron - Positron collider* (LEP), který se stal se svým 27 km dlouhým kruhovým tunelem největší civilní stavbou v Evropě. Urychlovače, detektory i prstenec urychlovače jsou v tunelu v hloubce 100 metrů pod zemí. Rada CERNu

schválila jeho stavbu v roce 1981.

Do pondělí 14. listopadu 1994 to byla skutečně největší civilní stavba tohoto druhu v Evropě. Ten den byl uveden do provozu tunel pod kanálem La Manche spojující Velkou Británii s Francií, který má délku 49354 metrů.

Sedm let pracoval LEP s energiemi částic 100 GeV a poté byla tato energie zdvojnásobena. Proto bylo do okruhu prstence přidáno 288 supravodivých urychlujících dutin. Během 11ti let provozu jeho detektory proletěly miliony částic a bylo provedeno velké množství experimentů. Mezi hlavní objevy patří prokázání existence tří (právě tří) generací částic (rodin částic). Zároveň se podařilo dokázat, že existují tři druhy neutrin: elektronové neutrino, tauonové neutrino a mionové neutrino.

Dne 2. listopadu 2000 byl jeho provoz zastaven. Tunel, který využívaly urychlovače a detektory LEP, bude použit při stavbě urychlovače LHC.

V roce 1989 CERNský vědec, anglický matematik Tim Berners-Lee navrhl vyvinout distribuovaný hypertextový informační systém pro laboratoře CERNu. „Vágní, ale vzrušující!“ komentoval návrh jeho šéf a těmito slovy odstartoval informační revoluci. Koncipovaný a rozvinutý návrh na sdílení informací mezi vědci celého světa se setkal s úspěchem. Během Vánoc roku 1990 Berners-Lee definoval základy Webu (URL, http a html) a napsal první

webový prohlížeč a základní software pro první server. Web byl na světě.

V roce 1991 byl první primitivní Web uvolněn pro používání částicovými fyziky. Pomalu ale jistě začal Web pronikat do akademického světa včetně universit a vědeckých laboratoří. První webový server v USA byl připojen do sítě v prosinci 1991 na *Stanford Linear Accelerator Center* (SLAC) v Kalifornii. V roce 1993 uvolnil *National Center for Supercomputing Applications* (NCSA) na universitě v Illinois jejich prohlížeč, který bylo možné velmi snadno nainstalovat a spustit na běžných počítačích i na počítačích typu Macintosh. Stálé stránky Web brzo zaplavily svět. Rok 1994 se proto stal *Rokem Webu*. První mezinárodní konference o World-Wide Web se konala v květnu tohoto roku v CERNu a byla nazvána *Woodstock Webu*. Koncem roku 1994 bylo k webu připojeno přes 10000 serverů, z nichž 2000 bylo komerčních, a zhruba 10 milionů uživatelů. CERN vydal prohlášení dávající Web veřejnému použití a udělal z Webu otevřený standard. Berners-Lee se přesunul na Massachusetts Institute of Technology (MIT), odkud řídí *World Wide Web Consortium* (W3C).

Rok 1993 přinesl přesný výsledek měření symetrie mezi hmotou a antihmotou. Ačkoliv při velkém třesku vzniklo hmoty a antihmoty stejně, náš svět je složen výhradně z hmoty. Vědci neustále pátrali proč. Hledání antihmoty ve velkých nadmořských výškách a v kosmu nepřineslo žádné výsledky. Ale studium rozpadu částic

hmoty a antihmoty přineslo malé rozdíly ve způsobu rozpadu hmoty a antihmoty; tento fyzikální jev se nazývá narušení CP symetrie.

Ačkoliv nebylo mnoho důvodů pro zdánlivou nerovnováhu mezi hmotou a antihmotou ve vesmíru, pozorování ukázala první náznak, že příroda skutečně preferuje jistý druh interakce mezi částicemi. V roce 1993 byly publikovány první přesné výsledky z experimentu NA31 v CERNu o spontánní narušení CP symetrie, které jasně naznačují směr dalšího fyzikálního bádání. Tato měření byla později dále zpřesněna při experimentu NA48 a publikována v roce 2001. Asymetrie mezi hmotou a antihmotou zůstává nadále v centru zájmu fyziků. Ti očekávají, že přesné měření přinese detektor LHCb zkonstruovaný v rámci LHC.

V září roku 1995 tým, který vedl Walter Oelert, vytvořil jako první v CERNu (na urychlovači *Low Energy Antiproton Ring* - LEAR) atomy antivodíku. Devět z těchto atomů bylo vytvořeno při srážkách antipronů s atomy xenonu během tří týdnů! Každý z nich byl stabilní po dobu zhruba 40 ns, pohybovaly se rychlostí blízkou velikosti rychlosti světla ve vakuu, urazili vzdálenost zhruba 10 metrů a pak anihilovali s běžnou hmotou. Při anihilaci bylo vyzářeno elektromagnetické záření, které ukázalo, že antiatomy byly skutečně vyrobeny.

Antičástice neanihilují s částicemi okamžitě - anihilace nastává až tehdy, když jsou částice vůči

antičásticím v klidu. Tohoto jevu se tak využívá v praxi - např. při léčení rakoviny.

To bylo poprvé, kdy byl z částic antihmoty sestaven celý antiatom, a byl to začátek dalšího detailnějšího proměřování vlastností antivodíku. Atom vodíku je pro své jednoduché složení jeden z nejvíce probádaných systémů ve fyzice. Srovnání s atomem antivodíku přináší možnost pochopit asymetrii mezi hmotou a antihmotou ve vesmíru.

V roce 2000 poskytují experimenty přesvědčivé signály existence nového stavu hmoty: kvark - gluonové plazmy. Tento stav hmoty je 20krát hustší než obvyklá hmota složná z hadronů a kvarky se v něm uvolňují z vazeb v nukleonech a volně se pohybují. Tento stav hmoty existoval ve vesmíru několik mikrosekund po Velkém Třesku, před tím, než se začaly vytvářet hmotné částice.

V roce 2002 dva CERNské experimenty (ATHENA a ATRAP) udělaly důležitý krok k pochopení vytváření a zachytávání tisíců atomů antihmoty ve „studeném“ stavu. „Studený“ stav znamená, že se atomy pohybují pomalu a mohou tedy existovat dostatečně dlouhou dobu, než potkají částice hmoty a anihilují s nimi. Studené atomy antivodíku budou novým nástroj pro další studium v různých vědeckých oblastech. Stěžejní přitom bude srovnání interakce hmoty a antihmoty (tedy vodíku a antivodíku) s elektromagnetickým polem a gravitačním polem. Sebemenší rozdíl mezi chováním hmoty

a antihmoty by znamenal vážné důsledky pro naše chápání přírody.

Rok 2004 byl věnován oslavám padesátého výročí založení CERNu. Oslavy vrcholily 19. října, kdy byl slavnostně otevřen Globe, který svými rozměry (27 metrů vysoký a 40 metrů v průměru) připomíná katedrálu Svatého Petra v Římě. Globe, který CERNu darovala Švýcarská konfederace, byl původně určen pro Švýcarskou národní výstavu v roce 2002, kde fungoval jako pavilon udržitelného rozvoje. Globe se stal součástí CERNu jako místo pro návštěvníky a pro pořádání různých konferencí.

V roce 2008 začal pracovat *Large Hadron Collider* (LHC), jehož realizace byla schválena v roce 1994.

Velké projekty v CERNu je nutné připravovat s předstihem. Proto byl nový urychlovač schválen už v době, kdy byl jeho předchůdce (LEP) v plném provozu. V době, kdy se začíná rozbíhat nový urychlovač, se už plánuje jeho následník.

Dne 10. září 2008 v 10:28 dopoledne byl poprvé otestován prstenec LHC - byly do něj poprvé puštěny částice (protony) a vědci testovali, zda částice proletí celým prstencem. Ačkoliv dopadl experiment úspěšně, nelehká práce vědeckého týmu v CERNu tímto dnem neskončila.

Spuštěním LHC se otevřela nová kapitola

v experimentech vysokých energií. Experimenty na LHC by měly zodpovědět co způsobuje hmotnost částice (tj. nalézt teoreticky předpovězený Higgsův boson), z čeho je 99 % temné hmoty a temné energie ve vesmíru, proč příroda upřednostňuje hmotu před antihmotou a jak se vyvíjela hmota v prvních okamžicích existence vesmíru.

Krátce po uvedení do provozu se ovšem přihodila nehoda a z chladících okruhů urychlovače uniklo helium Na závadě se začalo intenzivně pracovat, ovšem opravy nebylo možné urychlit (pomalé ohřívání systému na pokojovou teplotu, oprava, následné pomalé ochlazování, ...), a tak byl urychlovač uveden do provozu znovu až 20. listopadu 2009.

7.5.3.2 | Hlavní cíle CERNu

V současné době má CERN čtyři základní cíle, jejichž priorita je v uvedeném pořadí:

1. základní výzkum;
2. příprava mladých spolupracovníků;
3. spolupráce mezi národy;
4. přínos technologií.

V rámci základního výzkumu probíhá ověřování teoretických modelů (např. standardní model světa), které popisují vlastnosti našeho světa na částicové úrovni. To byl

původní cíl fyziků, když začali začátkem 50. let 20. století přemýšlet o založení mezinárodní organizace.

Pro precizní proměření teoretických modelů v rámci základního výzkumu je nutné navrhnout, většinou novými a moderními prostředky vyvinout a vyrobit řadu měřících přístrojů, sestavit nové výkonné počítače, napsal kvalitní a rychlé počítačové programy, ... Na to vše je nutné vynaložit nemalé finanční prostředky, které plynou z rozpočtu CERNu. Měřící přístroje a další vybavení použité na vybavení experimentů v CERNu musí být velmi přesné a rychlé. Budou totiž zaznamenávat velké množství informací ve velmi krátkém čase, během kterého částice vzniklé při srážce existují nebo během kterého se pohybují detektorem.

Tyto už vyvinuté a zaplacené technologie je pak možné použít ke konstrukci přístrojů, jejichž přesnost nemusí být dokonalá, ale které mohou pomoci např. lékařům při diagnostice nemoci pacienta (tomograf, Leksellův gama nůž, ...). Tyto komerčně vyráběné přístroje tak budou levnější (vývoj technologie zaplatil CERN a zkušební provoz s upozorněním na nedostatky se odehrál také v CERNu) a tedy i dostupnější. Nové technologie původně určené pro CERN jsou lidstvu poskytovány zdarma - typickým příkladem je Web. Ten byl vyvinut původně pro potřeby CERNu a během několika let byl dán k dispozici celému lidstvu zdarma.

Nové technologie a nové nápady při psaní počítačových programů vyžadují značný duševní potenciál.

Proto se CERN obrací zejména na mladé studenty, kteří by se jednou mohli stát pracovníky CERNu a podílet se na dalším zdokonalování měřících technik, vývoji nových zařízení, ... Proto CERN nabízí řadu stáží nebo táborů studentům středních škol, vysokých škol, ale i jejich pedagogům, aby mohli své studenty kvalitně informovat. Tak je možné „vychovávat“ mladé talentované lidi a postupně je připravovat (např. formou zpracování diplomové práce či disertační práce) na práci v CERNu.

CERN je mezinárodní organizace, a proto se zde setkávají vědci, technici, dělníci, administrativní pracovníci a další personál ze všech členských zemí. Práce na společném projektu dává zapomenout na politické, společenské a další rozdíly, které by mohly dělit jednotlivé národy. Navzájem se respektují a poznávají tradice, zvyky a obyčeje svých zemí.

7.5.3.3 | Česká republika v CERNu

Čeští vědci byli vždy považováni za výborné odborníky. Dostat se do CERNu před rokem 1989 bylo ale velmi komplikované, ne-li nemožné. Několika z nich se to podařilo tak, že buď emigrovali do států západního bloku a nebo odjeli na pracovní pobyt do konkurenčního ústavu v Dubně v bývalém Sovětském svazu a odtamtud byli vysláni do CERNu.

Rok 1989 byl začátek nové éry nejen v České

republice, ale i v CERNu. Do provozu byl uveden LEP, na jehož experimentech chtěla spolupracovat i Česká republika. Proto se snažila získat členství v CERNu. V roce 1992 byla přijatá mezi členské země CERNu ČSFR (tedy ještě federální republika složená z České republiky a Slovenské republiky). Po rozpadu ČSFR (31. 12. 1992) požádala o členství v CERNu samostatná Česká republika. Jednání o přijetí proběhlo zrychleně, neboť řada administrativních úkonů mohla být převzata z jednání o vstupu ČSFR do CERNu.

Od té doby se vědci z České republiky podílejí na přípravě experimentů a na jejich provozu. U LHC se čeští vědci podíleli na přípravách všech detektorů (tj. ATLAS, ALICE, CMS a LHCb). Hlavní náplní českých vědců ovšem byla spolupráce na stavbě detektorů ATLAS a ALICE.

Česká republika, stejně jako ostatní členské státy CERNu, platí ze svého státního rozpočtu určitou finanční částku. Tato částka je závislá na možnostech každého státu a počítá se na základě hrubého domácího produktu. Přístup na experimenty v CERNu je na této částce závislý: vědci ze států, které se podílí větší částkou, mají u experimentů větší prostor a mohou si proměřovat své úlohy. Část finančních prostředků se ovšem do České republiky vrací zpět - české firmy získávají zakázky od CERNu, a tak část financí přinášejí zpět do republiky.

7.5.3.4 | Fyzikální rozbor srážky

Kruhové urychlovače jsou ve srovnání s lineárními urychlovači výhodnější pro další zkoumání částic. Mohou se v nich totiž používat tzv. **vstřícné svazky částic**.

Svazky částic (tzv. bunch) se místo jedné částice používají proto, že se tím zvyšuje pravděpodobnost srážky částic.

To znamená, že se urychlí částice letící urychlovačem jedním i druhým směrem. Tyto částice se pak nechají navzájem v detektoru urychlovače srazit. Srážka tak vlastně proběhne při dvojnásobné energii, než mají srážející se částice.

Podobnou situaci (bohužel) známe i v makrosvětě: čelní srážka dvou vozidel je výrazně horší než náraz vozidla do betonového sloupu mostu nebo do stojícího vozidla. V případě čelní srážky se veškerá kinetická energie automobilů spotřebuje na deformaci (automobilu i posádky). V případě nárazu do nehybné překážky se část celkové kinetické energie spotřebuje na pohyb šrotu, který z automobilu po srážce zůstal (trosky automobilu nebo sloupu odletí několik desítek metrů od místa nehody).

Při srážkách částic je „odhození šrotu“ pro fyziky nežádoucí. Částicoví fyzikové potřebují, aby se veškerá

energie, kterou pohybující se částice mají, spotřebovala na destrukci částic a tedy i na „narození“ nových částic. Tento jev nemá analogii s makrosvětem: při srážce dvou aut se nestane, že by se šrot vytvaroval tak, že by z místa srážky odlétl nádherný motocykl. Ve fyzice je to jediný způsob, jak vytvořit nové částice: nechat jiné částice vzájemně srazit.

I v případě, kdy se objekt vzniklý při srážce dvou jiných objektů (vrak automobilu, částice, ...) bude po srážce sám pohybovat, lze najít vhodnou vztažnou soustavu pro výpočty. Takové soustavě se říká **těžišťová soustava** a je to soustava spojená s těžištěm srážejících se objektů. V této soustavě platí: $\overrightarrow{p_1} = -\overrightarrow{p_2}$.

Uvažujme nyní srážku dvou částic, které mají před srážkou relativistické energie E_1 a E_2 a relativistické hybnosti $\overrightarrow{p_1}$ a $\overrightarrow{p_2}$ (viz schématicky obr. 119a)).

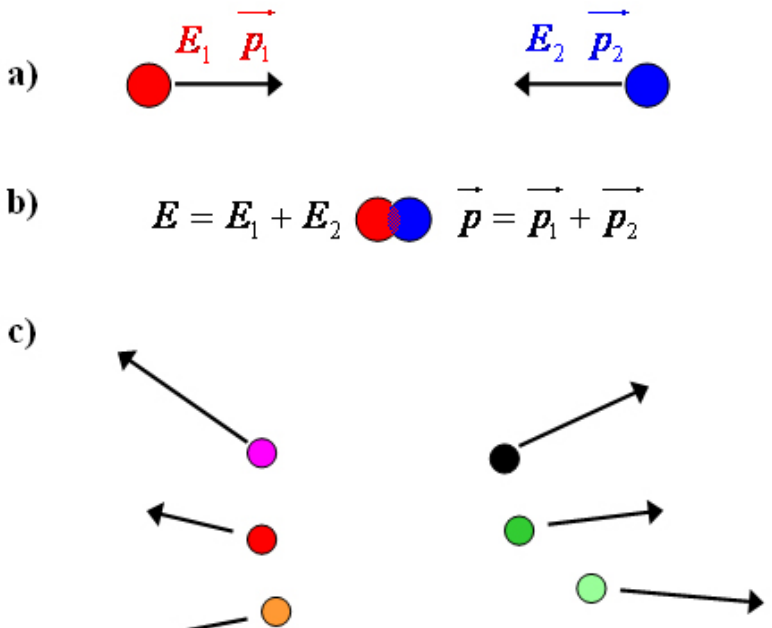
Popisovat částice pomocí energie místo velikosti rychlosti je výhodnější. Už při energii, která je 10krát větší než je klidová energie dané částice, se tato částice pohybuje rychlostí o velikosti více než 90 % velikosti rychlosti světla ve vakuu. Další zvyšování velikosti rychlosti částice by se tedy popisovalo matematicky velmi nepřehledně. Proto se používá k popisu relativistická energie částice, kterou lze

v současných urychlovačích zvýšit oproti klidové energii více než 1000krát.

Podle relativistického vztahu souvislosti energie a hybnosti pro uvedené veličiny platí vztahy: $E_1^2 = p_1^2c^2 + m_{01}^2c^4$ a $E_2^2 = p_2^2c^2 + m_{02}^2c^4$, v nichž m_{01} a m_{02} jsou klidové hmotnosti daných částic. Pokud provedeme matematickou úpravu daných vztahů, získáme $E_1^2 - p_1^2c^2 = m_{01}^2c^4$ a $E_2^2 - p_2^2c^2 = m_{02}^2c^4$. Pravé strany rovnic jsou tedy konstanty.

Relativistická energie a relativistická hybnost částice tedy nemohou být libovolné - musí mít takové hodnoty, aby platily výše uvedené vztahy. Pravá strana, která je konstantní při libovolných hodnotách relativistické energie a relativistické hybnosti, se nazývá **invariant**.

Pravá strana je opravdu konstanta: klidová hmotnost je stálá a nemění se (ani vlivem relativistických jevů), a velikost rychlosti světla ve vakuu je také konstanta.



Obr. 119

Během srážky a po ní (viz obr. 119b) bude celková relativistická energie částic $E = E_1 + E_2$ a relativistická hybnost $\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$. Bude tedy platit: $(E_1 + E_2)^2 - \left(\vec{p_1} + \vec{p_2}\right)^2 c^2 = s$, kde *s* je označení invariantu na pravé straně. Pokud vznikne po srážce jedna těžká částice,

bude $s = M^2c^4$, v případě, že vznikne *n* částic (jako na obr. 119c) bude $s = \left(E_1' + E_2' + \ldots + E_n'\right)^2 - \left(\overrightarrow{p_1'} + \overrightarrow{p_2'} + \ldots + \overrightarrow{p_n'}\right)^2 c^2$. Z původních částic tak vznikly částice nové. Původní částice mohly, ale nemusely přežít.

Průběh reakce závisí na způsobu srážky (čelní ráz, pružný ráz, nepružný ráz, ...), na účinném průřezu a dalších charakteristikách.

Pro kruhové urychlovače je vhodné srážet vstřícné svazky dvou typů částic se stejnou klidovou hmotností a stejným (nebo opačným) nábojem. Takové částice lze totiž proti sobě urychlovat ve stejném urychlovacím prstenci. Pokud tedy budeme uvažovat částice, pro jejichž relativistické energie platí $E_1 = E_2$ a pro jejichž relativistické hybnosti platí $\overrightarrow{p_1} = -\overrightarrow{p_2}$, můžeme psát: $\left(E_1 + E_2\right)^2 - \left(\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2}\right)^2 c^2 = s$. Tedy $\left(2E_1\right)^2 - 0^2c^2 = s$, z čehož vyplývá $2E_1 = \sqrt{s}$. To znamená, že v těžišťové soustavě je na tvorbu nových částic k dispozici energie $E_{\text{na nové částice}} = 2E_1$.

Pokud bychom uvažovali srážku dvou částic, z nichž jedna by byla v klidu, dostaneme jiný výsledek. První částice nalétává s relativistickou energií E_1, druhá stojí a má tedy jen klidovou energii $E_2 = m_{02}c^2$. Hybnost první částice je $\overrightarrow{p_1}$, hybnost druhé je nulová. Po dosazení do

relativistického vztahu souvislosti energie a hybnosti $(E_1+E_2)^2-\left(\overrightarrow{p_1}+\overrightarrow{p_2}\right)^2c^2=s$ dostaneme $\left(E_1+m_{02}c^2\right)^2-\left(\overrightarrow{p_1}\right)^2c^2=s$. Po úpravě máme $E_1^2+2E_1m_{02}c^2+m_{02}^2c^4-p_1^2c^2=s$. S využitím vztahu mezi souvislosti energie a hybnosti lze psát: $2E_1m_{02}c^2+m_{02}^2c^4+m_{01}^2c^4=s$; takže $\sqrt{s}=\sqrt{2E_1m_{02}c^2+m_{02}^2c^4+m_{01}^2c^4}$. Pro dvě částice se stejnými klidovými hmotnostmi bychom dostali: $\sqrt{s}=\sqrt{2E_1m_{01}c^2+m_{01}^2c^4+m_{01}^2c^4}=\sqrt{2E_1m_{01}c^2+2m_{01}^2c^4}=\sqrt{2m_{01}c^2\left(E_1+m_{01}c^2\right)}$. Při srovnání s energií, která po srážce částic letících proti sobě zůstane na tvorbu nových částic, je energie v tomto případě menší. Proto jsou vstřícné svazky výhodnější.

7.5.3.5 | Kruhový urychlovač

V současné době je hlavním kruhovým urychlovačem v CERNu urychlovač LHC, který se nachází v průměrné hloubce 100 metrů v tunelu, ve kterém do roku 2002 pracoval urychlovač LEP. Částice se pohybují v trubici, která má průměr zhruba 15 cm a v níž je velmi vysoké vakuum. Hlavními komponentami kruhového urychlovače jsou:

1. urychlovací dutiny;
2. fokusační magnety - kvadrupólové magnety

(kvadrupóly);
3. vychylovací magnety - dipólové magnety (dipóly);
4. detektory.

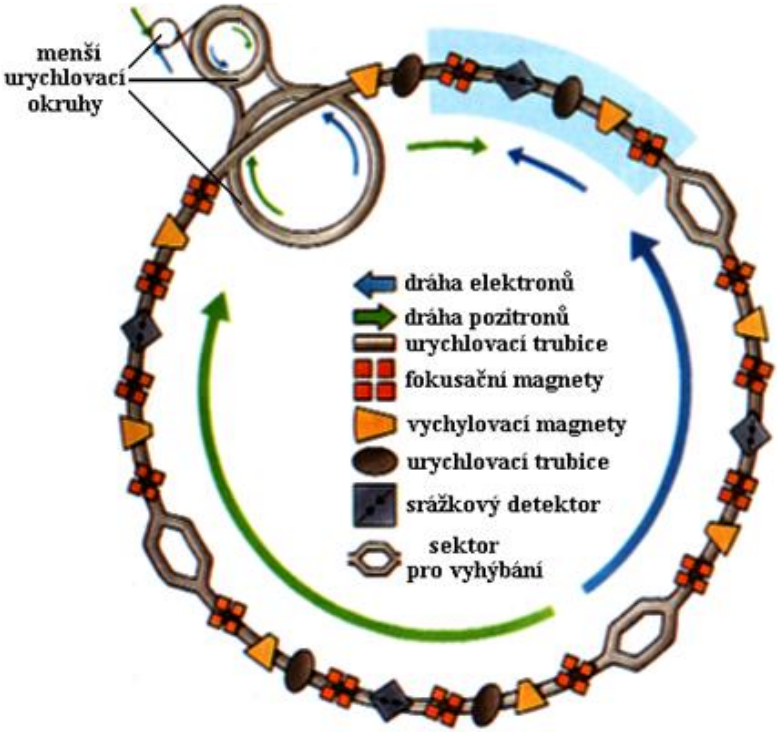
Všechny magnety, které se v urychlovači používají jsou elektromagnety. Tvar magnetických indukčních čar příslušného magnetického pole je určen tvarem pólových nástavců elektromagnetů. Vzhledem k tomu, že magnetické pole těchto elektromagnetů musí být dostatečně silné, jsou tvořeny cívkami, jejichž vinutí je ze supravodiče. Proto musí být elektromagnety chlazeny - používá se kapalné hélium, které má teplotu asi 2 K.

Elektromagnet musí překonat magnetické pole Země a ještě „stíhat“ urychlovat resp. fokusovat částice, které se pohybují téměř rychlostí světla ve vakuu. A částice magnetickému poli „nesmí utéct“. Proto se používají supravodivé elektromagnety schopné vytvořit silná magnetická pole.

Před vstupem do hlavního okruhu, jehož schéma je znázorněno na obr. 120, se částice urychlí v lineárním urychlovači a třech menších okruzích, v nichž se jejich energie zvýší na 20 GeV. Hlavní okruh je rozdělen do sekcí, z nichž každá plní určitou funkci.

Schéma na obr. 120 popisuje urychlovač LEP, v němž se srážely elektrony a pozitrony. Schéma urychlovače LHC, který pracuje v CERNu od roku 2008, je podobné.

Jen se urychlují jiné částice, a proto musely být jednotlivé sekce vyměněny nebo překalibrovány. Fyzikální princip je ale stále stejný.



Obr. 120

Částice se pohybují v trubici, v níž je vysoké vakuum a podél níž jsou rozmístěny důležité komponenty urychlovače.

7.5.3.5.1 | Urychlovací dutiny

K urychlování částic v urychlovači dochází v **rezonančních urychlovacích dutinách** (viz schématicky na obr. 121). Energie $E=qU$, kterou částice získává průletem mezi elektrodami lineárního urychlovače, je závislá na amplitudě napětí mezi elektrodami. Energie takto předávaná částici je tedy omezená tím, jak velké střídavé napětí jsme schopni vyrobit. Větší intenzity elektrického pole je možné dosáhnout oscilací elektrického pole uvnitř uzavřené dutiny, do níž se bude dodávat energie zvenčí.

Pro urychlení částice je důležitá velikost síly, kterou na ní bude elektrické pole působit. A tato síla závisí na elektrické intenzitě pole, které v dutině vyrobíme.

Elektromagnetické pole vytvoří v dutině elektromagnetické vlnění a to se chová jako sloupec vzduchu v hudebním nástroji (např. v píšťalách). V dutině tedy vznikne stojaté vlnění.

Největšího efektu (tj. v tomto případě nejvyšší elektrické intenzity pole v dutině) lze dosáhnout pomocí rezonance. Pro ten účel se používají mikrovlny s frekvencí stovky MHz, kterými lze dosáhnout elektrické intenzity o velikosti desítek $\mathrm{MV.m^{-1}}$.

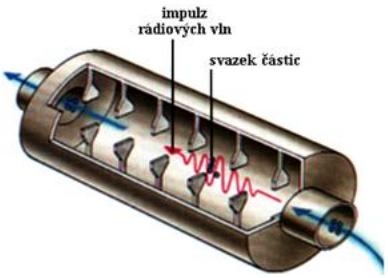
Tato situace je analogická situaci v RLC obvodu, s jehož pomocí lze zdrojem s malým napětím vybudit při rezonanční frekvenci v obvodu velké oscilující napětí.

Ne každé rozložení elektromagnetických vln v prostoru je vhodné k urychlování. Elektromagnetické vlnění uvede nabitou částici do pohybu, ale ta bude vykonávat kmitavý pohyb. Cílem urychlovací dutiny v urychlovači je urychlit částici v jednom směru jejího pohybu. Proto je třeba tvarem dutiny a způsobem buzení vytvořit speciální rozložení elektromagnetického pole (mód elektromagnetického pole), které je schopno svazek částic urychlit v požadovaném směru.

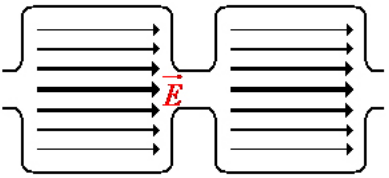
Urychlení částic tímto způsobem je analogické situaci, kdy surfař na moři „chytá“ vlnu, na níž se pohybuje.

Výpočty ukazují, že vhodné rozložení elektromagnetického pole je takové, jehož elektrické pole je podélné a velikost elektrické intenzity směrem od kraje dutiny k její ose roste (viz obr. 122).

V dutině dochází k elektromagnetické indukci: elektromagnetické pole indukuje ve stěnách dutiny elektrický proud. Stěny se tak zahřívají, což způsobuje energetické ztráty. Proto se stěny dutin zevnitř pokrývají tenkou vrstvou (několik mikrometrů silnou) supravodivého materiálu. Tím se ztráty výrazným způsobem sníží.



Obr. 121



Obr. 122

7.5.3.5.2 | Fokusační magnety

Pro správnou funkci urychlovače se částice musí pohybovat pokud možno přesně po ideální kruhové trajektorii uprostřed urychlovací trubice tak, aby nenarážely do jejích stěn. Částice se ovšem po této ideální trajektorii nepohybují. Příčinou odchýlení jsou zejména:

1. nehomogenity magnetického pole (způsobeném mírným kolísáním hodnoty elektrického proudu v elektromagnetech, nehomogenitou teploty supravodiče, z nějž jsou cívky elektromagnetu navinuty, …);
2. srážky částic se zbytkovým plynem v trubici (v ní je sice udržováno velmi vysoké vakuum, ale nějaké částice v něm zůstanou).

Proto je nutné částice fokusovat do středu urychlovací trubice.

Mechanismus fokusace musí na částice, které jsou

dále od své ideální trajektorie, působit silou vracející je na tuto ideální trajektorii, zatímco na částice, které se pohybují po požadované trajektorii, žádnou silou působit nesmí. Tyto požadavky splňuje magnetické pole vytvořené pomocí kvadrupólových magnetů.

Kvadrupólový magnet je tvořen čtyřmi magnetickými póly, které jsou rozmístěné tak, že vždy proti sobě jsou stejné póly (viz schématicky na obr. 123).

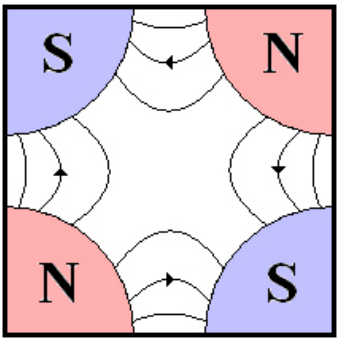
Orientaci magnetických indukčních čar lze určit na základě domluvy: vně magnetu mají magnetické indukční čáry směr od severního pólu magnetu k jižnímu pólu magnetu.

Bude-li prolétat kvadrupólovým magnetem nabitá částice, bude na ní působit výslednice magnetických sil $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ a $\vec{F}_4$ (viz obr. 124, na kterém výslednice sil zakreslena není).

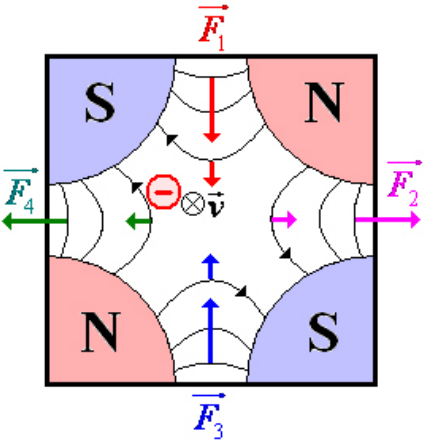
Směr sil lze určit Flemingovým pravidlem levé ruky; přitom je důležité si uvědomit, že částice na obr. 124 je nabitá záporně a tedy se pohybuje proti domluvenému směru elektrického proudu.

Poznámka: Síly jsou zakresleny u magnetických indukčních čar nikoliv u částice, jak by správně mělo být.

Směr pohybu nabité částice v magnetickém poli lze vyjádřit symbolicky - na obr. 124 se tedy záporně nabitá částice pohybuje směrem do nákresny (tj. od nás pryč).



Obr. 123



Obr. 124

Velikost sil $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ a $\vec{F}_4$ bude s rostoucí vzdáleností částice od středu kvadrupólového magnetu (tj. od své ideální trajektorie) narůstat. Proto na částice, které se pohybují po téměř ideální trajektorii v urychlovači bude působit velmi malá síla, zatímco na částice od ideální trajektorie vzdálenější bude působit síla větší. To je přesně cílem fokusační sekce urychlovače.

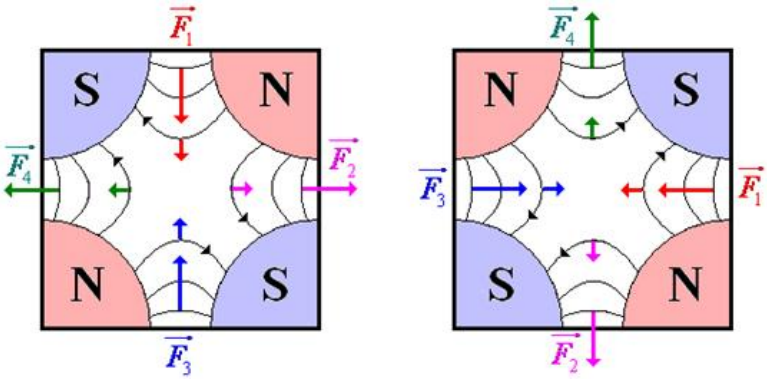
Ve středu kvadrupólu se magnetická pole všech čtyř magnetů, jimiž je kvadrupól tvořen, navzájem ruší a proto na částice pohybující se středem kvadrupólu nepůsobí žádná síla.

Podle obr. 124 na částici vychýlenou ve svislém směru působí síly $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_3$ mířící do středu. Vrací tedy částici na její ideální trajektorii a tím svazek částic zaostřují (fokusují). Na částici vychýlenou ve vodorovném směru působí síly $\vec{F}_2$ a $\vec{F}_4$ mířící od středu kvadrupólu. Tyto síly částici více oddalují od její ideální trajektorie a celý svazek částice tedy rozostřují.

Kvadrupólový magnet tedy funguje ve svislém směru jako spojka a ve vodorovném směru jako rozptylka.

Aby se zaostřil svazek částic na ideální trajektorii v obou směrech, stačí umístit ve vhodné vzájemné vzdálenosti za sebou dva kvadrupólové magnety vzájemně pootočené o $90°$ (viz obr. 125).

Poznámka: Na obr. 125 jsou zobrazeny dva kvadrupóly vedle sebe kvůli přehlednosti. Ve skutečně jsou za sebou: za první magnet (ten vlevo) se „zasune“ druhý (ten vpravo).



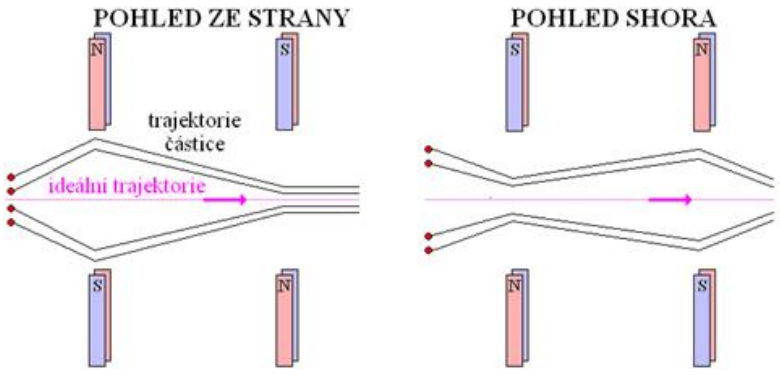
Obr. 125

Každý kvadrupólový magnet na obr. 125 funguje stejně. Tím, že jsou navzájem pootočeny o 90° a jsou umístěné ve správné vzdálenosti od sebe, zaostří svazek letících částic do středu (tj. na ideální trajektorii částic) v obou směrech. Schématicky tuto situaci zobrazuje obr. 126.

K zobrazení na obr. 126 dospějeme tak, že magnety zobrazené na obr. 125 „zasuneme“ za sebe (pravý za levý) a tuto sestavu otočíme o 90° „zepředu dozadu směrem vlevo“. A nyní se na sestavu podíváme ze strany (tj. tak, jak zůstane po právě popsaném otočení) a shora.

Částice se pohybují určitým směrem a kdyby nebyly v magnetickém poli, tak by směr svého pohybu nezměnily. Vzhledem k tomu, že v magnetickém poli jsou, změní se směr jejich pohybu přesně v souladu

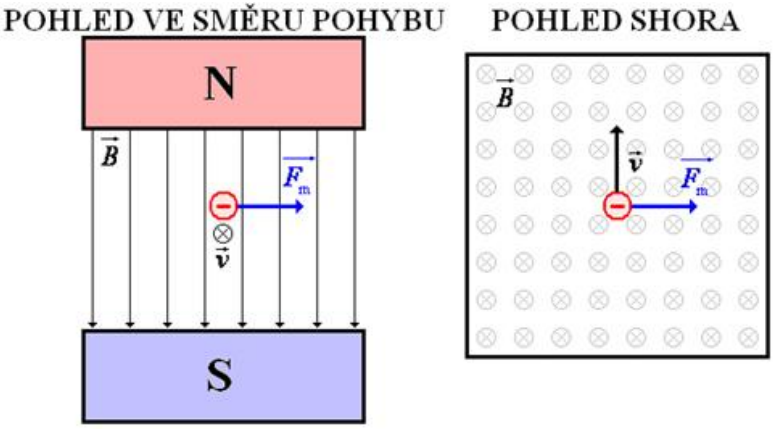
s vlastnostmi kvadrupólového magnetu (viz obr. 124 a obr. 125). Proto jsou částice u prvních magnetů v první části obr. 126 tlačeny směrem do středu (ačkoliv to na obrázky vypadá, že od středu odlétají). Magnety mění jejich trajektorii - v místě, kde je magnet se změní směr pohybu částice.



Obr. 126

7.5.3.5.3 | Vychylovací magnety

Vychylovací magnety jsou tvořeny dipólovými magnety, tj. magnety, které mají dva magnetické póly. Pohybuje-li se nabitá částice v magnetickém poli dipólového magnetu, působí na ní magnetická síla $\overrightarrow{F_m}$ (viz obr. 127), která má charakter dostředivé síly $\overrightarrow{F_d}$.



Obr. 127

Magnetická síla totiž působí ve směru kolmém na směr pohybu částice. Proto nemůže měnit velikost rychlosti pohybující se částice. Mění směr rychlosti částice - způsobuje tedy zakřivování trajektorie částice.

Platí tedy $\overrightarrow{F_d} = \overrightarrow{F_m}$, což znamená, že platí i $F_d = F_m$. Po dosazení dostáváme $ma_d = BIl$ a po úpravě $m\frac{v^2}{r} = B\frac{q}{t}l$, nebo-li $m\frac{v^2}{r} = Bqv$. Přitom *m* je hmotnost částice, *v* velikost rychlosti jejího pohybu, *q* náboj částice a *B* velikost magnetické indukce magnetického pole dipólu. Vztah $m\frac{v^2}{r} = Bqv$, který lze dále zjednodušit na $m\frac{v}{r} = Bq$, tedy

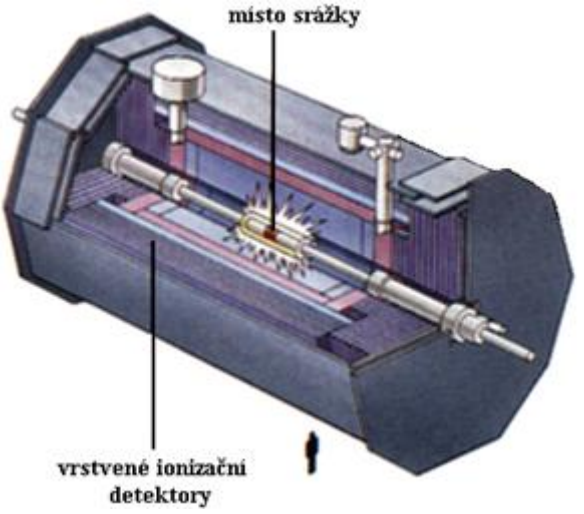
svazuje důležité charakteristiky pohybující se částice.

Pro úhlovou frekvenci ω_c, která charakterizuje pohyb po kružnici s poloměrem *r*, platí: $\omega_c = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$. Tato úhlová frekvence se nazývá **cyklotronová úhlová frekvence**.

Provedený výpočet je pouze rámcový, neboť částice se pohybují rychlostí, jejíž velikost tvoří nezanedbatelné procento velikosti rychlosti světla ve vakuu. Proto je nutné při výpočtech u skutečných urychlovačů používat závěry teorie relativity a brát v úvahu relativistické efekty (kontrakci délek, skládání rychlostí, relativistickou hmotnost, relativistickou energii, ...).

7.5.3.5.4 | Detektory v urychlovačích

Částice urychlené na požadovanou energii se přivedou do detektoru (viz obr. 128), který zaznamenává produkty srážky. Celý urychlovač musí být přitom navržen a postaven tak, aby se částice (resp. svazky částic) srážely právě v detektoru. Pro detekci produktů srážek se v urychlovačích používají tzv. **kalorimetry**. Tyto detektory měří energii částic tak, že částice zcela zastaví (absorbuje). Detektor je schopen detekovat jak nabité částice (elektrony, pozitrony a hadrony), tak nenabité částice (neutrony a γ záření).



Obr. 128

Prochází-li částice kalorimetrem dochází k rozvoji jedné ze spršek:

1. elektromagnetická sprška;
2. hadronová sprška.

Sprška je částicovými fyziky běžně používaný název. Jde o to, že jedna částice vytvoří řadu dalších částic, které se vzájemnými srážkami buď sami se sebou nebo s částicemi materiálu detektoru přeměňují na další a další částice.

Jde o velmi podobný jev jako lavinová ionizace, která se využívá v ionizačních detektorech.

Elektromagnetická sprška (viz obr. 129) vzniká tak, že elektron (resp. pozitron) prolétávající materiálem vyzáří foton, který vytvoří pár elektron - pozitron. Ty dále vyzařují fotony, které mohou vytvořit páry elektron - pozitron.

Elektron vyzařuje foton proto, že se tím „zbavuje“ části své energie.

Sprška se rozvine pouze tehdy, má-li počáteční částice (elektron, pozitron nebo foton γ záření) dostatečnou energii. Pokud nemá částice dostatečnou energii na vyvolání spršky, ztrácejí elektrony a pozitrony svou energii zejména ionizací nebo excitací atomů daného materiálu. Vše končí tak, že elektrony a pozitrony ztratí svou kinetickou energii, zastaví se a dojde k anihilaci párů elektron - pozitron. Fotony vzniklé při anihilaci jsou materiálem pohlceny.

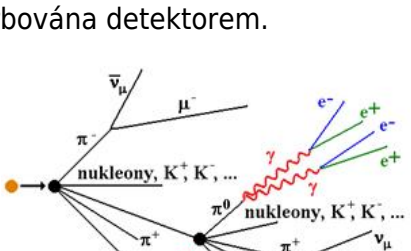
Hadrony (nukleony, piony, mezony, ...) reagují s atomovými jádry materiálu silnou interakcí. Proto vzniká **hadronová sprška** (viz obr. 130), která je tvořená hlavně nabitými a neutrálními piony (π^+, π^- a π^0). Neutrální piony se velmi rychle rozpadají na dva fotony a rozvine se tak elektromagnetická sprška. Neutrina ν_μ proletí detektorem, aniž by podstatněji interagovala s jeho materiálem. Miony μ^+ a μ^- zanechají v detektoru jen část energie.

Z tohoto hlediska jsou tedy neutrina (a částečně i miony) „neviditelné“ - nezanechávají v detektoru výrazné stopy.

Z hadronové sprškytedy část energie uniká, aniž by byla změřena. Proto je proměřování hadronové sprškysložitější než proměřování elektromagnetické sprškyjejíž energie je bezezbytku absorbována detektorem.



Obr. 129



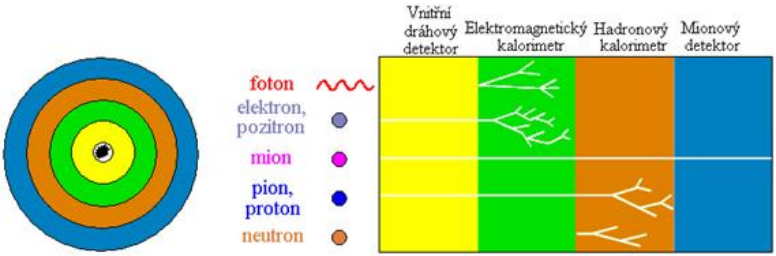
Obr. 130

Z teorie a měření vyplývá, že průměrná vzdálenost, kterou musí v materiálu urazit hadron než silně zareaguje, je větší, než vzdálenost nutná pro rozvoj elektromagnetické sprškyProto jsou kalorimetry tvořené z několika vrstev (viz obr. 131):

1. vnitřní dráhový detektor;
2. elektromagnetický kalorimetr;
3. hadronový kalorimetr;
4. mionový detektor.

Toto uspořádání detektoru zaručuje, že převážná většina částic vzniklých při srážce projde detektorem. Jen velmi malá část částic unikne, aniž by detektorem prošla. Částice, které detektorem neprojdou, mají po srážce většinou směr původní rychlosti srážejících se částic, takže se pohybují prstencem urychlovače a v něm zanikají.

I většina neutrin projde detektorem, ovšem díky jejich velmi malému účinnému průřezu nebudou s materiálem detektoru téměř vůbec interagovat.



Obr. 131

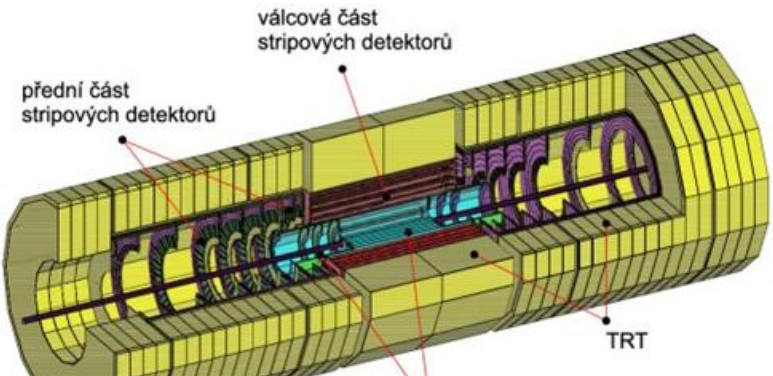
Detektor tedy připomíná cibuli - jednotlivé části „obalují“ trubici, v níž se pohybují částice urychlovačem. Každá část detektoru zachytí jen určitý typ částic, ostatní projdou buď do další části detektoru a nebo proletí, aniž by zanechaly jakoukoli stopu (např. neutrina).

Odezva (informace), kterou získáme z detektoru po průletu částice, závisí na typu prolétávající částice i na metodě, která byla k detekci použitá. Proto se detektor

staví z jednotlivých částí, z nichž každá poskytuje informace o jiných částicích. Všechny částice, které detektorem projdou, ovšem vznikly ze srážky částic pohybujících se v urychlovači. Proto detektory poskytují informace o průběhu této srážky a vlastnostech částic, které při ní vznikly. Tyto komplexní informace získají ale fyzikové až po počítačovém zpracování dílčích informací z jednotlivých částí detektoru.

7.5.3.5.4.1 | Vnitřní dráhový detektor

Vnitřní dráhový detektor (viz obr. 132) je tvořen minimem materiálu, který má jemnou segmentaci, aby bylo možné přesně proměřit trajektorie částic. Z toho důvodu je tento detektor umístěn v magnetickém poli, jehož magnetická indukce má velikost 2 T. Nabité částice v magnetickém poli se totiž vychýlí a lze určit typ jejich náboje, změřit velikost jejich hybnosti (a tedy i velikost rychlosti) a energii. Měření se provádí pixelovými detektory, stripovými detektory a detektory, které využívají přechodové záření.



Obr. 132

Každou sekundu projde milimetrem čtverečním materiálu detektoru 100000 částic. Proto je detektor i výstupní elektronika systému poškozována. Dutina vnitřního detektoru je od koncové části kalorimetru oddělena polyetylenovým moderátorem, který snižuje energii neutronů vracejících se z kalorimetru zpět do dutiny.

Vnitřní detektor využívá kombinace několika velmi přesných jemně strukturovaných vrstev polovodičových detektorů ve vnitřní části (tzv. *tracker*) a soustavy velkého množství plynových detektorů v podobě tenkých brček (*straw tubes*) ve vnější části. To vše umožňuje zaznamenávat velké množství měření drah částic vzniklých při srážce. Vrstvy trackeru musí být vybaveny elektronikou,

která však znamená přítomnost dalšího materiálu a disipaci tepelné energie. Proto musí být počet vrstev v detektoru omezen, aby detektor byl schopen vůbec měřit. K omezení ovšem vedou např. i finanční důvody.

Jak prochází částice jednotlivými vrstvami detektoru, interaguje s materiálem detektoru a ztrácí energii. Při velkém počtu vrstev detektoru by částice měla projít neúměrně silnou vrstvou materiálu, v němž by se mohla absorbovat. Nemusela by proto vůbec doletět do detektoru, který má tento druh částic zaznamenat.

Každá částice prochází v detektoru třemi vrstvami pixelových detektorů a čtyřmi vrstvami stripových detektorů. Každá vrstva stripů obsahuje více sad proužků, které jsou vůči sobě pootočeny o malý úhel, aby poskytly měření souřadnice v prostoru. Aby bylo možné rekonstruovat přesně trajektorii částice v prostředí, kde je částic velké množství, je nutno provést dostatek měření. Systém musí eliminovat nejednoznačnosti naměřených dat, které jsou způsobeny zejména překrytím několika trajektorií částic, sekundárními interakcemi částic nebo lokální poruchou některé části detektoru. Plynové detektory ve tvaru tenkých brček jsou velmi citlivé a umožňují proto sledovat trajektorii částice téměř spojitě.

Detektorem se najednou pohybuje velké množství částic a přitom je nutné od sebe jednotlivé částice odlišit, aby bylo možné později zrekonstruovat trajektorii částice a určit další její vlastnosti (náboj, velikost hybnosti,

energii, ...). Proto je nutné tolik vrstev detektoru.

Společný název pro pixelové detektory a stripové detektory je *Semi-Conductor Tracker* (SCT = *polovodičový dráhový detektor*). Systém tenkých brček se obecně nazývá *Transition Radiation Tracker* (TRT = *dráhový detektor využívající přechodového záření*).

Vysoká úroveň radiace znemožňuje dlouhodobou činnost křemíkových stripových detektorů uvnitř detektoru do vzdálenosti zhruba 30 cm od trubice s částicemi. Proto se používají dále od trubice svazku. Pro čtyři vnější válcové vrstvy je použito 11424 jednostranných křemíkových stripových detektorů (s celkovou plochou $41\,\mathrm{m}^2$).

Cílem bylo vyrobit detektor co nejvíce modulární, čímž by se minimalizoval počet různých komponent. Všechny válce jsou sestaveny ze stejných modulů. Každý modul se skládá ze dvou párů identických detektorů připevněných k sobě zadní částí. Požadavky na funkci detektoru vedly k výběru křemíkových proužkových detektorů s malým pootočením různých vrstev. Poškození křemíku v důsledku dlouhodobého vystavení radioaktivnímu záření zhoršuje parametry celého detektoru. Zvyšuje se prosakující proud (*leakage*) a snižuje se vyprazdňovací napětí (*depletion*). Tyto nežádoucí efekty mohou být omezeny chlazením detektoru na nízké teploty.

7.5.3.5.4.2 | Elektromagnetický kalorimetr

Elektromagnetický kalorimetr je vyroben z materiálu vhodného pro rozvinutí elektromagnetické sprškы. Když se sprška rozvine, kalorimetr změří její energii. Měří tedy energii fotonů, elektronů a pozitronů (viz obr. 133).



Obr. 134

Tento kalorimetr obsahuje 1024 absorbčních olověných desek překrytých nerezovou ocelí (pro zvýšení mechanické pevnosti) s unikátní geometrií ve tvaru „harmoniky“. Tento tvar zajišťuje jednotnou odezvu desky ve všech směrech, z nichž na ní částice mohou přiletět. Mezi deskami je tekutý argon jako aktivní médium. Vrstva argonu je rozdělena na dvě poloviny čtecími elektrodami (o

tloušťce 0,3 mm). Spršky částic produkují v tekutém argonu ionty, které způsobují elektrické pulsy na oddělených elektrodách. Snímací systém kalorimetru obsluhuje více než 100 000 detekčních kanálů.

Při výrobě jsou olověné a ocelové plechy nejdříve nařezány do požadovaných rozměrů a chemicky a mechanicky vyčištěny. Potom jsou složeny dohromady do vrstev, které se skládají z nerezavějící oceli, lepidla, olova, lepidla a nerezavějící oceli. Složená deska je přesně zohýbána do požadovaného tvaru (viz obr. 134). Odezva elektromagnetického kalorimetru silně závisí na tloušťce olova v absorbátorech. Proto je tato tloušťka během výroby velmi pečlivě kontrolována.

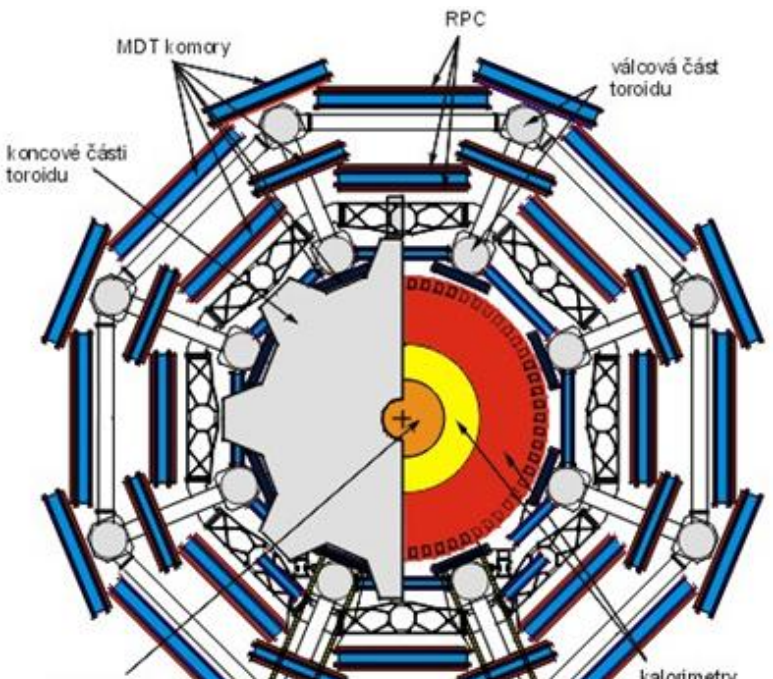
7.5.3.5.4.3 | Hadronový kalorimetr

Hadronový kalorimetr měří energii částic, které vyvolají hadronovou sprškou - tedy energii pionů, protonů a neutronů. Využívá plastové scintilační detektory ve tvaru desek, které jsou vloženy do železných absorbátorů. Tento kalorimetr je rozdělen na hlavní válec a dvě postranní válcové sekce. Každá se skládá z vrstvy železných desek a dlaždic plastových scintilátorů; vrstvy přitom tvoří roviny kolmé na osu svazku. Pro odvedení světla k fotonásobiči jsou použita optická vlákna posunující vlnovou délku, která jsou připojena k hranám scintilačních dlaždic. Při budování tohoto kalorimetru sehrála významnou roli pražská skupina fyziků.

Optická vlákna „posunující“ vlnovou délku pracují tak, že do nich dopadá světlo obecně všech vlnových délek a ven je vyzařováno světlo téměř monofrekvenční. Materiál vlákna je volen tak, že při přeskocích elektronů mezi danými energetickými hladinami je vyzařováno světlo dané vlnové délky. Světlo, které dopadá do optického vlákna, je tedy absorbováno. Elektrony, které jím byly excitovány na vyšší energetické hladiny, přeskakují zpět na nižší hladiny - a to jak nezářivými přechody tak zářivými přechody. Zářivé přechody přitom emitují světlo požadované vlnové délky.

7.5.3.5.4.4 | Mionový detektor

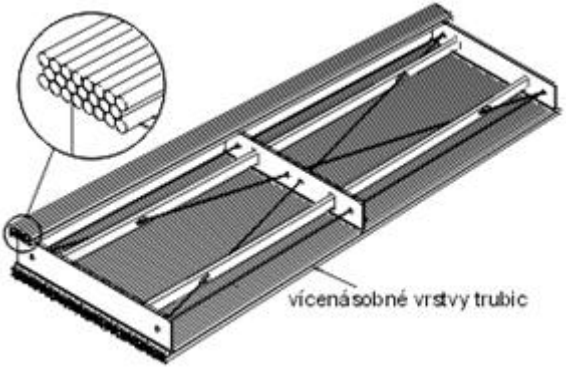
Mionový detektor (viz schéma na obr. 135) nezachycuje miony, ale proměřuje jejich trajektorii. To znamená, že je umístěn v toroidálním magnetickém poli, jehož magnetické indukční čáry mají tvar soustředných kružnic ležících v rovině kolmé k trubici urychlovače; středy kružnic přitom leží v trubici urychlovače. Toto pole vytvářejí supravodivé cívky, které obklopují válcovou část detektoru, a cívky v koncových částech detektoru. Vysokoenergetické miony (s energií nad 3 GeV) procházejí předchozími vrstvami bez toho, že by byly absorbovány.



Obr. 135

Trubice se sledovaným driftem iontů (MDT = *monitored drift tubes*) jsou natlakované tenkostěnné hliníkové trubice s poloměrem 30 mm. Trubice obsahují vysokonapěťové dráty umístěné v jejich podélné ose.

Miony procházející těmito trubicemi způsobují ionizaci plynu v trubici a následný drift iontů k elektrodám. Měření časových okamžiků pulsů z elektrod určuje pozici mionu s přesností lepší než 0,1 mm. MDT pracují při 3 - 5násobku atmosférického tlaku a jsou naplněné nehořlavou plynovou směsí. MDT komory se skládají ze dvou vícenásobných vrstev trubic (viz obr. 136). Vysoké rozlišení kontrastuje s velkými rozměry komor - jednotlivé komory jsou navrženy tak, aby jejich deformace způsobená tíhovou silou byla srovnatelná s minimální odchylkou středu trubice a drátu. Deformace komor je neustále sledována optickým monitorovacím systémem.



Obr. 136

Do oblasti malých úhlů vzhledem ke svazku částic v trubici urychlovače vylétá velké množství částic. Toto poměrně silné radiační pozadí znemožňuje použití MDT.

Proto se v této oblasti používají rychlé mnohodrátové proporcionální komory se segmentovanými proužky katody, které se díky této konstrukci nazývají CSC = *Cathode Strip Chambers*. Přesnost měření příčné souřadnice (typicky $50\,\mu m$) je určena jemností segmentace katody na proužky, které jsou rovnoběžné s anodovými dráty, a určováním těžiště indukovaného náboje na jednotlivých proužcích. Příčnou souřadnici je též možné určit ze vzdálenosti od anodových drátů (přesnost závisí na vzájemné vzdálenosti drátů). Pro zvýšení spolehlivosti měření se kombinují oba postupy.

Mionový detektor obsahuje kromě komor s vysokou přesností také několik vrstev detektorů, jejichž úlohou je dodat rychlou, byť méně přesnou, informaci o dráze mionů. Používají se dvě technologie:

1. komory s odporovými deskami (RPC = *Resistive Plate Chambers*) ve válcové části detektoru;
2. komory s úzkou štěrbinou (TGC = *Thin Gap Chambers*) v předních oblastech detektoru.

RPC je plynový detektor, v němž oddělené elektrody vytvářejí elektrické pole a vyčítají signál. Pole je vytvářeno dvěma rovnoběžnými bakelitovými deskami, jejichž vnější povrchy jsou pokryty vrstvami grafitu, připojenými ke zdroji vysokého napětí. Na grafitovou vrstvu je přilepen izolační film, tak aby chránil ostatní elektrody od vysokého napětí. Na filmu jsou přilepeny snímací proužkové elektrody, na nichž vzniká signál kapacitní vazbou. Dvě

vrstvy kolmých proužků poskytnou dvoudimenzionální informaci o poloze prolétající částice. Jako náplň RPC se používá směs argonu a butanu obohacená několika procenty freonu. Přesnost měření času je řádově několik nanosekund. Jsou proto velmi vhodné pro sledování částice jak v prostoru tak i v čase. Navíc jsou velmi jednoduché na výrobu a relativně levné.

RPC jsou tedy plynové detektory, které kombinují prostorové rozlišení drátové komory s časovým rozlišením typickým pro scintilační detektory a scintilační čítače.

Podobně TGC vytvářejí pole mezi tenkými dráty (s průměrem $50\,\mu m$) a dvěma grafitovými katodami na obou stranách od anodových drátů. Šířka celé mezery mezi katodami je 3,2 mm. Pro výstup jsou pod rovinami grafitových katod vloženy vyčítací elektrody v podobě proužků nebo terčíků.

Dobrá funkce mionového detektoru je nutná jak pro účely fyzikálního výzkumu ATLASu v CERNu, tak i pro systém triggerování.

7.5.3.6 | LEP

7.5.3.6.1 | Historie LEPu

Stavba LEP (*Large Electron - Positron collider*) byla

velmi ambiciózním projektem. Už v sedmdesátých letech 20. století začali fyzikové členských států CERNu přemýšlet o budoucnosti fyziky vysokých energií v Evropě. Tedy o experimentech, při nichž by se srážely částice s velkou energií, což by vedlo k produkci nových částic a přispělo by k odhalení dalších tajemství přírody a potvrzení fyzikálních teorií. Pravdou je, že srážky mezi elektrony a pozitrony byly v „protonovém programu“ CERNu ojedinělé, nicméně nakonec byl urychlovač srážející tyto částice schválen k realizaci. Jednou z výhod bylo i to, že srážky elektronů a pozitronů se snáze vyhodnocují než srážky protonů a antiprotonů.

Termín „protonový program“ odráží fakt, že v minulosti byly v CERNu urychlovány a zkoumány zejména protony.

V roce 1981 byla stavba urychlovač schválena, 13. září 1983 začaly inženýrské práce na stavbě - začal se hloubit kruhový tunel s obvodem 27 km v hloubce 100 metrů pod zemí. Tehdejší prezidenti obou zemí, na jejichž území CERN leží, François Mitterrand za Francii a Pierre Aubert za Švýcarsko zahájili symbolicky výkopové práce a uložili do země slavnostní plaketu. Všechny magnety, které byly pro LEP potřeba, byly vyrobeny speciálně pro tuto příležitost a byly usazeny na svá místa do konce roku 1987. Celkem bylo potřeba 3368 dipólových magnetů pro změnu směru pohybu částice, 816 kvadrupólových magnetů pro fokusaci částic ve svazku na

střed trubice, 504 sextupólových magnetů pro korekci energie svazku a 700 dalších magnetů pro drobné korekce trajektorie a velikosti rychlosti částic.

Dne 8. února 1988 byly výkopové práce na tunelu ukončeny a oba konce tunelu se potkaly s odchylkou 1 cm.

Odchylka 1 cm na délce 27 km!

Ještě téhož roku byly do urychlovače vstříknuty první svazky částic a 14. července 1989 začaly svazky částic obíhat prstencem. První srážka vstřícných svazků nastala o měsíc později, 13. srpna 1989, v detektoru OPAL. Bylo to tedy 5 let a 11 měsíců od slavnostního výkopu. Další detektory začaly pracovat vzápětí. Plného výkonu pak dosáhl LEP 20. září 1989 a pracoval nepřetržitě tři měsíce. Během té doby zaznamenal více jak 30000 bosonů Z, což bylo dostatečné množství pro další analýzy.

Od vstříknutí prvního svazku částic do urychlovače k prvnímu podařenému oběhu je nutné všechny magnety dokalibrovat tak, aby se svazek pohyboval skutečně po své ideální trajektorii prstencem. Proto musí všechny magnety a další systémy (přívod helia jakožto chladícího média, přívod elektrického proudu, vedení informace od magnetů k řídícím počítačům a zpět, ...) pracovat bezchybně. Pokud částice obíhají prstencem bezchybně, pak je teprve možné přistoupit k srážení částic.

I poté je ovšem nutné výkon urychlovače (tj. energii

srážejících se částic) zvyšovat velmi pomalu, aby se stihly odstranit případné nedostatky.

Oficiální slavnostní spuštění urychlovače LEP se uskutečnilo 13. listopadu 1989 za účasti zhruba 1500 hostů včetně politických představitelů členských států CERNu. Při té příležitosti byl oznámen první výsledek, který LEP potvrdil: existují tři typy neutrin a pouze tři generace částic hmoty.

Během doby činnosti LEPu byla energie vstřícných svazků více než zdvojnásobena oproti původním plánům. Původně urychloval částice na energie 100 GeV, ale v letech 1996 - 1998 bylo přidáno dalších 272 supravodivých urychlovacích dutin, které zvýšily energii částic na 189 GeV. V roce 1999 bylo instalováno posledních 16 urychlovacích dutin, čímž se energie částic zvýšila na 192 GeV. V září roku 1999 povolili inženýři pracující na LEPu zvýšit výkon supravodivých urychlovacích dutin přes jejich limit - částice tedy získávali energii 202 GeV. Tato hodnota energie byla udržována několik následujících měsíců. Dalšími úpravami se nakonec podařilo získat energie až 209 GeV.

Uvedené energie jsou energie jednoho svazku. To znamená, že v těžišťové soustavě (v níž je vhodné srážku částic zkoumat, protože v případě srážky vstřícných svazků částic se stejnou relativistickou hybností a relativistickou energií je těžiště celé soustavy v klidu)

probíhá srážka při energii dvojnásobné. Na konci života LEPu byla tedy při srážce k dispozici energie zhruba 420 GeV.

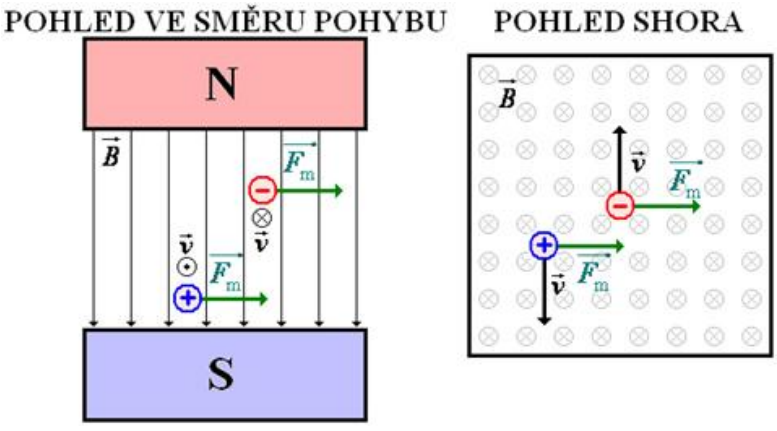
Oficiální ukončení provozu urychlovače LEP bylo plánováno na září roku 2000, nicméně náznaky zajímavých dat, která se v té době v experimentech objevila, udržela činnost LEPu až do listopadu. Vedení CERNu rozhodlo, že bude lépe pokračovat v dalším experimentování na novém urychlovači.

Oslav 11 let činnosti experimentů LEPu se zúčastnili 8. října 2000 zástupci vlád řady zemí; 2. listopadu 2000 byl provoz urychlovače zastaven. O měsíc později začalo rozebírání celého zařízení, aby se tunel uvolnil pro další experiment: pro LHC.

7.5.3.6.2 | Experimenty LEPu

Z fyzikálního hlediska usnadnilo využití elektronů a pozitronů jako srážejících se částic konstrukci celého zařízení LEPu. Elektrony i pozitrony mají stejnou klidovou hmotnost a navzájem opačný náboj. Při průletu urychlovací trubicí tedy získají oba typy částic stejný přírůstek energie - v okamžiku srážky mají tedy stejnou energii. Navzájem opačné náboje elektronů a pozitronů umožňují použít jeden typ dipólových magnetů, kvadrupólových magnetů a urychlovacích dutin pro oba typy částic, pohybují-li se

částice proti sobě (viz obr. 137).



Obr. 137

Na urychlovači LEP byly postaveny detektory ALEPH, DELPHI, L3 a OPAL, na kterých pracovalo celkem 1500 fyziků.

Názvy detektorů (zejména těch hlavních) se volí většinou tak, že slovo samo o sobě má jistý smysl a přitom je zkratkou slov, která vystihují činnost daného detektoru. Důvodem je snaha „polidštit“ tuto část fyziky, která je běžným občanům velmi vzdálena, vytvořit urychlovači a detektorům dobrou reklamu pro shánění finančních prostředků a v neposlední řadě i z důvodu popularizačních přednášek pro veřejnost. Např. jeden z detektorů urychlovače LHC, který zaujal místo v tunelu

po zrušeném LEP, se jmenuje ALICE (Alenka), což okamžitě fyzikové začali spojovat s knihami anglického matematika a logika Lewise Carrolla (1832 - 1898vlastním jménem Charles Ludwidge Dodgson) *Alenka v říši divů* a *Alenka v říši za zrcadlem*. Podivný svět částic, jejich antičástic a vzájemných silových interakcí tak přibližují na neskutečném světě, v němž se ocitla Alenka.

Každý ze čtyř detektorů byl složen z vrstev specializovaných subdetektorů, které zaznamenávaly různé částice vznikající při srážce.

Experimenty probíhající na LEP testovaly standardní model a numerická data a následné výpočty jej potvrdily s neuvěřitelnou přesností. V rámci těchto experimentů bylo zjištěno, že existují tři typy neutrin (elektronové neutrino, mionové neutrino a taunové neutrino) a byla stanovena nejnižší klidová hmotnost tzv. Higgsova bosonu, která odpovídá energii zhruba 115 GeV. Higgsův boson je teoreticky předpovězená částice, jejíž existenci by měly potvrdit experimenty LHC.

V první fázi činnosti LEPu (v letech 1989 - 1995) produkovaly srážky elektronů s pozitrony neutrální bosony Z, které přenášejí slabou interakci. Ve druhé fázi (1996 - 2000) produkovaly srážky nabité bosony W.

Skutečnost, že stejné vstřícné svazky (tj. svazky elektronů a svazky pozitronů) produkují různé částice, je

dána energií reakce. A právě od roku 1996 se začaly (podle historie LEPu) provádět na zařízení LEP změny (přidávaly se urychlovací dutiny a zvyšoval se jejich výkon). Proto se změnily produkty reakce vznikající při srážkách vstřícných svazků elektronů a pozitronů.

7.5.3.7 | LHC

Dne 10. září 2008 v 10:28 dopoledne byl poprvé otestován prstenec LHC - byly do něj poprvé puštěny částice (protony) a vědci testovali, zda částice proletí celým prstencem. Ačkoliv dopadl experiment úspěšně, nelehká práce vědeckého týmu v CERNu tímto dnem neskončila.

Docílit jednoho oběhu částic znamená, že všechno musí být hotové, nainstalované a správně nakalibrované. Dalším krokem je vyladění trajektorie svazku tak, aby urychlovačem obíhal opakovaně a to po ideální trajektorii. To vyžaduje velmi pečlivá měření nepřesností a jejich velmi jemné kompenzace. Dále je nutné změřit energii částic na vstupu do LHC - částice se do velkého urychlovače vstřikují z urychlovače SPS. Na základě této energie je pak možné doladit správnou frekvenci oběhu částic prstencem. Tato frekvence je 400,8 MHz s přesností 10 Hz.

Když se vyladí správný tvar trajektorie a částice budou

obíhat prstencem opakovaně, musí se doladit vysokofrekvenční systém, který bude svazek částic udržovat na stálé energii. Celý systém se musí vyladit tak, aby svazek obíhal v prstenci bez ztrát energie zhruba 30 hodin. Hlavní problémy přitom způsobují nedokonalosti magnetů a šum ve vysokofrekvenčním systému.

Teprve v této fázi je možné začít částice urychlovat. Všechny procesy totiž vyžadují souhru velkého množství komponent, které musí bezchybně fungovat a spolupracovat s ostatními.

Totéž se musí pak zopakovat i pro druhý svazek, který má obíhat proti prvnímu. Až bude doladěn i druhý svazek, začnou se ladit jejich trajektorie tak, aby se svazky začali v detektorech srážet.

7.5.3.7.1 | Očekávání fyziků

Za dobu existence CERNu byly postupně popsány základní částice, které tvoří hmotu ve vesmíru, a silové interakce mezi nimi. Tyto poznatky shrnuje tzv. standardní model, který obsahuje základní částice hmoty i interakcí a vztahy mezi nimi. Standardní model ale není úplný a není schopen vysvětlit zcela všechny detaily. K nalezení chybějících částí a vztahů ve standardním modelu by měl pomoci LHC.

Období existence CERNu a jeho urychlovačů je

vlastně i obdobím, v němž se začala celosvětově rozvíjet částicová fyzika.

Stavbu LHC (*Large Hadron Collider*) schválila rada CERNu v roce 1994. Urychlovač se začal budovat v roce 2000 na místě bývalého urychlovače LEP a dokončen byl v roce 2008. Mezi hlavní detektory LHC patří: ATLAS, CMS, ALICE, LHCb, TOTEM a LHCf.

Experimenty zaznamenávané v těchto detektorech by měly fyzikům napomoci s hledáním odpovědí na tyto otázky a problémy:

1. vysvětlení příčiny hmotnosti částic;
2. složení 96 % vesmíru;
3. vysvětlení asymetrie mezi částicemi a antičásticemi;
4. prozkoumání kvark - gluonové plazmy, která měla vyplňovat vesmír krátce po jeho vzniku;
5. objevení náznaků existence skrytých dimenzí vesmíru.

Jak vysvětlit různé hmotnosti částic, které mají jinak velmi podobné jiné vlastnosti? Proč existují částice s velmi malou klidovou hmotností? Na tyto a další otázky související s hmotností částic snad dostanou fyzikové odpověď při experimentech v detektorech ATLAS a CMS. Doufají totiž, že objeví Higgsův boson, který teoreticky předpověděl skotský fyzik Peter Ware Higgs (narozen 29. května 1929) v roce 1964. Experimentálně nebyla

dosud existence Higgsova bosonu prokázána.

Všechno, co můžeme ve vesmíru pozorovat (galaxie, planety, lidi, zvířata a rostliny na Zemi, ...), je složeno z běžných částic. Tyto objekty tvoří pouze 4 % vesmíru. Zbývající část, která se ovšem velmi těžko detekuje a studuje, je tvořena tzv. temnou hmotou a temnou energií. Podle hypotéz částicových fyziků a astronomů je temná hmota tvořena supersymetrickými částicemi, které by podle předpovědí měly být objeveny v detektorech ATLAS a CMS.

Na stavbě detektorů LHC i na vlastním zpracování experimentálních dat spolupracují s částicovými fyziky i astronomové a kosmologové. Energie částic, které se pohybují v LHC, se totiž blíží energiím, které měly částice ve vesmíru krátce po Velkém třesku. Navíc experimenty v LHC by měly dát odpověď i na otázky ohledně složení vesmíru (temná hmota a temná energie). Proto je nutná spolupráce i astronomů a kosmologů.

Všechny objekty ve vesmíru jsou tvořené hmotou. Při zrodu vesmíru po Velkém třesku byla hmota a antihmota produkována ve stejném množství. Při vzájemných srážkách částic hmoty a antihmoty dochází k anihilaci - relativistické energie částic se mění na energii elektromagnetického záření. Přitom musela nějaká část hmoty přežít, aniž by došlo k její anihilaci s antihmotou. Jinak by se nemohly vyvinout hvězdy a prvky, které hvězdy

odvrhly do vesmíru během svého vývoje. Proč příroda preferuje hmotu před antihmotou? Detektor LHCb bude hledat rozdíly mezi hmotou a antihmotou, aby bylo možné tuto asymetrii vysvětlit. Předcházející experimenty už objevily jisté drobné odlišnosti v chování částic a antičástic, ale ne takové, které by dokázaly uspokojivě vysvětlit nerovnováhu mezi hmotou a antihmotou pozorovanou v přírodě.

Hmota, z níž je tvořen vesmír, se po Velkém třesku formovala z husté a horké směsi fundamentálních částic. V současnosti je hmota tvořena atomy, které obsahují atomová jádra. Atomové jádro je tvořeno nukleony, které jsou složeny z kvarků držících při sobě za účasti gluonů. Tyto vazby jsou velmi silné. V raném vesmíru ovšem nebyly podmínky pro vznik vazeb mezi kvarky příznivé: díky příliš vysoké teplotě nemohly gluony kvarky udržet. Během prvních mikrosekund po Velkém třesku vesmír obsahovat velmi hustou a horkou směs kvarků a gluonů - tzv. kvark - gluonovou plazmu. Detektor ALICE bude simulovat podobné podmínky, jaké panovaly po Velkém třesku, aby bylo možné prozkoumat právě kvark - gluonovou plazmu.

Albert Einstein v teorii relativity popisoval vesmír pomocí tří prostorových souřadnic a jedné časové souřadnice - tzv. časoprostor. Pozdější teorie kromě toho předpokládaly existenci skrytých dimenzí vesmíru. Např. teorie strun naznačuje, že tyto dodatečné teorie budou nyní objeveny. Mohly by být detekovány při velmi

vysokých energiích. Proto budou data z detektorů LHC velmi pečlivě analyzována i z tohoto hlediska - budou se hledat znaky těchto skrytých dimenzí vesmíru.

Při energiích, které budou mít srážející se částice, budou vznikat i miniaturní černé díry. Předpokládá se, že se budou vypařovat přesně podle schématu, které předpověděl anglický fyzik Stephen Hawking (narozen 8. ledna 1942) - černé díry budou vyzařovat tzv. Hawkingovo záření. Tím by se potvrdila jedna z teorií tohoto geniálního fyzika.

7.5.3.7.2 | Detektory LHC

LHC obsahuje tisíce magnetů různých druhů a velikosti, které udržují částice na jejich ideální trajektorii v urychlovacím prstenci. Z toho je 1232 dipólových magnetů délky 15 metrů a 392 kvadrupólových magnetů o délce 5 m - 7 m. Jiné typy magnetů jsou použité před místem srážky, aby soustředily částice více k sobě a zvýšily tak pravděpodobnost srážky.

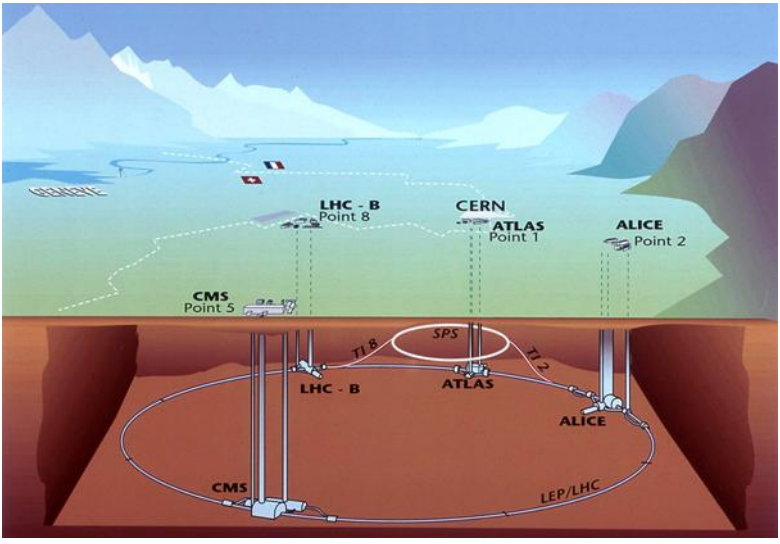
Čím více budou částice „nahuštěné“ u sebe, tím je větší pravděpodobnost, že dojde ke srážce. Částice jsou totiž ve srovnání s průměrem trubice, v níž se pohybují, velmi malé. Proto je nutné částice „nahustit“ k sobě a soustředit oba vstřícné svazky přesně do středu trubice. Čím více částic se najednou srazí, tím více informací budou fyzikové mít k dispozici a budou je moci navzájem

porovnávat.

Na experimentech LHC spolupracují špičkoví odborníci z celého světa. Každý detektor urychlovače je unikátní a charakteristický svým složením a zaměřením:

1. ATLAS a CMS jsou dva velké detektory určené primárně k analýze množství částic, které vznikají při srážkách v urychlovači. Jsou navrženy tak, aby byly schopné zachytávat velkou škálu částic a nezávisle na sobě potvrzovat své objevy.
2. Střední detektory ALICE a LHCb jsou specializované na analýzu specifických srážek (např. těžké ionty).
3. Dva nejmenší detektory - TOTEM a LHCf - jsou navržené pro fokusování částic (jak protonů tak těžkých iontů), které po srážce pokračují dále v trubici urychlovače, ale jsou výrazně odkloněny od původního směru.

Detektory ALTAS, CMS, ALICE a LHCb jsou umístěné kolem prstence urychlovače v obrovských podzemních kavernách. Detektor TOTEM je v blízkosti detektoru CMS a detektor LHCf je poblíž detektoru ATLAS. Celkové schéma urychlovače LHC je zobrazeno na obr. 138.



Obr. 138

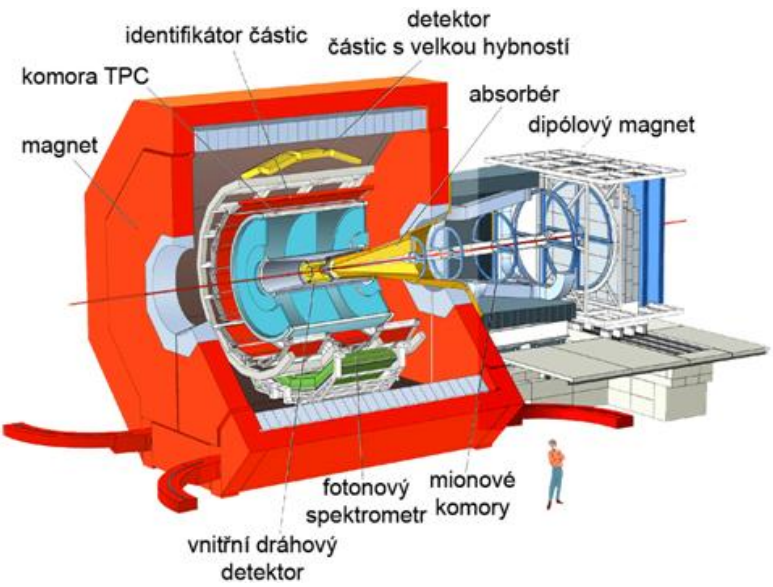
Částice, které jsou do urychlovače vstříknuty, vydrží v urychlovači LHC zhruba 10 hodin. Za tu dobu oběhnou prstenec urychlovače zhruba 400milionkrát, což znamená, že urazí dráhu, která odpovídá řádově průměru Sluneční soustavy.

Na prvotním urychlení protonů se podílí jeden z prvních urychlovačů, který byl v CERNu postaven, což je další zajímavost LHC.

7.5.3.7.2.1 | ALICE

ALICE (*A Large Ion Collider Experiment*) je detektor 26 metrů dlouhý, 16 metrů vysoký a 16 metrů široký s hmotností 10000 tun (viz obr. 139). Bude zkoumat srážky olověných iontů ve snaze dosáhnout podmínek, ve kterých se nacházel vesmír krátce po svém vzniku, v laboratoři. Na základě získaných dat budou fyzikové studovat vlastnosti kvark - gluonové plazmy, která pravděpodobně existovala ve vesmíru v jeho ranných fázích.

Vzhledem k tomu, že se budou při stejných energiích srážet ionty místo protonů, budou reakce při srážkách částic probíhat při nižší teplotě a méně intenzivně. Celková energie, kterou si částice nesou, se totiž přerozdělí na větší počet nukleonů.



Obr. 139

Běžná hmota, z níž je tvořen vesmír, je složena z atomů obsahujících atomové jádro, kolem něhož se nacházejí elektrony. Protony a neutrony v jádru atomu jsou složeny z kvarků, které drží pohromadě gluony. Vazebná energie kvarků v nukleonech (tj. v protonech a neutrech) je natolik velká, že izolované kvarky zatím nebyly pozorovány.

Nebyly pozorovány proto, že zatím nebyla dodána nukleonům taková energie, která by je dokázala „rozbít“ na jednotlivé kvarky. Kvarky jsou (podle standardního modelu) „nejhlouběji“ ve struktuře hmoty - proto je na

jejich „vyjmutí z hmoty“ zapotřebí velká energie.

Izolované kvarky ovšem vědci pozorovat nebudou. Při srážce, která probíhá při velkých energiích, se kvarky uvolní, ale budou okamžitě reagovat s jinými kvarky. Vzniknou tak nové částice, které potvrdí, že se kvarky při reakci skutečně uvolnily.

Kvarky se tedy přeskupí do jiných skupin a tyto skupiny budou mít jiné vlastnosti. Tak vznikly nové částice.

Srážky v detektorech LHC vytvoří prostředí s teplotou zhruba 100000krát vyšší než je teplota ve středu Slunce. Fyzikové doufají, že v tomto prostředí se z nukleonů uvolní kvarky a gluony, čímž se vytvoří kvark - gluonová plazma. Pomocí detektoru ALICE by chtěli fyzikové studovat kvark - gluonovou plazmu při jejím rozpadu a ochlazování, při kterém se z ní patrně stávají částice tvořící hmotu ve vesmíru v současnosti.

Dále mají zájem fyzikové na studiu a pochopení silných interakcí vakua pomocí srážek těžkých jader urychlených téměř na velikost rychlosti světla ve vakuu. V detektoru se pak bude měřit teplota reakce a energie reakce. Teplota se určí na základě:

1. energetického spektra produkovaných částic;
2. poměru mezi produkcí různých částic či izotopů;

3. spektra brzdných fotonů.

Energie se měří na základě:

1. určení počtu produkovaných částic, přičemž se zkoumá poměr energie dodané ke kinetické energii, kterou si odnášejí částice ze srážky;
2. kinetické energie, kterou si odnesly částice pohybující se po srážce ve směru osy svazku;
3. různé centrality srážky, která ovlivňuje energii uvolněnou při srážce.

Různá centralita srážky znamená, že jednou se částice srazí čelně (středový náraz), jindy „se o sebe jen otřou“, … Vektory rychlosti srážejících se částic prostě svírají různé úhly.

7.5.3.7.2.2 | ATLAS

Detektor ATLAS (*A Toroidal LHC ApparatuS*) o délce 45 metrů, výšce 25 metrů, šířce 25 metrů a hmotnosti 7000 tun je největším dosud stavěným detektorem částicové fyziky. Fyzikové očekávají, že právě s pomocí ATLASu (viz schéma na obr. 140) se jim podaří najít Higgsův boson, náznak existence skrytých dimenzí či částice, které by mohly tvořit temnou hmotu ve vesmíru.

Názvy jednotlivých částí detektoru na obr. 140 nemusí být ve shodě s názvy uváděnými v jiných česky

psaných zdrojích. V publikacích a mezi fyziky (i českými) se běžně používají anglické termíny, které se velmi obtížně překládají do češtiny.

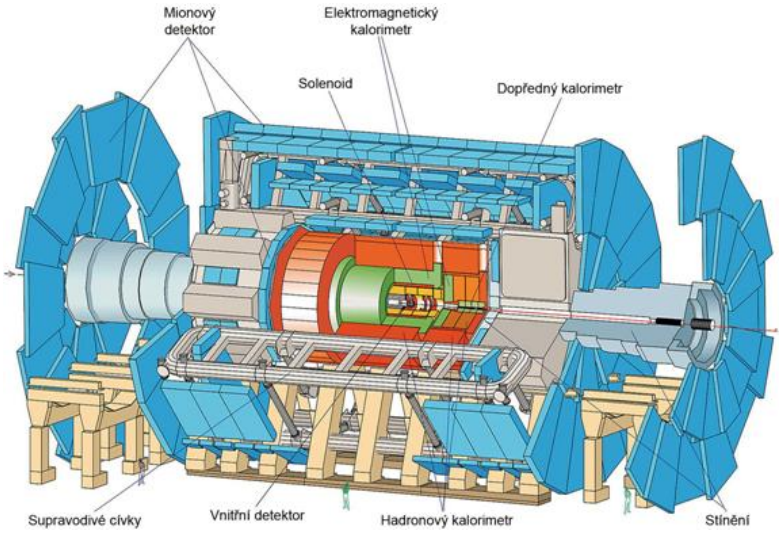
Stejně jako CMS bude i ATLAS zaznamenávat obdobné informace o částicích vzniklých při srážce pohybujících se částic. Zejména fyziky zajímají informace o trajektoriích částic, jejich energiích a jejich druhu. Tyto dva detektory budou zaznamenávat tytéž informace, ačkoliv mají různé technické provedení a systémy magnetů. Cílem je získat tytéž informace mírně odlišným systémem. Tím se zpřesní následné výpočty a vyloučí se případné chyby způsobené technickou závadou, nepředvídanou situací, ...

CMS a ATLAS budou zkoumat Higgsův boson, pokud bude objeven. V případě, že se bude Higgsův boson rozpadat, bude jej dál zkoumat ATLAS. Pokud se rozpadat nebude, bude jej zkoumat CMS.

Hlavní částí ATLASu je jeho obrovský toroidální sytém magnetů. Jedná se o 25 metrů dlouhé supravodivé cívky umístěné do tvaru válce symetricky kolem trubice, v níž se pohybují částice. Na vytvoření magnetického pole detektoru se podílí i solenoid. Toto magnetické pole, které bude během provozu detektoru soustředěné uvnitř prostoru vymezeném těmito supravodivými cívkami, využívá při měření vnitřní dráhový detektor, elektromagnetický kalorimetr, hadronový kalorimetr

i mionový detektor.

Často se mluví o toroidech se vzduchovým jádrem, aby se zdůraznil fakt, že magnetické pole je vytvářeno ve vzduchu. Součástí detektoru jsou tři systémy toroidálního vinutí, aby bylo možné naměřená data přesně lokalizovat.



Obr. 140

Solenoid vytváří magnetické pole s magnetickou indukcí o velikosti 2 T a je umístěn uvnitř válcového elektromagnetického kalorimetru. Cívka solenoidu je zabudována do kryostatu tohoto kalorimetru. Cívka je na nosném válci s poloměrem 1,22 m a délkou 5,3 m navinuta

v jedné vrstvě.

Magnetický systém supravodivých toroidů se skládá z 26 m dlouhé válcové části (tzv. *barrel*) s vnitřním průměrem 9,4 m a vnějším průměrem 19,5 m a ze dvou koncových částí (*end-cap*) o délce 5,6 m a vnitřních průměrech 1,26 m, které jsou přiloženy na konci válcové části. Každý toroid je složen z osmi cívek symetricky uspořádaných kolem osy svazku.

Systém toroidů obsahuje více než 70 km supravodivého vodiče, kterým může procházet elektrický proud až 20 kA. Hmotnost celého magnetického systému je 1400 tun, z toho 700 tun připadá na chladící systém.

Kromě kalorimetrů a detektorů, které zaznamenávají částice vylétávající radiálně od místa srážky (tj. ve směru kolmém na směr pohybu původních částic), obsahuje detektor i tzv. dopředné kalorimetry. Ty mají za úkol sbírat informace o částicích, které se po srážce pohybují ve směru pohybu původních částic, tj. pohybují se trubicí.

Tyto částice by mohly interagovat s částicemi urychlovanými urychlovačem a mohly by způsobit zbytečné ztráty celého systému. Ke srážkám by docházelo mimo detektor a tudíž by byly pro další výzkum neužitečné.

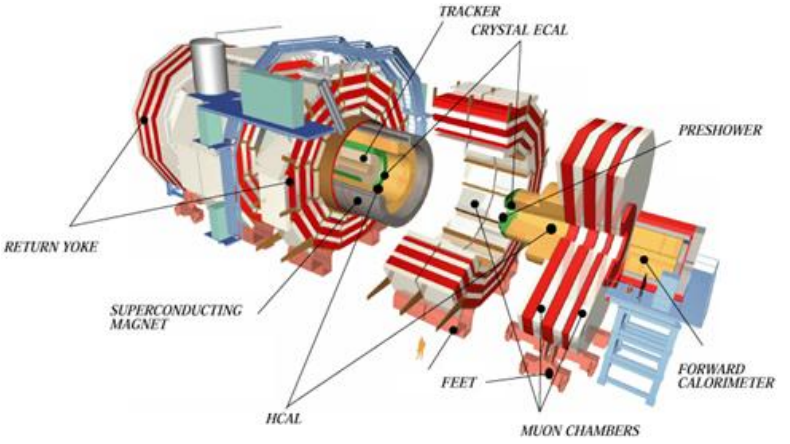
7.5.3.7.2.3 | CMS

Hlavním cílem detektoru CMS (*Compact Muon Solenoid*), který je 21 m dlouhý, 15 m široký a 15 m vysoký, je poskytování dat z co nejširší oblasti fyziky: hledání Higgsova bosonu, pátrání po skrytých dimenzích vesmíru a po částicích, které tvoří temnou hmotu. Ačkoliv má stejný vědecký cíl jako detektor ATLAS, je technicky řešen jinak.

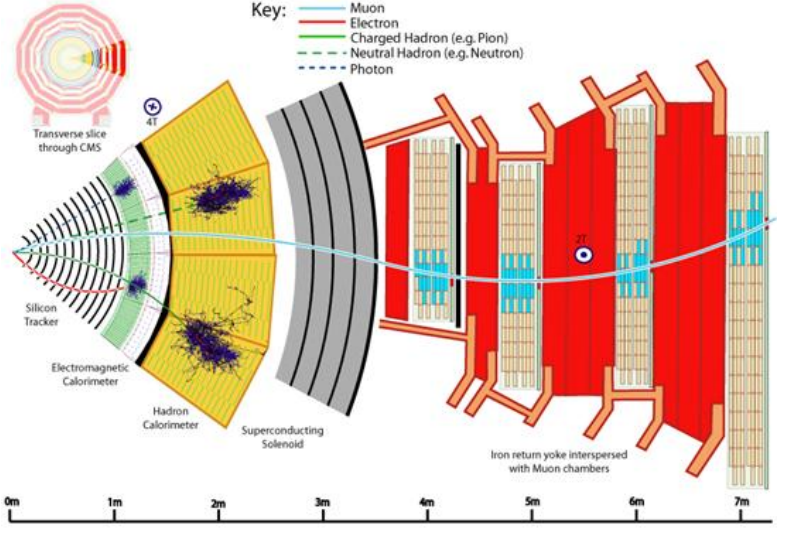
Detektor je postaven kolem obrovského solenoidu (viz obr. 141; na obr. 142 je zobrazen řez detektorem).

Poznámka: Vzhledem k tomu, že česká terminologie buď zcela chybí nebo není jednotná, byly popisky obr. 141 a obr. 142 ponechány v angličtině.

Jedná se o válcovou cívku navinutou se supravodivým vinutím, která generuje magnetické pole, jehož magnetická indukce má velikost 4 T (tedy asi 100000krát vyšší než je velikost magnetické indukce magnetického pole Země). Magnetické pole je omezeno ocelovou kotvou (*yoke*), která se převážnou částí podílí na celkové hmotnosti detektoru. Ta činí 12500 tun. Nezvyklý vzhled detektoru CMS oproti ostatním detektorům LHC je dán tím, že detektor CMS byl zkonstruován na povrchu. Poté byl v 15ti dílech spuštěn do podzemní kaverny, kde byl znovu sestaven.


TRACKER
CRYSTAL ECAL
PRESHOWER
RETURN YOKE
SUPERCONDUCTING MAGNET
FEET
FORWARD CALORIMETER
HCAL
MUON CHAMBERS

Obr. 141


Key:
Muon
Electron
Charged Hadron (e.g. Pion)
Neutral Hadron (e.g. Neutron)
Photon
Transverse slice through CMS
4T
2T
Silicon Tracker
Electromagnetic Calorimeter
Hadron Calorimeter
Superconducting Solenoid
Iron return yoke interspersed with Muon chambers
0m
1m
2m
3m
4m
5m
6m
7m

Obr. 142

7.5.3.7.2.4 | LHCb

LHCb (*Large Hadron Collider beauty*) je 21 metrů dlouhý, 10 metrů vysoký a 13 metrů široký detektor o hmotnosti 5600 tun. Fyzikům by měl pomoci odpovědět na otázku, proč je vesmír složen z běžné hmoty a ne z antihmoty.

Detektor je specializovaný na pátrání po drobných odlišností mezi hmotou a antihmotou. Tyto odlišnosti bude studovat pomocí vlastností b-kvarku. Místo kompletního uzavřeného detektoru na místě srážky, využívá detektor LCHb řadu subdetektorů, které detekují převážně částice pohybující se z místa srážky ve směru jejich původního pohybu (resp. v protisměru).

Tyto částice mohou z ostatních detektorů snadno uniknout, protože detektory jsou zaměřeny zejména na částice, jejichž trajektorie svírá s osou svazku nenulový úhel.

První z těchto subdetektorů je umístěn skoro u místa srážky částic, ostatní jsou umístěny ve vzdálenosti 20 metrů od sebe. V urychlovači LHC vznikají různé kvarky, které se ovšem velmi rychle rozpadají na jiné formy. Zaznamenat b-kvark vyžaduje důmyslný pohyblivý

uzavřený detektor sledující pohyb svazku v LHC.

7.5.3.7.2.5 | TOTEM

TOTEM (*TOTal Elastic and diffractive cross section Measurement*) je 440 metrů dlouhý, 5 metrů vysoký a 5 metrů široký detektor o hmotnosti 20 tun. TOTEM bude studovat částice pohybující se i po srážce ve směru osy svazku, tedy ty částice, které nebudou detekovány hlavními detektory (ATLAS, ALICE, CMS, LHCb) urychlovače LHC. Průběh srážek bude měřen nezávislými metodami, které jsou založené na paralelní detekci pružném rozptylu částic s malou velikostí hybnosti a na nepružných srážkách.

Detektor musí být schopen detekovat ty částice, které unikly ostatním detektorům. Proto jsou jeho součástí systémy uzavřené ve speciálně navržených vakuových komorách, kterým se říká „Roman pots“. Osm těchto komor je ve čtyřech párech umístěno nedaleko od místa srážky částic v detektoru CMS.

Ačkoliv jsou detektory TOMEM a CMS nezávislé, TOTEM doplňuje výsledky získané nejen z detektoru CMS, ale i z ostatních detektorů LHC.

7.5.3.7.2.6 | LHCf

LHCf (*Large Hadron Collider forward*) je tvořen dvěma detektory, z nichž každý má délku 30 cm, výšku 80 cm,

šířku 10 cm a hmotnost 40 kg. Detektor využívá částice pohybující se v ose svazku i po srážce v ostatních detektorech LHC jako zdroj k simulaci kosmického záření v laboratorních podmínkách.

Kosmické záření je proud elektricky nabitých částic, které stále dopadají za zemskou atmosféru z kosmu. V horních vrstvách atmosféry interagují s atomovými jádry a vytvářejí spršku částic, z nichž některé doletí až na povrch Země.

Studium srážek v urychlovači LHC a vznik následných spršek částic, které jsou podobné jako v případě kosmického záření, pomohou fyzikům správně okalibrovat velké detektory kosmického záření pokrývající plochy několika kilometrů čtverečních.

Pracovníci Společného pracoviště subnukleární fyziky (SPSF) se od roku 1999 podílejí na mezinárodním projektu zvaném *Observatoř Pierra Augera*, jehož cílem je určení původu a složení kosmického záření s energiemi okolo $10^{20}\ \mathrm{eV}$. Základní síť detekčních prvků se začala budovat v roce 2000. Detektor byl dokončen v roce 2003 a od roku 2004 bylo zahájeno měření, které potrvá zhruba 20 let. Observatoř se nachází nedaleko města Malargue v provincii Mendoza v Argentině a zabírá plochu zhruba $3000\ \mathrm{km}^2$.

7.5.3.7.3 | Triggrovací systém

V urychlovači LHC se bude srážek velké množství částic s velkou frekvencí. Každých 25 ns proběhne zhruba 25 nepružných srážek protonů.

Svazek protonů obsahuje 10^{11} částic. Díky účinnému průřezu, který udává pravděpodobnost interakce, zareaguje navzájem jen 25 částic.

To tedy znamená $\frac{25}{25.10^{-9}} = 10^9$ srážek za sekundu. Každá taková srážka vyprodukuje zhruba 60 nabitých částic. Za sekundu tedy vznikne 60 miliard sekundárních částic, které bude třeba zaznamenat.

Jaderní fyzikové zavádějí veličinu luminosita, která má v případě LHC hodnotu $34\,cm^{-2}s^{-1}$. Účinný průřez vzájemné srážky dvou protonů je 70 mb (milibarnů).

Jinými slovy shluky protonů se budou srážet s frekvencí 40 MHz (tj. každých 25 ns) a bude docházet ke srážkám s frekvencí téměř 1 GHz (každou sekundu miliarda srážek).

Pro představu: shluky protonů, které se budou v urychlovači pohybovat téměř rychlostí světla, budou od

sebe navzájem vzdáleny $25.10^{-9}.3.10^{8}\ \mathrm{m} = 7{,}5\ \mathrm{m}$.

Je naprosto nereálné s frekvencí 40 MHz zaznamenávat informace s objemem zhruba 1 MB na 1 srážku shluků z celého ATLASu. Ze srážky všech shluků za jednu sekundu bychom měli tedy měli milion GB dat!

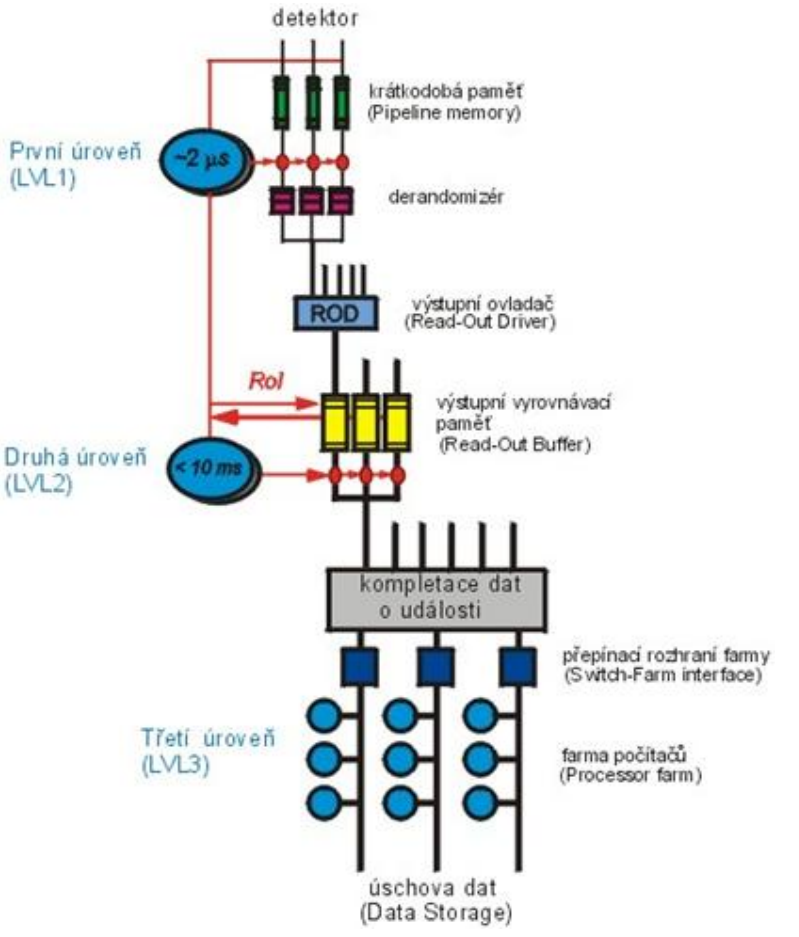
Tento informační tok odpovídá zhruba 2000 km vysokému sloupci knih za každou sekundu.

Proto je nutné použít triggrovací systém, který bude filtrovat události tak, aby byly zaznamenány jen ty, které jsou mimořádně zajímavé. Bylo by možné namítnout, proč se tedy nesníží frekvence srážek rovnou na takovou úroveň, jejíž data by bylo možné rozumným způsobem zaznamenat. Problémem ovšem je, že pravděpodobnost interakce částic se zvyšuje s vyšším počtem částic ve shluku. Navíc řada událostí, které fyzikové chtějí na LHC objevit či potvrdit, je velmi málo pravděpodobná - vznik nových částic (např. Higgsova bosonu), vybraný druh interakce, ... Proto je nutné urychlit velké množství částice, aby se tato pravděpodobnost zvýšila.

Trigger systém detektoru ATLAS je uspořádán ve třech úrovních (viz obr. 143), přičemž každá úroveň vybere jen část z událostí, které prošly předcházející úrovní.

Podobný trigger systém má každý člověk, když si např. hledá svého budoucího partnera. Také používáme řadu úrovní, které rozhodují o výběru toho správného partnera: pohlaví, věk, výška, postava, krása, inteligence,

smysl pro humor, spolehlivost, ... Některý výběr je velmi rychlý (pohlaví, věk), na jiné rozhodnutí je zapotřebí více času (inteligence, smysl pro humor, spolehlivost).



Obr. 143

Trigger první úrovně (LVL1) filtruje události podle jednoduchých kritérií (např. přítomnost mionu s vysokou příčnou hybností, přítomnost jetu, chybějící příčná energie, ...) a propouští je s frekvencí 75 kHz - 100 kHz (tedy průměrně každých $10\,\mu s$). Rozhodnutí, zda je událost zajímavá nebo ne, musí tato úroveň provést během asi $2\,\mu s$. Během tohoto rozhodování LVL1 jsou data ze všech částí detektoru držena v krátkodobé paměti (*pipeline*). Rozhodování se provádí pomocí jednoúčelových procesorů. Informace ze systému LVL1 je použita k rozpoznání oblasti detektoru, která obsahuje částice se zajímavými vlastnostmi (např. velké elektromagnetické shluky elektronů nebo fotonů, jety a miony). Trigger druhé úrovně (LVL2) tedy musí zpracovat mnohem méně informací a snižuje frekvenci toku dat až na 1 kHz. Trigger třetí úrovně (LVL3), nazývaný též „budovatelem události“, má dost času na detailnější kritéria a zapisuje data na záznamové zařízení rychlostí až 100 MB za sekundu.

Tomu odpovídá už jenom 5 m knih za každou sekundu.

Při záznamu na CDčko, které má kapacitu 750 MB, bychom při zmíněné snížené frekvenci srážek jedno naplnili za 7,50 s (jedna srážka vyžaduje 1 MB datového prostoru a srážek je 100 za sekundu). DVDčko má kapacitu zhruba 7krát vyšší, takže bychom jedno DVDčko

naplnili za čas 7krát delší, tj. zhruba za 50 sekund.

Záznam dat z experimentů je sled čísel uložený např. do textového editoru. A text (bez obrázků), který má z jedné srážky datový objem 1 MB, to je pěkná řádka čísel! A to, co fyziky zajímá, může být jedno číslo v takovém souboru resp. jeden řádek!

I tak je ovšem dat velké množství. Každý rok bude potřeba zaznamenat 15 PB dat (15 milionů GB). Proto odborníci v CERNu vymysleli a zrealizovali systém, který pomůže data efektivně zpracovat. Jedná se o tzv. GRID.

Zmíněných 15 PB dat by zaplnilo tolik CDček, že kdyby se položila jedno na druhé vznikl by sloup vysoký 20 km!

Zpracování dat bude probíhat ještě dlouhou dobu po uzavření LHC a budou na něm podílet zcela jistě studenti vysokých škol v rámci svých seminárních prací, bakalářských prací nebo diplomových prací.

7.5.3.7.4 | GRID

První počítač vybavený moderními páskami pro zálohu dat měl kapacitu 4 MB a jednalo se o robotický systém IBM 370/168. V CERNu byl uveden do provozu v roce 1976. Současný počítačový systém CERNu počítá s tím, že veškerá data, která budou získána z experimentů LHC, budou zálohována pomocí magnetického záznamu na pásky. Pro úspěšné zvládnutí takového množství dat budou

použity pásky s rychlostí záznamu až 4 GB za sekundu. Proto už v roce 2008, kdy LHC začal pracovat, mělo počítačové středisko CERNu k dispozici pět automatických zásobníků na magnetické pásky a disky. Kapacita těchto záznamových zařízení byla připravena na data z roku 2008 a nadále se budu zvyšovat.

V této souvislosti je nutné si uvědomit důležitou skutečnost. S postupným vývojem záznamových zařízení musí pracovníci CERNu volit taková záznamová média a přehrávací stroje, které budou schopné číst i starší záznamová média. Jinak by totiž bylo nutné s každým vylepšením technologie záznamu informací stále přenášet již archivovaná data na nová média. Tato aktualizace je občas nutná, ale cílem pracovníků počítačového střediska CERNu je, aby se prováděla minimálně. To ovšem klade velké nároky na výběr optimálních záznamových médií a jejich přehrávačů.

Řadu podobných zařízení dostává CERN za velmi výhodné ceny od firem světoznámých značek. Tyto firmy využívají počítačový park CERNu k testování svých výrobků (jak hardware, tak software), neboť jde o jednu z největších fungujících počítačových sítí na světě. A to je i jeden z dalších přínosů CERNu: po ověření přístrojů a jejich komponent v CERNu jsou tyto vylepšeny a k běžnému spotřebiteli putují již plně funkční výrobky bez

technologických vad a za cenu, v níž testování není zahrnuto. Za otestování počítačů si totiž CERN žádné faktury neúčtuje.

Tok dat v CERNu je zobrazen na obr. 144.



Obr. 144

Vzhledem k velkému množství velmi jedinečných dat z experimentů LHC není možné zpracovávat tato data

pouze na jednom místě - v CERNu. Příznivý vývoj počítačových sítí (přenosová rychlost, kapacita, zabezpečení, ...) umožnil vznik počítačového GRIDu. V rámci něho budou data a výpočetní čas na zpracování úlohy přerozdělována podle momentální vytíženosti sítě.

Podobná síť před zavedením GRIDu v CERNu již úspěšně fungovala (a funguje) v elektrorozvodné síti. A to jak na národní úrovni, tak na mezinárodní úrovni: v případě výpadku elektrické energie v jedné oblasti (okres nebo stát) sousedé této oblasti (jiný okres, sousední stát, ...) s dodávkou elektrické energie pomohou.

Systém bude fungovat tak, že pokud fyzik bude potřebovat nalézt a zpracovat určitá data z CERNu, odešle z laboratoře, která je začleněná do GRIDu, svůj požadavek. Speciální software (tzv. midleware) vyhodnotí momentální vytíženost (čas, paměťové nároky, ...) počítačů v CERNu, linek, počítače, z něhož žádost přišla, ... a na základě toho vyhodnotí způsob zpracování úlohy. Úloha se zpracuje buď v CERNu a pak se pošle fyzikovi na jeho počítač, nebo se pošlou data na fyzikův počítač, tam se zpracují a pak se pošlou výsledky zpět do CERNu. Je možná i varianta, že se data zpracují na třetím počítači, ke kterému je momentálně volný přístup a jeho vytíženost je pro úlohu optimální. Zpracovaná úloha se pak uloží do databáze v CERNu a je k dispozici všem.

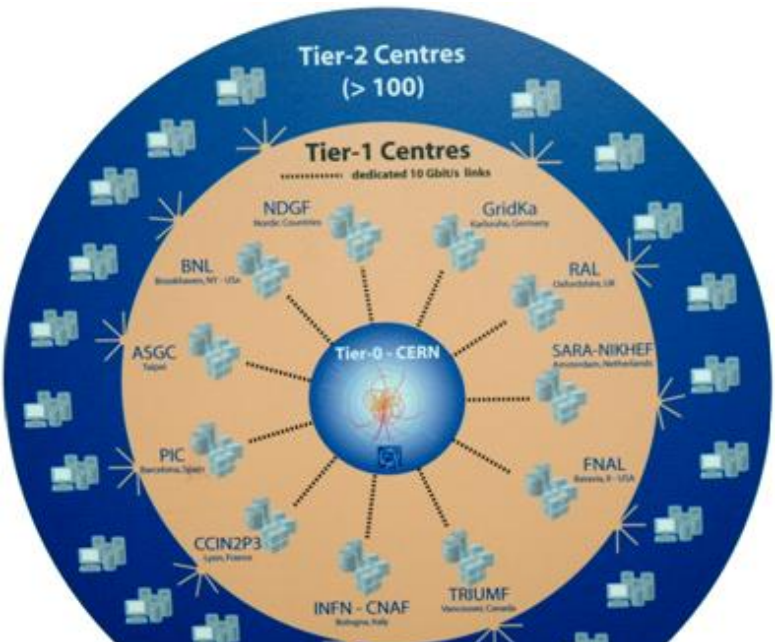
Tento systém pochopitelně klade velké nároky na

samotný software, který bude úlohy rozdělovat a spravovat. Proto mu musí být věnována velká pozornost. Nevýhodnou ovšem je, že celý systém může být definitivně odzkoušen až na skutečných datech a za plného provozu.

Sytém GRIDu (správně LCG = *LHC Computing Grid*) pracuje v několika úrovních (viz obr. 145), aby bylo možné nastavit priority (ne každý má přístup ke všem datům, do všech počítačů, ...), ale také rozhodovat rychle o vytíženosti počítačů.

Infrastruktura systému je založena na několika odlišných úrovních (*tiers*). CERN je Tier-0 - poskytuje zálohovací systém, inicializuje zpracování dat a distribuuje je na střediska Tier-1. Ta se podílejí na dlouhodobém zálohování dat. Střediska Tier-2 poskytují převážně CPU a dočasné zálohy. S LCG spolupracují i další sítě.

Počítačové středisko CERNu mělo v roce 2008 více než 7000 počítačů a velké množství záložních disků a záznamových médií. Pomocí sítě Ethernet s přenosovou rychlostí 1 GB za sekundu bylo připojeno do sítě GRIDu. Síť pouze pro LCG je připojena optickým vláknem s přenosovou rychlostí 10 GB za sekundu.



Obr. 145

7.5.3.7.5 | Zajímavosti o LHC

Cívky elektromagnetů používaných v CERNu v LHC jsou navinuty z niob-titanových kabelů. Každý z nich je tvořen 9000 vlákny, která jsou 10krát tenčí než lidský vlas,

a vydrží průchod elektrického proudu 12,5 kA. Při plném výkonu magnetického pole je velikost magnetické síly připadající na metr délky magnetu srovnatelná s velikostí tíhové síly Jumbo Jetu.

Hodnota elektrického proudu, který protéká vinutím cívek, je tedy zhruba 30000krát větší než je hodnota proudu, který protéká žárovkou s výkonem 100 W připojenou k fázovému napětí. Takovou žárovkou protéká elektrický proud $I = \frac{P}{U} = \frac{100}{230}\,\mathrm{A} = 0{,}43\,\mathrm{A}$.

Při plném výkonu urychlovače se budou protony pohybovat trubicí rychlostí o velikosti 99,99 % velikosti rychlosti světla ve vakuu. Za jednu sekundu tak proletí prstencem 11245krát. Přitom se pohybují ultravysokým vakuem - tlak v trubici, kterou se pohybují částice, je desetkrát menší než na Měsíci! Vakuum je tedy srovnatelné s vakuem v meziplanetárním prostoru.

Při srážce protonů probíhá reakce při teplotách 100000krát vyšších než je teplota nitra Slunce. V kontrastu s tím je teplota kapalného hélia v chladícím systému: ta je nejmenší v celém vesmíru.

Vinutí cívek musí být zajištěno proti pohybu, který by mohl nastat při změně magnetického pole v cívce. Při pohybu vinutí po sobě resp. po cívce by se třením uvolňovalo teplo, které by ohřívalo cívky. Tak by se mohly ohřát nad kritickou teplotu, při níž by ztratily své supravodivé vlastnosti. Tím by se celý urychlovač okamžitě

zastavil.

Pohyb cívek by nastal při změně magnetického pole, která je způsobena změnou elektrického proudu tekoucího cívkami. Proto je nutná velmi pevná fixace vinutí.

Každý z magnetů (jak dipólové magnety, tak kvadrupólové magnety) má hmotnost asi 30 tun a délku 15 metrů. Při ochlazení na tepotu 1,9 K se magnet zkrátí o 4,5 cm. Vzhledem k tomu, že jsou magnety z nerez oceli velmi pevně usazeny v tunelu, je změna jejich délka provázena velmi hlasitým duněním.

Pevné usazení magnetů je nutné proto, že magnety vytvářejí velmi silné magnetické pole a tedy na sebe navzájem působí velkou magnetickou silou. Proto je nutné magnety řádně ukotvit, aby nedošlo k nehodě.

Kryogenní aparatura LHC je tvořena soustavou 40000 velmi dobře utěsněných navzájem spojených trubek. Více než 12 milionů litrů (10800 tun) kapalného dusíku je potřeba na počáteční vychlazení systému o hmotnosti 36000 tun. Dalších 800000 litrů (60 tun) supratekutého hélia je nutné na finální ochlazení na teplotu 1,9 K. Spolehlivost a efektivita tohoto chladícího procesu je klíčová pro dosažení požadovaného výkonu magnetů a dalšího zařízení urychlovače.

Kapalný dusík je levnější a proto je použit na prvotní ochlazení na teplotu 80 K (teplota varu kapalného

dusíku). Zbývající ochlazení (o zhruba 75 K) se provádí pomocí helia. Při teplotě menší než 4 K vykazuje helium supratekutost. V tomto stavu prudce klesá jeho viskozita a helium velmi snadno proniká i do velmi malých otvorů. Toho se právě využívá při chlazení komponent LHC.

Při těchto nízkých teplotách mají vinutí cívek vlastnosti supravodiče. Mají tedy nejen nulový elektrický odpor, ale také se u nich projevuje Meissnerův jev. To znamená, že nedochází k žádným ztrátám elektrického výkonu. LHC je tak jedno z nejchladnějších míst ve vesmíru.

Teplota reliktního záření vyplňujícího vesmír je asi 2,7 K. Komponenty LHC jsou chlazeny na 1,9 K!

Elektrické vinutí cívek magnetů i mechanické podpěry, na kterých stojí samotné magnety, přenášejí teplo. To znamená, že tímto způsobem se vychlazená aparatura ohřívá. Kdyby nebyla pečlivě navržena, byl by přenos tepla velký a vzrostly by tedy i náklady na dodatečné chlazení systému. Proto jsou podpěry magnetů vyrobeny ze 4 mm silného kompozitního materiálu na bázi skleněného vlákna s příměsí epoxidu. Každá podpěra nese zátěž 10 tun a propouští pouze 0,1 W tepelného výkonu.

Tepelným ztrátám je zabráněno i tím, že v trubici, v níž se pohybují částice, je vysoké vakuum. Navíc jsou trubice s částicemi i přívodní trubice kryogenní aparatury obaleny reflexní hliníkovou fólií, která velmi dobře izoluje.

Hliníková fólie tedy funguje podobně jako termoska: přenos vnitřní energie mezi okolím a aparaturou urychlovače je velmi silně omezen.

Magnetické pole dipólových magnetů musí mít stálé homogenní pole, což znamená, že elektrický proud procházející vinutím cívek musí být velmi pečlivě kontrolován. Teplota magnetu je měřena s přesností 5 tisícin stupně, elektrický proud s přesností na miliontinu ampéru.

Elektrický příkon, který potřebuje ke svému provozu LHC, je 120 MW. Celkový příkon CERNU je 300 MW.

Řada číselných údajů o LHC je uvedena v přehledu na obr. 146.

Quantity	number
Circumference	26 659 m
Dipole operating temperature	1.9 K (-271.3°C)
Number of magnets	9593
Number of main dipoles	1232
Number of main quadrupoles	392
Number of RF cavities	8 per beam
Nominal energy, protons	7 TeV
Nominal energy, ions	2.76 TeV/u (*)
Peak magnetic dipole field	8.33 T
Min. distance between bunches	~7 m
Design luminosity	10^{34} cm^{-2} s^{-1}
No. of bunches per proton beam	2808
No. of protons per bunch (at start)	1.1×10^{11}
Number of turns per second	11 245
Number of collisions per second	600 million

(*) Energy per nucleon

Obr. 146

7.5.3.8 | ***Technické parametry urychlovačů

Trubice kruhových urychlovačů jsou poměrně dlouhé. Mohlo by se zdát, že při výrazně kratší délce (resp. poloměru) urychlovače se ušetří materiál, energie a tedy i finanční prostředky. To ovšem není pravda!

Velká délka trajektorie ve tvaru kružnice znamená, že kružnice má velký poloměr (resp. malou křivost).

Křivost se definuje jako převrácená hodnota poloměru kružnice.

Velký poloměr (resp. malá křivost) je důležitá pro změnu směru pohybu urychlovaných částic. Na částice musí působit dostředivá síla, která zakřivuje jejich trajektorii. Pro velikost dostředivé síly $\overrightarrow{F_d}$ působící na částici s hmotností *m* přitom platí: $F_d = ma_d = m\frac{v^2}{r}$, kde *v* je velikost rychlosti pohybu částice a *r* poloměr kružnice, po které se částice pohybuje. S rostoucím poloměrem křivosti trajektorie částic tedy klesá velikost síly, kterou je třeba na částici při dané velikosti rychlosti působit, aby se pohybovala stále po uvažované kružnici.

Ve výpočtech, kterými se řídí činnost urychlovačů, je nutné vzít v úvahu relativistickou hmotnost částice (tj. uvažovat změnu hmotnosti částice v závislosti na velikosti její rychlosti). Nicméně pro základní úvahu o souvislosti zrychlení (resp. síly) s poloměrem kružnice, po níž se částice pohybují, stačí uvedený klasický pohled.

Dostředivou sílu v urychlovačích realizuje magnetická síla. Proto při velkém poloměru křivosti trajektorie částic stačí magnetické pole s menší velikostí magnetické indukce, která určuje změnu směru rychlosti částic. S tím souvisí i druhý důvod, proč se konstruují urychlovače

takových velkých rozměrů: Podle teorie relativity každá nabitá částice, která se pohybuje se zrychlením, ztrácí část své energie ve formě tzv. brzdného záření (synchrotronové záření).

Taková částice prostě při svém pohybu vyzařuje záření, čímž ztrácí příslušnou část své energii. Velikost rychlosti jejího pohybu by proto klesala, pokud by nebyla částice průběžně urychlována.

Výkon, který relativistická částice s klidovou hmotností m_0, nábojem q a energií E pohybující se po kruhové trajektorii s poloměrem R vyzáří, je dán výrazem $P = \frac{q^2 c}{6\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^4$, kde ε_0 je permitivita vakua. Během jednoho oběhu tedy částice vyzáří energii: $\Delta E = Pt = \frac{q^2 c}{6\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^4 \cdot \frac{2\pi R}{c} = \frac{q^2}{3\varepsilon_0}\frac{1}{R}\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^4$. Pro jednoduchost jsme předpokládali, že částice se pohybují v urychlovači téměř rychlostí světla ve vakuu. S rostoucím poloměrem zakřivení trajektorie částic (tj. s klesající křivostí) klesají energetické ztráty. Pro částice s malou klidovou hmotností (např. elektrony) je energie vyzáření ve formě synchrotronového záření výrazně vyšší, než pro částice s vyšší hmotností (např. protony).

V závěrečné fázi činnosti LEPu v něm byly elektrony urychlovány na energii 100 GeV, což znamenalo ztrátu

2 GeV na jeden oběh. V LHC budou urychlovány protony na energii 7 TeV a energie vyzářená ve formě synchrotronového záření bude jen 4 keV na jeden oběh.

Dosažitelnou energii pro protonové urychlovače tak (na rozdíl od urychlovačů elektronů) neomezují ztráty připadající na synchrotronové záření, ale dosažená velikost magnetické indukce magnetického pole dipólových magnetů. Ty zakřivují trajektorii částic, a proto s rostoucí energií částice musí růst i velikost magnetické indukce magnetického pole, které je nutné na zakřivení trajektorie částice.

Veškeré experimenty prováděné na urychlovačích nejen v CERNu jsou nesmírně náročné na přesnost. Uvědomíme-li si, že po uražení dráhy několika desítek kilometrů se mají setkat dva svazky částic, jejichž průměry jsou řádově $10^{-15}\,\mathrm{m}$, je zřejmé, jaké nároky na přesnost jsou kladeny na techniku, která celý proces urychlování a navádění částic proti sobě řídí. Tyto experimenty jsou velmi citlivé i na okolní vlivy (slapové síly Měsíce, otřesy země, teplotní výkyvy aparatury, …), které se musí během celé doby konání experimentu průběžně korigovat.

7.5.3.9 | Budoucnost částicové fyziky

Již v době, kdy se chystal ke spuštění LHC začali

fyzikové plánovat urychlovač další generace, který by byl nástupcem LHC. Jednou z úvah, které je věnována velká pozornost, je lineární urychlovač CLIC (*Compact LInear Collider*). Návrat k lineárním urychlovačům, jimiž výzkum částic ve 20. století začínal, může působit značně archaicky. Ve skutečnosti se bude využívat té nejmodernější techniky a zařízení. Pokud se postaví urychlovač dostatečně dlouhý, bude možné částice urychlit na energie srovnatelné (a vyšší) jako urychluje částice LHC. Výhodou lineárního urychlovače je méně technických problémů (přesná fokusace kvadrupólových magnetů, dipólových magnetů, vytváření silného magnetického pole pomocí supravodičů, ...). CLIC by měl urychlovat elektrony a zkoumat koherentní rentgenové záření.

O tom, zda bude tento typ urychlovače realizován, rozhodne rada CERNu někdy kolem roku 2015. Rozhodnutí se bude opírat mimo jiné i o dosavadní výsledky činnosti LHC.

7.5.4 | ***Urychlovač částic v domácnosti - mikrovlnná trouba

Mikrovlnná trouba, která je znázorněna na obr. 147. ohřívá a vaří pomocí vysokofrekvenčního elektromagnetického záření, kterým se rozkmitají molekuly vody obsažené uvnitř potravin. Transformátory v troubě vytvoří vysoké napětí, kterým se napájí magnetron (obr.

147 - detail a). Magnetron je druh katodové trubice, která produkuje mikrovlnné záření. Vlákno stočené uvnitř magnetronu tvoří vlastní katodu magnetronu. Toto vlákno emituje elektrony, které jsou magnetickým polem a elektrickým polem v magnetronu soustředěny do svazku, jenž se rychle pohybuje po kruhové trajektorii okolo sady kovových destiček. Jak se svazek elektronů přibližuje k dané destičce, indukuje v ní opačný náboj, než je náboj svazku (tedy se v ní indukuje kladný náboj). V destičkách, které s destičkou, k níž se blíží svazek elektronů, sousedí, se indukuje naopak náboj záporný. Vzhledem k tomu, že se svazek elektronů pohybuje rychle, náboj na každé destičce se mění z kladného na záporný a naopak s poměrně vysokou frekvencí. Tato změna polarity náboje se opakuje řádově 10^9krát za sekundu. Krátká anténa připojená k jedné z destiček přeměňuje oscilaci elektronů na mikrovlnné záření o frekvenci $2450\,\mathrm{MHz}$.

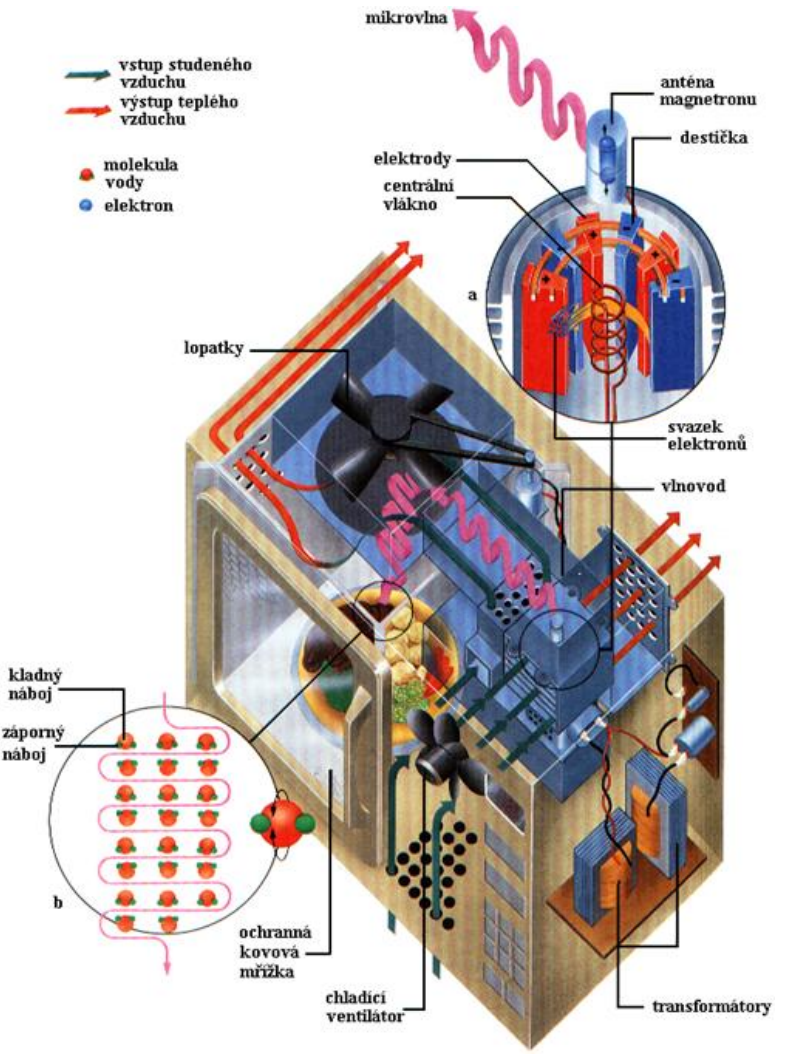
Frekvence mikrovlnného záření tedy je řádově $10^9\,\mathrm{Hz}$.

Vlny se pak vedou dutou kovovou trubicí k sadě otáčejících se lopatek, které rozptylují záření rovnoměrně v celém objemu vnitřku trouby. Mikrovlny, které lze chápat jako oscilující elektrické pole, pak pronikají do potravin.

Molekuly vody, obsažené v každé potravině, nesou na jednom konci kladný náboj a na druhém konci záporný náboj (viz obr. 147 detail b). Jsou-li vystaveny mikrovlnnému záření, rozkmitají se, aby se mohly stále vyrovnávat podél oscilujícího elektrického pole. Tímto

pohybem molekul se zvyšuje vnitřní energie objektu v mikrovlnné troubě a tedy se zvyšuje i jeho teplota.

Vzhledem k tomu, že nádoba, v niž je jídlo uloženo (hrnek, talířek, ...) obsahuje mnohem méně vody než jídlo, ohřívá se nádoba přímým působením mikrovlnného záření méně než jídlo. Nádoba se ohřívá tepelnou výměnou vedením tepla od již ohřátého jídla.


mikrovlna
vstup studeného vzduchu
výstup teplého vzduchu
molekula vody
elektron
anténa magnetronu
destička
elektrody
centrální vlákno
a
lopatky
svazek elektronů
vlnovod
kladný náboj
záporný náboj
b
ochranná kovová mřížka
chladicí ventilátor
transformátory

Obr. 147

7.5.5 | Interakce mezi částicemi

7.5.5.1 | Čtyři silové interakce v přehledu

Zkoumáme-li interakce částic (srážky částic), dostáváme se na základní úroveň sil působících v přírodě. V současné době známe pouze čtyři druhy sil, kterými na sebe částice vzájemně působí:

Experimenty ukazují, že více druhů silových interakcí není. Z pohledu fyziky jsou postačující, protože každá síla, s níž se fyzikové setkávají, patří mezi jednu z těchto čtyř interakcí.

1. silná jaderná síla (*S*) - jedná se o projev interakce obecnější (tzv. barevné interakce), která souvisí se vzájemnou interakcí kvarků. Silná síla se projevuje na známých částicích (protony, …), zatímco barevná se projevuje na úrovni struktury. Tato interakce je zodpovědná za jaderné síly, které drží pohromadě jádro atomu.

Proto je silná síla odpovědná za to, že objekty (hvězdy, lidé, ...) jsou těžké. Většina hmotnosti daného objektu je soustředěna právě v atomovém jádru.

2. elektromagnetická síla (*E*) - působí mezi všemi nabitými částicemi a způsobuje proto elektromagnetické jevy. Její velikost je nulová v nekonečné vzdálenosti od nabité částice. Tato interakce fixuje velikost atomů, strukturu pevné látky, způsobuje vazbu mezi elektronem a jádrem, ...

Elektromagnetická síla tedy vytváří objem objektů. Většina sil z běžného života (třecí síly, odporové síly, ...) jsou projevem právě elektromagnetické interakce.

3. slabá jaderná síla (*W*) - jedná o interakci, která způsobuje β rozpad. Podléhají jí částice, které nejsou nabité (např. neutrina).

Bez této interakce by se příroda obešla: 95 % částic by se jen přestala rozpadat!

4. gravitační síla (*G*) - ve světě částic je její účinek zanedbatelně malý. Její význam je ale dominantní pro astronomii - drží pohromadě soustavy nebeských těles (Sluneční soustava, galaxie, ...), formuje hvězdy, běžná vesmírná tělesa s rozměry nad 100 km, ... Na rozdíl od elektromagnetické interakce nelze gravitační interakci žádným způsobem odstínit.

Malý účinek této interakce v mikrosvětě je dán malou hmotností (resp. klidovou hmotností) objektů mikrosvěta. Jinými slovy gravitační síla je zanedbatelná ve srovnání s jinými silami, které působí mezi týmiž částicemi.

Slabá jaderná síla způsobuje při β rozpadu přeměnu neutronu na proton, elektron a antineutrino uvnitř jádra. To je děj, který se nemůže stát vlivem žádné jiné síly. Silná interakce drží protony a neutrony v jádře pohromadě, elektromagnetická interakce se snaží protony od sebe oddálit, ale ani jedna z nich nemůže změnit typ těchto částic. A gravitační síla to v žádném případě neudělá také.

Jednotlivé interakce přehledně zobrazuje tab. 5, v níž:

1. *Dosah* udává dosah dané interakce;
2. *Vazbová konstanta* udává relativní intenzitu dané interakce;

Je to vlastně „síla“ daného typu interakce.

3. *Střední doba života* udává střední dobu života částice, která je vázána danou interakcí;

Jedná se tedy o pravděpodobnost, kdy (a jestli vůbec) se daná částice rozpadne.

4. *Účinný průřez* je daný rozptylem dvou částic (počítáno pro případ, kdy jedna částice stojí a druhá nalétá s energií 10 GeV).

Na obr. 148 je znázorněn průběh intenzity I jednotlivých silových interakcí v závislosti na vzdálenosti

částic R. Je vidět, že nejvíce se projevují rozdíly v intenzitách interakcí právě uvnitř atomových jader, jejichž typický rozměr je řádově $10^{-15}\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{fm}$.

Typ interakce		Působí na „náboj“	„Cítí“ jí částice	Prostředník	Dosah	Vazbová konstanta	Střední doba života	Účinný průřez
silná	S	barevný náboj	kvarky, gluony	gluony	10^{-15} m	1 - 10	10^{-23} s	4 fm^2
elektromagnetická	E	elektrický náboj	elektricky nabité	fotony	∞	$\frac{1}{137}$	10^{-22} s	10^{-4} fm^2
slabá	W	vůně	kvarky, leptony	W^+, W^-, Z^0	10^{-18} m	10^{-10}	10^{-23} s	10^{-11} fm^2
gravitační	G	hmota	všechny	gravitony	∞	10^{-38}		

tab. 5

Ve vzdálenosti 1 fm je relativně nejsilnější silná interakce, což umožňuje existenci stabilních jader atomů.

Tato interakce je vždy přitažlivá - bez rozdílu na náboj částice, která se v jádře atomu nachází. A dále než v jádru atomu nepůsobí!

Elektromagnetická interakce je totiž přitažlivá jen pro částice s opačným elektrickým nábojem. Z grafu je také vidět, že slabá interakce se uplatňuje pouze uvnitř atomových jader. Gravitace a elektromagnetismus jsou jediné interakce dalekého dosahu, a proto se uplatňují i v makrosvětě resp. v kosmologii.

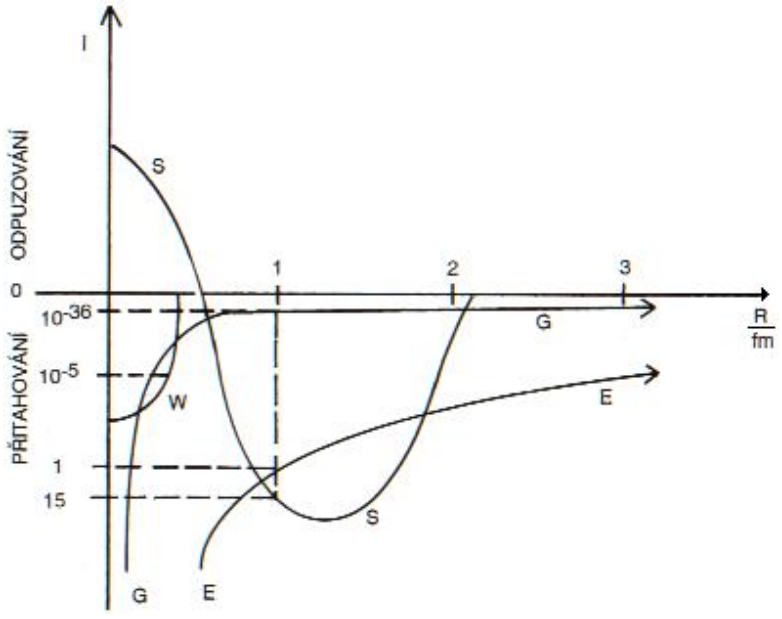
Poznámka: Stupnice intenzity na obr. 148 je silně nelineární - jinak by obrázek nebylo možné nakreslit tak, aby na něm byly interakce rozumně vidět.

O uvedených silových interakcích předpokládáme, že jsou zprostředkovány kvanty silových polí (virtuálními částicemi) a představujeme si vzájemné silové působení

(silové interakce) tak, že si částice vyměňují tato kvanta.

Gravitační silové působení ve světě částic je sice univerzální tj. gravitačně na sebe vzájemně působí všechny druhy částic, ale je nejslabší. Zprostředkující kvanta gravitačního silového pole, tzv. **gravitony**, se zatím nepodařilo objevit. K jejich objevu by mohla napomoci registrace gravitačních vln z vesmíru a jejich zkoumání.

O to se fyzikové pokoušejí už od dob Alberta Einsteina, který gravitaci popsal v rámci obecné teorie relativity, ale teprve v nedávné době (cca od 90. let 20. století) se začaly stavět velké detektory gravitačních vln. Problém je ale v tom, že gravitační vlny, které na Zem dospějí, mají velmi malou amplitudu. Proto jsou velmi obtížně detekovatelné. A takové události ve vesmíru, které by byly zdrojem silnějších gravitačních vln, jsou velmi vzácné. Nicméně technika snad už brzy umožní rozumně detekovat i velmi slabé gravitační vlny, abychom se více dozvěděli i o této interakci.



Obr. 148

Elektromagnetické působení je nejlépe prozkoumáno a probíhá mezi částicemi, které mají elektrický náboj. Zprostředkující kvantum je **foton**, kvantum elektromagnetického záření.

V mikrosvětě se navíc setkáváme s dalšími dvěma druhy sil. Ty, které nazýváme **silné interakce**, tvoří podstatu jaderných sil, a tedy i jaderné energie. **Slabé interakce** se uplatňují při reakcích, kde vystupují neutrina, při radioaktivním β rozpadu, ...

K velkým úspěchům částicové fyziky patří objev částic, které zprostředkují slabé síly. Jedná se o tři částice: intermediální bosony $W^{\pm}$ a Z^0. Na rozdíl od fotonu mají nenulovou klidovou hmotnost, a to dokonce značnou; u $W^{\pm}$ jde o hmotnost, která je ekvivalentní energii 81 GeV a u Z^0 je to 92 GeV (zatímco u elektronu je to pouze 0,5 MeV). Existenci těchto částic předpověděli na základě teorie američtí fyzikové S. Weinberg (narozen 1933) a S. Glashow (1932) a pákistánský fyzik A. Salam (1926), nositelé Nobelovy ceny za rok 1979. Vzhledem k velké klidové hmotnosti intermediálních bosonů bylo možno očekávat jejich experimentální pozorování pouze na urychlovačích s dostatečně velkou energií. Podařilo se to italskému fyzikovi C. Rubbiovi (narozen roku 1934) a holandskému fyzikovi S. van der Meerovi (1925) a jejich spolupracovníkům na urychlovači SPS v CERNu a byli za to odměněni Nobelovou cenou v roce 1984.

7.5.5.2 | ***Výměnný charakter silových interakcí

Uvažujme dvě částice *A* a *B* (viz obr. 149), které tvoří látku (tj. patří mezi fermiony a mají tedy poločíselný spin). Vyšle-li částice *A* částici *x* s celočíselným spinem (kvantum pole, virtuální částici), která zprostředkovává danou silovou interakci, změní zpětný ráz vzniklý při vyslání

částice *x* rychlost částice *A*. Virtuální částice *x* se setká s částicí *B*, která ji pohltí. Při této srážce změní částice *B* svoji rychlost díky hybnosti, kterou jí předala částice *x*. Navenek celá situace vypadá tak, jako by mezi oběma látkovými částicemi *A* a *B* působila síla - v tomto případě síla odpudivá.

Tuto výměnu si lze představit tak, že si dvě osoby, z nichž každá stojí na jedné loďce na klidné hladině rybníka, vzájemně přehazují těžký míč.

Tato zde velmi zjednodušená představa má své hluboké matematické základy, které ovšem vyžadují vysokoškolský matematický a fyzikální aparát.

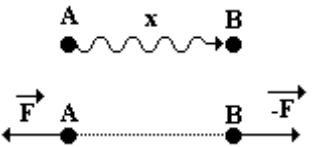
Přitažlivou sílu lze popsat podobným způsobem, i když v této analogii velmi obtížně.

Jednou z variant je představit si dvě osoby stojící každá na své loďce na klidné hladině rybníka. Každá osoba má v ruce bumerang, který hodí po druhé tak, že bumerang danou osobu obletí a udeří jí zezadu. Tak jí předá příslušnou hybnost ve směru pohybu k první osobě. Analogicky se zachová s bumerangem i druhá osoba.

Částice zprostředkovávající silové interakce se nazývají virtuální částice (zdánlivé částice) proto, že na rozdíl od skutečných částic je nelze přímo zachytit v žádném přístroji. Svoji existenci ale dokazují měřitelnými projevy - hlavně jsou příčinou samotné silové interakce

mezi částicemi. Za určitých předpokladů mohou být tyto částice pozorovány přímo. V tom případě se ale projevují jako vlny z klasické fyziky (světelné vlny, gravitační vlny, ...). Ty mohou vznikat třeba tehdy, když si látkové částice vyměňují virtuální částice. Např. elektrická odpudivá síla mezi dvěma elektrony je vyvolána výměnou virtuálních fotonů, které nikdy nelze přímo zaznamenat. Jestliže se však jeden elektron pohybuje kolem druhého, vznikají také skutečné fotony, které pozorujeme jako světelné záření.

Z hlediska energie částic se jedná o problém stojící částice *A*, která má na úkor své vnitřní energie uvolnit (vyslat) kvantum pole (virtuální částici) tak, aby toto kvantum mohla druhá částice (částice *B*) přijmout. Klasicky to není možné realizovat, neboť by došlo k porušení zákona zachování energie. Zde to možné je, neboť v mikrosvětě může být zákon zachování energie porušen v rámci Heisenbergovy relace neurčitosti $\Delta E.\Delta t \geq \hbar$.



Obr. 149

Maximální energie, kterou částice má, je klidová energie $E_0 = m_0 c^2$. Interakce mezi částicemi má proběhnout na vzdálenost *r*, tj. tuto vzdálenost musí virtuální částice za dobu Δt urazit.

A právě na tuto dobu si „půjčila“ energii.

V hrubém výpočtu neuděláme velkou chybu, budeme-li předpokládat, že se částice bude pohybovat rychlostí o velikosti rychlosti světla ve vakuu *c*. Pak podle Heisenbergovy relace neurčitosti dostaneme: $m_0c^2 . \frac{r}{c} \doteq \hbar$, odkud lze pro vzdálenost *r* psát $r = \frac{\hbar}{m_0 c} = \lambda_x$. Tak jsme získali obecnou **Comptonovu vlnovou délku** virtuální částice *x*, která interakci způsobuje.

Částice přenášející silové interakce se nepodřizují Pauliho vylučovacímu principu (viz 4.2.2). Tedy počet částic, které mohou být vyměněny, není omezen, a tak může vzniknout velmi intenzivní silové působení. Těžké interakční částice se ovšem vytvářejí a vyměňují obtížněji než částice s menší klidovou hmotností. Síly zprostředkované velmi hmotnými částicemi proto mají krátký dosah (viz právě odvozený vztah pro vzdálenost *r*). Na druhé straně silové částice (virtuální částice), které mají nulovou klidovou hmotnost (např. fotony), způsobují interakce dalekého dosahu.

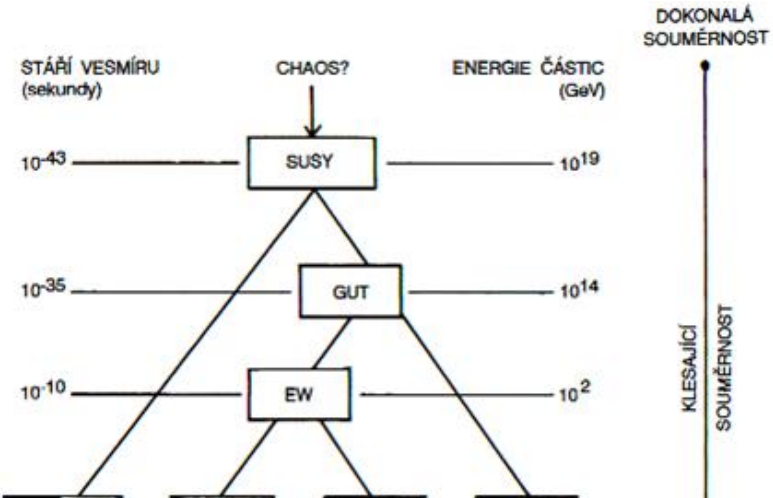
7.5.5.3 | Snaha o sjednocení silových interakcí v jedinou

Z teorie S. Weinberga, S. Glashowa a A. Salama také vyplynulo, že elektromagnetické síly a slabé síly jsou jen

dvěma projevy jedné a téže **elektroslabé síly** (*EW*).

Rozdíly mezi slabou interakcí a elektromagnetickou interakcí mizí při energiích částic řádově $10^2\ GeV$ (viz obr. 150). V analogii s tímto sjednocením slabé interakce a elektromagnetické interakce se fyzikové domnívají, že i silné jaderné síly mezi nukleony resp. kvarky, by mohly být projevem téže síly. Jedná se o tzv. **teorii velkého sjednocení** (GUT - *Grand Unification Theory*). To znamená, že při teplotě (resp. energii částic) vyšší než jistá kritická mez, by bylo možné oddělené popisy tří interakcí (silné interakce, slabé interakce a elektromagnetické interakce) nahradit popisem jediným.

Energie v řádu stovek GeV je energie, která byla již v 80. letech 20. století dosažena např. na urychlovači LEP v CERNu.



Obr. 150

Problém je v tom, že odhadovaná energie pro sjednocení všech tří interakcí je neporovnatelně vyšší než v předešlém případě - asi $10^{14}\ \mathrm{GeV}$ (čemuž odpovídá teplota $10^{27}\ \mathrm{K}$).

Nepředstavitelnost tohoto údaje si lze ilustrovat názorným příkladem. Uvažujme teploměr, který má milimetrové dílky, přičemž jeden tento dílek odpovídá teplotě $10^{11}\ \mathrm{K}$ (teplota nitra supernovy při jejím výbuchu). Potom k zaznamenání teploty $10^{27}\ \mathrm{K}$ by byl třeba teploměr o výšce rovné $10^{16}\ \mathrm{mm} = 10^{13}\ \mathrm{m} \doteq 100\ \mathrm{AU}$, tedy

teploměr o výšce rovné průměru Sluneční soustavy.

Při hledání společného popisu elektromagnetické interakce a slabé interakce bylo třeba vysvětlit obrovský rozdíl v dosahu elektromagnetické interakce a slabé interakce. Elektromagnetická interakce má nekonečný dosah, což je v souladu s tím, že je zprostředkována fotonem s nulovou klidovou hmotností. Velmi krátký dosah slabé interakce lze vysvětlit tím, že je zprostředkována částicemi s velkou klidovou hmotností. Kvantová fyzika dovoluje lokálně porušit zákona zachování energie, ale jen na velmi krátkou dobu (přesně ve shodě s Heisenbergovou relací neurčitosti). Jestliže má tedy zprostředkující částice velkou klidovou hmotnost, byla by potřeba k jejímu vzniku velká energie a může existovat ve virtuální podobě jen velmi krátce. Takto zprostředkovaná interakce může dosáhnout jen do krátkých vzdáleností dostupných nejvýše rychlostí světla v době vyplývající z Heisenbergovy relace neurčitosti.

Řada fyziků soudí, že tudy vede „královská cesta“ k totálnímu sjednocení všech čtyř interakcí. Stačí k tomu „jen“ zvýšení teploty na $10^{32}\,\mathrm{K}$ resp. energie na $10^{19}\,\mathrm{GeV}$.

Při této teplotě by již zmíněný teploměr měl výšku skoro 100 světelných let.

Při této teplotě je pak možné nahradit stávající čtyři interakce interakcí jedinou, supersilnou interakcí, někdy

také nazývanou supergravitace (SUSY). Podmínky v takové fyzikální soustavě by byly více než „pekelné“, ale dovolovaly by fyziku maximálně zjednodušit. Všechny částice by byly rovnocenné a vyměňovaly by si mezi sebou jediný typ intermediálních superbosonů. Ty by tvořily virtuální částice, které si částice při vzájemných interakcích mezi sebou vyměňují.

To by pak znamenalo, že v přírodě působí jen jedna jediná univerzální síla. Taková teorie by se pak nazývala **jednotná teorie pole**, tzv. teorie všeho (TOE - *Theory of Everything*), která představuje vrchol snahy teoretických fyziků.

Přestože se objevuje řada námětů, jak takovou teorii sestrojit, žádný z pokusů o její vytvoření nebyl zatím úspěšný. A to hlavně z důvodu, že neexistuje žádná šance tuto teorii experimentálně ověřit díky obrovským energiím, na něž by bylo nutné částice urychlit, aby byly vytvořeny příslušné podmínky pro sjednocení silových interakcí.

Laboratorní ověření TOE nepřipadá v úvahu. V současné době začal pracovat v CERNu urychlovač LHC, který urychluje částice na energie řádově $10^4\,\mathrm{GeV}$ s průměrem urychlovacích prstenců kolem 10 km, což je prakticky hranice technických možností tohoto typu urychlování.

Pro ověření teorie GUT by bylo nutné postavit urychlovač s prstencem o průměru rovném průměru

Sluneční soustavy.

Uvedené podmínky pro teorii GUT i TEO byly splněny po velmi krátkou dobu i v přírodě. Bylo to v prvních okamžicích existence vesmíru (obr. 150), kdy byl vesmír nesmírně hustý a horký. Počátky vesmíru tedy studují dva fyzikální obory - částicová fyzika a kosmologie. Pro zjištění chování hmoty při určité vysoké teplotě se lze „podívat" do příslušného raného okamžiku vesmíru, kdy teplota byla taková, jakou požadujeme, a na základě kosmologických modelů určit chování částic, vzájemné interakce, ...

Tyto „pohledy do minulosti" nejsou nereálné. Ve vesmíru existuje řada objektů (reliktní záření, kvasary, ...), které vědcům poskytují informace o stavu vesmíru v době jeho formování.

Dalším problémem je teorie, která by dokázala skloubit obě diametrálně odlišné teorie: částicovou fyziku a kosmologii. Částicová fyzika popisuje chování částic ve velmi omezeném prostoru, zatímco kosmologie (a zejména teorie relativity) popisuje chování vesmíru v dobách, kdy měl velmi vysokou hustotu. To ale znamená, že částice, které jej tvořily, byly velmi blízko u sebe. Proto je nutné popsat počáteční stav vesmíru jak částicovou fyzikou, tak obecnou teorií relativity. Když se

ale tyto teorie aplikují společně na řešení daného problému, získáme velmi nereálné a nesmyslné výsledky. Jednou z teorií, která by mohla tento problém vyřešit, by mohla být např. teorie strun.

Jak se vyjádřil americký fyzik, nositel Nobelovy ceny Leon Lederman: „Naším úkolem je vysvětlit celý vesmír pomocí jediné a jednoduché formule, kterou byste mohli nosit vytištěnou na tričku.“

Do takové formule by se pak za jednotlivé parametry, které by v ní vystupovaly, dosazovaly konkrétní údaje a tím bychom získávaly popis dějů v mechanice, elektrostatice, ...

7.5.6 | Systém částic

Látka (jádra, atomy, molekuly, krystaly, ...) je tvořena třemi druhy částic - elektrony, protony a neutrony. Postupem času však bylo objeveno mnoho dalších částic, nejdříve v kosmickém záření, později na urychlovačích. Proto se je fyzikové snaží nějakým způsobem utřídit a najít v nich systém podobný periodické soustavě prvků.

Mezi částicemi platí různé symetrické a příbuzenské vztahy, částice s podobnými vlastnostmi vytvářejí skupiny. Některé částice se jeví jako kdyby byly různými stavy téže částice.

Víme např. o značné příbuznosti protonu a neutronu

tvořících jakoby dvě podoby jedné částice - nukleonu.

7.5.6.1 | Částice a antičástice

Jednou ze základních symetrií přírody je symetrie mezi **částicemi a antičásticemi**, které představují jakoby dvě zrcadlové částice:

1. téže hmotnosti, téhož spinu, se stejnou střední dobou života;
2. s opačným znaménkem elektrického náboje, magnetického momentu a některých kvantových čísel (baryonové číslo, leptonové číslo, podivnost, ...).

Antičástice se řídí stejnými fyzikálními zákony jako *obyčejné* částice. Objevu antičástic předcházela jejich teoretická předpověď. Vyplynula z relativistické kvantové teorie pohybu elektronu, kterou zformuloval v roce 1928 britský fyzik P. A. M. Dirac (1902 - 1984, Nobelova cena v roce 1933).

V jeho práci se poprvé objevuje antičástice k elektronu - pozitron. Dirac tuto antičástici předpověděl na základě výsledku řešení svých rovnic: obdržel dvě řešení, která se lišila znaménkem. Jedno řešení odpovídalo elektronu a druhé pak částici, která měla opačný náboj, ale stejnou hmotnost jako elektron.

Pozitron (antičástice elektronu) pak skutečně objevil v roce 1932 americký fyzik Carl David Anderson (1905 - 1991) v kosmickém záření.

Při srážkách částic s antičásticemi (např. elektronu s pozitronem) dochází k tzv. **anihilaci částic** a vzniku elektromagnetického záření γ: $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$.

Termín anihilace (*nihil* = *nic*) není ale příliš výstižný. Ve skutečnosti nejde o přeměnu částic v „nic“, ale v částice o nulové klidové hmotnosti, tedy v přeměnu ve fotony.

Ze zákona zachování hybnosti a zákona zachování energie vyplývá, že při anihilaci musejí vznikat dva fotony, které se pohybují v navzájem opačných směrech.

Při anihilaci dochází tedy k **úplnému uvolnění energie**. Je možné, že někdy v budoucnosti bude lidstvo anihilační energie využívat. Může probíhat i proces opačný, při kterém se foton záření γ v blízkosti atomu přemění v **elektron - pozitronový pár**. Toto tvoření párů je vedle fotoefektu a Comptonova jevu jedním z mechanismů pohlcování pronikavého elektromagnetického záření látkou.

Není-li pro antičástici k částici *x* zavedena zvláštní značka, značí se tato antičástice symbolem $\bar{x}$.

Zrcadlová symetrie hmoty a antihmoty je tak dokonalá, že neexistuje žádný rozumný důvod, proč by mělo být ve vesmíru více hmoty než antihmoty. Pozorování však

ukazují, že tento nepoměr je až překvapivě příkrý: odhaduje se, že dnes převažují částice nad antičásticemi v poměru $1\,\text{antičástice} : 10^9\ \text{částic}$. Aby vůbec došlo ke vzniku hmoty z částic, musela být v počáteční fázi vývoje vesmíru porušena symetrie mezi částicemi a antičásticemi. Toto porušení symetrie bylo v počátečních stadiích vývoje vesmíru v poměru $10^9\ \text{antičástic} : 10^9 + 1\,\text{částic}$.

Pravděpodobnost vzniku antičástice při srážce částic v urychlovači je stejná jako pravděpodobnost vzniku částice. Oba druhy částic jsou stejně reálné. Vzhledem k tomu, že ve vesmíru převažují částice, každá antičástice, která vznikne při srážce jiných částic, téměř okamžitě anihiluje se „svojí" částicí. Přitom se uvolní energie. Otázky ohledně antičástic (proč anihilovaly a zůstaly jen částice, jak se liší od částic, z nichž je tvořena hmota ve vesmíru, ...) by měly pomoci zodpovědět experimenty, které probíhají na urychlovači LHC v CERNu.

V CERNu také probíhá intenzivní studium antičástic mimo urychlovač LHC: z vyrobených antičástic fyzikové už vyrobili i první atomy antivodíku. Vyrobit z antičástic celé atomy ale není jednoduché - jsou na to zapotřebí technologie srovnatelné se stavbou velkých urychlovačů (např. LHC). Technologie na zkoumání antičástic nejsou finančně tak náročné jako velké urychlovače, ale principem se jim velmi blíží. Aby totiž antičástice mohly interagovat (ať už sami se sebou nebo s částicemi), je nutné je zpomalit. Účinný průřez, který určuje pravděpodobnost, že

dojde k reakci, totiž závisí na velikosti rychlosti, kterou se částice pohybuje. Proto je nutné antičástice, které jsou produkovány při určité srážce, nejdříve zpomalit. To se provádí ve zpomalovacích prstencích, které fungují velmi podobně jako urychlovací prstence urychlovačů.

Antičástice tedy procházejí jakýmsi „zpomalovačem“.

Antičástice se již používají v praxi - zejména v medicíně:

1. PET (pozitronová emisní terapie) - jedná o jadernou zobrazovací techniku nukleární medicíny , jejímž výsledkem jsou 3D obrazy vybrané části pacientova těla. Pacientovi se vpraví do krve látka s radionuklidem emitujícím pozitrony (radionuklid s krátkým poločasem rozpadu - řádově minuty). V těle pak nastává anihilace pozitronů s elektrony a uvolněnou energii (ve formě fotonů elektromagnetického záření pohybujících se v navzájem opačných směrech) absorbuje detektor kolem těla pacienta. Detektor zaznamenává γ záření vznikající anihilací. Na obr. 151 je zobrazeno celkové schéma, na obr. 152 pak detail detektoru.
   Tato metoda se úspěšně kombinuje např. s CT nebo NMR v medicíně.

Kolem pacienta je tedy detektor, který detekuje místa s vyšší (resp. nižší) energií v těle pacienta podobně

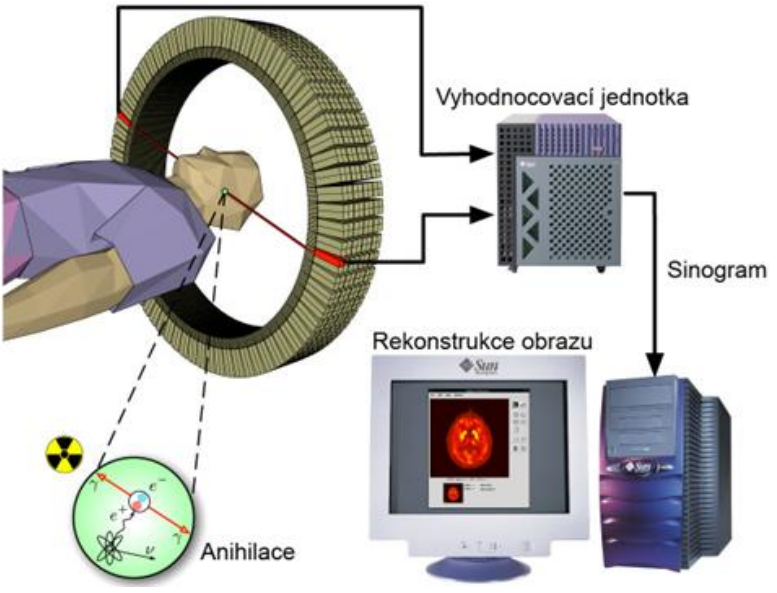
jako např. detektor ATLAS detekuje částice produkované při srážce částic v trubici urychlovače.

2. radioterapie - je metoda používaná např. k léčení nádorů pomocí protonů a antiprotonů. Tato metoda je dalším kvalitativním krokem k léčbě pacientů, neboť protony (nebo antiprotony) mají (na rozdíl např. od elektronů či fotonů) přesně definovaný dolet - tj. vzdálenost, kterou proletí daným prostředím. Protonová terapie se již využívá klinicky (tj. k léčbě pacientů), zatímco antiprotonová terapie je zatím ve stadiu výzkumu.

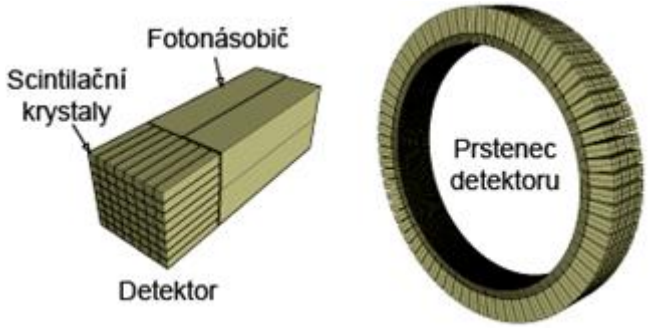
Princip antiprotonové terapie je takový, že antiprotony, které byly vpraveny do těla pacienta, mají přesně danou energii. Ta je volena tak, aby se antiprotony zastavily přesně v místě nádoru, který je potřeba odstranit (pravděpodobnost, že nastane anihilace páru částice - antičástice totiž závisí na velikosti rychlosti částic a tedy i na jejich energii). V místě nádoru se tedy anihilací uvolní relativně velká energie, které nádor zničí.

Námitka proti používání této metody by mohla upozorňovat na radioaktivní záření, které vzniká přímo v těle pacienta. Je nutné si ovšem uvědomit, že riziko, které představuje radioaktivní záření je v množství, které v těle vzniká, výrazně menší, než rizika spojená s bujícím

nádorem.



Obr. 151



Obr. 152

7.5.6.2 | Potřeba systematického dělení částic

Systematické dělení hmoty začalo již v polovině 19. století, kdy byla vyslovena atomární hypotéza. Později byly tyto hypotézy ověřovány experimenty a objevovány další částice a struktura hmoty:

1. Rutherfordův objev atomového jádra;
2. Chadwickův objev neutronu;
3. a další.

Na základě těchto a dalších experimentů byla objevena celá řada nových částic, z nichž některé se od ostatních jistým způsobem liší. A navíc bylo zjištěno, že těchto „odlišných“ částic je relativně málo. Proto se jim říká **elementární částice**.

Definovat, co přesně elementární částice je, přitom není snadné. Původně si fyzikové mysleli, že se jedná o částice, které nemají vnitřní strukturu. Ostatní částice (např. protony, neutrony, piony, ...) jsou podle kvarkové teorie složné z kvarků. Později se ale ukázalo, že tento způsob definice není optimální.

V současné době známe elementární částice uvedené v tab. 6.

Existenci tří rodin kvarků a leptonů z tab. 6 prokázaly experimenty na urychlovači LEP v CERNu.

Po 2. světové válce (tj. v 50. letech 20. století) bylo známo celkem 6 částic: elektron, proton, neutron, neutrino, foton a pozitron. Postupem času rostla energie, kterou v laboratořích (resp. v urychlovačích) získávaly částice před vzájemnou srážkou. A srážka částic s vyšší energií znamená více částic, které při srážce vzniknou. Tak byly objevovány další do té doby buď zcela neznámé částice nebo částice předpovězené pouze teoreticky. Proto bylo nutné zavést nějaké systematické třídění částic.

Částice				**Elektrický náboj**
leptony	ν_e	ν_μ	ν_τ	0
	e	μ	τ	$-e$

kvarky	u	c	t	$\frac{2}{3}e$
	d	s	b	$-\frac{1}{3}e$

tab. 6

V současné době známe několik stovek částic, tedy mnohem více než je třeba k vysvětlení struktury látky. Existence mnohých těchto částic byla nejdříve teoreticky předpovězena a až později potvrzena experimentálně.

Mezi teoretickou předpovědí částice a jejím experimentálním objevem (a tedy i potvrzením teorie, v níž částice vystupuje) může uplynout i řada let. Důvodem je fakt, že v době teoretické předpovědi existence částice nejsou vyvinuté potřebné technologie: nejsou postaveny dostatečně velké urychlovače, které by byly schopné částice vytvořit, neexistují dostatečně přesná čidla pro měření výsledků srážek, ...

W. Pauli tak předpověděl existenci neutrina, P. A. M. Dirac existenci pozitronu, ... V roce 1935 japonský fyzik H. Yukawa (1907 - 1981, Nobelova cena v roce 1949) předpověděl existenci částic s klidovou hmotností větší, než mají elektrony, ale s menší, než mají nukleony. Mezi těmito teoreticky předpovězenými částicemi byly i π - mezony (piony), které podle Yukawy zprostředkovávají jadernou interakci mezi nukleony, podobně jako fotony

zprostředkovávají elektromagnetickou interakci mezi nabitými částicemi. Experimentálně byly piony zjištěny až v roce 1947.

Způsobů třídění částic bylo navrženo několik. Částice je možné třídit např. podle jejich klidové hmotnosti: od fotonů (s nulovou klidovou hmotností) až k částicím, jejichž klidová hmotnost je ekvivalentní klidové energii řádově několika GeV. Jiným třídícím kritériem může být třeba spin částice: částice se spinem celočíselným (bosony) a poločíselným (fermiony). Obě tato kritéria se ale ukázala být jako nevyhovující, neboť při uvedeném dělení se mísí mezi sebou částice, které se k sobě jinak nehodí. Jako ideálním třídícím kritériem se proto ukázaly být silové interakce, kterých se daná částice zúčastní.

7.5.6.3 | „Zoologie“ částic

Největší je skupina částic, které podléhají silné jaderné interakci. Tyto částice se nazývají **hadrony** (*hadros* = *bujarý, silný*). U těchto částic je na úrovni $10^{-15}\,\mathrm{m}$ pozorovaná vnitřní struktura. V případě, že jsou tyto částice elektricky nabité, podléhají rovněž elektromagnetické interakci.

Mezi částice, které podléhají silné jaderné interakci (a tedy to jsou hadrony), patří např. protony a neutrony v atomovém jádře.

Skupina částic	Název částice	Symbol	$\frac{E_0}{\mathrm{MeV}}$	$\frac{\tau}{s}$	$\frac{q}{e}$	m_s
leptony	neutrino elektronové	ν_e	$< 7{,}3.10^{-6}$	stabilní	0	$\frac{1}{2}$
	neutrino mionové	ν_μ	$< 0{,}25$	stabilní	0	$\frac{1}{2}$
	neutrino taunové	ν_τ	< 35	stabilní	0	$\frac{1}{2}$
	elektron	e^-	0,511	stabilní	-1	$\frac{1}{2}$
	mion	μ^-	105,7	$2{,}2.10^{-6}$	-1	$\frac{1}{2}$
	tauon	τ^-	1784	$3{,}0.10^{-13}$	-1	$\frac{1}{2}$
mezony	piony	π^+	139,6	$2{,}6.10^{-8}$	1	0
		π^0	135,0	$8{,}4.10^{-17}$	0	0
	kaony	K^+	493,7	$1{,}2.10^{-8}$	1	0
		K^0	497,7	$5{,}2.10^{-8}$	0	0
	éta	η	547,5	$0{,}6.10^{-18}$	0	0
baryony	proton	p	938,3	$> 10^{32}$ let	1	$\frac{1}{2}$
	neutron	n	939,6	15 min	0	$\frac{1}{2}$
	hyperony	Λ	1116	$2{,}6.10^{-10}$	0	$\frac{1}{2}$
		Σ^+	1189	$0{,}8.10^{-10}$	1	$\frac{1}{2}$
		Σ^0	1193	$7{,}4.10^{-20}$	0	$\frac{1}{2}$
		Σ^-	1197	$1{,}5.10^{-10}$	-1	$\frac{1}{2}$
		Ξ^0	1315	$2{,}9.10^{-10}$	0	$\frac{1}{2}$
		Ξ^-	1321	$1{,}6.10^{-10}$	-1	$\frac{1}{2}$
		Ω^-	1672	$0{,}8.10^{-10}$	-1	$\frac{3}{2}$

tab. 7

V mikrosvětě působí i slabá jaderná síla, která

vyvolává β rozpad za vzniku neutrin. Částice působící mezi sebou slabými silami se nazývají **leptony** (*leptos = tenký, drobný*). Jedná o částice, u nichž nebyla do úrovně $10^{-18}\ \mathrm{m}$ zjištěna žádná vnitřní struktura.

To znamená, že do této úrovně je možné tyto částice považovat za bodové.

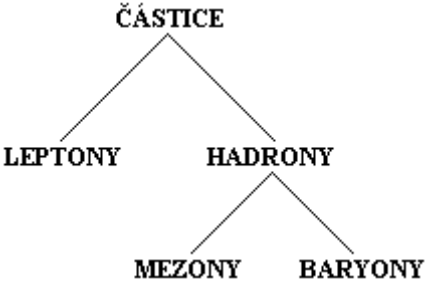
Ty z leptonů, které mají elektrický náboj, podléhají také elektromagnetické interakci. Pro všechny leptony (vyjma elektronu) je typické, že se rozpadají. Z experimentů vyplývá, že více leptonů, než ukazuje tab. 7 neexistuje.

Tento stav vyplývá z experimentů - teoreticky zatím odůvodněn nebyl.

Mezi hadrony pak rozlišujeme dvě skupiny:

1. **mezony** (*mezos = střední*) - mají charakter bosonů; zprostředkovávají silové interakce a jejich počet není zatím omezen
2. **baryony** (*barys = těžký*) - patří mezi fermiony; jedná se o nukleony, hyperony, ..., z nichž se většina rozpadá. Jejich počet je zatím také neomezený.

Celkové schéma dělení částic je na obr. 153.



Obr. 153

Vedle těchto částic ovšem existují další částice, které zprostředkovávají vzájemné silové působení mezi částicemi (např. foton, ...) a které mají charakter bosonů.

Podrobnější údaje o nejdůležitějších částicích jsou shrnuty v tab. 7, kde:

1. E_0 je klidová energie částice;
2. τ je střední doba života;
3. m_s je spin částice vyjádřený v obvyklých jednotkách (tj. v jednotkách $\frac{h}{2\pi}$).

V jednotkách $\frac{h}{2\pi}$ se spin udává v kvantové mechanice při detailních výpočtech, které jsou většinou založeny na vyšší matematice.

Ke každé částici ovšem existuje i antičástice. Z tab. 7 je vidět, že většina částic je nestabilní, což znamená, že se

během velmi krátké doby přeměňují na částice jiné. Mnoho desítek dalších částic zvaných **rezonance** existuje pouze po dobu $10^{-22}\ s$ až $10^{-24}\ s$, takže je během jejich krátkého života vůbec nelze zachytit. O jejich vlastnostech lze vytvářet závěry pouze nepřímo, podle účinků na jiné částice, které detekovat lze.

Z tab. 7 je vidět, že proton má velmi dlouhou střední dobu života. Jeden z důsledků teorie GUT je, že proton je nestabilní částice. Tj. proton by se musel samovolně rozpadat, byť s velmi dlouhým poločasem rozpadu. Experimentálně tento jev zatím nebyl zjištěn.

Střední doba života protonu se odhaduje na 10^{32} let, zatímco odhadované stáří vesmíru je pouze řádově 10^{10} let. Proto rozpad protonu zatím nebyl experimentálně pozorován.

7.5.6.4 | Higgsův boson

Jednou z velmi důležitých symetrií, které se objevují při popisu interakcí mezi částicemi, je i **kalibrační symetrie**. Popisuje takovou vlastnost, kdy se měřitelné veličiny. které popisuje určitá funkce, nezmění při změně této funkce o stejnou konstantu (resp. o násobek) ve všech bodech.

Přičteme-li např. ve všech bodech tělesa

k potenciálu, který popisuje elektrické pole v tomto tělese, konstantu, nezmění se napětí, elektrický proud a další měřitelné elektrické veličiny. Napětí je totiž definováno jako rozdíl potenciálů, a proto se konstanty, o které se zvětší oba potenciály, navzájem odečtou. Pomocí napětí a elektrického odporu lze vypočítat elektrický proud. Změnou potenciálu se nezmění ani elektrický odpor, a proto se nezmění ani elektrický proud.

Kalibrační symetrie platí i v kvantové teorii, která popisuje elektromagnetickou interakci - v kvantové elektrodynamice. V tomto případě se pozorovatelné veličiny nemění, když je vlnová funkce popisující fyzikální systém násobena speciální konstantou (komplexní jednotkou).

Komplexní jednotka je komplexní číslo, jehož absolutní hodnota je rovna jedné. Např. $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$.

Jestliže požadujeme, aby se tato konstanta mohla měnit v prostoročase (mluvíme pak o lokální kalibrační transformaci), musíme při požadavku neměnnosti pozorovatelných veličin při této transformaci zavádět tzv. kompenzující pole, která vedou k existenci částic s nulovou klidovou hmotností. Jedná se o dobře známé fotony, které elektromagnetickou interakci zprostředkovávají.

Steven Weinberg, Abdulas Salam a Sheldon Lee

Glashow zjistili, že v případě popisu slabé interakce se lokální kalibrační symetrie narušuje. Jak už dříve zjistil skotský fyzik Peter Higgs (narozen 29. května 1929), tento jev nazývaný **spontánní narušení symetrie** zákonitě vede ke vzniku nového pole a tedy i nové neutrální částice se spinem 0. Ta byla nazvána na jeho počest **Higgsův boson**. Důsledkem existence Higgsova pole je navíc to, že některé z částic zprostředkovávajících elektroslabé interakce, které měly původně nulové klidové hmotnosti, získají výrazně vyšší klidovou hmotnost. Jimi zprostředkovávaná silová interakce tedy bude mít velmi krátký dosah. Higgsův proces, který je za uvedené „ztěžknutí" některých částic zodpovědný, si lze představit v následující analogii s pohybem elektronů v krystalové mříži.

V krystalové mříži dochází ke vzájemné interakci elektrického pole (přesněji elektrostatického pole), které vytváří kladně nabitá krystalová mříž, a pohybujících se elektronů. Efektivní hmotnost elektronů je tak mnohem větší než v prostředí bez elektrického pole.

Elektrony se musí prodírat mříží, což vede ke zpomalení jejich pohybu. K podobnému zpomalení jejich pohybu by došlo i v případě, kdyby měly elektrony skutečně větší hmotnost. Síla, která je „táhne" ve směru jejich pohybu, by se nezměnila (pokud by zůstal stejný náboj elektronu, parametry krystalové mříže a rozdíl potenciálů, v němž se elektrony uspořádaně pohybují), ale v důsledku větší hmotnosti elektronů by se podle

druhého Newtonova zákona zmenšilo zrychlení. Pohyb by se tedy zpomalil.

Stejně tak znesnadňuje Higgsovo pole pohyb některých částic tak, že jejich efektivní hmotnost prudce vzroste. Existence částic způsobujících slabou interakci nazvaných W^+, W^- a Z^0, které Weinberg, Glashow a Salam ve své teorii spojující slabou interakci a elektromagnetickou interakci předpověděli, byla potvrzena na urychlovači SPS v CERNu. Klidové energie těchto částic byly určeny na 80,4 GeV a 92 GeV. Higgsovo pole však není příčinou hmotnosti pouze intermediálních bosonů slabé interakce, ale stojí i za částí hmotnosti částic hmoty.

Různé elementární částice si lze představit jako dav lidí, který běží blátem. Některé částice mají velké boty, na které se nachytá mnoho bláta. Takové částice mají velkou klidovou hmotnost. Jiné částice mají zase maličké botičky, na které se mnoho bláta nenachytá - tyto částice mají tedy malou klidovou hmotnost. Velké boty mají např. kvarky, maličké botičky pak mají např. elektrony. Jsou ale částice, které se nad blátem vznášejí a vůbec se neumažou - mají tedy nulovou klidovou hmotnost (např. fotony). Bláto samotné pak představuje Higgsovo pole.

Samotná teorie ovšem není schopna předpovědět klidovou hmotnost Higgsova bosonu. Odhady, které dává, se velmi liší a závisí na její variantě. Nejjednodušší z nich udávají odhad hmotnosti Higgsova bosonu v rozmezí

jednonásobku a dvojnásobku klidové hmotnosti částic W^+, W^- a Z^0. Přesnější limity pro hmotnost Higgsova bosonu lze určit z měřených hmotností a dob života těžkých částic (W^+, W^- a Z^0, t-kvark). Spodní hranici klidové hmotnosti lze například zjistit ze střední doby života bosonu *Z*, k jehož rozpadu by měl Higgsův boson přispívat v míře nepřímo úměrné jeho hmotnosti. Střední doba života je velmi krátká a díky Heisenbergově relaci neurčitosti vede k chybě v určení hodnoty klidové hmotnosti (resp. klidové energie).

Experimenty na urychlovači LEP v CERNu změřily velmi přesně tuto chybu určení klidové energie bosonu *Z* na 2,4952(23) GeV. Odtud lze získat dolní odhad klidové hmotnosti Higgsova bosonu. Podobně lze získat odhady klidové hmotnosti Higgsova bosonu z porovnání hmotností bosonu *W* a t-kvarku. Výrazně komplikovanější je ale určení horního odhadu klidové hmotnosti této částice - a to i proto, že tato hodnota je více závislá na použitém modelu. I tyto odhady ale velmi pomohou fyzikům při hledání této částice.

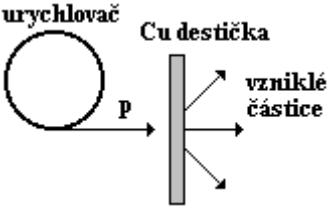
7.5.6.5 | ***Zákony zachování v mikrosvětě

Při srážkách částic a jejich vzájemných přeměnách musí platit zákon zachování hybnosti, zákon zachování energie, zákon zachování elektrického náboje a další

zákony zachování stejně jako při průběhu jaderných reakcí.

To je např. důvod proč je elektron jednou z mála skutečně stabilních částic. Nemůže se rozpadnout na foton nebo neutrino, protože by došlo k porušení zákona zachování elektrického náboje. Naproti tomu může dojít k jeho anihilaci s pozitronem.

K dalším zákonům zachování, které se uplatňují při srážkách částic a jejich vzájemných přeměnách, fyzikové dospěli za základě studia vzniku antičástic. Jednou z možností, jak získat antiproton je nechat dopadat urychlené protony z urychlovače na kovovou destičku. Rychle letící proton reaguje s atomy kovu, přičemž se uvolňují další částice (viz obr. 154). Vzhledem k tomu, že proud urychlených protonů velmi silně zahřívá kov, na který dopadá, je nutno volit takový kov, který má velký součinitel tepelné vodivosti (např. měď).



Obr. 154

Reakce, která odpovídá minimální ztrátě energie je

tato: $p+p \rightarrow p+\bar{p}+\pi^{+}+\pi^{+}$. Tato reakce ale, jak ukázaly experimenty, neprobíhá. Probíhá naproti tomu reakce $p+p \rightarrow p+p+p+\bar{p}$. To působilo zpočátku fyzikům jisté problémy, neboť zákon zachování hybnosti, zákon zachování energie, zákon zachování elektrického náboje, ... splňují obě reakce. Přesto jedna z nich neprobíhá, zatímco druhá ano. Je tedy zřejmé, že bude existovat nějaká další veličina, která se bude během těchto reakcí zachovávat.

7.5.6.5.1 | Zákon zachování baryonového čísla

Veličinou, která vysvětlí, proč reakce $p+p \rightarrow p+\bar{p}+\pi^{+}+\pi^{+}$ neprobíhá, zatímco reakce $p+p \rightarrow p+p+p+\bar{p}$ ano, je **baryonové číslo** *B*, které je definováno takto:

1. pro fotony, mezony a leptony je $B = 0$;
2. pro baryony je $B = 1$;
3. pro antibaryony je $B = -1$.

Na základě toho lze analyzovat reakci $p+p \rightarrow p+\bar{p}+\pi^{+}+\pi^{+}$: na levé straně dostáváme celkové baryonové číslo $1+1=2$, zatímco na pravé straně $1+(-1)+0+0=0$. Zákon zachování baryonového čísla tedy naplatí. V reakci $p+p \rightarrow p+p+p+\bar{p}$ ale platí: $1+1=1+1+1+(-1)$.

Zákon zachování barytonového čísla lze tedy formulovat takto:

BARYONOVÉ ČÍSLO *B* SE PŘI REAKCÍCH ČÁSTIC ZACHOVÁVÁ.

Jinými slovy: v přírodě se zachovávají baryony.

7.5.6.5.2 | Zákon zachování leptonového čísla

Analogicky jako baryonové číslo bylo zavedeno leptonové číslo L:

1. pro fotony a hadrony je $L = 0$;
2. pro leptony je $L = 1$;
3. pro antileptony je $L = -1$.

Zákon zachování leptonového čísla je možné vyjádřit ve tvaru:

LEPTONOVÉ ČÍSLO *L* SE PŘI REAKCÍCH ČÁSTIC ZACHOVÁVÁ.

V přírodě se tedy zachovávají leptony.

7.5.6.5.3 | Další zákony zachování

Při dalším studiu srážek částic, jejich vzniku a zániku, ... byly postupně objevovány další vlastnosti částic, které se zachovávají - podivnost, půvab, krása, pravdivost, ... Tyto vlastnosti velmi úzce souvisí s kvarkovou teorií. Už se ale nejedná o zákony zachování v pravém slova smyslu, tj. o zákony s univerzální platností. Z těchto zákonů

zachování, které se týkají uvedených „podivných“ veličin, totiž existuje řada výjimek.

7.5.6.5.4 | CPT teorém

Na základě matematického popisu, který navrhl Paul Dirac a na základě něhož se mu podařilo předpovědět existenci antičástice k elektronu, je možné nahlížet na pozitron jako na elektron pohybující se v čase směrem zpět. Tyto myšlenky dále rozvíjel americký fyzik Richard Feynman (1918 - 1988, Nobelova cena v roce 1965), který dovedl svoji teorii do stavu, který vede ke sporu s kauzalitou.

Mezi hmotou, antihmotou, symetrií prostoru a dvěma směry času existují značně spletité vztahy. Ty se objevují v **CPT teorému**, který je výsledkem matematického vyjádření zákonů mikrosvěta. Základy CPT teorému spočívají v symetrii těchto zákonů, které se nezmění (tj. jsou invariantní) provedeme-li současně tyto záměny:

1. zaměníme částice za antičástici;
2. zaměníme vývoj systému za jeho zrcadlový obraz;
3. obrátíme směr toku času.

Tento teorém byl vypracován G. Lüdersem (1954) a W. Paulim (1955). Název CPT je odvozen z názvů tří abstraktních operací:

1. *C* - změna znaménka elektrického náboje;

Tím se vlastně mění hmota v antihmotu.

2. *P* - inverze parity, která mění prostorové souřadnice na jejich zrcadlové obrazy (vlevo - vpravo, nahoře - dole, ...); parita je kladná, když se při zrcadlení vlastnosti částice nemění a je záporná, pokud se částice při zrcadlení mění;

Kladnou paritu mají punčochy, náramky, pneumatiky, ...; v matematice sudé funkce, ... Lichou paritu pak mají např. rukavice, boty, pravotočivý a levotočivý závit, ...; v matematice liché funkce, ...

3. *T* - obrácení směru času.

Výsledkem trojnásobného působení CPT operací na nějaký děj je další fyzikálně přípustný děj, který lze popsat stejným teoretickým aparátem jako děj původní. CPT teorém tedy tvrdí, že fyzikální zákony mohou předpovídat rovnocenné, avšak z hlediska „obecného zrcadlového obrazu“ opačné události. Mohou také naznačit, jak je možné narušit časovou symetrii tím, že zavedeme směr času.

Na základě CPT teorému lze zjistit, že zákony kvantové teorie tvrdí stejné věci o kriketovém míčku, který letí po odpálení přes stadion, i o jeho zrcadlovém obrazu z antihmoty, který se pohybuje v čase zpět směrem k pálkaři.

V silných interakcích a elektromagnetických interakcích se parita zachovává, ale ve slabých interakcích

nikoliv. To vede k porušení symetrie fyzikálních zákonů. Ruský fyzik Lev Davidovič Landau (1908 - 1968) se pokusil v případě nezachování parity zachránit symetrii postřehem, že parita (*P*) ve spojení s elektrickým nábojem (*C*) se již zachovává. Jedná se o tzv. **kombinovanou paritu** (CP).

Inverzi parity si lze představit následujícím příkladem z praxe: je-li částicí „levá bota“ a její antičásticí je „pravá bota“, pak došlo k inverzi parity. Prostorové souřadnice popisující částici (tj. botu) se při přechodu k antičástici změnily v zrcadlové obrazy.

Nejdůležitějším rysem CPT teorému je tvrzení, že pokud pro nějaký děj platí CP symetrie, pak pro něj musí platí i symetrie *T*.

Existují ale fyzikální procesy, při nichž se nezachová ani kombinovaná parita. V některých fyzikálních procesech se totiž může ztratit či získat baryonový náboj nebo leptonový náboj.

Tím se poruší souměrnost mezi počtem částic „před zrcadlem“ a „za zrcadlem“.

Proto je třeba přidat ještě třetí charakteristiku - čas (*T*).

Skutečnost, že dochází k porušování parity či kombinované parity, je dána existencí tří rodin kvarků a leptonů (viz obr. 155). Pokud by existovala jen jedna rodina kvarků a leptonů, nebylo by možné narušit paritu, pokud by existovaly jen dvě rodiny, nebylo by možné narušit kombinovanou paritu. Tím, že existují 3 rodiny

kvarků a leptonů, není možné narušit CPT.

Existenci tří rodin kvarků a leptonů prokázaly experimenty na urychlovači LEP v CERNu.

K porušení kombinované parity dochází při přeměnách částic v jednom případě z celkem 10^9 přeměn. Poměr $1:10^9$ se ale již vyskytl v souvislosti s poměrem částic a antičástic v raném vesmíru. Tato souvislost není náhodná, neboť nepatrná asymetrie v zastoupení baryonů a antibaryonů v raném vesmíru byla vyvolána stejně nepatrným narušením CP. Narušování je způsobeno právě tím, že existují 3 rodiny kvarků a leptonů. Nebýt těchto tří rodin, nedošlo by k narušení CP, nepřevažovaly by baryony nad antibaryony a neměla by tedy posléze z čeho vzniknout atomová jádra, hvězdy, planety a lidé.

7.5.6.5.5 | Obecně o zákonech zachování

Zákony zachování v mikrosvětě některé procesy zakazují, ale jiné naopak povolují, případně preferují některé procesy ve srovnání s jinými. Zpočátku byly zákony zachování prostými empirickými zákonitostmi, ale další zkoumání jejich platnosti, vlastností částic a hlavně jejich univerzálnost a přesnost ukázaly, že musí mít hlubší fyzikální podklad než jen zkušenost. V současné době lze

tvrdit, že každý zákon zachování je spojen s nějakou symetrií přírody.

Zákony zachování je možné rozdělit do tří skupin:

1. zákony zachování spojené s geometrickými vlastnostmi prostoročasu

a) zákon zachování energie - má původ v homogenitě času;

b) zákon zachování hybnosti - má původ v homogenitě prostoru;

c) zákon zachování momentu hybnosti - má původ v izotropii prostoru;

d) zákon zachování těžiště - má původ v rovnoprávnosti inerciálních soustav souřadnic;

e) zákon zachování parity *P* (reflexe prostoru) - má původ v pravo - levé symetrii prostoru;

f) zákon zachování obrácení směru času *T* (reflexe času) - má původ v symetrii vzhledem ke změně znaménka času (obrácení chodu času).

2. zákony zachování „nábojů“ - elektrický náboj, baryonové číslo, leptonové číslo, podivnost, ...

3. zákony platné pouze pro některé typy interakcí - izospin, ...; jedná se o zákony platící přibližně nebo platící jen za určitých podmínek

7.5.6.6 | ***Kvarková hypotéza

Zatímco leptony jsou částice, u nichž zatím nebyla zjištěna vnitřní struktura, o hadronech se předpokládá, že jsou složeny z **kvarků**.

Pojem kvark zavedli do fyziky americký fyzik Murray Gell-Mann (narozen 1929, Nobelova cena v roce 1969) a americký fyzik ruského původu Georg Zweig (narozen 1937) roku 1963 na základě románu Angličana Jamese Joyce, kde slovo *kvark* znamenalo cosi jako „nesmysl“.

Dosud se předpokládá existence šesti základních **vůní kvarků** s těmito náboji:

1. d - down (*dolů*): $Q_d = -\frac{1}{3}e$;
2. u - up (*nahoru*): $Q_u = \frac{2}{3}e$;
3. s - strange (*podivný*): $Q_s = -\frac{1}{3}e$;
4. c - charm (*půvabný*): $Q_c = \frac{2}{3}e$;
5. b - beauty (*krásný*): $Q_b = -\frac{1}{3}e$;
6. t -truth (*pravdivý*): $Q_t = \frac{2}{3}e$.

Také kvarky uvnitř hadronů musí být v určitých

kvantových stavech a musí se podřizovat Paulimu vylučovacímu principu. Tyto stavy se vyjadřují různými **barvami kvarků**:

1. červenou;
2. žlutou;
3. modrou.

Uvedené charakteristiky nemají s barvou těles nebo barvou světla nic společného! Tyto pojmy je nutné chápat jen jako názvy pro vlastnosti, které nemají v makrosvětě obdobu.

Vzhledem k tomu, že kvarková teorie byla zpočátku přijímána s určitými rozpaky, možná že právě proto fyzikové zvolili tak absurdní názvy pro vlastnosti kvarků.

Antikvarkům se pak připisují barvy doplňkové, tj.:

1. azurová (modrozelená);
2. modrá;
3. žlutá.

Podle kvarkové teorie jsou tvořeny:

1. mezony M vždy jedním kvarkem Q a jedním antikvarkem $\overline{Q}$: $M = (Q, \overline{Q})$;
2. baryony B třemi kvarky: $B = (Q, Q, Q)$;
3. antibaryony třemi antikvarky: $\overline{B} = (\overline{Q}, \overline{Q}, \overline{Q})$.

Tomuto složení hadronů odpovídají i pozorované vlastnosti částic (hodnota náboje, spin, ….). Složení

některých částici: $p = (u, u, d)$, $n = (u, d, d)$, $\pi^+ = (u, \bar{d})$, ...

Odtud je zřejmé, že částice látky (tedy nukleony) lze vytvořit pouze z kvarků u a d. Zbývající čtyři kvarky se podílejí na stavbě „luxusních" částic. Analogická je situace u leptonů: k popsání běžné látky by stačily také leptony dva (elektron a elektronové neutrino). „Luxusní" rodiny elementárních kvarků a leptonů vznikají při procesech, na nichž se výrazně podílí slabá jaderná interakce.

Vlastnosti kvarků v porovnání s leptony jsou shrnuty v tab. 8. Na stejném řádku jsou částice, které si určitým způsobem odpovídají. V tab. 8 jsou shrnuty vlastnosti částic, které se podílejí na stavbě hmoty - tj. fermionů.

Předpokládáme, že samostatně mohou existovat pouze částice bílé (tj. „nebarevné"). Hadrony složené z kvarků se tedy musí podle pravidel skládání barev jevit jako bílé. Proto se baryony skládají ze tří kvarků, z nichž má ale každý jinou barvu. Barva mezonů, které jsou složeny z páru kvark - antikvark, se ale v delším časovém období spojitě mění. Za dostatečně dlouhou dobu se tedy každá ze tří barev vyskytuje v mezonu s pravděpodobností 1:3. V dlouhodobém pozorování se tedy i mezony jeví jako bílé.

Silné interakce působící mezi hadrony můžeme převést na působení mezi kvarky. Zprostředkovávají je

částice zvané **gluony** (*glue = lepidlo, klíh*), které při silovém působení přenášejí barvu z kvarku na kvark. U silných interakcí hraje tedy barva podobnou roli jako elektrický náboj u elektromagnetických interakcí, a proto se tato teorie nazývá **kvantová chromodynamika** (*chroma = barva*).

Kvarky nebyly dosud pozorovány jako izolované objekty. Zůstávají uvězněny v hadronech a jakýkoliv pokus o jejich vytržení vede jen k vytvoření dalších hadronů.

Naději vkládají fyzikové do experimentů na urychlovači částic LHC v CERNu, ve kterých by chtěli kvarky detailněji prozkoumat.

Systematika kvarků je poměrně složitá. Kvarky se vyskytují v šesti vůních a každá vůně ve třech barvách. Započítáme-li ještě i antikvarky, máme 36 možností, jak mohou být vytvořeny hadrony. Mezi fyziky se vyskytují i názory, že ani kvarky nejsou tím nejelementárnějším stavebním kamenem hmoty a že lze jít ještě hlouběji do nitra kvarků.

Vůně		$\frac{E_0}{GeV}$	Náboj	Vůně		$\frac{E_0}{GeV}$	Náboj
ν_e	elektronové neutrino	$<10^{-8}$	0	u	up	0,003	$\frac{2}{3}$
e	elektron	0,000511	-1	d	down	0,006	$-\frac{1}{3}$
ν_μ	mionové neutrino		0	c	charm	1,3	$\frac{2}{3}$
μ	mion	0,106	-1	s	strange	0,1	$-\frac{1}{3}$

ν_τ	tauonové netrino		0	t	top	175	$\frac{2}{3}$
τ	tauon	1,777	-1	b	bottom	4,3	$-\frac{1}{3}$

tab. 8

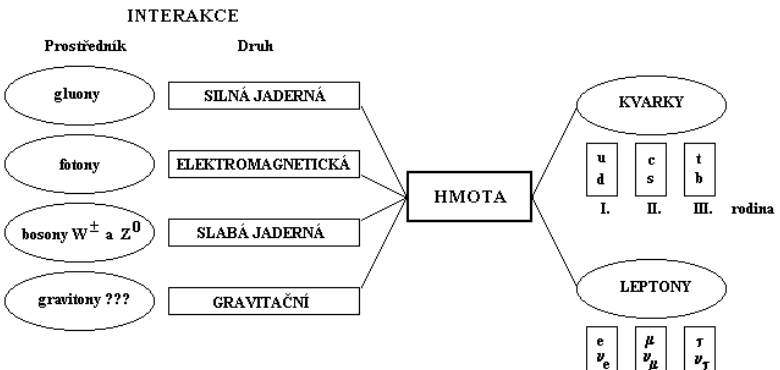
V tab. 9 jsou shrnuty vlastnosti částic, které se podílejí na přenosu silových interakcí - tj. bosonů.

Elektroslabá interakce			Silná interakce		
Název	$\frac{E_0}{GeV}$	Elektrický náboj	Název	$\frac{E_0}{GeV}$	Elektrický náboj
foton	0	0	gluon	0	0
W^-	80,4	-1			
W^+	80,4	1			
Z^0	91,188	0			

tab. 9

Veškerou pestrost materiálního světa lze v principu vysvětlit na základě schématu na obr. 156.

Systém silových interakcí, leptonů, kvarků a bosonů, které zprostředkovávají silové interakce, se nazývá **standardní model**. Tento model byl vytvořen teoreticky a od dob svého vzniku je postupně potvrzován na urychlovačích částic. Bosony W^-, W^+ a Z^0 byly objeveny na urychlovači LEP v CERNu, o kvarcích by se fyzikové rádi dozvěděli více pomocí urychlovače LHC, který se stal nástupcem urychlovače LEP.



Obr. 156

8 | ASTRONOMIE

8.1 | ZÁKLADNÍ POJMY

8.1.1 | Astronomie a astrofyzika

Od nejstarších dob se lidé pokoušeli přijít na to, jak a proč se různé věci dějí, podle jakých pravidel, z jakých příčin, ... Většinou je k tomu nehnala vidina zisku, ale prostá zvědavost, radost z poznávání. A když poznání přišlo, ukázalo se obvykle, že může sloužit i víc než pouhé

radosti: lidé zjistili, že rozumějí-li lépe světu okolo sebe, mohou lépe uspokojovat i své potřeby (obživu, ochranu, bezpečnost, pohodlí, ...).

Tak například astronomové se po několik tisíc let pokoušeli najít zákony pohybu planet po obloze. Když se jim to podařilo, ukázalo se, že tyto zákony (Newtonovy pohybové zákony a Newtonův gravitační zákon) umožňují sestrojit řadu užitečných technických zařízení i na Zemi.

Tak například v současné době si moderní člověk těžko představí život bez družic, které obíhají na svých oběžných drahách kolem Země. Tyto družice, které v současné době přenášejí televizní signál, signály mobilních telefonů, zkoumají vlastnosti atmosféry pro předpovídání počasí, jsou součástí navigace GPS, ..., by neexistovaly (resp. jejich vývoj by byl zpožděný oproti stávajícímu stavu), kdyby nebyly sestrojeny pro výzkum vesmíru.

Zkoumáme vesmír sice jen ze zvědavosti, ale jak ukazuje historie, ty prostředky, které na výzkum vesmíru vynakládáme, se lidstvu bohatě vracejí zpět.

Jednotlivé obory fyziky astronomie se většinou soustředí na jevy popisované několika příbuznými fyzikálními zákony. Astronomie (a hlavně její součást astrofyzika) patří k fyzice, není ale v tomto smyslu jejím oborem. Jedná se spíše o aplikaci fyziky na jevy a děje probíhající mimo Zemi. V astronomii se totiž uplatňují všechny fyzikální obory (mechanika, optika, termodynamika, teorie relativity, jaderná fyzika, ...), ale

i řada nefyzikálních oborů (chemie, geologie, ...).

Při zkoumání dalekých hvězd je pro astronoma jedním z nejdůležitějších zdrojů poznatků o dané hvězdě světlo, které vysílá a které dopadá do teleskopů (většinou Newtonův dalekohled) sestrojených na pečlivě vybraných místech na Zemi. Na základě znalostí optiky, termodynamiky a atomové fyziky lze usoudit na teplotu hvězdy (na základě Stefan-Boltzmannova zákona) a určit chemické složení hvězdy (absorpce světla, difrakce světla, ...). Pomocí mechanických vlastností (pohyb objektů kolem dané hvězdy, změření periody oběhu tohoto objektu, ...) lze usoudit na hmotnost hvězdy. Na základě těchto údajů lze s využitím geologie určit, jaké materiály budou převažovat na povrchu hvězdy, ...

Zvláštností astronomie je, že předmět jejího studia je většinou příliš vzdálený a není v něm prakticky možné dělat experimenty. Proto musí astronomové spolupracovat s ostatními vědními obory, aby absenci možnosti provádět experimenty nahradili metodami, jak získat na první pohled triviální informace z „hlubin vesmíru“.

Astronomové mohou provádět pouze experimenty na Zemi a v její blízkosti (např. na oběžné dráze) a to jen takové, kterými ověřují činnost nových sond, raket, ... Těžko mohou simulovat vývoj celého vesmíru a sledovat tak vesmír v různých stádiích svého vývoje a porovnávat teoretické modely se skutečností!

Po většinu historie lidstva se astronomie zabývala

pouze určováním poloh nebeských těles (Slunce, Měsíce, planet, komet, hvězd) na obloze. Na základě měření astronomové vymýšleli teorie, které měly naměřená data vysvětlit. Pomocí vytvořených teorií předpověděli polohy nebeských těles v budoucnu a opětovným měřením porovnávali skutečné polohy těles s těmi vypočtenými. Této části astronomie, která se věnuje pouze určování poloh nebeských těles a jevům či dějům s tím souvisejícím (pozorovací techniky, matematické modely, ...), se říká **klasická astronomie**.

Počátkem 19. století rozložit Joseph Fraunhofer sluneční světlo na spektrum a pozoroval spektrální čáry. Jeho objev dal astronomům nový nástroj poznání: ze světla lze tak získávat mnohem více informací než dosud (chemické složení zdroje světla, teplota zdroje světla, tlak atmosféry zdroje světla, vlastnosti magnetického pole zdroje světla, ...). Plně pochopit, docenit a využít všech těchto informací umožnila až kvantová mechanika, která se rozvíjela začátkem 20. století. Moderní fyzika spolu s moderní technikou přispěly k dalšímu poznávání vesmíru: sledování vesmíru v infračerveném či rádiovém záření, provádět měření z družic pohybujících se na oběžné dráze kolem Země, ale i z kosmických sond prolétávajících kolem jednotlivých planet nebo jejich měsíců.

Díky tomu se vedle klasické astronomie začala rychle rozvíjet **astrofyzika**, ta součást astronomie, která zkoumá fyzikální poměry v různých místech vesmíru. V současné době hraje astrofyzika rozhodující roli astronomie.

Astrofyzika se liší od ostatních fyzikálních oborů tím, že mnohdy předkládá jen domněnky či řádové odhady (množství hvězd v Galaxie, složení Galaxie, budoucnost vesmíru, ...). Jedním z důvodů této neurčitosti je to, že zkoumané objekty jsou od nás příliš daleko a potřebné údaje jsou nedostupné nebo měřitelné s velkou nepřesností.

Druhým důvodem je fakt, že astronomické objekty jsou příliš složité. Přestože známe zákony, jimiž se chování těchto objektů řídí, není možné toto chování přesně a spolehlivě vypočítat, neboť ani nejvýkonnější superpočítače nemají dostatečnou kapacitu a výkon.

Třetím důvodem je, že mnohé fyzikální systémy (atmosféry hvězd, ...) jsou značně nestabilní, tj. změní-li se nepatrně jejich počáteční stav, změní se po krátké době výsledný stav velmi silně (předpověď počasí, ...).

Poměrně známý citát o tom, že mávnutí motýlích křídel nad Prahou způsobí za týden tornádo v New Yorku, je sice nadsazený, ale fyzikální parametry dané soustavy (v tomto případě atmosféry Země) jsou spolu velmi úzce provázány. A je pravda, že i malá nepřesnost v určení např. počáteční teploty meteorologickou sondou může způsobit velký rozdíl předpovězené a skutečně naměřené teploty za týden po uveřejnění předpovědi.

Z tohoto důvodu vytváří astronomie, stejně jako jiné obory fyziky, řadu **modelů**, v nichž některé skutečnosti

zanedbává. S rostoucí kvalitou výpočetní techniky se modely postupně zpřesňují a doplňují, ale žádný není přesný absolutně.

Pokud vědec (nejen astronom) zkoumá nějaký problém, který chce řešit s využitím výpočetní techniky, je nutné předem vytvořit určitý model reálné situace. Složitost tohoto modelu závisí na tom, co chce vědec zjistit, jaká je úroveň jeho poznání dané problematiky, jaká data má naměřená, ... Při vytváření modelu ale vždy nějaké skutečnosti zanedbá nebo je zidealizuje - nikdy nelze reálný objekt popsat naprosto přesně a detailně. Tento detailní popis není možný proto, že buď nemáme k dispozici tak detailně proměřená data a nebo by byl model příliš komplikovaný a hledané odpovědi by ovlivnil jen nepatrně.

Jako příklad může sloužit Sluneční soustava. Původní model vypracovaný starověkým Ptolemaiem se ukázal v 16. století jako nepřesný. Po vynálezu a sestrojení prvních (byť z hlediska současného velmi jednoduchých) dalekohledů bylo možné pozorovat pohyb známých planet detailněji než v době Ptolemaia. Odchylky, které při pozorování dalekohledem vznikly, nebylo možné do stávajícího modelu rozumně započítat a bylo tedy jednodušší nahradit tento model modelem lepším, jehož autorem byl Mikuláš Koperník. Velmi pečlivá a dlouhodobá pozorování Tychona Brahe si vynutila další změnu - Keplerovy elipsy. Pohyb

těles ve vesmíru od té doby (začátek 17. století) popisují Keplerovy zákony. Pro přesnější výpočty je nutné i Keplerův model rozšířit a brát v úvahu vzájemné gravitační působení planet Sluneční soustavy či dokonce skutečnost, že planety nejsou hmotné body, ale mírně plastická tělesa konečných rozměrů.

8.1.2 | Dělení astronomie

Astronomie je věda, která se zabývá studium vesmíru, objektů v něm a jeho vývojem. Je možné ji rozdělit na několik odvětví:

1. podle druhu elektromagnetického záření, v němž sledované objekty zkoumá:

a) radiová astronomie - využívá radiové záření a jím lze objekty pozorovat ze Země;

b) infračervená astronomie - využívá infračervené záření a objekty lze pozorovat od výšky 3000 m n. m. až 4000 m n. m. nebo z družic na oběžné dráze Země;

c) optická astronomie - pozorování provádí na vlnových délkách světla 400 nm až 700 nm (tedy v oboru světla viditelného lidským okem); tento obor astronomie přináší nejvíce informací;

d) ultrafialová astronomie - využívá ultrafialové záření, které je ovšem atmosférou silně

pohlcováno a proto se toto pozorování provádí z družic na oběžné dráze kolem Země;

... a tedy i mimo atmosféru. V atmosféře by byl pohyb družice brzděn odporovými silami atmosféry a družice by se zřítila na Zem.

e) rentgenová astronomie - využívá rentgenové záření, které je pohlcováno atmosférou a proto je nutné pozorování v tomto oboru elektromagnetického záření provádět z družic na oběžné dráze;

f) gamaastronomie - využívá gama záření, které je pohlcováno atmosférou a proto se pozorování provádí z družic na oběžné dráze;

2. podle objektů, které zkoumá (někdy se používá i název astrofyzika):

a) sluneční astrofyzika - zkoumá Slunce, jeho vlastnosti a jeho vývoj (erupce, ...);

b) planetologie - mezní disciplína mezi astronomií a geologií zkoumající vlastnosti planet;

c) fyzika meziplanetární hmoty;

d) stelární astronomie (hvězdná astronomie) - studuje vznik hvězd, vývoj hvězd a zánik hvězd;

e) galaktická astronomie - studuje složení galaxií, stabilitu galaxií, typy galaxií, vzájemné interakce galaxií, ...;

f) kosmologie - zkoumá vznik vesmíru a vývoj vesmíru jako celku, velice úzce spolupracuje s teorií relativity

Ideální pozorování je takové, kdy se daný objekt pozoruje ve všech vlnových délkách a poté se složí získané obrazy do jednoho výsledného obrazu. Každý druh elektromagnetického záření totiž přináší jiné informace v závislosti na průchodu záření atmosférou, na zeslabování záření v závislosti na dráze, kterou záření urazilo, ... Přesto ovšem ne pokaždé jsou k dispozici měření na všech vlnových délkách.

8.1.3 | Hmota, prostor a čas

8.1.3.1 | Hmota a prostoročas

Vesmírný prostor je vyplněn **hmotou**, která se vyvíjí a pohybuje v **čase**. Vzájemné ovlivňování hmoty a času je předmětem studia fyziky i astronomie. Čas a prostor jsou tedy neoddělitelně vzájemně spjaty a proto se označují termínem **časoprostor** (resp. **prostoročas**). Hmotu lze charakterizovat různými fyzikálními veličinami, z nichž nejdůležitější pro astronomii jsou hmotnost a energie, které spolu úzce souvisí podle Einsteinova vztahu mezi hmotností a energií $E_0 = m_0 c^2$ resp. $E = mc^2$, kde m_0 je klidová hmotnost tělesa, *m* je relativistická hmotnost, E_0

je klidová energie těles, E je relativistická energie tělesa a c velikost rychlosti světla ve vakuu.

Existují dva základní historické pohledy na hmotu a její vztah k prostoru:

1. Newtonova mechanika (klasická mechanika) - hmota je umístěna v prostoru (tzv. absolutní prostor, absolutní inerciální systém), v němž plyne nezávisle na okolí rovnoměrně čas, jehož plynutí nelze nijak ovlivnit.
2. Einsteinova teorie relativity - hmota je umístěna v prostoročasu, přičemž vlastnosti prostoročasu ovlivňují chování hmoty, ale i sama hmota ovlivňuje prostoročas.

Např. Sluneční soustava. V různé vzdálenosti od Slunce má prostoročas různé vlastnosti a proto se Země a Jupiter (který je od Slunce zhruba 5krát dále než Země) pohybují různě velkými rychlostmi, po elipsách s různou výstředností, ... Ovšem i samotné Slunce ovlivňuje vlastnosti prostoročasu.

Tyto dva různé pohledy lze názorně ukázat pomocí následující analogie: prostoročas si představíme jako jeviště, hmotu pak jako představení, které se na jevišti odehrává. V Newtonově pojetí ovlivňují vlastnosti jeviště to, co se na něm odehrává, zatímco v Einsteinově pojetí samotné představení ovlivňuje i jeviště.

8.1.3.2 | Složení hmoty

Hmota ve vesmíru je složena z částic, které jsou složeny z elementárních částic (leptony, kvarky, ...) a které podléhají základním silovým interakcím tak, jak to popisuje tzv. standardní model.

Ze čtyř silových interakcí je pro většinu oborů astronomie podstatná gravitační interakce. Tato interakce ovlivňuje pohyby objektů ve vesmíru, způsobuje formování objektů (vznik hvězd, vznik planet, ...).

8.1.4 | Stupnice těles a tělísek ve vesmíru

Objekty ve vesmíru mají nejrůznější velikost a hmotnost. Podle toho se liší i dalšími vlastnostmi (velikost rychlosti pohybu, oběžná doba, ...). Těmto objektům se říká **vesmírná tělesa** (kosmická tělesa, nebeská tělesa) a lze je rozdělit do několika skupin:

1. zrna mezihvězdného prachu - mají typický rozměr $0{,}1\ \mu\mathrm{m}$. Mají podélný tvar, přičemž jsou natočena delší stranou ve směru magnetických indukčních čar magnetického pole v daném místě. Jsou tvořena většinou uhlíkem (krystalický grafit), křemíkem a dalšími zmrzlými látkami. Pohlcují zářivou energii okolních hvězd a mění ji v teplo, čímž

se ohřívají a vyzařují infračervené záření. Srážkami a spojováním s ostatními zrny vznikají větší tělesa - hvězdy, planety, … Menší než zrna jsou částice „kosmického kouře“, které se nacházející v blízkosti chladných hvězd a které jsou složené z malého počtu molekul.

2. tělíska a tělesa - mají rozměr od několika mikrometrů po kilometr a vznikají spojováním prachových zrn nebo tříštěním větších těles při srážkách. Mají nepravidelný tvar. Ve Sluneční soustavě je pozorujeme jako meteorická tělesa pocházející z komet a planetek. I když dále mezi hvězdami je nepozorujeme, existují nepřímé důkazy, že se nacházejí v celém vesmírném prostoru; v některých místech (okolí hvězd, …) jsou dokonce soustředěny ve shlucích. Jsou tvořeny horninami, zmrzlými látkami, které se za vysokých teplot vypařují, a kovy.
3. tělesa - jsou větší než 1 km a mají podobné složení jako menší tělíska. Přímo je lze pozorovat opět jen ve sluneční soustavě (planetky, satelity, kometární jádra, …). Tato tělesa drží pohromadě hlavně díky elektromagnetické interakci a do rozměrů řádově 500 km mají nepravidelný tvar. U těles větších rozměrů (a tedy i větších hmotností)

začíná převažovat gravitační interakce, která způsobí kulovitý tvar těchto těles.

Povrch tělesa má totiž tendenci zaujmout plochu kolmou na směr gravitační síly. U menších těles je gravitační síla (resp. gravitační interakce) ve srovnání s elektromagnetickou interakcí, která drží pohromadě jednotlivé atomy a molekuly, zanedbatelně malá. Až u větších těles, která mají velkou hmotnost, gravitační interakce převládne.

4. planety - mají průměry zhruba od 1000 km do 100000 km a obíhají kolem centrální hvězdy (v našem případě Slunce). Velikost menších planet mají i velké satelity, které kolem planet obíhají. Odchylky těchto těles od kulového tvaru vznikají hlavně díky odstředivé síle, která působí na povrch tělesa při jeho rotaci kolem určité osy otáčení.
5. hnědí trpaslíci - byl nejdříve teoreticky předpovězen proto, aby ve vesmíru bylo těleso, které by co se týče hmotnosti tvořilo přechod mezi hvězdami a planetami. V roce 1995 byly skutečně o objeveny a začátkem 21. století jich je nejvíce známo v otevřené hvězdokupě *Plejády*. Jejich hmotnost je řádově 10krát až 80krát větší než hmotnost Jupitera. Vlivem velké hmotnosti tohoto tělesa způsobí gravitační síla velký nárůst hustoty

v jejich nitru, což vede k jeho zahřátí na několik milionů stupňů. Přesto tato teplota nestačí k zažehnutí termonukleárních reakcí (což je zásadní odlišnost, která odlišuje hnědého trpaslíka od hvězdy). Látka v nitru hnědého trpaslíka je pak zčásti ve žhavém a tekutém stavu (ve vnitřní části se jedná o tzv. degenerovanou látku). Díky velké hustotě mají hnědí trpaslíci poloměr srovnatelný s poloměrem Jupitera. Zásoby tepla, které vznikly při gravitačním smršťováním tělesa, se postupně vyčerpávají a těleso chladne. Počty hnědých trpaslíků jsou řádově srovnatelné s hvězdami, s nimiž také společně vznikají. To je další odlišnost, kterou se liší od planet: způsob svého vzniku.

6. hvězdy - jsou objekty velmi nápadné díky svému záření. Jejich hmotnosti se pohybují v rozmezí zhruba 8 % hmotnosti Slunce až po její stonásobek. Vlivem gravitační síly je v nitru hvězd vysoký tlak a velmi vysoká teplota (přes $11.10^6\ °C$), což vede k zapálení termonukleárních reakcí v jejich nitru krátce po jejich vzniku. Při těchto reakcích se jádra lehčích prvků slučují na jádra prvků těžších, přičemž se uvolňuje zářivá energie a neutrina.
7. nadhvězdy - jsou ryze hypotetické objekty,

jejichž existence vyplývá z následující úvahy: při zvláště velké hmotnosti objektu (řádově 10^8 hmotností Slunce) opět převáží gravitační síly nad silami souvisejícími s uvolňováním energie. Taková tělesa by podle starších domněnek mohla být součástí kvasarů, které jsou zvláštním typem galaxií.

8.1.5 | Soustavy těles ve vesmíru

Vesmírná tělesa tvoří soustavy, v nichž jsou jednotlivá tělesa k sobě vázána gravitační silou. Nutnou podmínkou k existenci soustavy je i velikost rychlosti jednotlivých těles. Při malých velikostech rychlostí se může daná soustava zhroutit, zatímco při velkých velikostech rychlostí se může soustava rozpadnout. Pohyb těles v rámci dané soustavy se řídí Newtonovými pohybovými zákony - zejména zákonem setrvačnosti: tělesa se pohybují setrvačností kolem společného těžiště soustavy.

Při malé velikosti rychlosti pohybu tělesa v dané soustavě se může stát, že tělesa postupně „napadají“ do středu (těžiště) dané soustavy a tím soustava jako taková zanikne. Naopak při velkém pohybu těles se může těleso od soustavy odpoutat - velikost rychlosti tělesa bude tak velká, že gravitační síla těleso prostě neudrží a to odletí ze soustavy pryč.

Hrubou ale názornou představu si lze udělat, pokud

budeme v ruce točit provázkem, na jehož konci je přivázaný míček (na tenis, na ping-pong, ...). Pokud budeme točit pomalu, míček nebude vykonávat pohyb po kružnici a bude neustále padat. Budeme-li točit rychle, může se stát, že se provázek přehrne a míček odletí.

Soustavy těles ve vesmíru:

1. Sluneční soustava - tvoří jí Slunce a obíhající tělesa (8 planet, desítky jejich satelitů, statisíce planetek, 10^{14} kometárních jader, velké množství meteorických tělísek, ...). Existuje řada hvězd, které se svými vlastnostmi podobají našemu Slunci a u nichž by se mohly vyskytovat podobné planetární soustavy (hvězdy 51 Peg, 70 Vir, 47 Uma, ...).

Zjednodušeně řečeno: Sluneční soustavu tvoří Slunce, Jupiter a pár planet. Zbytek je z hlediska silového působení možno považovat za „kosmické smetí". Jupiter, který je ve Sluneční soustavě planetou s největší hmotností, má hmotnost rovnou zhruba tisícině hmotnosti Slunce. Ostatní planety mají hmotnost výrazně menší.

Nicméně silově na sebe navzájem působí všechna tělesa - i ta nejmenší.

Dne 24. 8. 2006 *Mezinárodní astronomická unie* na svém kongresu v Praze změnila definici planety, čímž byla z planet Sluneční soustavy vyřazena planeta Pluto

a stala se trpasličí planetou. Sluneční soustava má od té doby tedy už jen 8 planet.

2. dvojhvězdy a vícenásobné hvězdy - jedná se o skupiny hvězd obíhajících kolem společného těžiště. Jsou-li vzdálenosti jednotlivých složek tohoto systému zhruba stejné, jsou jejich dráhy velmi nestabilní a takové skupiny se rozpadají. Jsou-li vzdálenosti složek řádově rozdílné, skupina je stabilní.
3. otevřené hvězdokupy - jsou soustavy nepravidelného tvaru s několika sty hvězd. Hvězdy vznikly společně a jsou tedy stejně staré. Často se pozoruje jejich společný pohyb mezi okolními hvězdami (tzv. pohybová hvězdokupa), přičemž se neprojevuje vzájemný oběžný pohyb ve skupině. Vidíme ji jako kompaktní skupinu hvězd nebo jako mlhavý obláček. Hvězdokupy tvoří většinou hvězdy mladé (jejich stáří jsou miliony až stamiliony let).
4. kulové hvězdokupy - mají řádově miliony hvězd a pravidelný tvar (kulový nebo zploštělý) daný gravitační silou, kterou jsou výrazně vázány a díky níž jsou stabilní. Je pozorován oběžný pohyb kolem středu hvězdokupy, v němž je hustota hvězd větší

než na okraji. Jsou tvořeny starými hvězdami (se stářím 10 miliard let).

5. galaxie - jsou tvořeny všemi typy vesmírných objektů. Obsahují řádově miliardy až biliony hvězd. Existuje řada typů galaxií, mezi nimiž nejvíce prozkoumaná je *Galaxie* (*Mléčná dráha*), do níž patří Slunce.
6. vícenásobné galaxie - jedná se o seskupení galaxií, které patří z určitého důvodu k sobě (např. *Galaxie* a *Magellanovy oblaky*).
7. skupiny galaxií - jsou soustavy desítek galaxií (*Místní skupina*, ...).
8. kupy galaxií - jsou soustavy obsahující řádově stovky galaxií. Neexistuje ostrá hranice mezi kupou a skupinou galaxií.
9. nadkupy galaxií - patří do ní až statisíce galaxií.

8.1.6 | ***Sférická astronomie

Vesmírná tělesa leží v různých směrech a vzdálenostech od stanoviště pozorovatele.

Toto stanoviště může být kdokoliv na Zemi nebo ve vesmíru. Princip popisu souřadnic, popis jejich vztahů mezi sebou navzájem a jejich použití pro konkrétní účely se změnou absolutní polohy pozorovatele nemění.

Pozorovatel má ale dojem, jako by všechna tělesa

ležela na pomyslné kulové ploše, která se nazývá **nebeská sféra (světová sféra)** a která má neomezený poloměr. Proto lze místo pozorovatele vždy považovat za její střed. Na této sféře zavádíme soustavy souřadnic, které se používají v astronomii, hvězdářském zeměpisu, pro určování polohy pozorovatele na moři, na pevnině i v kosmickém prostoru a pro definování různých druhů času.

Důležitými pojmy této soustavy souřadnic jsou hlavní kružnice a vedlejší kružnice.

HLAVNÍ KRUŽNICE NEBESKÉ SFÉRY JE KRUŽNICE, KTERÁ LEŽÍ V ROVINĚ PROCHÁZEJÍCÍ STANOVIŠTĚM POZOROVATELE.

V analogie se zeměpisnými souřadnicemi jsou hlavními kružnicemi poledníky a rovník.

VEDLEJŠÍ KRUŽNICE LEŽÍ V ROVINÁCH, KTERÉ NEPROCHÁZEJÍ STANOVIŠTĚM POZOROVATELE.

V zeměpisných souřadnicích jsou vedlejšími kružnicemi rovnoběžky.

V závislosti na volbě základních bodů a směrů soustavy souřadnic lze pro potřeby astronomie zavést různé soustavy souřadnic

1. obzorníkovou soustavu souřadnic;
2. soustavu rovníkových souřadnic 2. druhu;
3. soustavu rovníkových souřadnic 1. druhu;
4. ekliptikální soustavu souřadnic;
5. galaktická soustavu souřadnic;

8.1.6.1 | Obzorníková soustava souřadnic

Základní rovinou obzorníkové soustavy souřadnic je **obzorník** (**horizont**).

OBZORNÍK (HORIZONT) JE HLAVNÍ KRUŽNICE, KTERÁ JE PRŮNIKEM VODOROVNÉ ROVINY A NEBESKÉ SFÉRY.

Na obzorníku leží ve směru příslušných světových stran jižní bod, severní bod, západní bod a východní bod. Ze zemského povrchu je vidět vždy nanejvýš polovina nebeské sféry (ta, která leží nad obzorníkem).

Obzor je reálné rozhraní nebe a pozemské krajiny - obzor je tvořen obrysy kopců, budov, stromů, vodní hladiny, ...

Dále je nutné definovat několik pojmů (geometrických míst), které jsou pro obzorníkové souřadnice důležité.

NADHLAVNÍK (ZENIT) *Z* A PODNOŽNÍK (NADIR) *N* JSOU BODY, V NICHŽ PROTÍNÁ NEBESKOU SFÉRU SVISLÁ PŘÍMKA PROCHÁZEJÍCÍ STANOVIŠTĚM POZOROVATELE *P*.

ROVINY ROVNOBĚŽNÉ S ROVINOU, V NÍŽ LEŽÍ OBZORNÍK, PROTÍNAJÍ NEBESKOU SFÉRU VE VEDLEJŠÍCH KRUŽNICÍCH, KTERÉ SE NAZÝVAJÍ ALMUKANTARATY.

VÝŠKOVÉ KRUŽNICE (VERTIKÁLY) PROCHÁZEJÍ ZENITEM A LEŽÍ V ROVINÁCH KOLMÝCH NA

ROVINU OBZORNÍKU.

Jedná se tedy o hlavní kružnice nebeské sféry.

VÝŠKOVÁ KRUŽNICE, KTERÁ PROCHÁZÍ SEVERNÍM BODEM A JIŽNÍM BODEM, SE NAZÝVÁ MERIDIÁN (MÍSTNÍ NEBESKÝ POLEDNÍK). VÝŠKOVÁ KRUŽNICE PROCHÁZEJÍCÍ ZÁPADNÍM A VÝCHODNÍM BODEM SE NAZÝVÁ PRVNÍ VERTIKÁL.

Souřadnice této soustavy jsou dvě (viz obr. 1):

1. azimut *A* - měří se ve vodorovném směru na horizontu nebo almukantaratu ve směru sever - východ - jih - západ - sever a udává se ve stupních. Body s azimuty $0°$, $90°$, $180°$ a $270°$ se nazývají **severní bod, východní bod, jižní bod a západní bod**. Na polovině výškové kružnice je konstantní azimut.

Stejný azimut mají body ležící na výškové kružnici od zenitu přes průsečík dané výškové kružnice s rovinou obzorník až po nadir.

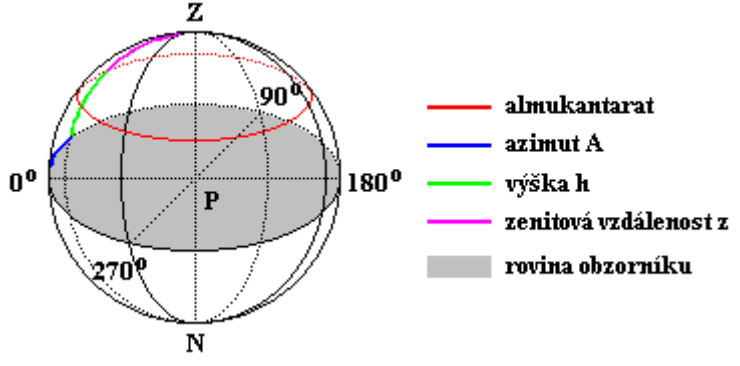
Někdy se též používá astronomický azimut, který se měří od jihu (přes západ, sever, východ zpět k jihu)

2. výška *h* - měří se ve stupních ve svislém směru po výškové kružnici od obzorníku kladně k zenitu a záporně k nadiru ($h = 0°$ pro obzorník, $h = 90°$ pro zenit, $h = -90°$ pro nadir, ...).

Místo výšky se někdy též udává též zenitová vzdálenost z, která se měří po výškové kružnici od zenitu, tj. platí $z = 90° - h$.

Poloha objektu na obloze se určí pomocí těchto souřadnic, neboť daným místem na nebeské sféře prochází právě jedna výšková kružnice (resp. její polovina) a právě jeden almukantarat.

Síť almukantaratů a výškových kružnic je podobná síti zemských rovnoběžek a poledníků. Zenit je „pólem“ obzorníkové soustavy souřadnic a obzorník jejím „rovníkem“.



Obr. 1

Tato soustava se otáčí spolu s pozorovatelem na povrchu rotující Země. Proto se např. hvězdy vzhledem k této soustavě souřadnic pohybují a jejich azimut a výška

se stále mění. Podobně se mění poloha hvězd i se změnou stanoviště pozorovatele.

Obzorníková soustava souřadnic se používá k určování polohy na pevnině nebo na moři. K tomu je navíc nutné určit i okamžik měření a znát další souřadnice měřené hvězdy - deklinaci a hodinový úhel.

8.1.6.2 | Soustava rovníkových souřadnic 2. druhu

Základní rovinou této soustavy souřadnic je rovina rovníku.

NEBESKÝ ROVNÍK (SVĚTOVÝ ROVNÍK) JE HLAVNÍ KRUŽNICE, V NÍŽ PROTÍNÁ ROVINA ROVNÍKU NEBESKOU SFÉRU.

Rovina rovníku z předchozí definice je rovina, v níž leží „normální rovník“ Země.

Dále je nutné zavést několik pojmů, které se budou používat v následujícím popisu souřadnic.

EKLIPTIKA JE ZDÁNLIVÁ TRAJEKTORIE POHYBU SLUNCE KOLEM ZEMĚ.

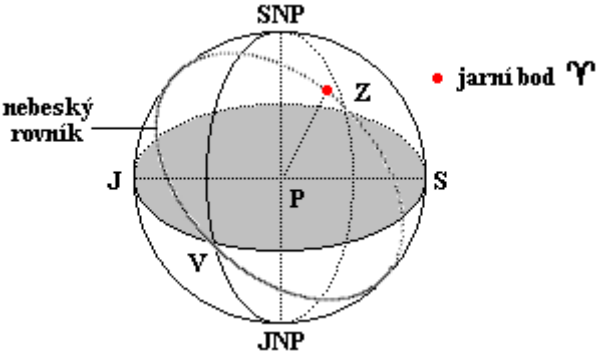
Ve skutečnosti se pohybuje Země (těleso s menší hmotností) kolem Slunce (těleso s větší hmotností), jak vyplývá ze zákonů klasické mechaniky (Newtonovy pohybové zákony, Keplerovy zákony). Vzhledem k tomu, že pohyb je relativní, lze na tuto situaci nahlížet i tak, jak

to běžně pozorujeme: Slunce se pohybuje po obloze kolem Země.

Ekliptiku lze též definovat pomocí roviny ekliptiky.

JARNÍ BOD (♈) A PODZIMNÍ BOD (♎), JSOU BODY, V NICHŽ EKLIPTIKA PROTÍNÁ NEBESKÝ ROVNÍK.

Směr k jarnímu bodu ♈ je základním směrem této soustavy souřadnic. Nebeský rovník prochází východním bodem a západním bodem a na severní polokouli je nejvýše nad jižním pólem. Ze zemského povrchu je tedy vidět jen polovina nebeského rovníku a to ta, která leží nad obzorníkem. Nákres je na obr. 2.



Obr. 2

SEVERNÍ NEBESKÝ PÓL (*SNP*) A JIŽNÍ NEBESKÝ PÓL (*JNP*) JSOU PRŮSEČÍKY ZEMSKÉ

OSY S NEBESKOU SFÉROU.

Vzhledem k tomu, že poloměr Země je vůči poloměru nebeské sféry zanedbatelně malý, protíná jakákoliv rovnoběžka se zemskou osou vedená stanovištěm pozorovatele nebeskou sféru také v severním nebeském pólu a jižním nebeském pólu.

Země je ve srovnání s rozměry nebeské sféry vlastně bodem.

ROVINY ROVNOBĚŽNÉ S ROVINOU ROVNÍKU PROTÍNAJÍ NEBESKOU SFÉRU V KRUŽNICÍCH, KTERÉ SE NAZÝVAJÍ ROVNOBĚŽKY.

ROVINY KOLMÉ NA ROVINU NEBESKÉHO ROVNÍKU, KTERÉ PROCHÁZEJÍ SEVERNÍM NEBESKÝM PÓLEM A JIŽNÍM NEBESKÝM PÓLEM, PROTÍNAJÍ NEBESKOU SFÉRU V DEKLINAČNÍCH KRUŽNICÍCH.

Deklinační kružnice jsou tedy hlavní kružnice nebeské sféry.

KOLUR ROVNODENNOSTI JE DEKLINAČNÍ KRUŽNICE, KTERÁ PROCHÁZÍ JARNÍM BODEM A PODZIMNÍM BODEM.

Souřadnice této soustavy jsou dvě:

1. rektascenze α (*AR*, *RA*) - měří se od jarního bodu směrem k východu a udává se ve stupních. Kromě tohoto vyjádření se rektascenze někdy vyjadřuje též v hodinách, přičemž $360° \approx 24\,\mathrm{h}$, tj. $15° \approx 1\,\mathrm{h}$. Proto tedy $\alpha_{\text{jarní bod}} = 0\,\mathrm{h}$ a $\alpha_{\text{podzimní bod}} = 12\,\mathrm{h}$. Na polovině

určité deklinační kružnice je konstantní rektascenze.

2. deklinace δ (*DE*) - měří se na deklinační kružnici od nebeského rovníku kladně na sever, záporně na jih (rovník: $\delta = 0°$, severní nebeský pól: $\delta = 90°$, jižní nebeský pól: $\delta = -90°$).

Poloha objektu na obloze se určuje pomocí těchto souřadnic, neboť daným místem na nebeské sféře prochází právě jedna deklinační kružnice (resp. její polovina) a právě jedna rovnoběžka.

Síť rovnoběžek a deklinačních kružnic je podobná síti zemských rovnoběžek a poledníků. Jedná se vlastně o promítnutí zeměpisné souřadnicové sítě na nebeskou sféru.

Síť rovníkové souřadnicové soustavy 2. druhu se otáčí vzhledem k pozorovateli stejně jako hvězdná obloha. Proto se hvězdy pohybují stejně jako tato síť a jejich rektascenze a deklinace se v krátkém časovém úseku nemění. Vzhledem k tomu, že poloha zemské osy není v prostoru stálá, ale koná tzv. precesní pohyb, mění se zvolna i poloha nebeských pólů a síť rovníkové souřadnicové soustavy 2. druhu se pak vzhledem ke hvězdám stáčí. Stáčí se tak, že rektascenze hvězd většinou s časem roste.

Tato soustava souřadnic se používá k zakreslování map oblohy.

8.1.6.3 | Vztahy mezi soustavou souřadnic obzorníkovou a rovníkovou 2. druhu

Oba nebeské póly leží na meridiánu:

1. severní nebeský pól leží nad (v severních zeměpisných šířkách) resp. pod (v jižních zeměpisných šířkách) severním bodem obzorníku;
2. jižní nebeský pól leží pod (v severních zeměpisných šířkách) resp. nad (v jižních zeměpisných šířkách) jižním bodem obzorníku

Situace pro severní zeměpisné šířky znázorňuje obr. 3.



Obr. 3

Pozorovatel *P* na stanovišti se zeměpisnou šířkou φ má severní nebeský pól ve výšce φ a zenitová vzdálenost severního nebeského pólu je $90° - \varphi$. Protože spojnice nebeských pólů je kolmá na rovinu rovníku a také svislá přímka je kolmá na vodorovnou rovinu, v níž leží horizont,

je zenitová vzdálenost nejvyššího bodu nebeského rovníku také φ, tzn. že výška nejvyššího bodu nebeského rovníku je $90° - \varphi$.

V jižních zeměpisných šířkách platí analogické vztahy pro jižní nebeský pól.

8.1.6.4 | Soustava rovníkových souřadnic 1. druhu

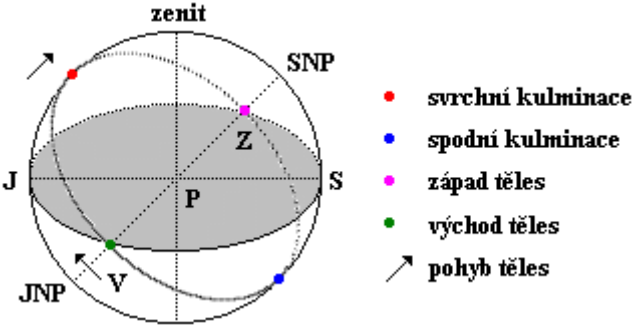
Tato soustava je velmi podobná soustavě rovníkových souřadnic 2. druhu. Hlavní rozdíl spočívá v tom, že místo rektascenze používá souřadnici zvanou **hodinový úhel *t***. Ten se měří od meridiánu a to od té jeho poloviny, kde jsou nebeská tělesa nejvýše, tj. kde **kulminují (vrcholí)**. Kulminace je dvojího druhu:

1. svrchní kulminace (horní vrcholení) - místo na meridiánu, v němž dosahuje nebeské těleso největší výšky;
2. spodní kulminace (dolní vrcholení) - místo na meridiánu, v němž dosahuje nebeské těleso nejnižší výšky (leží pod obzorem).

Hodinový úhel roste směrem denního pohybu nebeských těles, tedy k západu. Vyjadřuje se (podobně jako rektascenze) v hodinách a pro výpočty též ve stupních. Hodinový úhel je tedy úhel měřený od meridiánu ke hvězdě ve směru jejího denního pohybu.

Důležitou vlastností hodinového úhlu je, že s časem

roste, a to rovnoměrně. V okamžiku svrchní kulminace na meridiánu je hodinový úhel nebeského tělesa $t = 0\,\mathrm{h}$. Nebeské těleso se pak denním pohybem posouvá k západu a dál znovu k meridiánu. Prochází opačnou polovinou meridiánu a dosahuje spodní kulminace a hodinový úhel je $t = 12\,\mathrm{h}$. Poté se těleso pohybuje k východu a na meridiánu nastává znovu svrchní kulminace, při níž je $t = 24\,\mathrm{h} = 0\,\mathrm{h}$.



Obr. 4

Na dělených kruzích dalekohledů je možné nastavit deklinaci a hodinový úhel, čímž je možné nebeské těleso nalézt na obloze a pozorovat i ve dne.

8.1.6.5 | Ekliptikální soustava souřadnic

Základní rovinou této soustavy souřadnic je **rovina ekliptiky**, v níž leží oběžná trajektorie Země kolem Slunce.

ROVINA EKLIPTIKY PROTÍNÁ NEBESKOU SFÉRU V HLAVNÍ KRUŽNICI ZVANÉ EKLIPTIKA.

Ekliptika se protíná s nebeským rovníkem ve dvou bodech - jarním bodě a podzimním bodě. Směr k jarnímu bodu je základním směrem této soustavy. Rovina nebeského rovníku svírá s rovinou ekliptiky úhel zvaný **sklon ekliptiky** ε, jehož hodnota je přibližně $23{,}5°$ a který se mírně mění s časem. Stejný úhel ε svírá na nebeské sféře rovník s ekliptikou. Tentýž úhel svírá na nebeské sféře směr k nebeskému pólu s kolmicí na rovinu ekliptiky.

Souřadnice této soustavy jsou:

1. ekliptikální délka λ - je obdobná rektascenzi, udává se ve stupních a měří se od jarního bodu směrem k východu;
2. ekliptikální šířka β - je obdobná deklinaci; jde v podstatě o úhlovou vzdálenost nebeského tělesa od ekliptiky měřenou nejkratším směrem. Na ekliptice nabývá hodnoty $0°$, na **severním pólu ekliptiky** hodnoty $90°$ a na **jižním pólu ekliptiky** pak hodnotu $-90°$.

Země obíhá kolem Slunce v kladném směru, tj. při pohledu od severu proti směru hodinových ručiček. Proto se pohybuje Slunce ekliptikou také v kladném směru, tj. k východu. Ekliptikální délka Slunce roste časem. Blízko ekliptiky se pohybují také planety Sluneční soustavy a Měsíc, protože roviny jejich drah svírají s rovinou ekliptiky jen malé úhly. Tato soustava souřadnic je vhodná

pro pozorování drah těles Sluneční soustavy, hlavně Slunce, Měsíce a planet.

8.1.6.6 | Galaktická soustava souřadnic

Základní rovinou této soustavy je **galaktická rovina**.

GALAKTICKÝ ROVNÍK JE HLAVNÍ KRUŽNICE, V NÍŽ PROTÍNÁ GALAKTICKÁ ROVINA NEBESKOU SFÉRU.

Galaktický rovník prochází oblohou v *Mléčné dráze*. Základním směrem této soustavy souřadnic je směr ke středu naší Galaxie.

Všechny galaxie, které se nacházejí ve vesmíru, se při jejich popisu píší s „g“ a případně jejich názvem, který často bývá tvořen jen číselným označením. Mluví-li se o galaxii, v níž leží Sluneční soustava (a tedy z i planeta Země), píše se s „G“: *Země leží v Galaxii*. Pro Galaxii (tj. galaxii, v níž leží Země) se používá i název *Mléčná dráha*.

Souřadnice galaktické soustavy jsou:

1. galaktická délka *l* - měří se podobně jako rektascenze ve stupních od bodu, kde se s nebeskou sférou protíná směr ke středu Galaxie;
2. galaktická šířka *b* - měří se analogicky jako

deklinace. Je to v podstatě úhlová vzdálenost nebeského tělesa od galaktického rovníku, měřená nejkratším směrem. Na galaktickém rovníku nabývá hodnoty $0°$, na **severním galaktickém pólu** pak hodnot $90°$ a na **jižním galaktickém pólu** hodnoty $-90°$.

Soustava se používá hlavně ve hvězdné astronomii.

8.1.7 | Určování času

Astronomie je věda zaměřená na popis vesmíru a dějů v něm probíhajících. Všechny tyto děje probíhají v čase, a proto je velmi podstatné pro astronomii správně a pokud možno přesně měřit čas.

Základní jednotkou mezinárodní soustavy SI pro měření času je sekunda. Ta je ale pro astronomii velmi nepraktická. Řada dějů totiž trvá mnohem déle (oběh planet kolem Slunce, vznik hvězd, ...), ale existují i děje, které trvají daleko menší dobu (pulsy pulsarů, ...). Proto astronomie používá pro vyjádření časových jednotek i dny, roky, ale také milisekundy, ...

V běžném hovoru se hovoří o dnech a rocích, ale astronomie rozeznává několik „typů“ dnů a roků. Záleží na tom, vůči čemu se den resp. rok měří. Veškeré měření času vychází z otáčení Země kolem své osy a jejího oběhu kolem Slunce.

Astronomie používá několik různě definovanách časů,

které se navzájem liší. Každý z daných časů se používá pro popis určitých vesmírných těles resp. dějů, které ve vesmíru probíhají.

8.1.7.1 | Hvězdný čas

Hvězdný čas $\circledS$ je založen na otáčení Země vzhledem ke hvězdám.

HVĚZDNÝ ČAS $\circledS$ JE DEFINOVÁN JAKO HODINOVÝ ÚHEL JARNÍHO BODU.

Při svrchní kulminaci jarního bodu je $\circledS = 0\,\mathrm{h}$, při spodní kulminaci je $\circledS = 12\,\mathrm{h}$. Pro libovolnou hvězdu v okamžiku její svrchní kulminace platí, že její rektascenze se rovná hvězdnému času: $\alpha_\star = \circledS$ pro $t_\star = 0\,\mathrm{h}$, tj. hvězdný čas je kulminující rektascenzí. Neprochází-li hvězda poledníkem a má tedy hodinový úhel $t_\star \neq 0\,\mathrm{h}$, je možné určit hvězdný čas na základě obecnějšího vztahu $\circledS = \alpha_\star + t_\star$, kde $\alpha_\star$ je rektascenze a $t_\star$ hodinový úhel té samé hvězdy.

HVĚZDNÝ DEN JE 24 HODIN HVĚZDNÉHO ČASU.

Hvězdný den je možné určit také tak, že na obloze je vybrána jedna konkrétní hvězda, jejíž poloha se zaznamená. Čas potřebný k tomu, aby se Země otočila vůči této hvězdě do téže polohy, je pak hvězdný den.

Horní kulminace jarního bodu nastává na východnějších polednících dříve, na západnějších později. Protože při horní kulminaci jarního bodu na určitém poledníku je vždy $\circledS = 0\,\mathrm{h}$, znamená to, že hvězdný čas

určitého poledníku je jiný než poledníků sousedních: na východnějších je „napřed“, na západnějších „pozadu“.

> Slunce se po obloze kolem Země pohybuje od východu na západ. To ale znamená, že z pohledu Slunce se Země otáčí kolem své osy opačně, tj. od západu k východu. Proto kulminace nastává na východnějších polednících dříve než na západnějších.

Hvězdný čas se vztahuje důsledně na poledník určitého stanoviště, tj. hvězdný čas je vždy místní.

Hvězdný rok se měří tak, že hvězda, vůči které se pozorování bud provádět, je vybrána podél ekliptiky a měří se doba, za kterou se Slunce dostane vzhledem k této hvězdě do stejné polohy.

8.1.7.2 | Sluneční čas

Pro účely astronomie se zavádějí dva sluneční časy:

1. pravý sluneční čas;
2. střední sluneční čas.

8.1.7.2.1 | Pravý sluneční čas

Pravý sluneční čas T_p se definuje pomocí hodinového úhlu pravého Slunce t_S takto: $T_p = t_S \pm 12\,\mathrm{h}$. Při horní kulminaci Slunce je tedy 12 h.

> Pravé Slunce je skutečné Slunce, skutečné těleso ve

vesmíru. Zdůraznění, že jde o „pravé“ Slunce, je zde použito proto, že další sluneční čas (střední sluneční čas) se definuje pomocí tzv. středního Slunce.

Pravý sluneční čas plyne nerovnoměrně, což má dvě příčiny:

1. Slunce se pohybuje po ekliptice šikmo vůči směru, v němž se měří jeho hodinový úhel;

Hodinový úhel se měří ve vodorovném směru (po nebeském rovníku) a ekliptika, po níž se pohybuje Slunce, svírá s nebeským rovníkem jistý nenulový úhel.

2. Země obíhá kolem Slunce podle druhého Keplerova zákona proměnlivou rychlostí (nejrychleji v zimě, nejpomaleji v létě). To se projeví proměnlivou rychlostí pohybu Slunce po ekliptice.

Přesné rovnoměrně jdoucí hodiny se nehodí k měření nepravidelně plynoucího pravého slunečního času. Je-li třeba znát pravý sluneční čas, je možné ho vypočítat pomocí tzv. **časové rovnice**. Pravý sluneční čas ukazují sluneční hodiny, na nichž je čas odečítán ze stínu pravého Slunce.

8.1.7.2.2 | Střední sluneční čas

Střední sluneční čas T_s se definuje pomocí hodinového úhlu středního Slunce t_{sS} takto: $T_s = t_{sS} \pm 12\,\mathrm{h}$.

STŘEDNÍ SLUNCE (DRUHÉ SLUNCE) JE

MYŠLENÉ TĚLESO, KTERÉ SE POHYBUJE ROVNOMĚRNĚ PO NEBESKÉM ROVNÍKU.

Střední Slunce se pohybuje tak, aby se jeho hodinový úhel co nejméně lišil od hodinového úhlu pravého Slunce během roku. Střední sluneční čas měří křemenné hodiny nebo mechanické hodiny.

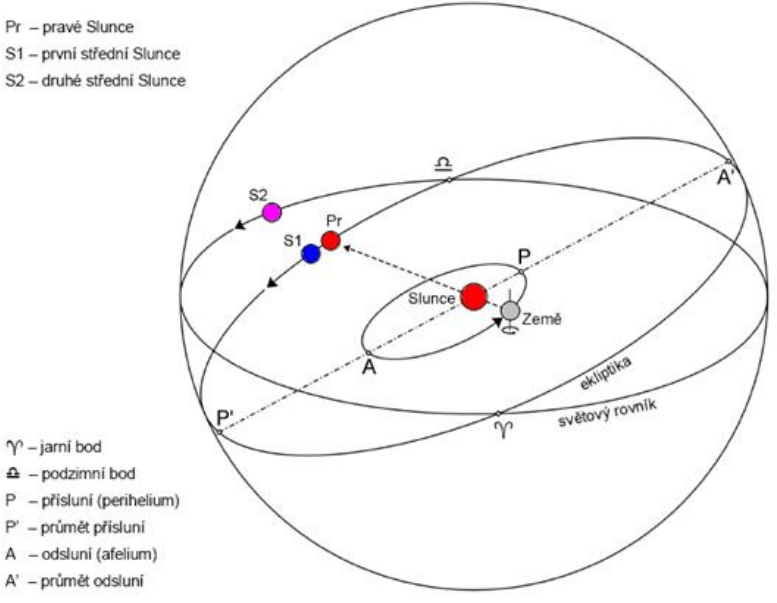
Střední Slunce je tedy pouze pomůcka pro to, abychom mohli měřit čas pomocí rovnoměrně jdoucích hodin (vyrobených člověkem). Skutečné Slunce, jehož pohyb je základem pro měření pravého slunečního času, se rovnoměrně nepohybuje.

Ve skutečnosti astronomie zavádí dvě střední Slunce. První střední Slunce S1 se pohybuje po ekliptice, ale na rozdíl od pravého Slunce se po ní pohybuje rovnoměrně. S pravým Sluncem se přitom setkává v průmětech přísluní a odsluní (tj. v bodech P' a A' podle obr. 5). Druhé střední Slunce S2 se pohybuje rovnoměrně po nebeském rovníku a s prvním středním Sluncem se setkává v jarním bodě Υ a podzimním bodě Ω.

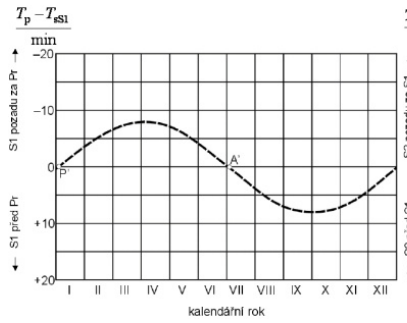
Rozdíly pravého slunečního času a středního slunečního času prvního středního Slunce v průběhu roku jsou zobrazeny v grafu na obr. 6, rozdíly středních slunečních časů prvního středního Slunce a druhého středního Slunce v průběhu roku jsou zobrazeny v grafu na obr. 7. Odchylky vznikají v důsledku nerovnoměrného

pohybu Země kolem Slunce.

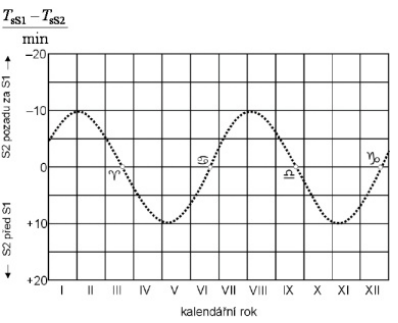
Na základě těchto dvou pomocných středních Sluncí a jejich středních slunečních časů se definuje střední sluneční čas. Střední sluneční čas je součet odchylek obou středních slunečních časů (tj. času měřeného pomocí Slunce S1 a času měřeného pomocí Slunce S2) od pravého slunečního času.



Obr. 5



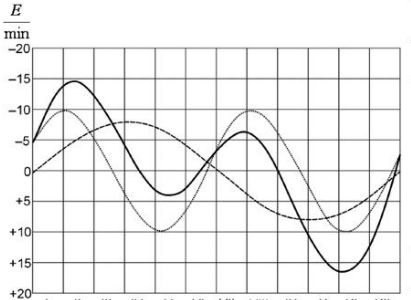
Obr. 6



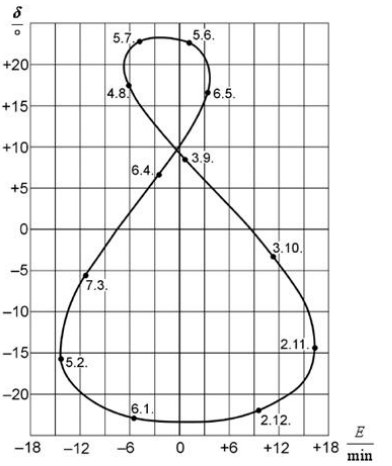
Obr. 7

Rozdíly pravého slunečního času a středního slunečního času udává tzv. **časová rovnice**: $E = T_p - T_{sS}$. Veličina *E* se mění během roku a její hodnoty lze zjistit z astronomických tabulek nebo grafu (viz obr. 8). Nulový rozdíl (tj. $E = 0\ \mathrm{min}$) je 16. dubna, 14. června, 1. září a 25. prosince. Hlavní minimum $E = -14\ \mathrm{min}\ 16\ \mathrm{s}$ nastává 12. února, hlavní maximum $E = 16\ \mathrm{min}\ 26\ \mathrm{s}$ pak 3. listopadu.

Hodnoty časové rovnice lze společně s deklinací Slunce δ pro daný den v roce znázornit pomocí uzavřené čáry zvané **analema** (viz obr. 9).



Obr. 8



Obr. 9

STŘEDNÍ SLUNEČNÍ DEN JE 24 HODIN STŘEDNÍHO SLUNEČNÍHO ČASU.

8.1.7.2.3 | Srovnání středního slunečního času a hvězdného času

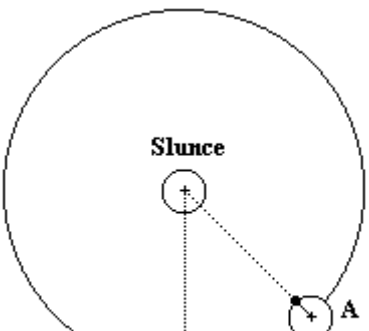
Střední Slunce se během dne pohybuje k západu jako hvězdy, ale pomaleji. Střední Slunce se mezi hvězdami posouvá tedy k východu a proto prochází meridiánem v delších intervalech než jarní bod.

Situaci, kdy se Slunce pohybuje na západ spolu s hvězdami, ale přesto se mezi nimi posouvá směrem k východu, lze přiblížit situací na silnici. Cyklista jede po silnici spolu se skupinou aut z Prahy do Benešova.

(Přitom velikost rychlosti cyklisty je menší než velikost rychlosti aut.) Při tomto pohybu se tedy auta i cyklista pohybují směrem od Prahy k Benešovu, ale cyklista se ve skupině aut pohybuje směrem k Praze (auta kolem něj projíždějí a on za nimi zaostává: z hlediska soustavy spojené s jedoucími auty se tedy pohybuje opačným směrem - tj. směrem do Prahy).

Proto 24 hodin středního slunečního času je 24 h 03 min 56,55 s času hvězdného. Naopak: 24 hodin hvězdného času je 23 h 56 min 4 s středního slunečního času.

Názornou představu, proč je sluneční den delší než hvězdný, je možné získat na základě obr. 10. Je-li planeta (např. Země) v bodě *A* své trajektorie kolem Slunce, má pozorovatel (označený černou tečkou) právě poledne. Hvězdný den je doba, za kterou se planeta otočí o $360°$ - to se dostane do polohy *B*. Sluneční den je pak doba, po které se pozorovateli opakuje poledne - za tu dobu se planeta dostane z bodu *A* do bodu *C*.



Obr. 10

8.1.7.3 | Tropický rok

Tropický rok je časový interval, který uplyne mezi dvěma průchody Slunce jarním bodem. Má 365 dní 5 h 48 min 46 s, tj. 365,2422 dne a je to nejvěrnější obraz roku, který člověk vnímá. Z toho důvodu je i základem kalendáře.

8.1.7.4 | Místní a pásmové časy

Hvězdné časy různých zeměpisných poledníků se liší.

MÍSTNÍ ČASY JSOU ČASY, KTERÉ SE VZTAHUJÍ K URČITÉMU MÍSTU NA ZEMI.

Místní čas všech bodů ležících na jednom poledníku je

stejný. Místní pravý sluneční čas a místní střední sluneční čas se používaly v dobách málo rozvinuté dopravy a poté ještě dlouho i při navigaci: z rozdílu místních časů lze totiž určit rozdíl zeměpisných délek dvou míst. Místních časů je stejně jako poledníků, tedy neomezené množství. Pro účely praktického života bylo nutné časy vhodně omezit. Proto byly zavedeny **pásmové časy**.

Na zemském povrchu byla definována časová pásma kolem poledníků $n.15°$ ($n = 0, 1, 2, \ldots, 11, 12$) východní délky nebo západní délky. Místní střední sluneční časy každého z těchto poledníků se liší právě o jednu hodinu. V ideálním uspořádání je 24 časových pásem, uprostřed každého pásma probíhá poledník zeměpisné délky $n.15°$ a pásmo je ohraničeno poledníky $n.15° \pm 7{,}5°$. V celém časovém pásmu platí místní střední sluneční čas poledníku, který je středem pásma. Tento čas se nazývá **pásmový čas** daného pásma. V praxi však ovlivňují hranice časových pásem státní hranice, speciální úpravy v různých státech, ...

26. dubna 1650 byl položen na Staroměstském náměstí v Praze základní kámen Mariánského sloupu, který byl vztyčen ke cti Panny Marie Neposkvrněné jako poděkování za odchod Švédů z Prahy. 3. července 1652 hotový sloup, jehož autorem byl český sochař Jan Jiří Brandl, vysvětil kardinál z Harrachu za přítomnosti císaře Ferdinanda III. a jeho syna Ferdinanda IV. Mariánský sloup se stal druhým nejstarším sloupem v Evropě (starší stál

v Mnichově). Stín Mariánského sloupu dopadal v pravé poledne na místo, které je v dlažbě Staroměstského náměstí vyznačeno. Stín sloupu v pravé poledne ovšem leží na (nějakém) poledníku. Poledník, kam dopadal stín Mariánského sloupu, dostal název pražský poledník a na základě něj byl v minulosti určován pravý sluneční čas. Jedná se o poledník $14° 25'17''$ východní délky.

Sloup byl po vzniku samostatného Československa dne 3. listopadu 1918 rozvášněným davem stržen, neboť byl spojován s habsburskou monarchií. O původním významu poledníku svědčí mosazná tabulka s nápisem *Poledník, podle něhož byl v minulosti řízen pražský čas* (*Meridianus quo olim tempus pragense dirigebatur*).

Střední sluneční čas platný v časovém pásmu základního greenwichského poledníku $0°$ nazýváme **světový čas** (*SČ*, *UT*). V sousedním východnějším pásmu platí místní čas poledníku $15°$ východně od Greenwiche - poledníku středoevropského. Čas tohoto pásma se nazývá **středoevropský čas** (*SEČ*, *CET*) a předchází *UT* o 1 hodinu. Časová pásma poledníků západní délky mají naopak časy zpožděné vůči *UT*. Pro docílení energetických úspor se zavádí na jaře a v létě tzv. letní čas. U nás se používá **středoevropský letní čas** (*SELČ*), který je o 1 hodinu napřed oproti *SEČ*.

Střední sluneční čas se měří křemennými hodinami

nebo mechanickými hodinami. Soubor nejpřesnějších atomových hodin světa určuje nezávislou časovou škálu: **mezinárodní atomový čas** *TAI*. Přesnost současných atomových hodin je $1{,}5.10^{-14}\ s$, tedy odchylka 1 s za dva miliony roků. Přesnost této škály je taková, že pro ni není vhodné brát za základ periodu otáčení Země, která není zcela pravidelná. Byl proto definován **terestrický čas** *TT*, který se využívá např. v astronomických ročenkách. Platí: $TT = TAI + 32{,}184\ s$ a $SEČ = TT + 1\,\mathrm{h} - \Delta T$, přičemž ΔT se pomalu mění tak, že s časem roste (jeho hodnota je zhruba 1 minuta).

V souvislosti s pásmovými časy byla zavedena také **mezinárodní datová hranice**, která leží na $180°$ západní délky (resp. východní délky). Tato hranice prochází mimo státy, ostrovy, ... a prochází po hranicích. Tato hranice odděluje dva dny, jejichž datum se liší o 1 den. Nový den začíná tedy na datové hranici a „postupuje“ na západ. To znamená, že při přechodu datové hranice ve směru:

1. východ - západ - datum se zvětší o 1 den
2. západ - východ - datum se o 1 den zmenší,

tj. totéž datum bude mít cestoval dva dny.

8.1.8 | ***Kalendář

8.1.8.1 | Základní stavba a problémy

Nutnost mít kalendář se objevuje v celé historii vývoje lidstva. Z počátku byly nároky na jeho přesnost nevelké, neboť lidem stačilo plánovat pravidelné události (setí, sklizeň, zima, ...), jejichž přesnost nebyla velká. S postupným rozvojem společnosti, církve, dopravy, ... byly kladeny na kalendář stále větší nároky, neboť bylo třeba do něj přidávat další a další přesné události.

Astronomie nabízí tři význačné periody, podle nichž lidé odedávna měří čas: den, měsíc a rok. Problém je, že tyto uvedené periody nejsou celočíselným násobkem jedna druhé a nejsou ani v poměru malých celých čísel. Je-li třeba vytvořit nějaký jednotný systém - **kalendář**, pomocí něhož by bylo možné určovat čas, je třeba se s uvedenými problémy vyrovnat.

Postupem času lidstvo dospělo ke dvěma typům kalendáře:

1. měsíční kalendář - vychází z oběhu Měsíce kolem Země, základní jednotkou je tedy 1 měsíc. Měsíc je vidět jak v noci, tak i ve dne (někdy), a proto sloužil jako dobrá pomůcka k měření času. tento typ kalendáře byl využíván zejména zemědělci, pastevci, ...;
2. sluneční kalendář - vychází z oběhu Země kolem Slunce a základní jednotkou je zde 1 rok.

V současné době se používá kombinace obou typů kalendáře.

S rozvojem kalendářů se vyvinul i požadavek, kterým by se měl kalendář řídit: měl by být stálý a trvalý - tj. stále stejný počet měsíců, dnů v měsíci, ... Splnění požadavku o neměnném počtu dnů (resp. měsíců) se ale těžko realizuje. Základem kalendáře je totiž tropický rok, který není celočíselným násobkem počtu dnů. Použijí-li se tedy zaokrouhlená data, vzniká po letech rozdíl.

Už nejstarší národy používaly jakousi formu lunisolárního („měsíčně - slunečního“) kalendáře, ale přinášelo to s sebou řadu problémů. Tak například zatímco počátek periody oběhu Měsíce kolem Země (první srpek po novu) lze určit pouhým pohledem s přesností na den, určit počátek tropického roku (od rovnodennosti k rovnodennosti) bez astronomických metod s přesností na den není možné. Díky tomu vznikaly zmatky v kalendáři: podle okamžité potřeby (a většinou z rozhodnutí kněží) se přidávaly resp. ubíraly dny k měsícům či přímo celé měsíce k roku. Tato nesystematická praxe vedla v závěrečném období římské republiky k tomu, že některé tradiční svátky se posunuly daleko od svého původního ročního období.

První národnost, která začala používat místo lunárního kalendáře sluneční kalendář, byly Egypťané. V pásu ekliptiky vymezili 36 souhvězdí po 10 dnech. Rok přitom rozdělili na 12 měsíců po 30 dnech a přebývajících pět dnů zasvětili bohům. Z hlediska hospodářského se ale

řídili podle záplav, které způsobovala řeka Nil. Srovnáním obou kalendářů (astronomického a „nilského“) zjistili nesoulad, a tak byla za vlády poslední dynastie Ptolemaiovců v roce 238 př. n. l. navržena reforma: ke každému čtvrtému roku se přidal jeden den navíc. Toto rozhodnutí se v praxi nakonec neujalo, ale převzal ho na doporučení alexandrijského astronoma Sosigena v prvním století př. n. l. Julius Caesar. Juliánský kalendář je tedy vlastně egyptský kalendář.

V historii vývoje kalendáře převládly dva základní „roky“, které byly základem kalendáře:

1. juliánský rok - začal jej používat Gaius Julius Caesar v roce 46 př. n. l. Tento rok měl 365 dní a jeho členění na měsíce již se skutečným pohybem Měsíce nemělo nic společného. Každý čtvrtý rok byl přestupný (byl to rok konání olympiády). Rok měl tedy 365,25 dne a je tedy o 11 minut delší než tropický rok, tzn. že za každých 128 let se juliánský kalendář posune oproti skutečnému období o 1 den. To se projevilo tím, že v 16. století našeho letopočtu vzniklá odchylka činila již 10 dní. Tato nesrovnalost byla ale příčinou protestů vrchnosti, neboť těchto deset dní zpoždění ovlivnilo zemědělské práce a následně i úrodu. Dále protestovala církev, protože pro špatné datum Velikonoc se jí

o skutečném půstu maso; ...

2. gregoriánský rok - byl zaveden papežem Řehořem (Gregorius) XIII. Rok v tomto případě má $365,2425\ \text{dne} = 365 + \frac{1}{4} - \frac{3}{400}\ \text{dne}$, tedy 365 dní 5 h 49 min 12 s, což dává ve srovnání s tropickým rokem rozdíl pouhých 26 s, tj. chybu 1 den za 3300 let. V praxi to znamená, že přestupné jsou roky dělitelné čtyřmi a ty, které jsou dělitelné 100 jsou přestupné jen tehdy, jsou-li zároveň dělitelné 400. Odstranění rozporu s juliánským kalendářem se provedlo tak, že po 4. 10. 1582 následovalo rovnou 15. 10. 1582 (v českých zemích proběhla reforma až v roce 1585).

8.1.8.2 | Zajímavosti kolem kalendáře

Jednou ze zajímavostí jsou názvy měsíců. Kromě češtiny má němčina, angličtina, italština, španělština, ... podobné výrazy pro daný měsíc. Zajímavější ale je, že např. z názvu desátého měsíce *října* je slyšet číslice osm (*October*), z názvu listopadu devítka (*November*) a z názvu prosince pak desítka (*December*). Původ tohoto označení pochází už ze starověkého Říma, kde kalendář začínal 1. března, neboť to byl den nástupu senátora k výkonu úřadu. To vysvětluje nejen uvedenou spojitost názvů měsíců s číslicemi, ale též skutečnost, že přestupným

měsícem (a měsícem s nejmenším počtem dní) je únor, tj. poslední měsíc v (římském) roce.

Názvy měsíců byly většinou odvozovány od jmen bohů a bohyň (např. červen - bohyně Juno). Červenec (*July*) dostal své jméno po Juliovi Caesarovi. Po něm nastupuje na trůn Augustus, po němž je pojmenován další měsíc - srpen. Z důvodu Augustovi ješitnosti má srpen stejně dnů jako červenec a porušuje tak pravidelné střídání měsíců se 30 (resp. 28 či 29) dny a s 31 dny.

Všechny tyto údaje jsou řádně dokumentovány v kronikách a dalších písemnostech.

Další zajímavostí je, že v počítání let od narození Krista neexistuje rok 0, tj. prvnímu roku našeho letopočtu (po Kristu) předchází bezprostředně první rok před naším letopočtem (před Kristem). To je třeba brát v úvahu při výpočtu délek časových intervalů, které obsahují počátek letopočtu.

8.1.8.3 | Velikonoce

Velikonoce patří spolu s Vánocemi mezi církevní svátky. Jejich datum je (na rozdíl od Vánoc) pohyblivé. Aby bylo možné určit datum Velikonoc (datum Velikonoční neděle) je třeba si uvědomit, že Velikonoční neděle je první neděle po prvním jarním úplňku. Jinými slovy, aby nastala Velikonoční neděle, musí být v návaznosti na sebe splněny tyto podmínky:

1. musí nastat jaro, tj. musí být po 21. 3.;
2. musí nastat úplněk po 21. 3. (úplněk lze lokalizovat s přesností na sekundy);
3. musí se čekat do neděle.

Krajní meze pro datum Velikonoc lze tedy určit takto:

1. 21. 3. nastane jaro, pár hodin na to úplněk a další den je neděle - první termín Velikonoc je 22. 3.;
2. 21. 3. je neděle a ten den je úplněk - to znamená, že je nutno čekat další sinodickou periodu, což je 29,5 dne. Díky té polovině dne může nastat první jarní úplněk až v úterý, takže velikonoční neděle připadne nejdéle na 25. 4.

8.1.9 | Určování vzdáleností

Základní jednotkou délky *Mezinárodní soustavy jednotek SI* je metr. Tato jednotka je ale pro astronomii velmi nevhodná - je totiž velmi malá ve srovnání se vzdálenostmi či rozměry objektů, kterými se astronomie zabývá. Používají se proto jednotky větší, které ale již nejsou pouhými dekadickými násobky základní jednotky metr.

Obecně patří určování vzdáleností v astronomii k velmi obtížným měřením. Proto se astronomové snaží místo vzdálenosti změřit jinou veličinu (periodu oběhu,

velikost rychlosti, svítivost, ...) a vzdálenost pak dopočítat z vhodného fyzikálního zákona (Keplerův zákon, Newtonův gravitační zákon, Newtonovy pohybové zákony, Stefan-Boltzmannův zákon, ...).

Běžnými jednotkami, které astronomie používá, jsou:

1. astronomická jednotka;
2. parsek;
3. světelný rok.

8.1.9.1 | Astronomická jednotka

V rámci Sluneční soustavy se používá tzv. **astronomická jednotka**.

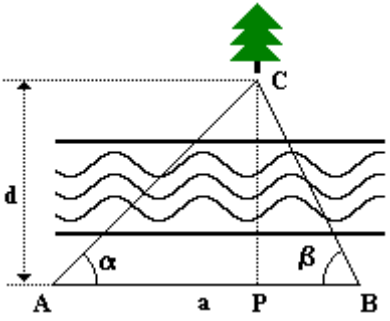
ASTRONOMICKÁ JEDNOTKA AU JE DEFINOVÁNA JAKO STŘEDNÍ VZDÁLENOST ZEMĚ OD SLUNCE: $1\,\mathrm{AU} = 149{,}6.10^{6}\,\mathrm{km}$.

V rámci Sluneční soustavy tato jednotka plně postačuje (vzdálenost Slunce - Neptun je 30 AU), ale pro určování vzdáleností hvězd, galaxií a dalších astronomických uskupení těles již vhodná není.

8.1.9.2 | Paralaxa

Vzhledem k tomu, že ani poměrně velká jednotka délky astronomická jednotka není vhodná pro používání mimo Sluneční soustavu, zavádí se další jednotka délky - parsek, která souvisí s definicí **paralaxy**.

Základem tohoto měření je použití tzv. trigonometrické metody, která se běžně používá v praxi (viz obr. 11). Je-li třeba určit vzdálenost *d* dvou nepřístupných míst *P* a *C*, je možné postupovat takto: určit vzdálenost *a* míst *A* a *B*, změřit velikosti úhlů α a β a na základě trigonometrických vztahů (sinová věta, kosinová věta a definice trigonometrických funkcí) dopočítat hledanou vzdálenost *d*.



Obr. 11

Analogicky postupují astronomové. Vzhledem k tomu, že tímto postupem se určují vzdálenosti vesmírných objektů, jsou měřené úhly α a β velmi malé. Aby i přesto astronomové naměřili hledané údaje s uspokojivou přesností, je nutné volit základní vzdálenost (vzdálenost *a* na obr. 11) větší.

Výše popsaným způsobem určená paralaxa se nazývá trigonometrická paralaxa, neboť byla určena na základě měření v trojúhelníku. Existují i jiné metody, jak určit

paralaxu hvězdy.

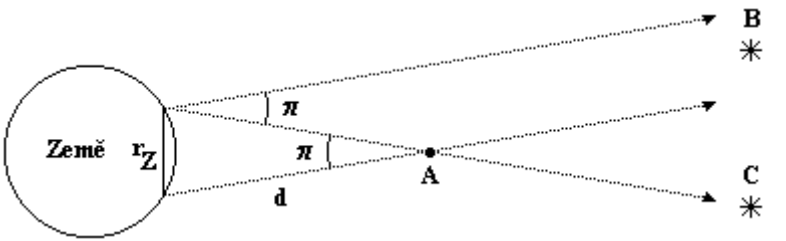
PARALAXA π DANÉHO VESMÍRNÉHO OBJEKTU JE ÚHEL, O KTERÝ SE POLOHA TOHOTO VESMÍRNÉHO OBJEKTU NA OBLOZE POSUNE PŘI PŘESUNU POZOROVATELE O URČITOU PŘESNĚ DEFINOVANOU VZDÁLENOST.

Podle vzdálenosti, o kterou se pozorovatel přesune, pak rozlišujeme několik typů paralax:

1. denní paralaxa;
2. rovníková paralaxa;
3. roční paralaxa.

8.1.9.2.1 | Denní paralaxa

Určování denní paralaxy vychází z určování změny polohy objektu během jednoho dne. Za základnu, vůči níž se měření provádí, se v tomto případě volí poloměr Země r_Z. Posune-li se pozorovatel na Zemi o vzdálenost r_Z, posune se na obloze objekt *A* vzhledem k dalekým hvězdám *B* a *C* o úhel π (viz obr. 12).



Obr. 12

Po změření tohoto úhlu je možné hledanou vzdálenost *d* vesmírného objektu od Země určit pomocí vztahu: $\sin\frac{\pi}{2} = \frac{r_Z}{2d}$.

Pozor! Úhel $\frac{\pi}{2}$ označuje polovinu paralaxy, které může být (teoreticky) libovolně velká. Není to hodnota pravého úhlu vyjádřená v obloukové míře!

Vzhledem k tomu, že měřené úhly paralaxy jsou velmi malé, můžeme využít vlastnosti funkce sinus (resp. funkce tangens, kterou lze použít také): pro malé úhly *x* vyjádřené v radiánech platí: $\sin x \doteq \mathrm{tg}\, x \doteq x$.

Na základě popsaného zjednodušení je možné psát: $\frac{\pi}{2} \doteq \frac{r_Z}{2d}$

a tedy $d = \frac{r_Z}{\pi}$.

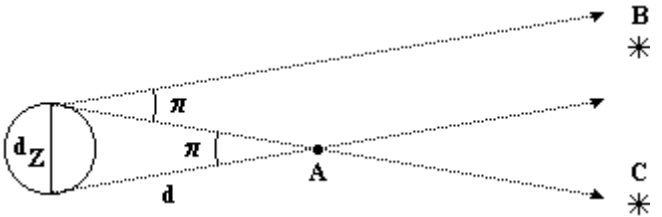
Denní paralaxa se používá k určování vzdáleností planet a objektů ve Sluneční soustavě.

Paralaxy hvězd jsou velmi malé - platí: $\pi < 1''$.

8.1.9.2.2 | Rovníková paralaxa

Rovníková paralaxa se měří analogicky jako denní paralaxa - rozdíl je pouze v tom, že za základu měřeného

trojúhelníka se volí průměr Země d_Z (viz obr. 13). Lze tedy psát $\sin\frac{\pi}{2} = \frac{d_Z}{2d}$.



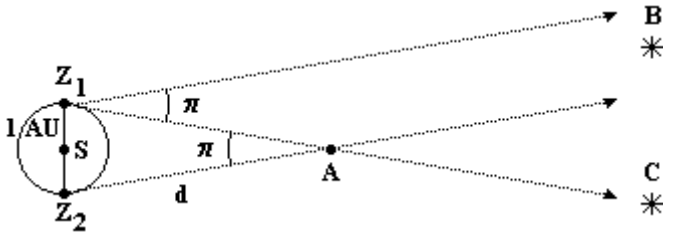
Obr. 13

Vzhledem k tomu, že měřené úhly paralaxy jsou velmi malé, můžeme využít vlastnosti funkce sinus (resp. funkce tangens, kterou lze použít také): pro malé úhly *x* vyjádřené v radiánech platí: $\sin x \doteq \mathrm{tg}\, x \doteq x$.

Můžeme tedy psát: $\frac{\pi}{2} \doteq \frac{d_Z}{2d}$, odkud $d = \frac{d_Z}{\pi}$.

8.1.9.2.3 | Roční paralaxa

Při měření roční paralaxy (krátce paralaxy) se vychází z trojúhelníku, jehož základnu tvoří úsečka s délkou rovnou střední vzdálenosti Země od Slunce. Délka úsečky je tedy 1 AU (astronomická jednotka). Paralaxa dané hvězdy je tedy úhel, pod kterým by byla z této hvězdy vidět úsečka délky 1 AU kolmá ke směru pohledu.



Obr. 14

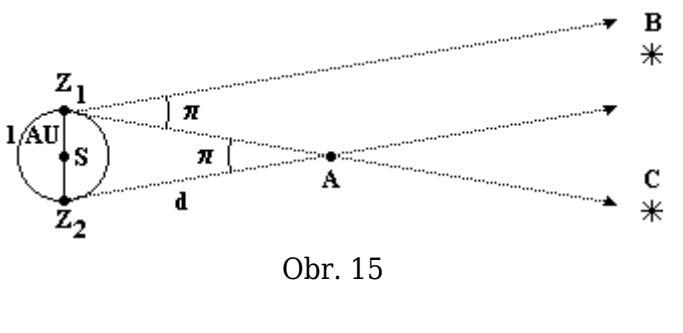
Na obr. 14 je znázorněna poloha Země na její oběžné dráze kolem Slunce (*S*) v časových intervalech půl roku (v bodech Z_1 a Z_2).

Pomocí (roční) paralaxy se určují vzdálenosti hvězd, protože pomocí denní paralaxy by bylo měření značně nepřesné. Poloha vzdálené hvězdy se totiž vůči pozorovateli na Zemi za jeden den příliš nezmění.

8.1.9.3 | Parsek

PARSEK (*PARALAX SECOND*) JE VZDÁLENOST, Z NÍŽ BY BYLA VIDĚT ÚSEČKA DÉLKY 1 AU (ASTRONOMICKÁ JEDNOTKA) KOLMÁ KE SMĚRU POHLEDU POD ÚHLEM JEDNÉ OBLOUKOVÉ SEKUNDY $1''$. ZNAČÍ SE pc.

Na základě uvedené definice a obr. 15 je možné pro hledanou vzdálenost *d* psát: $\mathrm{tg}\frac{\pi}{2} = \frac{1\,\mathrm{AU}}{2d}$.



Obr. 15

Vzhledem k tomu, že měřené úhly paralaxy jsou velmi malé, můžeme využít vlastnosti funkce tangens (resp. funkce sinus, kterou lze použít také): pro malé úhly *x* vyjádřené v radiánech platí: $\sin x \doteq \mathrm{tg}\, x \doteq x$.

Vyjádříme-li tedy hodnotu paralaxy v obloukové míře, můžeme psát: $d = \frac{1\,\mathrm{AU}}{\pi} = 206265\,\mathrm{AU}$. Dostáváme tedy převodní vztah: $1\,\mathrm{pc} = 206265\,\mathrm{AU} = 3{,}086.10^{16}\,\mathrm{m}$.

Největší paralaxu (nepočítáme-li Slunce) má hvězda Proxima ze souhvězdí Kentaura: $\pi = 0{,}76''$. To ale znamená, že i tato, k Zemi nejbližší hvězda, je od ní vzdálena více než jeden parsek. Ostatní hvězdy jsou od Země ještě dále.

Měření malých paralax je zatíženo velmi velkou chybou. Paralaxy menší než $0{,}01''$ není možné kvůli neklidu Zemské atmosféry měřit vůbec. Právě popsanou metodou je tedy možné určovat vzdálenosti hvězd, které jsou menší než 100 pc. Pomocí družic se získala řada měření paralax s přesností řádově $0{,}001''$, ale i tak je naprostá většina

hvězd v naší Galaxii příliš daleko na to, aby bylo možné určit jejich paralaxy. Jejich vzdálenosti se pak určují nepřímými metodami, které ale nejsou již tak přesné jako měření paralaxy.

8.1.9.4 | Světelný rok

Světelný rok je jednotkou vzdálenosti, nikoliv času!

SVĚTELNÝ ROK (*LIGHT YEAR*) JE VZDÁLENOST, KTEROU URAZÍ SVĚTLO VE VAKUU ZA JEDEN ROK. ZNAČÍ SE $1\mathrm{ly}$.

Po provedení jednoduchých výpočtů vychází: $1\,\mathrm{ly} = 9{,}467.10^{15}\ \mathrm{m}$ a $1\ \mathrm{pc} = 3{,}26\,\mathrm{ly}$.

Světelný rok se používá při určování vzdáleností hvězd, vzdáleností galaxií, rozměrů galaxií, …

8.1.10 | Určování rychlosti

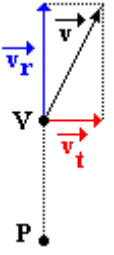
Řadu jiných měření v astronomii lze nahradit měřením velikosti rychlosti resp. směru rychlosti.

8.1.10.1 | Radiální a tečná složka rychlosti

Obecnou rychlost, kterou se pohybuje vesmírné těleso vůči ostatním tělesům (tedy hlavně vůči Zemi, odkud většinou ostatní vesmírné objekty pozorujeme), není

možné přímo měřit. Je možné ale tuto obecnou rychlost $\vec{v}$ (tj. rychlost, která má obecný směr) rozložit do dvou vzájemně kolmých složek (viz obr. 16):

1. radiální složka rychlosti $\vec{v_r}$ - složka rychlosti ve směru zorného paprsku, tj. ve směru pozorovatele *P* a daného vesmírného objektu *V*. Tuto složku je možné určovat na základě tzv. Dopplerova jevu.
2. tečná složka rychlosti $\vec{v_t}$ - složka rychlosti, která je kolmá k zornému paprsku, a tedy je kolmá i k radiální složce $\vec{v_r}$. Velikost tečné složky rychlosti daného vesmírného tělesa je možné určit pomocí změřené polohy ve dvou různých časech, jejichž rozdíl je Δt (např. ve dvou dnech, ...), a úhlové vzdálenosti $\Delta\varphi$, kterou vesmírný objekt za danou dobu urazí. Nachází-li se daný objekt ve vzdálenosti *r* od pozorovatele, je možné velikost tečné složky rychlosti psát ve tvaru: $\vec{v_t} = r\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$.



Obr. 16

Pro výslednou rychlost je tedy možné psát $\vec{v} = \vec{v_t} + \vec{v_r}$ a pro její velikost $v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}$.

8.1.10.2 | Dopplerův jev

Dopplerův jev byl pozorování nejprve v mechanice a optice, ale velké využití našel v astronomii.

Pohybuje-li se vesmírný objekt, který vysílá elektromagnetické záření s frekvencí *f* (resp. s vlnovou délkou λ), směrem k pozorovateli, naměří pozorovatel větší frekvenci resp. kratší vlnovou délku. Tyto veličiny spolu totiž souvisí vztahem $f = \frac{c}{\lambda}$, kde *c* je velikost rychlosti elektromagnetického záření (a tedy i světla) ve vakuu (a přibližně i ve vzduchu). Při vzdalování zdroje elektromagnetického záření od pozorovatele naměří tento pozorovatel nižší frekvenci daného elektromagnetického záření, ale vyšší vlnovou délku.

Je-li tedy známa vlnová délka elektromagnetického záření, na které zdroj vysílá, je-li vůči pozorovateli v klidu, a je-li naměřen její přírůstek $\Delta\lambda$ způsobený jeho pohybem, je možné určit velikost rychlosti pohybu zdroje ze vztahu $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$. Poměr $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ se nazývá **červený posuv (rudý posuv)** a často se používá hlavně v kosmologii.

Je přesnější mluvit o elektromagnetickém záření obecně (ne jen o světle), protože o vesmírných objektech získáváme informace pomocí různých druhů elektromagnetického záření, které zaznamenávají různé druhy astronomie).

Název právě uvedeného poměru *z* má jednoduchý důvod: většina vesmírných objektů (hvězdy, galaxie, ...) se od Země vzdaluje. Vzájemné vzdalování hvězd a vzdalování galaxií způsobí posun naměřené frekvence elektromagnetického záření (resp. světla), které objekt vyzařuje, směrem k nižším frekvencím (u světla viditelného lidským okem tedy směrem k červenému konci spektra).

Dopplerův jev je pro astronomii důležitý, neboť umožňuje určit radiální rychlosti jakéhokoliv tělesa, které vysílá elektromagnetické záření. Atomy vysílají záření jen určitých vlnových délek, čímž vznikají v jejich spektrech spektrální čáry. Vlnové délky záření, které těmto čarám odpovídají, je možné přesně měřit v laboratořích. Stačí tedy zachycené elektromagnetické záření z vesmírného objektu rozložit na spektrum, nalézt v něm spektrální čáry známých prvků, zjistit rozdíl vlnových délek (tj. určit červený posun) a určit velikost radiální složky rychlosti daného objektu v době, kdy světlo vyzářil.

V astronomii a kosmologii, které se většinou zabývají

zkoumáním velmi vzdálených objektů ve vesmíru, je nutné brát v úvahu fakt, že elektromagnetické záření se šíří konečnou rychlostí. Proto je nutné si uvědomit, že stav vesmíru, jaký pozorujeme pomocí dalekohledů a dalších přístrojů, není stav v době zaznamenání měření, ale v době, kdy elektromagnetické záření (jehož prostřednictvím objekty pozorujeme) opustilo pozorovaný objekt. Pozorujeme-li velmi vzdálené objekty, nemusí tyto objekty již v době našeho pozorování existovat (světlo od tohoto objektu na Zem letí třeba několik desítek tisíc let a za tu dobu se mohl objekt výrazně změnit nebo explodovat).

8.1.10.3 | Určování velikosti rychlosti rotace a teploty

Pomocí Dopplerova jevu je možné určit též velikost rychlosti rotace daného objektu. Spektrální čára se rozšíří a na jejím kraji, který odpovídá vyšší vlnové délce elektromagnetického záření vyzařovaného zkoumaným vesmírným objektem, je světlo přicházející z toho okraje tělesa, který se od pozorovatele vzdaluje. Na opačném konci spektrální čáry je světlo z okraje tělesa, který se k pozorovateli přibližuje. Na základě rozdílů odpovídajících vlnových délek je možné určit velikosti rychlostí pohybu těchto okrajů.

Analogicky je možné určit teplotu plazmy, která elektromagnetické záření vysílá. S rostoucí teplotou plazmy roste i velikost rychlosti chaotického pohybu částic, které se pohybují směrem od pozorovatele i k němu. S rostoucí teplotou tedy roste i šířka spektrální čáry.

8.2 | SLUNEČNÍ SOUSTAVA

8.2.1 | Základní charakteristiky

Kolem Slunce obíhá množství dalších těles, které spolu se Sluncem tvoří Sluneční soustavu:

1. planety a jejich satelity (měsíce);
2. planetky;
3. komety;
4. meteoroidy;
5. mezihvězdný prach a částice slunečního větru.

::subtree::

8.2.1.1 | Složení Sluneční soustavy

Kolem Slunce obíhá 8 **planet**: Merkur, Venuše, Země, Mars, Jupiter, Saturn, Uran a Neptun. Jejich střední vzdálenost od Slunce se pohybuje od 0,378 AU (Merkur) do 30 AU (Pluto). Prvních šest planet bylo známo hvězdářům již před naším letopočtem, ačkoliv tehdy Zemi mezi

planety nepočítali - Země měla výjimečné postavení, neboť podle tehdejších teorií byla středem vesmíru.

Dne 24. 8. 2006 *Mezinárodní astronomická unie* na svém kongresu v Praze změnila definici planety, čímž byla z planet Sluneční soustavy vyřazena planeta Pluto a stala se trpasličí planetou. Sluneční soustava má od té doby tedy už jen 8 planet.

Na tomtéž kongresu byla přijata nová definice planety (zde ve stručném podání).

PLANETA VE SLUNEČNÍ SOUSTAVĚ JE TAKOVÉ TĚLESO, KTERÉ OBÍHÁ KOLEM SLUNCE, MÁ DOSTATEČNOU HMOTNOST, ABY JI GRAVITAČNÍ SÍLY ZFORMOVALY DO PŘIBLIŽNĚ KULOVÉHO TVARU A JE DOMINANTNÍ V ZÓNĚ SVÉ OBĚŽNÉ DRÁHY.

Zbývající dvě planety byly postupně objeveny v 18. století a 19. století. Prvních pět planet (tj. Merkur, Venuši, Mars, Jupiter a Saturn) lze pozorovat pouhým okem ze Země.

Planety Sluneční soustavy dělíme na dvě skupiny:

1. planety zemského typu (terestrické planety) - Merkur, Venuše, Mars, které mají podobné vlastnosti jako Země (podobná vnitřní stavba, podobná velikost, …);
2. planety typu Jupitera (velké planety) -

Jupiter, Saturn, Uran, Neptun, které mají vlastnosti podobné Jupiteru - velkou hmotnost, velkou velikost, hustotu obecně nižší než u terestrických planet, vnitřní složení (hlavně vodík a helium), bohaté soustavy satelitů, krátkou periodu rotace (a s tím spojené i velké zploštění), mají prstence, mají atmosféru, ...

Planety patří (pochopitelně po Slunci) mezi největší tělesa Sluneční soustavy. Jejich oběžné dráhy leží přibližně v jedné rovině - v rovině zemské dráhy (tedy v rovině ekliptiky).

Měsíců (satelitů) má nejvíce Saturn (přes 20), Jupiter (16) a Uran (15), bez satelitů jsou Merkur a Venuše. Nejvíce prozkoumaným satelitem je náš Měsíc.

Obecně se měsíc (ve smyslu přirozený satelit libovolné planety) píše s malým „m“. S velkým „M“ se píše pouze přirozený satelit obíhající Zemi - tj. Měsíc.

Dále kolem Slunce obíhá velké množství planetek (asteroidů), jejichž velká většina leží v pásu mezi Marsem a Jupiterem. Planetky dosahují průměrů od několika metrů do několika set metrů (největší je planetka Ceres objevená začátkem v roce 1801).

Mezi nejzajímavější tělesa Sluneční soustavy patří pravděpodobně komety. Ty se pohybují kolem Slunce po

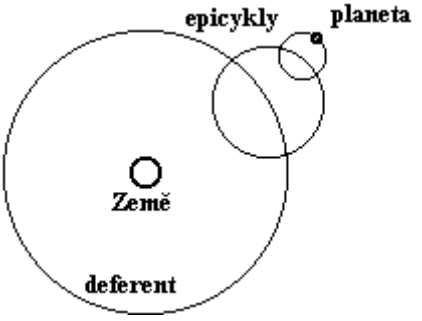
velice výstředných elipsách.

Zjednodušeně řečeno: Sluneční soustavu tvoří Slunce, Jupiter a pár planet. Zbytek je z hlediska silového působení možno považovat za „kosmické smetí“. Jupiter, který je ve Sluneční soustavě planetou s největší hmotností, má hmotnost rovnou zhruba tisícině hmotnosti Slunce. Ostatní planety mají hmotnost výrazně menší.

Nicméně silově na sebe navzájem působí všechna tělesa - i ta nejmenší.

8.2.1.2 | Pohyb planet

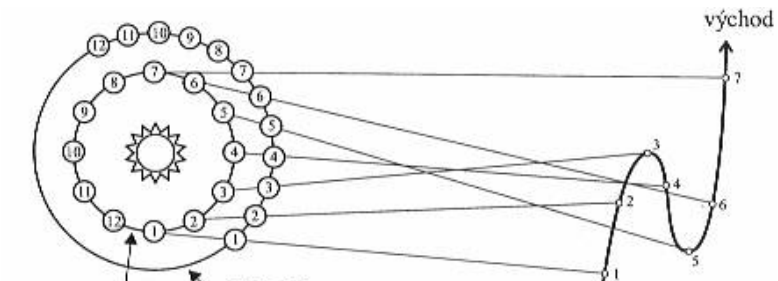
Astronomové zpočátku soudili, že se Země nachází ve středu vesmíru a všechna ostatní tělesa (Slunce, pět dalších tehdy známých planet, Měsíc, hvězdy) se pohybují kolem ní. Na tomto základě byla vypracována celá řada modelů Sluneční soustavy, z nichž nejznámější je patrně **Ptolemaiova zeměstředná soustava (geocentrická soustava)** (viz obr. 17), kterou tento alexandrijský astronom, matematik a geograf zveřejnil ve druhém století tohoto letopočtu. Každá planeta obíhá po menší kružnici (tzv. epicyklu), jejíž střed se pohybuje po kružnici větší (deferent), jejíž střed leží ve středu Země. Použitím několika epicyklů s různým poloměrem, sklonem rotační osy a rychlostí těchto kruhových pohybů, se podařilo vysvětlit typické kličky, které pohyb planet vykazuje.



Obr. 17

Ve skutečnosti jsou kličky, které vykazují planety na obloze při svém pohybu, důsledkem toho, že planety neobíhají kolem Země, ale všechny planety (tedy i Země) obíhají kolem Slunce (viz obr. 18).

Pozorované kličky tedy vznikají jako důsledek skládání pohybu Země kolem Slunce a pohybu dané planety kolem Slunce. Pohybující se planetu přitom pozorujeme ze Země, která má jinou periodu oběhu než pozorovaná planeta.



Obr. 18

V 16. století pak vystoupil polský hvězdář Mikuláš Koperník se svým **heliocentrickým modelm (sluncestředným modelem)** Sluneční soustavy, v jehož středu se nachází Slunce a kolem něj se pohybují planety. Denní i roční pohyby oblohy jsou pouze zdánlivé a vznikají důsledkem rotace Země kolem osy a jejího oběhu kolem Slunce. Přestože se jednalo o názory velice zjednodušené a v mnoha ohledech neodpovídaly skutečnosti, byly to názory velice převratné.

Ve skutečnosti se planety pohybují kolem Slunce po elipsách, které se velmi málo odlišují od kružnic, v souladu s Keplerovými zákony. Ty odvodil německý astronom Johannes Kepler (27. 12. 1571 - 15. 11. 1630) na základě pozorování dánského astronoma Tychona Brahe, který svá pozorování prováděl i na dvoře císaře Rudolfa II. v Praze. Na smrtelné posteli Tycho Brahe odkázal Keplerovi své záznamy s pozorováním pohybu planet a doufal, že Kepler

potvrdí a dokáže geocentrickou soustavu, v níž Brahe věřil. Kepler ale navázal na Koperníkovy práce a potvrdil a matematicky odvodil heliocentrickou soustavu. Keplerovy zákony popisují pohyb planet pouze z hlediska kinematiky, příčinu pohybu planet vysvětlil až Isaac Newton svým gravitačním zákonem.

Ale i Keplerovy zákony jsou jen přiblížením (i když velmi dobrým) ke skutečným drahám planet. Z Newtonova gravitačního zákona je možné odvodit, že planeta obíhá kolem Slunce po elipse, za těchto podmínek:

1. její hmotnost je zanedbatelná vůči hmotnosti Slunce;
2. rozměry planety i Slunce jsou zanedbatelné vzhledem ke vzdálenosti planety od Slunce;
3. v okolí nejsou jiná tělesa, která by na planetu působila gravitační silou.

Z uvedených podmínek je nejhůře splněna podmínka poslední. Planety na sebe navzájem působí gravitačními silami a způsobují tak **poruchy** svých drah. Největší poruchy způsobuje planeta s největší hmotností ve Sluneční soustavě - Jupiter. Velikost síly, kterou působí na planetu Saturn činí až 0,3 % velikosti síly, kterou působí na Saturn Slunce. V důsledku toho se Jupiter při svém oběhu trochu předbíhá a Saturn trochu opožďuje. Planety (Jupiter zejména) pak způsobují značné poruchy v drahách komet, které přilétají z okrajů Sluneční soustavy do jejích vnitřních částí. Jupiter pak způsobuje v pásu planetek, které se

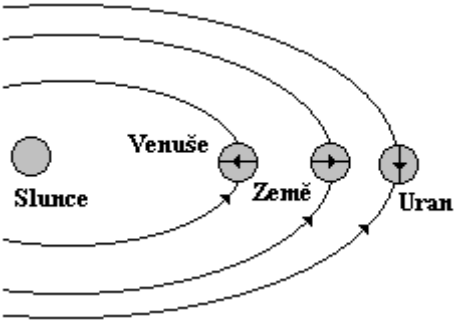
nacházejí v jeho okolí, i tzv. dráhovou rezonanci.

8.2.1.3 | Rotace a oběžný pohyb planet

Všechny planety vykonávají dva základní pohyby.

1. oběžný pohyb - pohyb kolem Slunce;
2. rotační pohyb - pohyb kolem vlastní osy rotace.

Většina planet rotuje ve stejném smyslu, v jakém obíhá kolem Slunce (s výjimkou Venuše - viz obr. 19, který není zakreslen ve správném měřítku) s různým úhlem osy rotace vzhledem k rovině oběžné dráhy. Další výjimkou je Uran, jehož osa rotace skoro leží v rovině oběžné dráhy.



Obr. 19

U planet se většinou udávají dvě základní doby rotace (resp. doby oběhu):

1. siderická doba rotace (resp. siderická doba

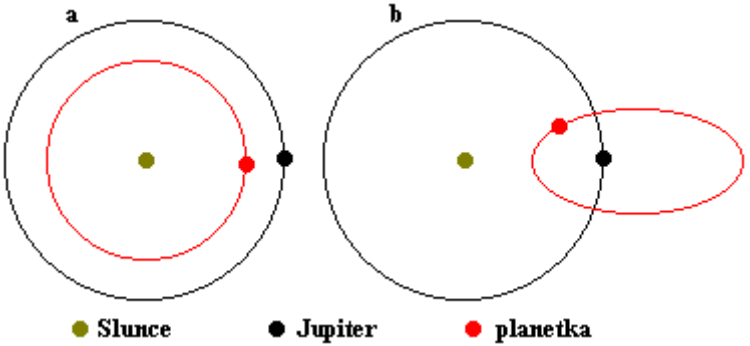
oběhu) - doba jedné otočky planety kolem své osy (resp. kolem Slunce) vůči vybrané hvězdě;

2. synodická doba rotace (resp. synodická doba oběhu) - doba jedné otočky planety kolem své osy (resp. kolem Slunce) vůči Zemi.

Siderická doba rotace dané planety a synodická doba rotace dané planety se od sebe liší. Důvodem je pohyb Země, který se do druhé z nich započítává.

8.2.1.4 | ***Dráhová rezonance

K dráhové rezonanci dochází ve Sluneční soustavě zejména v okolí Jupitera. Jupiter má silné gravitační pole (je to druhé nejhmotnější těleso ve Sluneční soustavě), kterým ovlivňuje planetky nacházející se v jeho blízkosti. Planetky obíhají kolem Slunce v blízkosti Jupitera. U řady z nich je poměr oběžné doby Jupitera kolem Slunce k oběžné době planetky kolem Slunce dán malými kladnými čísly (2:1, 3:2, 3:1, ...).



Obr. 20

Proto se planetka a Jupiter občas dostanou do takové vzájemné blízkosti (viz obr. 20a), že gravitační pole Jupitera podstatným způsobem ovlivní trajektorii planetky. Trajektorii planetky přitom může změnit natolik, že planetky hlavního pásu jsou tzv. **vymetány z hlavního pásu** (viz obr. 20b).

Jev dráhové rezonance se modeluje na počítačích, neboť se jedná o velmi složitý pohyb, u kterého malá změna počátečních dat (poloha planetky, její vzdálenost od Slunce, velikost rychlosti, ...) může způsobit velkou změnu výsledné trajektorie planetky (parametry elipsy, ...).

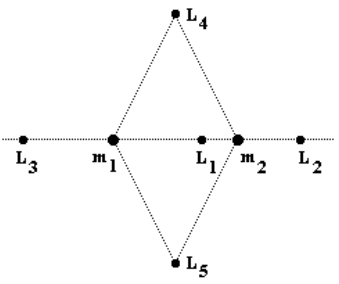
8.2.1.5 | ***Lagrangeovy librační body

V roce 1772 se francouzský matematik Joseph Luis de Lagrange (1736 - 1813) zabýval problémem tří těles, která

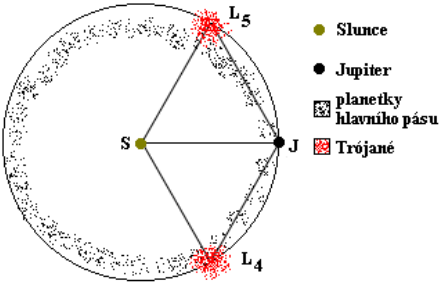
se periodicky pohybují. Zjistil, že po určité době se tato tři tělesa, z nichž jedno má zanedbatelně malou hmotnost vůči ostatním, vracejí do výchozí polohy a mají stejné vektory rychlostí, jaké měly na začátku sledování pohybu.

Z tohoto poznatku odvodil, že pro každou soustavu dvou těles o hmotnostech m_1 a m_2, z nichž jedno obíhá kolem druhého (resp. obě obíhají kolem společného těžiště) existuje pět libračních bodů L_1 až L_5 (v souřadnicovém systému, který se otáčí spolu se spojnicí obou těles). Tyto librační body jsou místa, kde se přitažlivé gravitační síly a odstředivé síly působící na malé těleso hmotnosti *m* ($m \ll m_1$ a $m \ll m_2$) vyrovnávají. Na základě označení podle obr. 21 lze výpočtem ukázat, že poloha tělesa o hmotnosti *m* není stabilní v bodech L_1, L_2 a L_3, zatímco v bodech L_4 a L_5 stabilní je.

To znamená, že tělesa v libračních bodech L_4 a L_5 jsou po určitou dobu ve stabilní rovnováze, tj. z hlediska gravitačního potenciálu zde existuje mělké minimum. Vlivem dalšího působení okolních tělese resp. fluktuacemi při pohybu tělesa v rovnovážné poloze, může uvažované těleso svoji rovnovážnou polohu opustit.



Obr. 21



Obr. 22

Ve Sluneční soustavě existuje několik soustav těles, na něž je možné nahlížet jako na dvojici těles, která se pohybují kolem společného těžiště: Slunce - planeta, Země - Měsíc, ... Libračních bodů jsou tím výraznější, čím větší jsou hmotnosti uvažovaných těles, neboť pak se spíše najde těleso, které by mohlo být v libračním bodě v rovnováze a které má vzhledem k uvažovaným dvěma tělesům zanedbatelnou hmotnost. Nejvýrazněji se budou tedy librační body projevovat ve vzájemném gravitačním působení dvou těles s největší hmotností ve Sluneční soustavě - tj. Slunce a Jupiter. Na trajektorii Jupitera skutečně existují dva librační body L_4 a L_5, v nichž se udržuje skupinka planetek hlavního pásu. Obě tyto skupiny se nazývají Trójané a od Jupitera mají úhlovou vzdálenost $60°$, tj. trojúhelníky SJL_4 a SJL_5 jsou rovnostranné (viz obr. 22).

8.2.2 | Slunce

Slunce průměrná hvězda, kterých je v naší Galaxii zhruba 10^{11}. V jeho nitru probíhají termonukleární reakce a energie, která se při nich uvolňuje, postupuje ke slunečnímu povrchu a poté je vyzařována do okolního prostoru. Malá část této energie dopadá na Zemi a umožňuje život na ní.

Vzhledem k tomu, že Slunce má zhruba 333000krát větší hmotnost než Země a 109krát větší poloměr než Země, je jeho velikost gravitačního zrychlení na povrchu asi 28krát větší než velikost gravitačního zrychlení na povrchu Země. Proto působí Slunce na všechna tělesa Sluneční soustavy relativně velkými gravitačními silami. Slunce vytváří centrální gravitační pole, v němž se pohybuje celá řada těles (planety, komety, meteoroidy, ...), která jsou dobře vidět. Proto se astronomická pozorování prováděla již před naším letopočtem.

8.2.2.1 | Rotace Slunce

Polohy jednotlivých útvarů na Slunci (sluneční skvrny, sluneční erupce, ...) se určují v **heliografických souřadnicích**. Slunce se otáčí a tak je možné určit jeho póly i rovník a obě souřadnice - heliocentrickou šířku a heliocentrickou délku. Vzhledem ke hvězdám se Slunce otočí jednou za 24,96 dne na rovníku. Oblasti dále od

rovníku rotují s delší periodou (průměrně 25,38 dne), neboť Slunce není pevné těleso. Jedná o tzv. **siderickou rotaci** (siderickou periodu). Sledujeme-li otáčení Slunce ze Země, zdá se pomalejší, neboť Země obíhá kolem Slunce ve stejném směru, v jakém rotuje Slunce. Tato tzv. **synodická rotace** na slunečním rovníku je 26,9 dne, průměrná hodnota činí 27,275 dne.

Hodnoty period rotace Slunce jsou vyjádřeny ve dnech bez bližšího určování, o jaký den se jedná. Není-li řečeno jinak, jedná se vždy o pozemský den, tj. násobek přibližně 24 (pozemských) hodin.

Jedno otočení Slunce kolem jeho osy totiž určuje také den - jeden sluneční den.

8.2.2.2 | Nitro Slunce

Velká energie Slunce se uvolňuje v jádře, které dosahuje teplot až $15.10^6\ \mathrm{K}$ (teplota povrchu je zhruba 5000 K), termonukleárními reakcemi. V jádře Slunce jsou totiž pro průběh termonukleárních jaderných reakcí vhodné podmínky: dostatečný tlak i teplota. Při uvedených teplotách je značná část atomů ionizována - velká část elektronů je odtržena od svých atomů. Jedná se tedy o ionizovaný plyn za vysokých teplot, tj. o **plazmu**.

V jádře Slunce probíhá tzv. proton - protonový cyklus, který se skládá z těchto, na sebe navazujících reakcí:

1. $_1^1H + _1^1H \rightarrow _1^2H + e^+ + \nu$;

Uvolněný pozitron e^+ prakticky okamžitě narazí na některý z okolních elektronů a navzájem anihilují. Při anihilaci vzniknou dva fotony záření γ.

Symbol ν označuje elektronové neutrino.

2. $_1^2H + _1^1H \rightarrow _2^3He + energie$;
3. $_2^3He + _2^3He \rightarrow _2^4He + _1^1H + _1^1H$; zde končí tzv. hlavní větev proton - protonového cyklu;
4. $_2^3He + _2^4He \rightarrow _4^7Be + energie$; začátek vedlejší větve cyklu;
5. $_4^7Be \rightarrow _3^7Li + e^+ + \nu$;
6. $_3^7Li + _1^1H \rightarrow _2^4He + _2^4He$.

Obecně lze průběh uvedených reakcí shrnout tak, že z jader vodíku vznikají jádra helia a při tom se uvolňuje energie. Energie odpovídající hmotnostnímu úbytku při slučování čtyř atomů vodíku na jeden atom helia se uvolní ve formě záření. Ve Slunci tedy ubývá vodíku a přibývá helia - a to $6,4.10^8$ t každou sekundu. Z faktu, že na Slunci je v současné době asi 10^{26} t helia, je možné určit stáří Slunce: $1,5.10^{17}\ s = 4,5.10^9$ let.

Energie, která se při proton - protonovém cyklu uvolní, se uvolňuje v podobě záření γ. Fotony tohoto záření mají

velkou energii. Atomy ve vrstvě v zářivé rovnováze tyto fotony zachycují a ihned vyzařují jako větší počet fotonů s menší energií. Asi do vzdálenosti rovné 80 % poloměru od středu Slunce se energie šíří **zářením**; to znamená, že atomy, ionty či elektrony vyšlou foton, který je pohlcen jinými atomy, ionty či elektrony, čím se zvýší jejich energie. Zbývají vzdálenost k povrchu Slunce se energie šíří **konvencí** - stoupáním horké plazmy vzhůru a klesáním chladnější dolů.

Konvence ve Slunci probíhá stejným způsobem jako v hrnci s vodou, která se na vařiči ohřívá: teplejší voda má nižší hustotu než chladnější, proto stoupá vzhůru, zatímco chladnější klesá ke dnu.

Zhruba po 2 milionech let se energie původního fotonu dostává ke sluneční fotosféře (viz obr. 23), přeměněná na půl milionu fotonů převážně světelného záření. Tyto již nízkoenergetické fotony pak opouštějí povrch Slunce a rychlostí světla ve vakuu se šíří k ostatním planetám.

K Zemi tyto fotony letí zhruba 8 minut ($t = \frac{s}{v} = \frac{1\ \mathrm{AU}}{c} = \frac{149,6.10^{6}\ \mathrm{km}}{3.10^{5}\ \mathrm{km.s^{-1}}} \doteq 499\ \mathrm{s} \doteq 8\ \mathrm{min}$).

Přestože v oboru lidským okem viditelného záření svítí Slunce nejvíce, září ve všech oborech spektra, na všech vlnových délkách elektromagnetického záření. V každém tomto oboru spektra se Slunce pozoruje, neboť v každém

z těchto oborů spektra jsou na Slunci pozorovány jiné útvary, které vznikají rozdílnými procesy.

V nitru Slunce probíhá též dynamový jev.

8.2.2.2.1 | Dynamový jev

Konvence v nitru Slunce má závažné důsledky: je to jakýsi „tepelný motor“, který přeměňuje tepelnou energii a zářivou energii v pohybovou energii vystupující a sestupující plazmy. Slunce rotuje kolem své osy zhruba jednou za 27 dní a proudící plazma je vodivá - nastává proto tzv. **dynamový jev**. Slunce má magnetické pole, které vzniká kombinací dvou jevů: relativně rychlou rotací Slunce a konvenčními proudy v jádře Slunce. Ve vodivé plazmě se při pohybech v slabém magnetickém poli indukuje elektrický proud, který způsobuje zvětšování magnetického pole. Tento proces, který je analogický procesu vzniku elektrického proudu v dynamu, se nazývá dynamový jev.

Kolem vodiče, kterým prochází elektrický proud, totiž vzniká magnetické pole.

Dynamový jev tedy přeměňuje část pohybové energie plazmy na energii magnetického pole Slunce. Ta pak ovlivňuje sluneční aktivitu, která ovlivňuje život na Zemi.

8.2.2.3 | Sluneční atmosféra

Slunce nemá žádný pevný povrch. Přesto je možné mluvit o sluneční atmosféře, což je povrchová vrstva Slunce sahající zhruba tak hluboko, jak hluboko je možné dohlédnout.

Tato hranice není tedy určena přesně, protože závisí na procesech, které v nitru Slunce probíhají (tzv. sluneční aktivita).

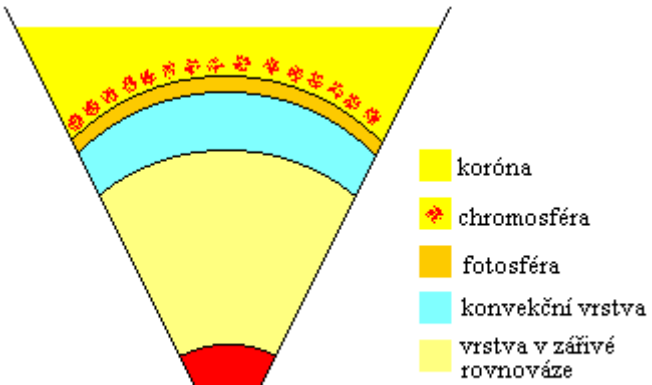
Fotony, které vznikají pod touto hranicí, jsou při své cestě k povrchu Slunce pohlceny atomy či ionty. Pokud ale vznikají nad touto hranicí, fotony už pohlceny být nemusí, neboť hustota částic sluneční atmosféry v porovnání s hustotou slunečního nitra je menší. Sluneční atmosféru lze rozdělit na tři vrstvy (viz obr. 24):

1. fotosféra - je nejnižší vrstva, která má tloušťku asi 300 km. Z této vrstvy přichází naprostá většina světla, které dopadá na Zemi.
2. chromosféra - nachází se nad fotosférou a je silná zhruba 10000 km. Vzhledem k tomu, že je tvořena velmi řídkým plynem, který je pro většinu viditelného záření průhledný, není ve viditelné části spektra vidět. Je neprůhledná jen pro elektromagnetické záření

určité vlnové délky, které je pohlcováno atomy vodíku. Slunce i jeho atmosféra se skládají převážně z vodíku, a proto pro dané vlnové délky elektromagnetického záření jsou pak pozorovány spektrální čáry.

3. koróna - je nejvyšší vrstva sluneční atmosféry. Je tvořena tak řídkým plynem, že je průhledná pro všechny vlnové délky lidským okem viditelného světla. Korónu je možné pozorovat při úplných zatměních Slunce. Jinak je přezářena elektromagnetickým zářením vystupujícím ze Slunce, neboť sama září velmi slabě. Koróna zasahuje do vzdálenosti několika poloměrů Slunce od jeho povrchu.

Teplota směrem od středu Slunce k fotosféře klesá, ve fotosféře dosahuje minima (zhruba 4000 K) a pak dále stoupá. V koróně dosahuje opět několika miliónů kelvinů. Tento vzestup teploty je způsoben tím, že plazma ve vyšších vrstvách sluneční atmosféry je nesmírně řídká, a proto stačí i málo energie k tomu, aby se její teplota relativně hodně zvýšila. Energie se do chromosféry a koróny dostává jak vlnami, které jsou vyvolávány pohyby plazmy při konvenci, tak i magnetickým polem, které vzniká při konvenčním proudění plazmy (viz dynamový jev).



Obr. 24

8.2.2.4 | Sluneční aktivita

8.2.2.4.1 | Sluneční skvrny

Na Slunci je možno vidět tzv. **sluneční skvrny** vznikající v chromosféře. Na základě těchto temnějších míst Slunce je možné určit vlastní rotaci Slunce, neboť při pečlivém pozorování lze zaregistrovat jejich postup od východního okraje Slunce k západnímu. Jde tedy o projev rotace Slunce, která má vliv také na vzhled skvrn - u okrajů slunečního disku postupují skvrny zdánlivě pomaleji, zatímco uprostřed disku postupují rychleji.

To je způsobeno tím, že uprostřed disku se pohybují kolmo k zorné přímce (ke směru pohledu pozorovatele ze Země).

Rotuje-li daná heliografická šířka Slunce konstantní rychlostí, pak se vektor této rychlosti promítá ve skutečné délce pouze při kolmém pohledu na něj, tj. uprostřed disku. Na krajích disku se tento vektor postupné rychlosti skvrn z pohledu zemského pozorovatele rozkládá do dvou směrů: směr východ - západ a směr k (resp. od) zemského pozorovatele.

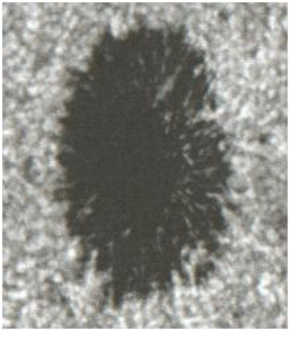
Skvrny vznikají, vyvíjejí se a zanikají někdy už během několika hodin, ale většinou vydrží týden až tři týdny.

Pohyb skvrn po Slunci prozradil nejen periodu rotace Slunce (a tedy i velikost rychlosti rotace jednotlivých vrstev v různých heliografických šířkách), ale také fakt, že osa Slunce nezachovává v prostoru svůj směr. Tento jev vzniká v důsledku toho, že rotační osa Slunce není přesně kolmá k oběžné rovině Země kolem Slunce, a proto je v průběhu roku vidět rotující Slunce z různých úhlů. V březnu je vidět více jižní polokoule, začátkem září severní polokoule.

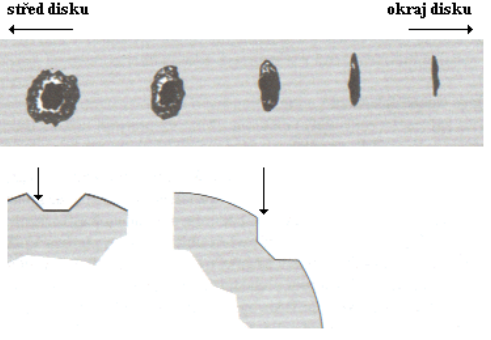
Pozorovatel na Zemi tak má dojem, že se osa Slunce „kolébá“ ze strany na stranu.

Již jezuita otec Christoph Scheiner (1588 - 1657) si při svém pečlivém pozorování Slunce všiml (a na svých

kresbách si velmi pečlivě poznamenal poznamenal), že typická skvrna má tmavý střed (jádro), který se nazývá **umbra** a o něco světlejší okraj nazývaný **penumbra**. Penumbra má zřetelný vláknitý charakter (viz obr. 25). Vzhledem k tomu, že penumbra leží níž než okolní povrch Slunce a tmavé jádro skvrny ještě níže, mění se při postupu skvrny k okraji disku vzhled penumbry. Mění se tak, jako by skvrna byla jáma s tmavým dnem (umbrou) a šikmými stěnami (penumbrou), tj. skvrna u kraje Slunečního disku má zdánlivě užší penumbru na straně blíže ke středu disku. Tento jev vzniká díky šikmému pohledu na skvrnu při okraji disku (viz obr. 26) a nazývá se **Wilsonův jev** na počest astronoma Alexandra Wilsona (1714 - 1786), který jej objevil a podal jeho vysvětlení. Dnes je tento jev pozorován asi u 75 % všech skvrn.



Obr. 25



Obr. 26

Pro popis sluneční aktivity stanovil švýcarský matematik a astronom Rudolf Wolf (1816 - 1893) **pravidlo pro určení relativního čísla slunečních skvrn:**

RELATIVNÍ ČÍSLO SLUNEČNÍCH SKVRN JE DESETINÁSOBEK POČTU SKUPIN SKVRN PLUS POČET SKVRN.

Hodnoty tohoto relativního čísla se den ze dne skokem mění, aniž se na Slunci cokoli stane.

Zmizí-li např. za okrajem disku skupina se 30 skvrnami, klesne rázem relativní číslo skvrn o 40.

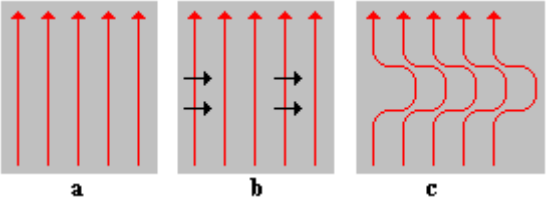
Příčina vzniku slunečních skvrn má základ v samotném složení Slunce. To je tvořeno převážně plazmatem - tj. silně ionizovaným plynem. Důležité je, že se jedná o vodivé prostředí.

Plazma obsahuje volné záporně nabité elektrony a vzhledem k tomu, že jde o plyn mohou se jím pohybovat také kladně nabité ionty zbylé po odtržení elektronů.

Nachází-li se plazma v magnetickém poli (a Slunce magnetické pole má a vzniká zde tzv. dynamový jev), je možné toto magnetické pole stejně jako kterékoli jiné magnetické pole popsat pomocí magnetických indukčních čar. Uvažujme např. homogenní magnetické pole v plazmě (viz obr. 27a), která je v klidu. Pokud se nyní posune jedna horizontální vrstva plazmatu ve směru šipky (viz obr. 27b), začne téci plazmatem elektrický proud, který bude kolem sebe vytvářet další magnetické pole. To se složí

s původním magnetickým polem a výsledkem bude pole znázorněné na obr. 27c. Magnetické indukční čáry se tedy pohybují spolu s látkou (plazmou) jako kdyby v ní vězely. Proto se mluví o **magnetických indukčních čarách zamrzlých v plazmatu**.

Na magnetické indukční čáry se lze tedy dívat tak, že jsou schopné se natahovat a nejsou příliš ochotné podsunout sami pod sebou hmotu. Chovají se tedy jako velmi pružné tenké gumičky (např. jemné gumičky z ponožek).



Obr. 27

Stejnou vlastnost, jaká byla právě popsaná pro magnetické indukční čáry magnetického pole Slunce, si zachovává plazma také v případě, když bude plazma vsunováno do magnetického pole. Magnetické indukční čáry magnetického pole se v tom případě budou bránit a budou se od vsunované plazmy odhýbat. V případě, že bude plazma vytahováno z magnetického pole, budou se magnetické indukční čáry vytahovat z magnetického pole spolu s ním.

Uvedené vlastnosti magnetického pole Slunce je možné popsat též pomocí magnetické síly, která brání vstupu plazmatu do magnetického pole, resp. jeho výstupu z něj. Při vsunování plazmatu do magnetického pole (resp. při vysunování z magnetického pole) je nutno tuto sílu překonat.

Tj. byl by cítit jakýsi odpor, který by bránil ve snadném zasouvání resp. vysouvání plazmatu z magnetického pole.

Výskyt slunečních skvrn velmi úzce souvisí s magnetickým polem. Na základě efektů, které popsala kvantová mechanika dochází vlivem magnetického pole k rozštěpení spektrálních čar (tzv. Zeemanův jev). Pomocí tohoto jevu je možné mapovat na základě spektra magnetické pole Slunce.

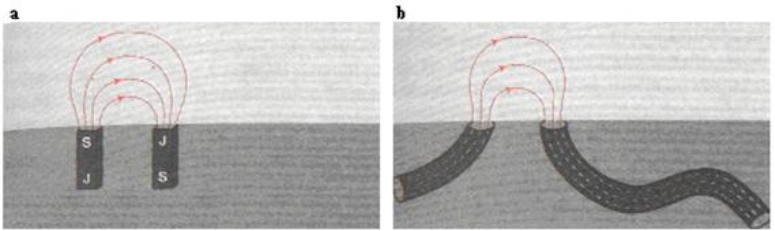
Při pozorování skvrn se zjistilo, že skvrny se vyskytují velmi často v párech, přičemž každá ze skvrn má odlišnou magnetickou polaritu.

Tj. například za skvrnou s polaritou jižní následuje skvrna s polaritou severní.

Tato pozorování vedla astronomy k myšlence, že magnetické pole se skrývá pod povrchem a jeho magnetické indukční čáry se táhnout rovnoběžně s ním. Je možné si představit svazek magnetických indukčních čar jako jakési magnetické lano složené z mnoha vláken.

Jiná představa: magnetické indukční čáry procházejí uvnitř jakési magnetické trubice či hadice.

Na takovém magnetickém lanu (resp. magnetické trubici) se může udělat smyčka a magnetické indukční čáry pak vystoupí nad povrch Slunce (viz obr. 28b; obr. 28a zobrazuje situaci pro dva tyčové magnety). Nad povrch Slunce vystoupí pochopitelně i plazma uzavřené v magnetických indukčních čarách. Část materiálu odteče podél těchto čar zpět. Magnetické pole Slunce zasahuje ještě výše do atmosféry. Magnetické pole tedy vytlačí atmosférické plazma a nahradí je plazmatem vlastním, vyneseným z hlubších vrstev Slunce. Tam, kde magnetická trubice vychází z povrchu Slunce a kde se do něj zase vrací, pozorujeme dvě skvrny opačné polarity.



Obr. 28

Magnetické indukční čáry je možné si představit jako gumová vlákna, která mají tendenci zaujmout co nejmenší délku a která se brání snaze zmenšit jejich objem.

V případě slunečních skvrn, v nichž je magnetické pole silnější než v okolním povrchu Slunce, tedy magnetické

pole brání postupu dalšího plazmatu, brání tedy i konvenci. Proto se ve skvrnách přenese méně energie a tudíž mají i nižší teplotu. Proto skvrny nezáří tolik jako jejich okolí a jeví se tmavší.

Při dlouholetém pozorování Slunce bylo objeveno, že s časem se mění jak počet tak i velikost skvrn. Přibližně po 11 letech se opakuje cyklus, v němž právě jednou za 11 let nastává maximum slunečních skvrn (tj. na Slunci se pozoruje nejvíce skvrn v celém 11tiletém období) a za dalších 11 let minimum slunečních skvrn (tj. období, kdy Slunce může být zcela beze skvrn).

Jak bylo ukázáno, výskyt slunečních skvrn je vázán na magnetické pole Slunce. Další zajímavostí je, že magnetické pole Slunce se jednou za 11 let přepóluje, takže cyklus slunečních skvrn není 11tiletý, ale v podstatě 22tiletý, neboť právě jednou za 22 let se opakuje výskyt skvrn na Slunci včetně totožné magnetické polarity skvrn.

8.2.2.4.2 | Protuberance

Název těchto útvarů na Slunci pochází z latiny (*pro = jako*, *tuber = hrb, boule*).

Jedná o nepohyblivé výtrysky sluneční hmoty, které zasahují do prostoru nad povrch Slunce. Až později při důkladnějším studiu v nich byla rozeznána oblaka plynu vystupujícího nad sluneční povrch. Jsou vidět jen při

úplných zatměních Slunce, protože jen tehdy Měsíc zakryje Slunce a na určitou dobu pohasne jas jeho povrchu. Při pohledu shora na takový oblak proti slunečnímu povrchu zjistíme, že se jeví jako tmavé vlákno - tzv. **filament**. Protuberance se zdvíhají do výšek asi 50000 km od slunečního povrchu. Plyn v protuberancích je podstatně chladnější než sluneční povrch, ale má zhruba 200krát až 300krát vyšší hustotu než okolní plyn v koróně. Protuberance přetrvají někdy i několik otoček Slunce. Souvisejí s magnetickým polem Slunce, protože vždy vycházejí z míst, kde hraničí oblasti s různou magnetickou polaritou. Skutečnost, že drží nad slunečním povrchem a nezřítí se zpět na Slunce souvisí s magnetickým polem zamrzlým v plazmatu (to je příčinou vzniku i slunečních skvrn).

8.2.2.4.3 | Spikule

Okraj Slunce není při dostatečném zvětšení ani hladký ani ostrý. Proti temné obloze z něho vybíhají červené špičaté výtrysky, které vyšlehují jako plamínky hořící trávy. Italský sluneční fyzik je pojmenoval příznačně **spikule** (latinsky *klásky*). Spikule je tvořena plynem vystřeleným rychlostí zhruba $20\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ do výšky 15000 km nad povrch Slunce a průměr tohoto proudu hmoty je asi 2000 km. Asi po deseti minutách se proud rozplyne a uvolní místo další spikuli. V každém okamžiku je na Slunci asi milion spikulí.

Při pozorování spikulí přímo na slunečním disku je patrné, že jednotlivé spikle nejsou rozmístěné na povrchu Slunce rovnoměrně.

Připomínají spíše křoví, které se táhne po slunečním povrchu.

8.2.2.4.4 | Granule a supergranule

Sluneční povrch je pokryt **granulací** - bublinami horkého plynu, který vyvěrá na povrch rychlostí zhruba $1\,\mathrm{km.s^{-1}}$. Mezi nimi se objevují přibližně stejně rychle klesající proudy chladnějšího plynu. Průměr granulí je řádově tisíce kilometrů. **Granulace** je vyvolána stejným efektem, který uvádí do pohybu např. vařící se vodu, vzduch nad ohřátou asfaltovou silnicí, ... Granule vznikají a zanikají v řádu několika minut.

Kromě granulace, která je viditelná v bílém světle, existuje ještě **supergranulace**, která je vidět pouze v některých spektrálních čarách. Jedná o zrnění povrchu vyvolané značnými teplotními rozdíly v hlubších vrstvách Slunce. Supergranule mají průměr asi 30krát větší než granule a přežívají v průměru jeden den. Pohyby v supergranulaci mají velikosti rychlostí řádově $500\,\mathrm{m.s^{-1}}$ a jsou převážně horizontální.

Granule a supergranule mají svůj původ také v magnetickém poli Slunce.

8.2.2.4.5 | Erupce

Erupce jsou explozím podobná zjasnění pozorovaná na Slunci. **Bílé erupce** jsou pozorovány v bílém světle, ostatní **erupce** jsou pozorovány jen v čáře H-alfa. Erupce vznikají v místech silných magnetických polí. Chovají se, jako kdyby magnetickým polem ve svém okolí „zamíchaly“. Často způsobí explozi blízkého, předtím klidného filamentu, který někdy stoupá tak rychle, že po průletu korónou uniká do meziplanetárního prostoru.

Jedná se v podstatě o analogii jevu, který nastane, jestliže přerušíme elektrický proudu v obvodu s cívkou. V tom případě mezi rozpojenými kontakty obvodu přeskočí jiskra, která je způsobená elektromagnetickou indukcí napětí (resp. elektrického proudu) při náhlé změně magnetického indukčního toku v cívce.

Erupce je důsledkem náhlého uvolnění energie magnetického pole Slunce.

8.2.2.4.6 | Sluneční vítr

Sluneční vítr je označení pro proud částic (hlavně protonů a elektronů), které unikají neustále ze Slunce a pohybují se meziplanetárním prostorem rychlostí o velikosti řádově $400\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Ve vzdálenosti rovné vzdálenosti Země od Slunce je hustota částic slunečního

větru v průměru $10\,\mathrm{cm}^{-3}$. Částice slunečního větru se pohybují podél otevřených siločar magnetického pole Slunce, které z některých míst Slunce (tzv. koronární díry) vychází z koróny do meziplanetárního prostoru.

Projevy slunečního větru:

1. ovlivňuje komety - odklání jejich ohon tak, že míří vždy od Slunce;
2. ovlivňuje a deformuje magnetické pole Země;
3. způsobuje vznik polárních září na Zemi;
4. čistí Sluneční soustavu od prachu, který se nespotřeboval na vznik těles Sluneční soustavy;
5. ...

8.2.3 | Merkur

8.2.3.1 | Viditelnost a výzkum Merkuru

Merkur byl znám už od starověku, je však na obloze poměrně těžko pozorovatelný. Jeho trajektorie má ve srovnání s trajektorií Země malé rozměry, takže je na obloze vždy blízko Slunci (jeho největší úhlová vzdálenost od Slunce je $28°$). To znamená, že vychází krátce před tím, než vyjde Slunce, a brzy mizí v jasu denní oblohy, nebo se večer objeví na západě a zapadá krátce po západu Slunce.

Leží-li blízko spojnice Země - Slunce, není vidět vůbec. Tyto podmínky znemožňovaly astronomům určit dobu jeho rotace.

Většinu poznatků o něm přinesla kosmická sonda *Mariner 10* (start 3. 11. 1973, první průlet kolem Merkuru 29. 3. 1974 ve výšce 725 km nad povrchem), která zatím jako jediná planetu studovala. Při své činnosti zaznamenala asi polovinu povrchu s rozlišením několika kilometrů. Nejjemnější detaily mají rozměr kolem 50 m.

V roce 2004 vyslala k Merkuru další sondu organizace NASA. Sonda se jmenuje *Messenger* a měla by se v roce 2011 dostat na oběžnou dráhu kolem planety.

8.2.3.2 | Popis Merkuru

Jeho povrch je pokryt řadou kráteru, které jsou zejména vulkanického původu a dnes již neaktivní. Některé z kráterů jsou i impaktního původu (tj. vznikly jako důsledek srážky Merkuru s menšími tělesy Sluneční soustavy). Povrch je pokryt regolitem - drť jemného materiálu (rozměry od $1\,\mu m$ do hrubozrnného materiálu - balvany rozměru desítek metrů), která obsahuje úlomky hornin, meteorický materiál, ... Po vzniku kráterů prošlo nitro Merkuru obdobím tavení, proto jsou dna kráterů zalitá lávou, která později utuhla. Nitro není příliš horké (zjištěno pomocí radarových průzkumů) a není tedy patrně v tekutém stavu. To vysvětluje i slabé magnetické pole.

Merkur má po Zemi nejvyšší hustotu.

Povrch nejeví stopy eroze, což znamená, že Merkur neměl významnou atmosféru od dob vzniku kráterů. Nepatrná atmosféra je tvořena heliem o tlaku $5.10^{-10}\ \mathrm{Pa}$.

8.2.3.3 | Rotace Merkuru

Siderická doba rotace tvoří $\frac{2}{3}$ oběžné doby a otáčení planety probíhá v kladném smyslu. Proto nastává zajímavý úkaz: 1 sluneční den = 3 siderické dny = 2 oběžné periody = 176 dní.

Synodický oběh trvá přibližně 115,88 dne. Díky této „rezonanci“ svítí Slunce v periheliu nad dvěma určitými body (jedním je pánev Caloris), v nichž dosahuje teplota svého maxima: $500°\,\mathrm{C}$. Ostatní místa planety v subsolární oblasti (body planety, které mají Slunce v zenitu) mají teplotu minimálně $375°\,\mathrm{C}$. Noční strana se vyznačuje velkým mrazem: $-200°\,\mathrm{C}$.

Rotace Merkuru je brzděna velkými slapovými silami od Slunce a tím, že horké dny a mrazivé noci jsou dlouhé.

Velmi vysoké teploty jedné části planety a velmi nízké teploty jiné části planety mají vliv i na tvar planety. Jak se se změnou teploty mění rozměry těles, mění se poloha těžiště planety a to má vliv na rotaci planety.

Trajektorie Merkuru má značnou excentricitu a jeho perihelium se stáčí (což umožnilo testovat závěry Einsteinovy obecné teorie relativity).

8.2.4 | Venuše

8.2.4.1 | Viditelnost a výzkum Venuše

Venuše je po Slunci a Měsíci třetím nejjasnějším objektem na obloze. Vyvolávala zájem hvězdářů již od 17. století př. n. l. (Babylónie), na základě podobnosti se Zemí se spekulovalo o existenci života či civilizace na ní. Vzhledem k tomu, že patří (spolu s Merkurem) mezi vnitřní planety, může se na obloze od Slunce vzdálit jen o určitý úhel a není možné ji vidět o půlnoci. Tato poloha také způsobuje střídání fází podobné fázím Měsíce.

Výzkum Venuše prováděly začátkem 80 let sondy *Veněra 4*, *Mariner 2*, *5*, *10*, *Pioneer Venus*, … Pozorování se uskutečnilo při průletech, na oběžné dráze kolem planety, při sestupu v atmosféře, … Cenné výsledky přinesla sonda *Magellan*, která startovala 4. 5. 1989 (na oběžnou dráhu Venuše přešla 10. 8. 1990) a která zkoumala povrchové útvary.

8.2.4.2 | Popis Venuše

Jedná o planetu menší než je Země. Její povrch byl sledován pomocí radarů ze Země a poté i z oběžné dráhy. Sledovat povrch přímo není možné díky neprůhledné oblačné vrstvě. Převážnou část povrchu zaujímají níže položené rovinaté oblasti, které jsou analogií oceánských pánví (ale bez vody). Střední výškové úrovni dominují sníženiny, s několika údolími a vyvýšeninami dosahujícími výšky až 11 km. Terén ukazuje důsledky tektonické aktivity, chybí ale desková tektonika a pohyby desek jako na Zemi. Horniny se podobají hlavně čediči a žulám. Pod mocnou kůrou, která je tvořena zřejmě jedinou deskou, se předpokládá silikátový plášť a jádro z kovů nebo jejich sloučenin.

Sonda *Magellan* zaregistrovala zhruba 16000 sopek (nejvyšší je Maat Mons s výškou 8,5 km a průměrem 450 km), z nichž řada je dosud činných.

Atmosféra Venuše je velmi hustá a její hmotnost činní řádově 10^{-4} hmotnosti planety.

U Země je tento poměr zhruba 10^{-6}.

Složení atmosféry Venuše: CO_2, N_2, příměsi He, Ne, Ar, SO_2, ... Atmosféra obsahuje minimum vodní páry. CO_2 se dostal do atmosféry při vulkanické činnosti a zůstal v ní (na rozdíl od Země, kde je vázán v současné době ve

vápencích v kůře). Způsobuje skleníkový jev.

Atmosféru tvoří hustá oblačnost. V nejvyšších vrstvách velice rychle přestává být vidět Slunce i jeho rozptýlené světlo. Je tvořena vrstvou jemné mlhy z vodní páry a ledových krystalků. Prostředí ve výšce zhruba 10 km je červenavě zbarveno, neboť světlo ostatních barev je rozptýleno vyššími vrstvami oblačnosti. Atmosférický tlak při povrchu je 9krát vyšší než atmosférický tlak na povrchu Země, dohlednost je zhruba 3 km a osvětlení jako při silně zatažené obloze na Zemi. Vítr je u povrchu slabý, ale ve výšce 40 km nad povrchem proudí rychlostí o velikosti $50\,\mathrm{m.s^{-1}}$ až $60\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

8.2.4.3 | Skleníkový jev

Skleníkový jev způsobují tzv. **skleníkové plyny** - CO_2, SO_2, vodní pára a další, které podobně jako sklo pohlcují infračervené záření. Slunce vyzařuje převážně viditelné světlo, které dopadá na povrch planety. Část se ho odráží zpět (proto je planeta z ostatních míst vůbec vidět), část ho pohltí povrch planety a tak se ohřívá. Planeta ale vysílá i vlastní tepelné záření, neboť každé těleso vysílá elektromagnetické záření, které odpovídá jeho teplotě. Vzhledem k tomu, že povrch planety je mnohem chladnější než Slunce, převažuje infračervené záření.

Tento fakt vyplývá z teorie absolutně černého tělesa

a z Wienova zákona posunu.

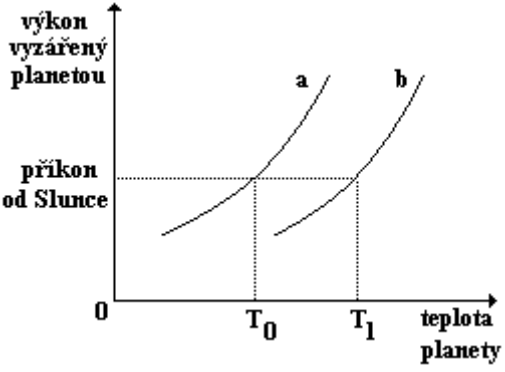
Vyzařuje-li planeta méně energie, než kolik jí přijme, pak její teplota stoupá a vyzařovaný výkon se zvětšuje. Vyzařuje-li naopak více energie, než kolik jí přijme, její teplota klesá a vyzařovaný výkon se zmenšuje. To znamená, že planeta jednou dosáhne rovnovážné teploty, při které se přijímaný výkon přesně vyrovná výkonu vyzařovanému. Tato rovnovážná teplota T_0 závisí na vzdálenosti planety od Slunce, na vlastnostech jejího povrchu, na její rotaci, ...

Atmosféra, která je tvořena skleníkovými plyny, je pro dopadající viditelné záření ze Slunce průhledná, a proto na planetu dopadá za jednotku času stejné množství zářivé energie Slunce, jako kdyby atmosféra neexistovala. Pro infračervené záření, které vysílá planeta, jsou však skleníkové plyny částečně neprůhledné.

Průhlednost látek pro některé druhy elektromagnetického záření vyplývá z rozložení energetických hladin v atomech tohoto prostředí. Elektromagnetické záření (v tomto případě popisované proudem fotonů) buď látkou projde a nebo procházející fotony způsobí excitaci atomu při absorpci fotonu elektronem.

Atmosféra pohltí část záření, které planeta vyzařuje, a tím se její teplota i teplota povrchu planety zvýší.

S rostoucí teplotou ale vyzařuje planeta do vesmíru víc a víc záření, až se při teplotě T_1 ustaví nová rovnováha mezi přijímaným a vysílaným zářením. Rozdíl teplot $T_1 - T_0$ je přírůstek teploty způsobený skleníkovým jevem. Na obr. 29 představuje křivka *a* závislost vyzářeného výkonu planety na teplotě bez skleníkových plynů, křivka *b* s těmito plyny.

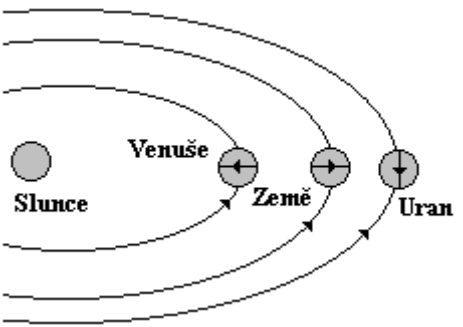


Obr. 29

Skleníkové plyny v atmosféře tedy způsobují, že se teplota povrchu planety zvýší. Vzhledem k tomu, že Venuše má atmosféru složenou převážně z CO_2 pod vysokým tlakem, je na ní skleníkový jev mimořádně silný a zvyšuje teplotu o několik stovek stupňů. Teplota na povrchu Venuše je ve dne i v noci řádově $470°\,C$.

8.2.4.4 | Rotace Venuše

Trajektorie Venuše se ze všech planetárních trajektorií nejvíce blíží kružnici. Rotace Venuše je zpětná (viz obr. 30). Při pohledu od severu rotuje ve směru hodinových ručiček. Perioda siderické rotace je 243 dny a sluneční den na Venuši trvá 116 dní. Pět slunečních dnů odpovídá přibližně synodické oběžné době 584 dny a za toto období se Venuše 4krát otočí vzhledem k Zemi. Tyto koincidence není možné vysvětlit dynamicky (stejně jako u Merkuru) a vznikly spíše díky dráhové rezonanci, která se ve Sluneční soustavě vyskytuje.



Obr. 30

8.2.5 | Země

Ze čtyř terestrických planet je Země největší a jako

jediná z nich má také relativně velkého průvodce - Měsíc (Merkur ani Venuše měsíce nemají). Její prostředí dovolilo vzniknout životu a jeho vývoj od nejjednodušších forem až po ty složitější. Jedná se zatím o jediné kosmické těleso, na kterém se tento výjimečný fenomén vyskytuje. V životním prostředí nenastaly nikdy natolik velké zvraty, aby vývoj života přerušily, přestože taková nebezpečí několikrát hrozila.

8.2.5.1 | Pohyby Země

Země vykonává základní druhy pohybů jako ostatní planety - pohyb rotační kolem vlastní osy a pohyb oběžný kolem Slunce. Další pohyby, které Země vykonává, souvisí s přítomností relativně velkého průvodce (Měsíc) a mají vliv na určování polohy světových stran.

Zemi je možné považovat za obrovský setrvačník, který rotuje kolem své osy. Vzhledem k tomu, že se rotace Země vlivem slapových sil Měsíce zpomaluje, vychyluje se postupně zemská osa. Osa Země pak již nebude zachovávat v prostoru svůj směr, ale bude opisovat plášť kužele. Tomuto pohybu, který je způsoben nenulovým momentem sil působících na Zemi, se říká **precese**. Perioda precesního pohybu je zhruba 25700 let a bývá často nazývána jako tzv. **Platónský rok**. Díky precesnímu pohybu Země se mění i vzhled noční oblohy, což má za následek, že Polárka, která v současnosti ukazuje zhruba k severu, nemá toto své výsadní postavení stále.

Představíme-li si Zemi na okamžik jako dětskou káču nebo vlčka, tak precesní pohyb poznáme podle toho, že se káča bude při rotaci kolem své osy kolébat ze strany na stranu. Ale kolébání bude pravidelné v tom smyslu, že konec držadla káči se bude pohybovat po kružnici.

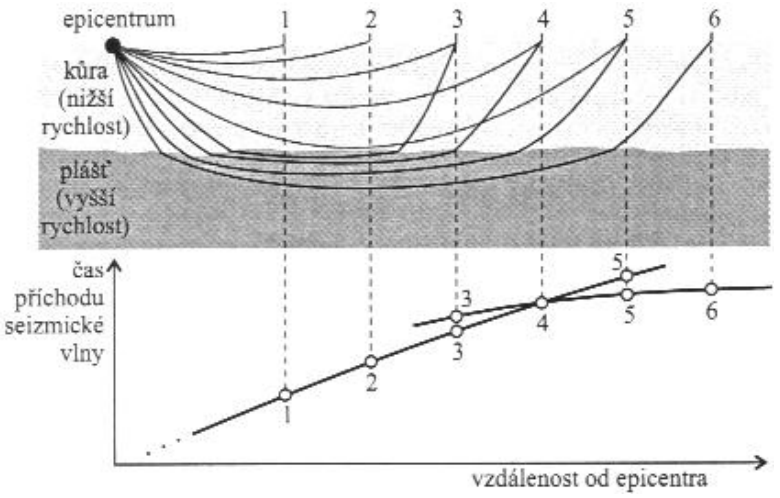
Bude-li se vrcholový úhel precesního kužele měnit v čase, vznikne **nutace** způsobená skutečností, že vektor momentu hybnosti nezachovává v prostoru stálý směr. K tomuto ději dochází také díky slapovým silám Měsíce (a Slunce), které působí na Zemi. Koncové body zemské osy se tedy již nebudou pohybovat po kružnici (hranici podstavy rotačního kužele), ale budou opisovat jakousi „zvlněnou kružnici“.

8.2.5.2 | Zemské nitro

Nejhlubší vrty, které umožňují studium poměrů v nitru Země, sahají do hloubky řádově 10 km, což je hloubka zanedbatelná v porovnání s poloměrem Země 6378 km. Nejvíce o stavbě zemského nitra víme ze studia **seizmických vln**.

To jsou v podstatě zvukové vlny (resp. infrazvuk) o velmi nízké frekvenci (s periodou 0,1 s až 25 s), které vznikají při zemětřesení a šíří se Zemí na velké vzdálenosti. Porovnáním časů, v nichž dorazí tyto vlny do jednotlivých seizmických stanic, je možné určit velikost rychlosti jejich šíření v různých hloubkách pod povrchem Země (viz obr.

31). Velikost jejich rychlosti závisí na hustotě daného prostředí a na jeho pružnosti. Některé stanice zaznamenají příchod více vln za sebou, což lze vysvětlit tím, že v horní vrstvě se vlny šíří pomaleji než ve vrstvě spodní.



Obr. 31

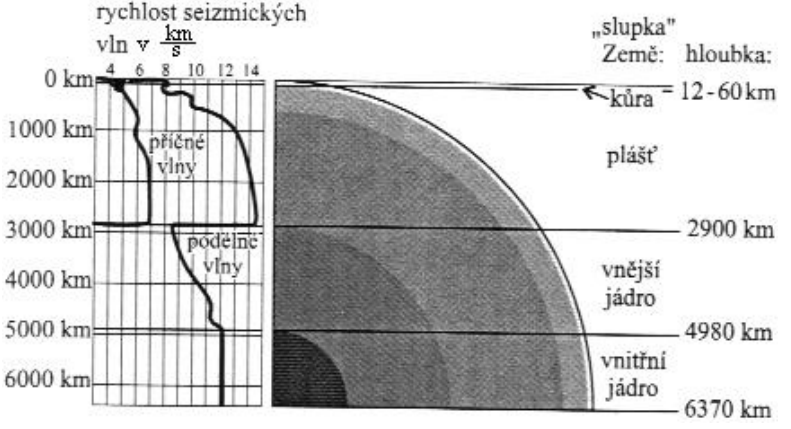
Může se tedy stát, že ke vzdálenějším stanicím (např. stanice 5 z obr. 31) doběhnou dříve vlny prošlé spodní vrstvou Země, tedy ty, které musely urazit delší dráhu.

Analýzou velkého množství seizmických vln se zjistilo, že velikost rychlosti seizmických vln se prudce mění s hloubkou a to konkrétně v hloubce (viz obr. 32):

1. 12 km (pod oceány) až 60 km (pod pevninou);

2. 2900 km;
3. 4980 km.

Na základě toho a dalšího studia seizmických vln bylo nitro Země rozděleno na **zemskou kůru, plášť** (svrchní a spodní), **vnější jádro a vnitřní jádro**. Detailnější rozdělení spolu s dalšími podrobnostmi je v tab. 1, v níž *h* představuje hloubku, do níž se jedná o danou vrstvu nitra Země, t_{max} je maximální teplota dané vrstvy a ρ průměrná hustota vrstvy. Průměrná hustota Země je $5515\ \mathrm{kg.m^{-3}}$.



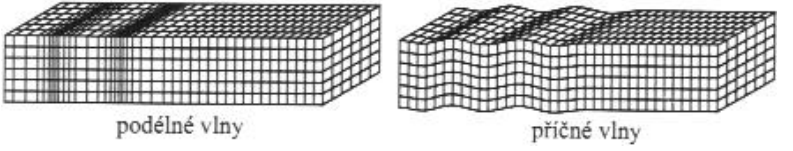
Obr. 32

Vrstva	$\frac{h}{\mathrm{km}}$	$\frac{t_{max}}{^\circ\mathrm{C}}$	$\frac{\rho}{\mathrm{kg.m^{-3}}}$
kůra	12 - 60	600	2700

svrchní plášť	600	2400	3500
spodní plášť	2900	4000	5000
vnější jádro	4980		11000
vnitřní jádro	do středu Země	7200	17000

tab. 1

Seizmické vlny mohou být **příčné** nebo **podélné** (viz obr. 33). Podélné vlnění se šíří v pevných látkách, kapalinách i v plynech, zatímco příčné vlnění se může šířit jen v pevných látkách.



Obr. 33

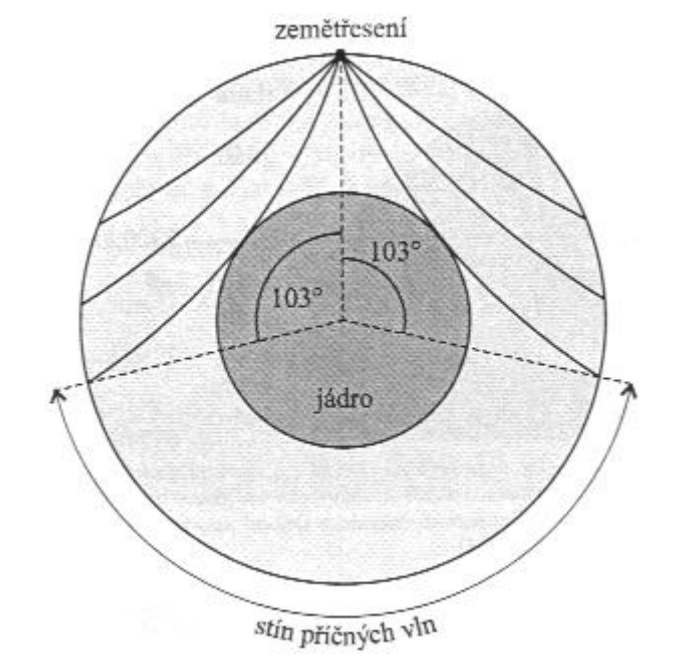
Vlny na vodní hladině jsou sice příčné, ale nejedná se o zvukové vlny, protože se nemohou šířit v hlubinách.

Příčné seizmické vlny od zemětřesení přicházejí pouze k seizmografům, jejichž úhlová vzdálenost od epicentra je menší než 103° (viz obr. 34). To znamená, že dál jsou zastíněny nějakou překážkou - kapalným jádrem, kterým se příčné vlny nešíří. Měřením bylo zjištěno, že jádrem procházejí pouze podélné seizmické vlny. Z toho lze tedy odvodit, že vnější jádro je kapalné, zatímco vnitřní jádro je opět tuhé.

Jádro, které má teplotu řádově kolem $5000° C$, je složeno převážně ze železa. O tom svědčí jeho velká hustota, magnetické pole Země a existence železných meteoritů, které jsou zřejmě pozůstatky jader rozbitých planetek.

Z obr. 34 je také vidět, že v důsledku různé velikosti rychlosti seizmických vln, se tyto vlny nešíří přímočaře - nastává lom vlnění.

Vlny se lámou naprosto analogicky jako světelné vlny procházejícími různými optickými prostředími.



Obr. 34

Teoretické výpočty ukazují, že rozžhavené jádro Země musí být nějakým způsobem ohříváno, neboť za dobu existence Země by teplota v jejím nitru podstatně klesla. Zdrojem energie, která ohřívá jádro, jsou radioaktivní přeměny látek v nitru Země, zejména uranu, thoria a draslíku. Při těchto změnách z jader vyletují rychlé částice α a částice β, které nárazem do okolních částic tyto částice rozkmitávají a tím se zahřívá i nitro Země.

Radioaktivních látek je ale málo (ve srovnání např. se železem) a navíc se rozpadají pomalu (mají dlouhý tzv. poločas rozpadu). Skutečnost, že se nitro Země přesto dokáže ohřát na vysoké teploty, souvisí s jejím rozměrem. Větší tělesa chladnou pomaleji než tělesa menší. Díky této tepelné setrvačnosti se mohou nitra velkých planet zahřát na vysoké teploty.

Fakt, že větší tělesa (tělesa s větší hmotností) chladnou pomaleji než tělesa s menší hmotností, známe z praxe: několik set gramů čaje (nápoje) v hrnku vychladne výrazně rychleji než kilogram čaje o stejné počáteční teplotě v konvici.

Vysoká teplota uvnitř jádra má závažné důsledky:

1. způsobila nehomogenitu zemského nitra - z taveniny se oddělily těžké kovy (železo, nikl, ...) a klesly ke středu, což vysvětluje jednak chemické složení jádra a jednak jeho velkou

hustotu;
2. způsobuje vznik magnetického pole Země;
3. způsobuje pohyb kontinentů, tvorbu hor, sopečnou činnost, zemětřesení;
4. …

8.2.5.3 | Zemský magnetismus

Základ vzniku zemského magnetického pole je stejný, jako pro vznik magnetického pole Slunce. Magnetické pole vzniká v důsledku tzv. dynamového jevu. Magnetické pole Země je důležité nejen pro orientaci na Zemi pomocí kompasů, ale také jako ochrana před rychlými nabitými částicemi, které jsou součástí slunečního větru přicházejícího ze Slunce.

Vzhledem k tomu, že magnetické pole vzniká vlivem rotace Země, jsou zemské magnetické póly blízko zeměpisných pólů. V blízkosti severního zeměpisného pólu se ale nachází jižní magnetický pól a naopak. To proto, že *severní* se tradičně nazývá ten pól magnetky, který přibližně ukazuje k severnímu zeměpisnému pólu.

Směr zemského magnetického pole se čas od času obrátí (např. za posledních 45 milionů let se obrátil více než 150krát). Tento jev lze poznat na nalezených horninách: hornina si totiž uchová tu magnetizaci, kterou měla při tuhnutí. Tyto změny polarity zemského magnetického pole přicházely naprosto nepravidelně

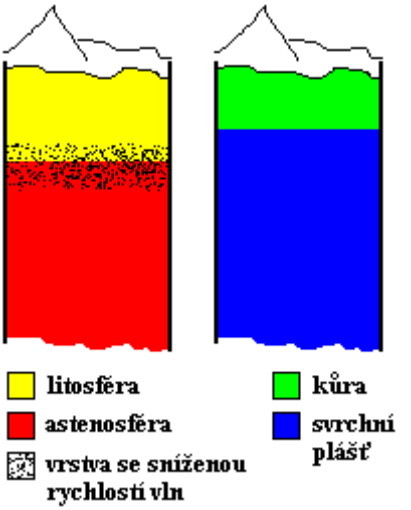
a proto zatím není k dispozici žádná teorie, která by vznik a změny magnetického pole Země uspokojivě vysvětlovala.

8.2.5.4 | Litosféra a astenosféra

Zemská kůra spolu s nesvrchnější vrstvou pláště se dohromady nazývá **litosféra** (řecky *lithos* = *kámen*) (viz obr. 35). Materiál litosféry se chová jako pevná látka. Naproti tomu v hloubce více než 100 km je materiál pláště již pod takovým tlakem a při takové teplotě, že se z dlouhodobého hlediska chová jako plastická látka.

Jedná se o materiál velmi podobný asfaltu. Ten lze např. rozklepnout kladívkem, ale pokud jej položíme přes okraj sklenice, za několik dní vteče dovnitř.

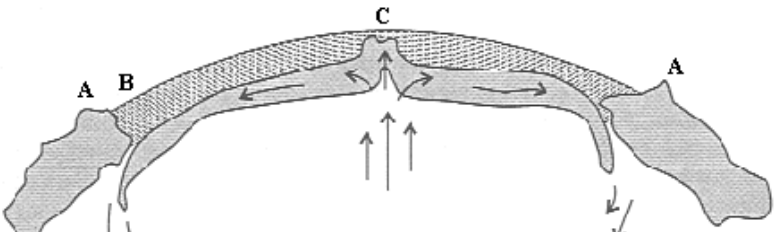
Tato „pevnotekutá“ část pláště se nazývá **astenosféra** (řecky *asthenos* = *slabý*).



obr. 35

Vzhledem k tomu, že asnenosféra je zdola ohřívána a shora ochlazována, vzniká v ní konvence, přestože velikost rychlosti konvektivního proudění (rychlostí řádově centimetry za rok) je v ní nižší než v jádře. Při povrchu se svislé proudění mění na vodorovné a unáší přitom litosféru, která na asnosféře plave, s sebou.

Litosféra se nepohybuje celá najednou. Pohyby astenosféry ji rozdělily na přibližně 12 **litosférických desek (litosférických ker)** (australsko - indická, euroasijská, Nazca, africká, ...). Jednotlivé desky jsou od sebe odděleny hlubokými poruchovými pásmy, do nichž vystupuje materiál z pláště, stává se součástí kůry a desky tak odtlačuje od sebe.



Obr. 36

Litosférické desky se v některých místech od sebe vzdalují, v jiných na sebe narážejí (viz obr. 36). Konvekce totiž vynáší v některých místech (většinou v oceánských hřbetech *C*) nahoru materiál pláště a tlačí tak od sebe litosférické desky. Na jiných místech (většinu v hlubokomořských příkopech *B*) se zase jedna deska podsouvá pod jinou. a mizí v plášti. Poblíž těchto míst *A* pak vznikají oblouky ostrovů (Aleuty, Filipíny, ...) a horské řetězy (Andy, Himaláje, ...).

Celý proces rozdělení litosféry na jednotlivé desky, jejich vzájemný pohyb, ovlivňování útvarů na Zemi, ... se nazývá souhrnně **desková tektonika**. Desková tektonika je typická a speciální pouze pro Zemi. Na žádné jiné planetě k podobnému jevu nedochází.

Právě uvedeným mechanismem se např. vzdaluje Amerika od Evropy rychlostí několika centimetrů za rok, ve středu Atlantského oceánu přitom pomalu neustále vystupuje nový materiál z astenosféry a tvoří čerstvé mořské dno. Tato obměna způsobuje, že většina materiálu,

ze kterého je tvořena zemská kůra na dně oceánů, je velmi mladá v porovnání se stářím Země. Tato vrstva totiž ztuhla před dobou kratší než stamiliony roků.

Velikost rychlosti, kterou se jednotlivé desky od sebe vzdalují, je v současné době možné velmi přesně měřit (např. pomocí družic, ...). Je-li tato velikost rychlosti známa, je možné zpětně vypočítat, jak vypadalo rozložení kontinentů v minulosti. Zhruba před 180 miliony let byly všechny kontinenty u sebe a tvořily jeden „superkontinent" zvaný **Pangea** (řecky *všezemě*). Pohyb kontinentů je potvrzen řadou nezávislých důkazů (odpovídají si geologické útvary a nálezy zbytků živých organismů na západním pobřeží Afriky a východním pobřeží Jižní Ameriky, vzrůstá stáří hornin mořského dna na obě strany od středoatlantského hřbetu, ...). Předpokládá se, že kontinent Pangea neexistoval po celou dobu od vzniku Země (4600 milionů let), ale díky neustálému pohybu kontinentů se pevniny spojovaly v jednu a zase rozpadaly v cyklu, který se opakoval asi po 500 milionech letech.

V místech, kde se litosférické desky pohybují k sobě, se někdy jedna podsouvá pod druhou. V těchto místech vznikají **hlubokomořské příkopy** (Mariánský příkop, ...). V místech, kde na sebe desky tlačí a část materiálu se přitom zvedá do výšky, vznikají dlouhé **horské řetězy** (Kordillery, řetěz pohoří Pyreneje - Alpy - Kavkaz - Himaláje, ...), které jsou opět specialitou Země a nenajdou se na žádné jiné planetě.

Při srážkách desek vzniká v hornině normálové napětí, které se občas uvolní nejničivější přírodní katastrofou: **zemětřesením**. Proto vznikají zemětřesení převážně na hranicích litosférických desek, které se k sobě přibližují (západní pobřeží celé Ameriky, linie Aljaška - Kamčatka - Japonsko - Filipíny - Nový Zéland, ...).

8.2.5.5 | Atmosféra Země

8.2.5.5.1 | Složení a skleníkový jev

Zemská atmosféra obsahuje objemově přibližně 78 % N_2 a 21 % O_2, zbytek tvoří Ar, CO_2, vodní pára a další plyny. Toto chemické složení je důsledkem fotosyntézy, neboť v původní atmosféře, kterou Země měla krátce po svém vzniku, žádný kyslík nebyl. Postupně se vyvinula druhá atmosféra a třetí atmosféra.

V porovnání s poloměrem Země je tloušťka atmosféry velmi malá: 99 % procent vzduchu je obsaženo ve výšce do 35 km. Ve srovnání s Venuší, která má také atmosféru, má atmosféra Země menší hustotu a obsahuje méně CO_2 než atmosféra Venuše. Zemský CO_2 je vázán v uhličitanech (ve vápencích, ...).

Přestože Zemi nehrozí skleníkový jev v takové míře jako na Venuši, určité znepokojivé známky se již objevují. Podíl CO_2 v atmosféře se totiž od počátku průmyslové

revoluce zvýšil o čtvrtinu tehdejšího množství, protože lidsko spaluje obrovské množství uhlíku vázaného ve fosilních palivech (uhlí, ropa, zemní plyn, ...). Současně se od té doby zvýšila i průměrná teplota na Zemi zhruba o $0,5° C$.

Životní podmínky jsou velmi citlivé na změny průměrné teploty.

Např. v dobách ledových byla průměrná teplota na Zemi nižší jen asi o $4° C$ a přitom rozšíření živočichů a rostlin bylo zcela jiné, než v současnosti..

Vzrůst průměrné teploty na Zemi i jen o několik stupňů Celsia by měl katastrofální následky: změnil by klima, mohl by způsobit tání ledovců a tím zvednout hladiny světových oceánů, ... Proto je skleníkový jev na Zemi považován za vážné nebezpečí.

8.2.5.5.2 | ***Dělení atmosféry

Atmosféra Země má tendenci tvořit vrstvy.

Vznik těchto vrstev atmosféry souvisí s centrálním gravitačním polem, které Země vytváří a které působí i na částice atmosféry.

Proto se atmosféra dělí podle nejrůznějších hledisek

(průběh teploty s výškou, elektrická vodivost, chemické složení, ...). Podle průběhu teploty s výškou se atmosféra dělí na tyto části (všechny uvedené závislosti teploty na výšce udávají průměr pro danou vrstvu):

1. troposféra - je vrstva, v níž s rostoucí výškou teplota klesá a která sahá do výšky asi 11 km;
2. stratosféra - je vrstva, v níž se zhruba do výšky 20 km teplota s výškou nemění, od 20 km do zhruba 50 km pak teplota s výškou roste;
3. mezosféra - je vrstva, v níž s rostoucí výškou teplota klesá, přičemž ve výšce asi 80 km dosahuje svého minima;
4. termosféra - je vrstva, v níž s rostoucí výškou roste i teplota, sahající do výšky zhruba 800 km. Kosmická družice umístěná v této vrstvě musí rotovat, neboť jinak by se z jedné strany (ze strany přivrácené ke Slunci) zahřívala a z druhé strany velmi prudce ochlazovala (strana přivrácená k Zemi).
5. exosféra - vrstva atmosféry ve výšce nad 1000 km, v níž převládá již jen vodík.

Obecně platí, že s rostoucí výškou klesá tlak vzduchu. Za horní hranici atmosféry se považuje ta oblast, jejíž částice ještě rotují spolu se Zemí.

Částice vzduchu rotují společně se Zemí, pokud jich je v dané části atmosféry takové množství, aby na sebe působily přitažlivými silami a mohli se tak pohybovat spolu se Zemí. Gravitační síla, která jejich pohyb po kružnici kolem Země způsobuje, na ně sice působí stále, ale její velikost je velmi malá.

8.2.5.5.3 | Troposféra

V troposféře je obsažena převážná část atmosféry (asi 90 % hmotnosti). Pokles teploty s rostoucí výškou je způsoben **konvencí** vzduchu. Když se totiž vzduch ohřeje o zemský povrch, sníží se jeho hustota a vzniká konvence. Tato „bublina teplého vzduchu!“ pak stoupá vzhůru a na její místo se dostává studenější vzduch z horních vrstev troposféry.

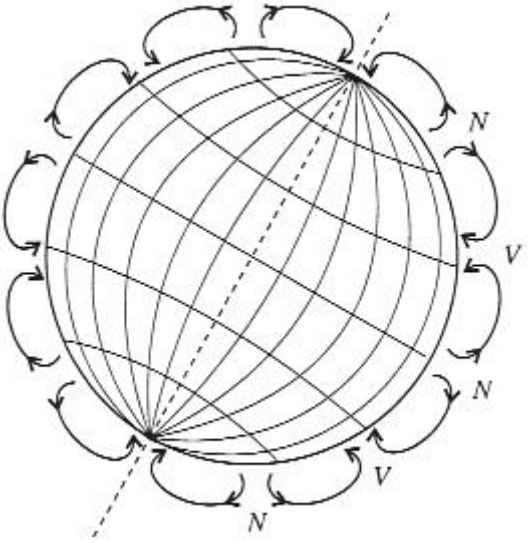
Tento děj je analogický ději, který probíhá v hrnci, který je postaven na zapnutém sporáku a ve kterém se vaří polévka. Zde je konvence přímo vidět při pohledu na drobná tělíska v polévce (kousky zeleniny, těstoviny, ...).

Vzhledem k tomu, že tlak vzduchu se s výškou zmenšuje, uvažovaná „bublina“ se při svém stoupání vzhůru rozpíná. Tento děj je možné přibližně považovat za adiabatický děj, protože vzduch je špatným vodičem tepla, takže teplota „bublina“ se nevyrovnává s teplotou okolí. Při adiabatickém rozpínání se teplota plynů snižuje, a proto se

také ochlazuje „bublina“ vzduchu při výstupu vzhůru. Je-li v „bublině“ přítomna také vodní pára, může během výstupu nastat její kondenzace. Tak vzniká oblačnost a mraky, z nichž se pak uvolňují kapičky vody v podobě deště.

Ohřev vzduchu od zemského povrchu a jeho následný pohyb vzhůru konvencí způsobuje promíchávání troposféry. Pokud je ale teplota povrchu velmi nízká, tento „tepelný stroj“ se může zastavit. Při zemi pak leží těžký studený vzduch a nad ním je vrstva vzduchu teplejšího - nastává **teplotní inverze**. Takové rozvrstvení vzduchu je pak stabilní: konvence (a ani žádné promíchávání) v něm neprobíhají. To má ovšem vážné zdravotní následky: nachází-li v oblasti postižené teplotní inverzí město nebo průmyslová aglomerace, může se v této oblasti nebezpečně zvýšit koncentrace škodlivin.

Nejvíce se vzduch ohřívá (a tedy i stoupá) v oblasti kolem rovníku. To ale znamená, že na jiných místech Zeměkoule musí zase vzduch klesat. Zobrazí-li se v mapě světa, ve kterých zeměpisných šířkách vzduch většinou stoupá a ve kterých většinou klesá, vzniká typický obrázek **globálního proudění troposféry** (viz obr. 37), které velmi silně ovlivňuje podnebí v různých oblastech Země.



Obr. 37

Pod místy, kde je vzduch ohřátý a stoupá vzhůru, se atmosférický tlak sníží a vzniká **tlaková níže**.

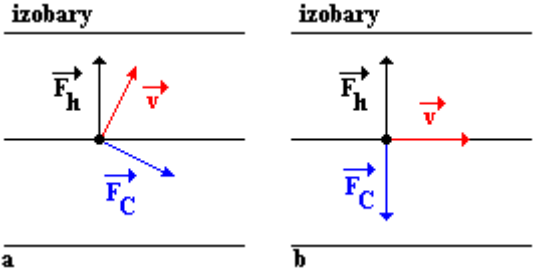
Vzduch totiž „utíká“ nahoru a dole u povrchu Země ho je méně. Proto má i menší tlak.

Při výstupu se vzduch adiabaticky ochlazuje, vodní pára v něm obsažená se kondenzací mění na vodní kapičky, a proto je pro tlakovou níži je charakteristické deštivé počasí.

Voda vzniklá kondenzací vodní páry v atmosféře se ve vzduchu neudrží a padá zpět k povrchu Země.

Na obr. 37 je vidět, že vzestupné proudění a tlakové

níže jsou typické v oblastech v okolí rovníku (asi do $10°$ severní a jižní zeměpisné šířky) a dále pro oblasti přibližně mezi $50°$ a $70°$ zeměpisné šířky na obou polokoulích. Proto je hodně deštivé klima např. v Kongu, Brazílii, Indonésii, Británii, na Islandu, ...



Obr. 38

Na základě gradientu tlaku, který se pod oblastí konvence vzduchu vytvoří, má vzduch tendenci se dostat z míst s vyšším tlakem do míst s nižším tlakem, aby se opět ustanovila hydrostatická rovnováha.

Stav rovnováhy je energeticky nejvýhodnější stav, a proto má každý systém tendenci se do stavu rovnováhy samovolně dostat.

Na obr. 38 je zobrazen pohled shora na částici, která se chce dostat do místa s nižším tlakem, aby se ustanovila zmíněná hydrostatická rovnováha. Jakmile se začne pohybovat pod vlivem síly horizontálního tlakového

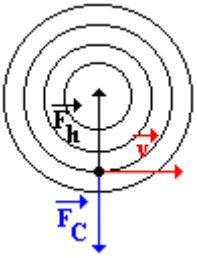
gradientu $\overrightarrow{F_h}$, začne na částici působit Coriolisova síla, která se projevuje pouze v rotujících soustavách.

A tou otáčející se Země určitě je! A atmosféra se ve výškách, které odpovídají troposféře, otáčí se Zemí.

Coriolisova síla působí na částici kolmo ve směru jejího pohybu, a proto stočí směr jejího pohybu (viz obr. 38a). V důsledku toho se změní i směr Coriolisovy síly a tedy se změní i směr pohybu částice. Nakonec se síla horizontálního tlakového gradientu a Coriolisova síla vyrovnají a částice se bude pohybovat ve směru izobary (viz obr. 38b).

Vzduch v tlakové níži má tedy tendenci proudit do jejího středu, tj. do míst nejnižšího tlaku. V důsledku existence Coriolisovy síly se změní směr pohybu vzduchu a ten začne kolem tlakové níže rotovat. Na severní polokouli rotuje proti směru hodinových ručiček (viz obr. 39), na jižní ve směru hodinových ručiček. Tomuto proudění se říká **cyklona**.

Vždy se ale směr rotačního pohybu vzduchu řídí Coriolisovou silou.



Obr. 39

Tam, kde vzduch naopak klesá shora dolů, vzniká na povrchu **tlaková výše**.

V místě, kde vzduch klesá dolů, se vzduch „hromadí“ a je ho tam tedy více. Proto je zde vyšší tlak vzduchu.

Při sestupu se vzduch adiabaticky zahřívá, a proto nepřináší srážky, ale naopak vysušuje půdu.

Zahříváním se vodním kapkám, které mohou být obsažené ve vzduchu a které by mohly padat v podobě deště, dodává energie a nastává jejich vypařování.

Sestupné proudy a tedy i tlakové výše jsou typické pro subtropické oblasti. To vysvětluje pás pouští v oblasti kolem obratníku Raka (Mexiko, Sahara, Arábie, Írán, ...) i podél obratníku Kozoroha (Chile, Namibie, Austrálie, ...).

Vznik rotace v okolí tlakové výše je analogický vzniku rotace vzduchu kolem tlakové níže. Rozdíl je v tom, že vektor okamžité rychlosti vzduchu (resp. částice vzduchu)

má v tomto případě opačný směr - částice se bude pohybovat do míst s nižším tlakem. Proto bude opačný i směr Coriolisovy síly a místo cyklony vznikne **anticyklona**. Anticyklona vznikající v okolí tlakové výše rotuje na severní polokouli ve směru hodinových ručiček, zatímco na jižní proti jejich směru.

Ale stále pod vlivem Coriolisovy síly - jak u cyklony!

V blízkosti zemského povrchu pak hraje důležitou roli třecí síla, která způsobuje vyplňování tlakové níže a rozpadávání tlakové výše.

Spodní část pohybující se masy vzduchu se totiž smýká o zemský povrch a vznikají tak nepravidelnosti v proudění vzduchu.

Přestože globální proudění vysvětluje základní charakter rozdělení klima na Zemi, významnou roli hrají i činitelé lokální - např. proudění vzduchu mezi oceánem a pevninou: **monzuny**. V létě se totiž vzduch ohřívá rychleji nad pevninou než nad oceánem, stoupá vzhůru a nastává kondenzace vodní páry. Proto monzuny v Indii přinášejí období dešťů.

Podobného původu je i deštivé období po svatém Medardu u nás.

Dalším významným činitelem jsou **horská pásma**,

podél jejichž návětrné strany stoupá vzduch vzhůru, a tak opět vznikají srážky. Z toho důvodu je např. velké množství srážek na východním pobřeží Austrálie nebo v podhůří Himalájí, ačkoliv obě tyto oblasti leží blízko obratníků. Jiným činitelem ovlivňujícím klima jsou i **mořské proudy** (např. Golfský proud otepluje severozápadní Evropu).

8.2.5.5.4 | Stratosféra

Pro život na Zemi je stratosféra důležitá tím, že obsahuje ozón O_3. Tento plyn vzniká tak, že fotony slunečního záření způsobují ionizaci molekul kyslíku. Vznikající atomy O se slučují s molekulami O_2 na molekuly O_3. Přestože je hustota ozónu ve stratosféře velmi nízká, stačí k tomu, aby pohltila ultrafialové záření, které na Zem vysílá Slunce. Toto záření totiž rozkládá organické molekuly, a je proto pro život nebezpečné. Život na Zemi mohl vystoupit na souš až tehdy, když působením zelených rostlin v moři vznikl dostatek kyslíku a z něj se vytvořila ozónová vrstva.

V 60. letech a 70. letech 20. století začali lidé široce používat **chlorofluorokarbony** neboli **freony**, které vznikají z lehkých uhlovodíků úplnou substitucí chloru nebo fluoru za vodík. Tyto chemicky velmi stabilní látky, které se dají stlačením zkapalnit za pokojové teploty, se používaly jako pracovní látka v chladničkách, mrazničkách a hlavně jako hnací plyn ve sprejích. Každoročně se do atmosféry

dostávaly tisíce tun freonů, přičemž většina tohoto množství je tam dodnes. Když se molekula freonu dostane atmosférickým prouděním až do stratosféry, rozloží ji sluneční záření na jednotlivé atomy, z nichž je složena. Volný atom chloru nebo fluoru se pak může spojit s molekulou ozónu, rozloží jí a pak se z ní opět nezměněn uvolní. Takto může jediný atom chloru nebo fluoru rozložit miliony molekul ozónu, než se za desítky let dostane ze stratosféry ven. Zásobárnou, ve které jsou atomy chloru nebo fluoru ve stratosféře uloženy, jsou především mraky ledových krystalků nad oběma zeměpisnými póly, zvláště nad jižním zeměpisným pólem. Proto byl první významný úbytek stratosférického ozónu, tzv. **ozónová díra**, zjištěn nad Antarktidou.

Pojem ozónová díra se postupně dostal do sdělovacích prostředků a veřejnost si začala uvědomovat nebezpečí, které způsobila hromadná výroba freonů. Silnější ultrafialové záření může vyvolávat u lidí i u zvířat výskyt rakoviny kůže a poškozuje oči. Naštěstí jsou ale freony všude tam, kde se používaly, nahraditelné. Přestože se v současné době dostává do atmosféry mnohem méně freonů než v 80. letech 20. století, ztenčování ozónové vrstvy vlivem atomů chloru a fluoru, které už ve stratosféře jsou, bude ještě velmi dlouho pokračovat.

8.2.5.5.5 | Ionosféra

Ionosféra je další vrstva atmosféry, která ale již nepatří do dělení atmosféry do vrstev podle průběhu teploty s výškou. Ionosféra by patřila do vrstev atmosféry, na něž se atmosféra dělí podle elektrické vodivosti. Ultrafialové záření přicházející ze Slunce může atomy a molekuly vzduchu **ionizovat**, tj. odtrhnout z nich elektron. V nižších vrstvách atmosféry je hustota vzduchu tak vysoká, že se kladný iont vzniklý touto ionizací prakticky okamžitě srazí s elektronem a **rekombinuje** s ním opět na neutrální atom nebo molekulu. Ve výškách nad 60 km je ale hustota vzduchu již malá a doba života iontu je tam proto tak dlouhá, že v kterýkoliv okamžik je přibližně jeden atom z milionu ionizován. Tato vrstva slabě ionizovaného plynu (plazmy) se nazývá **ionosféra**.

Vzhledem k tomu, že ionosféra je vodivá, odráží rádiové vlny. Podmínkou pro odraz vlnění však je, že frekvence rádiových vln je nižší než určitá **kritická frekvence**. Tato kritická frekvence závisí na koncentraci iontů: čím více je vzduch ionizován, tím vyšší je kritická frekvence a tím více rádiových vln se od ionosféry odráží. Vzhledem k tomu, že vzduch je ionizován slunečním zářením, mění se kritická frekvence v závislosti na denní i roční době a v závislosti na dalších faktorech.

Odrazu rádiových vln od ionosféry se používá při rádiovém spojení na krátkých vlnách (frekvence 1 MHz až

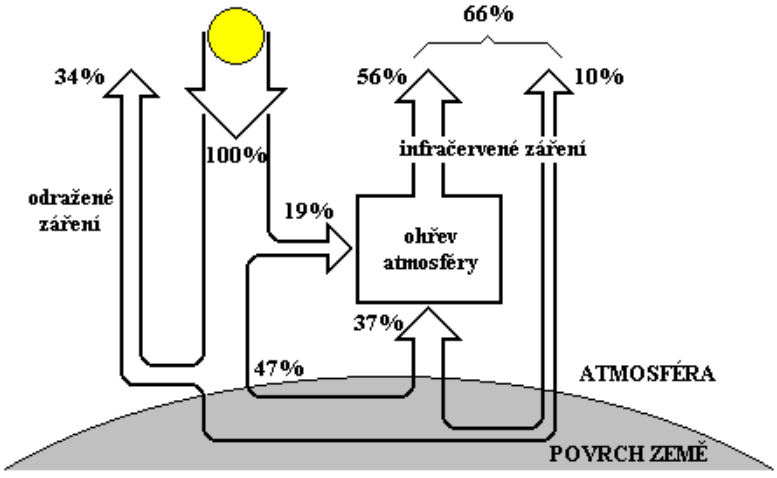
15 MHz).Vzhledem k tomu, že tyto vlny se od ionosféry odráží, je možné krátkovlnnými vysílačkami navázat spojení mezi i značně vzdálenými místy zeměkoule (třeba i na opačné polokouli). Frekvence, která je k tomuto spojení nutná, musí být menší než kritická frekvence, jinak by rádiové vlny ionosférou procházely a neodrážely by se. Na druhé straně je vhodné, je-li jejich frekvence co nejvyšší, neboť tím se snižuje útlum vln v atmosféře. Z toho důvodu je nutné krátkovlnné vysílače i několikrát za den přelaďovat na jiné frekvence. V noci je ionizace (a tedy i kritická frekvence) nižší a je tedy výhodnější vysílat na nižší frekvenci (9 MHz), přes den se kritická frekvence zvyšuje a poslech je lepší na frekvencích okolo 51 MHz.

8.2.5.5.6 | Energetická bilance Země

Většinu energie přijímá Země od Slunce ve formě zářivé energie. Téměř z poloviny se jedná o světlo. Přerozdělení energie, která přichází ze Slunce, na Zemi znázorňuje obr. 40.

Z celkového množství energie (elektromagnetického záření) dopadající na Zem se 34 % odráží od atmosféry a od zemského povrchu zpět do vesmíru. Zemská atmosféra rozptyluje a pohlcuje 19 % přicházející sluneční zářivé energie. Tato energie se mění na teplo a atmosféra se ohřívá. Zemský povrch pohlcuje a přeměňuje v teplo 47 % energie, čímž se ohřívají podpovrchové vrstvy a od zemského povrchu se pak z větší části opět zahřívá

atmosféra. Toto teplo (celkem 19 % + 47 % = 66 % dopadající energie ze Slunce), které přijímá atmosféra a Země, se podílí na fyzikálních, biologických a chemických procesech na Zemi a v její atmosféře. Toto teplo se nakonec mění v infračervené záření a je atmosférou a zemským povrchem vyzářeno do vesmíru.



Obr. 40

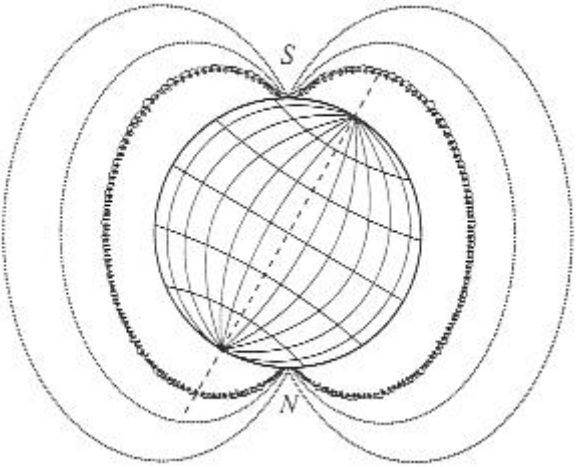
Kdyby tomu tak nebylo, přibývalo by na Zemi energie slunečního původu a teplota na Zemi by se zvyšovala, až by zde byl znemožněn život.

8.2.5.5.7 | Okolí Země - blízký

kosmický prostor

8.2.5.5.7.1 | Magnetosféra

Při vzdalování se od zemského povrchu klesá hustota vzduchu a atmosféra zvolna mizí. Sféra vlivu Země ale hranicemi atmosféry nekončí. Zemské magnetické pole (s magnetickou indukcí o velikosti $B = 0{,}7.10^{-4}\ \mathrm{T}$) působí totiž na nabité částice (elektrony a protony), které do meziplanetárního prostoru vysílá Slunce - jde o tzv. **sluneční vítr**. Lorentzova síla, která působí na nabité částice pohybující se v magnetickém poli, způsobuje, že částice mění směr pohybu a pohybují se po šroubovici, jejíž osa sleduje magnetické indukční čáry zemského magnetického pole, tzn., že se tyto částice dostávají u magnetických pólů do blízkosti povrchu Země (viz obr. 41).

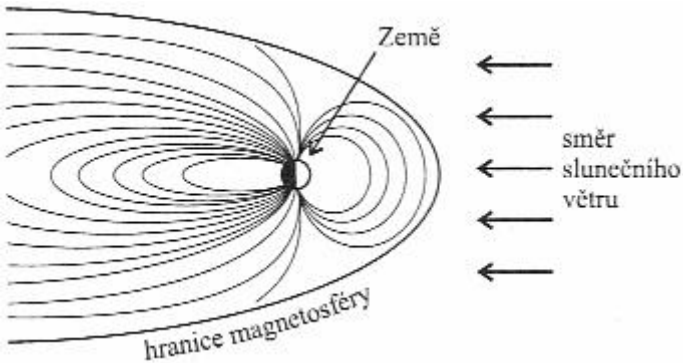


Obr. 41

Oblast, do které zasahuje vliv magnetického pole Země, se nazývá magnetosféra a ta má pro život značný význam. Zabraňuje totiž rychlým elektronům a protonům ze Slunce (jejichž účinky jsou podobné jako účinky radioaktivního záření), aby dopadaly na zemský povrch.

Magnetické indukční čáry magnetického pole Země jsou ve skutečnosti ovlivněny slunečním větrem a nejsou tak symetrické, jak ukazuje obr. 41. Ve skutečnosti je jejich tvar znázorněn na obr. 42. V důsledku slunečního větru jsou totiž magnetické indukční čáry deformovány. Směrem ke Slunci jsou tyto uzavřené indukční čáry stačeny na vzdálenost zhruba 10 zemských poloměrů, zatímco na opačné straně jsou indukční čáry zemského magnetického

pole protaženy do ohonu o průměru až 40 zemských poloměrů a délce 900 zemských poloměrů.



Obr. 42

Velké množství částic je zadržováno v tzv. **radiačních pásech**, které se nazývají **van Allenovy pásy** a které se nacházejí ve vzdálenosti 1,6 až 3,6 zemských poloměrů od Země. Tyto pásy jsou velmi nebezpečné pro kosmonauty, neboť obsahují velké množství rychle se pohybujících nabitých částic: plochou o obsahu $1\,\mathrm{cm}^2$ prochází až 50000 částic za sekundu.

Tyto částice mají sice malou hmotnost, ale pohybují se relativně velkými rychlostmi. Mají proto i relativně velkou kinetickou energii, jejíž hodnota závisí na první mocně hmotnosti a na druhé mocnině velikosti rychlosti. Tato kinetická energie se při nárazu částice přemění

v deformační energii (resp. mechanickou práci), jak ostatně vyplývá ze zákona zachování energie.

V důsledku pohybu nabitých částic v okolí magnetických indukčních čar, se tyto nabité částice v blízkosti magnetických pólů Země přibližují k povrchu Země a vstupují do atmosféry. Rychle se pohybující částice tam narážejí do molekul a atomů vzduchu, předávají jim tak část své kinetické energie a tyto atomy resp. molekuly se dostávají do excitovaného stavu. Při návratu na základní hladinu energie nastává emise: atom resp. molekula emituje fotony viditelného světla.

Skutečnost, že se jedná o fotony světla viditelného lidským okem, vyplývá z rozložení energetických hladin atomů a molekul, do nichž částice slunečního větru narážejí.

Tomuto jevu, který je pozorován hlavně u zemských pólů (neboť blízko nich leží magnetické póly magnetického pole Země), se říká **polární záře**. V obdobích zvýšené sluneční aktivity, kdy Slunce produkuje větší množství nabitých částic, jsou polární záře častější a intenzivnější. Ve výjimečných případech jsou vidět i ve větších polárních šířkách (např. u nás, ...).

8.2.5.5.7.2 | Kosmický výzkum

Ve dvacátém století vstoupil člověk do kosmického prostoru. Nejvýznamnějšími milníky jsou tyto události:

1. rok 1957 - vypuštění první umělé družice Země - sovětský *Sputnik 1*;
2. 11. 4. 1961 - vyslání prvního člověka na oběžnou dráhu: byl jím sovětský kosmonaut Jurij Gagarin;
3. 20. 7. 1969 - první přistání lidí na Měsíci: v rámci program *Apollo* na Měsíc vystoupil americký kosmonaut Neil Armstrong.

Na oběžnou dráhu Země byly vyslány i **orbitální stanice** určené pro dlouhodobý pobyt astronautů v kosmickém prostoru (americký *Skylab*, sovětský *Mir*, ...). Ve spojených státech byl vyvinut **raketoplán**, který se vrací na Zem a může být opětně použit. Pro astronomii jsou velmi významné kosmické sondy s vědeckými přístroji, které jsou vysílány do blízkosti těles Sluneční soustavy (planet, měsíců, planetek či komet) nebo na jejich povrch.

Dobývání kosmického prostoru se neobešlo bez obětí - k největším tragédiím došlo:

1. 28. 1. 1986 - při startu shořel raketoplán *Challenger* se sedmičlennou posádkou;
2. 1. 2. 2003 - havárie raketoplánu *Columbia*, při níž při návratu na Zem zahynulo všech sedm členů posádky.

Kolem Země obíhají i **umělé družice** Země, což jsou tělesa o hmotnosti většinou stovek i tisíců kilogramů, která byla raketou dopravena na oběžnou dráhu okolo Země. Nejnižší výšky nad povrchem Země, v nichž se družice pohybují, jsou zhruba 200 km. Vzduch, který v těchto výškách ještě je, je sice asi 10^{10} krát řidší než na zemském povrchu, přesto ale družici brzdí. Družice tím ztrácí energii a pomalu sestupuje na nižší a nižší dráhy. Tam má ale vzduch vyšší hustotu, což způsobí další zpomalování pohybu družice a její další klesání do nižších vrstev atmosféry. Nakonec se dostane do tak husté atmosféry, že se rozžhaví, zabrzdí a buď shoří celá během pádu, nebo se rozpadne a některé její zbytky dopadnou na zemský povrch. Ve velkých výškách (až několik tisíc kilometrů nad zemským povrchem) může však družice obíhat velmi dlouho.

Rychlost, se kterou družice obíhá po kruhové dráze kolem Země v určité výšce, se nazývá **kruhová rychlost**. Kruhová rychlost, kterou by družice měla těsně nad zemským povrchem (při zanedbání odporu vzduchu) se nazývá **první kosmická rychlost** a její velikost je rovna přibližně $7{,}9\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Velikost kruhových rychlostí na vyšších drahách jsou sice menší, ale řádově se jedná stále o několik kilometrů za sekundu.

Pokud má tedy družice stabilně obíhat kolem Země, musí být vypuštěna právě kruhovou rychlostí, jejíž velikost je určena pro danou orbitu v dané vzdálenosti od

Země.

V současné době obíhá kolem Země již tolik družic (řádově tisíce), že se začínají vyskytovat i jisté dopravní problémy: s rostoucí hustotou provozu na oběžných drahách roste i pravděpodobnost srážky, která při vzájemných rychlostech o velikostech několika kilometrů za sekundu může mít velmi katastrofální následky. Navíc z některých družic se postupně uvolňuje mnoho malých tělísek (matičky, odloupnuté šupinky barvy, ...), které (ač mají malé rozměry) mohou znamenat vážné nebezpečí pro kosmické lodi. Je pravděpodobné, že právě takové srážky způsobily náhlá „zmlknutí“ některých družic, která nebylo možné vysvětlit jiným způsobem.

8.2.5.5.7.3 | Využití kosmických družic

Umělé družice mají řadu významných aplikací:

1. spojovací družice - umožňují telefonní spojení mezi kontinenty, přenášejí televizní signály a počítačová data. Je výhodné, pokud se družice stále nachází nad jedním místem zemského povrchu. V tom případě je totiž možné na ní namířit talířové antény pevně spojené se Zemí. To ale znamená, že družice musí oběhnout Zemi za stejnou dobu, jako se Země otočí kolem své osy. Družice s touto vlastností se nazývají **geostacionární**

družice.

2. navigační družice - vysílají údaje, na jejichž základě speciální přijímač vypočítá přesně zeměpisné souřadnice své polohy s přesností až na 1 m (tato přesnost je pro civilní využití v některých případech záměrně snižována). Tak mohou lodě, letadla, automobily, ale i chodci jednoduše a přesně určit, kde se právě nacházejí.
3. dálkový průzkum - jedná se podrobné snímkování nebo radarové mapování různých oblastí Země. Tímto způsobem je možné odhadovat budoucí úrodu zemědělců, sledovat ubývání tropických pralesů, růst průmyslových aglomerací, … Získávání těchto údajů klasickými pozemními prostředky by bylo velmi nákladné.
4. meteorologické družice - sledují vývoj oblačnosti, směry proudění vzduchu, …, což umožňuje zkvalitnit předpověď počasí (předpověď na delší dobu, větší spolehlivost předpovědi, …).
5. zpravodajské družice (špionážní družice) - jsou důležité proto, že znemožňují jakékoliv tajné aktivity jednoho státu vůči jiným (přípravy na válku, …), umožňují kontrolovat dodržování mezinárodních smluv (rusko-americkou smlouvu o likvidaci

jaderných zbraní, ...). Po jejich zavedením se snížil počet válek ve světě; ty, které se vyskytnou mají charakter spíše občanských válek.

6. vědecké družice - umožňují pozorovat vesmír v infračerveném záření, ultrafialovém záření, rentgenovém záření či γ záření, tedy v těch částech spektra elektromagnetického záření, které atmosféra Země nepropouští na zemský povrch. Také v oblasti viditelného světla lze získat snímky s rozlišením, které by ze Země nebylo právě díky atmosféře možné (Hubbleův dalekohled, ...).

8.2.6 | Měsíc

8.2.6.1 | Základní údaje o Měsíci

Hmotnost Země a Měsíce jsou v mnohem větším poměru, než je ve Sluneční soustavě běžné. Proto astronomové častěji mluví o „dvojplanetě“ Země - Měsíc než o planetě s měsícem. Poměr hmotnosti Měsíce ku hmotnosti Země je totiž jen 1:81, zatímco ostatní měsíce mají hmotnost řádově tisíckrát menší než jejich planeta.

Průměr Měsíce je 3476 km a jeho hmotnost $7,35.10^{22}\ \mathrm{kg}$. Jeho objem dosahuje asi padesátiny objemu Země

a velikost gravitačního zrychlení při povrchu Měsíce je roven přibližně jedné šestině velikosti gravitačního zrychlení na povrchu Země. Střední hustota Měsíce je $3347\,\mathrm{kg.m^{-3}}$.

Měsíc obíhá Zemi přibližně po elipse (nejmenší vzdálenost je 356410 km, největší vzdálenost je 406740 km a střední vzdálenost je 384402 km) ve shodě s Keplerovými zákony.

Ve skutečnosti ale Měsíc neobíhá kolem Země, ale Země i Měsíc obíhají kolem společného těžiště soustavy Země - Měsíc, které leží uvnitř Země. Poloha těžiště je dána vzájemným poměrem hmotností obou těles.

Skon roviny trajektorie Měsíce k rovině ekliptiky činí zhruba $5°$, přičemž rovina trajektorie Měsíce se stáčí vlivem gravitačního působení Slunce. Proto se stáčejí i **uzly** měsíční dráhy proti směru pohybu Měsíce, a to tak, že na původní místo se opět dostanou jednou za 18,6 let.

UZEL JE PRŮSEČÍK TRAJEKTORIE MĚSÍCE S EKLIPTIKOU.

Existují se dva uzly:

1. výstupný uzel - bod, v němž Měsíc vystupuje nad rovinu ekliptiky;
2. sestupný uzel - bod, v němž Měsíc sestupuje pod rovinu ekliptiky.

Analogicky se stáčí vlivem gravitačního působení

Slunce i **přímka apsid**, která se do stejné polohy vrací jednu za 9 let.

PŘÍMKA APSID JE SPOJNICE PERIGEA A APOGEA.

Přímka apsid tedy spojuje od Země nejbližší bod a od Země nejvzdálenější bod trajektorie Měsíce obíhajícího kolem Země.

U řady vesmírných těles se udává tzv. **albedo**.

ALBEDO JE POMĚR MNOŽSTVÍ ODRAŽENÉHO SVĚTLA OD DANÉHO TĚLESA K MNOŽSTVÍ DOPADAJÍCÍHO SVĚTLA NA TOTO TĚLESO.

Albedo může být vyjádřeno např. pomocí intenzity elektromagnetického záření.

Čistě bílé těleso veškeré světlo odráží a jeho albedo tedy je 1, zatímco absolutně černé těleso všechno dopadající světlo pohltí a jeho albedo tedy je 0. Albedo Měsíce se mění od 0,18 do 0,5.

8.2.6.2 | Měsíc jako časová jednotka

Měsíc jako časová jednotka je základem měsíčních kalendářů, které jsou starší než sluneční kalendáře. V závislosti na tom, vůči čemu se měří *1 měsíc*, tj. doba oběhu Měsíce kolem Země, se rozlišuje:

1. siderický měsíc - je doba oběhu Měsíce vzhledem ke hvězdám, který trvá

27 dne 7 h 43 min 11,5 s;

Siderický měsíc se tedy měří do té doby, než Měsíc zaujme stejnou polohu vůči jedné vybrané hvězdě.

2. tropický měsíc - je doba oběhu Měsíce od jarního bodu k jarnímu bodu. Vzhledem k tomu, že jarní bod se pohybuje k západu, je tropický měsíc o 7 s kratší než siderický měsíc.
3. synodický měsíc - je doba oběhu Měsíce od fáze Měsíce ke stejné fázi Měsíce. Po uplynutí této doby má Měsíc stejné postavení vůči Slunci. Měsíc se pohybuje na východ, Slunce také na východ (27° za siderický měsíc), a proto je synodický měsíc delší než siderický měsíc. Synodický měsíce trvá Jeho délka je 29 dne 12 h 44 min 2,8 s.
4. anomalistický měsíc - je doba oběhu Měsíce od perigea k perigeu a tento měsíc trvá 27 dne 13 h 19 min;
5. drakonický měsíc - je doba oběhu Měsíce od uzlu k uzlu a trvá 27 dne 5 h 5 min 35,8 s. Na pohybu uzlů směrem k západu závisí perioda zatmění Slunce a perioda zatmění Měsíce.

8.2.6.3 | Rotace Měsíce

Měsíc se otočí kolem své osy jednou za siderický měsíc. Při pohledu ze Země je na první pohled nápadné, že

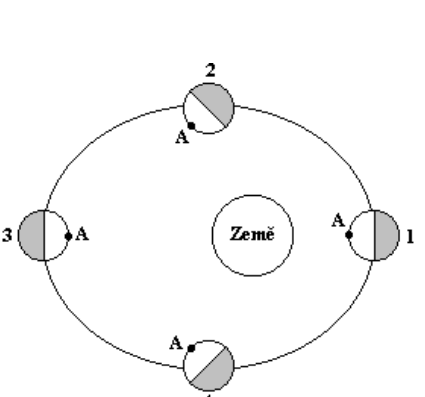
k ní Měsíc obrací stále jednu polovinu. To znamená, že doba rotace Měsíce kolem osy je stejná jako doba jeho oběhu kolem Země. Taková rotace, která se u měsíců a planet vyskytuje často, se nazývá **vázaná rotace**. Proto se rozlišuje **přivrácená polokoule Měsíce** a **odvrácená polokoule Měsíce**.

Vzhledem k této relativně pomalé rotaci Měsíce, jsou na jeho povrchu velké rozdíly mezi denní teplotou (dosahuje až $100\,°C$) a noční teplotou (klesá až k $-190\,°C$). Měsíc je příliš malý a horký (ve dne) na to, aby si udržel atmosféru, nebo dokonce na to, aby na jeho povrchu bylo významnější množství vody.

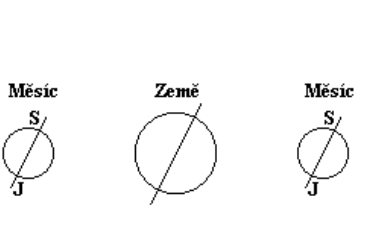
Velké rozdíly mezi denní teplotou a noční teplotou na povrchu Měsíce jsou dány nepřítomností atmosféry na Měsíci. Atmosféra má poměrně malou měrnou tepelnou kapacitu a je schopna (např. na Zemi) takové velké rozdíly teplot částečně vyrovnat, protože dokáže akumulovat teplo, které během dne přijme povrch planety.

Velké rozdíly teplot jsou nepříjemné i z hlediska plánů do budoucnosti, v nichž se uvažuje o zřízení trvalé základny na Měsíci. Na stavbu takových základen bude muset být použit pružný materiál, který dokáže absorbovat délkovou teplotní roztažnost, která bude při střídání dne a noci na Měsíci vznikat. Zároveň by bylo

dobré, aby použitý materiál měl malý součinitel délkové teplotní roztažnosti. Pokud by materiál nebyl dostatečně pružný nebo součinitel délkové teplotní roztažnosti byl příliš velký, mohly by se stavby z tohoto materiálu postavené zřítit.



Obr. 43



Obr. 44

Rotací Měsíce je určena osa rotace a rovník, přičemž skon měsíčního rovníku k rovině trajektorie Měsíce je $6° 41'$. Měsíc se během své rotace a oběhu kolem Země kývá. Tento jev se nazývá **librace** a na základě librace lze ze Země vidět i část odvrácené polokoule Měsíce. Librace

může být:

1. fyzická librace - je dána tím, že Měsíc nemá přesně kulový tvar;
2. optická librace- tu je možné dále rozdělit na libraci:

a) v délce - je způsobena pohybem Měsíce kolem Země po elipse. V důsledku 2. Keplerova zákona není velikost rychlosti oběhu Měsíce stálá, ale je stálá perioda jeho rotace. Tak lze vidět ze Země i část odvrácené polokoule (viz obr. 43).

b) v šířce - vzniká v důsledku toho, že osa Měsíce není kolmá na rovinu jeho oběžné dráhy (viz obr. 44).

3. paralaktická librace - vzniká pohybem stanoviště pozorovatele na rotující Zemi vůči Měsíci.

Vlivem uvedených druhů librací je možné ze Země vidět až 59 % povrchu Měsíce.

8.2.6.4 | Fáze Měsíce

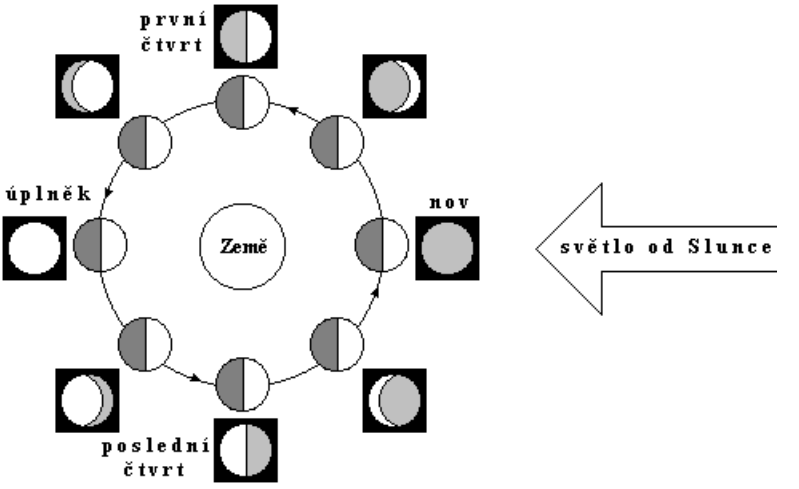
Již lovci mladší doby kamenné si více než před dvaceti tisíci lety všímali našeho nejbližšího vesmírného souseda. Opakující se proměny jeho vzhledu jim umožnily měřit čas a předpovídat přírodní jevy, na nichž byli existenčně závislí.

Občas je vidět z Měsíce úzký srpek ve tvaru písmene

D na večerní obloze. Jindy, v ranních hodinách, bude mít naopak tvar písmene *C*. Nepřehlédnutelný je jeho stříbrný kotouč, jenž bude na obloze zářit po celou noc a v jehož světle se ztratí většina slabých hvězd. I když stejný, má Měsíc mnoho různých tváří. Odborně astronomové říkají, že Měsíc mění **fáze**. Fáze Měsíce udávají i některé kalendáře. Celý tento úchvatný životní cyklus měsíčních proměn se nazývá **lunace** a trvá jeden synodický měsíc.

Fáze Měsíce jsou tedy podoby Měsíce, které se vystřídají během jednoho synodického měsíce a které vznikají změnou úhlu dopadajících světelných paprsků ze Slunce.

Od 17. ledna 1923 se začaly lunace pro zlepšení orientace označovat pořadovými čísly. Tak například je známo, že první snímky odvrácené strany, které pořídila sonda *Luna 3* pocházejí z lunace č. 455, Neil Armstrong vystoupil na povrch Měsíce při lunaci č. 576, problémy s *Apollem 13* se odehrály při lunaci č. 585, sonda *Clementine* začala zkoumat našeho souseda v lunaci č. 879 a slavný astronom a geolog Eugene Shoemaker byl pohřben sondou *Lunar Prospecotr* v lunaci č. 947, která byla zakončena posledním úplným zatměním Slunce dvacátého století 11. srpna 1999.



Obr. 45

Fáze Měsíce jsou čtyři:

1. nov - začíná celý „životní“ cyklus Měsíce. Měsíc se v té době nachází přibližně mezi Zemí a Sluncem. Osvětlena je jeho odvrácená strana, při pohledu ze Země je tedy neviditelný. V této fázi není Měsíc příliš vidět, neboť je pozorována jednak jeho temná polovina a jednak se nachází na denní obloze poblíž Slunce. Už pár dní po novu je možno spatřit jeho uzoulinký srpek nízko nad západním obzorem. V této době lze spatřit slabý svit i na neosvětlené straně měsíčního disku - tzv. popelavý svit. Již Leonardo da

Vinci věděl, že jde o sluneční světlo odražené Zemí.

2. první čtvrt - srpek ztloustl, Měsíc se na své dráze posunuje doleva a Slunce tak ozáří pravý okraj přivrácené polokoule. Každý večer je možné sledovat, jak se na nebi zvětšuje a vzdaluje od Slunce. Za sedm dní má podobu písmene *D* - je v první čtvrti (Měsíc „dorůstá“). Tzn., že Měsíc je ve čtvrtině své trajektorie kolem Země. Nastává zároveň jedna z nejlepších příležitostí prohlédnout si Měsíc v dalekohledu. Na rozhraní světla a tmy se totiž nacházejí útvary poblíž středu měsíčního disku, které nejsou zkresleny šikmým pohledem. Krátery jsou tedy krásně kruhové a lze pozorovat přímo jejich vnitřek.
3. úplněk - zhruba po 15 dnech Měsíc „dorostl“ do úplňku. V ten okamžik je osvětlená celá polokoule přivrácená k Zemi. Úplňkový Měsíc zpravidla vychází hned po západu Slunce a rychle zalévá okolní krajinu svým modravým světlem. Zvláště v zimě, kdy se oslnivě bílý kotouč Měsíce nachází vysoko nad obzorem. Jeho svit ale bohužel totálně přezáří slabší objekty na obloze. Úplněk tedy opěvují básníci, milenci, vodníci, ale určitě ne astronomové.
4. poslední čtvrt - Měsíc má podobu písmene

C (Měsíc „couvá“). Vychází po půlnoci nad východním obzorem a na jeho povrchu vyniká většina povrchových útvarů, které lze (stejně jako v první čtvrti) pozorovat.

Poznámka: Terminologicky se skutečně používá název čtvrt a na čtvrť.

Vznik jednotlivých fázích je znázorněn na obr. 45, kde je zobrazen Měsíc v 8 polohách na své oběžné trajektorii kolem Země. Jak vypadá Měsíc v dané poloze na noční obloze, ukazují čtvercové výřezy.

8.2.6.5 | Povrch Měsíce

Vzhledem k malé velikosti gravitačního zrychlení na povrchu Měsíce nemá Měsíc atmosféru a nikdy neměl vodní obal. Stopy jakéhokoliv života na něm nebyly při přímém průzkumu zjištěny. Absence atmosféry a vody znamená, že na jeho povrchu nedochází k větrné ani vodní erozi, ale pouze k erozi meteorické. Změny povrchu jsou poznamenány i mohutnými otřesy při dopadech větších těles (tzv. **impakty**) a při vulkanické činnosti.

Meteorická eroze je na Měsíci výrazná proto, že Měsíc nemá atmosféru, v níž by se případný objekt letící na Měsíc mohl alespoň částečně vlivem odporových sil zbrzdit.

Měsíční povrch tvoří dva základní typy útvarů:

1. **<u>měsíční pevniny</u>** - jsou staré asi 4.10^9 let a při pohledu ze Země se jeví světlejší. Je to tím, že se skládají z anortozitů - hornin, které jsou bohaté na živec.
2. **<u>měsíční moře</u>** - jedná o smluvený název, který pochází z dob prvního pozorování Měsíce Galileo Galileiem, který se mylně domníval, že se jedná o vodou vyplněná moře. Měsíční moře ale nemají s vodou nic společného. Jsou staré řádově $3,5.10^9$ let (jsou tedy mladší než měsíční pevniny). Jedná o temnější kruhovité útvary zalité dávno ztuhlou lávou. Jejich vznik se vysvětluje dopady větších těles, které vyvolaly silnou vulkanickou činnost.

Pevniny obsahují množství **kráterů**, zatímco moře jsou hladší. Krátery se vytvořily při dopadech menších těles. Při dopadu typického tělesa o hmotnosti několika milionů tun, které se pohybuje rychlostí několika kilometrů za sekundu, se uvolní velké množství energie, která má původ v kinetické energii tělesa. Tato uvolněná energie stačí k tomu, aby se všechna hmota tělesa okamžitě vypařila a způsobila obrovský výbuch, po kterém zůstane kruhový kráter.

Po výbuchu se hmota dopadajícího tělesa prakticky vypaří a do okolí kráteru je vyvrženo mnoho materiálu

Měsíce. Tato vyvržená látka je světlejší, než tenká povrchová vrstva Měsíce, a proto stopy po ní je vidět jako zvláštní světlé „paprsky“, které nápadně vycházejí z některých velkých kráterů. V současné době jsou už vidět jen u mladších kráterů z doby poslední miliardy roků. U starších kráterů už tyto „paprsky“ opět ztmavly, protože na ně dopadaly částice slunečního větru, drobné meteority i tmavý prach z měsíčního povrchu v okolí, který takové drobné meteority vyvrhly.

Krátery mají nejrůznější velikost. Existují též **mikrokrátery** - jamky o průměru zlomku milimetrů.

Horninami měsíčních moří jsou hlavně čediče, které obsahují olivíny, pyroxeny, plagioklas, ... Měsíční moře vznikla nadvakrát: nejprve dopadem velké planetky vznikla rozsáhlá pánev a později, po stovkách milionů let, byla tato pánev zalita tenkou vrstvou lávy, která ztuhla v čedič. Vzhledem k tomu, že moře jsou daleko větší než krátery (typický rozměr moří je až 1000 km), musely i planetky, které je svým dopadem vytvořily, být poměrně velké. Na základě výpočtů se ukazuje, že průměry takových planetek musely být řádově 100 km.

Po vytvoření moří bylo už ve Sluneční soustavě méně těles, která dopadala na povrch planet a měsíců a tvořila tam krátery. Proto jsou měsíční moře daleko hladší než zbytek měsíčního povrchu. Moře se vyskytují převážně na přivrácené polokouli Měsíce, což zatím není uspokojivě vysvětleno.

Na měsíčním povrchu se vyskytují též **zálivy**, **bažiny**

a **oceány**. Dále je možné nalézt **pánve** - rozsáhlé propadliny s několika obvodovými valy a radiálními prasklinami. Jedná se patrně o vývojové fáze moří, které vznikly velkým impaktem. **Brázdy** jsou příkopy hluboké až několik set metrů o délce několika stovek kilometrů. **Pohoří** na Měsíci jsou vlastně valy moří a výškové rozdíly jednotlivých útvarů dosahují až několika kilometrů.

Měsíční krátery jsou pojmenovány podle významných vědců: Koperník, Plato, Tycho, ..., jména pohoří podle pozemských: Alpy, Apeniny, Kavkaz, ... a názvy moří jsou romantické: Moře dešťů, Oceán bouří, Duhový záliv, ...

Z existence moří zalitých lávou vyplývá, že na Měsíci musela probíhat **sopečná činnost**. Teplo, které bylo třeba k roztavení měsíčního nitra, procházelo zčásti z rozpadu radioaktivních jader, z vnitřního slapového tření vyvolaného slapovými silami blízké Země a také tepla uvolněného při dopadech planetek.

Na povrchu Měsíce bylo popsáno a nalezeno zhruba 100 nerostů, zatímco na Zemi jich známe přes 2000.

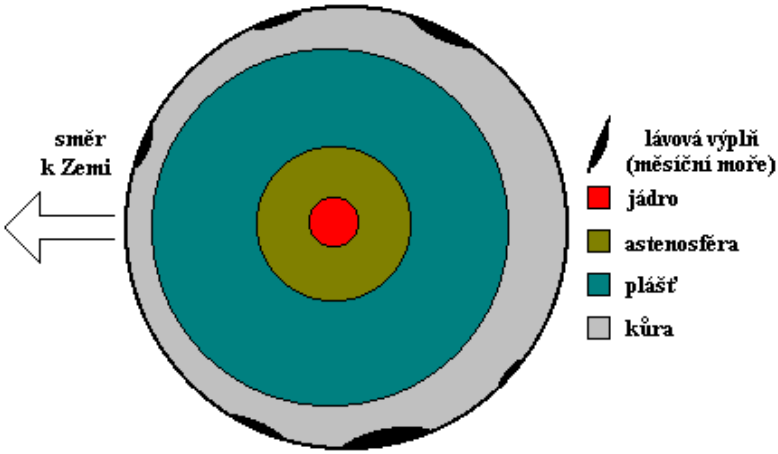
8.2.6.6 | Nitro Měsíce

Nitro Měsíce je studováno pomocí měsíčních zemětřeseních, až už přírodních či umělých

> Umělé zemětřesní na Měsíci je vyvoláno např. dopadem planetky, meteoritu, ...

Seismická činnost je ale řádově 10^{9} až 10^{10} krát slabší

než pozemská, ale zato trvá déle, než se zemětřesení utlumí. Stavba měsíčního nitra je znázorněna na obr. 46.



Obr. 46

Uvnitř Měsíce je jádro, které zatím není příliš detailně prozkoumáno, nicméně se předpokládá, že je kovové. Je obklopeno astenosférou, která je tvořena částečně roztavenými horninami. Astenosféra sahá do vzdálenosti asi 700 km od středu Měsíce. Další vrstvou je plášť, v němž se pravděpodobně nacházejí centra měsíčních zemětřesení. Je tvořen chladným pevným čedičem a křemičitany. Následuje kůra, která je na přivrácené polokouli Měsíce tenčí. Je také tvořena křemičitany a spolu s pláštěm tvoří litosféru Měsíce.

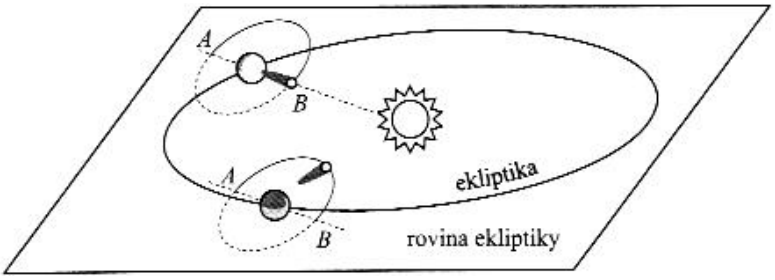
Nejsvrchnější část kůru tvoří tzv. **regolit** - měsíční

půda. Jedná se o drť jemnozrnného materiálu až hrubozrnného materiálu s rozměry od $1\,\mu m$ až po balvany s rozměry desítek metrů. Obsahuje též úlomky hornin, jednotlivých minerálů, přírodní sklo vzniklé při impaktech i samotný meteoritický materiál. Tloušťka regolitu se pohybuje od 2 m do 20 m. Také vrstva regolitu je na přivrácené polokouli slabší než na odvrácené.

Slabší vrstva měsíční kůry a regolitu na přivrácené polokouli Měsíce je způsobena gravitačními silami a slapovými silami, kterými na Měsíc působí Země a Slunce.

8.2.7 | Zatmění Slunce a Měsíce

Zatmění Slunce a zatmění Měsíce nastávají, když Slunce, Země a Měsíc leží na jedné přímce. Kdyby Měsíc obíhal kolem Země ve stejné rovině, ve které obíhá Země kolem Slunce (tj. v rovině ekliptiky), nastávalo by zatmění Měsíce o každém úplňku a zatmění Slunce o každém novu.



Obr. 47

Ve skutečnosti však tyto dvě roviny svírají úhel o velikosti přibližně $5°$ a jejich průsečnice se nazývá **uzlová přímka**, která spojuje oba uzly měsíční dráhy (body *A* a *B* na obr. 47). Zatmění nastává, je-li Slunce blízko uzlové přímky.

Situace znázorněná na obr. 47 nastává v průměru dvakrát ročně a trvá vždy asi 30 dní. Během těchto 30 dní nastane nejméně jednou zatmění Slunce (ale mohou být i dvě ve dvou po sobě jdoucích novech). Při úplňku pak může nastat i jedno zatmění Měsíce. Po necelém půlroce, během kterého nejsou žádná zatmění, se situace opět opakuje. Každý rok jsou tedy alespoň dvě zatmění Slunce.

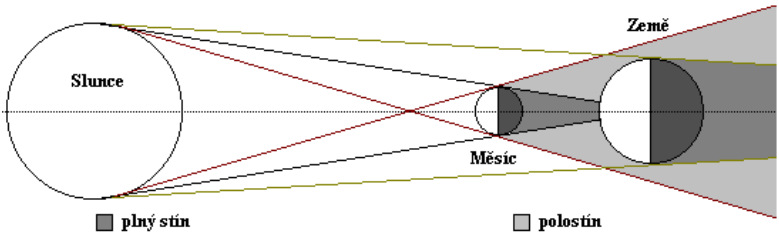
Zatmění Slunce a zatmění Měsíce jsou možná díky náhodné shodě zdánlivých průměrů Slunce i Měsíce, které činí zhruba $30'$. Velikost tohoto úhlového průměru závisí také na vzájemné poloze Země a Měsíce na svých oběžných drahách. Jinak by totiž nebylo možné pozorovat např. prstencové zatmění Slunce.

Úhlový průměr nějakého tělesa lze snadno zjistit jednoduchým měřením: podíváme se na dané těleso jedním okem a namíříme k tomuto tělesu rozevřené prsty jedné ruky (ukazováček a prostředníček) nebo např. rozevřené kružítko. Rozevřenými prsty resp. rameny kružítka „obemkneme“ těleso v tom jeho místě, v němž chceme měřit úhlový průměr, a změříme úhel mezi rozevřenými prsty resp. rameny kružítka. Je zřejmé, že úhlový průměr daného tělesa závisí na vzdálenosti, z níž měření provádíme.

8.2.7.1 | Zatmění Slunce

Zatmění Slunce je astronomický úkaz, který nastává, je-li sluneční kotouč zakryt kotoučem Měsíce. Měsíc přitom postupuje přes sluneční kotouč od západu k východu. Rozhodující je vzájemná poloha Slunce, Měsíce a Země. Slunce osvětluje svým světlem jak Zemi, tak Měsíc, a obě tato tělesa vrhají do vesmírného prostoru stíny ve tvaru kuželů. Kužel, ohraničený vnějšími tečnami Slunce a Měsíce (viz obr. 48, který není nakreslen ve správném měřítku), vymezuje oblast plného stínu, v němž je Slunce zakryto Měsícem úplně a kde je pozorovatelné **úplné zatmění Slunce**. Na zemském povrchu má měsíční plný stín průměr nejvýše 270 km a vlivem oběhu Měsíce kolem Země a vlivem rotace Země kolem své osy se posouvá k východu rychlostí přibližně $1\,\mathrm{km.s^{-1}}$. Na Zemi tak vzniká

pás totality (široký právě 270 km), kde je postupně úplné zatmění Slunce pozorovatelné. Ve středu pásu totality trvá úplné zatmění Slunce maximálně asi dvě minuty.



Obr. 48

Kužel ohraničený vnitřními tečnami Slunce a Měsíce vymezuje oblast **polostínu** (viz obr. 48). V této oblasti je Slunce zakryto Měsícem částečně a ze Země je pozorováno **částečné zatmění Slunce**.

Nachází-li se Měsíc dále od Země (tj. Měsíc je v okolí apogea své trajektorie kolem Země) a Země blíže ke Slunci (tj. nachází se v okolí perihelia své trajektorie kolem Slunce), nestačí měsíční kotouč zakrýt celé Slunce. Měsíční plný stín nedosahuje až k Zemi a pozorovatel na zemském povrchu vidí **prstencové zatmění Slunce**, při němž má Slunce vzhled zářivého prstenu.

Trajektorie Měsíce protíná zdánlivou dráhu Slunce po obloze ve dvou bodech - v uzlech (sestupném uzlu a výstupném uzlu). Zatmění Slunce nastane za při měsíčním novu, ale jen tehdy, setká-li se Slunce s Měsícem v jednom z uzlů nebo v jeho blízkosti. Poloha uzlů se

s časem mění, neboť se mění i trajektorie Měsíce. Uzly se posouvají k západu a Měsíc k jednomu z nich přichází vždy jednou za drakonický měsíc. Se Sluncem se setkává jednou za synodický měsíc. Setkání Slunce s Měsícem v uzlu měsíční trajektorie (nebo v jeho blízkosti) se tedy uskuteční jen v případě, že přirozený násobek drakonického měsíce bude roven přirozenému násobku synodického měsíce. Nejnižší násobek obou uvedených období je 18 let 10 dní 7 h 43 min resp. 18 let 11 dní 7 h 43 min. Tato perioda, s níž se zatmění Slunce opakuje, se nazývá **saros**.

Skutečnost, zda v je periodě saros 10 dní nebo 11 dní závisí na počtu přestupných let během uvedeného období.

Perioda **saros** obsahuje 242 period drakonického měsíce a 223 period synodického měsíce. V periodě saros vznikají postupně zatmění, která jsou vůči sobě posunutá asi o $120°$ zeměpisné délky směrem na západ a poněkud severněji oproti předchozímu zatmění. Tak vytvářejí sérii saros, která začíná částečným zatměním u jižního pólu, vrcholí úplným zatměním u rovníku a končí opět částečným zatměním u severního pólu. Série saros trvá zhruba 1300 let a v jejím průběhu nastává 70 zatmění (41 zatmění Slunce a 29 zatmění Měsíce). Těchto sérií saros probíhá současně více najednou a prolínají se. Každá z nich má své pořadové číslo.

Za jedno století nastává průměrně 238 zatmění Slunce

a 154 zatmění Měsíce. Zatmění Slunce jsou viditelná z malé části zemského povrchu, zatímco zatmění Měsíce lze spatřit z celé poloviny zemského povrchu a to z té poloviny, která má Měsíc právě nad obzorem. Z periodicity zatmění vyplývá, že do roka může na celém zemském povrchu nastat maximálně 7 zatmění (z toho 4 až 5 zatmění Slunce), minimálně pak 2 zatmění, která jsou obě sluneční.

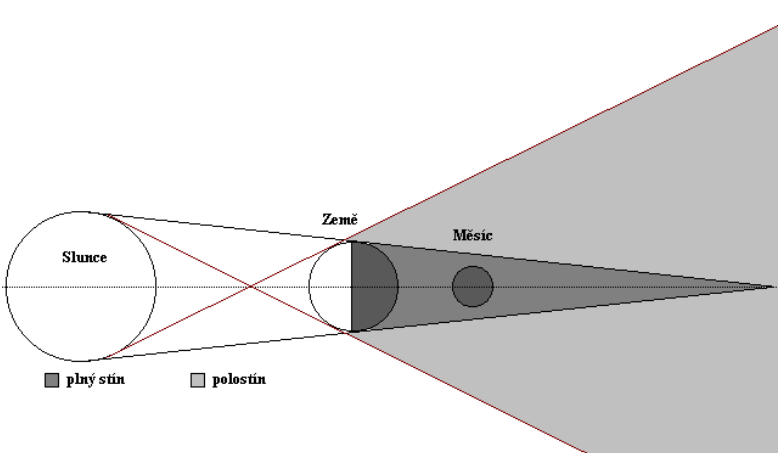
Poslední úplné zatmění Slunce viditelné z Prahy nastalo 12. 5. 1706, příští bude 7. 10. 2135.

Během úplného zatmění Slunce je viditelná zejména sluneční koróna, ale i chromosféra. Jsou také pozorovatelná okolní nebeská tělesa, která jsou jinak přezářena světlem Slunce. Úplné zatmění Slunce má značný vědecký význam, neboť je to jedna z málo možností pozorovat právě korónu, která jindy není vidět. Vlivem nerovností měsíčního kotouče jsou při úplném zatmění Slunce vidět tzv. Brailyho perly, koróna, která „probleskuje“ nerovnostmi měsíčního kotouče.

8.2.7.2 | Zatmění Měsíce

Zatmění Měsíce je astronomický úkaz, při němž vstupuje Měsíc do stínu vrženého Zemí (viz obr. 49, který nakreslen ve správném měřítku). Stejně jako při zatmění Slunce i při zatmění Měsíce se rozlišuje vznik **polostínu** (ohraničen vnitřními tečnami Slunce a Země) a vznik

plného stínu, který je vymezen vnějšími tečnami Slunce a Země.



Obr. 49

Při zatmění Měsíce musí být Měsíc naproti Slunci, tedy v úplňku, a zároveň poblíž jednoho z uzlů své trajektorie. Vstoupí-li Měsíc do polostínu Země, nastává **polostínové zatmění Měsíce**. To se projeví téměř nepostřehnutelným poklesem jasnosti měsíčního kotouče. Proto se také někdy mezi zatmění Měsíce tento případ nepočítá. Průměr plného zemského stínu je ve vzdálenosti Měsíce téměř třikrát větší než průměr Měsíce, který se proto do něho může celý vnořit (na rozdíl od Země, která se při zatmění Slunce

nevnoří celá ani do měsíčního polostínu). Ponoří-li se Měsíc během zatmění do plného stínu Země celý, nastává **úplné zatmění Měsíce**. Pokud se do plného stínu Země ponoří jen částečně, nastává **částečné zatmění Měsíce**. Během zatmění Měsíce Měsíc obvykle z oblohy nezmizí, protože zemský plný stín není zcela temný. Vniká do něho hodně slunečního světla (hlavně červeného) vlivem rozptylu světla a lomu světla v zemské atmosféře. Kvalita zemského stínu tedy velmi podstatně závisí na počasí a má vliv i na zabarvení Měsíce při zatmění od jasně oranžové po temně hnědočervené.

Kvalita zemského stínu a barva Měsíce, když je v plném stínu Země, závisí na počasí proto, že změnou počasí (oblačnost, teplota vzduchu, tlak vzduchu, ...) se mění fyzikální vlastnosti (zejména index lomu) atmosféry Země, kterou zbytkové světlo dopadající na Měsíc prochází.

Zatmění Měsíce není vědecky tak významné jako zatmění Slunce.

8.2.8 | Mars

8.2.8.1 | Základní charakteristika

Marsu

Nejvíce informací o Marsu přinesly sondy *Viking* a *Mariner 9*. Jméno podle římského boha války dostala tato planeta podle svého „krvavého“ zabarvení, které je způsobeno velkým množstvím Fe_2O_3 v jeho půdě. Mars lze jako jedinou planetu pozorovat ze Země dalekohledem, protože je relativně blízko a navíc povrch Marsu není zahalen oblaky.

Planeta má zhruba poloviční průměr než Země, hmotnost odpovídající přibližně desetině hmotnosti Země a obíhá kolem Slunce ve vzdálenosti asi o polovinu větší než Země. Jde tedy o vnější planetu, kterou je možné pozorovat (na rozdíl od Merkura či Venuše) i o půlnoci.

Mars se pohybuje po trajektorii s velkou výstředností a nejvíce se může k Zemi přiblížit při zářijových opozicích se Sluncem. Sklon jeho rotační osy je velmi podobný jako u Země, což umožňuje střídání ročních období jako na Zemi. Severní světový pól Marsu leží v blízkosti hvězdy Deneb. Rotace planety je přímá jako u Země, tj. Mars rotuje v kladném smyslu.

Přes řadu rozdílů je Zemi nejpodobnější - dobou rotace, sklonem osy, střídáním ročních období, ..., což je patrně jeden z důvodů, proč autoři vědecko-fantastické literatury umisťují na Mars budoucí civilizace lidstva.

8.2.8.2 | Povrch Marsu

Útvary povrchu Marsu, které lze pozorovat ze Země, se nazývají **albedové útvary**. Jedná se o temnější plochy a světlejší oblasti, z nichž nelze usoudit na terénní typy. Při detailnějším pohledu (např. z oběžných drah sond) se albedové útvary neprojeví a je vidět zřetelně terén. Proto mají albedové útvary a terénní útvary samostatný systém pojmenování: názvosloví albedových útvarů vzniklo v 19. století a vychází z klasické geografie a mytologie, zatímco terénní útvary jsou pojmenované podle slavných vědců a cestovatelů.

Povrch Marsu je většinou rovný a pokrytý mnoha velkými i malými kameny.

Na většině jižní polokoule se prostírá **plošina** s **kráter**y a povrch se zde podobá povrchu Měsíce. Krátery jsou ale plošší a je jich méně než na Měsíci. V atmosféře Marsu, přestože je řídká, vanou často silné a prudké větry a zuří prachové bouře, které krátery a celý povrch planety rozrušují. Nemalou měrou se na této činnosti podílí i mráz. Vznik kráterů pochází z bombardování planety planetkami nebo z vlastní vulkanické činnosti. Plošinu přerušují občas **pánve**, které jsou lemovány horskými oblastmi.

Severní polokoule je převážně rovinatá, z níž místy vystupují vulkanické kužely typově shodné s pozemskými štítovými sopkami (největší je Olympus Mons, jejíž základna má průměr 550 km, vrchol ve výšce 26 km nad

okolním terénem a na něm kráter o průměru 72 km). Významným údolním systémem je Valles Marineris s dalšími přilehlými údolími o délce téměř 5000 km, který leží poblíž rovníku a patrně vznikl tektonickými procesy v kůře.

V okolí pólů lze nalézt usazeniny zmrzlé vody a CO_2 (tzv. **polární čepičky** tloušťky několika milimetrů) a řadu útvarů vzniklých působením mrazu. Na několika místech se nacházejí vyschlá koryta vodních toků, která naznačují existenci vody v tekutém stavu. Současná atmosféra ale dovoluje pouze existenci vodní páry a ledu. Přítomnost vody v tekutém stavu a existence husté atmosféry (která existenci tekuté vody umožnila) svědčí o silné vulkanické činnosti v minulosti, která později velmi zeslábla. Značné množství vody, která kdysi proudila mohutnými koryty, se mohla z části zachovat pod povrchem Marsu.

Půda Marsu se skládá z kyslíku, křemíku, železa, hliníku, vápníku, draslíku a dalších prvků.

8.2.8.3 | Nitro Marsu

Průměrná hustota Marsu odpovídá převládajícím čedičům a je o něco vyšší než hustota Měsíce. Kůra je 5krát silnější než kůra zemská a pod ní je plášť převážně ze silikátů. Jádro planety je ze železa a sulfidů železa. Z toho lze usoudit, že planeta prošla stadiem přetavení jako Merkur, Venuše a Země.

Magnetické pole Marsu je asi 1000krát slabší než magnetické pole Země.

8.2.8.4 | Atmosféra Marsu

Atmosféra Marsu je řídká (na povrchu planety je tlak asi 700 Pa) a skládá se z 95 % CO_2, 3 % N_2, dále argonu, kyslíku a vodní páry. Často se také v atmosféře Marsu vyskytuje velké množství prachu, který je zvedán prudkými větry (dosahujícími rychlosti o velikosti až $130\,m\,s^{-1}$. Oblačnost je tvořena ledovými krystalky, některá mračna také krystalky z tuhého CO_2. Teplota na povrchu jen výjimečně vystoupí nad hodnotu $0\,°C$; v místech přistání kosmických sond se průměrná teplota pohybovala kolem $-35\,°C$.

8.2.8.5 | Život na Marsu

Život na Marsu byl hledán pomocí kosmických sond, která přistály na jeho povrchu a které prováděly příslušné výzkumy a rozbory půdy. Výsledky jsou zatím negativní, ale aparatury nemohly nalézt mikroorganismy, jejichž koncentrace by byla nižší než 10^6 v 1 gramu půdy. Výskyt větších organismů je nepravděpodobný.

8.2.8.6 | Měsíce Marsu

Kolem planety obíhají dva měsíce Phobos a Deimos nepravidelného tvaru. Phobos má průměr asi 25 km a Deimos asi 12 km. Oba měsíce jsou tělesa stejného druhu jako planetky a jsou pokryté krátery od srážek s menšími tělesy a zajímavým systémem mělkých brázd. Mars je pravděpodobně zachytil ještě v době, kdy vznikal ze shluku prachu. Jen tak lze totiž vysvětlit, že se oba měsíce vlivem gravitačního působení zbrzdily natolik, že u Marsu zůstaly.

8.2.9 | Jupiter

Jupiter byl studován sondami *Pioneer 10 a 11*, *Voyager 1 a 2*, *Galileo*, ... Jupiter je první planetou, která patří mezi tzv. velké planety (planety typu Jupitera), které se liší od planet zemského typu.

Během svého vývoje byl Jupiter patrně skalnatým tělesem několikanásobně většího průměru než Země. Na konci stadia akrece (spojování menších částic do většího celku) vznikla primární atmosféra zachycením plynu z okolní oblasti sluneční mlhoviny a odplyněním skalnatého centrálního tělesa. Zároveň proběhlo relativně rychlé smrštění. Značná produkce energie se projevila na soustavě Jupiterových satelitů: bližší mají vyšší hustotu, zatímco vzdálenější mají hustotu nižší.

Bližší Jupiterovy měsíce mají vyšší hustotu proto, že vlivem gravitačního působení Jupitera přišly na začátku svého vývoje o těkavé plynné látky.

8.2.9.1 | Atmosféra Jupitera

Jupiterova atmosféra, kterou z celé planety vidíme přímo, je tvořena vodíkem a heliem s příměsí čpavku a metanu. Její oblačnost je uspořádána do charakteristických pruhů. Světlá pásma lze pozorovat v místech hojné oblačnosti v oblastech výstupných vertikálních proudů. Temná pásma pak lze vidět v oblastech menší oblačnosti nebo tam, kde oblačnost zcela chybí a je možno vidět do větších hloubek atmosféry. Pásová struktura nezávisí na pravděpodobně na záření Slunce, ale spíše na vnitřní energii, neboť i v okolí pólů je bohatá. Oblasti kolem rovníku mají kratší periodu rotace, oblasti středních planetografických šířek rotují pomaleji.

Pokud by byla úhlová rychlost rotace planety ve všech jejích místech stejná, pak je jasné, že oblasti v okolí rovníku budou rotovat rychleji (větší rychlostí), zatímco oblasti v okolí pólu pomaleji. Rovník má delší obvod než polární oblast a proto musí rovník za stejnou dobu urazit větší úsek dráhy než oblast v okolí pólu.

Jupiter ale je velmi různorodé těleso (má pevné jádro a plynnou výraznou atmosféru), a proto nerotuje jako

jeden celek. Úhlová rychlost otáčení proto není pro všechny části planety stejná.

Dále je možné pozorovat systém horizontálního proudění, které je místy turbulentní (hlavně na styku světlých a temných pásem). Proudy, které se vyskytují v hlubších vrstvách atmosféry a které jsou patrně pro celou atmosféru důležitější, zatím nejsou příliš prozkoumány. Perioda rotace odvozená z radiových pozorování se liší od dvou zmíněných period (perioda rotace na rovníku a perioda rotace oblastí v okolí pólu) a je charakteristická právě pro hlubší oblasti atmosféry.

8.2.9.2 | Útvary v atmosféře Jupitera

Na jižní polokouli (mezi jižním mírným pásem a jižním rovníkovým pásem) se nachází tzv. **Rudá skvrna** (*GRS*: *Great Red Spot*), která má charakter anticyklony. Pozoruje se od roku 1878, přestože se podobné tvary na mapkách objevovaly již v 17. století. GRS je pozoruhodná svou dlouhou životností. Oblačné hmoty proudí kolem skvrny, část z nich je strhávána dovnitř, kde krouží až v deseti okruzích s periodou oběhu 6 dní. Je to nejchladnější místo na Jupiteru.

Z ohraničených útvarů jsou dále vidět tzv. **bílé ovály** s životností desítek roků. Proudění pozorovaná v těchto bílých oválech mají také anticyklonální charakter. Typově jsou příbuzné s GRS.

Temné oválné skvrny jsou oblačné deprese v horní vrstvě oblačnosti, které umožňují pohled do hlubších částí atmosféry. Mají nejvyšší teplotu z pozorovaných útvarů.

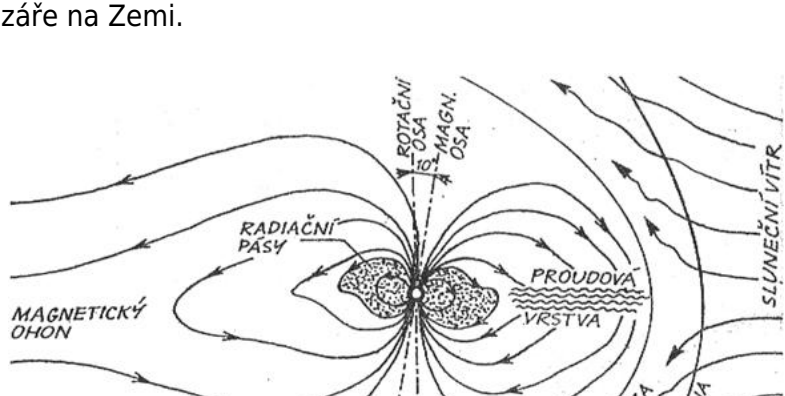
8.2.9.3 | Nitro Jupitera

Stavba nitra Jupitera je známa jen na základě teoretických modelů. Existence kamenného jádra vyplývá z rotačně dynamických parametrů planety. Z dalších vrstev se předpokládá vrstva plynno-kapalného molekulárního vodíku a helia pod atmosférou a ještě hlouběji oblast kapalného metalického vodíku s heliem, která obklopuje jádro a představuje zhruba polovinu objemu planety. Chování směsi vodíku a helia při teplotách tisíců kelvinů a tlacích blízkých $10^{13}\,\mathrm{Pa}$, které panují v nitru Jupitera, zatím není detailně prozkoumáno.

8.2.9.4 | Magnetosféra Jupitera

Magnetosféra Jupiteru je velmi rozsáhlá (viz obr. 50). Její osa svírá s rotační osou úhel $10°$ a je ve srovnání se zemskou magnetosférou (zemským magnetickým polem) polarizována opačně. Vnitřní magnetosféra do vzdálenosti pěti poloměrů Jupitera rotuje spolu s planetou, což znamená, že částice na obvodu této oblasti dosahují velkých rychlostí. Analogicky jako u Země se i u Jupitera směrem ke Slunci vytváří rázová vlna a magnetopauza

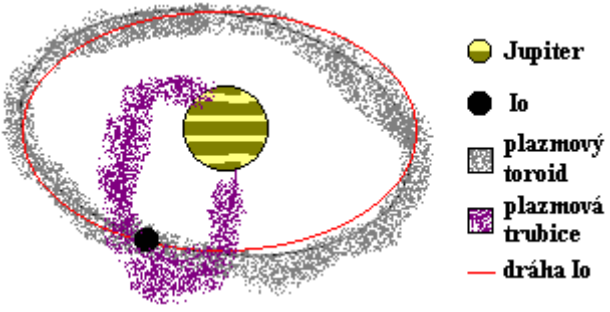
(sahající až do vzdálenosti 6.10^6 km), opačným směrem pak magnetické pole zasahuje až do vzdálenosti přes 10^8 km od Jupitera. V plazmě magnetosféry je kromě jader vodíku a elektronů též uhlík, síra a kyslík. Převažují těžší prvky a plazma má teplotu 10^5 K. Na noční straně jsou pozorovány polární záře, které jsou jasnější než polární záře na Zemi.



Obr. 50

Měsíc Io je jedním z měsíců Jupitera, který se pohybuje magnetosférou a přitom je spojen s Jupiterem **plazmovou trubicí**. Touto trubicí prochází proud 5.10^6 A při napětí 4.10^5 V. Poblíž trajektorie měsíce Io, s mírným sklonem

vzhledem k ní, je **plazmový toroid** s ionty vodíku a síry (viz obr. 51). Jedná o pravděpodobně o molekuly unikající z měsíce, které byly ionizovány v magnetosféře. Do uvedeného toroidu přitékají (hlavně z Io) asi 2 tuny hmoty za čas 1 s.



Obr. 51

8.2.9.5 | Prstenec Jupitera

Jupitera obklopuje prstenec, který je ale mnohem méně nápadný než prstenec kolem planety Saturn. Jupiterův prstenec lze pozorovat pouze z meziplanetárních sond. Prstenec musí být neustále doplňován, jinak by vlivem plazmy a postupného pádu prašných částeček do atmosféry Jupitera přestal existovat. Zdrojem nových částic jsou patrně malé satelity, které ztrácejí částice vlivem úderů mikrometeoroidů.

8.2.9.6 | Měsíce Jupitera

Sondy, které prolétaly v blízkosti planety Jupiter, zaznamenaly nové měsíce - od roku 1982 je jich známo 16. Detailně se sledovaly tzv. **galileovské satelity**, které pozoroval již právě Galileo Galilei:

1. Io - má červenavý povrch. Na povrchu se nacházejí vulkanické krátery, některé dosud v činnosti. Povrch je pokryt sírou, jejíž zbarvení závisí na teplotě (od černé, přes červenou ke žluté). Explozivními erupcemi je část materiálu vyvrhována tak vysoko, že opouští gravitační pole satelitu. Vulkanická činnost je způsobena slapovými silami Jupitera, které vyvolávají v kůře satelitu až stometrové přílivové vlny. Pod kůrou je patrně plášť z tavených silikátů a pod ním jádro.
2. Europa - její povrch je velmi rovný, tvořený vodním ledem, který je protkán sítí brázd o délce několika tisíců kilometrů a šířce až 200 km. Jde patrně o trhliny v kůře, která je také celá ledová. Tečení ledu vyrovnalo kdysi vzniklé nerovnosti. Led totiž v minulosti neměl dostatečně nízkou teplotu, aby byl v pevném stavu. Pod ledovou kůrou je kamenné nitro.
3. Ganymed - je s průměrem 5262 km největší satelit Sluneční soustavy. Povrch je pokryt

temnými krátery průměru několika desítek kilometrů. Běžné jsou větší krátery, v nichž jsou soustředné menší. Tento typ kráterů vzniká impaktem na horninu s velkým obsahem ledu. Terén ukazuje, že geologický vývoj satelitu byl velmi složitý. Předpokládaná vnitřní stavba: kůra ze směsi ledu a horniny o mocnosti 70 km, pod ní vrstva tekuté vody nebo ledu a hlouběji kamenné nitro.

4. Kallisto - má značně homogenní povrch pokrytý rovnoměrně krátery zhruba stejných rozměrů (zhruba 30 km). Typické jsou pánve. Mocnost kůry je dvakrát větší než na Ganymedu. Detaily povrchu jsou mnohem starší než na ostatních satelitech. Kůra obsahuje led promísený s horninou, ve větší hloubce by mohla být i vrstva tekuté vody.

Hustota satelitů a albedo satelitů klesá s rostoucí vzdáleností satelitů od Jupitera.

8.2.10 | Saturn

Typově patří k velkým planetám a je velice podobný Jupiteru jak svými vlastnostmi, tak i vývojem. Je to planeta, která má nejnižší průměrnou hustotu ve Sluneční soustavě. Jeho poloměr je 60268 km.

8.2.10.1 | Atmosféra a vnitřní energie Saturnu

Pohyb atmosféry Saturna jako celku sahá nejméně 2000 km pod horní pozorovatelnou úroveň. V atmosféře se nacházejí útvary podobné Jupiterovým bílým oválům, ale mají menší rozměry. Jedná se o velké anticyklony rozměrů kolem 6000 km, velikost rychlosti pohybu na jejich obvodu se pohybuje kolem $100\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Silné zonální proudění probíhá kolem rovníku, které je zhruba 3krát rychlejší než stejné proudění na Jupiteru. Možnou příčinou vzniku těchto velmi rychlých pohybů atmosféry může být větší sklon rotační osy než u Jupitera. Další vysvětlení může poskytnout fakt, že vlastní energie Saturna má na planetu relativně větší vliv než vnitřní energie u Jupitera. Jeho vlastní produkce energie převyšuje totiž energii dodávanou ze Slunce zhruba dvakrát. Tato vnitřní energie se patrně neuvolňuje smršťováním Saturna, ale tím, že helium klesá ke středu planety. Struktura nitra není známa, vyskytuje se ale převážně vodík a helium, jádro je patrně skalnatý útvar velikosti Země.

8.2.10.2 | Prstence Saturnu

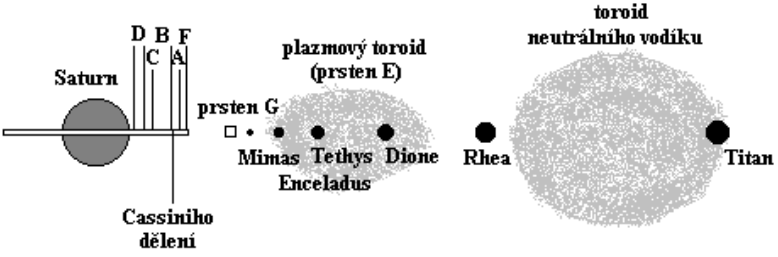
Kolem planety Saturn se pozorují výrazné prsteny, které se označují písmeny *A* až *G* a které jsou tvořeny drobnými tělesy obíhajícími na planetocentrických

trajektoriích.

To jsou trajektorie, jejichž středy leží uvnitř (v ideálním případě přímo v centru) planety Saturn.

Tělesa tvořící prstence jsou vlastně miniaturní satelity tvořené směsí ledu a hornin.

Plošná hustota prstenců je $60\,g.cm^{-2}$, velikosti vzájemné rychlosti částic v prstencích se neliší o více než $1\,mm.s^{-1}$, jejich tloušťka je menší než 200 m. Částice, které tvoří prstence, mají rozměry od $1\,\mu m$ do několika desítek metrů. Celková hmotnost prstenců je jen asi miliontina hmotnosti Saturna.



Obr. 52

Členění prstenů (viz obr. 52):

1. prsten *D* - sahá od oblačné vrstvy do vzdálenosti 1,2 poloměru Saturna od středu planety. Je tvořen částicemi o průměru několik mikrometrů, které jsou vychýleny patrně z jiných prstenců.

2. prsten *C* - leží ve vzdálenosti (1,21; 1,53) poloměru Saturna od jeho středu a je tvořen stovkami jednotlivých prstýnků, které jsou velmi excentrické. Jeho částice mají typický průměr 10 cm až 10 m.
3. prsten *B* - leží ve vzdálenosti (1,53; 1,95) poloměru Saturna od středu planety. Má jemnou a dosti chaotickou strukturu a jsou v něm pozorovatelné radiální pruhy, které jsou tvořené patrně malými unikajícími částicemi ovlivněnými elektromagnetickými silami nebo elektrostatickými silami. Radiální pruhy se pozorují poblíž míst, v nichž se doba oběhu blíží periodě rotace Saturna. Rozměr částic jsou v řádech jednoho metru.
4. Cassiniho dělení - leží ve vzdálenosti (1,95; 2,01) poloměru Saturna od jeho středu a odděluje prsteny *B* a *A*. Tato oblast obsahuje několik prstýnků a vznikla gravitačním působením satelitu Mimas, který je v dráhové rezonanci s vnitřním okrajem Cassiniho dělení (poměr oběžných dob je 2:1). Vlivem satelitu Mimas přešly částice prstenů z kruhových trajektorií na eliptické, což vedlo ke srážkám a přechodu částic do jiných prstenců.
5. prsten *A* - leží ve vzdálenosti

(2,01; 2,26) poloměru Saturna od středu planety s Enckeho dělením uvnitř a má na vnějším okraji větší satelit, který ohraničuje jeho rozsah. Částice, které mají tendenci se vzdálit od planety, jsou zachyceny právě uvedeným satelitem. Částice mají rozměry 5krát větší než částice v prstenu *C*.

6. prsten *F* - je velmi úzký a leží ve vzdálenosti 2,32 poloměru Saturnu od středu planety. Jeho rozsah omezuje z každé strany jeden Saturnův měsíc. Tyto měsíce svým gravitačním působením vracejí zpět částice, které by chtěly uniknout. Prsten má velmi nepravidelný vzhled a jemnou strukturu.
7. prsten *G* - se nachází ve vzdálenosti 2,82 poloměru Saturna od středu planety, je tenký, difúzní a mohl by vznikat gravitačními silami dosud neobjevených měsíců.
8. prsten *E* - sahá do vzdálenosti (3; 8) poloměru Saturna od středu planety (přes trajektorie satelitů Enceladus, Tethys a Dione). Je široký, difúzní a složený z částic průměru několika mikrometrů, které by mohly unikat z Encelada.

Prsteny existují u všech velkých planet, ale ty Saturnovy jsou nejvýznamnější. Souvisejí nepochybně s bohatými soustavami satelitů těchto planet. Nejsou stabilním útvarem, jejich uspořádání se velmi rychle (v

geologickém slova smyslu) mění. Částečně mohou vznikat rozpadem některého z četných malých satelitů, zčásti ze starších drobných těles, která se soustředila v určité oblasti gravitačním působením planet či větších satelitů. Jemná struktura těchto prstenců je dána složitými dráhovými rezonancemi s oběžnými dobami satelitů. Dynamika prstenů je obecně velmi komplikovaná.

Rovina prstenů se pravidelně natáčí vůči Zemi - v některých letech tedy jsou vidět prsteny ze Země naprosto jasně a krásně, jindy vidět nejsou, protože jejich roviny jsou natočeny rovnoběžně se směrem pohledu ze Země.

8.2.10.3 | Magnetosféra Saturnu

Magnetické pole Saturna je rozsáhlé a velikost magnetické indukce je srovnatelná s velikostí magnetické indukce zemského magnetického pole. V blízkosti planety je magnetické pole ovlivněno prstenci.

8.2.10.4 | Měsíce Saturnu

V roce 1995 bylo známo 20 satelitů planety Saturn a některé další byly známy pouze z jednoho záběru sondy *Voyager*. U těchto prstenců nemohla být tedy známa jejich trajektorie. Na řadu dalších se usuzuje nepřímo z jejich působení na prsteny. Větší satelity jsou tvořeny hlavně

ledem s příměsí hornin.

… jsou to tedy „velké špinavé ledové koule“.

Vzhledem ke značné vzdálenosti od Slunce, netekl po jejich vzniku nikdy led, takže na jejich povrchu se nacházejí značné nerovnosti. Krátery v jejich ledové kůře vznikly impaktně.

Nejznámější Saturnovy měsíce:

1. Mimas - má zhruba kulový tvar se značnými nerovnostmi;
2. Enceladus - má rekordní albedo: 1. Satelit je nápadně hladký, což znamená, že zde musí probíhat geologické procesy vzájemně vyrovnávající povrch. Díky meteorickým částicím je jeho materiál vyhazován z povrchu pryč, čímž se doplňuje prsten *E*.
3. Tethys - kráter *Odysseus* na jeho povrchu má průměr 450 km a je to největší známý impaktní kráter ve Sluneční soustavě s centrální horou.
4. Dione - má bílé pruhy na povrchu, které vznikly unikáním rozehřátých plynů z nitra satelitu.
5. Rhea
6. Titan - je jediný satelit Sluneční soustavy s hustou atmosférou tvořenou převážně dusíkem. Dusík je v mrazu kapalný, prší tedy na povrch, který má teplotu nad bodem varu

dusíku (93 K), a proto se dusík zase vypařuje zpět do atmosféry.

7. Hyperion - při rozměrech kolem 300 km má velmi nepravidelný tvar.
8. Japetus - má velmi rozdílná albeda polokoulí.

8.2.11 | Uran

Uran je první planeta, která byla objevena v historické době. Stalo se tak 13. března 1781 a o objev se zasloužil německý fyzik William Herschel. Planeta byla zaznamenána již několikrát před tímto datem, ale byla považována za hvězdu.

Uran rotuje velmi výjimečným způsobem. Jeho rotační osa téměř leží v rovině oběžné trajektorie - svírá s ní úhel jen 8°. Proto jsou ze Země vidět v některých letech jen rovníkové oblasti, jindy opět jen polární oblast severní nebo jižní.

V roce 1977 se při zákrytu hvězdy zjistilo, že Uran má dva prstence; poté byly objeveny další.

Je jako ostatní planety obklopen atmosférou, má stejnorodý vzhled s velmi nevýraznou pásovou strukturu a temnější oblastí kolem jižního pólu. V atmosféře převládá vodík, helium a krystalky tuhého metanu.

Pod atmosférou se očekává tekuté prostředí tvořené uhlíkem, dusíkem, kyslíkem a vodíkem. V plášti planety se předpokládá tekutá voda, jádro je pravděpodobně

z horniny.

Magnetické pole je významné, jeho magnetická indukce má velikost zhruba 50krát větší než je velikost magnetické indukce magnetického pole Země. Nad noční stranou Uranu byla pozorována polární záře.

Uran má celkem 11prstenců, které jsou úzké, temné a ostře ohraničené. Jsou tvořeny jemným prachem a většími kusy hornin.

Povrch měsíců je hlavně ledový, přičemž pět z nich je známo již delší dobu. Sonda *Voyager 2* objevila deset nových, vesměs nevelkých satelitů, obíhajících uvnitř trajektorie Mirandy. V roce 1995 bylo tedy známo celkem 15 měsíců Uranu:

1. Miranda - starší povrch s krátery se střídá s novějším terénem, které je tvořen kruhovými sítěmi brázd (tzv. „volská oka“) a brázdami podoby *V*. Tento novější povrch vznikl poruchami kůry a eruptivní aktivitou, jejíž příčina je dosud nejasná.
2. Ariel - vyskytuje se na něm tektonická činnost;
3. Umbriel - je nejtmavší z Uranových větších měsíců;
4. Titania;
5. Oberon;
6. …

8.2.12 | Neptun

8.2.12.1 | Základní charakteristika Neptunu

Na základě nesouhlasu, který vznikal mezi skutečným pohybem Uranu a jeho vypočtenou drahou, astronomové postupně došli k závěru, že Uran je ovlivněn gravitačním působením další, dosud neznámé, planety, jejíž oběžná dráha leží za oběžnou dráhou Uranu.

V letech 1843 až 1846 přibližnou polohu předpokládaného tělesa nezávisle na sobě vypočítali francouzský astronom Urbain Le Verrier a anglický astronom John Couch Adams. Zatímco Adamsovy výpočty byly známy jen úzkému kruhu britských astronomů, kteří potají vyvíjeli horečné úsilí o nalezení planety, Le Verrier své postupně zpřesňované výpočty zveřejňoval. Vzhledem k tomu, že byl jen teoretický astronom, nikdo z francouzských pozorovatelů nebyl ochoten věnovat zkoumání jeho díla čas. Proto se nakonec Le Verrier obrátil dopisem na astronoma Johanna Gottfrieda Galleho z berlínské hvězdárny.

Psaní dorazilo do Berlína 23. září 1846. Galle a jeho asistent Heinrich Louis d'Arrest nemarnili čas a ještě

téhož večera se podle Le Verrierových doporučení pustili do pozorování. Ani ne po hodině se jim, necelý stupeň od vypočítané polohy, podařilo Neptun nalézt. Když následující noci opakované pozorování podezřelého objektu potvrdilo zřetelnou změnu jeho polohy, nebylo již pochyb, že byla objevena osmá planeta sluneční soustavy. Souběžná snaha britských astronomů vyšla naprázdno, zejména kvůli velkému rozptylu Adamsových výpočtů, které je postupem času spíše sváděly ze stopy (Adamsovy výsledky v době objevu planety udávaly její polohu s odchylkou 12 stupňů) a svou roli také sehrály neuspokojivé britské hvězdné mapy.

I Neptun byl náhodně mnohokrát sledován před tímto datem - dokonce ho pozoroval i Galileo Galilei, jak se zjistilo z jeho deníků.

Planeta Neptun má oblačnu strukturu uspořádanou do pásů, které jsou výraznější než u Uranu. Výrazným útvarem je **Velká temná skvrna** (*GDS*: *Great Dark Spot*), která je vzhledem velmi podobná Velké rudé skvrně na Jupiteru. Jeví také známky anticyklony jako GRS. Jde o oblast vysokého atmosférického tlaku.

Oblačné útvary se mění s planetografickou šířku, zrychlují a zpomalují, objevují se a mizejí. Na planetě probíhá rychlé větrné proudění (velikost rychlosti až $2200\,\mathrm{km\,k^{-1}}$), které není možné dopředu předvídat. Vzhledem k tomu, že velikosti rychlostí proudících mas

jsou v různých výškách různé, je různá i perioda rotace jednotlivých částí atmosféry.

Atmosféra Neptunu je tvořena zejména vodíkem, heliem a metanem, který pravděpodobně střídavě mrzne a mění se v plyn. Vysoké atmosférické zákaly jsou zřejmě z uhlovodíků. Ty místy tvoří dost velké kapky, které klesají jako déšť do hlubších a teplejších oblastí atmosféry. Tam pak reagují s vodíkem a vzniká metan, který je výstupnými proudy vynášen výš. Tak se uhlovodíky v atmosféře Neptunu promíchávají.

V ionosféře byly zaznamenány slabé polární záře. Vzhledem k tomu, že magnetická osa svírá s rotační osou úhel $47°$, natáčí se v některých obdobích magnetický pól pravidelně ke Slunci. Zdroj magnetického pole neleží patrně v jádru planety, ale v tekutém plášti s turbulentními pohyby.

U Neptunu byly registrovány čtyři prsteny.

8.2.12.2 | Měsíce Neptunu

V současné době (rok 2009) je známo třináct satelitů Neptunu.

Nejvýznamnějším měsícem (o němž je k dispozici také nejvíce údajů) je **Triton** - zajímavé aktivní těleso, přestože je s teplotou 33 K nejchladnějším přímo pozorovaným objektem Sluneční soustavy. Část povrchu má strukturu, která silně připomíná kůru ananasového melounu, od níž

se jasně odlišuje polární čepička se zvláštními polokruhovými útvary na okraji. Zmrzlé usazeniny polární čepičky jsou mocné asi 1 km. Přes nízkou teplotu tu probíhají zajímavé procesy: byly tu zaznamenány stopy po patrně mohutných gejzírech, které vznikají tak, že z dolních teplejších vrstev uniká prudce plynný dusík, který s sebou strhává ledové krystalky. Kůra sestává z velké části z vodního ledu a pod ní se musí nacházet voda v kapalném stavu. Uvnitř je rozsáhlé kamenné jádro.

Triton má atmosféru, v níž se vznášejí drobné krystalky dusíku a metanu. Pozorování nasvědčují domněnce, že Triton byl původně samostatným tělesem na heliocentrické trajektorii (tj. obíhal kolem Slunce) a byl zachycen Neptunem. Ukazuje se také, že Pluto s Tritonem jsou tělesa typově vzájemně velmi podobná.

8.2.13 | Pluto

Planetu Pluto objevil 18. února 1930 americký fyzik Clyde Tombaugh (objev byl oznámen 2. března 1930). Byla zařazena jako devátá planeta sluneční soustavy.

Poloha této nové planety byla počítána z poruch dráhy planety Neptun způsobených Plutem a planeta byla nalezena 2° od vypočteného místa. Z údajů, které jsou k dispozici o hmotnosti Pluta je jasné, že šlo o velmi šťastnou náhodu- Pluto se svou velmi malou hmotností nemohl gravitačním působením výrazně ovlivnit trajektorii

Neptuna. Většina údajů byla dlouho neznámá, část se podařilo zjistit po objevu Plutova měsíce Charona: bylo možné vypočítat hmotnost, hustotu a velikost.

Dne 24. srpna 2006 bylo na astronomickém kongresu v Praze ze seznamu planet vyškrtnuto v důsledku přijetí nové definice planety. Dne 11. června 2008 bylo rozhodnutím IAU v Oslu zařazeno do nově vznikající skupiny plutoidů.

Měsíc Charon byl objeven v dubnu roku 1978. Přesnější informace přinesl soubor pravidelně se opakujících zákrytů planety a jejího satelitu od dubna 1986. Vzhledem k tomu, že rozměry Charona jsou srovnatelné s rozměry Pluta, jedná se patrně spíše o dvojitou planetu (dvojplanetu), než o planetu a její satelit.

Typově Pluto nepatří ani k velkým planetám (obřím planetám) ani k planetám zemského typu. Svým charakterem se blíží satelitům velkých planet, až na to, že se spolu Charonem nachází na heliocentrické dráze (obíhají kolem Slunce). Charon a Pluto mají vázanou rotaci a jsou tvořeny hlavně zmrzlými látkami. V letech 1979 - 1999 byl Pluto blíže ke Slunci než Neptun a některé látky na jeho ztuhlém povrchu se začaly vypařovat a vytvořily na čas řídkou atmosféru.

8.2.14 | Společná charakteristika obřích planet

Velké planety (Jupiter, Saturn, Uran a Neptun) se velmi podstatně liší od planet zemského typu (Merkur, Venuše, Země, Mars). Společné charakteristiky jsou:

1. velikost - obří planety jsou mnohem větší než planety zemského typu (nejmenší je Neptun s rovníkovým průměrem 49528 km, největší Jupiter s rovníkovým průměrem 142984 km);
2. hmotnost - nejmenší opět Neptun s hmotností 17,1 hmotnosti Země, největší Jupiter s hmotností 317,9 hmotností Země;
3. hustota - jejich hustota je obecně nižší (přibližně 4krát) než u planet zemského typu, což souvisí i s jejich chemickým složením;
4. složení - jsou složeny ze skoro stejné látky jako Slunce, tj. směs vodíku, helia a ostatních plynů (na rozdíl od planet zemského typu, které se skládají převážně z kyslíku, železa, křemíku a hořčíku);
5. vnitřní stavba - většinou hustá atmosféra plynule přechází v kapalnou směs vodíku a helia a dále pak (za vysokých tlaků) v tzv. kovový vodík, který je patrně součástí většiny planet;

Při takových tlacích, které panují uvnitř velkých planet, není zatím možné na Zemi vodík vyrobit.

6. zdroje vlastní energie - obří planety mají vydatné zdroje vlastní energie, která 2 - 3krát převyšuje energii dodávanou Sluncem;
7. magnetické pole - u obřích planet je většinou silnější a rozsáhlejší než u planet zemského typu;
8. rychlá rotace - rotace kolem vlastní osy je rychlá, ale planeta nerotuje jako celek - ale různé části planety rotují různě rychle, což souvisí s vnitřní stavbou planet;
9. velké zploštění při pólech - souvisí s rychlou rotací: odstředivá síla způsobuje deformaci planet ve směru rovníku, což způsobí její zploštění ve směru spojnice pólů;
10. bohaté soustavy satelitů;
11. všechny obří planety mají prstence;
12. nacházejí se daleko od Slunce;
13. unifikovanost - mezi obřími planetami jsou menší vzájemné rozdíly než u planet zemského typu.

8.2.15 | Ostatní objekty Sluneční

soustavy

8.2.15.1 | Planetky

V 15. století bylo astronomům známo kromě Slunce a Země ještě pět dalších planet: Merkur, Venuše, Mars, Jupiter a Saturn (Země v té době nebyla mezi planety počítána). Ostatní planety byly objevovány postupně v 18. století, 19. století a 20. století.

Staří astronomové (zhruba v 15. století), ve snaze najít nějaký řád, který by všechny planety spojoval, vysvětloval jejich trajektorie, předpovídal polohy nových planet a vysvětloval další vlastnosti, odhalili, že vzdálenosti prvních pěti planet od Slunce tvoří jakousi posloupnost, ve které ovšem chybí jeden člen. Tím chybějícím členem byla planeta, která se měla nacházet mezi oběžnou drahou Marsu a Jupiteru (střední vzdálenost Marsu od Slunce je 1,6 AU, střední vzdálenost Jupitera od Slunce je 5,2 AU). Dlouho se však nedařilo takovou planetu nalézt.

Tato posloupnost vešla do dějin fyziky (resp. do dějin astronomie) pod názvem Titius-Bodeovo pravidlo (Titius-Bodeův zákon, Titius-Bodeova řada). Jedná se o vyjádření přibližných hodnot střední vzdálenosti planet Sluneční soustavy od Slunce (tj. vyjádření délky hlavní poloosy trajektorie planety). Posloupnost má tvar

$a_n = 0,4 + 0,3.2^n$ pro $n = -\infty, 0, 1, 2, \ldots$

Pravidelnosti v hodnotách průměrné vzdálenosti si všiml v roce 1766 německý matematik J. D. Titius a o šest let později tento zákon publikoval tehdejší ředitel berlínské hvězdárny J. E. Bode. Podle tab. 2 toto pravidlo platilo vcelku dobře pro tehdy známé planety, s tím, že u Saturnu byla již značně velká odchylka a pro hodnotu *n* = 3 neexistovala žádná známá planeta. Po objevení první planetky Ceres (planetka hlavního pásu) se zdálo, že byl chybějící člen řady nalezen. Objevy dalších podobných těles však tuto naději brzy vyvrátily.

Zcela se tomuto pravidlu, na něž se nyní díváme jako na historickou kuriozitu, vymyká planeta Neptun, zatímco Pluto do Titius-Bodeovy řady zapadá.

Planeta	n	$\frac{a_{n\,\text{Titus-Bode}}}{\text{AU}}$	$\frac{a_{\text{měřená}}}{\text{AU}}$
Merkur	$-\infty$	0,4	0,39
Venuše	0	0,7	0,72
Země	1	1,0	1,00
Mars	2	1,6	1,52
pás planetek	3	2,8	(2; 5)
Jupiter	4	5,2	5,20
Saturn	5	10	9,54

Uran	6	19,6	19,20
Neptun			30,10
Pluto	7	38,8	39,40

tab. 2

Tyto úvahy rozvíjeli astronomové ještě před objevením Keplerových zákonů. Po jejich objevení byly dráhy planet vysvětleny, ale astronomy stále provokovala relativně velká mezera mezi Marsem a Jupiterem.

8.2.15.1.1 | Planetky hlavního pásu

Objev první planetky mezi drahou Marsu a Jupitera mohl přijít až se zdokonalenou pozorovací technikou. V roce 1800 byl objeven na obloze objekt, který, jak se ukázalo, patřil do Sluneční soustavy. 1. 1. 1801 vypočítal německý matematik Karl Friedrich Gauss na základě několika jeho poloh trajektorii tohoto objektu. O rok později (1. 1. 1802) se Gaussem vypočítaná trajektorie potvrdila a objekt se nacházel přesně tam, kde bylo předpovězeno. Jednalo se **planetku** Ceres, jejíž střední vzdálenost od Slunce je 2,8 AU a která tedy přesně zapadala do mezery mezi Marsem a Jupiterem. Nejednalo se ale o skutečnou planetku, neboť její rozměry byly ještě menší, než rozměry Měsíce. Průměr planetky Ceres je jen 1000 km. V letech 1803 - 1804 byla objevena další tělesa (Juno, Pallas, Vesta,

...), která se všechna pohybují kolem Slunce ve střední vzdálenosti 2,8 AU. To byl další důvod k tomu, že se nejedná o planetu, ale o menší planetky. Do konce roku 1995 bylo objeveno v pásu mezi Marse a Jupiterem přes 6000 planetek.

Průměry všech planetek jsou menší než průměr planetky Ceres: mají řádově stovky kilometrů někdy dokonce jen desítky kilometrů. Celková hmotnost všech ostatních planetek nepřesahuje dvojnásobek hmotnosti planetky Ceres a je menší než tisícina hmotnosti Země.

Planetkám, které se nacházejí v pásu mezi Marsem a Jupiterem, se říká **planetky hlavního pásu**. Jejich střední vzdálenosti od Slunce se pohybují v rozmezí 2 AU až 5 AU a jejich rozdělení v tomto pásu se řídí třetím Keplerovým zákonem. Trajektorie jednotlivých planetek se ale výrazně mění díky tzv. dráhové rezonanci.

Důvodem, proč v této oblasti Sluneční soustavy nevznikla žádná planeta, je gravitační působení obřího Jupitera. Jupiter je totiž po Slunci druhé nejhmotnější těleso ve Sluneční soustavě. Svoji přitažlivostí tedy narušoval vzájemné přitahování těles ve své blízkosti. Proto v době, kdy se v ostatních částech Sluneční soustavy (tj. v jiných vzdálenostech od Slunce) hmota shlukovala a tvořila planety, v okolí Jupitera zůstala rozdrobena na mnoho menších těles. Planetky tak jsou pravděpodobně posledními zbytky těles, která tvořila Sluneční soustavu v době jejího zrodu a z níž se pak vytvořily dnešní planety zemského typu.

Planetky jsou ze stejného materiálu jako planety zemského typu, tj. hlavně z těžších prvků. Jejich tvary jsou velice rozmanité, neboť vzhledem k jejich malé hmotnosti gravitační síla není dostatečně velká na to, aby planetku zformovala do kulového tvaru. Vlivem gravitační síly se formují až planetky od průměru 600 km.

8.2.15.1.2 | Blízkozemní tělesa

Blízkozemní tělesa jsou tělesa, jejichž střední vzdálenost od Slunce je 1 AU, tj. pohybují se v okolí Země. Vlivem dráhové rezonance se může planetky z hlavního pásu přiblížit právě do blízkosti Země. Bude-li se pohybovat v blízkosti Země těleso s průměrem řádově 100 m rychlostí o velikosti několika (desítek) kilometrů za sekundu, stane se při střetu se Zemí nedozírná katastrofa.

Pro tato tělesa se někdy používá zkratka NEO z anglického *Near Earth Objevte*.

V minulosti se objevilo několik planetek, které prolétly mezi Zemí a Měsícem a řádově 200 planetek kříží dráhu Země.

Podmínky nutné k tomu, aby došlo ke srážce Země s planetkou či jiným tělesem:

1. Na trajektorii Země musí ležet bod, který je průsečíkem trajektorie Země a trajektorie

planetky.

2. V tomto bodě se musí obě tělesa (Země a planetka) setkat současně. Země se pohybuje na své oběžné dráze rychlostí o velikosti $30\,\mathrm{km.s^{-1}}$ a svůj průměr (zhruba 12600 km) tedy projde za dobu 420 s = 7 minut.

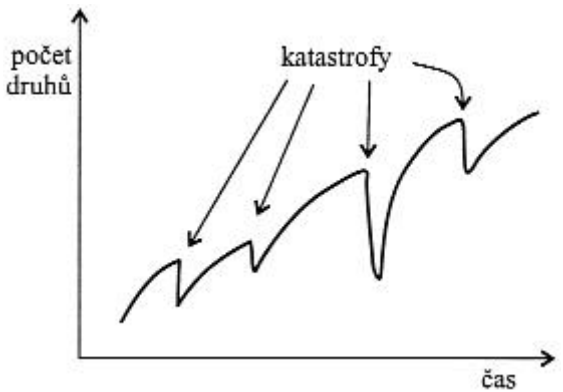
Letící planetka se pohybuje rychlostí srovnatelnou s rychlostí Země, takže průměr Země projde za zhruba stejnou dobu. To znamená, že má-li se Země srazit s vesmírným tělesem, musí se obě tělesa nacházet na stejném místě s přesností 7 minut. To je ale velmi krátká doba ve srovnání se vzdálenostmi a časy, kterými se měří pohyby těles ve Sluneční soustavě.

Přesto během historie Země dopadla řada kosmických těles na Zemi a některá z nich dokonce měla pro Zemi katastrofální následky. Následkem dopadu velkého tělesa totiž dojde k vyvržení obrovského množství prachu a hornin Země do atmosféry. Zároveň se do atmosféry dostává velké množství kouře z požárů vegetace případně průmyslových budov a zařízení. Tak je odstíněna část slunečního záření, které dopadá na povrch Země, což způsobí snížení průměrné teploty na Zemi na několik následujících let. Jednou z těchto velkých katastrof byl dopad kosmického tělesa na území dnešního Mexika před 65 miliony let. Tato katastrofa s velkou pravděpodobností ukončila období druhohor a vládu dinosaurů na planetě

Zemi. Tito obrovští plazi neměli schopnost udržovat stálou teplotu těla a mohli se pohybovat jen při dostatečně velké okolní teplotě. To způsobilo jejich úhyn. Savci jsou na rozdíl od plazů schopni udržovat dostatečnou tělesnou teplotu pomocí energie z potravy, takže jim se podařilo přežít.

Dokladem této katastrofy jsou i geologické nálezy po celém světě.

Náhlé vyhynutí velkého počtu živočichů (někdy až 90 % v té době žijících druhů) se v historii Země opakovalo několikrát (viz obr. 53). Je velmi pravděpodobné, že většinou bylo toto vyhynutí způsobeno podobnou katastrofou. Podobná katastrofa by měla v dnešním hustě zalidněném světě nedozírné následky.

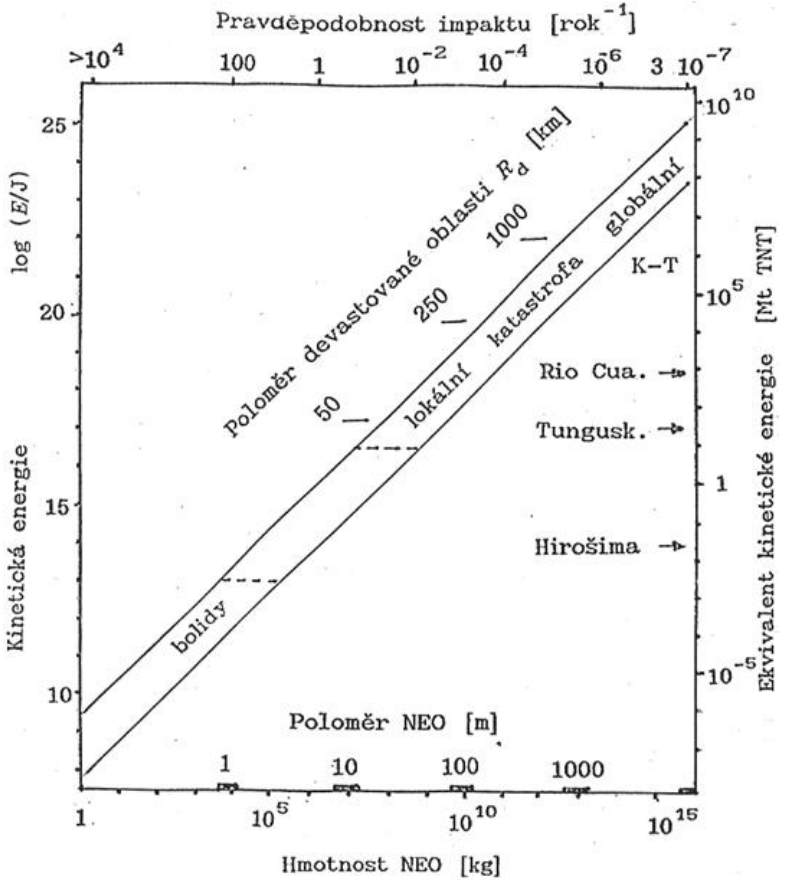


Obr. 53

Dopad vesmírného tělesa na Zemi hrozí každým okamžikem. Velmi hrubý odhad pravděpodobností dopadu

těchto těles v závislosti na jejich poloměru, energii, ... je zobrazen na obr. 54. Z něho je vidět, že malá, drobná tělíska dopadají na Zem několikrát ročně (resp. denně), ale ke katastrofě, která způsobila před 65 miliony let vyhynutí dinosaurů, dochází průměrně jednou za několik desítek milionů roků. Takže ...

Statistiky ukazují zajímavou skutečnost: pravděpodobnost ovlivnění života člověka zásahem blízkozemního tělesa je větší než pravděpodobnost, že se člověk stane účastníkem leteckého neštěstí.


Pravděpodobnost impaktu [rok^{-1}]
>10^4
100
1
10^{-2}
10^{-4}
10^{-6}
3 10^{-7}
log (E/J)
Kinetická energie
Poloměr devastované oblasti R_d [km]
1000
250
50
lokální katastrofa
globální
K-T
Rio Cua.
Tungusk.
Hirošima
bolidy
Ekvivalent kinetické energie [Mt TNT]
Poloměr NEO [m]
1
10
100
1000
Hmotnost NEO [kg]

Obr. 54

8.2.15.2 | Komety

8.2.15.2.1 | První pozorování komet

Do 16. století byly komety považovány za jevy v ovzduší. Objevovaly se nahodile, nenadále, jako by nepatřily do systému *harmonických nebeských sfér*, které se řídí jistou pravidelností a řádem. Proto vznikla představa, že v těchto nebeských sférách nemohou pohybovat. Roku 1577 zjišťoval Tycho Brahe s Tadeášem Hájkem vzdálenost jedné komety od Slunce (resp. od Země). Každý z nich se nacházel na jiném místě a vzdálenost měřili pomocí paralaxy, která se jim ale nedařila změřit. Navíc se oběma pozorovatelům promítala kometa do téhož souhvězdí na obloze. Odtud vyplynulo, že kometa je dál než Měsíc a že se tedy jedná o nebeské těleso.

Anglický astronom, matematik, fyzik a meteorolog Edmond Halley (1656 - 1742) jako první usoudil, že jedna a tatáž kometa se vrací a že tedy obíhá kolem Slunce. Jednalo se o kometu pozorovanou v roce 1531, 1607 a 1682. Halley předpověděl její návrat na rok 1759, kdy se kometa opravdu znovu objevila. Halley zemřel v roce 1742 a návratu se tedy již nedožil, nicméně na jeho počest je pojmenována jeho jménem.

Rozvoj nebeské mechaniky umožnil dráhy komet

počítat. Platí po ně tytéž zákony, kterými se řídí pohyb planet (tj. Newtonův gravitační zákon a Keplerovy zákony). Detailní popis komet začal v 19. století, kdy se začala pořizovat spektra jejich světla, určovalo se jejich složení, …

8.2.15.2.2 | Charakteristika komet

Kometa, která se dostane do blízkosti Slunce, má tyto části (viz obr. 55):

1. jádro - je nepravidelného tvaru o průměru několika kilometrů s hmotností $10^{14} - 10^{20}$ kg. Je tvořeno směsí ledu, zmrzlých plynů a hornin.

… jedná se tedy v podstatě o „špinavou sněhovou kouli“.

2. kóma - obklopuje jádro a dosahuje průměru sto tisíc až milion kilometrů a je tvořeno hlavně sloučeninami uhlíku a jemným prachem. Kóma s jádrem bývá často nazýváno **hlava komety**. Právě této části komety vděčíme za to, že je na obloze pozorovatelná - jádro samo je totiž velmi malé. Jak se kometa blíží ke Slunci, nastává sublimace zmrzlých plynů a prach se z jádra uvolňuje. Unikající plyny a uvolněný prach právě vytvářejí kóma. Koma komety (stejně jako ohon komety) svítí jen odraženým

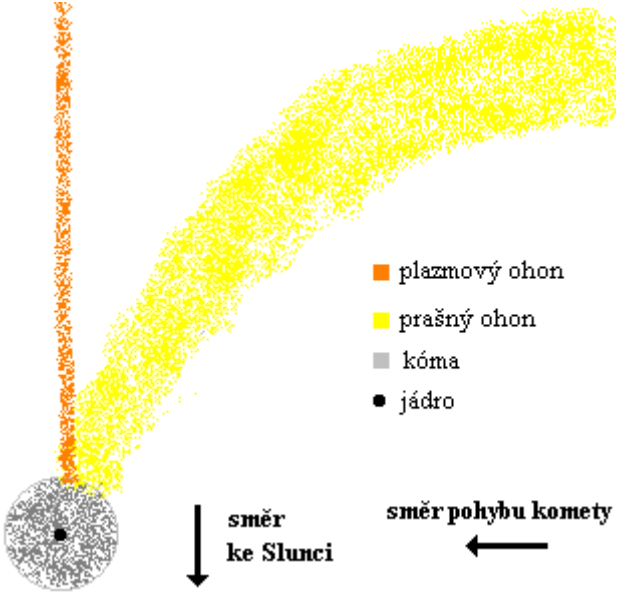
a rozptýleným slunečním světlem.

3. ohon - má délku až 10^8 km a vzniká tlakem slunečního záření, které působí na jednotlivé částice. Kometa má v podstatě dva ohony - úzký, přímý plazmový ohon (resp. plynný ohon) a široký, do vějíře zahnutý prašný ohon. Je-li ohon komety složen z malých částic, směřuje směrem od Slunce. Tento směr ohonu komety je dán tlakem slunečního záření (slunečního větru). Převládají-li v ohonu větší částice, převažuje odpudivou sílu slunečního záření gravitační síla a částice jsou přitahovány ke Slunci; proto směřuje ohon ke Slunci.
4. vodíkové halo - je tvořeno vodíkem obklopujícím kometu.

Nachází-li se kometa v blízkosti Slunce, jádro se zahřívá v důsledku čehož se z něho uvolňují prachové částice a plyny, které vytvářejí rozsáhlou atmosféru komety - kóma. Při větší teplotě jádra (tj. je-li kometa blíže ke Slunci) vzroste i proud částic a plynů a kometa vytváří typický svítící ohon.

Trajektorie komet (na rozdíl od planet či planetek) jsou velmi protáhlé - komety se přibližují ke Slunci ještě blíže než Venuše a poté se vzdálí až daleko za dráhu Pluta. Podle druhého Keplerova zákona se velikost rychlosti komety na její dráze kolem Slunce mění a to tak, že

u Slunce se pohybuje největší rychlostí, zatímco ve velkých vzdálenostech je její pohyb velmi pomalý. Komety tedy tráví většinu své oběžné doby právě mimo vnitřní část Sluneční soustavy. Ve vzdálenosti 50000 AU až 100000 AU od Slunce se předpokládá existence velké zásobárny komet. Tato oblast se nazývá **Oortův oblak** na počest holandského astronoma Jana Hendrika Oorta (1900 - 1992), který s touto hypotézou přišel. Tam by se mělo nacházet zhruba 10^{12} komet, resp. jen kometárních jader, neboť v těchto vzdálenostech od Slunce nemá kometa ani komu, ani ohon.



Obr. 55

Jen velmi malá část kometárních jader se dostává do vnitřních částí Sluneční soustavy, kde jsou (po dostatečném přiblížení ke Slunci) přímo pozorovatelná jako komety s klasickým ohonem. Některé komety se vracejí po velmi protáhlé trajektorii od obrovských vzdáleností, z nichž přišly, a tam setrvávají miliony roků, než se vlivem nějaké poruchy vydají ke Slunci. Impulsem k opuštění Oortova oblaku může být i malý pohyb jader, kterým se změní jejich seskupení. Tím se změní i gravitační síly, kterými na sebe jádra působí, a některé jádro se může začít pohybovat směrem ke Slunci. Takové komety pozorovatel ze Země vidí pouze jednou. Řada z těchto komet se pohybuje po parabolických či hyperbolických drahách.

Některé komety se ale dostanou vlivem gravitačního působení planet (hlavně velkého Jupitera) na bližší dráhu a jejich oběh pak trvá jen několik (desítek) roků. Tyto komety se pak pravidelně vracejí a nazývají se **periodické komety**. Patrně nejznámější periodickou kometou je Halleyova komety, jejíž perioda je 76 let a která naposledy procházela perihéliem v roce 1986.

Taková periodická kometa je odsouzena k zániku v astronomicky krátkém čase (řádově 10^5 let), protože při každém průletu periheliem ztrácí mnoho těkavých látek (hlavně plynu a prachu), které vytvářejí komu komety

a ohon komety. Jasnost komety při každém návratu ke Slunci klesá, až nastane jeden z možných konců komety:

1. Kometární jádro se rozpadne na několik částí, což ještě více urychlí zánik komety. Podél její trajektorie po ní zůstane pás prachových částic, které mohou vlétat např. do atmosféry jako meteorický roj.
2. Kometa o těkavé látky přijde, ale horniny v kometárním jádře zůstanou a tato vyhaslá kometa se pak při pozorování velmi těžko odliší od planetek.
3. Kometa spadne na Slunce nebo na Jupiter, kam je jejich silným gravitačním polem přitahována.

Mezi periodickými kometami existují celé tzv. **rodiny komet**. Nejvýznamnější je Jupiterova rodina, která zahrnuje přes 40 známých komet, jejichž afélia leží blízko trajektorie Jupitera a které mají oběžnou dobu 10 let.

8.2.15.2.3 | ***Značení komet

Komety byly objevovány většinou nahodile, když astronomové sledovali jiné úkazy nebo vesmírná tělesa. Průměrně se udává, že za 600 pracovních hodin astronom objeví jednu kometu. Jihočeská hvězdárna Kleť je ve světovém pořadí na šestém místě v objevování komet či planetek. Stále významnější se ukazuje fotografické

objevování komet - tj. astronom pořídí fotografii noční oblohy a poté na ní hledá nové objekty, které ještě nejsou zapsány v katalozích.

Vzhledem k velkému počtu komet, které byly v historii pozorovány, bylo potřeba komety nějakým způsobem třídit a označovat. V historii objevu komet se mnohdy stávalo, že astronom „objevil“ již objevenou kometu a přišlo se na to až mnohem později. Proto vytvořil v roce 1975 britský astronom Brian Geoffrey Marsden katalog, který má komety zpřehlednit a sjednotit i jejich značení.

Do konce roku 1994 se používalo značení ve tvaru: jméno objevitele (maximálně 3 lidi), rok a pořadí objevu. Periodické komety měly před jménem označení *P*. Pokud objevil tentýž pozorovatel více komet, uvádělo se za jeho jménem číslo, o kolikátou jím objevenou kometu šlo.

Od roku 1995 se používá značení komet a planet podle následujícího kódu: $xxxT/rrrrZy-Q$. Jednotlivé symboly značí:

1. *xxx* - definitivní číslo tělesa po druhém pozorovaném návratu;
2. *T* - označuje typ (*P* - periodická kometa s periodou do 200 let, *C* - dlouhoperiodická kometa, *D* - ztracená kometa, *X* - kometa s neurčitou trajektorií, *A* - těleso hvězdného typu, planetka, ...);
3. *rrrr* - rok objevu tělesa;
4. *Z* - půlměsíc objevu (od první poloviny

ledna *A* až po druhou polovinu prosince *Y*, přičemž *I* je vynecháno);

5. *y* - pořadové číslo objevu v rámci daného půlměsíce;
6. *Q* - složka komety, pokud se rozpadla (*A*, *B*, ...);

Může následovat i jméno objevitele, ale maximálně 2 lidé.

8.2.15.3 | Meteoroidy, meteory a meteority

Ve Sluneční soustavě se dále pohybuje řada drobných tělísek, které se nazývají **meteoroidy** (meteorická tělesa). Mají rozměry od zrnek prachu do maximálně několika (stovek) metrů. Tato tělíska pochází z komet (nebo jejich částí) nebo z oblasti planetek, kde dochází k jejich vzájemným srážkám. Tyto srážky těles mohou být tak prudké, že se jedno větší těleso rozpadne na množství drobných těles. Mezi meteoroidem a planetkou neexistuje přesná hranice. Za planetku se většinu považuje těleso, jehož pohyb je možné sledovat na oběžné dráze. Vzhledem k tomu, že se neustále zdokonaluje pozorovací technika, posouvá se tato hranice stále k menším tělesům.

Zkrátka planetka i meteoroid jsou kusy kamenů, které se pohybují vesmírem. Jestliže se tenhle kámen pohybuje po skoro pravidelné trajektorii kolem Slunce

nebo jiného tělesa, je to planetka. Pokud se řítí na nějakou jinou planetku nebo na planetu, s níž se pak srazí, jedná se o meteoroid.

Dostane-li se meteoroid do blízkosti planety Země, může se s ní srazit Gravitační působení Země se pochopitelně také uplatňuje, ale tento vliv je podružný. Tělísko se vůči Zemi pohybuje rychlostí o velikosti několika desítek kilometrů za sekundu a z meziplanetárního prostoru vniká do atmosféry. Zde se třením o částice vzduchu rozžhaví a většinou vypaří. Tímto způsobem vzniklé světlo je velmi slabé a meteory by nebyly vidět. Podél trajektorie meteorického tělíska vzniká v ovzduší válec ionizovaného vzduchu, který září při rekombinaci atomů (tj. odtržené elektrony jsou zachycovány ionty zpět a ve formě světla se uvolňuje energie, která byla nutná na odtržení elektronu z původního atomu). Tento světelný úkaz, který vzniká při průletu meteoroidu atmosférou Země, se nazývá **meteor**, resp. **meteorická stopa**. Ta mívá průměr několik desítek až stovek metrů a výjimečně bývá viditelná i několik minut po průletu. Vytváří se ve výškách zhruba 80 km až 100 km.

Meteoroidy o rozměrech několika decimetrů až metru září jasněji než Venuše na noční obloze. Takové velmi jasné meteory se nazývají **bolidy**.

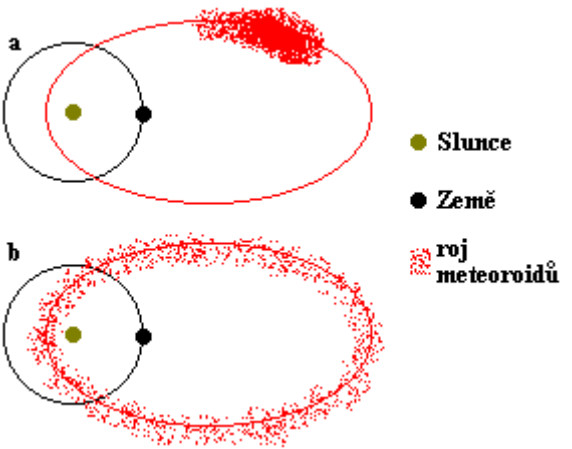
Meteoroidy, jejichž zánik je možno pozorovat jako meteory, se pohybují kolem Slunce po trajektoriích blízkých trajektorii komety, od které se oddělily. Po

podobných trajektoriích se pohybuje často velké množství meteoroidů. Pokud Země křižuje jejich dráhu, vlétá do atmosféry mnohem více meteoroidů a je vidět tedy i více meteorů. Na Zemi se v té době pozoruje **meteorický roj**. Meteory přitom zdánlivě vyletují na všechny strany z určitého bodu na obloze, kterému se říká **radiant**. Trajektorie těchto tělísek jsou přitom ve skutečnosti téměř rovnoběžné, ale pozorovateli na Zemi se zdá, že vyletují z jednoho bodu, který je úběžníkem těchto rovnoběžných drah.

Podle polohy radiantu v souhvězdí na obloze se nazývají i jednotlivé meteorické roje: Perseidy (radiant je v souhvězdí Persea a tento meteorický roj u nás dosahuje maxima kolem 13. 8.), Lyridy (radiant v souhvězdí Lyry), Leonidy (radiant v souhvězdí Lva), ...

Radiant leží pouze ve směru, ve kterém ze Země pozorujeme dané souhvězdí. Pohled z jiné planety Sluneční soustavy, která je dostatečně vzdálená od Země, by byl jiný a radiant by se promítal do jiného souhvězdí.

U některých rojů dokonce je známa i **mateřská kometa**, tj. kometa, od níž se meteoroidy oddělily. Roje, které vznikají v současnosti jsou většinou nepravidelné (viz obr. 56a - jeden rok se neobjeví, další jsou výjimečně bohaté a pak se zase neobjeví), zatímco starší roje jsou pravidelné, neboť mají meteoroidy rozmístěné pravidelně podél celé své dráhy (viz obr. 56b).



Obr. 56

Roje, které vznikly v dřívějších dobách, se rozdělily podél trajektorie původní komety rovnoměrně vlivem gravitačního působení těles ve Sluneční soustavě (zejména Slunce a Jupiter), vlivem gravitačních sil působících mezi jednotlivými meteoroidy v roji, ... Mladší roje se zatím rozdělit nestihly.

Meteory, které nepatří k meteorickým rojům, se nazývají **sporadické meteory**.

Nezanikne-li meteoroid v atmosféře, je možné ho nalézt na povrchu Země jako **meteorit**. Na povrch Země dopadá jen malá část původního tělesa. Meteoroidy kometárního původu jsou velmi nesoudržná, a proto jich velká většina zaniká v atmosféře - vypaří se. Většina

nalezených meteoritů na Zemi pochází z meteoroidů z oblasti planetek, které vznikly tříštěním planetek při jejich vzájemných srážkách. Na Zemi bylo nalezeno několik meteoritů z Marsu či Měsíce, které byly do meziplanetárního prostoru vyvrženy velkou rychlostí při impaktech na Mars či Měsíc.

Podle složení se rozeznávají meteority:

1. kamenné (aerolity) - obsahují křemičitany většinou s příměsí železa a niklu. Dále se dělí na:

a) chondrity - obsahují chondruly (kulovité shluky o průměru menším než 1 mm z olivínu nebo pyroxenu. V uhlíkatých chondritech byly objeveny zvláštní útvary, které připomínaly mikrofosílie - zbytky organismů mimozemského původu.

b) achondrity - kamenné meteority, které neobsahují chondruly;

2. siderolity - jde o přechodné typy meteoritů mezi kamennými a železnými;

3. železné meteority (siderity) - obsahují výhradně (nebo většinou) kovové složky.

Odhaduje se, že na Zemi odpadá ročně 5000 tun až 17000 tun materiálu mimozemského původu. Meteority se nazývají podle místa dopadu (podle nejbližšího osídleného místa). Meteority nalezené bezprostředně po pádu jsou z 92 % kamenné, z dodatečně nalezených meteoritů (tj.

bez pozorování jejich pádu) je ale většina železných, přestože jich je jen 6 % z celkového počtu. Železné meteority se totiž daleko snáze odlišují od okolního terénu a navíc kamenné meteority postupem času zvětrávají a rozpadají se, zatímco železné jsou odolné a lze je najít i století po svém pádu.

Pády meteoritů nelze předpovídat, protože meteoroid, který se před srážkou se Zemí pohybuje kosmickým prostorem, má velmi malé rozměry a není tedy možné ho pozorovat a určit jeho trajektorii. V Československu existovala síť fotografických komor, které zaznamenávaly jasné meteory. Díky jim bylo možné poprvé v historii určit heliocentrickou dráhu meteoroidu, který dopadl na Zem jako meteorit a byl brzo poté nalezen. Podařilo se to v případě kamenného meteoritu *Příbram*, který dopadl na Zem 7. 4. 1959. Meteoroid měl hmotnost 20 tun a jeho zbytek (meteorit) jen 6 kg. Perihelium meteoroidu leželo mezi trajektorií Země a Venuše, afélium mezi Marsem a Jupiterem.

Při pádu menších meteoritů vznikají menší jamky či jámy, u velkých pak meteorické krátery (impaktní krátery). Takové jsou např. v Arizoně o průměru 1300 m a hloubce 175 m. Při některých pádech vznikly roztavením a rozhozením pozemských hornin tzv. **tektity** (přírodní skla bohaté na SiO_2). Mezi tektity patří i **vltavíny**, které pocházejí z impaktního kráteru Ries v Bavorsku, který vznikl před 14,8 miliony let.

Během pádu se meteoroid brzdí o atmosféru a třením

roste teplota vnějších vrstev tělesa, které se taví. Těleso je ze své původní rychlosti zbrzděno na velikost rychlosti pádu tělesa, na které působí odporové síly vzduchu, a dopadá na Zem relativně chladné, protože za dobu pádu se teplo nestačí do celého tělesa rozšířit. Velká tělesa pak nejsou ovzduším zbrzděna a tlačí před sebou vzduch ohřátý tlakem na vysokou teplotu, který naráží na povrch Země. Přitom vzniká kráter a vypařuje se většina meteoroidu, jehož rozpínající se plyny vzniklý kráter dále rozšiřují. Pro meteority je typická tmavá lesklá kůra, která vznikla utuhnutím natavené hmoty na jeho povrchu.

Nejvíce pádů je sledováno v dubnu až červenci, což má příčinu spíše ve vlivech lidských než ve vlivech kosmických. Během dne dopadá nejvíce meteoritů odpoledne; zde kromě lidského faktoru hraje roli okolnost, že odpoledne a večer většinou Země meteorická tělesa dohání, ty mají tedy nižší velikost geocentrické rychlosti a spíše dopadnou, než aby se vypařily. Ráno nastává opačný jev.

Uvedené porovnání velikosti rychlosti Země a meteoroidů vyplývá z rotace Země kolem osy a jejího oběhu kolem Slunce.

8.2.15.4 | Meziplanetární hmota a

družice

Prostor mezi jednotlivými tělesy Sluneční soustavy není prázdný - je vyplněn drobnými částicemi prachu a plynů (převážně vodíku). Tyto částice tvoří tzv. **meziplanetární hmotu**.

Kromě přirozených těles se ve Sluneční soustavě pohybuje řada těles umělých (umělé družice Země, kosmické sondy, raketoplány, kosmické lodi, ...), která se pohybují v gravitačních polích Země, Měsíce, Slunce a některých planet. Tato tělesa plní různé úkoly - studium vlastností planet Sluneční soustavy, Měsíce a mezihvězdné hmoty, studium podmínek pobytu člověka mimo Zemi, sledování povětrnostních podmínek Země (a následné spolehlivější předpovídání počasí), přenos televizních a radiových signálů, ...

8.2.16 | Dějiny Sluneční soustavy

8.2.16.1 | Vznik Slunce

Sluneční soustava vznikla zhruba před 4,7 miliardami let z obrovského oblaku plynu (o typickém rozměru jeden světlený rok), který se skládal především z molekul vodíku, atomů helia a velmi malého množství atomů jiných prvků a molekul z nich složených. Tento oblak, tzv. **sluneční**

pramlhovina, byl jedním z mnoha v rodícím se vesmíru (vznikl např. explozí supernovy). Jestliže se v takovém oblaku náhodně vytvoří místo s větší hustotou látky, začne k sobě gravitační silou přitahovat další látku. Látka padá velkou rychlostí ke středu této zhuštěniny, naráží na sebe a tím se zahřívá na velmi vysokou teplotu. Tím zároveň roste hustota uvažované oblasti, což vede k většímu gravitačnímu přitahování a počáteční nehomogenita se tedy zvětšuje a hustota látky v jejím středu se zvyšuje. Praslunce tedy začalo zářit díky gravitační potenciální energii své látky.

S nárůstem hustoty původní nehomogenity tato oblast také zmenšovala své rozměry, což způsobilo její otáčení větší rychlostí. Původní oblak plynu totiž nebyl naprosto nehybný - velmi zvolna se pohyboval. A právě zmenšování jeho poloměru vedlo k jeho rychlejšímu roztočení v souladu se zákonem zachování momentu hybnosti.

V praxi tuto metodu využívají např. krasobruslařky. Pokud se chtějí rychle roztočit, připaží.

Za zjednodušených podmínek (zanedbání tření) lze tento jev vysvětlit i pomocí zákona zachování energie. Připažením se sníží moment setrvačnosti krasobruslařky. Má-li zůstat její energie rotačního pohybu konstantní (určitou energii získala krasobruslařka při odrazu), naroste úhlová rychlost její rotace.

Jakmile se rychlost rotace vzniklého zárodku zvýšila, začala působit na jeho okrajích (na „rovníku“) odstředivá

síla, která zcela chaotický zárodek začala formovat do podoby pravidelného rotujícího disku. Tento disk byl nejsilnější uprostřed a směrem k okrajům se ztenčoval. Jeho průměr v té době byl podstatně větší než jsou průměry trajektorií nejvzdálenějších planet Sluneční soustavy - odhaduje se na několik desítek tisíc AU. V centrální části disku s nejvyšší hustotou vzniklo relativně rychle nejhmotnější těleso Sluneční soustavy - zárodečné Slunce. Zpočátku vyzařovalo jen infračervené záření (tepelné záření) a až poté, když se změnilo ve hvězdu (tj. byly zapáleny termonukleární reakce), rozzářilo se i v ostatních částech elektromagnetického spektra. V té době byla teplota uvnitř natolik velká, že rostoucí tlak nitra zabránil dalšímu pádu látky ke středu Slunce.

Skutečnost, že Slunce vyzařovalo nejdříve jen infračervené záření a až po zapálení termonukleárních reakcí ostatní složky elektromagnetického záření, vyplývá z kvantové mechaniky. Infračervené záření má ze všech běžných typů záření, které Slunce vyzařuje (lidským okem viditelné světlo, ultrafialové záření, ...), nejmenší frekvenci. Podle Planckovy kvantové hypotézy má tedy i takové záření (resp. foton tohoto záření) nejmenší energii. Záření s vyššími frekvencemi (tedy fotony s vyšší energií) vyžadovalo energetičtější zdroj - a tím se stala až termonukleární reakce.

8.2.16.2 | Vznik planet

Prachové částice v okolí Praslunce se většinou vypařily a odpařený plyn byl tímto Sluncem (jeho slunečním větrem) odvát z rodící se Sluneční soustavy spolu s nejdrobnějším prachem. Ve větší vzdálenosti od Slunce se prachová zrníčka udržela v tuhém stavu (nebo po přetavení opět utuhla). Z těchto zrnek se relativně rychle (asi za 1000 let) vytvořily gravitačním působením kamínky o průměru zhruba 10 mm a z nich za dalších 1000 let vznikly kamenné balvany o průměru zhruba 5 km. Těmto obřím balvanům se říká **planetesimály I. generace**. Za dalších 20000 let se jejich srážkami za relativně malých rychlostí vytvořily **planetesimály II. generace** (**protoplanety**) o průměrech 500 km až 800 km a hmotnostech až $10^{21}\,\mathrm{kg}$. Tato tělesa si vlastní gravitační silou dokázala udržet zbylý plyn, který se nacházel v prostorách Sluneční soustavy a tak vznikly prvotní plynné atmosféry kolem větších planetesimál.

Spojování planetesimál II. generace pokračovalo dál a výpočty ukazují, že nejpozději za 200 milionů let od začátku smršťování zárodečné nehomogenity měla Sluneční soustava prakticky současný vzhled. Planetesimály se spojily a vytvořily velké planety (Merkur až Neptun) a jejich družice (měsíce planet a dvojici Pluto - Charon).

Planety zemského typu nedosáhly takové velikosti,

aby svým gravitačním působením mohly přitáhnout větší množství plynu. Proto obsahují poměrně málo vodíku a helia a jsou tvořeny převážně těžšími prvky, které byly v původním oblaku ve formě prachu.

Obří planety vznikly ze zárodků ledů (H_2O, CO_2, NH_3, CH_4, ...). Některá tělesa z ledů se však náhodou s ničím nesrazila, a proto nedorostla. Zůstala tak dodnes jako kometární jádra. V okolí vznikajícího Jupiteru působilo silné gravitační pole, které rozdělovalo shluky těles ještě dříve než se mohly spojit ve větší planetu. Proto se v okolí Jupitera nachází velké množství malých planetek (planetky hlavního pásu).

Při srážkách, kterými planety rostly, se uvolňovalo velké množství tepla, což způsobilo roztavení nitra velkých planet. Další teplo vznikalo při rozpadu radioaktivních látek - zejména těch s krátkým poločasem rozpadu, které se tedy rozpadají intenzivněji. V roztavených nitrech planet se oddělil kov (hlavně železo, nikl a další) od hornin s menší hustotou. Kov klesl se středu a vytvořil jádro planety. Tento děj proběhl i v některých větších planetkách.

Když se rozpadla většina atomových jader s kratším poločasem rozpadu (několik stovek milionů let), zůstal uvnitř planet jen méně vydatný zdroj tepla - atomová jádra s dlouhým poločasem rozpadu (miliardy let), hlavně uran a thorium. Tyto zdroje stačí udržovat vysokou teplotu uvnitř větších planet (např. Země), ale ne u menších těles, která snadno chladnou (např. planetky). Proto také např. na Měsíci, Merkuru a Marsu vyhasla už dávno sopečná

činnost.

8.2.16.3 | Vznik Měsíce

Měsíc byl původně bludnou planetesimálou o hmotnosti blízké hmotnosti dnešního Marsu. Ta v rané epoše vývoje Sluneční soustavy narazila tečně na Zem relativně malou rychlostí (rychlostí o velikosti $4\,\mathrm{km\,s^{-1}}$). V krátké době se větší část kinetické energie tohoto tělesa změnila v teplo, čímž se vnější vrstvy Země silně ohřály a začaly se odpařovat stejně jako látka planetesimály. Kolem Země vznikl rychle se rozpínající žhavý plynný obal, který se rozpínáním ochladil a začala v něm kondenzovat prachová zrnka. Ve vzdálenosti asi 15000 km od Země se začala zrnka slepovat ve větší tělesa. Už za několik týdnů se tak utvořilo jediné kompaktní těleso - průvodce naší Země: Měsíc.

Ten byl zpočátku natolik blízko Země, že vyvolával na jejím povrchu svým gravitačním působením silné slapové síly. Tyto síly způsobovaly daleko mohutnějším přílivy a odlivy, než jaké znám v současnosti. Vlivem velkého tření vodních mas o dno a o pobřeží se postupně zpomalovala rotace Země. Zárodečná Země se otáčela kolem své osy patrně s periodou asi 8 hodin. Současně s tím se brzdila i rotace Měsíc. Podle zákona zachování momentu hybnosti soustavy Země - Měsíc vedlo zpomalení rotace ke zvětšení vzájemné vzdálenosti Země a Měsíce.

V historii astronomie se objevila i řada jiných teorií vzniku Měsíce, ale právě rozebranou teorii podporuje i řada nepřímých důkazů, které astronomové nacházejí.

8.2.16.4 | Vznik ostatních měsíců

Některé měsíce vznikly pravděpodobně stejně jako planety - shlukováním materiálu, který obíhal okolo zárodečné planety. Jiné jsou možná zachycené planetky, což znamená, že vznikly daleko od dané planety a až později, když kolem ní náhodou prolétaly, se ve skupině ostatních planetek natolik zabrzdily, že si je planeta svým gravitačním polem přitáhla a začaly se pohybovat kolem ní. Tak patrně vznikly např. měsíce Phobos a Deimos u planety Mars.

8.2.16.5 | Velké bombardování

V mladé Sluneční soustavě obíhalo daleko více těles než dnes. Proto byly také výrazně četnější a častější srážky, při nichž se tělesa někdy rozštěpila na menší, častěji se však spojovala. Proto menších těles ubývalo a přibývalo větších těles.

Zhruba první půlmiliarda let po vzniku Sluneční soustavy byla tedy obdobím velkého bombardování. V této době se tvořila většina kráterů na Měsíci, přičemž starší byly postupně překrývány mladšími. Krátery vznikaly i na

dalších satelitech, planetkách i planetách, ale někde byly zahlazeny sopečnou činností a atmosférickou erozí.

Srážky také Sluneční soustavu čistily. Menších těles ubývalo a srážky byly stále méně časté. Některé planety, planetky a měsíce už od dob velkého bombardování neprošly žádnou výraznou změnou a zachovaly si tehdejší podobu.

8.2.16.6 | Dějiny Země

Růst Země byl dokončen před 4,6 miliardami let. Ještě dlouho potom probíhaly na Zemi změny spojené s obdobím velkého bombardování. Před 4,3 miliardami let se povrch Země pokrývá vrstvou roztavené lávy a otřásá jí silná sopečná činnost. V roztavené Zemi klesají látky s větší hustotou do hloubky a látky s menší hustotou vystupují k povrchu. Vytváří se tak železné zemské jádro s příměsí niklu, z hornin s nižší hustotou kolem jádra vzniká zemský plášť a horniny s nejmenší hustotou vytvářejí zpočátku tenkou, později stále mocnější, zemskou kůru.

Horniny s menší hustotou stoupají v roztaveném materiálu vzhůru, protože na ně kromě tíhové síly působí i vztlaková síla. A ta má v tomto případě větší velikost než tíhová síla.

8.2.16.6.1 | Druhá atmosféra

Během chladnutí povrchu Země se mění její atmosféra. Zbytky prvotní atmosféry z lehkého vodíku a helia, které procházejí z původního praoblaku, rychle unikají a místo nich se z hornin začaly uvolňovat (hlavně sopečnou činností) CO_2, vodní pára a stopy dalších plynů. Většinu vody, která na Zemi je, přinesla kometární jádra (složená převážně ze sněhu), která na Zemi dopadala (a dopadají). Země se začíná postupně ochlazovat.

Před 4 miliardami let klesá teplota ovzduší natolik, že se nastává kondenzace vodní páry a vznikají kapky, které v lijácích klesají zpět k Zemi. Zde se voda vlivem stále ještě dost horkého povrchu, okamžitě vypařuje a v atmosféře opět kondenzuje do kapek a znovu v podobě deště padá na povrch Země. Tak prší nepřetržitě miliony let. Na konci období velkého deště se zemský povrch ochlazuje a voda zalévá část zemské kůry - vznikají moře a oceány. Souvislá vrstva oblačnosti se trhá a na Zemi poprvé svítí Slunce.

Nejstarší usazené horniny se objevují zhruba před 3,7 miliardami let, což svědčí o skutečnosti, že tehdy již existovaly oceány. Z této doby se ale příliš hornin nezachovalo, neboť od té doby došlo k jejich několikerému přetavení.

8.2.16.6.2 | Vznik života

Zhruba v téže době (tj. před 3,7 miliardami let) vzniká i první život na Zemi. Dříve totiž podmínky na Zemi vznik života neumožňovaly. Vznikají první jednobuněčné organismy mikroskopických rozměrů a jejich životním prostředím je voda.

V současné živé hmotě se syntetizují molekuly bílkovin pomocí „programu“, který je zapsán v molekulách nukleových kyselin. Ale i nukleové kyseliny mohou být syntetizovány jen pomocí bílkovin. Takže otázka „Bylo dřív vejce či slepice?“ se redukuje na otázku „Byly dřív nukleové kyseliny nebo bílkoviny?“. Je totiž krajně nepravděpodobné, že oba typy tak složitých molekul vznikly náhodně na stejném místě a ve stejném čase. Spíše je možné, že existovaly jednodušší molekuly, které byly schopné se samy reprodukovat, a že složitější molekuly bílkovin a nukleových kyselin se z nich vyvinuly postupnými náhodnými změnami.

Mnohem později (asi před 2,1 miliardami let) se objevují první zelené rostliny, které znamenaly radikální pokrok ve vývoji života. Do té doby totiž mohla živá hmota využívat jen chemickou energii uloženou v již hotových molekulách. Těchto zdrojů je ale málo, a proto nejstarší život musel být energeticky velmi úsporný. Zelené rostliny

však dokážou využívat velmi vydatný a prakticky všude dostupný zdroj energie - sluneční záření. S jeho pomocí budují bohaté molekuly, které mohou využívat k nejrůznějším účelům (celulózu ke stavbě tkání, ...).

8.2.16.6.3 | Třetí atmosféra

Zelené rostliny za relativně krátkou dobu radikálně změnily atmosféru Země tím, že CO_2 přeměnily na kyslík. Při tom uhlík, který z atmosférického CO_2 převedly do svého těla, důkladně pohřbily. Kdyby mrtvá těla zůstala na zemském povrchu, uhlík by se opět sloučil s kyslíkem a vzniklý CO_2 by se opět do atmosféry vrátil. Vznikem kyslíkové atmosféry končí geologické období **prahor** (archaikum) a začínají **starohory** (proterozoikum).

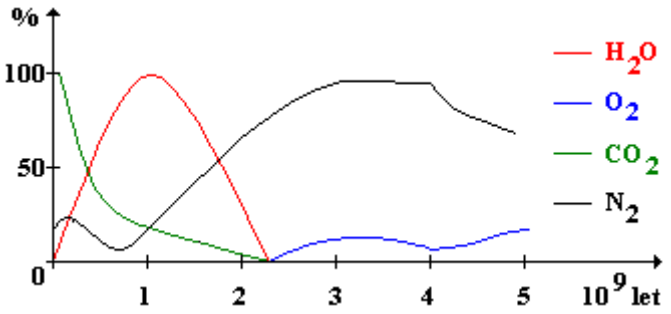
Zelené rostliny by nestihly vytvořit všechen kyslík samy. Výrazně jim pomohlo ultrafialové záření přicházející ze Slunce. V té době ještě nebyl v atmosféře ozón, takže ultrafialové záření, které ozón k povrchu Země dnes nepropouští, se mohlo dostat až na povrch Země. Tam ovšem bylo velké množství vodní páry. Ultrafialové záření ale mělo dostatečnou energii k tomu, aby způsobilo disociaci molekul vody (vznikly molekuly O_2 a H_2). Zároveň ale dochází k disociaci molekul kyslíku: $O_2 \xrightarrow{\text{UV záření}} O+O$. Molekulární kyslík a atomární kyslík se pak (opět pod vlivem UV záření) slučuje v molekuly ozónu. Ozón tak začíná vytvářet vrstvu, která stále více brání

v dalším pronikání UV záření na povrch Země. Produkce kyslíku tímto způsobem tedy postupně klesá, ale nabývá na významu vytváření kyslíku zelenými rostlinami.

Zatímco tedy zelené rostliny rozkládají molekuly CO_2 na uhlík a kyslík, jiné živé organismy (koráli a další mořští živočichové) odstraňují z atmosféry celé molekuly CO_2 a pohřbívají je ve formě ohromných ložisek uhličitanů (vápenec $CaCO_3$, uhličitan hořečnatý $MgCO_3$, ...). Jen asi 10 % uhlíku na Zemi je uloženo ve formě uhlí a uhlovodíků (ropa, zemní plyn). Protože ze zemské atmosféry zmizel skoro všechen CO_2, byl potlačen skleníkový jev a Země byla uchráněna osudu horké Venuše, i když tento jev hrozil (viz tab. 3).

Zemi hrozilo naopak i trvalé zalednění, ale oběma těmito obdobími prošla bez větší úhony. I když se jednalo pravděpodobně o velkou náhodu, že byla tato období překonána a život se mohl rozvíjet až do dnešní složité podoby. Obě hrozby, hrozící zničením zárodků života na Zemi, pravděpodobně velice úzce souvisejí se složením atmosféry, které se v průběhu vývoje Země měnilo (viz obr. 57).

Graf na obr. 57 naznačuje vývoj atmosféry ve velmi hrubých rysech (pokles, vzrůst, ... daného plynu).



Obr. 57

Stáří Země (v miliardách let)	$\frac{t_{\text{průměrná}}}{°C}$	$\frac{p}{kPa}$	Hrozba
0,8	44	140	skleníkový jev
1,7	6	60	trvalé zalednění
2,8	5	60	trvalé zalednění
současnost	15	100	???

tab. 3

Tato třetí atmosféra (a zatím poslední) obsahující volný kyslík, ovlivnila další vývoj života na Zemi dvěma způsoby:

1. Umožnila, aby i jiné organismy čerpaly

z bohaté zásoby, kterou zelené rostliny získaly ze slunečního záření a uložily v organických molekulách. Získávat energii slučováním organických látek s kyslíkem je tak výhodné, že organismy, které to dělají, dnes zcela převládly, zatímco ty, které získávají energii jinak (některé bakterie dýchající místo kyslíku síru, …) jsou již jen výjimkou.

2. Kyslíková atmosféra umožnila vznik ozónové vrstvy, která chrání zemský povrch před ultrafialovým zářením. Neboť teprve poté mohly živé organismy vyjít z moře na souš (stalo se tak před 380 miliony let), kde je ke kyslíku mnohem lepší přístup. To byla zřejmě nutná podmínka pro teplokrevnost, která je energeticky velmi náročná, ale na druhou stranu je evoluční výhodou (např. živočichové lépe přežívají případné katastrofy Země).

8.2.16.6.4 | Prvohory

Přestože život vznikl už před 3,7 miliardami let, dlouhou dobu zůstával na primitivní úrovni. Až zhruba před 600 miliony let, když koncentrace kyslíku ve vzduchu stoupla přibližně na 1 %, se začínají objevovat první mnohobuněčné živočichové. O něco později (asi před

570 lety) se během relativně krátkého období vyvíjí mnoho nových živočišných druhů. Touto vývojovou explozí začíná období **prvohor** (paleozoikum).

Prvohory končí přibližně před 220 miliony roků vyhynutím velkého počtu živočišných druhů, pravděpodobně v důsledku nějaké kosmické katastrofy (dlouhotrvající doba ledová, pád planetky na Zem, ...).

Období jako *prvohory*, *druhohory*, ... nejsou vzájemně oddělena žádnými významnými geologickými událostmi, ale změnami v počtu a zastoupení rostlinných a živočišných druhů, které se nachází na Zemi. Tyto změny ale nenastávaly bez příčiny - byly jistě způsobeny nějakými převratnými událostmi, které ovlivňují životní prostředí (srážka Země s planetkou, změna výkonu Slunce, ...).

Geologický vývoj byl plynulý, bez výrazných předělů.

8.2.16.6.5 | Druhohory, třetihory, čtvrtohory

Během **druhohor** (mezozoikum) se kontinenty začínají pomalu dostávat na svá dnešní místa. V této době se na Zemi hojně rozšířily plazi (zejména dinosauři). I toto období skončilo katastrofou - tentokráte už poměrně spolehlivě doloženou a to pádem planetky nebo komety na Zem, po němž následovalo dlouhé období chladu. Každá taková katastrofa Země sice měla ničivé účinky na již existují život, ale na druhou stranu velmi výrazně urychlila

vývoj dokonalejších druhů. Tím, že méně přizpůsobiví dinosauři vyhynuli, uvolnili místo savcům, kteří jsou např. změnám teploty lépe přizpůsobiví. Ti se velmi rychle rozšířili v následujícím období, které se nazývá **třetihory** (terciér).

Posledním geologickým obdobím jsou **čtvrtohory** (kvartér), které začaly před 2 miliony let a trvají dodnes. Jejich dominantním druhem je člověk.

Třetihory a čtvrtohory se souhrnně označují jako kenozoikum.

8.2.16.6.6 | ***Vývoj Země v přehledu

Důležité události z vývoje Země a života na ní zahrnuje tab. 4. V prvním sloupci je udána přibližná doba, kdy došlo k dané události. Tato doba je měřena od současnosti zpět, takže před všemi časovými údaji by správně mělo být „před“. Vzhledem k tomu, že v miliardách let si člověk cokoli velmi špatně představuje, ukazuje druhý sloupec tabulky časové údaje z prvního sloupce přepočtené na jeden den, tj. platí následující převodní vztah $1\,\text{den} = 86400\ s \approx 4{,}6.10^9\ \text{let}$.

Čas	Přepočet na 1 den	Událost
$4{,}6.10^9$ let	0:00:00	dokončen růst Země
$4{,}3.10^9$ let	1:33:55	povrch Země se pokrývá horkou lávou

$4,0.10^9$ let	3:07:50	začíná období několik milionů let trvajícího deště
$3,7.10^9$ let	4:41:44	vznik prvního života na Zemi
$3,5.10^9$ let	5:44:21	vznik nejstarších mikrofosílií
$2,6.10^9$ let	10:26:05	litosférické desky tvoří kontinenty a dna oceánů
$2,1.10^9$ let	13:02:36	objevují se první zelené rostliny
$2,0.10^9$ let	13:33:55	začíná vznikat kyslíková atmosféra; **končí prahory**
600.10^6 let	20:52:10	vznik mnohobuněčných organismů
570.10^6 let	21:01:34	vývoj velkého počtu nových živočišných druhů v relativně krátkém čase; **končí starohory**
500.10^6 let	21:23:29	vznik Pangey
400.10^6 let	21:54:47	vznik obratlovců
380.10^6 let	22:01:03	výstup života na souš
220.10^6 let	22:51:08	vyhynutí velkého počtu živočišných druhů; **končí prvohory**
200.10^6 let	22:57:23	vznik prvních savců
180.10^6 let	23:03:39	rozpad Pangey
150.10^6 let	23:13:03	vznik prvních ptáků
140.10^6 let	23:16:10	vznik prvních kvetoucích rostlin
65.10^6 let	23:39:39	vyhynutí velkých plazů; **končí druhohory**
2.10^6 let	23:59:22	**končí třetihory**
600.10^3 let	23:59:49	nejstarší nálezy prvních hominidů (australopitékové)
100.10^3 let	23:59:58	objevují se neandrtálci
40.10^3 let	23:59:59	objevuje se kromaňonský člověk (*Homo sapiens sapiens*)

tab. 4

Jak je vidět, z astronomického hlediska jsou lidé na planetě Zemi velmi krátce.

8.3 | HVĚZDY

8.3.1 | Hvězdná astronomie - cíle a pozorování

K Zemi nejbližší hvězdou je Slunce. Astronomové na ní vidí řadu detailů (sluneční skvrny, protuberance, erupce, ...), které je možné studovat a zkoumat jejich příčiny. Ostatní hvězdy, které jsou od Země mnohem dále, jsou vidět pouze jako svítící body a proto není možné na nich rozlišit žádné další podrobnosti. To velmi omezuje okruh zkoumání. U většiny hvězd je možné učit ze Země pouze několik jejich souhrnných vlastností (zářivý výkon, barvu, hmotnost, hustotu, teplotu, chemické složení, magnetické pole, dobu jejich rotace, ...). Tyto vlastnosti popisují určitý stav hvězdy, proto se jim říká **stavové veličiny**. Hvězdná astronomie, která se zabývá vývojem a vlastnostmi hvězd, se proto snaží u co největšího počtu hvězd určit stavové veličiny a jejich vzájemné souvislosti (jak souvisí např. teplota hvězdy s její barvou, ...). Dále se snaží určit stavbu hvězd (závislost tlaku a teploty na hloubce, chemické složení, ...) a jejich časový vývoj od jejich vzniku až po zánik.

Informace o všech ostatních hvězdách vyjma Slunce získávají astronomové prakticky pouze z elektromagnetického záření. Po dlouhou dobu měli k dispozici pouze malou část spektra (lidským okem viditelné světlo), ale s rozvojem moderní techniky je možné hvězdy studovat i v jiných částech spektra

elektromagnetického záření (rádiové záření, ultrafialové záření, infračervené záření, rentgenové záření nebo γ záření). Zemská atmosféra propouští ale jen radiové záření a lidským okem viditelné záření; pozorování v ostatních oborech elektromagnetického spektra je třeba provádět mimo atmosféru, tj. na umělých družicích obíhajících kolem Země.

Zatímco stavové veličiny je možné většinou určit přímo z pozorování, vnitřní stavbu či časový vývoj hvězdy takto určit nelze. Vědci tedy postupují tak, že vytvářejí různé **modely hvězd**, které musí být v souladu jak s pozorováním hvězd, tak s platnými fyzikálními zákony. Změnami a opravami modelů se pak stále více přibližují realitě. Pochopitelně, že ne všechny na hvězdě reálně probíhající děje je možné do modelů zahrnout. Např. obdobu slunečních skvrn by se asi těžko podařilo do modelů zapracovat - kdyby bylo Slunce od Země vzdálené jako ostatní hvězdy, neměli by astronomové patrně o slunečních skvrnách žádné ponětí.

S použitím moderní výpočetní techniky je možné správnost použitého modelu ověřit. Z naměřených dat, která máme k dispozici v současnosti a na základě platných fyzikálních zákonů (Newtonův gravitační zákon, Keplerovy zákony, Einsteinova teorie relativity, ...) lze realizovat výpočty, které budou propočítávat stavové veličiny hvězd v minulosti. A informace o minulých stádiích hvězd máme také k dispozici, takže lze data

naměřená a data vypočtená počítačem navzájem porovnat a určit spolehlivost použitého modelu.

Hvězdná astronomie sice nemůže poznávat detaily na jednotlivých hvězdách, ale zase má k dispozici velký počet hvězd, které může sledovat v různých vývojích stádiích. Různá vývojová stádia hvězd můžeme nyní pozorovat víceméně najednou proto, že hvězdy jsou od pozorovatele na Zemi v různých vzdálenostech a tedy elektromagnetickému záření trvá překonání vzdálenosti hvězda - Země různý čas. Navíc vznik hvězd ve vesmíru probíhá stále. Proto vidíme hvězdy v různých vývojových stádiích.

8.3.2 | Charakteristiky hvězd

8.3.2.1 | Základní popis hvězd

Téměř veškeré světlo, které je ve vesmíru pozorováno, má svůj původ ve hvězdách. Hvězdy jsou plazmová tělesa, v jejichž jádrech probíhají za vysokého tlaku a teploty termonukleární reakce. Jadernou syntézou zde z lehčích prvků vznikají těžší prvky, přičemž se uvolňuje energie. Ta se uvolňuje jednak jako tepelná energie (teplo) a jednak jako zářivá energie, která pak vychází z povrchu hvězdy převážně jako světlo a ultrafialové záření. Ostatní

spektrální obory elektromagnetického záření jsou zastoupeny také, ale v menším poměru.

Základní vlastnosti (složení hvězd, jaderné reakce v nitru, ...) jsou u většiny hvězd velmi podobné jako u Slunce, jehož vlastnosti jsou prozkoumané (narozdíl od ostatních hvězd) velmi podrobně.

Hvězdy jsou ale také zdrojem elementárních částic - neutrin, elektronů, protonů, α částic, ..., které se šíří od hvězd jako tzv. **hvězdný vítr** (analogie se slunečním větrem).

Aby hvězdy byly schopny uvolňovat záření (tedy energii), musí být v jejich jádrech dostatečný tlak a teplota. Tím je vymezen i rozsah jejich hmotností: $\langle 0{,}08; 100\rangle M_S$, kde M_S je hmotnost Slunce. Rozměry hvězd (poloměry hvězd) se ale od rozměrů Slunce liší výrazně více: $\langle 0{,}01; 1000\rangle R_S$, kde R_S je poloměr Slunce. Existují ale hvězdy, které mají rozměry i pod uvedenou dolní hranici - tzv. neutronové hvězdy.

Porovnávání rozměrů hvězd a hmotností hvězd právě s parametry Slunce se používá proto, že Slunce je prozkoumané ze všech hvězd nejvíce, protože je k Zemi nejblíže.

Na hvězdu působí dvě základní síly:

1. gravitační síla - působí směrem dovnitř a snaží se materiál hvězdy přiblížit co nejvíce k jejímu středu, tj. snaží se hvězdu smrštit;
2. tlaková síla - je vyvolaná vysokým tlakem uvnitř hvězdy; tato síla působí naopak zevnitř směrem ven a snaží se hvězdu roztrhnout.

Během života hvězdy (tj. obdobím, kdy hvězda září) je většinou mezi uvedenými dvěma druhy sil rovnováha, tj. hvězda je ve **stavu dynamické rovnováhy**. Pokud je tato rovnováha sil porušena, hvězda se rozpíná nebo hroutí (oba tyto děje se během vývoje hvězd vyskytují). Celý život hvězdy je tedy neustálým soubojem mezi gravitační silou a tlakovou silou.

Látka hvězd je ve stavu plazmatu, tedy ve stavu ionizovaného plynu. Jedná se tedy o látku obsahující kladně nabité částice i záporně nabité částice. Vzhledem k tomu, že látka se uvnitř hvězdy pohybuje, představuje proud plazmy elektrický proud, jehož existence vyvolává existenci magnetického pole. To hraje významnou roli v mnoha dějích, které na hvězdě a v jejím okolí probíhají.

Slunce se svými vlastnostmi patří k typickým (lehce nadprůměrným) hvězdám.

Veličiny, které popisují vlastnosti Slunce (hmotnost, průměr, ...) se většinou značí příslušnou značkou dané veličiny (někdy velkým písmenem) s indexem ⊙. Je možné ale též používat index *S*.

8.3.2.2 | Poloha hvězd

Poloha hvězd na nebeské sféře se určuje pomocí rovníkových souřadnic druhého druhu nebo pomocí rovníkových souřadnic prvního druhu nebo pomocí galaktických souřadnic. Hvězda přitom leží někde na spojnici místa pozorovatele a bodu nebeské sféry, který má dané souřadnice. Hvězdy se pohybují (kolem středu své galaxie, s galaxií jako celkem, ...), což znamená, že jejich poloha se v čase mění (a mění se tedy i tvar souhvězdí). Vzhledem k tomu, že jsou hvězdy od nás mnohem dále než např. planety Sluneční soustavy, jejich pohyb je velmi těžko postřehnutelný i v rámci života jednoho člověka.

Vlastní pohyb hvězd mění i jejich vzájemnou **vzdálenost**. Na základě změření radiální složky rychlosti hvězdy lze určit z této rychlosti a vlastního pohybu hvězdy též **rychlost prostorovou** a na základě toho i pohyb celých skupin hvězd.

8.3.2.3 | Zářivý výkon a jasnost hvězd

Množství světla, které na Zem dopadá z hvězd, se udává většinou pomocí jeho energie.

CELKOVÁ ENERGIE, KTEROU HVĚZDA VYZÁŘÍ ZA JEDNU SEKUNDU, SE NAZÝVÁ ZÁŘIVÝ VÝKON A ZNAČÍ SE *L*.

V optice se tato veličina označuje jako zářivý tok.

Např. zářivý výkon Slunce je $L_S = 3,83.10^{26}\ \mathrm{W}$.

Může se stát, že dvě hvězdy o stejném zářivém výkonu v různé vzdálenosti od Země pozorujeme stejně jasné, tj. od vzdálenější hvězdy vstoupí do oka pozorovatele za sekundu méně zářivé energie, od bližší hvězdy více. Je to proto, že v případě vzdálenější hvězdy dopadá záření na větší plochu. Proto plochou o obsahu $1\,\mathrm{m}^2$ projde za sekundu méně energie.

JASNOST HVĚZDY *J* UDÁVÁ, KOLIK ZÁŘIVÉ ENERGIE HVĚZDY PROJDE ZA SEKUNDU PLOCHOU O OBSAHU $1m^2$ NATOČENOU KOLMO KE SMĚRU KE HVĚZDĚ: $j = \frac{L}{S}$; $[j] = \mathrm{W.m^{-2}}$.

Zářivá energie procházející určitou plochou za jednu sekundu udává zářivý výkon.

Celý zářivý výkon prochází kulovou plochou o poloměru *r* a rovnoměrně se na ní rozkládá. Jasnost hvězdy, která se nachází ve vzdálenosti *r* od Země, tedy je

$$j = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Právě uvedená veličina jasnost se nazývá přesněji **bolometrická jasnost** nebo též **hustota zářivého toku**. V astronomii se někdy též udává tzv. **vizuální jasnost**, která se na rozdíl od bolometrické jasnosti, týká jen úzké

oblasti spektra elektromagnetického záření - světla viditelného lidským okem.

8.3.2.4 | Hvězdná velikost

8.3.2.4.1 | Zdánlivá hvězdná velikost

Už prostým okem je vidět, že některé hvězdy jsou jasnější a jiné méně jasné. Starověký astronom Ptolemaios jako první sestavil katalog hvězd a v něm také každé hvězdě přiřadil její **hvězdnou velikost** - ty nejjasnější označil jako hvězdy první velikosti, nejslabší jako hvězdy šesté velikosti. Termínem „velikost" se ale nemíní *rozměr* hvězdy, ale její *jasnost*.

Slunce je blíže než např. Polárka a zdá se nám tedy jasnější. Hvězdná velikost Slunce je tedy menší než je hvězdná velikost Polárky.

Ptolemaiem zavedená veličina se užívá stále a dnes je přesně definovaná pomocí množství zářivé energie (resp. zářivého výkonu), která na Zem od hvězdy přichází. Obvyklou značkou hvězdné velikosti je *m* a její jednotkou **magnituda** (mag). Takto zavedenou hvězdnou velikostí se vyjadřuje, jak se hvězda jeví při pohledu ze Země, proto se tato hvězdná velikost nazývá **pozorovaná hvězdná velikost** (**zdánlivá hvězdná velikost**). Kromě této veličiny se definuje ještě i skutečná hvězdná velikost

(absolutní hvězdná velikost).

S postupem času jak se stále zdokonalovaly pozorovací přístroje, byly objevovány stále slabší a slabší hvězdy, než které viděl pouhým okem Ptolemaios. Proto se v současnosti místo původních šesti tříd používá tříd více, tj. hvězdná velikost může nabývat libovolných reálných hodnot. Obecně platí, že čím má hvězda menší hodnotu hvězdné velikosti, tím jasnější hvězda to je. Nejslabší hvězdy viditelné ještě pouhým okem mají hvězdnou velikost kolem 6 mag, nejslabší hvězdy viditelné dalekohledem pak přibližně 25 mag.

Slunce má hvězdnou velikost -26,74 mag, Měsíc -12,7 mag, ...

Česká terminologie související s hvězdnou velikostí není jednotná. Někdy se místo termínu „hvězdná velikost“ používá přímo „magnituda“, tj. veličina a její jednotka pak mají stejný název. Také zápis není jednotný: místo $m = 6$ mag se někdy píše $m = 6^{\mathrm{m}}$ nebo jen $m = 6$.

8.3.2.4.2 | Pogsonova rovnice

Při proměřování hvězd se ukázalo, že jasnost hvězdy šesté velikosti je přibližně 100krát slabší než jasnost hvězdy první velikosti.

Subjektivní vjemy některých veličin (jasnost

světleného zdroje, intenzita zvuku, frekvence zvuku, osvětlení, hmotnost, ...) se řídí Weber-Fechnerovým psychofyzikálním zákonem:

MĚNÍ-LI SE FYZIKÁLNÍ PODNĚTY PŮSOBÍCÍ NA LIDSKÉ SMYSLY ŘADOU GEOMETRICKOU, VNÍMÁ ČLOVĚK JEJICH ZMĚNU V ŘADĚ ARITMETICKÉ.

Matematicky je možné tuto skutečnost vyjádřit tak, že subjektivní vjem uvedených veličin není úměrný veličině samotné, ale jejímu logaritmu.

Rozsvítíme-li v místnosti 2**krát** více žárovek, vnímá to člověk tak, že se osvětlení jeho pracovního stolu zvýší jen **o** trochu. Právě slova ***krát*** a ***o*** korespondují s Weber-Fechnerovým zákonem: fyzikální podnět (rozsvícené žárovky) se zvýšil geometrickou řadou (2**krát**), zatímco člověk vnímal jejich změnu v aritmetické řadě (***o*** trochu).

Matematicky tomu skutečně odpovídá logaritmus - zvýší-li se např. argument dekadického logaritmu 100 **krát**, výsledek bude jen **o** dvě vyšší: $\log 100\,x = \log 100 + \log x = 2 + \log x$.

Pro jasnost dvou hvězd *A* a *B* to tedy znamená: $m_A - m_B = -K\left(\log j_A - \log j_B\right)$, přičemž záporné znaménko u konstanty *K* je proto, že klesající hvězdné velikosti *m* odpovídá rostoucí jasnost hvězdy *j*. Konstantu *K* je možné určit na základě změřeného faktu, že hvězdná velikost 1 mag odpovídá stokrát větší jasnosti než hvězdná velikost

6 mag, tj. $\frac{j_A}{j_B} = 100$.

Skutečnost, že byl zvolen dekadický logaritmus, nemá vliv na obecnost rovnice. Při volbě logaritmu s jiným základem by hodnota konstanty *K* vyšla jiná, ale rovnice by dávala stejné výsledky. V tomto případě navíc na základě fyzikálních měření vychází poměr obou krajních jasností 100, a proto se volba dekadického logaritmu nabízí o to více.

Původní rovnici lze přepsat ve tvaru: $m_A - m_B = -K \log \frac{j_A}{j_B}$ a po dosazení tedy dostáváme $m_A - m_B = -K \log 100 = -2K$. Pro rozdíl magnitud vyplývá $m_A - m_B = 1 - 6 = -5$. Po dosazení do minulé rovnice vychází: -5 = -2*K*, odkud *K* = 2,5.

Původní rovnici lze tedy přepsat ve tvaru $m_A - m_B = -2,5(\log j_A - \log j_B)$ resp. $m_A - m_B = -2,5 \log \frac{j_A}{j_B}$. Tato rovnice, kterou odvodil v roce 1850 anglický astronom Norman Robert Pogson (1829 - 1891), se nazývá **Pogsonova rovnice**.

8.3.2.4.3 | Absolutní hvězdná velikost

Zdánlivé hvězdné velikosti závisí na vzdálenosti hvězdy od Země, tj. zdánlivá hvězdná velikost udává, jak

jasná se jeví hvězda při pozorování ze Země. Bude-li tatáž hvězda dále od Země, bude její hvězdná velikost větší, tj. hvězda bude méně jasná.

Bude ovšem méně jasná jen díky větší vzdálenosti od Země. Vlastnosti hvězdy se fyzicky nezmění.

Aby bylo možné porovnávat skutečné hvězdné velikosti hvězd, bude nutné zdánlivou hvězdnou velikost opravit o vliv vzdálenosti hvězdy od Země. Proto se zavádí **absolutní hvězdná velikost**:

ABSOLUTNÍ HVĚZDNÁ VELIKOST (SKUTEČNÁ HVĚZDNÁ VELIKOST) *M* JE HVĚZDNÁ VELIKOST HVĚZDY, KTERÁ SE NACHÁZÍ VE VZDÁLENOSTI 10 PARSECŮ OD ZEMĚ.

To znamená, že si hvězdu pozorovatel „posune“ do této vzdálenosti a určí její hvězdnou velikost.

Příslušný vztah jak závisí absolutní hvězdná velikost na zdánlivé hvězdné velikosti a na vzdálenosti od Země, je možné odvodit na základě Pogsonovy rovnice. Budeme zkoumat jednu hypotetickou hvězdu ve dvou různých vzdálenostech od Země: jednou ve vzdálenosti 10 pc od Země (tak určíme absolutní hvězdnou velikost) a podruhé ve vzdálenosti *r* od Země (tak určíme zdánlivou hvězdnou velikost).

Tedy: $M - m = -2,5 \log \frac{j_{10}}{j_r}$. S využitím definice jasnosti

hvězdy lze dále psát: $M - m = -2,5 \log \frac{\frac{L}{4\pi 10^2}}{\frac{L}{4\pi r^2}}$. Postupnými úpravami pak dostaneme:

$$M - m = -2,5 \log \frac{\frac{L}{4\pi 10^2}}{\frac{L}{4\pi r^2}} = -2,5 \log \left(\frac{r}{10} \right)^2 = -5 \log \frac{r}{10}.$$

Odtud dostáváme $M = m - 5 \log \frac{r}{10} = m - 5 \log r + 5 \log 10 = m + 5 - 5 \log r$, přičemž vzdálenost *r* dosazujeme v parsecích neboť v této jednotce se vzdálenosti hvězd obvykle měří. Na základě vztahu mezi vzdáleností hvězdy od Země v parsecích a její paralaxou je možné psát: $M = m + 5 + 5 \log \pi$ (neboť $r = \frac{1}{\pi}$, kde π je paralaxa hvězdy).

Jsou-li pro dvě hvězdy *A* a *B* známy jejich absolutní hvězdné velikosti M_A a M_B a zářivé výkony L_A a L_B, lze psát Pogsonovu rovnici ve tvaru:

$$M_A - M_B = -2,5 \log \frac{j_A}{j_B} = -2,5 \log \frac{\frac{L_A}{4\pi 10^2}}{\frac{L_B}{4\pi 10^2}} = -2,5 \log \frac{L_A}{L_B}.$$

8.3.2.5 | Spektrum hvězd a barva

hvězd

Spektrum světla je nejdůležitějším zdrojem informací o stavu i pohybu hvězdy, a proto v současné době většina pozorování spočívá právě v získávání spekter. Ze spektra je možné poznat, které atomy, ionty či molekuly jsou v atmosféře hvězdy přítomny a v jakém poměru, jaká je teplota při povrchu hvězdy, jaké je magnetické pole hvězdy, … Na základě znalosti spektra je pak možné pomocí Doplerova jevu určit i velikost rychlost vzdalování (resp. přibližování) dané hvězdy od Země.

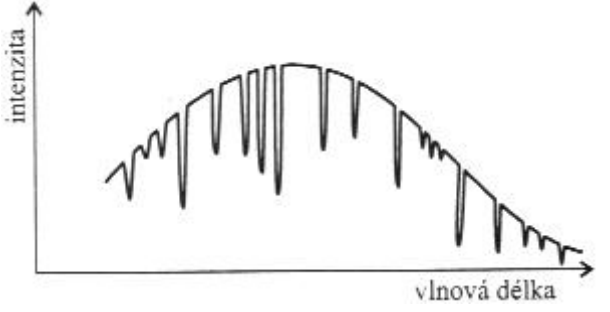
Spektrum absolutně černého tělesa je **spojité spektrum**, což znamená, že intenzita světla se v závislosti na vlnové délce světla mění jen pomalu. Tvar tohoto spektra (tj. závislost intenzity světla na vlnové délce světla) závisí i na teplotě. S rostoucí teplotou tělesa se přesouvá maximum intenzity ke kratším vlnovým délkám (v případě světla od červené přes žlutou k modré). Proto se při zvyšování teploty tělesa mění převažující vlnová délka elektromagnetického záření vysílaného tělesem od nižších frekvencí k vyšším frekvencím (v případě světla se mění barva od červené k modré).

Tento poznatek vyplývá z Wienova zákona posunu.

Stejně jako u Slunce i u ostatních hvězd pochází většina světla z nejnižších vrstev atmosféry hvězdy. Fotony, které jsou vyzářeny ještě níže, jsou totiž cestou na povrch

hvězdy s velkou pravděpodobností pohlceny atomy či ionty, které se ve hvězdě vyskytují. Fotonů, které jsou vyzářeny ve vyšších vrstvách atmosféry hvězdy, je relativně málo, protože v těch oblastech je plazma tvořící atmosféru hvězdy velmi řídká. Elektromagnetické záření z těchto nejnižších vrstev atmosféry hvězdy je spojité a je velmi podobné spektru absolutně černého tělesa.

Průběh a tvar právě popsaného spojitého spektra a tedy i **barva** hvězdy ukazují, jaká je teplota v nejnižších vrstvách hvězdné atmosféry. Chladnější hvězdy (o teplotě řádově 4000 K) mají načervenalou barvu, teplejší hvězdy jsou žluté a velmi horké hvězdy (s teplotou přes 4000 K) mají barvu bílou až modrou. Barva hvězdy se určuje pozorováním dané hvězdy přes barevné filtry a porovnáváním množství světla, které těmito filtry prochází. Tak je možné určit teplotu a následně i barvu hvězdy.



Obr. 58

Světlo vyzářené nižšími vrstvami hvězdné atmosféry prochází i jejími vyššími vrstvami. Proto vznikají ve spektru **spektrální čáry**, které jsou dvojího druhu:

1. absorpční čáry - jsou tmavé čáry na světlém pozadí. Vznikají tak, že světlo prochází chladnějšími vrstvami hvězdné atmosféry. Ionty, atomy nebo molekuly, které jsou v atmosféře přítomny, mohou procházející foton pohltit - dochází k absorpci fotonu. Každý iont, atom a molekula ale může pohltit jen fotony určitých frekvencí v závislosti na svých energetických hladinách. O pohlcené fotony je záření hvězdy ochuzeno a ve spektru jsou vidět v daných místech těchto frekvencí tmavší čáry. Spektrum je znázorněno na obr. 58.

Absorpční čáry jsou na obrázku vidět jako „zářezy“.

2. emisní čáry - jsou světlé čáry na tmavém pozadí. Vznikají tehdy, je-li zářící plyn teplejší než jeho pozadí nebo není-li v pozadí žádná zářící látka. Proto jsou vidět emisní čáry např. v rozsáhlých obálkách některých hvězd. Emisní čára vzniká tak, že po určité době přeskočí elektron v excitovaném atomu z vyšší energetické hladiny na nižší (na vyšší hladinu se dostal při vzniku absorpční čáry). Při tom je uvolněn foton téže frekvence (resp.

vlnové délky), který byl předtím pohlcen. Emisní čára tedy vzniká na stejném místě jako čára absorpční a vzniká emisí fotonu.

Fakt, že emisní čára nepřekryje čáru absorpční, je dán tím, že absorpční čára vzniká zachycením fotonů, které postupují z poloprostoru od hvězdy, zatímco emisní čáry vznikají vyzářením fotonů do celého prostoru (tedy jak od hvězdy, tak i ke hvězdě). Pozorované spektrum emisních čar proto zůstává ochuzeno o elektromagnetické záření některých vlnových délek a absorpční čáry jsou viditelné.

8.3.2.6 | Spektrální typ hvězd

Ve spektru různých hvězd jsou vidět spektrální čáry různých prvků. Podle toho se spektra hvězd dělí na různé **spektrální typy** (**spektrální třídy**). Nejdříve se astronomové domnívali, že uvedené rozdíly jsou způsobeny odlišným chemickým složením hvězd. Později ale zjistili, že chemické složení většiny hvězd je zhruba stejné a rozdíly jsou především způsobeny různou **teplotou** hvězd a jejich atmosfér. Na teplotě totiž silně závisí, které atomy (molekuly či ionty) jsou schopny pohlcovat světlo nebo vyzařovat světlo.

Nejjednodušším prvkem je vodík, takže u něho je i nejjednodušší vysvětlení právě uvedeného jevu. Při teplotě nižší než asi 5000 K je většina vodíkových atomů v základním stavu. Aby se dostaly do vyššího stavu (na

vyšší energetickou hladinu), je nutno jim dodat energii alespoň 10 eV. Tak velkou energii fotony viditelného světla nemají, takže je vodík nepohlcuje a tudíž se ve spektru uvažované hvězdy absorpční čáry nepozorují.

Při teplotách od 5000 K do 30000 K je už řada vodíkových atomů ve vyšších energetických stavech. K přeskoku do ještě vyššího stavu stačí ale již méně energie (zhruba 1 eV), kterou fotony viditelného světla dodat mohou. Proto vodíkové atomy pohlcují fotony viditelného světla a ve spektru horkých hvězd se absorpční čáry pozorují.

Důvodem, proč pro přeskok z jedné excitované hladiny do jiné je třeba méně energie než při přeskoku ze základního stavu do excitovaného stavu, je skutečnost, že energie klesá s druhou mocninou hlavního kvantového čísla. Proto jsou rozdíly energií dvou excitovaných stavů menší než rozdíl excitovaného stavu a základního stavu.

Při dalším zvýšení teploty hvězdy je většina vodíkových atomů již ionizována. Ionizované atomy vodíku již nemohou vytvářet absorpční čáry ve spektru, takže ve spektru velmi horkých hvězd se vodíkové čáry opět ztrácejí.

Ionizovaný atom vodíku je atom vodíku, který nemá elektron. Z atomu vodíku, který měl původně jeden proton v jádře atomu a jeden elektron v elektronovém

obalu tak zůstane jen jádro atomu vodíku - tj. proton.

Nejdůležitější spektrální třídy jsou třídy: *O*, *B*, *A*, *F*, *G*, *K*, *M*, přičemž ve směru od třídy *O* ke třídě *M* klesá postupně teplota hvězdy. Ve směru od *O* k *M* se také postupně objevují absorpční čáry různých prvků a později i sloučenin. Není to z důvodu různého chemického složení, ale z důvodů, které byly výše vysvětleny na vodíku - jiná teplota vede k jiným podmínkám pro vznik čar příslušných prvků:

1. spektrální typ *O* - převládají čáry ionizovaného helia a vodíku;
2. spektrální typ *A* - dominují čáry vodíku;
3. spektrální typ *F* - k čarám vodíku se přidává vápník, železo a počet čar roste;
4. spektrální typ *G* - převládají čáry vápníku, vyskytují se čáry kovů a jsou ještě viditelné čáry vodíku;
5. spektrální typ *K* - velké množství čar kovů;
6. spektrální typ *M* - absorpční čáry (pásy) molekul (TiO, ...).

Astronomové považují za kovy všechny prvky z periodické soustavy prvků od lithia dále. Tyto prvky totiž nebyly ve vesmíru na jeho počátku, ale postupně vznikaly ve hvězdách a při různých příležitostech se dostávaly do vesmíru (např. při výbuchu supernovy).

Vzhledem k velkému počtu pozorovaných hvězd o různých teplotách se používá členění jemnější (*A0*, *A1*, ..., *A9*, *F0*, ...).

Slunce patří do spektrální třídy *G2*.

8.3.2.7 | Teplota hvězd

Není možné určit teplotu hvězdy, ani její atmosféry, neboť tato teplota se výrazně mění v závislosti na poloze pozorovatele v atmosféře.

Příklad z praxe: na schodišti domu mrzne, v koupelně je horko - jaká je teplota domu?

Přesto je ale nutné určit, zda je hvězda spíše teplejší nebo spíše chladnější. Jedna z cest je určit teplotu na základě barvy hvězdy - tzv. **barevnou teplotu**:

BAREVNÁ TEPLOTA HVĚZDY JE TEPLOTA ABSOLUTNĚ ČERNÉHO TĚLESA, KTERÉ VYZAŘUJE ELEKTROMAGNETICKÉ ZÁŘENÍ STEJNÉ FREKVENCE (RESP. STEJNÉ VLNOVÉ DÉLKY) JAKO HVĚZDA.

Postup určení barevné teploty spočívá v nalezení teploty absolutně černého tělesa, které vyzařuje stejné elektromagnetické záření jako zkoumaná hvězda. Poměr jednotlivých druhů elektromagnetického záření vyzařovaného hvězdou lze určit na základě měření spektra hvězd. A určit teplotu absolutně černého tělesa, které bude vyzařovat elektromagnetické záření ve stejném zastoupení jako hvězda, je jednoduché -

absolutně černé těleso je totiž model a nejsou nutná žádná složitá měření.

Jiná možnost je zavést **efektivní teplotu**:

EFEKTIVNÍ TEPLOTA HVĚZDY JE TEPLOTA ABSOLUTNĚ ČERNÉHO TĚLESA, KTERÉ JE STEJNĚ VELKÉ JAKO DANÁ HVĚZDA A KTERÉ MÁ STEJNÝ ZÁŘIVÝ VÝKON.

Efektivní teplota je blízká barevné teplotě, ale stejná být nemusí.

Efektivní teplotu T_{ef}^4 lze tedy určit na základě Stefan-Boltzmannova zákona ve tvaru $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$, kde *R* je poloměr (kulové) hvězdy a $\sigma = \frac{2k^4\pi^4}{15h^3c^2} = 5,6697.10^{-8}\ \mathrm{W.m^{-2}.K^{-4}}$ je Stefan-Boltzmannova konstanta (*k* je Boltzmannova konstanta, *h* je Planckova konstanta a *c* velikost rychlosti světla ve vakuu).

8.3.2.8 | Poloměr hvězd

Určit poloměr hvězdy není možné přímým pozorováním, protože hvězdy jsou od Země velmi daleko a jeví se proto jen jako body. Je možné i přesto určit jejich poloměr.

Jednou z možností je předpokládat, že barevná teplota hvězdy a efektivní teplota hvězdy jsou stejné. Barevnou teplotu je možné určit na základě spektra, zářivý výkon pak ze zdánlivé hvězdné velikosti (nebo absolutní hvězdné

velikosti) a poté se již dopočítá, jaký poloměr by musela mít absolutně černá koule, aby při naměřené teplotě měla naměřený zářivý výkon. Výchozí předpoklad o rovnosti barevné teploty a efektivní teploty sice není splněn přesně, ale chyba v určení poloměru hvězdy, která tímto způsobem vznikne, není velká.

8.3.2.9 | Hmotnost hvězd

Hmotnost hvězdy, stejně jako hmotnost planety, je možné určit přímo jen v případě, obíhá-li v její blízkosti jiné těleso, které je možné pozorovat. Tak je možné určit jen hmotnosti složek dvojhvězd, obecně tedy vícenásobných hvězd, které obíhají kolem společného těžiště. A i tak se to podaří jen ve zcela výjimečných případech.

Příslušné výpočty jsou založeny na Newtonově gravitačním zákonu, na Keplerových zákonech, ...

O hmotnosti hvězd je zatím známo velmi málo.

8.3.2.10 | Doba rotace hvězd

V příznivých případech (při správném natočení rotující hvězdy vůči pozemskému pozorovateli) je možné určit velikost rychlosti rotace pomocí Dopplerova jevu. Pokud je znám poloměr hvězdy, je možné určit i dobu rotace hvězdy.

Příslušné výpočty jsou založeny na Newtonově gravitačním zákonu, na Keplerových zákonech, ...

8.3.2.11 | Stavba hvězd

Informace o stavbě hvězd byly získány pomocí matematických modelů, které vznikaly (a zpětně byly ověřovány) na základě pozorování a měření stavových veličin hvězd. Teplota, tlak a hustota nitra hvězd roste se zvětšující se hloubkou vniku do hvězdy. Termonukleární reakce probíhají nejčastěji v jádru hvězdy, v pozdějších stadiích hvězdného vývoje pak ve slupce hvězdy, která obklopuje jádro. Těchto reakcí se účastní jen asi 1 % hmoty hvězdy.

Ve hvězdách probíhají tyto termonukleární reakce:

1. proton - protonový cyklus - popisuje termonukleární reakce na Slunci a probíhá při teplotách 4 až 20 milionů Kelvinů;
2. CNO cyklus - probíhá za vyšších teplot (20 až 60 milionů Kelvinů) a jde o pokračování proton - protonového řetězce. Stejně jako u proton - protonového řetězce se tvoří i zde z vodíku helium. Jde o posloupnost šesti reakcí, které využívají jako katalyzátoru uhlík, dusík a kyslík.
3. 3α proces - začíná u hvězd, které opustily

hlavní posloupnost a v jejich středu vzrostla teplota. Helium se zde mění na uhlík. Vydatnost této reakce velmi prudce roste s teplotou. Uvedený proces probíhá při teplotách řádově $10^8\ \mathrm{K}$.

4. vznik dalších prvků - z uhlíku vzniká neon, draslík, ... až železo (u velmi hmotných hvězd).

Energie uvolňovaná při termonukleárních reakcích se z nitra hvězdy k jejímu povrchu šíří:

1. zářením - a to vrstvou v zářivé rovnováze, přičemž snadné šíření energie závisí na tom, jak průhledné látky hvězda obsahuje.
2. prouděním (konvencí) - převládá hlavně v konvektivní vrstvě. Ohřátá látka stoupá, předává energii horním vrstvám a poté opět klesá. U hvězd s menší hmotností (např. Slunce) se energie šíří v hlubších oblastech zářením a blíže k povrchu konvencí. U hvězd s vyšší hmotností je tomu naopak - vrstva v zářivé rovnováze je vnější.
3. vedením - převládá v bílých trpaslících a neutronových hvězdách, tj. v tělesech, v nichž už termonukleární reakce neprobíhají. Částice látky při tom předávají část své energie sousedním částicím.

Během svého vývoje tedy hvězda vytváří atomy stále

těžších prvků z atomů lehčích prvků. Rychlost vývoje hvězdy a jeho průběh závisí na počáteční hmotnosti hvězdy a chemickém složení hvězdy. Vývoj hvězdy je také ovlivněn přítomností blízké hvězdy (v případě těsných dvojhvězd).

8.3.3 | Vznik a vývoj hvězd

Výhodou hvězdné astronomie je, že objektů, které studuje a pozoruje (tj. hvězd), je velký počet. Z tak ohromného množství materiálu je možné dělat statistické závěry. Přitom je třeba ale dávat pozor na tzv. **výběrový efekt**. Bude-li astronom třídit hvězdy např. podle spektrálních tříd, dostane z klasického pozorování hvězdné oblohy určité procentuální zastoupení jednotlivých spektrálních tříd. Pokud ale zvětší (resp. zmenší) oblast, v níž bude hvězdy sledovat (změna poloměru pomyslné koule, v níž se pozorované hvězdy nalézají), dostane naprosto odlišné výsledky. To souvisí s tím, že hvězdy různých spektrálních tříd se jeví při pozorování různě (např. hvězdy spektrálního typu *B* jsou silnými zářiči, takže jsou dobře pozorovatelné, ale je jich velmi málo, ...).

Vysvětlení výběrového efektu je možné provést na následující analogii: Na konkrétní průmyslovce v Praze tvoří 80 % všech studentů chlapci. Na základě toho není možné říci, že v Praze tvoří chlapci 80 % populace uvedeného věku. Byla vybrána jedna konkrétní

průmyslovka, kterou studuje více chlapců než dívek. Ale jsou v Praze školy, které studuje větší počet dívek než chlapců.

Z toho důvodu bylo třeba zajistit objektivní pozorování a měření hvězd, u nichž by se výběrový efekt uplatnil co nejméně. Proto se první seriózní měření objevují až v prvních desetiletí 20. století, kdy už byly známy vzdálenosti prvních několika stovek hvězd a na základě toho bylo možné určit jejich absolutní hvězdné velikosti a tím i zářivý výkon.

Vývoj hvězd lze dobře sledovat v HR diagramu.

8.3.3.1 | Hertzsprungův - Russellův diagram

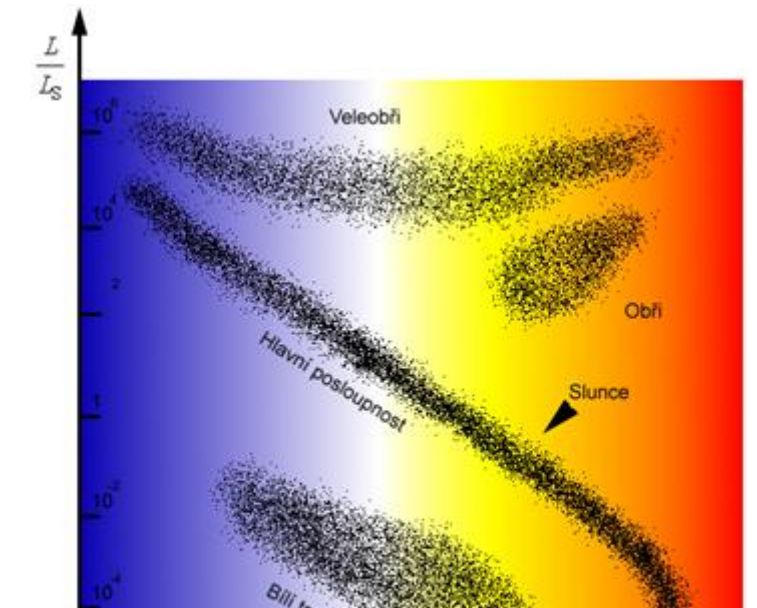
Nejvýznamnějším výsledkem z té doby je diagram, který zobrazuje hvězdy v závislosti na jejich absolutní hvězdné velikosti (a tím i v závislosti na zářivém výkonu) a na spektrální třídě (a tedy i v závislosti na jejich teplotě). Podle astronomů, kteří jej v roce 1913 nakreslili poprvé se nazývá **Hertzsprungův - Russellův diagram** (HR diagram) nebo též **diagram spektrum - svítivost**. Jeho autory jsou dánský chemik a astronom Ejnar Hertzsprung (1873 - 1967) a americký astronom Henry Norris Russell (1877 - 1957).

HR diagram je zobrazen na obr. 59. Na vodorovné ose jsou vyneseny spektrální typy od *O* do *M*, resp.

termodynamická teplota v logaritmické škále, neboť mezi těmito dvěma veličinami existuje jednoznačná závislost. Souřadnice roste ovšem teploty zprava doleva, tedy opačně, než je zvykem v kartézském systému souřadnic. Na svislou osu se nanáší absolutní hvězdná velikost *M*, resp. podíl zářivého výkonu dané hvězdy k zářivému výkonu Slunce (tento podíl se nanáší také v logaritmické škále).

Slunce má tedy svislou souřadnici rovnu jedné a vodorovná odpovídá jeho spektrální třídě - tj. třídě *G2*.

Každý bod v HR diagramu reprezentuje vždy jednu hvězdu. Hvězdy ležící v HR diagramu nejvýše vlevo jsou žhavé a velmi zářivé, hvězdy v pravém dolním rohu jsou naopak velmi chladné a málo zářivé.



Obr. 59

Hvězdy nejsou v HR diagramu rozloženy rovnoměrně, ale soustřeďují se v několika oblastech. Nejvíce hvězd (více jak 95 %) leží na tzv. **hlavní posloupnosti**. Jsou to hvězdy, u nichž s rostoucí teplotou roste i zářivý výkon. Kromě toho se v HR diagramu nacházejí i další tři větve. Nad hlavní posloupností leží **obři** (resp. **červení obři**). Červení proto, že mají nízké teploty a vyzařují tedy světlo malých

frekvencí (tj. červené), a obři proto, že při nízké teplotě mají relativně velký zářivý výkon. To znamená, že mají i velký povrch a tedy i poloměr. Ještě výše jsou **nadobři** (též **veleobři**) - velmi jasné hvězdy s velkým povrchem. Naopak pod hlavní posloupností leží **bílí trpaslíci**, hvězdy o vysoké teplotě, ale malém poloměru.

Mezi hlavní posloupností a skupinou obrů se nachází tzv. **Hertzsprungova mezera**, kde se nevyskytují stabilní hvězdy.

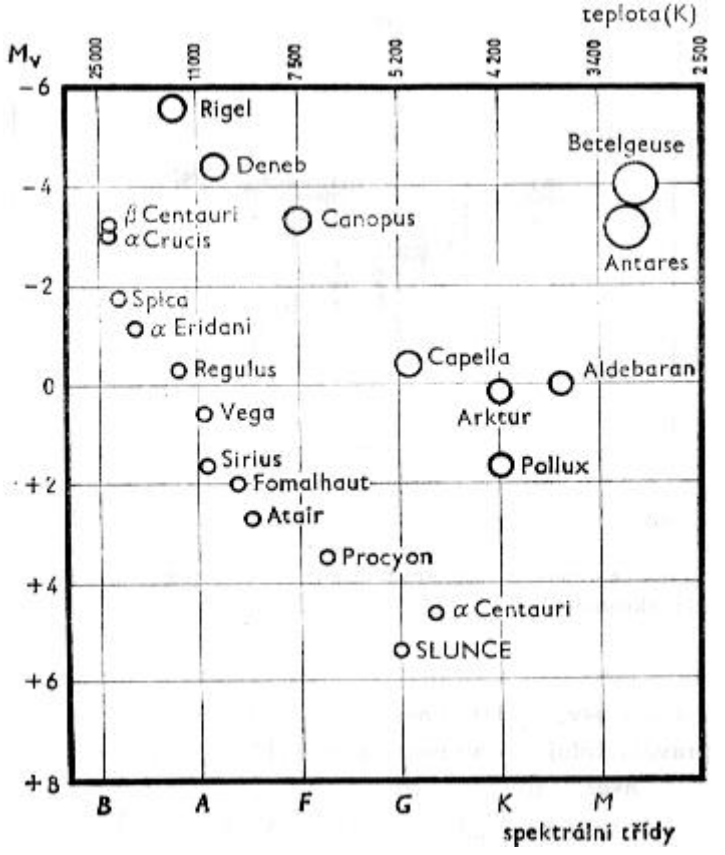
Skutečnost, že hvězdy leží jen v několika větvích (a hlavně na hlavní posloupnosti) v HR diagramu souvisí s vývojem hvězd. Není pravda, že by hvězda nemohla ležet mimo některou větev. Hvězdy se mimo větve skutečně nacházejí, ale většinou se nacházejí v uvedených skupinách. Během vývoje hvězdy mění hvězda svojí teplotu a zářivý výkon a mění tedy svojí polohu v HR diagramu. Poměrně značnou část své existence stráví hvězda téměř na jednom místě hlavní posloupnosti.

Lépe představitelný příklad: na leteckém snímku dálnice je vidět nejvíce aut v místě, kde se stala nějaká nehoda a je tam dopravní zácpa, neboť auta v tomto místě stráví podstatně více času, než v jiných místech dálnice.

Způsob, jakým se hvězda pohybuje v HR diagramu závisí na její počáteční hmotnosti a na tom, jakými stádii

vývoje hvězdy projde.

Na obr. 60 je znázorněn HR diagram pro nejjasnější hvězdy, které je možno na noční obloze ze Země pozorovat.



Obr. 60

8.3.3.2 | Vývojová stádia hvězd

Na základě současných poměrně přesných modelů existují čtyři základní etapy ve vývoji hvězd:

1. vznik hvězdy;
2. život hvězdy na hlavní posloupnosti HR diagramu, ke hvězda setrvává asi 99 % svého života. To je i důvod, proč nejvíce je hvězd pozorováno právě na hlavní posloupnosti.
3. přechod hvězdy do oblasti obrů;
4. závěrečné stadium života hvězdy - toto stádium je nejdramatičtější.

V souvislosti s hvězdami se často používají slova, která jsou většinou spojována se živými bytostmi: život, žije, ...

Získat modely, které by spolehlivě popsaly vznik hvězd a vývoj hvězd nebylo snadné, ani prostřednictvím moderní techniky. Bránily tomu dva hlavní důvody:

1. důvod psychologicko - náboženský - lidé se velmi těžko smiřovali s vývojem hvězd, neboť měli představu, že hvězdy existovaly věčně a věčně i existovat budou;
2. důvod fyzikálně - biologický - ve srovnání s životem hvězdy je život astronoma

(pozorovatele) zanedbatelně krátký. Teprve až moderní technika umožnila pozorovat i velmi vzdálené hvězdy, které se nacházejí v různých vývojových stádiích, a tak teoretické modely zpřesnit.

Nyní budou popsány tři možné varianty vývoje hvězdy. Tyto varianty se liší počáteční hmotností hvězdy a postupný vývoj hvězdy budeme sledovat v HR diagramu. Detailní popis výše uvedených čtyř etap vývoje hvězd je pak uveden v dalších odstavcích.

Mezní hodnoty hmotnosti, které odlišují jednotlivé varianty vývoje hvězd, se mohou v různých pramenech lišit - záleží na konkrétním teoretickém modelu, který byl k výpočtu použit, a jaké vlastnosti hvězd byly do uvažovaných dějů zahrnuty (rotace, hybnost, elektrický náboj, ...).

Tyto mezní hodnoty jsou udány v násobcích hmotnosti Slunce, protože o této hvězdě máme nejvíce informací a její hmotnost je charakteristická pro Sluneční soustavu.

Vývoj hvězd (zejména závěrečné stadium života hvězdy) se liší v závislosti na počáteční hmotnosti hvězdy:

1. hvězdy malých hmotností (tj. hvězdy s hmotností do $1,4\,M_S$, kde M_S je hmotnost

Slunce);

2. hvězdy středních hmotností a vysokých hmotností (tj. hvězdy s hmotností v intervalu $(1,4; 8)\, M_S$);
3. hvězdy velmi vysokých hmotností (tj. hvězdy s hmotností vyšší než $8\, M_S$).

První tři vývojová stadia jsou pro všechny hvězdy stejná - liší se až závěrečné stadium vývoje hvězdy.

8.3.3.2.1 | Vznik hvězdy

Hvězda začne vznikat, začne-li se gravitačním působením hroutit (smršťovat) obrovský oblak, který se skládá hlavně z vodíku, helia, stopového množství jiných prvků a prachu. Prach, který se nachází v oblaku, zvyšuje jeho hmotnost a odvádí přebytečné teplo.

Pevné látky tvořící prach, mají menší měrnou tepelnou kapacitu ve srovnání s plyny, a proto se prach ohřívá více. Odvádí tedy teplo z plynného oblaku.

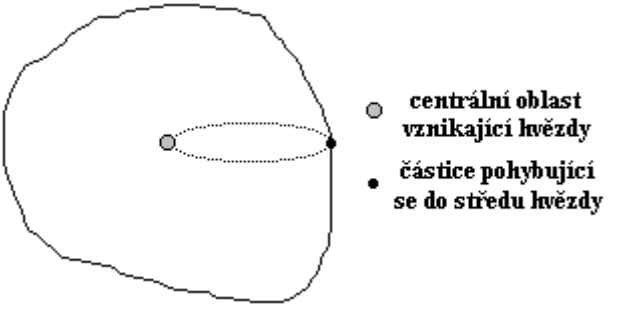
Při popsaném gravitačním smršťování se oblak na úkor své gravitační energie zahřívá. Gravitační smršťování probíhá nejdříve velmi pomalu, postupně se ale zrychluje.

Jak se oblak smršťuje, roste jeho hustota a tedy i velikost gravitační síly, které smršťování způsobuje. Hmota tedy padá do svého centra rychleji.

Na základě jednoduché úvahy je možné odvodit minimální hmotnost oblaku *M*, ze kterého může vzniknout hvězda v závislosti na vlastnostech oblaku: hustotě ρ a teplotě *T*. Oblak složený z částic o hmotnosti *m* si lze představit přibližně jako kulový o okamžitém poloměru *R*.

Okamžitý poloměr je místo poloměru použit proto, že poloměr oblaku se vlivem gravitačních sil zmenšuje.

Částici tvořící oblak se budou pod vlivem gravitační síly pohybovat do středu oblaku. Tento pohyb je možné popsat pomocí třetího Keplerova zákona jako pohyb po velmi výstřední elipse.



Obr. 61

Čas t_1 potřebný ke smrštění oblaku (tj. čas, za který se dostane uvažovaná částice o hmotnosti *m* od okraje oblaku ke jeho středu) je polovinou oběžné doby uvažované elipsy (viz obr. 61).

Částice padá jen do centra, už nekončí oběh po

druhé polovině elipsy. Hlavní poloosa uvažované elipsy je polovina okamžitého poloměru R.

S využitím třetího Keplerova zákona lze tedy psát $\frac{\left(\frac{R}{2}\right)^3}{(2t_1)^2} = \frac{\kappa M}{4\pi^2}$, odkud $t_1 = \sqrt{\frac{R^3\pi^2}{8\kappa M}}$. Uvědomíme-li si, že hustotu uvažovaného oblaku je možné vyjádřit pomocí hmotnosti oblaku a jeho objemu (resp. poloměru) ve tvaru $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3}$, je možné čas t_1 psát ve tvaru: $t_1 = \sqrt{\frac{3\pi}{32\kappa\rho}}$. Tedy s rostoucí hustotou oblaku bude klesat i čas, který je zapotřebí k tomu, aby částice od okraje oblaku dospěla do středové části. To ovšem znamená, že hvězdy se tvoří hlavně tam, kde je vysoká hustota prachoplynného oblaku.

Proti gravitační síle, která způsobuje smršťování prachoplynného oblaku, působí ale síla rázové vlny. Nebude-li gravitační působení dostatečně silné, za čas t_2 se prvotní zhuštěnina rozplyne díky rázovým vlnám (resp. zvukovým vlnám).

Analogicky se rozplyne zhuštěnina vzduchu mezi dlaněmi při tlesknutí rukou a toto tlesknutí je slyšet.

Rychlost zvuku daného plynného prostředí závisí na hustotě daného prostředí a tlaku daného prostředí vztahu $v_z = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$, kde tlak p je možné vyjádřit pomocí stavové rovnice ideálního plynu.

Oblak je možno považovat za ideální plyn tehdy, je-li tvořen převážně vodíkem (a to je pravda), který lze s dobrou přesností považovat za proton s hmotností m_p. Elektron má totiž ve srovnání s protonem hmotnost zhruba 1000krát menší a lze jí tedy zanedbat.

Ze stavové rovnice ideálního plynu tedy dostáváme: $p = \frac{\rho k T}{m_p}$ (k je Boltzmannova konstanta). Pro velikost rychlosti zvuku v daném prostředí tedy máme: $v_z = \sqrt{\frac{kT}{m_p}}$. Pro čas t_2, za který by se rodící se hvězda rozplynula vlivem rázové vlny, tedy platí: $t_2 = \frac{R}{v_z} = \sqrt{\frac{R^2 m_p}{kT}}$.

Ve výrazu pro velikost rychlosti zvuku $v_z = \sqrt{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\rho}}$ je zlomek $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\rho}$. Ten symbolizuje derivaci proměnné p podle proměnné ρ, tj. udává jak se změní proměnná p, změní-li se proměnná ρ. Výpočty s derivacemi jsou v tomto případě jednoduché, neboť hustota ρ vystupuje ve vztahu pro tlak plynu $p = \frac{\rho k T}{m_p}$ v první mocnině v čitateli. Proto po derivaci získáme $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\rho} = \frac{kT}{m_p}$.

Hvězda tedy vznikne tehdy, pokud gravitační vlivy převáží nad ostatními rušivými vlivy, tedy pokud $t_1 < t_2$.

Oblak se tedy stihne gravitačně smrštit dříve než bude „rozmetán“ rázovými vlnami.

Je možné tedy psát: $\sqrt{\frac{3\pi}{32\kappa\rho}} < \sqrt{\frac{R^2 m_p}{kT}}$, odkud $R > \sqrt{\frac{3\pi kT}{32\kappa\rho m_p}}$.

Ze vztahu $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3}$ vyplývá, že $R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}}$. To je možné dosadit do právě odvozené nerovnice a vyjádřit hmotnost oblaku M: $M > \frac{4\pi}{3}\sqrt{\left(\frac{3\pi kT}{32\kappa m_p}\right)^3 \cdot \frac{1}{\rho}} \approx \sqrt{\left(\frac{T}{m_p}\right)^3 \cdot \frac{1}{\rho}}$.

Hmotnost oblaku daná výrazem $M_J = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\left(\frac{3\pi kT}{32\kappa m_p}\right)^3 \cdot \frac{1}{\rho}}$ se nazývá **Jeansova hmotnost**, protože právě uvedenou nerovnost (tzv. **Jeansovo kriterium**) odvodil již v roce 1902 britský fyzik a astrofyzik J. H. Jeans (1877 - 1946). Jeansova hmotnost udává minimální hmotnost oblaku, z něhož může vzniknout v závislosti na jeho teplotě a hustotě hvězda.

Např. při teplotě 10 K a hustotě 10^{10} atomů na metr krychlový je Jeansova hmotnost $M_J = 8,8 M_S$ (M_S je hmotnost Slunce), což jsou podmínky příznivé pro vznik hvězd. Ale při teplotě 100 K a hustotě 10^6 atomů na metr krychlový vychází Jeansova hmotnost už $M_J = 28000 M_S$, což znamená, že vznik hvězdy je velmi nepravděpodobný.

Hvězdy tedy vznikají v chladných a hustých prachoplynných oblacích.

S postupným gravitačním smršťováním hvězdy se oblak silně zahřívá. Při teplotě několika milionů kelvinů mají jádra vodíku již takovou velikost rychlosti, že se při srážkách s ostatními jádry mohou dostat, i přes velké odpudivé elektrostatické síly, velmi blízko k sobě a spojit se v jádro helia. V tom okamžiku se v nitru hvězdy zapálí termonukleární reakce.

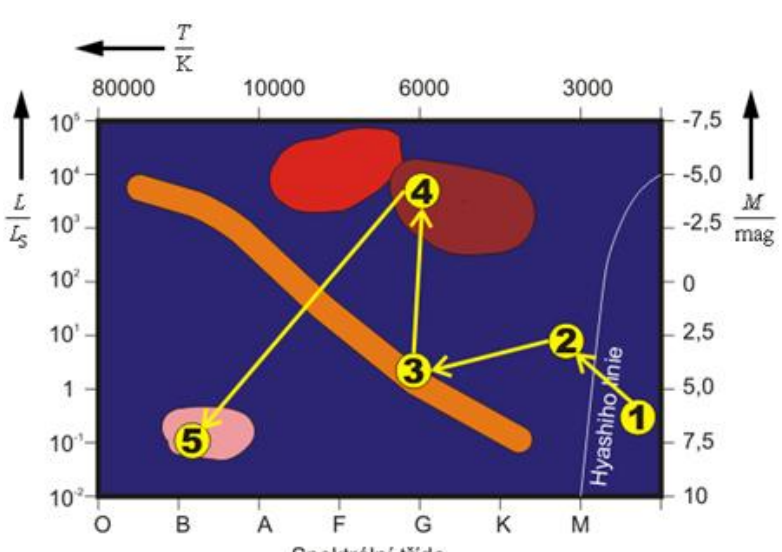
Během svého smršťování hvězda relativně silně září a v HR diagramu se proto nachází nad hlavní posloupností. Během gravitačního smršťování se stále více ale přibližuje k hlavní posloupnosti, na níž se dostane v okamžiku, kdy se v jejím nitru zapálí termonukleární reakce. Od této doby se hvězda mění jen velmi pomalu, což znamená, že velmi dlouho zůstává na hlavní posloupnosti - po celou dobu spalování vodíku.

8.3.3.2.2 | Hvězdy malých hmotností

Vývoj hvězd malých hmotností (tj. hvězd s hmotností do 1,4 hmotnosti Slunce lze sledovat v HR diagramu . V bodě 1 (podle obr. 62) v mezihvězdném zárodečném mračnu nastává vznik hvězdy. Tato fáze trvá nejvýše několik set milionů let.

Často vzniká více hvězd najednou - vznikají tak

dvojhvězdy či dokonce hvězdokupy.



Obr. 62

Vlivem gravitačního působení nehomogenity, z níž se hvězda tvoří, přibývá budoucí hvězdě hmota. S rostoucí hmotností této hmoty začíná gravitačnímu smršťování, které zvyšuje teplotu protohvězdy. V jejím nitru se proto zažehnou termonukleární reakce a protohvězda se stává hvězdou. Tato proměna nastává na tzv. Hyashiho linii (bod 2). Energie se z termonukleárních reakcí uvolňuje ve formě

zářivé energie. Fotony se ovšem k povrchu hvězdy dostanou až za několik milionů let.

Tento pomalý postup fotonů je způsoben velmi hustou látkou uvnitř hvězdy. Foton se dostává směrem k povrchu hvězdy sérií po sobě jdoucích absorpcí a emisí.

V té době se od hvězdy oddělí většina zbylého zárodečného oblaku, z něhož hvězda vznikla. Z toho, co se od hvězdy oddělilo, se mohou za několik set milionů let vytvořit planety.

Ve hvězdě se postupně vyrovnává tlaková síla plynného jádra hvězdy s gravitační silou, která tlačí vnější vrstvy hvězdy směrem do jejího nitra. Hvězda tak sestupuje na hlavní posloupnost (bod 3).

Když hvězda spálí veškeré své zásoby jaderného paliva (vodík), začne se vlivem vlastní gravitační síly hroutit, což způsobí další zvýšení teploty. Zahříváním se v jádru hvězdy opět zažehnou jaderné reakce a začne se spalovat helium. Hvězda tím opět zvýší objem (rozepne se) a sníží se její teplota (bod 4) - hvězda se dostane do oblasti obrů.

To je způsobeno tím, že spalující se helium začne hvězdu znovu „nafukovat“ - při spalování se uvolňuje energie.

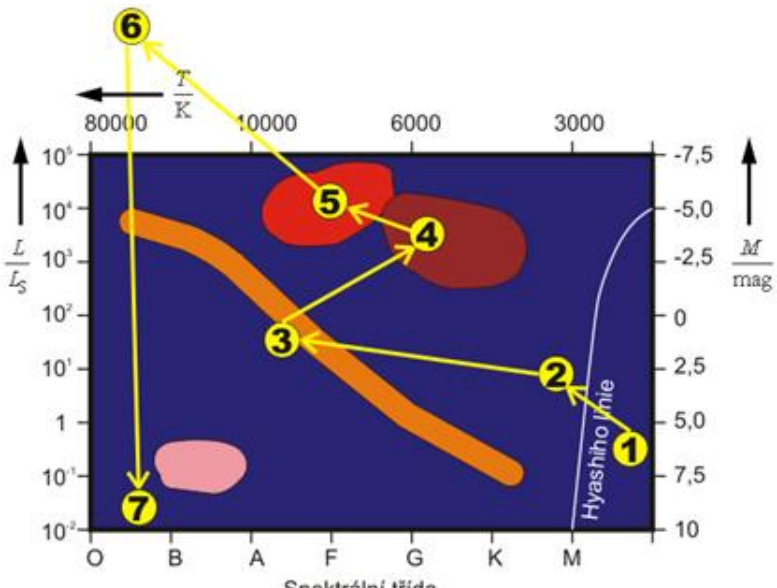
Po vyčerpání veškerého helia už ve hvězdě nemohou být zažehnuty další jaderné reakce, protože hvězda má

příliš malou hmotnost. Proto se hvězda začne gravitačně smršťovat. Přitom hvězda odhodí svou atmosféru a dojde ke gravitačnímu zhroucení (gravitační kolaps) do tzv. bílého trpaslíka (bod 5).

8.3.3.2.3 | Hvězdy středních hmotností a vysokých hmotností

Vývoj hvězd středních hmotností a velkých hmotností (tj. hvězd s hmotnostmi v intervalu $(1,4; 8)\,M_S$, kde M_S je hmotnost Slunce) lze sledovat v HR diagramu. V bodě 1 (podle obr. 63) v mezihvězdném zárodečném mračnu nastává vznik hvězdy. Tato fáze trvá nejvýše několik set milionů let.

Často vzniká více hvězd najednou - vznikají tak dvojhvězdy či dokonce hvězdokupy.



Obr. 63

Vlivem gravitačního působení nehomogenity, z níž se hvězda tvoří, přibývá budoucí hvězdě hmota. S rostoucí hmotností této hmoty začíná gravitačnímu smršťování, které zvyšuje teplotu protohvězdy. V jejím nitru se proto zažehnou termonukleární reakce a protohvězda se stává hvězdou. Tato proměna nastává na tzv. Hyashiho linii (bod 2). Energie se z termonukleárních reakcí uvolňuje ve formě zářivé energie. Fotony se ovšem k povrchu hvězdy

dostanou až za několik milionů let.

Tento pomalý postup fotonů je způsoben velmi hustou látkou uvnitř hvězdy. Foton se dostává směrem k povrchu hvězdy sérií po sobě jdoucích absorpcí a emisí.

V té době se od hvězdy oddělí většina zbylého zárodečného oblaku, z něhož hvězda vznikla. Z toho, co se od hvězdy oddělilo, se mohou za několik set milionů let vytvořit planety.

Ve hvězdě se postupně vyrovnává tlaková síla plynného jádra hvězdy s gravitační silou, která tlačí vnější vrstvy hvězdy směrem do jejího nitra. Hvězda tak sestupuje na hlavní posloupnost (bod 3).

Na hlavní posloupnosti hvězda o hmotnosti 10 hmotností Slunce setrvala přibližně 150 milionů let, v oblasti obrů tento typ hvězd zůstává maximálně několik desítek milionů let.

Když hvězda spálí veškeré své zásoby jaderného paliva (vodík), začne se vlivem vlastní gravitační síly hroutit, což způsobí další zvýšení teploty. Zahříváním se v jádru hvězdy opět zažehnou jaderné reakce a začne se spalovat helium. Hvězda tím opět zvýší objem (rozepne se) a sníží se její teplota (bod 4) - hvězda se dostane do oblasti obrů.

To je způsobeno tím, že spalující se helium začne hvězdu znovu „nafukovat“ - při spalování se uvolňuje

energie.

Po vyčerpání veškerého helia při termojaderných reakcích se hvězda v důsledku své hmotnosti opět vlastní gravitační silou začne hroutit a tak se zvyšuje teplota jádra hvězdy. Ta je dostatečná k tomu, aby se zažehly další jaderné reakce a začalo se spalovat další palivo - uhlík. Jakmile jsou tyto jaderné reakce zažehnuty, hvězda zvětší své rozměry i zářivý výkon a v HR diagramu se dostává do oblasti veleobrů (bod 5).

Když se vyčerpá i uhlík jakožto palivo jaderných reakcí, začíná se hvězda opět vlivem vlastní gravitační síly hroutit. Rázová vlna však narazí na malé relativně husté jádro a odrazí se zpět. Obrovské tlakové síly rozmetají plynnou atmosféru hvězdy a hvězda opouští hranice HR diagramu a stává se tzv. supernovou (bod 6). Ta přitom svítí jako několik milionů Sluncí dohromady.

Při gravitačním kolapsu padá hmoty hvězdy na jádro hvězdy. Lze si to představit tak, že se hmota šíří ve formě rázové vlny - podobné, která vzniká při výbuchu jaderné bomby, při přeletu nadzvukového letadla, při tlesknutí rukama, ...

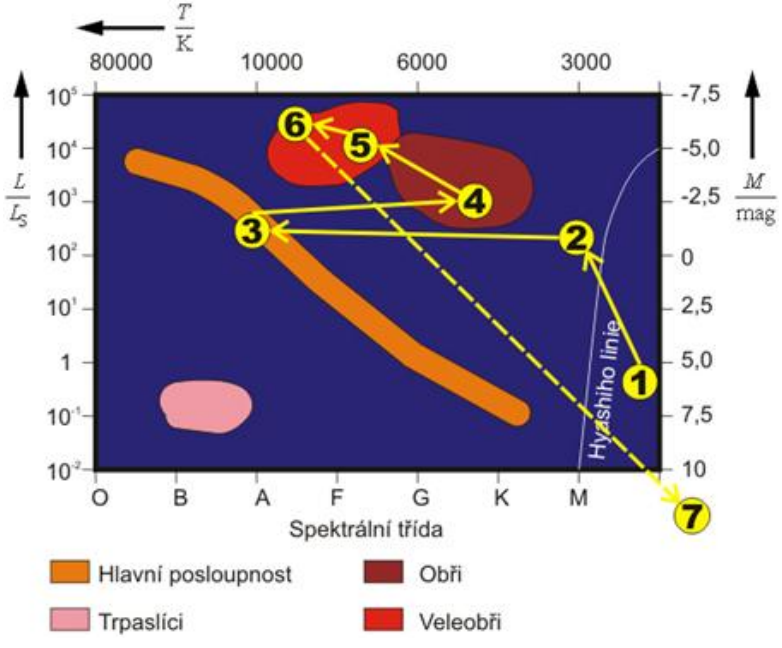
Po několika letech zůstane na místě původní hvězdy tzv. neutronová hvězda (bod 7).

8.3.3.2.4 | Hvězdy velmi vysokých

hmotností

Vývoj hvězd středních hmotností a velkých hmotností (tj. hvězd s hmotnostmi vyššími než 8 hmotností Slunce lze sledovat v HR diagramu. V bodě 1 (podle obr. 64) v mezihvězdném zárodečném mračnu nastává vznik hvězdy. Tato fáze trvá nejvýše několik set milionů let.

Často vzniká více hvězd najednou - vznikají tak dvojhvězdy či dokonce hvězdokupy.



Obr. 64

Vlivem gravitačního působení nehomogenity, z níž se hvězda tvoří, přibývá budoucí hvězdě hmota. S rostoucí hmotností této hmoty začíná gravitačnímu smršťování, které zvyšuje teplotu protohvězdy. V jejím nitru se proto zažehnou termonukleární reakce a protohvězda se stává hvězdou. Tato proměna nastává na tzv. Hyashiho linii (bod 2). Energie se z termonukleárních reakcí uvolňuje ve formě zářivé energie. Fotony se ovšem k povrchu hvězdy dostanou až za několik milionů let.

Tento pomalý postup fotonů je způsoben velmi hustou látkou uvnitř hvězdy. Foton se dostává směrem k povrchu hvězdy sérií po sobě jdoucích absorpcí a emisí.

V té době se od hvězdy oddělí většina zbylého zárodečného oblaku, z něhož hvězda vznikla. Z toho, co se od hvězdy oddělilo, se mohou za několik set milionů let vytvořit planety.

Ve hvězdě se postupně vyrovnává tlaková síla plynného jádra hvězdy s gravitační silou, která tlačí vnější vrstvy hvězdy směrem do jejího nitra. Hvězda tak sestupuje na hlavní posloupnost (bod 3).

Na hlavní posloupnosti hvězda o hmotnosti 50 hmotností Slunce setrvá přibližně 100 milionů let, v oblasti obrů tento typ hvězd zůstává maximálně několik desítek milionů let.

Když hvězda spálí veškeré své zásoby jaderného paliva (vodík), začne se vlivem vlastní gravitační síly hroutit, což způsobí další zvýšení teploty. Zahříváním se v jádru hvězdy opět zažehnou jaderné reakce a začne se spalovat helium. Hvězda tím opět zvýší objem (rozepne se) a sníží se její teplota (bod 4) - hvězda se dostane do oblasti obrů.

To je způsobeno tím, že spalující se helium začne hvězdu znovu „nafukovat“ - při spalování se uvolňuje energie.

Po vyčerpání helia při termojaderných reakcích se hvězda v důsledku své hmotnosti opět vlastní gravitační silou hroutí, a proto roste teplota jádra hvězdy. Vytvoří se tedy podmínky pro zažehnutí další jaderné reakce: začíná se spalovat uhlík. Průběh jaderných reakcí spalujících uhlík způsobí zvětší rozměru hvězdy, čím vzroste i zářivý výkon hvězdy. Hvězda se proto v HR diagramu přesouvá do oblasti veleobrů (bod 5).

Jakmile hvězda spálí i všechen uhlík, znovu se začíná hroutit. Vzhledem k tomu, že hmotnost hvězdy je relativně velká, zažehnou se další jaderné reakce spalující další těžší prvky, než je uhlík. Hvězda pod vlivem těchto reakcí dále zvětšuje svůj objem a posouvá se na HR diagramu do bodu 6. Jaderné reakce v jádru hvězdy definitivně vyhasnou, jakmile zůstane v jádře hvězdy jen železo.

Jaderné reakce vyhasly právě u železa proto, že

struktura železa ze všech izotopů různých prvků nejúspornější (energeticky nejvýhodnější). Vyplývá to z grafu závislosti separační energie na hmotnostním čísle.

Tento stav nastává pro uvažovanou hvězdu o hmotnosti 50 hmotností Sluncí ve stáří přibližně 180 milionů let.

Gravitační kolaps, který následuje po vyčerpání veškerého jaderného paliva hvězdy, končí po dalších zhruba 20 milionech let. Vzhledem k velmi velké hmotnosti hvězdy převáží gravitační síly nad všemi ostatními silami, které drží hmotu pohromadě (elektrostatické síly, vazebné síly, ...) a hvězda se hroutí sama do sebe. HR diagram opouští jako tzv. černá díra (bod 7).

V této fázi černá díra vydrží mnoho miliard let a pravděpodobně skončí až s koncem vesmíru.

8.3.3.2.5 | Život hvězdy na hlavní posloupnosti

Do kterého místa na hlavní posloupnosti v HR diagramu se hvězda dostane, závisí na hmotnosti hvězdy. Hvězdy s malou hmotností jsou na hlavní posloupnost vpravo dole, zatímco hvězdy s větší hmotností zhruba uprostřed. Doba, po kterou hvězda setrvá na hlavní posloupnosti, je asi stokrát delší než doba, která uběhla od začátku gravitačního smršťování rodící se hvězdy

k zažehnutí termojaderné reakce v nitru hvězdy. Stabilní hvězda na hlavní posloupnosti stráví většinu svého aktivního života. Zářivý výkon hvězdy je úměrný třetí mocnině hmotnosti hvězdy. To tedy znamená, že hvězdy o velké hmotnosti spalují svojí hmotu rychleji a její život je kratší ve srovnání s hvězdami, jejichž hmotnosti jsou menší.

Hvězda o hmotnosti Slunce zůstane na hlavní posloupnosti zhruba 10 miliard let, hvězda s hmotností 15krát vyšší jen 10 milionů let (tedy 1000krát kratší dobu).

Jestliže velké hvězdy spalují své palivo rychleji a menší hvězdy pomaleji, pak to znamená, že řádově žijí stejnou dobu.

Zkrátka větší hvězdy více „hýří“ svojí energií.

Během celé doby, kdy hvězda zůstává setrvává na hlavní posloupnosti probíhá v jejím nitru přeměna vodíku na helium pomocí reakcí, které se podílejí na stavbě hvězd. Helium přitom tvoří odpadní materiál jaderných reakcí probíhajících v nitru hvězd.

Jaderné reakce, které probíhají v nitru hvězd, jsou podobné reakcím probíhajícím v jaderném reaktoru jaderné elektrárny. Inspiraci pro stavbu jaderných reaktorů si fyzikové vzali v přírodě - ve hvězdách.

V této fázi (tj. na hlavní posloupnosti) se nalézá i Slunce, které zde setrvá ještě přibližně 10 miliard let.

Existují ale i hvězdy, které se na hlavní posloupnost

nedostanou. U nich se totiž termojaderné reakce nezažehnou. Týká se to hvězd, jejichž hmotnost je menší než asi 0,07 hmotnosti Slunce. Při vzniku hvězdy se i v tomto případě materiál vlivem gravitačního působení soustřeďuje v centrální oblasti budoucí hvězdy a tak se i zvyšuje teplota této centrální oblasti. Ale dříve než se zapálí termojaderné reakce, vznikne v nitru hvězdy běžná pevná látka, která další smršťování zastaví. Těmto hvězdám se říká **hnědí trpaslíci** a lze si je představit jako velmi velké horké planety. Jejich velikost je ale vzhledem k ostatním hvězdám velmi malá, a proto se velmi špatně pozorují. Hnědý trpaslík postupně vychladne a stává se z něj **černý trpaslík**.

8.3.3.2.6 | Přechod hvězdy do oblasti obrů

Jakmile se v nitru hvězdy spálí vodíkové palivo termojaderných reakcí, které by umožňovalo další výrobu helia a současně dodávalo energii nutnou na kompenzování vnějšího tlaku způsobného vlastní gravitační silou, zapálí se v nitru hvězdy nová jaderná reakce. Vyhořením vodíku totiž poklesne vnitřní tlak hvězdy a hvězda se začne opět svou vlastní gravitační silou smršťovat. Tím se ovšem znovu zahřívá, ale zahřívá se více než původně. Smršťování pokračuje tak dlouho, dokud se nezapálí další jaderná reakce nebo dokud nitro

hvězdy nemá takovou hustotu, že je schopno odolat obrovskému vnějšímu tlaku.

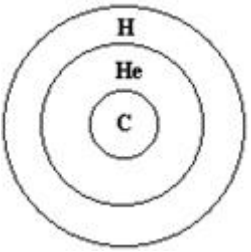
Při této nové jaderné reakci se z helia začíná vyrábět uhlík. Zapálení této reakce vede k tomu, že elektromagnetické záření z nitra hvězdy rozepne vnější vrstvy hvězdy.

Větší povrch hvězdy bude ale vyzařovat elektromagnetické záření intenzivněji (ve shodě se Stefan-Boltzmannovým zákonem). Zářivý výkon hvězdy je v tomto stadiu vývoje hvězdy úměrný čtvrté mocnině hmotnosti.

V této době je hvězda o hmotnosti Slunce stará přibližně 10 miliard let a dalších asi 5 miliard let v této fázi zůstane.

Toto zvětšení objemu hvězdy probíhá za zhruba stejného zářivého výkonu hvězdy, a proto se sníží povrchová teplota hvězda. Hvězda se tedy rozpíná a teplota klesá řádově o 1000 K, zatímco poloměr hvězdy vzroste až o dva řády. Hvězda se tedy stává **červeným obrem**. Na konci tohoto vývojového stádia hvězdy může hvězda vypadat tak, jak je znázorněno na obr. 65.

Do oblasti obrů se dostanou všechny hvězdy, které se doslaly na hlavní posloupnost.

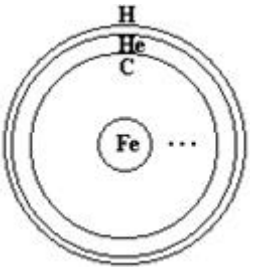


Obr. 65

Červeným obrem se přibližně za 5 miliard let stane i Slunce, jehož poloměr se v té době zvětší přibližně 1000krát a bude sahat až k trajektorii Venuše.

8.3.3.2.7 | Závěrečná stadia vývoje hvězd

Pokud hvězda spálí všechno helium, opakuje se proces, který probíhal při přechodu hvězdy do oblasti obrů. Postupně se začínají zapalovat reakce, jejímž produkty po řadě jsou uhlík, hořčík, křemík, kobalt, nikl, ... až po izotop železa $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$. Tento izotop železa už není schopen další jadernou syntézou uvolnit další energii. Před každým zapálením nové reakce se hvězda smršťí a následně zvětší svůj objem.



Obr. 66

Hvězda tak připomíná rozkrojenou cibuli, v níž jsou jednotlivé vrstvy tvořeny právě uvedenou řadou prvků (viz obr. 66).

Jaderné reakce vyhasínají právě u železa proto, že železo (konkrétně izotop $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$) je nejstabilnější, tj. má nukleony uspořádané v takové prostorové konfiguraci, v níž mají minimální možnou energii, a proto tento izotop nemůže při jaderné syntéze uvolnit další energii. Tato vlastnost izotopu železa $^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ vyplývá i z grafu závislosti separační energie na hmotnostním čísle: tomuto izotopu železa odpovídá v popsaném grafu maximum separační energie.

Hvězda postupem času přestává mít zásobu paliva na výrobu energie, kterou by kompenzovala vnější tlak způsobený vlastní gravitační silou. Reakce v nitru hvězdy tedy začínají pohasínat a začíná nezvratný konec hvězdy -

látka hvězdy se začíná hroutit na jádro, které je v té chvíli tvořeno již železem. V závislosti na počáteční hmotnosti hvězdy se stane hvězda jedním z následujících objektů:

1. bílým trpaslíkem;
2. neutronovou hvězdou;
3. černou dírou.

Bílým trpaslíkem se hvězda stává, není-li hmotnost hvězdy větší než asi 1,4 hmotnosti Slunce. Gravitační smršťování hvězdy zastaví velmi stlačená látka v jejím nitru. Všechna zbylá hmota hvězdy se totiž zhroutí do průměru maximálně několika tisíc kilometrů (od 3000 km do 25000 km) a tedy naroste její hustota a teplota. Proto bílý trpaslík září i bez toho, že by v jeho nitru probíhaly jaderné reakce.

Energie, kterou bílý trpaslík vyzařuje, se nakumulovala v jeho nitru při gravitačním hroucení hvězdy, které bylo doprovázeno zvýšením teploty.

Atomy jsou v této látce stlačeny k sobě vlivem obrovského tlaku tak, že elektronové obaly sousedních atomů splývají a elektrony tak volně přecházejí od jednoho jádra atomu k druhému. Tyto elektrony tvoří tzv. degenerovaný plyn. Hustota této látky je přibližně z intervalu $\left(10^{8};10^{12}\right)\,\mathrm{kg.m^{-3}}$. Vzhledem k tomu, že se hvězda během smršťování ohřála na vysokou teplotu, je vyzařované elektromagnetické záření posunuto do oblasti kratších vlnových délek.

Tento fakt souvisí s Planckovou kvantovou hypotézou: elektromagnetické záření (tj. proud fotonů) s vyšší energií má vyšší frekvenci a tedy kratší vlnovou délku.

Povrch hvězdy relativně rychle zchladne na $10^4\,\mathrm{K}$. Ztráty energie způsobené vyzařováním elektromagnetického záření jsou sice malé, ale zásoba nahromaděné energie se časem vyčerpá. Nicméně bílý trpaslík chladne velice pomalu, a proto hvězdy v tomto závěrečném stadiu svého vývoje setrvávají beze změn biliony let.

Když se zásoby energie vyčerpají, bílý trpaslík přestává zářit a stává se z něj **černý trpaslík**.

Neutronová hvězda vzniká z hvězdy, jejichž hmotnost se pohybuje v rozmezí $(1{,}4; 8)\,M_\odot$. Počáteční pomalé smršťování způsobení vlastní gravitační silou je vystřídáno velmi rychlým kolapsem, ke kterému dochází díky nestabilitám. Nitro hvězdy kolabuje rychleji než vnější vrstvy, a proto je v nitru hvězdu velmi vysoký tlak. Jednotlivé elektrony degenerovaného plynu jsou proto vtlačovány až do jader atomů, v nichž reagují s protony a vznikají neutrony a neutrina.

V jádrech atomů tedy probíhá tzv. inverzní β rozpad.

Vlivem vysokého tlaku v nitru hvězdy se zvýší i teplota a vytvoří se tak podmínky vhodné pro celou řadu reakcí

elementárních částic, které produkují vysoce energetická neutrina. Ta reagují s okolní látkou a předávají značnou energii vnějším vrstvám hvězdy. Zároveň se od nitra hvězdy šíří rázová vlna, která vznikla odrazem od nitra hvězdy při zabrzdění kolapsu. Energie, která se tímto způsobem předává vnějším vrstvám je natolik velká, že tyto vnější vrstvy hvězdy explodují a látka vnějších vrstev hvězdy se šíří do okolního prostoru. Tato látka je přitom ohřátá na vysokou teplotu, a proto září. Pozorovatel na Zemi tak pozoruje **výbuch supernovy**. Rozpínající se oblak látky pomalu chladne a stává se mlhovinou, v jejíž centrální oblasti je zkolabované jádro - chladná neutronová hvězda. Poloměr neutronové hvězdy je několik kilometrů a hustota je srovnatelná s hustotou atomového jádra: řádově 10^{17} $kg.m^{-3}$.

Některé neutronové hvězdy se silným magnetickým polem a rychlou rotací (tj. relativně krátkou periodou rotace) se pozorují jako tzv. pulsary.

Zatímco od zrodu hvězdy do této fáze uplynulo přibližně 250 milionů let, neutronová hvězda zůstane v tomto stavu několik trilionů let.

Černá díra vzniká z hvězd s hmotností větší než řádově 8 až 10 hmotností Slunce. Závěrečné stadium vývoje hvězdy probíhá zpočátku velmi podobně při vzniku neutronových hvězd. Vlivem větší hmotnosti se ale

gravitační kolaps nezastaví ani v oblasti jaderných hustot a pokračuje dále, až se poloměr tělesa zmenší pod kritickou hodnotu $r_{\text{kritický}} = \frac{2\kappa M}{c^2}$ (kde M je hmotnost hroutící se hvězdy, c je velikost rychlosti světla ve vakuu a κ je gravitační konstanta). Pod touto mezi neexistuje již rovnováha, tj. neexistuje síla, která by byla schopná zastavit gravitační kolaps.

Ani železo (jako u bílého trpaslíka), ani neutrony (jako u neutronové hvězdy) nevydrží ohromné síly, které jsou vyvolané hroutící se obrovskou masou hvězdy. Všechno se tedy drtí do téměř jednoho bodu.

Vnější vrstvy hvězdy kolabují s jádrem a celá hvězda se smršťuje do stále menších rozměrů (u sféricky symetrických těles do 1 bodu - tzv. **singularity**). Hvězda se uzavírá do sebe a odděluje se od okolního vesmíru, v němž zůstává jen stopa jejího zániku - černá díra.

Meze hmotností hvězd pro jednotlivá závěrečná stadia hvězdného vývoje hvězd se mohou v různých literaturách lišit v závislosti na tom, jaké vlastnosti hvězd autoři do uvažovaného děje zahrnou (rotace, hybnost, elektrický náboj, ...).

8.3.4 | Proměnné hvězdy

Velká většina hvězd, které je možné ze Země pozorovat, svítí během života člověka stále stejně. Existují však hvězdy, které mění svou jasnost a to buď pravidelně (periodicky) nebo nepravidelně. Takovým hvězdám se říká **proměnné hvězdy**.

PROMĚNNÉ HVĚZDY JSOU HVĚZDY, JEJICHŽ JASNOST SE MĚNÍ. ZMĚNA JASNOSTI MŮŽE BÝT PERIODICKÁ A NEBO NEPERIODICKÁ.

Různé proměnné hvězdy mají různé periody změny jasnosti, většinou v rozsahu od několika hodin do několika desítek dní.

Změna jasnosti hvězd má různé příčiny a jejich studiem je možné získat informace o nejdůležitějších charakteristikách a vlastnostech hvězd. **Světelná křivka** zobrazuje závislost hvězdné velikosti hvězdy na čase. Tato křivka má několik parametrů, pomocí nichž je možné tuto křivku (a tedy i hvězdu) popsat:

1. **amplituda jasnosti** - udává rozdíl mezi hvězdnou velikostí hvězdy v maximu a v minimu své jasnosti;
2. **perioda zjasnění** (**perioda pulsace**)- u periodických proměnných hvězd je to doba, po které se průběh světelné křivky opakuje; opakování má ale většinou drobné odchylky oproti minulému cyklu.

V roce 1981 bylo známo přes 25000 proměnných hvězd (a jen v souhvězdí Střelce jich bylo do konce roce 1995 známo přes 4000) a jejich počet stále roste.

Proměnné hvězdy jsou několika typů, které se dělí na dvě základní skupiny:

1. fyzické proměnné - jedná se o skutečně proměnné hvězdy: pulsující proměnné, eruptivní proměnné a rotační proměnné;
2. optické proměnné - jde pouze o optický klam: hvězda se zdá proměnná, ale ve skutečnosti jde o hvězdy dvě - jde o tzv. zákrytové proměnné.

8.3.4.1 | Pulsující proměnné

U pulsujících proměnných se téměř pravidelně periodicky rozpínají a smršťují atmosféry hvězd. Proto mění hvězda svůj poloměr a tedy i teplotu, což vede ke změně její jasnosti. Jedná se většinou o obry nebo veleobry. Do této skupiny patří:

1. cefeidy - mají pro astronomii poměrně důležitý význam;
2. hvězdy typu RR Lyr;
3. miridy.

8.3.4.1.1 | Cefeidy

Cefeidy jsou veleobři spektrálních tříd *F* až *K*, u nichž se velmi přesně opakují změny zářivého výkonu. Závislost jejich hvězdné velikosti na čase má periodu 1 den až 70 dní. Stejnou periodu má i křivka radiálních rychlostí. Vzhledem k vysokému zářivému výkonu jsou cefeidy pozorovány i ve vzdálených hvězdokupách i v nejbližších galaxiích (cizích galaxiích).

Cefeidy (patřící do souhvězdí Cefea), jsou hvězdy I. galaktické populace a vyskytují se tedy v blízkosti galaktické roviny a v otevřených hvězdokupách. Amplituda jasnosti světelné křivky dosahuje hodnoty nejvýše 2 mag, nejvíce hvězd typu δCep má periodu změn jasnosti přibližně 5 - 6 dní.

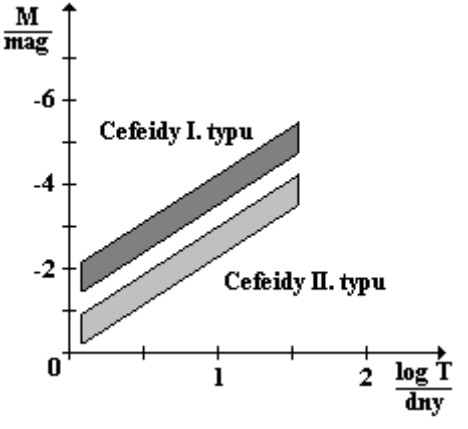
Do vývojového stadia cefeid přicházejí hmotné hvězdy v okamžiku, kdy v jejich chemickém složení převládne helium (tj. stadium ve vývoji hvězdy, ve kterém hvězda přechází v HR diagramu z hlavní posloupnosti do oblasti obrů). Dvakrát ionizovaným heliem prochází elektromagnetické záření z nitra hvězdy relativně snadno, zatímco jednou ionizované helium v blízkosti povrchu hvězdy brání průchodu záření více.

Helium je na druhém místě periodické tabulky prvků a má tedy v neutrálním stavu v elektronovém obalu dva elektrony. Může se tedy ionizovat dvakrát: při první ionizaci ztratí jeden elektron, při druhé ionizaci ztratí

druhý elektron (a zůstane tedy jen jádro atomu helia).

Příčinou poklesu množství elektromagnetického záření, které prochází jednou ionizovaným heliem, je možnost zachycení fotonu elektromagnetického záření heliem a přeskoku elektronu na vyšší energetickou hladinu (nastává absorpce fotonu).

Vnitřek jednou ionizovaného helia se ohřeje, ionizuje se a tím i zprůhlední. Menší množství absorbovaného záření pak nestačí tuto vrstvu dostatečně ohřívat, stupeň ionizace klesne a děj se tak periodicky opakuje. Střídavé ohřívání a ochlazování hraniční vrstvy mezi trvale dvakrát ionizovaným heliem a trvale jednou ionizovaným heliem se projeví navenek periodickými změnami objemu této vrstvy, tj. pulsacemi hvězdy.



Obr. 67

Na základě celé řady měření byla statisticky stanovena závislost absolutní hvězdné velikosti *M* na periodě pulsace *T* (resp. na jejím logaritmu), která je zobrazena na obr. 67. Tato křivka je pro hvězdy, které patří mezi cefeidy, známa. Na základě tohoto grafu je možné potom **určovat vzdálenost** těchto hvězd. Při sledování dané cefeidy lze určit na základě měnící se jasnosti její periodu *T*, na základě právě popsaného grafu je pak možné určit absolutní hvězdnou velikost cefeidy *M* a pomocí Pogsonovy rovnice pro absolutní hvězdnou velikost je možné určit paralaxu hvězdy. Ze znalosti paralaxy je pak možné určit i vzdálenost dané hvězdy. Vzhledem k tomu, že tato paralaxa byla určena na základě měření jasnosti (tj. fotometricky), jedná se o **fotometrickou paralaxu**.

8.3.4.1.2 | Hvězdy typu RR Lyr

Hvězdy typu RR Lyr jsou rychle pulsující obři spektrálních tříd typů *A*, *B* a *F*. Vlastnosti mají podobné jako cefeidy s tím rozdílem, že mají krátkou periodu pulsace - kratší než 1 den. Jedná se většinou o staré hvězdy (II. galaktická populace), které se vyskytují v kulových hvězdokupách. Zhruba 90 % hvězd z této skupiny má velmi asymetrickou světelnou křivku se strmou vzestupnou částí. Většina ze zbývajících 10 % hvězd této skupiny má světelnou křivku ve tvaru sinusoidy.

Typickou představitelkou této skupiny je hvězda *RR Lyr* (souhvězdí Lyry). V HR diagramu zaujímají tyto hvězdy polohu mezi hlavní posloupností a začátkem větve obrů (tzv. **Hertzsprungova mezera**), kde se nevyskytují stabilní hvězdy.

8.3.4.1.3 | Miridy

Miridy jsou dlouhoperiodické proměnné hvězdy s amplitudami jasnosti světelných křivek většími než 2,5 mag (někdy dokonce přesahují i 6 mag). Jedná se o obry spektrálních tříd *M*, *C* a *S*, jejichž periody zjasnění leží v rozmezí 80 dnů až 1000 dnů. Světelné křivky mají rozličný tvar - od asymetrických křivek, přes symetrické křivky až ke značně komplikovaným (křivky s dvojitými maximy, ...). Délka periody jednotlivých hvězd je pravidelná, ale ne tak jako u cefeid nebo u hvězd typu *RR Lyr*.

Změna hvězdné velikosti je dána hlavně změnami výraznosti absorpčních čar (resp. absorpčních pásů) v dané oblasti spektra elektromagnetického záření a méně změnami teploty.

Typickou představitelkou je hvězda o *Cet* (Velryba), která má též název *Mira Ceti*, proto název miridy.

8.3.4.2 | Eruptivní proměnné

Eruptivní proměnné jsou hvězdy, které občas (většinou nepravidelně) vyvrhují část své hmoty do okolního prostoru. Mezi tyto proměnné patří:

1. novy;
2. supernovy;
3. Hvězdy typu T Tauri.

8.3.4.2.1 | Novy

Termín *stella nova* (latinsky *nová hvězda*) má historický původ. Začal se užívat v době, kdy ještě panovala domněnka, že jde o nově vznikající hvězdy.

Novy jsou objekty, jejichž zářivý výkon v krátkém časovém rozmezí (hodiny až měsíce) vzrůstá až milionkrát, čemuž odpovídá změna hvězdné velikosti o 7 mag až 16 mag. Po krátké době jejich zářivý výkon zase klesá a dosahuje své původní hodnoty, kterou má v průběhu let až desetiletí. Většina těchto objektů vzplane pouze jednou, existují ale hvězdy, u nichž se toto vzplanutí opakuje. Jde o tzv. **rekurentní novy**.

Fáze předcházející vzplanutí nejsou dobře známy, neboť vzplanutí jsou pozorována až po maximu své světelné křivky. Během vzplanutí se mění spektrální typ

novy. Expanze látky do okolí probíhá ve dvou vlnách: tzv. vzbuzený systém se šíří rychlostí o velikosti řádově $4000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ a je následován obálkou rozpínající se rychlostí o velikosti $1400\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Tyto údaje byly naměřeny u první komplexně pozorované novy *V1500Cyg*, která vzplanula v srpnu 1975 v souhvězdí Labutě. Celková energie vyzáření během vzplanutí je obvykle $10^{38}\,\mathrm{J}$.

Nova je velmi krátkou vývojovou fází vývoje těsných dvojhvězd tvořených hvězdou hlavní posloupnosti a bílým trpaslíkem. Začne-li plyn bohatý na vodík přetékat z běžné hvězdy na bílého trpaslíka, zapálí se na jeho povrchu termojaderné reakci, při níž se mění vodík na helium. Tento termonukleární výbuch má explozivní charakter, odhodí vrchní vrstvy přeteklé hmoty a jev se pozoruje jako nova.

U rekurentních nov může tento proces probíhat opět zhruba po 10 letech až 100 letech, u nov po 10 letech až po 100 tisících letech.

8.3.4.2.2 | Supernovy

Exploze supernov jsou vzácné a v naší Galaxii byly pozorovány v letech 1006, 1054, 1572, 1604. Většina poznatků proto pochází ze studia supernov v jiných galaxiích - hlavně z pozorování supernovy *1987A* ve Velkém Magellanově oblaku.

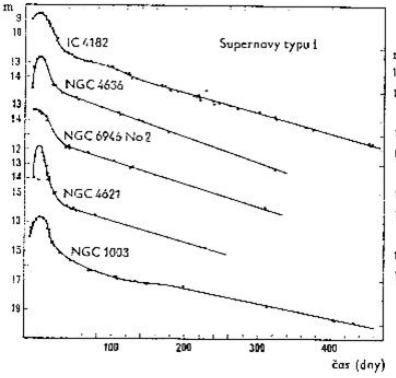
Tvar světelné křivky supernov je podobný novám, ale

amplituda jasnosti světelné křivky dosahuje až 20 mag, takže zářivý výkon vzrůstá nejméně 10^8 krát. Absolutní hvězdná velikost supernovy dosahuje v maximu $-14\,\mathrm{mag}$ až $-21\,\mathrm{mag}$, a proto je možné je pozorovat i v jiných galaxiích.

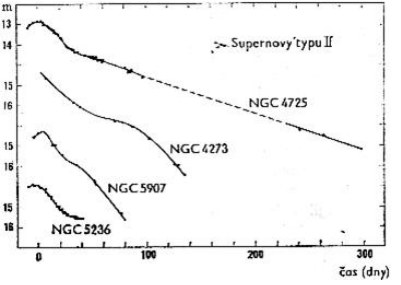
Vzestupná část světelné křivky je většinou pozvolnější než u nov a přírůstek jasnosti činí $\langle 0,2;\,0,5\rangle\,\mathrm{mag}$ za den. Podle charakteristiky sestupné části křivky se rozlišují supernovy:

1. I. typu - sestupná část křivky má hladký průběh (viz obr. 68): nejprve je pokles prudší (3 mag za 25 dnů až 40 dnů), později pomalejší a přibližně exponenciální (1 mag za 65 dnů). U všech supernov tohoto typu je průběh prakticky stejný, neboť tyto hvězdy mají velmi podobnou hmotnost. Jedná se většinou o bílého trpaslíka, který je natolik zásoben látkou z běžné hvězdy, s níž tvoří dvojhvězdu, že nitro bílého trpaslíka již není schopno vyrovnávat vnější tlak daný vlastní gravitační silou. Proto se vlivem gravitačního kolapsu z bílého trpaslíka stává neutronová hvězda. Právě popsané hvězdy jsou hvězdy **II. galaktické populace**.
2. II. typu - sestupná část křivky je hladká pouze z počátku (viz obr. 69) a pokles je méně prudký (1 mag za 20 dnů). Ještě pomalejší další pokles je doprovázen

nepravidelnými změnami jasnosti. Až po uplynutí asi 90 dnů od okamžiku maxima nepravidelnosti vymizí a další průběh světelné křivky je obdobný I. typu supernov. Světelná křivka tohoto typu supernov se sice obecně více podobá novám než světelná křivka supernov typu I., ale jednotlivé křivky se případ od případu více liší. Důvodem je různá hmotnost původní hvězdy, která se při výbuchu supernovy II. typu pravděpodobně mění v černou díru. Jedná se tedy zřejmě o hvězdy **I. galaktické populace**.



Obr. 68



Obr. 69

Energie vyzářená během vzplanutí supernov je rovna nejméně 10^{41} J až 10^{42} J, což odpovídá několika procentům celkové ekvivalentní energie hvězdy. Při uvolňování takto obrovských energií probíhají různé jaderné reakce

a srážkami jader lehkých prvků s volnými neutrony vznikají některé těžší prvky. Supernovy proto hrají velmi důležitou roli v úvahách o relativním zastoupení jednotlivých prvků ve vesmíru. V závěru kolapsu uvolňují velký počet energetických neutrin.

Po výbuchu expandují vnější oblasti podstatně většími rychlostmi než u nov: $4000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ až $10000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Na místě exploze zůstane objekt, který vyzařuje ve spojitém spektru elektromagnetického záření asi 80 % celkového zářivého výkonu původního celého útvaru. Obálka se rozpíná rychlostí o velikosti řádově $1100\,\mathrm{km\,s^{-1}}$, má složitou vláknitou strukturu a ve spektru elektromagnetického záření od oblasti rentgenového záření až po oblast rádiového záření vyzařuje zbývajících 20 % zářivého výkonu. Rádiový zdroj má přitom 100krát vyšší výkon, než by odpovídalo jeho teplotě. Jedná se o tzv. **pulsar**.

8.3.4.2.3 | Hvězdy typu T Tauri

Hvězdy typu T Tauri patří mezi nepravidelné eruptivní proměnné s náhlými změnami jasnosti až o několik magnitud. Jedná se hvězdy spektrální třídy *F* až *M*, které jsou většinou pozorovány ve společnosti temných oblaků nebo svítících mlhovin. Vyskytují se převážně ve skupinách - asociacích typu T.

Vzhledem k ostatním nepravidelným hvězdám se jedná o výrazně mladé hvězdy, které se zatím nedostaly

na hlavní posloupnost HR diagramu (leží napravo nad hlavní posloupností). Změny jejich jasností jsou připisovány erupcím a podobným procesům, které se ve snížené intenzitě pozorují na i Slunci. Po ustanovení všech typů rovnováhy se tyto hvězdy vyvinou v hvězdy podobné Slunci.

8.3.4.3 | Zákrytové proměnné

Zákrytové proměnné jsou dvojhvězdy, které obíhají kolem společného těžiště. Při tomto oběžném pohybu se při pozorování ze Země vzájemně zakrývají. To se projeví kolísáním jejich pozorované jasnosti. Existují však metody, jak je odlišit od skutečných proměnných (fyzických proměnných). Tyto hvězdy tedy nepatří mezi skutečné proměnné hvězdy.

8.3.4.4 | Rotační proměnné

Rotační proměnné jsou hvězdy, u nichž jejich jasnost klesá vlivem temných skvrn na jejich povrchu. Tyto temné skvrny se postupně při rotaci hvězdy objevují a zase mizí. Co se světelné křivky týče, amplitudy jasnosti jsou malé a perioda zjasnění je totožná s periodou rotace. Velmi často se jedná o dvojhvězdy s temnými či jasnými skvrnami, které vznikají přetokem látky z jedné hvězdy na druhou.

8.3.5 | Soustavy hvězd

Ukazuje se, že asi jen sedmina všech hvězd je osamocená (jako např. Slunce). Ostatní hvězdy tvoří **složky** dvojhvězd či vícenásobných hvězd. Hvězdy, které do takové soustavy patří, obíhají kolem těžiště dané soustavy setrvačností a pod vlivem gravitačních sil.

Mezi soustavy hvězd patří:

1. dvojhvězdy;
2. vícenásobné hvězdy;
3. otevřené hvězdokupy;
4. asociace;
5. kulové hvězdokupy.

8.3.5.1 | Dvojhvězdy

Podle způsobu pozorování se dvojhvězdy dělí na:

1. vizuální dvojhvězdy - dají se rozlišit přímo pozorováním dalekohledem. První vizuální dvojhvězdu objevil v roce 1650 italský astronom Riccioli. Jednalo o Mizara a Alcora ve Velkém voze (později objevil i hvězdy Castor a Pollux v souhvězdí Blíženců).
2. spektroskopické dvojhvězdy - existence dvou hvězd se projevuje pravidelnými posuny spektrálních čar ve spektrech dané

dvojhvězdy k červenému konci spektra a zase k fialovému konci spektra nebo pravidelným rozdvojováním a spojováním spektrálních čar. To znamená, že zdroj světla se od Země pravidelně vzdaluje a zase přibližuje. Posuv čar ve spektru je způsoben Dopplerovým jevem.

3. zákrytové dvojhvězdy - při svém vzájemném oběhu se z hlediska pozorovatele na Zemi vzájemně zakrývají, což se může projevit při měření např. pravidelným kolísáním jasnosti hvězdy.

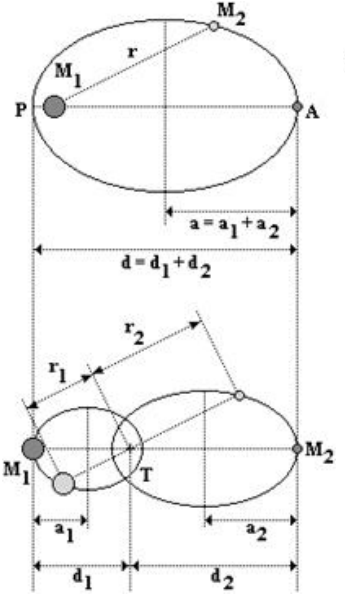
Právě uvedené skupiny dvojhvězd patří mezi **fyzické dvojhvězdy**, tj. dvě hvězdy, které skutečně obíhají kolem společného těžiště. Existují ještě **optické dvojhvězdy**, což jsou hvězdy, které zcela náhodně pozoruje pozemský pozorovatel těsně u sebe, ačkoliv jsou od Země v různé vzdálenosti, gravitačními silami na sebe navzájem nepůsobí a nepatří k sobě.

Polodotykové dvojhvězdy mají složky těsně u sebe, zatímco **dotykové dvojhvězdy** se přímo dotýkají. U obou typů se ale přelévá hmota z jedné složky na druhou.

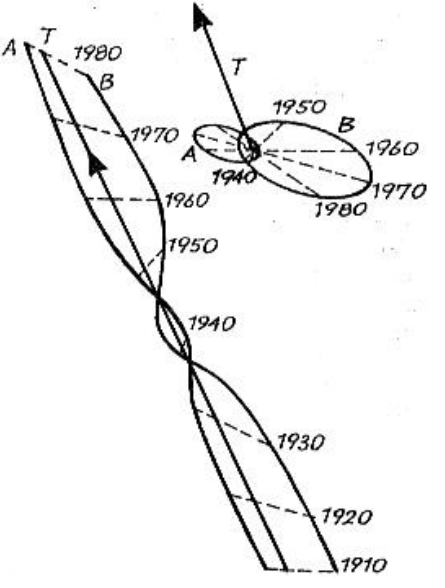
8.3.5.1.1 | Vizuální dvojhvězdy

U vizuálních dvojhvězd většinou pozorovatel vidí, jak hvězda s menší hmotností obíhá po elipse kolem hvězdy

s větší hmotností, která leží v ohnisku dané elipsy. Jedná se o tzv. **relativní trajektorii**. Podle třetího Keplerova zákona je možné určit hmotnost celé soustavy na základě vztahu: $M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2}$, kde M_1 a M_2 jsou hmotnosti daných složek dvojhvězdy, *a* je velká poloosa relativní dráhy a *T* oběžná doba (perioda). Vzhledem k typickým hmotnostem, poloosám a periodám, je vhodné udávat hmotnosti složek dvojhvězdy v násobcích hmotnosti Slunce, poloosu v astronomických jednotkách a periodu v rocích.



Obr. 70



Obr. 71

Při oběhu se rozeznávají 2 body, v nichž se daná složka dvojhvězdy nachází na své trajektorii nejblíže (bod *P* na obr. 70) resp. nejdále (bod *A* na tomtéž obrázku) od bodu, kolem kterého obíhá. Nejmenší vzdálenost od tohoto bodu má složka v **periastronu**, největší pak v **apastronu**.

Ve skutečnosti je ale pohyb složek dvojhvězdy složitější, protože obě složky obíhají kolem společného těžiště. Trajektorie každé složky má tvar elipsy a těžiště leží v jejím ohnisku. Těmto trajektoriím se říká **absolutní trajektorie**. Elipsy absolutních drah jsou podobné, mají tedy stejnou excentricitu *e*. Z obr. 70 je vidět, že platí: $a = a_1 + a_2$, $d = d_1 + d_2$. Společné těžiště *T* leží blíže k té složce, která má větší hmotnost, a v každém okamžiku tedy platí: $\frac{M_1}{M_2} = \frac{d_2}{d_1}$. Na základě toho platí také vztahy: $a_1 : a_2 : a = M_1 : M_2 : (M_1 + M_2) = d_1 : d_2 : d = r_1 : r_2 : r$. Vzdálenosti *d* (pro obě složky) se definují jako vzdálenost apastronu dané složky od bodu, kolem kterého daná složka obíhá, vzdálenosti *r* udávají okamžitou vzdálenost dané složky od bodu, kolem kterého obíhají. Těžiště *T* vždy leží na spojnici obou složek.

Z obr. 70 je vidět rozdíl mezi relativní trajektorií (zobrazená v horní části obrázku) a absolutními trajektoriemi jednotlivých složek dvojhvězdy (zobrazeny ve spodní části obrázku).

Je-li na základě pozorování známa pouze relativní trajektorie dvojhvězdy, je možné určit pouze součet

hmotností obou složek. Ze znalosti absolutních trajektorií složek je pak možné určit hmotnost každé složky. Absolutní trajektorie jsou známy jen u menšího počtu hvězd s větším vlastním pohybem.

Např. Sírius A a Sírius B.

Je zvykem složku dvojhvězdy s vyšší svítivostí označovat písmenem *A*, složku s menší svítivostí pak písmenem *B*.

Těžiště dvojhvězdy se pohybuje po přímce a eliptické trajektorie hvězd kolem těžiště tak mají tvar vlnovek (obr. 71 pro případ Síria A a Síria B).

Těžiště dvojhvězdy se ve skutečnosti pohybuje po oběžné trajektorii kolem středu Galaxie. Vzhledem k velmi velkým parametrům této trajektorie (délka hlavní poloosy, ...) lze uvažovat pohyb těžiště dvojhvězdy po přímce.

Trajektorie dvojhvězd byly zatím kresleny v rovině kolmé na směr pohledu. Ve skutečnosti ale není tato podmínka často splněna a trajektorie leží v obecně natočené rovině v obecné poloze. Rovinu, v níž leží trajektorie, pak je možné vidět pod nejrůznějším úhlem: z nadhledu, z podhledu, jako úsečku (rovina je rovnoběžná

se směrem pohledu a jde o případ zákrytových dvojhvězd). Také velká poloosa může být různě natočena a je většinou vidět zkrácená. Elipsa se může jevit i jako kružnice. Tímto způsobem zkreslená relativní trajektorie se nazývá **zdánlivá trajektorie**. Ohnisko zdánlivé trajektorie leží mimo hvězdu, která se nachází v ohnisku relativní trajektorie.

8.3.5.1.2 | Zákrytové dvojhvězdy

Na základě následujících tří případů bude ukázáno, co vše je možné pozorováním zjistit u zákrytových dvojhvězd:

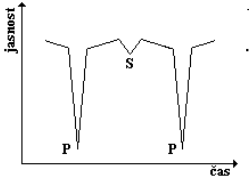
1. Algol (β Persea) sestává z větší temnější a z menší jasnější složky. Zakryje-li složka temná složku jasnější, jasnost výrazně poklesne a vznikne primární minimum (*P*) (viz obr. 72). Jestliže naopak složka jasnější zakryje složku temnou, je pozorován menší pokles jasnosti a vzniká sekundární minimum (*S*). Jasnost k sekundárnímu minimu mírně roste a po něm klesá. To je způsobeno tím, že jasná složka osvětluje temnou složku tím jí zjasňuje - temná složka je tedy kolem sekundárního minima osvětlena jako úplněk Měsíce.
2. AR Kasiopeji má také primární a sekundární minimum, ale ne ostré - minimální jasnost

trvá tak dlouho, dokud menší, temnější složka neprojde přes disk složky jasnější (viz obr. 73). Sekundární minimum nenastává uprostřed dvou po sobě jdoucích primárních minimem. Protože dráha je eliptická, není světelná křivka souměrná. Je to důsledek druhého Keplerova zákona.

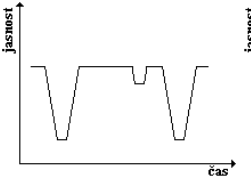
3. Sheliak (β Lyry) sestává z hvězd deformovaných slapovými silami do tvaru protáhlých elipsoidů. Mezi složkami je množství zářící látky a proto je světlená křivka plynulá (viz obr. 74).

Hvězdy mají tvar rugbyových míčů.

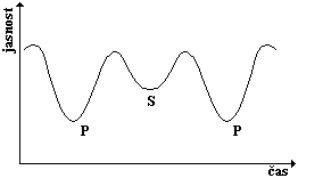
Další informace lze získat ze spekter.



Obr. 72



Obr. 73



Obr. 74

8.3.5.2 | Vícenásobné hvězdy

Kromě dvojhvězd se řada hvězd vyskytuje jako vícenásobná hvězda (trojhvězdy, ...). Tyto vícenásobné hvězdy mohou být stabilní nebo nestabilní.

Stabilní vícenásobná hvězda je charakterizovaná stabilní trajektorií, po které se pohybují jednotlivé složky vícenásobné dvojhvězdy. Souvisí tedy s gravitačním působením jednotlivých složek vícenásobné hvězdy na sebe navzájem i s gravitačním působením složek vícenásobné hvězdy a objektů v jejich okolí.

Stabilní trajektorie mají ty vícenásobné hvězdy, u nichž se vzdálenosti složek liší o řád nebo o několik řádů (ε Lyr je dvojitá dvojhvězda, Alcor a Mizar je pětinásobná hvězda, ...). Nacházejí-li se složky vícenásobné hvězdy ve srovnatelné vzdálenosti, jde o nestabilní vícenásobné hvězdy (mají nestabilní trajektorie), které se časem rozpadají.

Příčina rozpadu takové vícenásobné hvězdy vyplývá ze vzájemného gravitačního působení jednotlivých složek vícenásobné hvězdy. Jsou-li tyto složky v relativně malých vzájemných vzdálenost, mají gravitační síly, jimiž na sebe navzájem působí, velké velikosti a mohou tedy výrazným způsobem ovlivnit pohyb složek vícenásobné hvězdy. To vede k rozpadu vícenásobné hvězdy.

Je-li taková soustava (vícenásobná hvězda, jejíž složky jsou relativně blízko u sebe) pozorována v současné době, svědčí to o mládí takové skupiny hvězd. Za určitý čas se skupina hvězd rozpadne na jednotlivé hvězdy, dvojhvězdy nebo stabilní vícenásobné hvězdy.

8.3.5.3 | Otevřené hvězdokupy

Otevřená hvězdokupa je nepravidelné seskupení několika desítek až tisíc hvězd. Hvězdy, které k tomuto seskupení patří, se nazývají **členové** hvězdokupy. Průměry těchto skupin hvězd kolísají mezi 4 ly až 10 ly. V současné době jich je známo více než tisíc a jejich předpokládaný počet v Galaxii se odhaduje na 15000.

Hvězdy v otevřených hvězdokupách jsou většinou mladé - společně vznikly z prachoplynné mlhoviny. Vzhledem k tomu, že tyto hvězdy vznikly v blízkosti galaktické roviny, nedávno vzniklé otevřené hvězdokupy se soustřeďují převážně tam (hlavně ve spirálních ramenech). Starší hvězdokupy se čím dál více od galaktické roviny vzdalují.

Stáří hvězdy se určuje pomocí HR diagramu, sestaveného jen pro určité členy dané hvězdokupy. Na hlavní posloupnosti jsou hvězdy různých hmotností a svítivostí, v jejichž nitrech se mění vodík na helium. Postupem času, jak hvězdy stárnou, se zkracuje hlavní posloupnost hvězdokupy (nové hvězdy se v hvězdokupě již nerodí) a modří obři i ostatní hvězdy postupně přecházejí k červeným obrům a bílým trpaslíkům. Přítomnost hvězd určitých spektrálních tříd je tedy měřítkem stáří hvězdokupy.

Je-li na hlavní posloupnosti ještě přítomna hvězda

třídy *O5* je hvězdokupa stará 2 miliony let, je-li přítomna ještě hvězda spektrální třídy *F5* je stáří hvězdokupy 10000 milionů let.

Nejmladší známou otevřenou hvězdokupou je χ a *h* Persea s četnými modrými obry a červenými velebobry, jejíž stáří je 4 až 7 milionů let. Plejády (Kuřátka) jsou podle současného měření staré asi 60 milionů let, Hyády (Prasátka) v souhvězdí Býka je hvězdokupa stará asi 900 milionů let.

Hvězdy ve hvězdokupě neobíhají kolem sebe, protože na to jsou příliš daleko od sebe a gravitační síly, které mezi jednotlivými členy hvězdokupy působí, jsou velmi malé. Ze společného vzniku hvězd v otevřené hvězdokupě vyplývá i společný pohyb prostorem určitým směrem. U **pohybových hvězdokup** je tento pohyb přímo pozorován a na základě něj je možné určit **sekulární paralaxy**. Hvězdy pohybových hvězdokup se pohybují prostorem po zhruba rovnoběžných trajektoriích.

Pohybují se tedy téměř přímočarým pohybem.

Při sledování jejich pohybu ze Země se zdá, že tyto trajektorie vycházejí ze (resp. míří do) společného bodu - tzv. **vertexu**. Známé pohybové hvězdokupy jsou již zmíněné Plejády či Hyády.

Otevřené hvězdokupy nepatří mezi příliš stabilní soustavy. Některé se rozpadají velmi rychle a jejich hvězdy se promíchávají s ostatními hvězdami v okolí. Na

hvězdokupu působí síly:

1. gravitační síla celé hvězdokupy na jednotlivé členy - velikost této síly roste s hmotností hvězd ve hvězdokupě a s tzv. **prostorovou hustotou** hvězd;

Prostorová hustota hvězd udává počet hvězd na jednotku objemu.

2. síly, jimiž působí na hvězdokupu Galaxie - většinou se jedná o gravitační síly.

Převáží-li síla, kterou na hvězdokupu působí Galaxie, hvězdokupa se relativně rychle rozpadá.

8.3.5.4 | Asociace

Asociace jsou skupiny hvězd, které mají:

1. společný původ - vznik hvězd a vývoj hvězd v asociaci probíhal na stejném místě vesmíru
2. fyzikálně podobné vlastnosti
3. podobné stáří hvězd - jedná se o relativně mladé hvězdy, které vznikly v astronomicky nedávné době z prachoplynných mlhovin.

Od otevřených hvězdokup se asociace liší tím, že jejich hvězdy mají malou prostorovou hustotu a splývají tak s hvězdným pozadím a jsou promíchané se svým okolím.

Asociace hvězd prostě není při pohledu na oblohu

jasně vidět - hvězdy asociace jsou „rozházené“ ve velkém prostoru.

Až z pohybu hvězd a spektrálních tříd hvězd je jasné, že patří k sobě. Rozměry asociací se pohybují zhruba od 100 ly do 600 ly, jejich rozpad nastává za 10 až 20 milionů let. Ze stejného důvodu jako otevřené hvězdokupy jsou i asociace pozorovány v blízkosti galaktické roviny.

Existují dva základní druhy asociací:

1. asociace typu T - obsahují proměnné hvězdy typu T Tauri. Vlivem gravitačních sil se po svém vzniku v mlhovině smršťují, jejich teplota roste, vstupují do HR diagramu zprava a přesouvají se doleva k hlavní posloupnosti, které ještě nedosáhly. Jaderné reakce se u nich teprve začínají zapalovat a hvězdy tedy září na úkor energie, kterou získaly během svého gravitačního smršťování. Významnou část své hmoty ztrácejí mohutným hvězdným větrem.
2. asociace typu O (asociace typu OB) - obsahují hvězdy spektrálních tříd *O* až *B2* a nestabilní vícenásobné hvězdy. Hvězdy spektrálních tříd *O* a *B* vynikají svítivostí, takže tento typ asociace je možné pozorovat snadněji než asociace typu T Tauri. Proto jsou pozorovány i v jiných galaxiích.

8.3.5.5 | Kulové hvězdokupy

Kulové hvězdokupy jsou soustavy 10^5 až 10^7 hvězd, které jsou kulového nebo elipsoidálního tvaru. Jejich hvězdy jsou relativně staré (přes 10 miliard let) a patří k tzv. galaktickému halu. Rozměry kulových hvězdokup jsou zhruba 100 ly až 300 ly. Tyto údaje jsou ale jen orientační, neboť s rostoucí vzdáleností hvězd od středu hvězdokupy klesá jejich prostorová hustota a není tedy snadné stanovit přesně okraj hvězdokupy.

Prostorová hustota klesá se třetí mocninou vzdálenosti hvězd od středu hvězdokupy.

Průměrná vzdálenost jednotlivých členů otevřené hvězdokupy je 56000 AU a ve středu kulové hvězdokupy by pozorovatel nepozoroval v noci vůbec tmu - celá obloha by zářila hvězdami.

Kulové hvězdokupy jsou útvary velice stabilní a jednotlivé hvězdy rotují kolem středu hvězdokupy, což je nutné, neboť jinak by došlo ke gravitačnímu zhroucení.

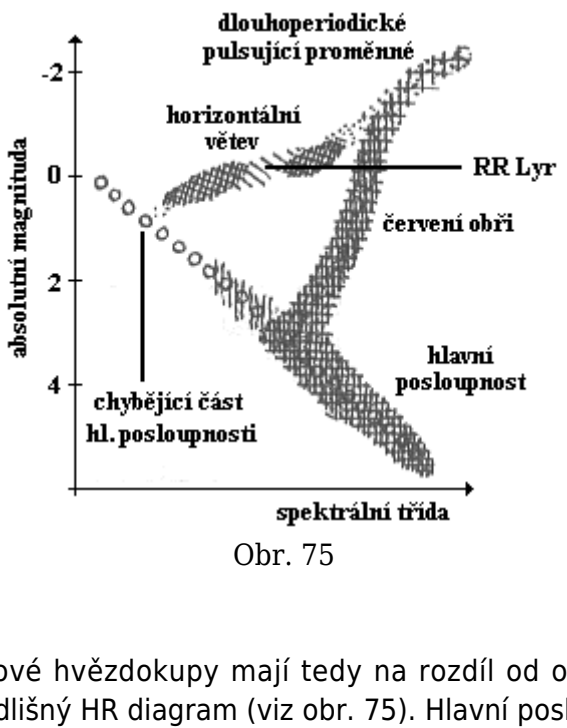
Je to stejná situace, jako když obíhá družice kolem Země. Kdyby neobíhala „správnou“ rychlostí kolem Země (kruhová rychlost), buď by spadla zpátky na Zem a nebo by se od Země odpoutala.

Kulové hvězdokupy obsahují hvězdy podsvítivé - při stejné hmotnosti hvězdy mají svítivost nižší než hvězdy

v okolí Slunce. Tyto hvězdy obsahují méně těžkých prvků a tedy obsahují více vodíku. Příčina tohoto jevu spočívá ve stáří hvězd. Vznik hvězd patřící do kulové hvězdokupy probíhal totiž v prvních generacích hvězd, kdy těžkých prvků bylo ve vesmíru obecně málo. Mladší generace hvězd vznikaly již v době, kdy se do mezihvězdného prostředí už dostaly těžší prvky, které vznikaly při termonukleárních reakcích v nitru hvězd. Do vesmírného prostoru se tyto prvky dostaly prostřednictvím výbuchu supernov nebo hvězdným větrem. Proto mladší hvězdy již nejsou podsvítivé - těžší prvky totiž působí při termojaderných reakcích jako katalyzátory.

Jsou-li ovšem hvězdy kulových hvězdokup podsvítivé, budou žít delší dobu, než hvězdy mladší.

Hvězdy s malou svítivostí nehýří tak palivem, jako hvězdy ostatní.



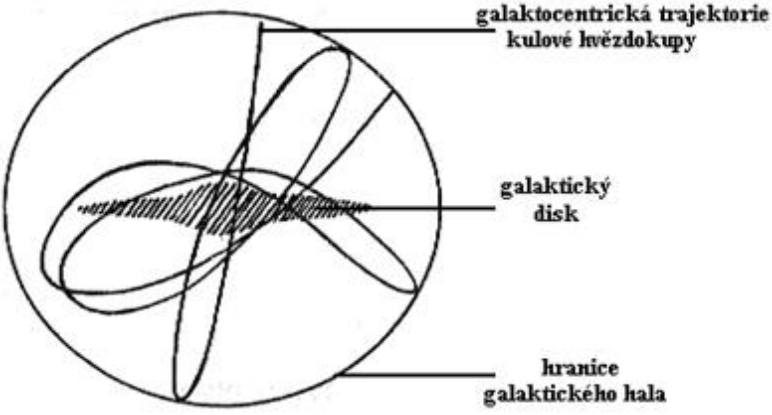
Obr. 75

Kulové hvězdokupy mají tedy na rozdíl od ostatních hvězd odlišný HR diagram (viz obr. 75). Hlavní posloupnost postrádá modré obry. U hvězd typu *F* se hlavní posloupnost odklání a pokračuje ostrým ohybem k červeným obrům. Nejcharakterističtější je tzv. **horizontální větev**. Ta je obsazena hvězdami typu RR Lyrae a dalšími s absolutní magnitudou blízkou nule. V HR diagramu mladších hvězd horizontální větev chybí - hvězdy jí sice procházejí, ale rychle a krátkou dobu, takže u mladších hvězd tam naopak vzniká mezera, na kterou upozornil Hertzsprung (tzv. Hertzsprungova mezera).

Jestliže se hvězda v HR diagramu zastaví na nějakém místě na relativně krátký čas, pak to není z astronomického hlediska postřehnutelné a daná oblast HR diagramu zůstane prázdná. Je to analogie s leteckou fotografií dálnice: v těch místech dálnice, kde nejsou žádné problémy, jezdí automobily rychle a stráví tam proto méně času, naopak tam, kde je omezení rychlosti, dopravní nehoda, ..., se tvoří kolony a automobily tam jedou velmi pomalu nebo dokonce i stojí. Na fotografii bude tedy více aut v místě kolony a téměř žádné auto tam, kde provoz bez problémů.

Na rozdíl od otevřených hvězdokup, HR diagramy kulových hvězdokup jsou si velice podobné.

Zajímavé jsou trajektorie kulových hvězdokup kolem středu Galaxie - tzv. **galaktocentrické trajektorie** (obr. 76). Počítačové simulace ukazují, že tyto trajektorie nejsou uzavřené, stále mění skon i výstřednost a vyplňují oblast galaktického hala. Proto se právě tam tyto soustavy vyskytují. Nevyhnutelně přitom občas procházejí galaktickým diskem. Prostorové hustoty disku i kulové hvězdokupy jsou takové, že při průchodu hvězdokupy galaktickým diskem se krajně nepravděpodobně stane srážka hvězd. Zadržuje se ale mezihvězdná látka, která pak v kulových hvězdokupách chybí.



Obr. 76

8.3.6 | ***Souhvězdí

Ve všech směrech od Země by bylo možno spatřit pouhým okem 6000 až 9000 hvězd podle kvality pozorovatelova zraku a pozorovacích podmínek. Na noční obloze je ale nevidíme všechny, neboť polovinu z nich zakrývá Země.

Hvězdy, které z daného místa na Zemi nevidíme, bychom viděli z opačné polokoule Země.

V současné době se hvězdná obloha člení na 88 souhvězdí (dohodou Mezinárodní astronomické unie z roku 1930), které mají přesně vymezené hranice.

Jedná se tedy o jakési „nebeské parcely“.

Fakt, že hvězdy jednoho souhvězdí jsou vidět blízko sebe (tj. jejich úhlová vzdálenost je malá), nemá žádný fyzikální význam. Ve skutečnosti jsou hvězdy tvořící souhvězdí od sebe v prostoru velmi daleko - to pouze pozorovateli ze Země se zdají být blízko sebe. Souhvězdí tedy nejsou skutečným seskupením hvězd ve vesmíru.

Např. věta „Mars se nachází v souhvězdí Střelce." znamená, že Mars se nachází na obloze ve stejném směru od Země jako hvězdy, které na obloze tvoří souhvězdí Střelce.

Každé souhvězdí má svůj latinský (a pochopitelně i český) název a zkratku. Na základě jmen souhvězdí bývají voleny i názvy některých (většinou nejjasnějších) hvězd daného souhvězdí: řecké písmeno a zkratka souhvězdí.

Např. α Lyr je „alfa Lyrae" je nejjasnější hvězda souhvězdí Lyry, která je známa pod názvem Vega.

Otáčení Země vzhledem ke hvězdám se pozorovateli na Zemi jeví tak, že se zdánlivě otočí celá hvězdná obloha jednou za hvězdný den (tj. 23 h 56 min). Body, kolem nichž se hvězdná obloha otáčí, jsou světové póly. Na severu míří osa Země přibližně ke hvězdě Polárce ze souhvězdí Malého medvěda (Malého vozu), a proto leží světový severní pól na hvězdné obloze právě velmi blízko Polárky. Právě uvedené tvrzení platí ale jen v jistém omezeném časovém

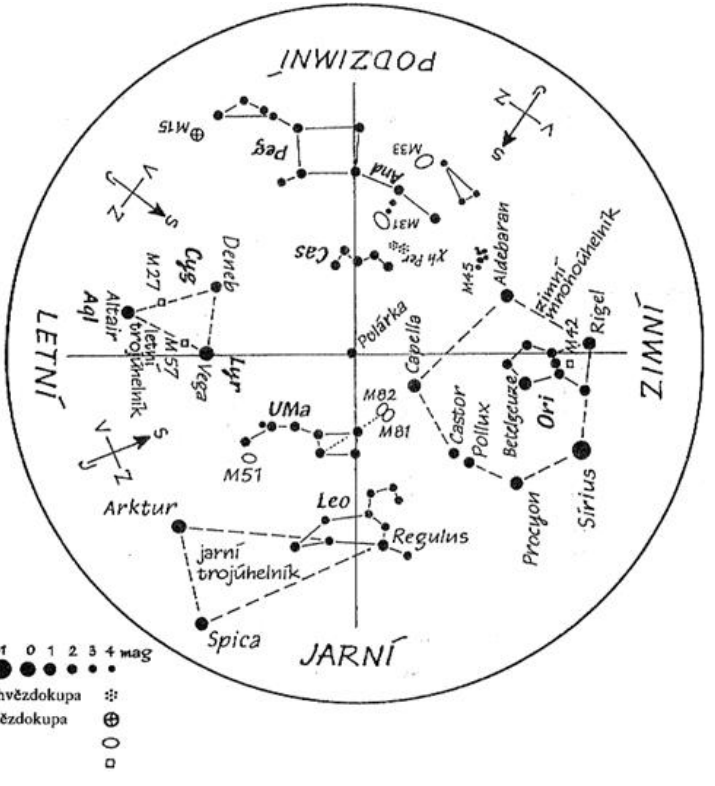
úseku, neboť poloha zemské osy se v prostoru mění vlivem precesního pohybu.

Kdyby byly hvězdy viditelné i ve dne (a nebyly tedy přezářeny Sluncem), pak by bylo možné pozorovat, že Slunce se nachází vždy v některém souhvězdí a v průběhu roku by přecházelo z jednoho souhvězdí do druhého. Tento jev vzniká v důsledku pohybu Země kolem Slunce a promítnutím Slunce do příslušného souhvězdí. Hvězdáři staré Babylónie, kteří jako první popsali a pojmenovali souhvězdí severní hvězdné oblohy, při západu a východu Slunce určili 12 souhvězdí, kterými Slunce během roku projde: Beran, Býk, Blíženci, Rak, Lev, Panna, Váhy, Štír, Střelec, Kozoroh, Vodnář, Ryby. Souhrnně se nazývají **souhvězdí zvěrokruhu** (souhvězdí zodiaku či souhvězdí zvířetníku). V důsledku poruch způsobených ostatními planetami se nepatrně mění trajektorie oběhu Země kolem Slunce, čímž se mění též zdánlivá dráha Slunce po obloze. Proto přibylo ke 12 souhvězdím ještě jedno: souhvězdí Hadonoše.

Každá roční doba má souhvězdí, která jsou v danou roční dobu pozorovatelná z daného místa na Zemi. Rozlišují se tak souhvězdí jarní oblohy, souhvězdí letní oblohy, souhvězdí podzimní oblohy a souhvězdí zimní oblohy. Kromě toho existují též souhvězdí, která v dané zeměpisné šířce Země vůbec nad obzor nevychází (pro Evropany jde o jižní souhvězdí), a souhvězdí, která jsou viditelná po celý rok - tzv. **obtočnová souhvězdí** (cirkumpolární souhvězdí). Počet obtočnových souhvězdí

(resp. plocha oblohy, která je nad danou zeměpisnou šířkou viditelná stále) s rostoucí zeměpisnou šířkou roste (na pólu jsou obtočnová všechna souhvězdí).

Nejjasnější souhvězdí jednotlivých ročních dob ukazuje obr. 77.



Obr. 77

8.4 | GALAXIE

8.4.1 | Mezihvězdná hmota, mlhoviny

Prostor mezi hvězdami není nikdy zcela prázdný. Je tvořen gravitačním polem a magnetickým polem, částicemi: fotony, neutrina, elektrony, protony (tj. jádra vodíku), ..., atomy, molekuly, ale i zrna mezihvězdného prachu.

Mohlo by se zdát, že gravitační pole nebo magnetické pole neovlivní to, zda prostor je prázdný nebo ne. Ovšem přítomnost polí v daném prostoru znamená, že jsou v tomto prostoru přítomny částice, které daný typ interakce (gravitační interakce, elektromagnetická interakce, ...) zprostředkovává. Každé pole také vytváří energii charakteristikou pro daný typ pole - a ta ovlivní vlastnosti prostoru.

Prostor mezi hvězdami může být obecně vyplněn:

1. mezihvězdnou hmotou;
2. mlhovinami;
3. mezihvězdným plynem;
4. mezihvězdným prachem;
5. obřími molekulárními mračny;

6. planetárními mlhovinami.

8.4.1.1 | Mezihvězdná hmota

Mezihvězdnou hmotu (mezihvězdnou látku) tvoří plyn a prach. V Galaxii tvoří asi 10 % celkové hmotnosti právě mezihvězdná hmota, zbytek je soustředěn ve hvězdách. Poměr hmotnosti plynu a prachu je přibližně 100:1. V Galaxii se mezihvězdná látka soustřeďuje kolem galaktické roviny a to hlavně ve spirálních ramenech. Její rozložení je nerovnoměrné, v podobě oblaků. Většinou je v mezihvězdné hmotě smíchán plyn a prach, ale v některých případech se projevuje více plyn, jindy prach.

8.4.1.2 | Mlhoviny

Nejnápadnějším projevem mezihvězdné hmoty jsou mlhoviny, které se dělí na:

1. difúzní mlhoviny (prachoplynné mlhoviny) - jde o svítící oblasti mezihvězdné hmoty;
2. temné mlhoviny - jsou to temná prašná mezihvězdná oblaka;
3. planetární mlhoviny - jde o plynné obálky, které vytvářejí staré hvězdy v období nestability. Nemají nic společného s planetami - název vznikl od vizuální charakteristiky: tyto mlhoviny skutečně

připomínají temné malé planetky.

Difúzní mlhoviny mohou být dvojího druhu:

1. emisní (plynné) - svítí fluorescencí plynu kolem horkých hvězd (typ *OB*), ve spektru se objevují emisní čáry;
2. reflexní (prachové) - prach odráží světlo blízkých chladných hvězd, přičemž spektrum mlhovin je kopií spektra hvězdy. Plyn není vybuzen na vyšší energetické hladiny, takže sám nezáří.

8.4.1.3 | Mezihvězdný plyn

Mezihvězdný plyn je tvořen zejména vodíkem a héliem. Jeho průměrná hustota je $1\,\mathrm{atom.cm^{-3}}$, v hustých mezihvězdných oblacích je tato hustota od $10\,\mathrm{atomů.cm^{-3}}$ do $300\,\mathrm{atomů.cm^{-3}}$.

Pro srovnání: hustota zemské atmosféry u povrchu Země je $10^{19}\ \mathrm{molekul.cm^{-3}}$.

Vodík a helium vytvářejí celé oblasti:

1. oblasti vodíku H I. - je tvořena neutrálním vodíkem, přičemž jeho elektrony jsou v základním stavu, tj. na nejnižší možné energetické hladině. Na této hladině může mít elektron spin souhlasný se spinem jádra

vodíku nebo opačný. Přechod ze stavu se souhlasnými spiny do stavu s opačnými spiny nastává samovolně jednou za 11 milionů let. Přitom je vyzářen foton radiového záření s vlnovou délkou 21 cm. Tímto způsobem vzniká výrazná emisní čára neutrálního vodíku, která se pozoruje radioteleskopy od roku 1951. Jedná se o zakázanou čáru, která by v hustších prostředích při častějších srážkách neměla šanci vzniknout.
Vznikající radiové záření proniká téměř beze ztrát celou Galaxií. Vzhledem k tomu, že tato oblast vyplňuje zejména spirální ramena Galaxie, je možné je tímto způsobem zkoumat.

2. oblasti vodíku H II. - jsou svítící mezihvězdná oblaka ionizovaného vodíku (tedy emisní mlhoviny). K ionizaci dochází ultrafialovým zářením blízkých svítivých žhavých hvězd. Typická teplota vodíku zde přitom dosáhne až $10^4\ \mathrm{K}$. Elektrony odtržené od atomů vodíku jsou zpět zachycovány jinými jádry vodíku, postupně klesají na nižší energetické hladiny a přitom jsou uvolňovány fotony.

Značení X I. znamená neutrální atom prvku X, X II. je jednou ionizovaný atom prvku X, X III. je dvakrát

ionizovaný atom prvku X, ...

Vodík může být maximálně ve stavu H II. - tj. může být maximálně jednou ionizovaný. Má totiž ve svém elektronovém obalu pouze jeden elektron.

Mezihvězdný plyn obsahuje kromě vodíku také atomy těžších prvků. Ty se za nižších teplot projeví dvojím způsobem:

1. absorpcí - těžší prvky se projevují podobně jako chladnější atmosféra hvězdy nad jejich žhavým povrchem. Tyto absorpční čáry mezihvězdného původu se potom nacházejí ve spektru hvězd. Patří většinou neutrálním atomům, elektrony jsou v excitovaném stavu, takže atom snadněji ionizuje a vznikají kladně nabité ionty. V mezihvězdném plynu za nižších teplot jsou pozorovány čáry Ca, Ca^+, Na, Ti^+, K, Fe, CN, CH, ... Výskyt čar ale neodpovídá zastoupení jednotlivých prvků v mezihvězdném plynu.
2. emisí a absorpcí v rádiovém oboru - tento jev vzniká při změně kmitání nebo rotace molekuly. Tímto způsobem se dají zjistit molekuly H_2, CO, H_2CO (formaldehyd), H_2O, molekuly uhlíku, dusíku, kyslíku, síry, křemíku, ... Tyto molekuly se vyskytují zejména v chladných a hustých oblacích. Hydroxylová

skupina a voda se v nich chovají jako přírodní masery a jsou zdrojem intenzivního monochromatického elektromagnetického záření.

Ve spektru hvězdy je pak možné určit, které spektrální čáry jsou mezihvězdného původu. Ty mají totiž mají své typické vlastnosti:

1. čáry jsou ostré (protože mezihvězdný plyn má nízkou teplotu);
2. mezihvězdné čáry se nepodílí na posuvu spektra, který vzniká např. u spektroskopických dvojhvězd;
3. mezihvězdné čáry jsou často rozštěpené na více čar, protože mohou vznikat v několika různě vzdálených oblacích, které se k pozorovateli blíží nebo vzdalují různými rychlostmi.

Mezihvězdný plyn za vyšších teplot se projevuje velmi podobně jako vodík v emisních mlhovinách v oblastech vodíku H II. Svítivé žhavé hvězdy neozařují jen vodík a tak se zde za teplot kolem $10^4\,\mathrm{K}$ pozorují emisní čáry ionizovaného kyslíku a dusíku.

Kromě toho byla na mnoha místech registrována složka velmi horkého plynu o teplotě řádově $10^6\,\mathrm{K}$. Jedná se o oblasti O VI., které září v ultrafialovém záření a měkkém rentgenovém záření. Tyto oblasti velmi horkého plynu lze pozorovat z družic. Předpokládá se, že původ

tohoto horkého plynu souvisí s výbuchy supernov.

8.4.1.4 | Mezihvězdný prach

Typický rozměr prašných zrnek obsažených v mezihvězdném plynu je $0{,}1\,\mu\mathrm{m}$ až $1\,\mu\mathrm{m}$. V hustých oblastech připadá 1 zrno na objem $10\,\mathrm{m}^3$ až $100\,\mathrm{m}^3$, v řídkých oblastech připadá 1 zrno na objem $10^7\,\mathrm{m}^3$. Zrna mívají protáhlý tvar a jsou složena z grafitu a křemíku a mají obal z porézního ledu nebo zmrzlých plynů (methan, formaldehyd). V plynu mohou být zmrzlé molekuly plynů či organické molekuly.

Právě uvedené vlastnosti byly získána na základě pozorování. Prachové zrna se prozradí hlavně v okolí chladnějších hvězd (spektrální třídy *B2*, *B3*, ...). Odrážejí světlo hvězd, jsou tedy viditelná a vytvářejí **reflexivní mlhoviny**.

Touto mlhovinou je např. mlhovina v Plejádách, M78 nad pasem Oriona, ...

Zrna prachu také zeslabují světlo hvězd, které je pak pozorováno. Tomuto jevu se říká **extinkce** (ztlumení, zeslabení). Na extinkci se podílí:

1. absorpce - jedná se o přímé stíněné světla hvězd a tuto absorpci vykazují velká zrna. Zrno zachytí foton pohybující se od hvězdy. Energie světla, kterou si nesl foton, se změní na tepelnou energii zrna. Zrno pak proto

vyzařuje infračervené záření, pomocí nichž je možné mlhoviny pozorovat.

Např. družice IRAS, která pozorovala právě v infračervené oblasti spektra elektromagnetického záření..

2. rozptyl - fotony procházejí kolem zrna a odchylují se od jiných směrů, takže světlo v původním směru je o ně ochuzeno. Uplatňují se zde vlnové vlastnosti světla (zejména ohyb světla).

Extinkce pro částice, jejichž rozměr je srovnatelný s vlnovou délkou světla, je nepřímo úměrné této vlnové délce, tzn. že více se ovlivňuje modré světlo než červené. Proto je světlo přicházející z reflexních mlhovin posunuto k modrému konci spektra. Světlo přicházející z hvězdy, která tyto mlhoviny osvětluje, je posunuto k červenému konci spektra.

Také světlo všech hvězd ležících za prašnou mlhovinou vykazuje nejen celkové zeslabení, ale hlavně posun k červenému konci spektra. V mezihvězdném prostoru, který obsahuje průměrné množství prachu, se světlo hvězdy zeslabí o 1 mag na vzdálenosti 3000 ly, ale v hustých prašných mlhovinách až o 5 mag na dráze 3 ly.

Husté prašné mlhoviny se na pozadí bohatých hvězdných polí nebo zářících prachoplynných mlhovin

zřetelně projevují jako **temné mlhoviny**.

Např. Koňská hlava v Orionu, temná mlhovina Uhelný pytel v souhvězdí Kříže, ...

Prašné mlhoviny propouštějí částečně polarizované světlo, z čehož vyplývá, že zrna mezihvězdného prachu musejí být nejen protáhlá, ale i podobně orientovaná. Podobnou orientaci zrn lze vysvětlit působením **magnetického pole Galaxie**, jehož magnetická indukce má velikost řádově $10^{-10}\ \mathrm{T}$. Rovina polarizace je většinou rovnoběžná s galaktickou rovinou.

Co se vzniku zrn týče, není možné předpokládat, že vznikají spojováním molekul či atomů. Takové spojování je v řídkém mezihvězdném prostředí velmi vzácné a zrna by se vytvořila za dobu delší, než je stáří Galaxie. Pouze v hustých oblacích rostou rychleji: průměru $0{,}1\ \mu\mathrm{m}$ dosáhnou za milion až deset milionů let. To je ovšem také velmi dlouhá doba, neboť zrna také zanikají postupným vypařováním (resp. sublimací) svých atomů do okolního prostoru nebo okamžitě vzájemnými srážkami. Aby zrna tedy vůbec ve vesmírném prostoru mohla existovat, vznikat rychleji, než zanikají..

Zatím je znám jeden mechanismus vzniku zrn v atmosférách hvězd spektrální třídy *M* nebo dlouhoperiodických pulsujících proměnných. V tomto hustším prostředí za teploty řádově 1000 K vznikne

uhlíková částice o průměru $0{,}1\,\mu m$ během několika měsíců a menší i za několik dnů. Tlakem záření hvězdy jsou pak vypuzeny do mezihvězdného prostoru. Ty menší se mohou stát jádry, která se zachytáváním další látky zvětší do větších rozměrů. Oblaka prachu kolem chladných hvězd lze zjistit pozorováním v infračerveném záření.

8.4.1.5 | Obří molekulární mračna (OMM)

Obří molekulární mračna (též OMM) jsou významné komplexní útvary mezihvězdné látky a souvislé útvary s největší hmotností, které se v Galaxii nacházejí. Překvapující je jejich stabilita, která je v jistém smyslu větší než u hvězd. Tato oblaka jsou soustředěna převážně kolem galaktického středu a jejich počet se odhaduje na 5000. Jejich rozměry se pohybují od 60 ly do 200 ly, jejich hmotnosti v řádech $10^5\,M_S$ až $10^6\,M_S$ (M_S je hmotnost Slunce) a hustota molekul v OMM je $10^2\,cm^{-3}$ až $10^3\,cm^{-3}$.

V OMM probíhá vznik hvězd, k čemuž je nutný vzrůst hustoty molekul z $10^2\,cm^{-3}$ na asi $10^5\,cm^{-3}$. Tento vzrůst hustoty mohou způsobit **rázové vlny** materiály vyvrženého po výbuchu supernovy nebo z mladých masivních hvězd. Během dalších 100000 let se pak hustota vlivem gravitační síly zvětší na $10^{10}\,cm^{-3}$. Vznikají tak hustá jádra s hmotností řádově 1000 hmotností Slunce,

rozměrem 3 ly a teplotou 10 K, která se vlivem turbulentních pohybů člení na zárodky protohvězd. Typický zárodek má pak hustotu molekul $10^{20}\ \mathrm{cm}^{-3}$, průměr 0,5 AU a teplotu 100 K až 1800 K.

Nejbližší OMM je v souhvězdí Oriona a na jeho okrajích probíhá vznik hvězd - např. ve Velké mlhovině M42, která je součástí tohoto komplexu.

8.4.1.6 | Planetární mlhoviny

Planetární mlhoviny nemají nic společného s planetami - název vznikl od vizuální charakteristiky: tyto mlhoviny skutečně připomínají temné malé planetky.

Planetární mlhoviny jsou plynné obálky, ale i složitější útvary s nepatrnou příměsí prachu, vytvořené hvězdami v pozdních obdobích svého vývoje. Když hvězda projde stadiem červeného obra, její centrální část se gravitačně smršťuje. Během této vývojové fáze se vnější vrstvy hvězdy rozpínají rychlostí o velikosti $10\,\mathrm{km.s^{-1}}$ až $50\,\mathrm{km.s^{-1}}$ a vytvářejí tak mlhovinu s nepatrnou příměsí prachu. Životnost takové mlhoviny je astronomicky velmi krátká (nejvýše 50000 let) a pak se rozplyne v mezihvězdném prostoru. Její teplota dosahuje 10000 K, průměr $10^3\ \mathrm{AU}$ až $10^5\ \mathrm{AU}$, hustota jejích atomů je $10^4\ \mathrm{cm}^{-3}$ a hmotnost nejvýše 0,5 hmotnosti Slunce. Centrální hvězda, která mlhovinu vytvořila, je na povrchu velmi horká a i když má spektrální třídu *O* nebo *W*, neodpovídá hmotností

normálním hvězdám těchto tříd. Později se mění v bílého trpaslíka.

Ultrafialové záření centrální hvězdy budí k záření atomy planetární mlhoviny analogicky jako v mlhovinách emisních. Vzhledem k tomu, že se tyto mlhoviny jeví v dalekohledu malé, pořizuje se často jejich spektrum bezštěrbinovým spektrografem. Na takovém spektru se místo spektrálních čar objeví monochromatické obrázky mlhoviny. Podle vzhledu obrázku je možné určit, v jaké části mlhoviny spektrální čára určitého prvku vzniká: je to ta část mlhoviny , v níž je daný prvek buzen k záření.

Vzhledem k tomu, že rozpínající se obal je vlastně proud řídké plazmy, která s sebou unáší magnetické pole hvězdy nebo je jím naopak ovládána, vznikají tak často složité, většinou středově symetrické tvary planetárních mlhovin.

Příklady planetárních mlhovin: prstencová mlhovina M57 v Lyře, mlhovina Dumbbell M27 v Lištičce, mlhovina NGC70009 Saturn ve Vodnáři, ...

8.4.1.7 | Barvy mlhovin

Emisní mlhoviny se jeví při pozorování v dalekohledu zelenavé, protože lidské oko je citlivé nejvíce na zelenou barvu (a zakázané čáry kyslíku a dusíku ve spektru

mlhoviny jsou právě zelené). Na fotografii jsou obvykle červené, neboť fotografický materiál zachytí hlavně záření v červené vodíkové čáře.

Reflexní mlhoviny mají velmi nízkou plošnou jasnost a dalekohledem není možné je pozorovat barevně. Na fotografiích se ale zobrazí zřetelně modravé, protože jejich prach snáze propouští červené světlo a rozptyluje modré - a právě toto světlo mlhovinu zabarví.

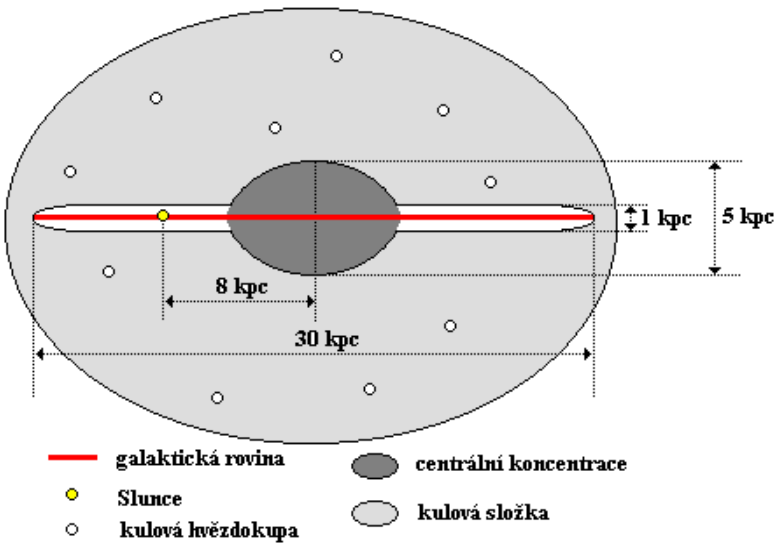
Planetární mlhoviny je možné vidět barevně pouze na fotografiích. Vznikají kombinací monochromatických emisních čar, přičemž jsou prvky buzeny k záření v různých oblastech mlhoviny. Důsledky rozptylu na částicích prachu je možné vidět na Prstencové mlhovině M57: vnitřní část mlhoviny je modrá, střední žlutá a vnější oranžová, jak se průchodem světla mlhovinou rozptyluje ve větších vzdálenostech od centrální hvězdy světlo stále delších vlnových délek.

8.4.2 | Naše Galaxie

Galaxie, do které patří Slunce spolu s celou Sluneční soustavou, se píše s velkým „G“ a nebo se jí říká Mléčná dráha. Ostatní galaxie ve vesmíru se píší s malým „g“ a mají většinu svá označení (písmeny a číslicemi).

8.4.2.1 | Základní údaje

Galaxie je soustava hvězd, mezihvězdné hmoty a dalších objektů. Tvar Galaxie je znázorněn na obr. 78. Nejnápadnější součástí je **disk** (**galaktický disk**), a proto se často říká, že Galaxie má tvar disku. Disk je souměrný vůči tzv. **galaktické rovině**, v jejíž blízkosti je soustředěna mezihvězdná látka a mladé hvězdy. Průměr disku je zhruba 30 kpc a jeho tloušťka se pohybuje od 1 kpc na okraji po 5 kpc ve středu Galaxie v tzv. **centrální koncentraci** (středové výduti). Prostorová hustota klesá od středu k okrajům Galaxie. Disk je obklopen kulovou složkou Galaxie, kterou vyplňují kulové hvězdokupy, mlhoviny, ... Průměr této soustavy kulových hvězdokup je zhruba 40 kpc. Většina (asi 90 %) zářící hmoty je soustředěna ve hvězdách.



Obr. 78

Hmotnost disku se odhaduje na $66.10^9\,M_S$, zatímco hmotnost celé Galaxie na $1{,}4.10^{12}\,M_S$ (M_S je hmotnost Slunce). Galaxie tedy patří mezi nadprůměrné galaxie a hmotné galaxie. Jedná se o částečně gravitačně vázanou soustavu, jejíž členové obíhají kolem středu galaxie po tzv. **galaktocentrických trajektoriích**, jinak by se Galaxie jako celek gravitačně zhroutila. Jedním ze členů Galaxie je i Slunce, které se nachází ve vzdálenosti zhruba 8 kpc od galaktického středu a zhruba 12 pc nad galaktickou rovinou. Poloha Slunce v malé vzdálenosti od galaktické roviny je náhodná. Slunce oběhne rychlostí o velikosti

$185\ km.s^{-1}$ střed Galaxie za 220 milionů let (zatím oběhlo 20krát). Tomuto období se říká **galaktický rok**. Trajektorie Slunce přitom není uzavřená, její elementy (výstřednost, sklon ke galaktické rovině, ...) se stále mění. Otáčení všech členů Galaxie tedy znamená otáčení (rotaci) Galaxie.

Je tedy možné určit osu rotace i rovník.

Součástí Galaxie je (podle hrubých odhadů) řádově 7.10^{11} hvězd.

8.4.2.2 | Mléčná dráha

Pouhým okem vidí pozorovatel ze Země jen celkovou zář hvězd, které splývají do mlhavého pásu - **Mléčné dráhy**. Jedná se vlastně o hvězdy, které leží v galaktické rovině a nejhustších přilehlých částech disku. Už pouhým triedrem je možné rozlišit řadu vzdálených a tedy slabých hvězd. Oblast, která je vidět jako Mléčná dráha, představuje výhradně blízké části (asi 1 %) galaktického disku. Většinu disku lze pozorovat speciálními dalekohledy, téměř celý disk pak na vlnové délce 21 cm.

Na vlnové délce 21 cm září vodík H I. (neutrální vodík) v mezihvězdném plynu.

Mléčná dráha dosahuje největší šířky směrem ke

středu Galaxie, kde se rozkládá centrální koncentrace a galaktický disk zde má největší tloušťku. Tento směr leží v souhvězdí Střelce a je možné tam nalézt celou škálu vesmírných objektů (včetně množství mezihvězdného prachu, který omezuje výhled). Směrem od středu Galaxie je naopak vidět nejužší úsek Mléčné dráhy, neboť se jedná o směr k zužujícímu se okraji disku (k němu je Slunce blíž než ke středu). Jde o směr k souhvězdí Persea.

Ve směru kolmém na směr právě popsaný (tj. ve směru rotační osy Galaxie) je nejlepší výhled do dálky, neboť prostor je zde nejméně zaplněn mezihvězdným prachem a je tedy možné pozorovat cizí galaxie. Jedná se o směr ke galaktickým pólům:

1. severní galaktický pól - leží ve směru k souhvězdí Vlasy Bereniky;
2. jižní galaktický pól - leží ve směru k souhvězdí Sochaře.

8.4.2.3 | Spirální struktura

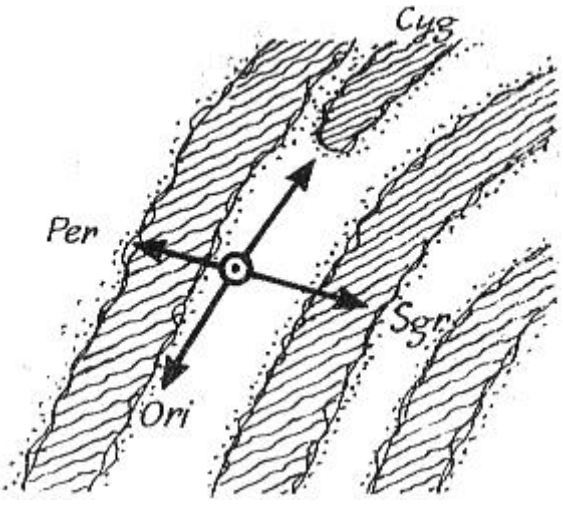
Galaxie patří ke spirálním galaxiím - její disk je rozčleněn do spirálních ramen, která je možné nejlépe sledovat pomocí radiového záření (radiová astronomie) na vlnové délce 21 cm.

Elektromagnetické záření s vlnovou délkou 21 cm vyzařuje neutrální vodík (vodík H I.).

Ve viditelném spektru elektromagnetického záření lze ramena sledovat podle výskytu asociací a otevřených hvězdokup.

V okolí Slunce leží nejblíže spirální rameno Persea (směrem od středu Galaxie), které pak plynule přechází do Oriona jako spirální rameno Oriona (viz obr. 79). Mezi Sluncem (resp. Zemí) a středem Galaxie probíhá spirální rameno Střelce, za nímž blíže ke středu Galaxie existuje ještě další rameno. Mezi rameny Persea a Střelce je úsek dalšího spirálního ramene - ramene Labutě, jehož delší rozměr míří k Zemi, takže v této oblasti jsou vidět objekty rozčleněné do různých vzdáleností.

Ve spirálních ramenech je větší hustota hmoty než v oblasti mezi nimi a proto tam stále probíhá vznik hvězd. Jasné hvězdy a hvězdy s velkou hmotností mají ale krátkou dobu života (miliony let), proto během vývoje hvězd nestačí spirální rameno ani opustit. Naproti tomu hvězdy s menší hmotností (např. i Slunce) žijí řádově miliardy let, a proto se při svém oběhu okolo středu Galaxie časem dostanou i mimo spirální ramena.



Obr. 79

8.4.2.4 | Složky a podsystémy Galaxie

Galaxie je velmi komplexní soustava a skládá se z několika podsoustav, které se vzájemně prolínají. Tyto podsoustavy se nazývají **složky galaxie**. Složky se vzájemně liší tvarem, zastoupením různých objektů, pohybovými vlastnostmi objektů, stářím, ... Každá složka pak sestává z **podsystémů**, což je množina objektů s podobnými vlastnostmi.

Např. podsystém proměnných hvězd typu RR Lyr, podsystém kulových hvězdokup, ...

První členění provedl v roce 1944 německo-americký astronom Walter Baade (1893 - 1960), který rozlišil v Galaxii dvě **populace**:

1. populace I. - hvězdy Slunečního okolí (hvězdy otevřených hvězdokup, kde nejjasnější hvězdy jsou převážně modré; ...);
2. populace II. - hvězdy kulových hvězdokup a centrální oblasti Galaxie (nejjasnější hvězdy jsou zde červení obři).

Baadeho třídění bylo provedeno na základě astrofyzikálních vlastností, ale číslování není dobré. Dnes se ví, že hvězdy populace II. jsou starší a vznikly tedy jako první a teprve později proběhl vznik hvězd populace I., které jsou tedy mladší. Přestože se toto číslování populací používá dodnes, byla zavedena další podrobnější členění.

8.4.2.4.1 | Kulová složka (galaktické halo)

Kulová složka (galaktické halo) je nejstarší složkou Galaxie. Vznikla jako první před 10 miliardami let a byla původně kulovitého tvaru, ale větších rozměrů než současných 40 kpc. Její celková hmotnost je zhruba $64.10^9\ M_S$, kde M_S je hmotnost Slunce.

Kulová složka má tedy hmotnost o málo menší, než je hmotnost disku, ale kulová složka má mnohem větší

objeme.

Ke kulové složce patří i centrální koncentrace obklopující střed Galaxie. Fakt, že centrální koncentrace je součástí kulové složky, vyplývá z gravitačního působení, které soustředilo většinu hmoty do centrální oblasti Galaxie. Tyto původní objekty (tj. staré objekty) se promíchaly s objekty později vzniklého galaktického disku.

Objekty galaktického hala obíhají kolem středu Galaxie velkými rychlostmi, téměř stejnými, jaké měly původně v době svého vzniku. Tyto objekty a jejich galaktocentrické trajektorie vyplňují celý kulovitý prostor.

Ostatní složky Galaxie se vytvářely tak, že byly souměrné vůči galaktickému středu.

8.4.2.4.2 | Galaktický disk

Galaktické halo se smršťovalo a z něho se vyčlenila látka, která se soustřeďovala ke galaktické rovině. Po galaktickém halu se tak vytvořil galaktický disk (galaktická složka nebo též přechodná složka). V galaktickém disku a galaktickém halu probíhal vznik hvězd z mezihvězdné látky - během první miliardy let po vzniku Galaxie vznikla asi polovina dnešního počtu hvězd naší hvězdné soustavy.

8.4.2.4.3 | Galaktické jádro

Ve středu disku (Galaxie) vzniklo galaktické jádro. Po

řadě pokusů se podařilo prozkoumat pomocí infračerveného záření i tuto složku Galaxie. Není tam žádné centrální těleso, jedná se jen o velké soustředění hmoty a objektů v malém oblasti o rozměrech jen několika parseků. Je tam pozorována aktivita a velké proudění. V současné době se ví, jak jádro vypadá, ale neví se, jaká tělesa tam jsou. Jedna z možností ukazuje i na černou díru.

V okolí Slunce připadá 1 hvězda na $1\,\mathrm{pc}^3$, na okraji hala 1 hvězda na $700\,\mathrm{pc}^3$ a v blízkosti galaktického jádra 1 hvězda na $10^{-7}\,\mathrm{pc}^3$.

8.4.2.4.4 | Plochá složka

Plochá složka Galaxie se zformovala naposledy a je tvořena mladými hvězdami a mezihvězdnou hmotou, v níž probíhá vznik hvězd i v současnosti. Je soustředěna kolem galaktické roviny a její členové mají téměř nulovou složku rychlosti v ose *z*, tj. obíhají velmi blízko galaktické roviny.

8.4.2.4.5 | Galaktická korona

Galaktická korona je velmi podstatná složka obklopující galaktický disk i galaktické halo (pravděpodobně je i prolíná). Předpokládá se, že má kulovitý tvar a sahá do vzdálenosti zhruba 100 kpc. Její hmotnost je $1,3.10^{12}\,M_S$ (kde M_S je hmotnost Slunce) - tvoří tedy 90 % hmotnosti Galaxie! O existenci galaktické

korony svědčí její gravitační působení, je to ale tzv. **skrytá hmota** - zatím nebyla přímo pozorovatelná. Není tedy jasné, co ji tvoří, přesto existuje několik hypotéz: hvězdy typu červených trpaslíků, hnědí trpaslíci, tělesa podobná Jupiteru, masivní černé díry, neutrina, jiné (i „exotické“) elementární částice, … Přítomen je ale i řídký plyn. Korona je zdrojem radiového záření a prostupuje jí magnetické pole, které tvoří jakýsi rezervoár **primárního kosmického záření** - proud velmi rychle se pohybujících protonů, jader helia a dalších těžších prvků. Mají podstatně vyšší energii (a tedy i velikost rychlosti) než částice slunečního větru nebo hvězdného větru.

8.4.2.5 | Rotace Galaxie

Při měření velikosti oběžné rychlosti v různých vzdálenostech od středu Galaxie se zjišťuje, že naměřená křivka se nekryje se žádným teoretickým modelem vypočteným pro danou galaktickou složku. Velikosti oběžných rychlostí se mění se vzdáleností od středu, ale ne příliš výrazně. Pokud by křivka trvale klesala od určité vzdálenosti od středu Galaxie, znamenalo by to, že ve větší vzdálenosti od středu Galaxie se už nevyskytuje žádná hmota.

Z grafu na obr. 80 vyplývá, že:

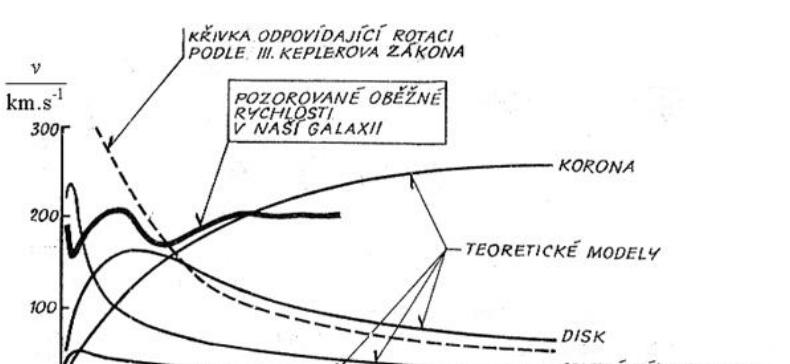
1. Galaxie se neotáčí jako jednolité tuhé těleso (tj. s konstantní úhlovou rychlostí). V tom

případě by totiž byla její rotace zobrazena přímkou procházející počátkem dané soustavy souřadnic. Takové situaci se jevíce blíží model pro galaktickou koronu. Přesto je možné říci, že charakter rotace v okolí jádra se více podobá pevnému tělesu (tuhému tělesu).

2. Galaxie se neotáčí keplerovsky, tj. podle třetího Keplerova zákona. To znamená, že v jádře není žádné centrální těleso (resp. skupina těles), jejichž hmotnost by dominovala do té míry, že hmotnost obíhajících těles by byla zanedbatelná (tak jako tomu je ve Sluneční soustavě). Keplerovská rotace se projevuje jen u okrajových částí Galaxie, ale pouze v náznaku.

Rotace podle 3. Keplerova zákona by musela splňovat vztah $\frac{a^3}{T^2} = konst.$ (kde *a* je střední vzdálenost středu Galaxie od dané oblasti obíhající kolem středu Galaxie a *T* je perioda oběhu), ze kterého lze odvodit vyjádření periody rotace ve tvaru: $T = \sqrt{\frac{a^3}{konst.}}$. Přitom pro velikost obvodové rychlosti platí $v = \frac{2\pi a}{T}$, takže po dosazení periody dostáváme:

$$v = 2\pi a \sqrt{\frac{konst.}{a^3}} = 2\pi \sqrt{\frac{konst.}{a}} \approx \sqrt{\frac{1}{a}}.$$



Obr. 80

8.4.3 | Cizí galaxie

Galaxie jsou soustavy téže kategorie jako naše Galaxie, ale s jinými vlastnostmi. Jejich hmotnosti se pohybují od $10^5\ M_S$ do $10^{13}\ M_S$, kde M_S je hmotnost Slunce. Malé galaxie se nazývají **trpasličí galaxie** a existuje jich velké množství. Přestože jejich hmotnosti jsou menší než hmotnosti kulových hvězdokup, liší se od nich svojí strukturou.

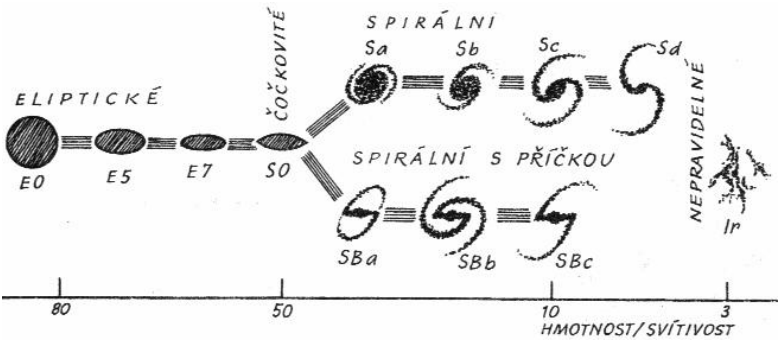
Cizí galaxie mají podobný počet hvězd jako naše

Galaxie a jsou to také gravitačně vázané soustavy.

To znamená, že jednotlivé hvězdy a další složky galaxie na sebe navzájem působí gravitačními silami.

8.4.3.1 | Typy galaxií

Galaxie se dělí podle vzhledu na několik typů. Existuje několik třídění, z nichž nejjednodušší navrhl americký astronom Edwin Powel Hubble (1889 - 1953). Příslušné typy galaxií jsou znázorněny na obr. 81.



Obr. 81

Eliptické galaxie se označují písmenem E, přičemž číslo, které následuje, udává elipticitu galaxie.

Elipticita galaxie (analogie výstřednosti elipsy) je dána výrazem $10\frac{a-b}{b}$, kde *a* a *b* jsou dva na sebe kolmé

rozměry galaxie (analogie délky hlavní poloosy elipsy a délky vedlejší poloosy elipsy).

E0 tedy značí galaxii kulového tvaru, E5 galaxii s poměrem $\frac{a}{b} = \frac{2}{1}$, ... Řada končí u E7.

Přesnější by bylo nazývat tyto objekty elipsoidální galaxie, protože se jedná o trojrozměrné útvary tvaru elipsoidu, ale názvosloví se již vžilo.

Čočkovité galaxie (**vřetenové galaxie**) se značí S0 a dále se třídí na galaxie **spirální** (S) a **spirální s příčkou**. **Spirální galaxie** jsou těchto základních typů:

1. Sa - má rozsáhlou oblast kolem středu a méně rozvinutá a méně výrazná spirální ramena;
2. Sb;
3. Sc - má oblast kolem středu nevýraznou, spirální ramena má ale rozvinutá a výrazná.

Naše Galaxie tvoří přechod mezi Sb a Sc.

Spirální galaxie s příčkou SB jsou charakteristické příčkou - vřetenovitým útvarem, který prochází středem. Na konci příčky se zářící oblast prudce lomí a začínají vlastní spirální ramena. Ta jsou nejvíce zavinutá u typu SBa a mohou případně tvořit i prstenec zářící hmoty. Nejvíce rozvinutá jsou spirální ramena u galaxie typu SBc.

Nepravidelné galaxie Ir mají neuspořádaný vzhled, jen u některých je možné pozorovat náznak spirálních ramen. Nemají-li výraznou středovou oblast, označují se Im.

Od E0 přes S0 k Sd (resp. SBc) až k Ir klesá poměr hmotnosti k zářivému výkonu, jak ukazuje obr. 81. To znamená, že galaxie eliptické (hlavně E0) mají nejmenší zářivý výkon na jednotku hmotnosti, nepravidelné galaxie naopak největší. Příčinou rostoucího zářivého výkonu na jednotku hmotnosti je růst podílu mezihvězdné hmoty u jednotlivých galaxií. Z mezihvězdné hmoty probíhá vznik hvězd s velkou svítivostí, tj. s velkým zářivým výkonem. To znamená, že galaxie E obsahují staré, podsvítivé hvězdy, které neobsahují těžší prvky. Tyto hvězdy společně stárnou a nejsou doplňovány o nové hvězdné generace.

Posloupnost galaxií na obr. 81 **nenaznačuje** vývojovou řadu galaxií. Každý z uvedených typů galaxií má svůj specifický vývoj. Zárodky galaxií (tzv. **protogalaxie**) se v mladém vesmíru otáčely různou rychlostí. V těch, které se otáčely velkou rychlostí, vznikly zploštělé galaktické disky a ploché složky, v nichž pokračovala tvorba dalších a dalších hvězdných generací hvězd - vznikaly tedy galaxie S a SB. Eliptické galaxie se vyvinuly z protogalaxií, které rotovaly velmi pomalu. Proto se v jejich galaktické rovině nenahromadila mezihvězdná látka. Na vznik hvězd první generace se spotřeboval v kulové složce téměř všechen plyn. Mezihvězdná hmota uvolněná těmito hvězdami zčásti unikla do mezigalaktického prostoru a z části se soustředila ke

středové oblasti galaxie, kde se probíhal vznik hvězd s menší hmotností patřících do druhé generace hvězd. Nepravidelné galaxie vznikly z předchozích typů gravitačním působením okolních blízkých galaxií.

Vzhledem k tomu, že galaxie byly relativně blízko u sebe, byly gravitační síly, kterými na sebe navzájem působily, velké. Tyto síly narušily původní struktury galaxií a vznikly nepravidelné galaxie.

Vzhled galaxie nezávisí jen na jejich typu, ale také na tom, jak jsou vzhledem k pozorovateli na Zemi natočeny.

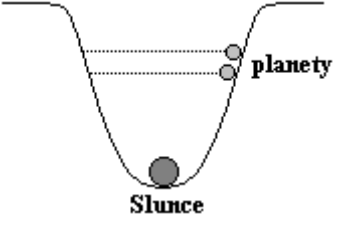
Z některých galaxií vidíme ze Země galaktický disk v plné velikosti, z jiných ho vidíme jen jako velmi úzký proužek.

8.4.3.2 | Spirální ramena galaxií

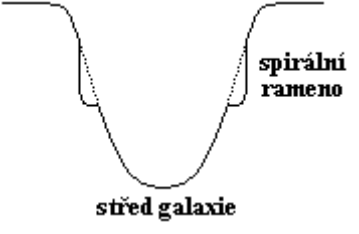
Spirální ramena galaxií jsou tvořena mladými objekty plochých podsystémů (hvězdy spektrálních tříd *O*, *B*, asociace, mezihvězdná hmota, ...). Nejedná se o stabilní útvary, ale o tzv. **hustotní vlny** blízko galaktické roviny, kterými hvězdy postupně procházejí. Spirální ramena se ale jakožto hustotní vlny sama pohybují.

Průchod hvězd spirálními rameny (hustotními vlnami) je analogický vodě, která prochází jezem. U hvězd se navíc ten jez pohybuje.

Jiný způsob popisu vlastností spirálních ramen je pomocí gravitačního pole, které si lze v okolí tělesa představit jako **potenciálovou jámu**. V této potenciální jámě je možné modelovat volný pád, pohyb po kružnici, pohyb po elipse, oběžný pohyb těles, Keplerovy zákony, … Na obr. 82 je znázorněna potenciálová jáma pro Sluneční soustavu. Spirální rameno galaxie je pak možné znázornit pomocí **potenciálové brázdy** (viz obr. 83). Rameno se pohybuje pomaleji než hvězdy, které ho dohánějí. Hvězdy ze spirálního ramena vystupují rychlostí o stejné velikosti, jakou do něho vstupují, ale mění se směr rychlosti. Hlavně se ale hvězdy při vstupu do ramene zrychlují a při výstupu zpomalují (viz obr. 84). Poblíž okraje ramene, kde do něho hvězdy vstupují (tj. na vydutém okraji), se soustřeďuje plyn a prach a probíhá zde vznik hvězd. Hustota hvězd je v ramenech přibližně stejná jako mimo ně. Ramena ovšem jasně září, neboť je v nich velké množství mladých svítivých hvězd.



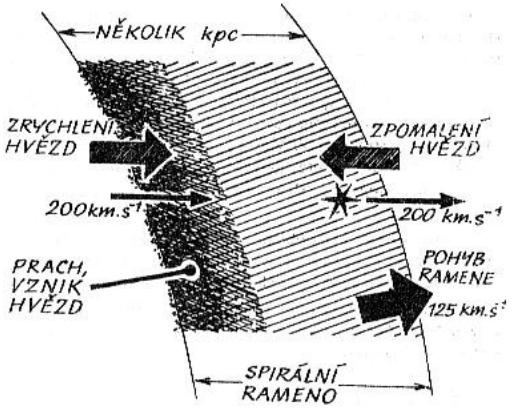
Obr. 82



Obr. 83

Pohyb tělesa v potenciálové jámě si lze názorně představit tak, že malá kulička se bude pohybovat uvnitř trychtýře (dolíku, ...). Jak se bude postupně zmenšovat velikost její rychlosti, bude postupně klesat stále níž a níž na dno trychtýře. Tak si lze představit (a pomocí potenciálové jámy vysvětlit) pohyb planet kolem Slunce. Kdyby se kolem něj nepohybovaly po kružnicích (elipsách), napadaly by všechny na Slunce (na dno trychtýře).

Určení směru rotace, tj. určení, zda se ramena „navíjejí“ či „rozvíjejí“ nebylo snadné určit. Je možné určit rotační rychlost pomocí radiálních rychlostí, ale většinou není jisté, zda galaxii vidíme z podhledu nebo nadhledu, a proto není možné určit smysl rotace. Modelování pomocí počítačů ukázalo, že už při vzájemném gravitačním působení hvězd se vytvoří relativně rychle spirální struktura a že ramena se „navíjejí“, tj. pohybují se dopředu vypuklým okrajem (viz obr. 85).



Obr. 84



Obr. 85

8.4.3.3 | Galaktická jádra

Galaktická jádra jsou oblasti s vysokou hustotou látky a s vysokou svítivostí. Jasnost jádra galaxie je ale většinou zeslabena velkou absorpcí elektromagnetického záření, které je vyzařováno objekty v jádru galaxie. Hmotnost jader galaxií může dosahovat řádově $10^9\,M_S$ (M_S je hmotnost Slunce), což je ovšem podstatně méně než hmotnost celé galaxie. Současná pozorování potvrzují původní předpoklad, že některá galaktická jádra jsou černé díry nadhvězdné hmotnosti. Stavba galaktických jader a procesy v nich probíhající nejsou dosud bezpečně známy.

U některých galaxií vykazují jádra velkou aktivitu. Může se jednat o proud plynů z jádra, výtrysky ve směru rotační osy, ... Jasná a výjimečně aktivní jádra mají zvláštní

typy galaxií.

8.4.3.4 | Vzdálenosti galaxií

Určování vzdálenosti galaxií není možné provádět přímo. Proto se postupuje nepřímo:

1. U galaxií, u nichž jsou pozorovatelné jednotlivé hvězdy a jsou vidět cefeidy, je možné právě na základě cefeid stanovit jejich fotometrickou paralaxu a po dosazení do Pogsonovy rovnice určit vzdálenost galaxie. Tato metoda je v současné době použitelná do vzdáleností řádově 10 Mpc.
2. U vzdálenějších galaxií, u nichž již není možné pozorovat jednotlivé hvězdy, se pozorují novy nebo supernovy, případně náhlá vzplanutí hvězd. Na základě znalosti absolutní hvězdné velikosti, lze určit zdánlivou a dopočítat vzdálenost. Tato metoda je méně přesná než předchozí metoda, neboť pozorovaných zjasnění není příliš mnoho a navíc galaxie jsou od Země velmi daleko. Pomocí současné techniky je tato metoda použitelné do vzdálenosti řádově 50 Mpc.
3. Do vzdálenosti asi 1 Gpc je možné počítat vzdálenosti galaxií pomocí celkové jasnosti celé galaxie.

Jinou metodu nalezl americký astronom Edwin Powel Hubble (1889 - 1953) v roce 1929, kdy měřil pomocí Dopplerova jevu rychlost vzdalování galaxií. Došel k závěru, že čím je galaxie vzdálenější, tím větší je radiální rychlost jejich vzdalování od nás. V jejich spektru se to projeví tím, že všechny spektrální čáry jsou posunuté více směrem k červenému konci spektra - tzv. **červený posuv** (**rudý posuv**).

Existují ale i galaxie, které se k nám blíží, což se v jejich spektru projeví **modrým posuvem**.

Hubble zjistil, že velikost radiální rychlosti vzdalování *v* je přímo úměrná vzdálenosti galaxie *r*: $v = H.r$, kde *H* je **Hubbleova konstanta**. K jejímu určení je nutné znát vzdálenosti galaxií a jejich radiální rychlosti. Velikost radiální rychlosti je možné právě díky Dopplerovu jevu určit velmi přesně. Ovšem hůře (tj. s větší chybou měření) lze měřit vzdálenosti galaxií. To je značně nespolehlivé a tedy je i nespolehlivé i určení Hubbleovy konstanty, jejíž hodnota se od objevení uvedeného vztahu několikrát opravovala. Její hodnota kolísala od $50\,\mathrm{km.s^{-1}.Mpc^{-1}}$ až po $100\,\mathrm{km.s^{-1}.Mpc^{-1}}$. Hodnota Hubbleovy konstanty se neustále přeměřuje a zpřesňuje, neboť na základě ní je možné určit stáří vesmíru.

Fyzikální jednotkou Hubbleovy konstanty je $[H] = \frac{[v]}{[r]} = \frac{\mathrm{m.s^{-1}}}{\mathrm{m}} = \mathrm{s^{-1}}$, astronomové ale používají jednotku

$[H] = \mathrm{km.s^{-1}.Mpc^{-1}}$ z praktických důvodů.

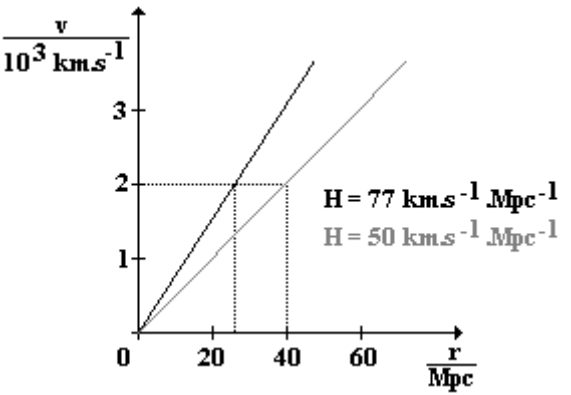
Délkové rozměry (po převedení např. na metry) se i v této komplikovaně zapsané jednotce Hubbleovy konstanty navzájem pokrátí.

V současné době je prokázáno, že vzdalování galaxií je důsledkem rozpínání celého vesmíru; jednotka Hubbleovy konstanty pak je mírou tohoto rozpínání. Jsou-li dvě galaxie v prostoru ve vzájemné vzdálenosti 1 Mpc, vzdalují se od sebe v důsledku rozpínání vesmíru určitou rychlostí. Číselná hodnota této rychlosti pak udává hodnotu Hubbleovy konstanty.

Každá galaxie má pochopitelně ještě i svou individuální prostorovou rychlost danou gravitačním působením okolních galaxií.

Graf Hubbleova vztahu je zobrazen na obr. 86 pro dvě různé hodnoty Hubbleovy konstanty, které byly astronomy naměřeny. Vzhledem k tomu, že pro známou velikost rychlosti *v* vzdalování galaxií (jejíž hodnotu lze určit pomocí Dopplerova jevu) není známa přesná odpovídající vzdálenost, používá se často parametr *z* (tzv. rudý posun). Tímto parametrem se porovnává velikost rychlosti vzdalování galaxií s velikostí rychlosti světla ve vakuu *c*.

Rudý posun je definován takto: $z = \frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$, kde $\Delta\lambda$ je posun (způsobený Dopplerovým jevem) původní vlnové délky λ elektromagnetického záření vyzařovaného galaxií.



Obr. 86

Galaxie se **nevzdalují** pochopitelně **právě od Země**, která nemá žádné zvláštní místo ve vesmíru. Při všeobecném rozpínání vesmíru by byl z libovolného místa ve vesmíru pozorován stejný jev a došli bychom ke stejným závěrům.

Právě popisované rozpínání vesmíru a s ním spojené vzájemné vzdalování galaxií se často modeluje pomocí nafukovacího balónku, na kterém jsou nakresleny tečky představující jednotlivé galaxie. Při nafukování balónku se tečky (galaxie) od sebe vzdalují, přičemž není možné určit žádné zvláštní místo na (přibližně) kulové ploše

balónku, od něhož by se tečky (galaxie) vzdalovaly.

8.4.4 | Soustavy galaxií

Soustavy galaxií nejsou galaktické obdoby hvězdných soustav (vícenásobné hvězdy, hvězdokupy, ...), protože vzhledem k průměrným vzdálenostem galaxií působí gravitační síly už jen omezeně a případné formování galaxií do skupin nedovoluje ustálený oběžný pohyb galaxií.

Galaxie se pohybují určitou rychlostí - pohybují se setrvačností (podle prvního Newtonova zákona). Ke změně směru jejich pohybu (aby se mohly shlukovat) je tedy nutná síla. Jediná síla, která může změnit směr jejich pohybu ve vesmíru, je gravitační síla. Ale její velikost je vzhledem k velkým vzdálenostem mezi galaxiemi na tento úkol nedostatečná.

Navíc pohyby galaxií a změny v soustavách galaxií jsou výrazně ovlivněny vývojem celého vesmíru. Dalším omezením jsou značné rozměry galaxií ve srovnání s jejich vzdálenostmi. Proto se galaxie jen vzájemně ovlivňují se sousedními galaxiemi, dochází ke srážkám galaxií, ... Navíc se soustavy galaxií často dotýkají a prolínají.

Soustavy galaxií jsou tyto:

1. vícenásobné galaxie;
2. skupiny galaxií;
3. kupy galaxií;
4. nadkupy galaxií.

8.4.4.1 | Vícenásobné galaxie

Vícenásobné galaxie je označení pro několik galaxií těsně u sebe.

Např. naše Galaxie tvoří čtveřici galaxií spolu s Velkým Magellanovým oblakem (*LMC - Large Magellanic Cloud*), Malým Magellanovým oblakem (*SMC - Small Magellanic Cloud*) a třetím, který leží ukryt za Malým. Magellanova oblaka leží uvnitř galaktické koróny Galaxie a LMC je s Galaxií propojen proudem látky (tzv. Magellanův proud).

Galaxie jsou pojmenovány po portugalském mořeplavci Ferdinandovi Magellanovi (1480 - 1521). Pojmenoval je tak písař jeho výpravy, ale obě galaxie byly známy již dříve.

Gravitační síly mezi soustavami ovlivňují pohyby menších galaxií kolem naší Galaxie. Zatím však není jisté, zda jde o oběžnou trajektorii či o průlet po hyperbolické dráze.

Galaxie se pohybují po křivkách, které mají velké rozměry. Proto není možné za základě pozorování, které se detailně provádí několik set let, zatím určit, o jakou

křivku se jedná.

Častým případem vícenásobných galaxií jsou galaxie ve srážce, před ní nebo po ní. Vlivem řídkého rozmístění hvězd v galaxiích se při srážkách galaxií nesráží přímo hvězdy, ale sráží se pouze oblaka mezihvězdné hmoty a narušuje se stavba obou galaxií: spirální ramena jsou deformována a vytažena do velkých vzdáleností, z galaxie proudí výtrysky látky, probíhá bouřlivě vznik hvězd, ... Srazí-li se malá galaxie s masivní galaxií, může být malá galaxie velkou pohlcena - jde o tzv. **galaktický kanibalismus**. Galaxie srovnatelné hmotnosti pokračují dále svou cestou.

U vícenásobných galaxií může se může jednat i o celkem náhodné těsné přiblížení dvou či více jinak nesouvisejících galaxií.

8.4.4.2 | Skupiny galaxií (groups)

Skupiny galaxií je soustředění několika desítek galaxií - většinou jde o součást nějaké kupy galaxií.

V různé literatuře bývají skupiny galaxií a kupy galaxií zaměňovány. Většinou totiž neexistují ostré rozdíly mezi oběma typy soustav galaxií.

Příkladem je Místní skupina (*Local group*), k níž patří

asi 30 galaxií - naše Galaxie, LMC, SMC, Velká galaxie v Andromedě, M31 v Trojúhelníku, ... Rozměr skupiny galaxií je řádově 1 Mpc.

8.4.4.3 | Kupy galaxií (clusters)

Kupy galaxií (*clusters*) jsou soustavy několika set galaxií o průměru více než 3 Mpc. Není zásadní rozdíl mezi velkou skupinou galaxií a malou kupou galaxií. V obou případech se jedná o větší či menší shluk galaxií s větší prostorovou hustotou členů, než má okolí. V kupách už vůbec nelze počítat s oběhem jednotlivých členů.

Příklady: kupa v souhvězdí Vlasy Bereniky, kupy ve Velkém vozu, ...

8.4.4.4 | Nadkupy galaxií (superclusters)

Nadkupy galaxií (*superclusters*) jsou obrovská soustředění tisíců až statisíců galaxií, které jsou vždy tvořené větším počtem kup galaxií a skupin galaxií. Nadkupy galaxií nejsou izolované, ale vzájemně se pronikají, proto není snadné je pozorovat. Typická hmotnost zářící látky nadkup galaxií je řádově $10^{15}\ M_S$ (kde M_S je hmotnost Slunce).

Kromě zářivé hmoty je ve vesmíru (a tedy i v galaxiích, jejich kupách, skupinách, ...) i tzv. temná hmota, kterou není možné pozorovat pomocí vyzařovaného elektromagnetického záření.

V roce 1994 zjišťovali astronomové hodnotu Hubbleovy konstanty určováním vzdálenosti některých galaxií pomocí metody cefeid. Na základě tohoto měření vyšla poměrně vysoká hodnota $77\,\mathrm{km.s^{-1}.Mpc^{-1}}$, což bylo způsobeno tím, že galaxie, pomocí nichž bylo měření prováděno, jsou členy Místní skupiny, v níž je nutné uvažovat i individuální pohyby galaxií, které výsledky měření zkreslí. Proto se musí toto měření provádět s galaxiemi, jejichž vzdálenosti jsou větší.

Příklady nadkup galaxií: Místní nadkupa v souhvězdí Panny, k níž patří též Místní skupina, ...

8.4.4.5 | Ještě větší soustavy?

Studovat větší soustavy galaxií znamená popisovat velmi neurčité pojmy, neboť zatím nejsou k dispozici měření či pozorování, která by vědecké teorie potvrzovala (resp. vyvracela). Jak už bylo zmíněno ani sami autoři teorií nejsou jednotní v názvosloví v této zatím poměrně málo prozkoumané oblasti (různé termíny pro skupiny galaxií

a kupy galaxií, ...).

Až dosud byly všechny astronomické objekty členěny **hierarchicky**. V tomto hierarchickém uspořádání při postupu od menších celků k větším se postupně zvětšují rozměry a hmotnost daného celku.

Postupovali jsme od hvězd (resp. planet) přes hvězdné soustavy (např. Sluneční soustava), skupiny hvězd (dvojhvězdy, vícenásobné hvězdy), galaxie, skupiny galaxií až ke kupám galaxií či nadkupám galaxií.

Současně při postupu od menších celků k větším celkům ale klesá průměrná hustota daného celku. Soustava může být soustavou v pravém slova smyslu pouze tehdy, jestliže každá její součást je podřízena celku (většinou gravitační silou).

Součást celku „musí vědět, že do celku patří“. To zaručí právě gravitační působení, které váže jednotlivé části celku k sobě.

Omezující je přitom velikost rychlosti světla ve vakuu. Touto rychlostí se nešíří jen světlo, ale též působení gravitačních sil (a dalších silových interakcí). Pokud by byla soustava příliš velká, gravitační působení na jednotlivé součásti by se projevovalo s velkým zpožděním, vývoj by probíhal do značné míry samostatně a o celku by nebylo možné příliš mluvit.

Pokud se každá část celku vyvíjí odděleně, nemůže být o celku řeč. Každá z částí bude mít jiné vlastnosti

a společných rysů (aby bylo možné mluvit o celku) bude velmi málo.

Právě popsaný jev ale nastává právě u kup galaxií a nadkup galaxií. Oba tyto celky jsou jen jakási „volná sdružení“ než o soustavy v pravém fyzikálním smyslu. A z téhož důvodu patrně v těchto obrovských měřítkách již neexistují soustavy, které by bylo možné charakterizovat jako *galaxie galaxií*.

Ve skutečně velkých měřítkách se ve vesmíru nenalézají hierarchicky uspořádané soustavy, ale naopak stejnorodé rozmístění útvarů. Celá pozorovaná oblast vesmíru je vcelku rovnoměrně vyplněna **velkorozměrovou strukturou**.

Tuto strukturu si lze představit jako mýdlovou pěnu nebo jako strukturu mycí houby.

Jsou zde pozorována tlustá **vlákna** (někdy spíše stěny) o tloušťce asi 50 Mpc a mezi nimi prázdné prostory - tzv. **proluky** (**kaverny**). Typický rozsah těchto velkorozměrových struktur je 50 Mpc až 100 Mpc. V měřítku přes 100 Mpc je rozdělení hmoty již **homogenní** a **izotropní**.

Právě popsané struktury jsou patrně důsledkem nerovnoměrného rozdělení hmoty, z níž se v mladém vesmíru tvořily protogalaxie.

Existence kaveren gravitačně ovlivňuje okolní galaxie,

což se projeví odchylkami v Hubbleově vztahu.

Je-li pozorována např. galaxie ve vzdálenosti 5.10^9 ly, znamená to, že je pozorována tak, jak vypadala před 5 miliardami let, neboť teprve nyní je možné zachytit světlo z jejích hvězd, které ji tehdy opustilo. Pozorovatelná část vesmíru je tedy vidět v časovém průřezu: blízké oblasti vidíme v nedávné minulosti, zatímco vzdálenější oblasti pozorujeme v dávné minulosti. To je pro vědce vlastně velká výhoda, neboť vidí, jak se vesmírné soustavy vyvíjely.

Vzhledem k tomu, že velikost rychlosti světla ve vakuu *c* je konečná, je i pozorovatelná část vesmíru konečná. Největší vzdálenost, do jaké je možné ve vesmíru nahlédnout, je nejvýše rovna dráze, kterou urazilo světlo od okamžiku vzniku vesmíru do současné doby. Oblasti, které se nacházejí na konci pozorovatelné části vesmíru, se tedy od nás vzdalují (podle Hubbleova vztahu) právě rychlostí o velikosti *c*. Vše, co se nachází v této a větší vzdálenosti, nikdy nespatříme, neboť světlo k nám z uvedených oblastí nikdy nedoletí. Tato hranice se nazývá **horizont vesmíru** a existuje pro každé místo ve vesmíru.

8.5 | RELATIVISTICKÁ ASTRONOMIE A KOSMOLOGIE

8.5.1 | Obecná teorie relativity

Při popisu vesmíru, který má velké rozměry, obsahuje objekty s velmi silným gravitačním polem resp. s velkou hustotou, ..., je občas nutné použít závěry obecné teorie relativity. Bez příslušného (poměrně složitého) matematického aparátu není možné provádět žádné výpočty. Přesto budou základní myšlenky obecné teorie relativity uvedeny, protože kvalitativní závěry lze dělat.

Na základě úvodních poznámek k teorii relativity budou vysvětleny některé zajímavé objekty resp. zajímavé vlastnosti některých objektů, které se nacházejí ve vesmíru a kterou jsou občas považovány za jakési „exotické objekty“ (černé díry, pulsary, ...).

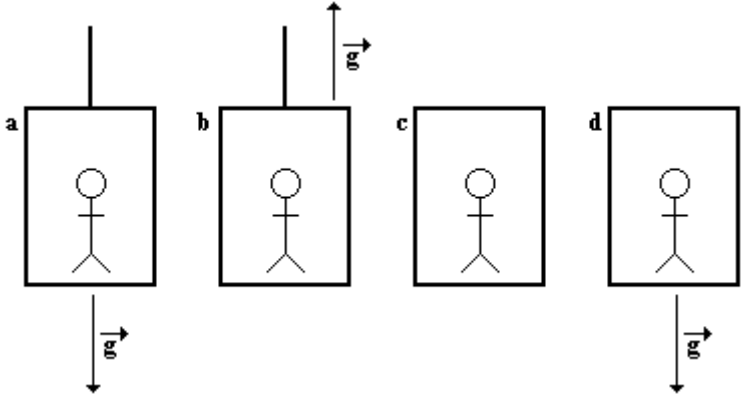
Speciální teorie relativity, kterou publikoval německý fyzik Albert Einstein (1879 - 1955) v roce 1905, popisuje pohyb v inerciálních vztažných soustavách, tj. soustavách, které se pohybují vůči sobě rovnoměrně přímočaře nebo jsou vzájemně v klidu. Pro tyto soustavy tedy platí první Newtonův zákon - zákon setrvačnosti. Řada objektů je ale spojena se souřadnicovými soustavami, které se vůči sobě **pohybují s určitým nenulovým zrychlením**. Tyto případy pak zkoumá obecná teorie relativity, kterou v roce 1916 formuloval také Einstein. Obecná teorie relativity je vlastně teorií gravitace.

8.5.1.1 | Princip ekvivalence

Obecná teorie relativity je teorií gravitace, proto bude užitečné gravitaci blíže prozkoumat a zjistit, jak souvisí s pohybem těles s nenulovým zrychlením (tj. se zrychleným pohybem).

Nejjednodušší pohyb, který má nenulové zrychlení, je volný pád.

Ten je pro nás zajímavý i dalšími svými vlastnostmi: jedná se pohyb se stálým zrychlením, tj. je to rovnoměrně zrychlený pohyb. Navíc v sobě „spojuje“ vlastnosti gravitačního pole a zrychleně se pohybujících těles.



Obr. 87

Na obr. 87 jsou znázorněny čtyři základní myšlenkové

experimenty, které vedly Einsteina k výchozím principům obecné teorie relativity. Základem těchto myšlenkových experimentů je (Einsteinova) zdviž, v níž probíhají následující experimenty:

Experimenty probíhají prostě v běžném výtahu.

1. Zdviž je v klidu v gravitačním poli Země a ní probíhají mechanické experimenty (volný pád těles, vrhy těles, kmitání na pružině, ...), v nichž se projevuje **gravitační hmotnost těles**. Všechna tělesa ve zdviži se pohybují s gravitačním zrychlením $\vec{g}$ (viz obr. 87a).
2. Zdviž se nachází mimo gravitační pole a je tažena se zrychlením $\vec{g}$ ve směru vzhůru (viz obr. 87b). Fyzikální situace je naprosto totožná se situací na obr. 87a. Pokud není možné podívat se do okolí a zjistit, která ze dvou uvedených situací nastala, není možné uvedené situace rozlišit. Pro pozorovatele, který se nachází mimo zdviž, se projevuje **setrvačná hmotnost těles**.

V prvním experimentu jsou tělesa ve zdviži tažena směrem dolů určitou silou. V tomto případě to je gravitační síla. Ve druhém experimentu jsou tělesa ve zdviži také tažena směrem dolů určitou silou. To, že se v tomto případě jedná o setrvačnou sílu, ovšem pozorovatel uvnitř zdviže to nepozná - bude „cítit“ (stejně jako v prvním případě) sílu, která ho táhne

směrem dolů. A bez toho, že by se podíval z okna zdviže, nepozná, jaká síla to je (gravitační síla nebo setrvačná síla) - proto jsou oba experimenty fyzikálně ekvivalentní.

3. Zdviž se nachází mimo gravitační pole a nepůsobí na ní žádné vnější síly (viz obr. 87c) - zdviž se nachází v beztížném stavu.

Nalézt místo ve vesmíru, které by bylo zcela mimo gravitační pole jakékoliv objektu ve vesmíru, není jednoduché - dosah gravitačních sil je totiž neomezený (nekonečný). Přesto je možné tohoto stavu docílit: buď být skutečně velmi daleko od všech zdrojů gravitačního pole (velikost síly je ve velké vzdálenosti již velmi malá, protože její hodnota klesá s druhou mocninou vzdálenosti od zdroje pole) a nebo docílit pohybu po kružnici. Bude-li se totiž pohybovat zdviž po kružnici v gravitačním poli určitého tělesa, bude v ní také beztížný stav. Tento případ je ale pro popisovaný experiment nevhodný.

4. Zdviž padá volným pádem v gravitačním poli s gravitačním zrychlením $\vec{g}$ (viz obr. 87d) - zdviž se nachází opět v beztížném stavu (dynamickém). Opět bez pohledu do okolí není možné situaci na obr. 87c a obr. 87d rozlišit.

Ve všech popsaných experimentech je nutné

předpokládat homogenní gravitační pole. V radiálním gravitačním poli by byla situace komplikovanější.

Na základě právě uvedených experimentů 1 a 2 Einstein usoudil, že gravitační hmotnost a setrvačná hmotnost jsou ekvivalentní. To znamená, že zrychlení udělené tělesu vlivem gravitačního pole nebo rovnoměrného zrychleného pohybu mají na těleso stejné účinky.

Gravitační hmotnost tělesa udává, jak se těleso „brání“ působení gravitační síly. Setrvačná hmotnost udává, jak se totéž těleso „brání“ působení síly, která ho uvádí do pohybu (a ruší tak stav jeho setrvačnosti v daném pohybovém stavu), tj. síla definovaná druhým Newtonovým zákonem.

Einstein usoudil, že případy 1 a 2 resp. 3 a 4 jsou fyzikálně ekvivalentní a to nejen pro mechanické děje, ale i pro děje nemechanické (tedy i pro elektromagnetické záření). Platí tedy tzv. slabý princip ekvivalence:

POHYB TĚLES V GRAVITAČNÍM POLI JE LOKÁLNĚ EKVIVALENTNÍ POHYBU V NEINERCIÁLNÍ SOUSTAVĚ BEZ GRAVITACE.

Slovo „lokálně“ souvisí s tím, že jsme se omezili na homogenní gravitační pole - tj. pole, jehož vektory gravitační intenzity jsou navzájem rovnoběžné a mají stejnou velikost. To globálně (obecně), tj. v radiálním gravitačním poli, neplatí.

Bude-li mít zdviž z obr. 87 v levé stěně okénko, dopadne světelný paprsek procházející tímto otvorem v případech 3 a 4 (které jsou pro pozorovatele uvnitř zdviže ekvivalentní) přesně naproti okénku (tj. do stejné výšky nad podlahou zdviže). Pro pozorovatele ve zdviži se světlo pohybuje po přímce.Vnější pozorovatel ale vidí, že v případě 4 zdviž padá a než paprsek dorazí k pravé stěně, urazí zdviž určitou vzdálenost směrem k Zemi. Přesto uvidí tento vnější pozorovatel dopad paprsku na pravou stěnu přesně proti otvoru v levé stěně. Vysvětlení tohoto jevu je na první pohled překvapující, ale přesto jediné možné: **světelný paprsek se v gravitačním poli zakřivuje**.

Zakřivení světelného paprsku je pozorovatelné pouze tehdy, pokud zdviž padá s velkým zrychlením (jinak se trajektorie světla nezakřiví tak výrazně). To znamená, že tento jev nastává pouze v silných gravitačních polích.

Fakt, že stejné závěry platí jak pro mechanické experimenty, tak pro expedienty z oblasti optiky, elektřiny a magnetismu a další oblastí fyziky, nám umožňuje vyslovit silný princip ekvivalence:

ENERGIE ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE SE TAKÉ PROJEVUJE JAKO SETRVAČNÁ HMOTNOST. I TATO HMOTNOST MÁ SVÉ GRAVITAČNÍ ÚČINKY.

Na základě Einsteinova vztahu mezi hmotností a energií se tedy každá energie projevuje jako setrvačná hmotnost, která má (podle principu ekvivalence) také

gravitační účinky.

Gravitační interakce je studována takto detailněji proto, že na rozdíl od všech ostatních silových interakcí má některé vlastnosti, které zatím nejsou uspokojivě vysvětleny: nebyla zatím objeveny částice, která tuto interakci zprostředkovává, gravitaci jako jedinou z interakcí nelze žádným způsobem odstínit, ...

8.5.1.2 | Zakřivený prostoročas

V klasické fyzice jsou vlastnosti prostoročasu (tj. prostorové a časové souřadnice) neměnné v závislosti na ději, který v daném prostoročasu probíhá. V obecné teorii relativity vlastnosti prostoročasu velice úzce souvisí s ději, které v daném prostoročasu probíhají.

Velmi blízkou analogií je představit si prostoročas jako jeviště, na kterém probíhají fyzikální děje - tj. hrají se divadelní hry. V klasické fyzice jsou vlastnosti jeviště pro danou hru neměnné a nezávisí na tom, co se na jevišti děje. V obecné teorii relativity se ale jeviště mění v závislosti na tom, co se právě hraje.

Světelný paprsek se pohybuje i v prostoročasu obecné teorie relativity po nejkratší možné spojnici dvou míst. V klasické fyzice (a ve speciální teorii relativity) je trajektorií světelného paprsku přímka. Vzhledem k tomu,

že prostor v okolí silných gravitačních polích již není Euklidovský prostor, nepohybuje se paprsek po přímce, ale po tzv. **geodetice** (**geodetické křivce**).

GEODETIKA (GEODETICKÁ KŘIVKA) JE NEJKRATŠÍ SPOJNICÍ DVOU MÍST DANÉHO PROSTOROČASU.

Po geodetikách se tedy pohybuje světlo. V klasické fyzice a ve speciální teorii relativity jsou geodetikami přímky, v obecné teorii relativity to jsou obecně nějaké křivky.

Po geodetikách také létají letadla v atmosféře Země. Když během cesty sledujeme let letadla na mapě, zdá se, že pilot neletí nejkratší možnou cestou - spojnice startu cesty a cíle cesty není přímka. Na mapu se ale dívám na rovinném papíře resp. na rovinném displeji (počítače, GPS, ...), zatímco Země je kulatá. Ve skutečnosti letadlo letí opravdu nejkratší možnou cestou mezi danými dvěma městy.

Prostoročas je v gravitačním poli tedy zakřiven, což je možné chápat také tak, že gravitační síla a gravitační pole jsou projevem zakřivení prostoročasu.

Zakřivení prostoročasu si lze jednoduše představit pomocí názorné analogie. Prostoročas bude přestavovat trampolína, jakou používají artisté v cirkuse. (Analogicky si lze podobný experiment zrealizovat v domácích podmínkách pomocí dámské punčochy nebo prezervativu napnutého na okraj odpadkového koše nebo hrnce, na

který budeme postupně pokládat předměty o různé hmotnosti.) Není-li na trampolíně žádné těleso, je membrána trampolíny rovná a představuje tak nezakřivený prostoročas (tzv. plochý prostoročas). Položíme-li na trampolínu velmi malou kuličku (a nebudeme-li uvažovat průhyb trampolíny, kterou kulička způsobí), bude se kulička pohybovat po úsečce, když jí uvedeme do pohybu cvrnknutím.

Postaví-li se na trampolínu malé děcko, trampolína se trošku prohne a začne představovat zakřivený prostoročas. Taková situace by mohla odpovídat např. prostoročasu v okolí Slunce (viz obr. 88 nebo obr. 90a)). Cvrnkneme-li nyní do velmi malé kuličky ležící na trampolíně, kulička se bude pohybovat po úsečce jen tehdy, bude-li daleko od děcka na trampolíně. Když se k děcku přiblíží, její trajektorie se zakřiví - kulička uhne ze svého původního směru.

Postaví-li se na trampolínu velmi robusní muž, trampolína se prohne více a kulička bude měnit směr svého pohybu výrazně více, než v případě, kdy na trampolíně stálo dítě. Prostoročas je tedy v tomto případě více zakřiven.

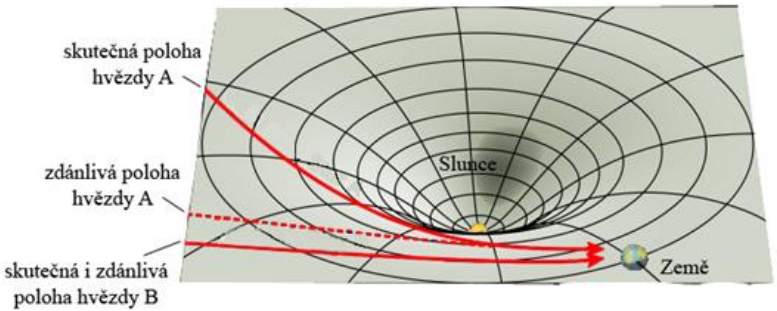
Aby kulička změnila směr svého pohybu, musí na ní (podle Newtonových pohybových zákonů) působit nějaká síla. V případě experimentů na trampolíně je touto silou složka tíhové síly kuličky, která mění směr jejího pohybu. Ve skutečnosti (tj. v případě pohybů těles ve vesmíru) je

tato síla daná samotným zakřivením prostoročasu.

Mohla by se vyskytnout námitka, že gravitační působení modelujeme pomocí gravitační síly resp. tíhy těles a že to je tedy velmi nevhodné. Je nutné si ovšem uvědomit, že se jedná skutečně jen o model, o analogii, jak danou problematiku přiblížit reálné situaci. Skutečné příčiny vzniku gravitačních sil působících mezi tělesy zatím nejsou prozkoumány. Proto je nutné si prozatím vystačit s podobnými analogiemi. Nicméně myšlenka zakřiveného prostoročasu je dobrá, je matematicky podložená a lze pomocí ní vysvětlit jevy, které ve vesmíru probíhají, a objekty, které ve vesmíru existují. A to i přesto, že zatím podstata gravitace zatím není známa: existence gravitonů - částic, které by měly gravitační interakci zprostředkovávat (analogicky jako fotony přenášejí elektromagnetickou interakci), zatím nebyla experimentálně potvrzena.

Na obr. 88 je zobrazen zakřivený prostoročas v okolí Slunce. Na základě tohoto obrázku lze vysvětlit zakřivení světelného paprsku v gravitačním poli Slunci. Světlo z hvězdy *A* se pohybuje k Zemi v blízkosti Slunce - trajektorie tohoto světelného paprsku se tedy vlivem gravitačního pole Slunce zakřiví. Pozorovatel ze Země toto zakřivení při dopadu světla do dalekohledu (resp. do oka) nepozná, a proto si hvězdu nevědomky promítá do jiného směru, než ve kterém skutečně leží. Světlo z hvězdy B se

pohybuje k Zemi dále od Slunce, a proto je gravitační působení Slunce již menší - světelný paprsek se nezakřivuje a chyba v určení polohy hvězdy nevzniká.



Obr. 88

Zakřiveným prostoročasem lze vysvětlit i pohyby v radiálním gravitačním poli (Země, Slunce, ...). Na obr. 89 je zobrazena situace pro pohyb těles v radiálním gravitačním poli Slunce. Těleso *a* koná pohyb po kružnici v konstantní vzdálenosti od středu Slunce. Těleso *b* se pohybuje po elipse (podle prvního Keplerova zákona).

Fakt, že v blízkosti Slunce (v periheliu své oběžné trajektorie) má obíhající těleso největší velikost své rychlosti a v nejvzdálenějším bodě od Slunce (v aféliu své oběžné trajektorie) má toto těleso nejmenší velikost rychlosti, lze vysvětlit v rámci zakřiveného prostoročasu. Když se pohybuje těleso ke Slunci, pohybuje se „do dolíku“, a proto zrychluje. Když se od Slunce vrací, pohybuje se „do kopce“, což vede ke zpomalení pohybu.

Pohyb se zase urychlí, jakmile se těleso začne vracet zpět ke Slunci.

Těleso *c* se pohybuje po parabolické trajektorii nebo po hyperbolické trajektorii. Velikost rychlosti tělesa je tak velká, že gravitační síla Slunce nemá dostatečnou velikost na to, aby těleso přitáhla na uzavřenou oběžnou trajektorii.

Těleso se pohybuje prostě tak rychle, že „důlek“, který Slunce v prostoročasu vytváří, projede bez výraznější změny své rychlosti.

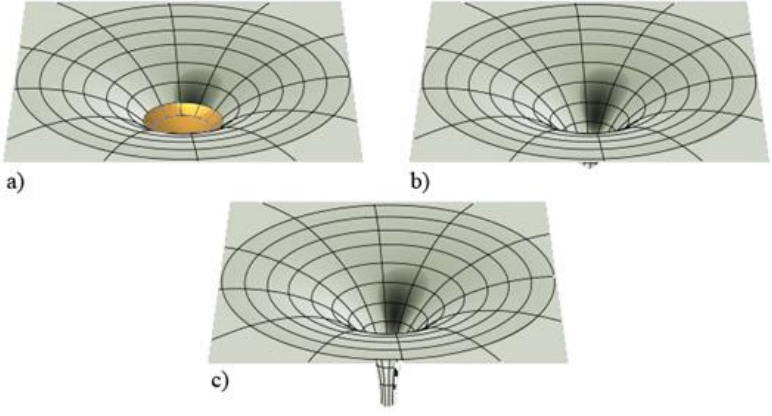


Obr. 89

Na obr. 90 jsou zobrazeny různá stadia, kterými při vývoji hvězd prochází Slunce. Současné Slunce je zobrazeno na obr. 90a. Na obr. 90b je zobrazena situace, až se ze Slunce stane bílý trpaslík - gravitační pole v jeho okolí bude silnější, neboť Slunce zmenší své rozměry. Na obr. 90c je zobrazeno Slunce v zakřiveném prostoročase

v hypotetickém případě, v němž se ze Slunce stala černá díra. Černá díra má rozměry ještě menší než bílý trpaslík, proto je i gravitační pole v jeho těsném okolí silnější.

Intenzita gravitačního pole daného tělesa v daném bodě v jeho okolí je nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti tohoto bodu od středu tělesa. Uvažujeme-li gravitační intenzitu na povrchu tělesa, pak je jasné, že s klesajícím rozměrem tělesa velikost gravitační intenzity roste.



Obr. 90

8.5.1.3 | Čtyřrozměrný prostoročas

V obecné teorii relativity (stejně jako ve speciální

teorii relativity) není možné odlišovat mezi prostorovými a časovými souřadnicemi. Polohu libovolného tělesa (např. vesmírného tělesa) není možné popsat pouze 3 prostorovými souřadnicemi. Je nutné použít i souřadnici časovou, neboť poloha všech těles se během jeho vývoje mění. Navíc gravitační pole nezakřivuje jen prostor, ale mění i plynutí času.

V běžném životě, když si domlouváme schůzku s přítelem, postupujeme úplně stejně. Když řekneme „Sejdeme se ve pátek ve tři odpoledne na nástupišti metra Háje.“ je určen jednoznačně čas (který pátek je zřejmé v běžném životě z kontextu) a 3 prostorové souřadnice (zeměpisná šířka, zeměpisná délka a nadmořská výška). Tyto souřadnice ovšem příteli neříkáme sérií čísel, ale běžným způsobem „nástupiště metra Háje“.

Světlo vycházející z masivního tělesa, tj. tělesa se silným gravitačním polem (a velkou velikostí gravitačního zrychlení), výrazně ztrácí svoji energii. Vzhledem k tomu, že se pohybuje stále stejnou rychlostí o velikosti rychlosti světla ve vakuu c, projeví se pokles energie fotonu prodloužením jeho vlnové délky resp. poklesem frekvence (v souladu s Planckovou kvantovou hypotézou). Prodlužování vlnové délky resp. zmenšování frekvence se projeví posunem barvy světla směrem k červenému konci spektra. Vzhledem k tomu, že jde o rudý posuv způsobený gravitačním polem, nazývá se **gravitační rudý posuv**. Jde

o jiný jev, než posuv, který vzniká díky rozpínání vesmíru. Ten se nazývá **kosmologický rudý posuv**.

Přesto je ale možné řadu úloh v astronomii řešit pomocí klasické Newtonovy fyziky, která je ostatně zvláštním případem speciální teorie relativity. Ta je zase zvláštním případem obecné teorie relativity. Pokud se ale jedná o tělesa velkých hmotností (která kolem sebe vytvářejí silná gravitační pole), velkých hustot či pohybující se rychlostmi, které jsou srovnatelné s rychlostí světla ve vakuu, je nutné užít při výpočtech speciální teorii relativity resp. obecnou teorii relativity.

8.5.1.4 | ***Obecná teorie relativity, kvantová fyzika a klasická fyzika

Na přelomu 19. století a 20. století se začaly rozvíjet nové fyzikální obory, které umožňovaly novým přístupem a mnohdy revolučními myšlenkami pochopit jevy, které do té doby nebylo možné vysvětlit. Mezi tyto obory patří:

1. speciální teorie relativity - popisuje pohyb soustav, které se pohybují rychlostmi, jejichž velikost se blíží velikosti rychlosti světla ve vakuu *c*;

Rozvíjí se na základě měření velikosti rychlosti světla ve vakuu (ve vzduchu) a hledání vztažné soustavy, vůči níž se světlo pohybuje.

2. obecná teorie relativity - je to teorie

gravitace, tj. popisuje pohyb těles v silných gravitačních polích;

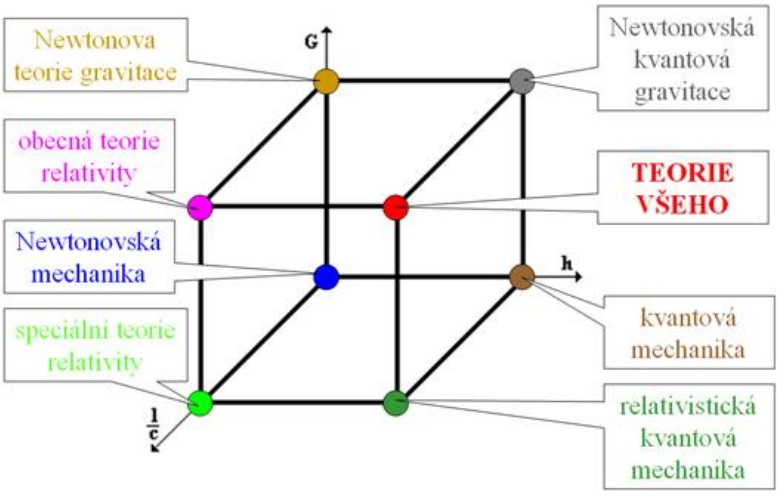
Je to obecný případ speciální teorie relativity a předpovídá některé jevy, které se později skutečně podařilo naměřit (zakřivení světelného paprsku v gravitačním poli, ...).

3. kvantová mechanika - popisuje pohyb těles v malých rozměrech, studuje stavbu hmoty.

Začíná se rozvíjet na základě nemožnosti vysvětlit klasickým způsobem záření absolutně černého tělesa.

Ačkoliv se tyto fyzikální obory začaly vyvíjet na základě různých fyzikálních experimentů, mají jedno společné: klasická Newtonovská fyzika (klasická mechanika) je jejich limitním případem. V jakém smyslu a jak spolu tyto fyzikální obory souvisí, schématicky zobrazuje obr. 91.

Na obr. 91 je svislá osa označena *G*, čímž se rozumí gravitační konstanta běžně ve středoškolských publikacích značená symbolem κ. Symbolem *G* se značí v odborné literatuře věnované teorii relativity.



Obr. 91

Nejprve je nutné si uvědomit základní úvahy, které budou pro další výklad obr. 91 důležité:

1. pokud bude $G = 0$ budeme vyšetřovat fyzikální jevy bez gravitace;

To znamená, že vypneme gravitační sílu.

2. pokud bude $h = 0$ zanedbáváme kvantovou povahu vesmíru, nebudou existovat energetické hladiny v atomech a energie bude nabývat libovolné hodnoty.

To znamená, že bychom byli „velmi daleko“ od uvedených jevů (energetické hladiny v atomech, diskrétní struktura látky, ...) - tj. dívali bychom se na

atomy běžným pohledem Newtonovské mechaniky.

3. pokud by velikost rychlosti světla ve vakuu *c* rostla nadevšechno meze (což je totéž, jako když $\frac{1}{c}$ je téměř nulové), pohybovaly by se signály nekonečně velkou rychlostí

To je stav, který původně předpokládal ve svých úvahách Newton: gravitační interakce se měla šířit okamžitě - tzv. působení na dálku. Např. v Newtonových úvahách dorazí světlo ze Slunce na Zem okamžitě - šíří se nekonečně velkou rychlostí, zatímco ve skutečnosti při velikosti rychlosti světla *c* to trvá cca 8 minut.

Na osách systému souřadnic na obr. 91 jsou tedy vynášeny hodnoty $\frac{1}{c}$, *h* a *G*, které ve směru od společného průsečíku daných tří os postupně rostou.

To tedy znamená, že od počátku soustavy souřadnic ve směru po ose $\frac{1}{c}$ klesá poměr velikosti rychlosti světla ve vakuu k velikosti rychlosti, kterými se pohybují tělesa. V průsečíku všech tří os je $\frac{1}{c}=0$, což znamená, že $c \to \infty$ (tj. světlo se šíří výrazně větší rychlostí, než je velikost rychlosti pohybu běžného tělesa).

Všechny možnosti vzájemných hodnot uvedených

konstant lze zobrazit do vrcholů krychle. Každý vrchol (s výjimkou toho, který leží v počátku soustavy souřadnic) přitom má minimálně jednu souřadnici (v daném systému souřadnic) rovnou tabulkové hodnotě jedné ze tří uvažovaných konstant. Každý vrchol krychle tak odpovídá jedné z fyzikálních teorií:

1. Newtonovská mechanika ($\frac{1}{c} = \hbar = G = 0$) - velikost rychlosti světla ve vakuu je ve srovnání s běžnými velikostmi rychlostí nekonečná, neexistují zde žádné kvantové jevy, neuvažujeme působení gravitace;
2. speciální teorie relativity ($h = 0$ a $G = 0$) - nejsou zde žádné kvantové efekty, není zahrnuta gravitace;
3. kvantová mechanika ($\frac{1}{c} = G = 0$) - uvažujeme pohyby rychlostmi, jejich velikosti jsou zanedbatelné ve srovnání s velikostí rychlosti světla ve vakuu, neuvažujeme gravitaci;
4. Newtonova teorie gravitace ($\frac{1}{c} = \hbar = 0$) - k Newtonovské mechanice přidáme gravitační působení;
5. obecná teorie relativity ($h = 0$) - je to teorie gravitačního působení, nadstavba speciální teorie relativity;

6. relativistická kvantová mechanika ($G = 0$) - je to speciální teorie relativity aplikovaná na kvantové jevy (pohyb částic v urychlovačích částic, ...);
7. Newtonovská kvantová gravitace ($\frac{1}{c} = 0$) - kvantová mechanika se zahrnutou Newtonovou teorií gravitace;

Tato teorie se příliš v praxi nepoužívá.

8. teorie všeho - teorie, která dokáže popsat jevy, které vyžadují popis pomocí kvantové mechaniky a zároveň i pomocí obecné teorie relativity (vývoj vesmíru v počátečních stádiích, ...).

Tato teorie tedy popisuje hlavně malé objekty (proto je nutná kvantová mechanika), které mají silné gravitační pole (nebo se v něm nachází). A takové podmínky přesně panovaly při vzniku vesmíru: hodně hmoty s velkou hmotností (a tedy vytvářející silné gravitační pole) bylo namačkáno v malém prostoru.

S touto teorií by mělo být možné popsat všechny jevy (mechanické jevy, elektromagnetické jevy, optické jevy, termodynamické jevy, ...) tak, že bychom vždy v daném matematickém výrazu „vynulovali“ některé proměnné (resp. dosadili za ně „speciální hodnoty“.

Teorie všeho zatím čeká na své vypracování.

8.5.2 | Relativistická astronomie

Relativistická astronomie popisuje objekty, které jsou z hlediska klasické fyziky nepopsatelné. Při jejich popisu bude tedy použita speciální teorie relativity i obecná teorie relativity.

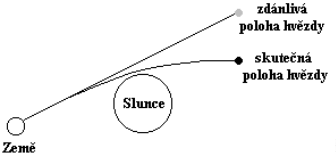
8.5.2.1 | Zakřivení světelných paprsků, gravitační čočka

Obecná teorie relativity byla poprvé úspěšně potvrzena krátce po svém vzniku - v roce 1919 při zatmění Slunce. Obecná teorie relativity předpověděla zakřivení světelných paprsků v silných gravitačních polích. Ve Sluneční soustavě nejsilnější gravitační pole má Slunce (neboť má z celé Sluneční soustavy největší hmotnost). Právě při zatmění Slunce v roce 1919 bylo vyfotografováno Slunce zakryté Měsícem spolu s okolními hvězdami.

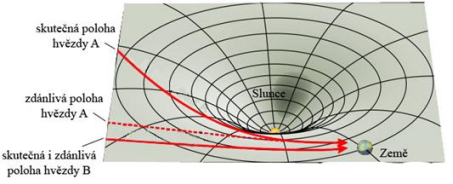
Tatáž hvězdná oblast byla poté vyfotografována v době, kdy v této oblasti nebylo Slunce. Na fotografii pořízení při zatmění Slunce byly hvězdy viditelné v okolí Slunce dál od něj, a to tím víc, čím blíž jejich světlo procházelo kolem slunečního disku. Tyto rozdíly vznikly zakřivením světelných paprsků, které procházely od hvězdy k pozorovateli na Zemi zakřiveným prostoročasem

- prostoročasem zakřiveným gravitačním polem Slunce (viz obr. 92). Na základě fotografií vypočtené odchylky světelných paprsků plně souhlasily s předpovědí vzešlou z obecné teorie relativity: odchylka činila $1{,}75''$.

Pomocí zakřiveného prostoročasu je tatáž situace zobrazena na obr. 93.

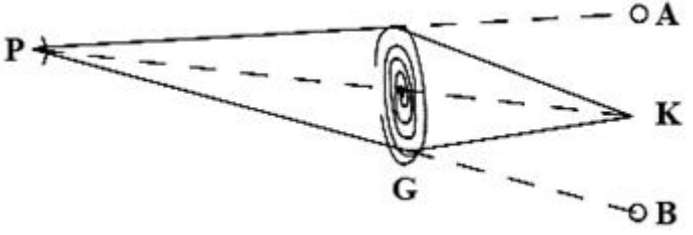


Obr. 92



Obr. 93

Podobný jev je pozorován kolem obrazů velmi hmotných objektů (galaxií, kvasarů, ...), za nimiž září další objekty. Bližší objekt působí v jistém smyslu jako čočka. Kolem jeho obrazu pak někdy vzniká dvojitý obraz vzdálenějšího objektu; jindy je pozorován prstenec či oblouk. Jedná se jev tzv. **gravitační čočky** a v současné době jich astronomové znají několik.



Obr. 94

Na obr. 94 je znázorněn princip vzniku gravitační čočky. Jestliže např. na spojnici pozorovatele *P* a kvasaru *K* leží galaxie *G* s velkou hmotností, přichází k pozorovateli nejen přímý obraz kvasaru *K* (zeslabený pohlcováním světla mezihvězdným prachem uvnitř mezilehlé galaxie *G*), ale též paprsky, které se v gravitačním poli galaxie *G* ohnuly směrem k pozorovateli. Pozorovatel si tyto fiktivní obrazy promítá na obloze do směrů *A* a *B*, takže místo běžného obrazu kvasaru pozoruje trojici obrazů *A*, *K* a *B*. Obrazy *A* a *B* přitom mohou být výrazně jasnější než nerušený obraz *K*.

Efekt gravitační čočky se uplatňuje i při nedokonalém seřazení uvažovaných objektů, ale ne zcela ideálně. Místo prstence se pozorují dva nestejné srpečky či jen dva svítící body, jak bylo zmíněno výše.

Tzv. **gravitační mikročočku** může vytvořit i hvězda v galaktickém halu Galaxie a zobrazovat některou z hvězd blízkých galaxií, což se projeví zjasněním dané hvězdy.

8.5.2.2 | Stáčení perihelia Merkuru

Vzhledem k tomu, že má trajektorie Merkuru poměrně velkou výstřednost, bylo stáčení perihelia trajektorie

Merkuru známo už delší dobu (viz obr. 95). Toto stáčení činní 5594,74″ za 100 let, přičemž velkou část tohoto úhlu stočení bylo možné vysvětlit na základě klasické fyziky. Nejasný zůstal jen rozdíl 42,98″ za 100 let. Ten vysvětlila až teorie relativity. Ze speciální teorie relativity vyplývá, že planety mění svojí hmotnost s tím, jak se mění velikost rychlosti jejich oběhu kolem Slunce.

Velikost rychlosti pohybu planety na své trajektorii kolem Slunce se mění v souladu se druhým Keplerovým zákonem. Hmotnost planety se pak mění na základě Einsteinem odvozeného vztahu mezi klidovou hmotností a relativistickou hmotností těles.

Tímto způsobem lze vysvětlit 7,4″ za 100 let. Zbytek rozdílu lze pak vysvětlit až s pomocí obecné teorie relativity: blíží-li se planeta ke Slunci, dostává se do oblasti silnějšího gravitačního pole, v němž je prostor více zakřiven a čas plyne pomaleji ve srovnání s okolím.



Obr. 95

Podobné stáčení existuje u všech těles, která obíhají po eliptické trajektorii, ale je velmi malé. Výrazně se projevuje a je snadno pozorovatelné u tzv. binárních pulsarů.

8.5.2.3 | Pulsary

Pulsary byly objeveny neplánovaně v Cambridgi ve Velké Británii aparaturou konstruovanou k výzkumu rádiové scintilace (rychlých nepravidelných změn jasnosti) rádiových bodových zdrojů. Jedná se o rádiovou obdobu světelné scintilace hvězd (blikání hvězd). Aparatura zaznamenávala hlavně scintilaci kvasarů, které byly v té době již známy. Astronomka Jocelyn Bell Burnellová si v srpnu 1967 všimla pravidelných pulsů (krátkodobých zjasnění) v některých záznamech. Další analýzou se zjistilo, že pulsy přicházejí z objektů, které jsou mimo Sluneční soustavu, mají relativní stálost periody (10^{-9} s i menší) a patří mezi malá tělesa.

Jako **pulsary** se projevují rychle rotující neutronové hvězdy. Většinu jejich objemu vyplňuje degenerovaný neutronový plyn. Objekt je patrně velmi bohatě rozvrstven, přičemž vrstvy jsou plynné, supratekuté, i pevné (krystalické) a všechny jsou velmi silně stlačeny silným gravitačním polem do vysokých hustot. Hlavní

charakteristiky těchto objektů jsou: hmotnost $(1; 2)\,M_S$ (kde M_S je hmotnost Slunce), průměr řádově desítky kilometrů, hustota $\left(10^{16}; 10^{18}\right)\,\mathrm{kg.m^{-3}}$ a periody pulsů pulsarů (1,5; 4,3) s.

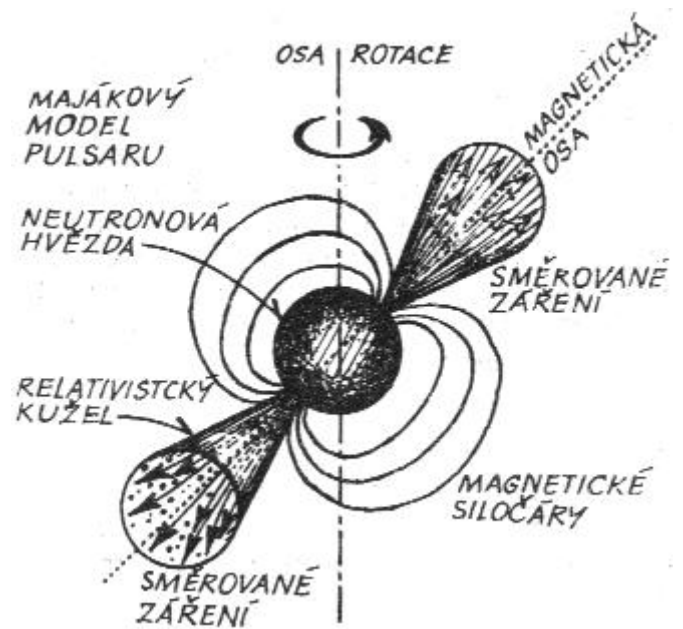
Příčina vzniku pulsaru je následující. Při gravitačním hroucení objektu se zachovává jeho moment hybnosti (resp. rotační energie). Znamená to, že s postupným zmenšováním průměru tělesa se zrychluje rotace.

Stejný jev vyplývající ze zákona zachování momentu hybnosti (nebo ze zákona zachování mechanické energie) využívají krasobruslařky při piruetách. Před vlastní piruetou roztáhnou ruce (velký rozměr tělesa), odrazí se, aby začaly rotovat, a připaží ruce k tělu (zmenší se rozměr tělesa). Nebudeme-li uvažovat třecí síly mezi bruslemi a ledem, spolu s poklesem rozměru tělesa vzroste úhlová rychlost otáčení krasobruslařky, protože rotační energie se (podle zákona zachování energie) nemění.

Perioda rotace neutronové hvězdy je rovna periodě pulsu pulsaru. Spolu s růstem hustoty nitra pulsaru a zrychlením rotace se zvyšuje také velikost magnetické indukce magnetického pole neutronové hvězdy - až na $10^8\ \mathrm{T}$. Objekt rotuje spolu se svým magnetickým polem a rotační energie se předává plazmě v okolí hvězdy. Tato plazma se postupně ohřívá a září. Vysílané elektromagnetické záření je vlivem rychlé rotace relativisticky usměrněno do úzkých kuželů.

Pulsar tak září podobně jako maják na moři.

Proto se tomuto modelu, na základě kterého se podařilo alespoň částečně objasnit vznik pulsarů, říká **majákový model** (viz obr. 96). Pozorovatel, který se nachází v té části prostoru, která je ozařována jedním kuželem elektromagnetického záření, pozoruje rádiové pulsy v periodě rotace neutronové hvězdy.



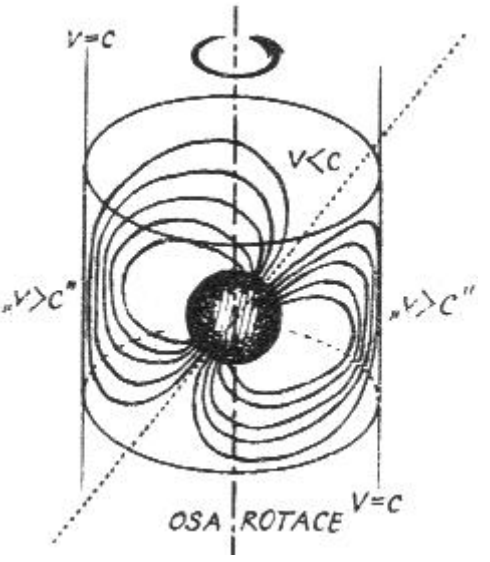
Obr. 96

Toto je jediný způsob, jak na Zemi pozorovat

neutronovou hvězdu. Bohužel, jako pulsar se projevuje jen malá část neutronových hvězd. Pulsar se může též projevit při hledání černých děr.

Intenzita pulsů a průběh pulsů každého pulsaru se puls od pulsu mění, ale perioda zůstává stálá. Přesto se dlouhodobě pomalu prodlužuje, neboť hvězda postupně ztrácí svojí rotační energii, kterou prostřednictvím magnetického pole mění na směrované záření. Po čase se perioda pulsů náhle zkrátí a poté se opět pomalu prodlužuje. Zkrácení periody je možné vysvětlit jako důsledek změny krystalové mříže pevné látky ve vrstvách hvězdy, která způsobí další zmenšení rozměrů neutronové hvězdy a nárůst její hustoty. Následkem zmenšení rozměrů hvězdy je zrychlení rotace a tedy zkrácení periody.

Další relativistický efekt, který je u pulsarů pozorován, souvisí s rychlostí pohybu magnetických indukčních čar, které se otáčejí spolu s hvězdou. Velikost rychlosti pohybu magnetických indukčních čar vzdálenějších od osy rotace pulsaru se blíží k velikosti rychlosti světla ve vakuu, ale nikdy ji nepřekročí. Tam, kde by k překročení velikosti rychlosti světla ve vakuu došlo, se indukční čáry k sobě přiblíží tak, že vždy leží uvnitř válcové plochy. Uvnitř této plochy je velikost rychlosti rotace menší než velikost rychlosti světla ve vakuu (viz obr. 97).



Obr. 97

V současné době se rozlišuje několik typů pulsarů:

1. binární pulsary - jedná se o dvojhvězdy, jejichž jednou složkou je pulsar. Jejich pozorováním se ověřuje platnost obecné teorie relativity tak, že se měří stáčení periastra. Velká část binárních pulsarů se vyskytuje v kulových hvězdokupách.
2. milisekundové pulsary - jsou pulsary, jejichž rotace je obzvláště rychlá (mají periodou několik milisekund). K tak rychlému roztočení již zřejmě nestačí gravitační zhroucení

původní neutronové hvězdy. Předpokládá se, že hvězda zachytává okolní hmotu, která zvětšuje moment hybnosti hvězdy a tím ji velmi rychle roztočí. Hustota neutronových hvězd a velikost gravitačního zrychlení na jejich povrchu dosahuje nesmírných hodnot, a proto nehrozí roztržení hvězdy vlivem odstředivé síly.

Tuto situaci si lze představit podobně, jako když se roztáčí dětská káča. Dodáme-li káče energii „správným způsobem“, káča se roztočí více. V případě pulsaru na něj hmota padá pod takovým úhlem, že pulsar více roztočí.

3. rentgenové pulsary - jsou těsné dvojhvězdy, jejichž jednou složkou je pulsar. Na něj z větší složky přitéká látka nebo přichází proud hvězdného větru. Tato hmota padá na pulsar a protože se jedná o plazmu, je přitahována do okolí magnetických pólů pulsaru, přičemž se uvolňuje směrované rentgenové záření.

8.5.2.4 | Kvasary

Kvasary (kvazistelární zdroje) byly objeveny počátkem 60. let 20. století.

Kvazistelární zdroj znamená zdroj, který je velmi

podobný hvězdnému zdroji (tj. kvasar je skoro jako hvězda, ale má určité odlišné vlastnosti.

Podle toho dostali kvasary i své pojmenování: z anglického akronymu *QUASi-stellAR radio sources*.

Na základě spektrální analýzy vypadaly tyto objekty jako hvězdy, ale hvězdy to nejsou. Jejich rudý posun je takový, že by to znamenalo radiální rychlost vzdalování o velikosti až 90 % velikosti rychlosti světla ve vakuu. Takové hvězdy by ale nemohly patřit do žádné galaxie, neboť jejich velikost rychlosti pohybu by značně překračovala velikost únikové rychlosti pro jakoukoliv hvězdnou soustavu. Tak velké rychlosti nepřipadají v úvahu a musí jít tedy o objekt, který se nachází mimo Galaxii.

Nakonec se ukázalo, že i pro kvasary platí Hubbleův zákon, a zjistilo se, že kvasary patří mezi nejvzdálenější objekty ve vesmíru. Kvasary jsou tedy zvláštním případem galaxie.

Hlavní vlastnosti kvasarů:

1. jedná se o velmi hmotné útvary s hmotností řádově $10^9\ M_S$, kde M_S je hmotnost Slunce;
2. průměr je řádově $10^{10}\ \mathrm{km}$ (tedy asi 70 AU);
3. ve viditelné oblasti spektra elektromagnetického záření mají úhlové rozměry menší než $1''$;

4. mají proměnnou jasnost (hlavně v radiovém záření);
5. absolutní hvězdná velikost je -27 mag.

Světelné změny jsou výrazné během dnů až roků, z čehož plyne, že rozměr kvasarů nemůže být větší než několik světelných dnů až roků.

Pro zajímavost: střední vzdálenost Pluta od Slunce je asi 40 AU, což je přibližně 10 světelných hodin.

To znamená, že světlo ze Slunce letí na Pluto v průměru (podle aktuální vzdálenosti Pluta od Slunce) 10 hodin.

Ve spektru kvasarů se často objeví více než 100 rozdílných rudých posuvů. Důvod je ten, že část elektromagnetického záření pochází od chladnějšího plynu v okolí kvasaru, který je z něho vyvrhován. Radiální rychlosti plynu a kvasaru se skládají a vzhledem k tomu, že jejich velikosti jsou značné, je nutno použít vztah pro relativistické skládání rychlostí.

Spektrum kvasarů také pomáhá astronomům určit rozložení látky ve vesmíru a velikost rychlosti rozpínání vesmíru. Větší počet čar vzniká totiž v mezigalaktickém plynu na paprsku mezi pozorovatelem a kvasarem. Na základě různých červených posuvů, které jsou určitě kosmologického původu, je možné určit rozložení mezigalaktického plynu. Bližší oblasti mají menší červený

posuv, zatímco vzdálenější oblasti plynu mají větší červený posuv. Z rozmístění čar je jasné, že rozložení mezigalaktického plynu projevuje stejnou pěnovitou strukturu, jakou vykazuje rozložení galaxií.

Velmi vzdálené kvasary jsou objekty, které jsou pozorovány ve velmi raném vesmíru a které se mezitím nepochybně zcela změnily - většinou se vyvinuly v běžnou galaxii.

Zdrojem energie kvasaru nemohou být v žádném případě termonukleární rekce - ty nejsou dost účinné na to, jakou energii kvasar vyzařuje. Zdroj energie uvnitř kvasaru je zatím nejúčinnější zdroj přeměny energie v celém pozorovatelném vesmíru.

Jednou z možností vysvětlení tak silného zdroje záření jsou rotující černé díry.

8.5.2.5 | Černé díry

Zatímco pulsary a kvasary byly objeveny zcela neočekávaně a neplánově a teprve později se začaly studovat (a vytvářely se teoretické modely jejich činnosti), u černých děr tomu bylo jinak.

8.5.2.5.1 | Historie objevu černých děr

Černé díky předpověděl teoreticky dokonce už v roce 1783 anglický geolog John Michell. V roce 1796 podpořil

nezávisle tuto myšlenku francouzský matematik Pierre Simon de Laplace (1749 - 1827). Oba dva vědci černé díry popisovaly klasickou fyzikou jako objekty, které svým velmi silným gravitačním polem ovlivňují světlo. Vzhledem k tomu, že v 19. století teprve vznikala postupně teorie elektromagnetického pole (Maxwellovy rovnice, důkaz existence elektromagnetického záření, ...), na černé díry se brzy zapomnělo.

V roce 1915 dokázal Albert Einstein ve své obecné teorii relativity, že gravitace ovlivňuje světlo. O několik měsíců později německý fyzik a astronom Karl Schwarzschild (1873 - 1916) dokázal, že černé díry mohou opravdu teoreticky existovat. On sám ale měl k některým částem své práce fyzikální výhrady (např. nebyl spokojen s fyzikální interpretací Schwarzschildova poloměru černé díry) a i ostatní fyzikové jeho práci příliš nepochopili.

Ve 20. letech 20. století dokázal americký astrofyzik a matematik indického původu Subrahmanyan Chandrasekhar (1910 - 1995), jeden závěr obecné teorie relativity: Těleso, které nevyzařuje elektromagnetické záření a jehož hmotnost je přitom vyšší než určitá mez (tzv. Chandrasekharova mez) by se gravitačně zhroutilo do sebe, protože by neexistovalo nic, co by mu v tom mohlo zabránit. Proti jeho argumentům se postavil britský astronom Arthur Eddington (1882 - 1944), který se domníval, že by něco kolapsu nevyhnutelně zabránilo. Oba měli pravdu, protože bílý trpaslík s hmotností větší než je Chandrasekharova mez se zhroutí do neutronové hvězdy.

Nicméně i neutronová hvězda se při hmotnosti větší než tzv. Tolmanova-Oppenheimerova-Volkoffova mez zhroutí.

V roce 1939 americký teoretický fyzik Robert Oppenheimer (1904 - 1967) předpověděl, že masivní hvězdy by se mohly gravitačně zhroutit. Černé díry by tak mohly přirozeně vznikat. Takové objekty byly krátce nazývané *zamrzlé hvězdy*, protože zhroucení by bylo pozorovatelné rapidně zpomaleně a se silně červeným spektrem v blízkosti Schwarzschildova poloměru. Tyto hypotetické objekty však nebyly předmětem většího zájmu až do konce 60. let 20. století. Většina fyziků si totiž myslela, že by byly specifickou vlastností silně symetrických řešení Einsteinových rovnic obecné teorie relativity popsaných Schwarzschildem a že v přírodě by se gravitačně kolabující objekt nestal černou dírou.

Zájem o černé díry se znovu objevil v roce 1967 s pokrokem v oblasti teorie. Britský teoretický fyzik Stephen Hawking (narozen v roce 1942) dokázal, že černé díry jsou všeobecnou vlastností Einsteinovy teorie gravitace a není možné se jim vyhnout při gravitačním kolapsu některých objektů. Zájem o černé díry vedl v té době i k objevu pulsaru.

Krátce na to (v roce 1968) zavedl americký teoretický fyzik John Archibald Wheeler (1911 - 2008) termín *černá díra*. Do té doby byl příležitostně používaný termín *černá hvězda*.

V roce 1971 identifikoval Tom Bolton objekt Cygnus X-1 jako černou díru s využitím dalekohledů a přístrojů na observatoři David Dunlap Observatory Torontské university. O řadě dalších objektů ve vesmíru se astronomové domnívají, že by to černé díry mohly být.

8.5.2.5.2 | Fyzikální charakteristika černých děr

Až název černá díra, který zavedl v roce 1968 americký astronom John Wheeler, byl natolik výrazný, že na sebe tyto objekty upoutaly pozornost širší veřejnosti. A právě v 60. letech a 70. letech 20. století se začínají černé díry výrazněji studovat.

Wheelerův název těchto objektů je velmi výstižný, neboť upozorňuje na dvě významné vlastnosti hroutících se objektů:

1. jsou černé - nezáří totiž navenek v žádném oboru elektromagnetického záření;

Nevysílají-li žádné záření, jsou pro pozorovatele tedy černé - astronomové je na černém pozadí vesmíru nevidí.

2. jsou to bezedné díry - veškeré hmotné objekty (libovolného složení, velikosti či hmotnosti) nalézající se v jejich blízkosti hroutící se objekt pohltí.

Černá díra je velmi malý objekt, ale má velmi silné

gravitační pole. A právě gravitační síly způsobují deformaci všech objektů, které se dostanou příliš blízko (pod tzv. horizont událostí černé díry) k černé díře.

Černé díry, ač to tak na první pohled nevypadá, jsou ve skutečnosti fyzikálně nejjednoduššími objekty. Lze je totiž jednoznačně charakterizovat pouze třemi fyzikálními veličinami:

1. hmotností M - charakterizuje nejjednodušší typ černé díry, kterou teoreticky vyřešil v roce 1916 německý astronom Karl Schwarzschild;
2. momentem hybnosti L - černá díra, která má nenulový moment hybnosti, rotuje kolem své osy. Tento typ černé díry teoreticky popsal v roce 1963 novozélandský fyzik Roy Patrick Kerr (narozen 1934).
3. elektrickým nábojem Q - jedná se o nejobecnější případ černé díry, který teoreticky vyřešil v roce 1965 americký fyzik Ezra Newman (proto se často mluví o Kerrových - Newmanových černých dírách).

Nejjednodušší jsou tedy na popis černé díry, které nerotují a nemají elektrický náboj. Složitější jsou černé díry bez elektrického náboje, které ovšem rotují. A nejsložitější na popis jsou rotující nabité černé díry.

Všechny ostatní charakteristiky (tvar hvězdy, velikost

hvězdy, tlak v nitru hvězdy, magnetické pole hvězdy, ...) původní hvězdy, z níž černá díra vznikla, pro vnějšího pozorovatele zaniknou. Navíc v praxi se astronomové málokdy setkají s elektricky nabitými černými dírami, což danou problematiku ještě ulehčuje. Hmotnost černé díry jednoznačně určuje velikost tzv. Schwarzschildova poloměru, který jednoznačně charakterizuje gravitační pole černé díry.

Dostane-li se těleso při pádu do černé díry pod tento poloměr, „není již návratu“ do vnějšího světa - padající těleso je definitivně zničeno v černé díře.

8.5.2.5.3 | Schwarzschildův poloměr

Má-li hvězda v závěrečném stadiu vývoje hvězd vysokou hmotnost (tj. jde-li o hvězdy velmi vysokých hmotností - řádově větší než 10tinásobek hmotnosti Slunce), probíhá její smršťování vlivem velkého gravitačního zrychlení velice rychle a nazývá se **gravitační kolaps**. Takové těleso se často označuje jako **kolapsar**.

Pro velikost únikové rychlosti (tzv. parabolická rychlost) z povrchu tělesa o hmotnosti *M* a poloměru *R* platí vztah: $v_p = \sqrt{\frac{2\kappa M}{R}}$. Probíhá-li gravitační kolaps nějakého tělesa, zmenšuje se jeho poloměr, zatímco hmotnost zůstává stálá. Proto roste i velikost únikové

rychlosti, která může dosáhnout až velikosti rychlosti světla ve vakuu. Může tedy nastat situace, že $c = \sqrt{\frac{2\kappa M}{R}}$. To se stane tehdy, když se poloměr tělesa zmenší na hodnotu, pro kterou platí: $R_S = \frac{2\kappa M}{c^2}$. Tento poloměr se nazývá **Schwarzschildův poloměr** R_S na počest německého astrofyzika Karla Schwarzschilda (1873 - 1916), který už v roce 1916 odvodil tento vztah z Einsteinových rovnic obecné teorie relativity pro nejjednodušší případ - pro nerotující, sféricky symetrické těleso (hvězdu).

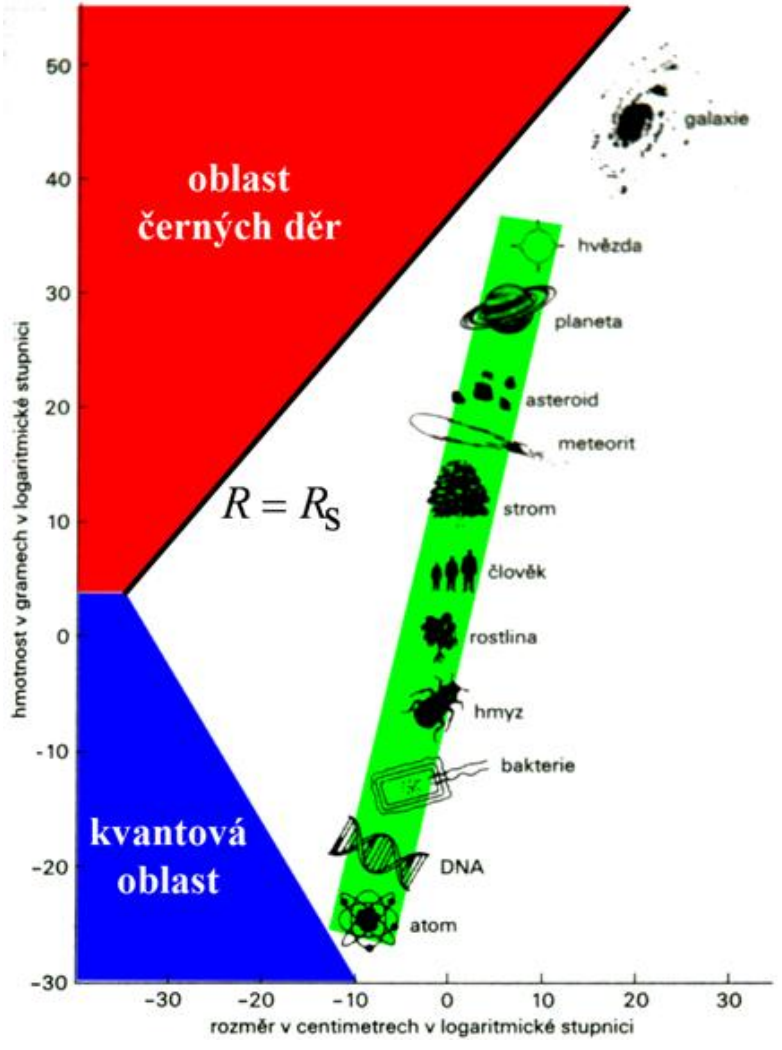
Černá díra je takový objekt, ze kterého nic neunikne - nic nemá dostatečně velkou velikost rychlosti, aby se vymanilo z gravitačního působení černé díry. Ani nejrychlejší objekt ve vesmíru - světlo (foton) - není dost rychlý.

Schwarzschild odvodil vztah pro kritický poloměr černé díry s využitím rovnic obecné teorie relativity, ale výše uvedený výpočet je řádově v pořádku i bez použití rovnic teorie relativity.

Obecně (u Kerrových - Newmanových černých děr) jde o tzv. **gravitační poloměr černé díry**, který se obecněji označuje R_g nebo r_g.

Plocha, která se nachází ve vzdálenosti R_S od středu kolabujícího objektu, bývá také často nazývána **horizont událostí** a představuje hranici černé díry.

Pro rychlejší výpočty je možné použít vztah $R_S = 3M$, kde *M* je hmotnost zkoumaného tělesa vyjádřená v jednotkách hmotnosti Slunce a R_S je Schwarzschildův poloměr daného tělesa vyjádřený v kilometrech.


oblast
černých děr
$R = R_S$
kvantová
oblast
galaxie
hvězda
planeta
asteroid
meteorit
strom
člověk
rostlina
hmyz
bakterie
DNA
atom
hmotnost v gramech v logaritmické stupnici
rozměr v centimetrech v logaritmické stupnici
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-30
-20
-10
0
10
20
30

Obr. 98

Souvislost hmotnosti vesmírných objektů a rozměrů vesmírných objektů ukazuje obr. 98, z něhož je zřejmé, že pro danou hmotnost vesmírného objektu neexistují stabilní objekty s rozměry menšími než je Schwarzschildův poloměr. Tuto oblast (oblast černých děr) ohraničuje přímka $R = R_S$, tj. přímka, na níž leží ty objekty, které mají při své hmotnosti poloměr rovný Schwarzschildovu poloměru.

Tyto objekty jsou tedy „hraniční“ černé díry. Nad touto přímkou (oblast černých děr) pak leží objekty, které nejsou stabilní - zhroutily se sami do sebe.

Ve spodní části obrázku leží kvantová oblast, tj. oblast, v níž platí zákony kvantové mechaniky. Zde jsou objekty, které se řídí Heisenbergovými relacemi neurčitosti a které mají tak malé hmotnosti a tak malé rozměry, že by pouhé jejich pozorování změnilo jejich vlastnosti.

Při pozorování jakékoliv objektu je nutné na tento objekt „posvítit“ (abychom ho vůbec viděli). U malých objektů ze světa kvantové mechaniky stačí světelný paprsek, kterým si na ně posvítíme, k tomu, aby dramaticky změnily jejich vlastnosti (velikost rychlosti, velikost hybnosti, energie, ...).

Většina těles, která se ve vesmíru nacházejí a která jsou zobrazena na obr. 98, leží téměř na jedné přímce. Vzhledem k jednotkám grafu to znamená, že všechna tělesa, která na této přímce leží, mají řádově stejnou hustotu.

Jednotky grafu jsou z důvodu přehlednosti vyneseny v logaritmické škále, a proto je možné hovořit o řádových odhadech hustoty. Ta je rovna tzv. atomové hustotě. Vše, co je tvořeno atomy hmoty má průměrnou hustotu stejnou jako jednotlivé atomy. Hustota atomu je přitom dána podílem hmotnosti atomu a objemu atomu. Řádově tedy máme $\rho = \frac{m}{V} \approx \frac{10^{-27}}{\left(10^{-10}\right)^3}\ \mathrm{kg.m^{-3}} = 10^3\ \mathrm{kg.m^{-3}}$, což odpovídá hustotě vody.

8.5.2.5.4 | Pád do černé díry a gravitační červený posuv

Výpočet Schwarzschildova poloměru R_S byl proveden na základě úvah klasické fyziky. Schwarzschild sám vycházel z rovnic obecné teorie relativity a na základě matematických úprav a fyzikálních odhadů mu vyšlo řešení, které popisovalo ryze relativistický objekt - černou díru. Prostoročas kolem černé díry je takovým způsobem zakřiven, že geodetiky v oblasti černé díry nejsou vůbec propojeny s okolním časoprostorem. Vzhledem k tomu, že elektromagnetické záření se šíří právě po geodetikách, nemůže záření z černé díry vycházet. Černá díra ale není oddělena od „našeho“ časoprostoru - stále totiž působí obrovskými gravitačními silami na své okolí.

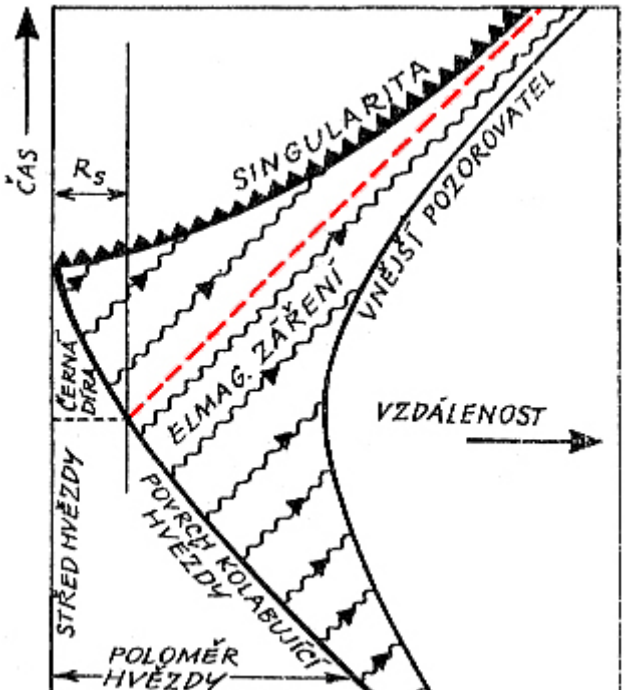
Některé rysy černé díry a děje při vzniku černé díry dobře vystihuje **Kruskalův diagram** (viz obr. 99), který sestavil americký matematik a fyzik Martin David Kruskal (1925 - 2006). Na svislé ose Kruskalova diagramu je vynesen čas, na vodorovné pak vzdálenost od středu černé díry (resp. původní hvězdy). Levá dolní křivka značí povrch kolabujícího tělesa, pravá má tvar hyperboly a určuje pozici vnějšího pozorovatele, který kolaps pozoruje, ale sám se kolapsu neúčastní. Čárkovaná čára v diagramu představuje horizont událostí. Signály elektromagnetického záření, které jsou pravidelně z povrchu kolabujícího objektu vysílány, zachycuje s určitým časovým zpožděním vnější pozorovatel. S průběhem gravitačního kolapsu tyto signály přicházejí k vnějšímu pozorovateli se stále větším zpožděním.

Pro elektromagnetické záření, které signál přenáší, je stále obtížnější se prodrat do „vnějšího“ časoprostoru. Signály jsou vysílány z povrchu kolabujícího objektu a ten se hroutí směrem dovnitř - do černé díry.

Současně se prodlužuje vlnová délka přicházejících signálů elektromagnetického záření, neboť signály ztrácejí svojí energii. Vnější pozorovatel tedy pozoruje výrazný **gravitační červený posuv**.

Signály ztrácejí energii proto, že část energie musí vydat na překonání gravitačního pole černé díry. A menší energii elektromagnetického záření pak podle Planckovy kvantové hypotézy odpovídá menší frekvence, čili větší

vlnová délka elektromagnetického záření.



Obr. 99

Tento jev je naprosto obecný a je pozorován jak u bílých trpaslíků, tak i u neutronových hvězd. U černé díry však jako u jediného dosud známého objektu vede k extrémní situaci: jakmile se kolabující objekt smrští pod Schwarzschildův poloměr, žádné elektromagnetické záření

již k vnějšímu pozorovateli nedorazí. Všechny signály zůstávají v černé díře a jsou pohlceny ve vzniklé prostoročasové **singularitě**. Už předtím ale signály přicházejí s tak velkým zpožděním, že se čas, který signál potřebuje k překonání vzdálenosti od černé díry k vnějšímu pozorovateli, limitně blíží nekonečnu a energie elektromagnetického záření signálů klesá k nule. Projevuje se zde tedy další důsledek teorie relativity - různé plynutí času z hlediska různých pozorovatelů. Časový úsek na kolabujícím objektu se jeví vnějšímu pozorovateli tím delší, čím později je z kolabujícího objektu vyslán. Signál vyslaný z kolabujícího objektu v okamžiku, kdy má kolabující objekt poloměr rovný Schwarzschildovu poloměru, k vnějšímu pozorovateli již nedoletí.

Tento poslední signál by k pozorovateli teoreticky dospěl v nekonečném čase.

Děje na kolabujícím objektu tedy vnější pozorovatel uvidí jako stále pomalejší a pomalejší, až se tyto děje nakonec zastaví. To nastane v okamžiku, kdy kolabující objekt bude mít poloměr rovný Schwarzschildovu poloměru.

Pro pozorovatele na kolabujícím objektu proběhne kolaps během několika sekund. Zmenšení tělesa pod Schwarzschildův poloměr by pro tohoto pozorovatele nebylo nijak výjimečnou událostí. Pouze by ztratil

s konečnou platností nejen možnost návratu do vnějšího světa, ale i možnost podat ven z černé díry jakoukoli zprávu. Další pohyb pozorovatele by byl možný pouze ke středu černé díry, ale jen jednosměrně (tedy ne zpět). Gravitační síly a slapové síly zde nabývají takových hodnot, že rozdrtí a roztrhají jakékoliv těleso.

Horizont událostí černé díry představuje tedy jakousi jednosměrně propustnou membránu.

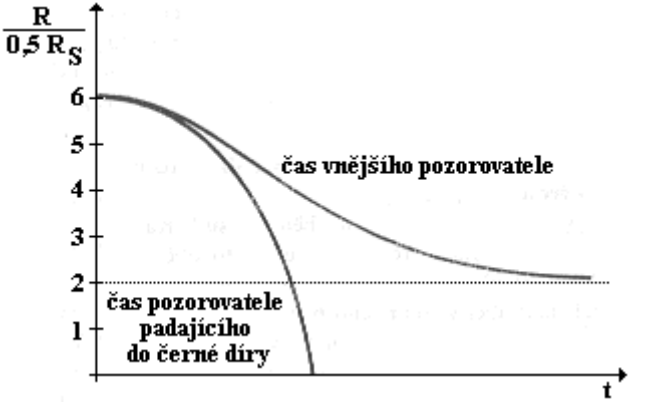
Slapové síly se uplatní již předtím, než padající pozorovatel projde horizontem událostí. Padá-li např. pozorovatel nohama napřed, bude na nohy působit větší gravitační síla než na hlavu.

Nohy jsou blíže černé díře a působí na ně proto větší gravitační síla.

V důsledku toho bude tento pozorovatel slapovými silami natahován ve směru hlava - nohy, zatímco v ostatních dvou rozměrech bude stlačován. Do černé díry tedy dopadne jako „nekonečně dlouhá nekonečně tenká nit“.

Pro gravitační rudý posuv platí: $z = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{1 - \frac{R_S}{R}}$, kde λ je vlnová délka elektromagnetického záření vyslaného ze vzdálenosti R od středu kolabujícího tělesa, λ' je vlnová délka, kterou naměří vzdálený pozorovatel (tj. vlnová délka prodloužená gravitačním červeným posuvem). Je-li záření vysláno ze vzdálenosti $R = R_S$, platí $\lambda' \to \infty$ a červený posuv je nekonečně velký.

Na základě toho, co bylo dosud uvedeno, by bylo možné se domnívat, že vnější pozorovatel nikdy černé díry neuvidí, neboť na dosažení Schwarzschildova poloměru je zapotřebí (z jeho pohledu) nekonečně dlouhý čas. Výpočty ale ukazují, že počáteční fáze kolapsu je i z hlediska vnějšího pozorovatele velmi rychlá a po velmi krátké době (řádově $10^{-5}\,s$) se poloměr kolabujícího objektu liší od hodnoty Schwarzschildova poloměru jen velmi málo a kolabující objekt je fakticky nepozorovatelný (viz obr. 100).



Obr. 100

Přímka procházejí bodem 2 na svislé ose a rovnoběžná s osou času přestavuje právě horizont událostí černé díry.

8.5.2.5.5 | Rotující černé díry

Černá díra o hmotnosti *M* je charakterizována Schwarzschildovým poloměrem R_S, na němž končí platnost současné fyziky (včetně obecné teorie relativity).

Popis toho, co se děje pod horizontem událostí černé díry není znám ani teoreticky - neexistuje totiž zatím teorie, která by byla schopná sloučit obecnou teorii relativity (teorii silných gravitačních polí) a kvantovou mechaniku (teorii mikroskopických rozměrů). A pro fundovaný popis singularit (zrod vesmíru, vnitřek černých děr, ...) je nutné tyto dvě teorie sloučit.

Nacházíme se totiž ve velmi malých oblastech, které jsou zdrojem silného gravitačního pole.

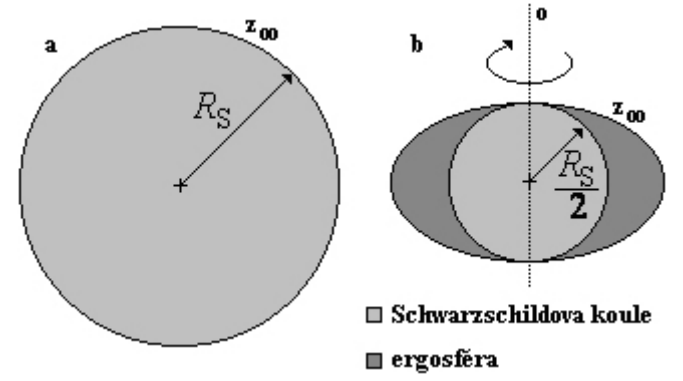
Pokud černá díra nerotuje (viz obr. 101a), je povrch Schwarzschildovy koule (tj. koule o Schwarzschildově poloměru) totožný s plochou nekonečně velkého červeného posuvu z_∞.

Jestliže ale černá díra rotuje (viz obr. 101b), pak se její poloměr s rostoucí velikostí rychlosti rotace zmenšuje. V případě maximální velikosti rychlosti rotace se její poloměr rovná polovině Schwarzschildova poloměru nerotující černé díry (při stejné hmotnosti).

Maximální velikost rychlosti rotace znamená, že

„rovník“ černé díry rotuje rychlostí o velikosti rychlosti světla ve vakuu *c*.

Plochou nekonečně velkého červeného posuvu je v tomto případě elipsoid s hlavní poloosou rovnou R_S a vedlejší poloosou rovnou $0{,}5R_S$. Prostor mezi elipsoidem a menší Schwarzschildovou koulí se nazývá **ergosféra** černé díry. Z této oblasti je možné odebírat energii černé díry do okolního vesmíru.



Obr. 101

Pokud se do ergosféry dostane nějaká částice (či větší těleso) mohou nastat dvě situace:

1. Částice je černou dírou pohlcena.

Taková částice navždy mizí v černé díře bez možnosti návratu zpět do „našeho“ vesmíru.

2. Částice se rozpadne na dvě složky: jedna

padá do černé díry a druhá vyletí z ergosféry ven s vyšší energií, než měla celá částice před vstupem do ergosféry. Větší energii částice získala na úkor rotační energie černé díry. To ale znamená, že po mnoha takových procesech se může postupně zastavit rotace černé díry a ergosféra zanikne.

Černá díra pak bude „obyčejnou“ černou dírou, tj. nebude rotovat.

Ergosféra je tedy silným zdrojem záření (hlavně rentgenového záření) a samotnou černou díru tak vlastně „maskuje“. Přísun hmoty do černé díry je reálný hlavně u těsných dvojhvězd, jejichž jednou složkou je rotující černá díra. V případě, že se černá díra nachází ve vesmíru osamoceně, je její existence velice těžko dokazatelná.

Na základě těchto úvah je možné vysvětlit energetický zdroj kvasarů. Opravdu se zdá, že kvasary lze vysvětlit existencí supermasivních rotujících černých děr, které mají hmotnosti až $10^9 M_S$ (kde M_S je hmotnost Slunce), v jádrech některých galaxií. Hmotou, která tvoří hmotu černé díry, je pak jakákoliv mezihvězdná hmota či hvězdná hmota dopadající obrovskou rychlostí na povrch černé díry.

Tímto způsobem (pomocí právě popsaného „čerpání“ energie z černé díry) je černá díra vlastně spojena s okolním světem ještě jedním způsobem (kromě silného gravitačního pole).

8.5.2.5.6 | Hledání černých děr a jejich projevy

Černá díra nevysílá žádné elektromagnetické záření ani proud částic, a je proto velmi těžko zjistitelná. Působí ale gravitační silou na okolní hmotu a chování této hmoty může přítomnost černé díry prozradit.

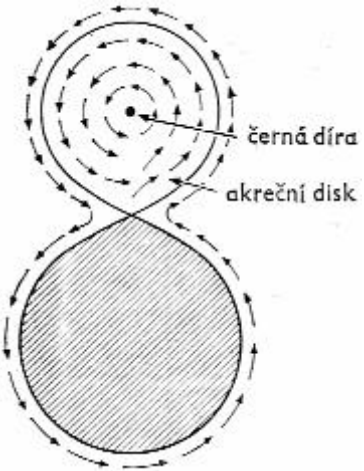
Osamocená černá díra by mohla být zjistitelná pomocí záření, které vzniká při vzájemném působení částic dopadajících na černou díru nebo při interakci částic s magnetickým polem Galaxie. Výpočty ale ukazují, že účinnost přeměny kinetické energie na energii elektromagnetického záření je velmi nízká a vzhledem k malé hustotě mezihvězdné hmoty bude nízký i zářivý výkon celého objektu.

Je-li černá díra složkou dvojhvězdy, je větší pravděpodobnost jejího objevení. Jestliže jsou obě složky dvojhvězdy od sebe dostatečně vzdáleny, lze existenci černé díry dokázat pomocí pohybu viditelné složky, tj. z Dopplerova posuvu čar v jejím spektru. Povede-li určení hmotnosti neviditelné složky dvojhvězdy k hodnotě větší než asi $3\,M_S$ (kde M_S je hmotnost Slunce), je neviditelnou složkou pravděpodobně černá díra.

Je-li černá díra složkou těsné dvojhvězdy, je její odhalení ještě snazší. Na černou díru padá totiž z druhé běžné složky hmota buď hvězdným větrem nebo

intenzivním přetékáním v určitém vývojovém stadiu dvojhvězdy. V tomto případě má přetékající hmota vzhledem k černé díře velký moment hybnosti. Na základě zákona zachování momentu hybnosti se může kolem černé tvořit mohutný **rotující disk** (**akreční disk**) (viz obr. 102), v jehož vnitřní oblasti se může uvolnit dopadem hmoty vzhledem k silnému gravitačnímu poli velké množství energie.

Tato energie může být větší, než je energie uvolněná při termojaderných reakcích.



Obr. 102

Při vzájemném velmi silném tření částic akrečního

disku a při jejich interakcích s magnetickým polem černé díry je vyzařováno rentgenové záření. Vzhledem k vysoké teplotě je hmota disku ve stavu plazmatu. U neutronové hvězdy s akrečním diskem se nabité částice pohybují po šroubovicích podél magnetických indukčních čar a na povrch neutronové hvězdy dopadají ve dvou malých oblastech v okolí magnetických pólů, odkud pak v úzkém prostorovém úhlu vychází záření. Záblesky s periodou rotace dané neutronové hvězdy se pozorují, jestliže některý z kuželů zasáhne Zemi (jedná se o tzv. majákový model).

8.5.2.5.7 | ***Kerrovy - Newmanovy černé díry

Kerrovy - Newmanovy černá díry jsou černé díry, které jsou charakterizovány kromě své hmotnosti také momentem hybnosti a elektrickým nábojem. Jde tedy o elektricky nabité rotující černé díry. Takové černé díry kolem sebe proto vytvářejí gravitační pole, elektrické pole, ale i magnetické pole. Přitom náboj i velikost momentu hybnosti jsou omezené hmotností černé díry. Při překročení těchto mezí (tj. větší náboj a větší moment hybnosti) by vznikla také singularita, ale neexistoval by horizont událostí, který by jí obklopoval. Vznikla by tzv. **nahá singularita**.

Horizont událostí odděluje singularitu („to divné,

husté nitro černé díry“) od vnějšího světa. Nebrání sice hmotě v pádu do černé díry, ale vytyčuje alespoň „teoretickou“ hranici černé díry. Pokud vnější pozorovatel pozoruje černou díru (např. pomocí akrečního disku), pozoruje vlastně horizont událostí.

V okolí nahých singularit pak nastávají potíže s principem kauzality, neplatí známé fyzikální zákony, ... Problém je v tom, že u černých děr je singularita (a s ní i veškeré právě uvedené nepříjemné důsledky) skrytá pod horizontem událostí černé díry. Na základě těchto úvah vyslovili vědci hypotézu **kosmické cenzury**:

SINGULARITY, KTERÉ JSOU ŘEŠENÍM EINSTEINOVÝCH ROVNIC GRAVITAČNÍHO POLE, JSOU SKRYTY ZA HORIZONTEM UDÁLOSTÍ. NELZE TEDY O SAMOTNÝCH SINGULARITÁCH ZÍSKAT ŽÁDNÉ PŘÍMÉ INFORMACE Z OKOLNÍHO PROSTORU.

Hypotéza kosmické cenzury nebyla zatím potvrzena.

Jedním z nepříjemných závěrů existence nahé singularity by byla možnost cestování v čase. Znamenalo by to přiletět k nahé singularitě, po předem vypočtené trajektorii se vrátit v čase a odlétnout od singularity dříve, než těleso přiletělo.

Černou díru není možné změnit v nahou singularitu tím, že se bude postupně zvyšovat její náboj nebo moment hybnosti. Tímto zvyšováním náboje nebo momentu hybnosti černá díra získává i energii, což znamená (podle

Einsteinova vztahu mezi hmotností a energií), že se zvyšuje i hmotnost. To ovšem znamená, že uvedené meze nebudou nikdy překročeny.

8.5.2.5.8 | ***Primordiální černé díry a bílé díry

V souvislosti se vznikem vesmíru se často hovoří o tzv. **primordiálních černých děrách**.

> Měly by to být jakési minidíry.

Krátce po Velkém třesku mohly panovat v raném vesmíru takové podmínky, že se vytvořila místa s velmi nehomogenním rozložením hmoty a tlaku. Část hmoty mohla být tak stlačena pod svůj gravitační poloměr a mohla tak vzniknout černá díra o hmotnosti mnohem menší než je hmotnost Slunce. Pozorování ale naznačují, že tento typ černých děr neexistuje.

Např. černá díra o hmotnosti $10^{12}\,\mathrm{kg}$ (přibližně hmotnost krkonošské Sněžky) by měla gravitační poloměr $10^{-13}\,\mathrm{cm}$ (což je rozměr srovnatelný s rozměrem atomového jádra).

Bílá díra pak by byl „kolaps naruby“, tedy jakési explozivní otevření černé díry do „našeho“ časoprostoru. Jejich vznik souvisí s tzv. vypařováním černých děr, ale ani

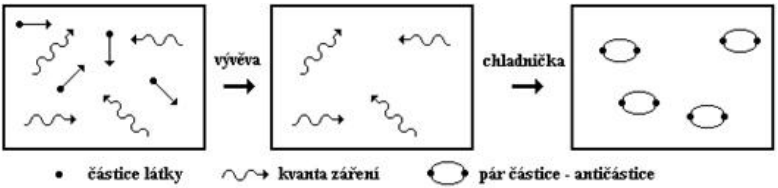
jejich existence nebyla prokázána.

8.5.2.5.9 | ***Vypařování černých děr

K pochopení jevu, který se nazývá **vypařování** černých děr a při němž může černá díra skutečně zaniknout, je nutné pochopit chování tzv. **fyzikálního vakua**. Docílit fyzikálního vakua není jednoduchý úkol. Lze ho docílit pouze v myšlenkovém experimentu (viz obr. 103): Daný prostor vesmíru se uzavře do jakési „krabice“, která má naprosto dokonalé stěny, kterými neprojdou žádné částice. Po připojení této „krabice“ k vývěvě je možné z uvažovaného prostoru „krabice“ vysát všechnu hmotu. Tím ale není vytvořeno vakuum, neboť kromě látky se uvnitř „krabice“ nacházelo i elektromagnetické záření, které v ní zůstalo i po odčerpání látky vývěvou. Hustota hmoty v „krabici“ je sice nyní nulová, ale zbývá v ní ještě elektromagnetické záření, které se řídí Planckovým zákonem vyzařování absolutně černého tělesa.

A uvedenou „krabici“ lze za absolutně černé těleso považovat.

Pro odčerpání tohoto elektromagnetického záření je nutno ke „krabici“ připojit ideální chladničku, která ochladí vnitřek „krabice“ na teplotu absolutní nuly (tj. 0 K).



Obr. 103

Po ochlazení na teplotu 0 K je v „krabici“ fyzikální vakuum, v němž na tzv. planckovských rozměrech 10^{-35} m probíhají fluktuace prostoročasu. Samovolně zde vznikají a zanikají páry částice - antičástice (např. elektron a pozitron).

To znamená, že je zde lokálně na krátké časové intervaly porušen zákon zachování hmotnosti a zákon zachování energie v souladu s druhou Heisenbergovou relací neurčitosti.

Teorii vypařování černých děr, která souvisí s právě uvedenými jevy, vypracoval anglický fyzik Stephen Hawking (narozen 8. 1. 1942). Podle něj vzniká při právě uvedených dějích jedna jediná částice hmoty nebo antihmoty, která se určitou dobu pohybuje prostorem a časem. Mezitím se z místa anihilace v obráceném toku času pohybuje tatáž částice zpět po trochu odlišné trajektorii a potkává sama sebe na počátku. Tím celý proces končí v okamžiku, kdy začal. Oba dva na první nesmyslné jevy (vznik časové smyčky a výskyt jedné

částice na dvou místech současně) jsou naprosto v pořádku právě na malém měřítku vzdáleností, v nichž se uplatňují kvantové jevy (Heisenbergovy relace neurčitosti, ...).

Tyto procesy probíhají u okraje černé díry, přičemž částice může do černé díry spadnout, ale může ji také opustit, což je provázeno vyzářením fotonu, elektronu (resp. pozitronu) nebo neutrina (resp. antineutrina) mimo černou díru. Elektromagnetické záření černé díry se označuje jako **Hawkingovo záření**. Jak Hawking ukázal, spektrum tohoto záření se velmi podobá spektru záření absolutně černého tělesa dané teploty. Jakmile však nějaká částice tímto procesem opustí černou díru, zmenší se hmotnost černé díry a tedy se zmenší i gravitační poloměr černé díry. Zároveň vzroste teplota, která je nepřímo úměrná hmotnosti černé díry. To vede ke zkracování vlnové délky Hawkingova záření.

S rostoucí teplotou se posouvá maximální intenzita vyzařovaného elektromagnetického záření směrem k vyšším frekvencím, tedy ke kratším vlnovým délkám.

Ukazuje se, že pravděpodobnost vyzáření částice z černé díry vzrůstá s větším zakřivením horizontu černé díry, tj. s menším gravitačním poloměrem. Vyzářením jedné částice se proto zvýší pravděpodobnost vyzáření další částice. Uvedený proces tedy lavinovitě narůstá a nakonec se vypaří celá černá díra do okolního vesmíru.

Po určité době by se tak měla opětovně explozivně otevřít černá díra do „našeho“ vesmíru v podobě bílé díry.

Výpočty ukazují, že černá díra o hmotnosti Slunce by měla teplotu jen $10^{-6}\,\mathrm{K}$ a její vypařování by trvalo $10^{66}\,\mathrm{let}$. To je ale natolik dlouhá doba, že vesmír (bude-li v té době ještě existovat) bude vypadat naprosto jinak než v současné době. Černé díry hvězdných hmotností tedy zůstanou v námi pozorovaném vesmíru černými dírami. Jiná situace ale nastává pro tzv. primordiální černé díry, jejichž teplota by měla být asi $120.10^{9}\,\mathrm{K}$ a měly by tedy být silným zdrojem záření a při současném věku vesmíru by měly jedna za druhou explodovat do „našeho“ prostoročasu. Vzhledem k tomu, že tyto teoreticky předpověděné jevy nejsou pozorovány, choval se vesmír krátce po svém vzniku jinak, než předpokládala teorie a primordiální černé díry nevznikaly.

8.5.2.6 | ***Gravitační vlny

Gravitační vlny jsou předpovídány obecnou teorií relativity i v místech slabých gravitačních polí, která lze řešit klasickou fyzikou (Newtonovskou fyzikou). Klasická fyzika je ale nevysvětlí.

8.5.2.6.1 | Princip gravitačních vln a

jejich šíření

Gravitační vlny je možné si představit analogicky jako např. elektromagnetické vlny. Ty mohou vznikat např. tak, že dvě částice se stejně velkým, ale opačným nábojem obíhají kolem středu své spojnice. V jejich okolí vzniká elektrické pole i magnetické pole.

> Nabitá částice, která se pohybuje, vytváří kolem sebe magnetické pole.

Výsledné elektromagnetické pole lze registrovat v libovolné vzdálenosti od rotujících částic. To znamená, že prostorem se šíří elektromagnetická vlna.

Elektromagnetická interakce má nekonečný dosah, takže teoreticky je elektromagnetické pole vznikající při pohybu dvou částic registrovatelné kdekoliv v prostoru. Prakticky ovšem od určité vzdálenosti od pohybujících se částic naměříme tak malou hodnotu velikosti magnetické indukce, velikosti elektrické intenzity, ..., které budou menší, než je přesnost měřících přístrojů a technické možnosti těchto přístrojů. Od této vzdálenosti bude tedy elektromagnetické pole nedetekovatelné.

Analogickým způsobem se šíří i gravitační vlny. Je nutné je ale popisovat obecnou teorií relativity, neboť Newtonův gravitační zákon předpokládá působení gravitační síly přímo do dálky. To je ovšem ve sporu se

závěry speciální teorie relativity, která spolu s principem kauzality zakazuje šíření jakéhokoliv signálu rychlostí o větší velikosti, než je velikost rychlosti světla ve vakuu.

Rozdíl mezi Newtonovým působením do dálky a Einsteinovým působením do blízka lze vysvětlit na následujícím smyšleném příkladu. Kdyby Slunce náhle zmizelo ze své standardní polohy ve Sluneční soustavě, podle Newtonovy teorie bychom se to dozvěděli okamžitě se zmizením Slunce. Okamžitě by na Zemi byla tma, začalo by se ochlazovat a Země by se začala pohybovat rovnoměrným přímočarým pohybem (neexistovala by dostředivá síla realizovaná gravitační silou Slunce, která způsobuje pohyb po kružnici).

V Einsteinově pojetí bychom se o zmizení Slunce dozvěděli až za zhruba 8 minut - to je doba, kterou potřebuje světelný paprsek (i gravitační interakce, která se též přenáší rychlostí světla), aby urazil vzdálenost ze Slunce na Zem.

Gravitační vlny vznikají při vzájemném pohybu dvou a více těles a jedná se o příčné vlnění. Většina blízkých vesmírných objektů (Slunce, planety, hvězdy, ...) vytvářejí velmi slabé gravitační pole. Vzdálenější objekty a události (černé díry, pulsary, kvasary, ...; srážky pulsarů, srážky černých děr, nesymetrický kolaps hvězdy, výbuch supernovy, ...) vytvářejí sice silnější gravitační pole, ale tyto objekty a události jsou od nás dále. A amplituda gravitační vlny přitom klesá nepřímo úměrně se

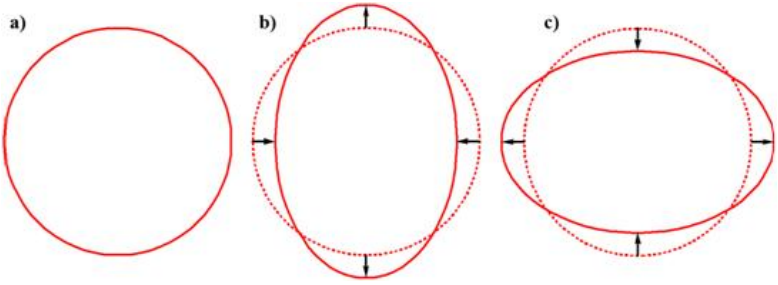
vzdáleností. Z těchto důvodů jsou gravitační vlny velmi těžko detekovatelné pomocí detektorů gravitačních vln.

Velké zakřivení prostoročasu kolem masivních vesmírných objektů a vznik gravitačních vln ve vesmíru si lze představit velmi jednoduchým modelem: s pomocí trampolíny. Ta představuje prostoročas. Jestliže na trampolínu umístíme nějaké těleso nebo si na ní stoupne nějaká osoba, trampolína se prohne. Fyzikálně tedy vznikne zakřivený prostoročas. S rostoucí hmotností tělesa na trampolíně (dítě, silný velký muž, ...) roste průhyb trampolíny - tj. roste zakřivení prostoročasu.

Položíme-li na trampolínu těžší kouli a uvedeme jí do pohybu, bude se po trampolíně posouvat i průhyb, který koule způsobí. Použijeme-li více koulí a budeme je např. na trampolíně srážet, bude se trampolína vlnit - tj. po trampolíně (prostoročas) se budou šířit vlny. Analogicky se šíří i gravitační vlny vesmírem.

Gravitační vlny, které se šíří prostoročasem, tento prostor deformují. Zakřivením prostoročasu tak vzniká síla, která působí na volná tělesa. Ta se vlivem této sily deformují tak, že periodicky zvětšují a zmenšují své rozměry po dobu, po kterou daným místem prostoročasu prochází gravitační vlna. Při průchodu gravitační vlny se dané těleso deformuje tak, že se v jednom směru prodlouží a ve směru kolmém se zkrátí (viz obr. 104, na kterém se gravitační vlna šíří z roviny obrázku). Během průchodu gravitační vlny se periodicky střídají stavy tělesa, která

jsou zobrazená na obr. 104b a obr. 104c.



Obr. 104

Gravitační vlny deformují tělesa (viz obr. 104), což znamená, že tyto vlny přenášejí energii. Energii získávají gravitační vlny na úkor vazebné energie soustavy, vlivem jejíhož pohybu vznikají (masivní hvězdy, černé díry, ...). Tyto soustavy jsou většinou tvořeny více tělesy (dvojhvězdy, černá díra a kolem ní rotuje hvězda, ...). Tím, že se zmenšuje jejich energie (kterou odnášejí gravitační vlny), se tělesa dané soustavy přibližují k sobě. Na základě zákona zachování momentu hybnosti (resp. zákona zachování energie) to znamená, že roste velikost rychlosti těles v soustavě. Jednotlivá tělesa soustavy se proto k sobě přibližují, až soustava zanikne. Tím ovšem vzniknou gravitační vlny s relativně velkou amplitudou gravitační vlny.

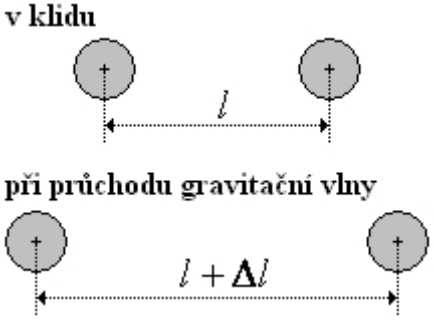
Ve výše uvedené analogii prostoročasu a trampolíny,

je zřejmé, že když se budou dva objekty na trampolíně (např. dva míče s velkou hmotností) vzájemně pohybovat, budou se šířit po trampolíně vlny (trampolína se bude vlnit).

Fakt, že zmenšení energie těles dané soustavy znamená jejich přiblížení k sobě, vyplývá ze vzájemného gravitačního působení těles soustavy. Nebudou-li mít dostatečnou energii, nebudou moci „vzdorovat“ gravitační síle a napadají navzájem na sebe. Družice obíhá kolem Země také proto, že má určitou kinetickou energii (pohybuje se „správnou“ kruhovou rychlostí). Když energii ztratí, začne se přibližovat vlivem gravitační síly k Zemi.

8.5.2.6.2 | Detekce gravitačních vln

Amplituda gravitační vlny je popsána bezrozměrným parametrem *h*, který je měřen pomocí relativního rozdílu vzdálenosti Δl mezi dvěma tělesy. Je-li počáteční vzdálenost těles *l*, je amplituda gravitační vlny definována vztahem $h = \frac{\Delta l}{l}$ (viz obr. 105). Tato amplituda udává také relativní deformaci detektoru gravitačních vln.



Obr. 105

Vzhledem k malým amplitudám gravitačních vln, musí být detektory gravitačních vln velmi citlivé. Aby fyzikové dokázali odlišit naměřená data od nepřesností měření (šum pozadí, ...), musí detektor měřit s přesností $h = \frac{\Delta l}{l} \approx 10^{-21}$.

To znamená hypoteticky měřit vzdálenost Země - Slunce, která je rovna 1 AU (tj. přibližně $150.10^6\ \mathrm{km} = 150.10^9\ \mathrm{m} \approx 10^{11}\ \mathrm{m}$), s přesností na průměr atomu: $h = \frac{\Delta l}{l} = \frac{10^{-10}}{10^{11}} \approx 10^{-21}$.

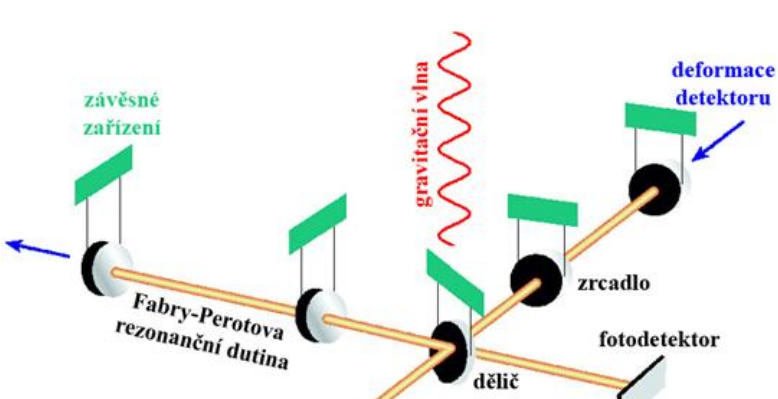
Vzhledem k velmi malým délkám, které je potřeba měřit, je jedinou možností, jak tyto rozměry přesně měřit, interference světla. Pomocí Michelsonova interferometru, v němž je jako zdroj světla použit laser, lze požadované přesnosti dosáhnout. Celý experiment vyžaduje ovšem technicky a technologicky náročné vybavení.

Interferencí světla lze velmi přesně měřit délky, které jsou srovnatelné s vlnovou délkou použitého světla. Předmět, jehož rozměr měříme, vystupuje v experimentu jako překážka, na níž nastává ohyb světla. V tomto případě bychom ale potřebovali záření s vlnovou délkou řádově $10^{-20}\,\mathrm{m}$ (což je menší vlnová délka, než je vlnová délka γ záření). A to je tedy nerealizovatelné. Požadované přesnosti lze přesto docílit: pokud nemůžeme zmenšil vlnovou délku, můžeme zvětšit délku ramen interferometru.

V současné době pracuje nejnovější detektor gravitačních vln VIRGO v Itálii nedaleko od vesničky Cascina (10 kilometrů od Pisy), proto bude popsán právě tento detektor. Ostatní detektory jsou starší a používají sice principiálně stejné fyzikální zákony k detekci gravitačních vln, ale VIRGO používá nejmodernější technologie.

Ramena Michelsonova interferometru (viz obr. 106) musí mít délku alespoň několika stovek kilometrů, aby bylo možné naměřit gravitační vlnu s požadovanou přesností. Takový interferometr by byl velmi náročný na stavbu, na údržbu, těžko by se zajišťovalo jeho odrušení od okolního prostředí, ... Proto se používají Fabry-Perotovy rezonanční dutiny, které jsou tvořeny dvěma zrcadly, mezi nimiž se světelný paprsek mnohonásobně odráží. Použitím těchto dutin se efektivní dráha, kterou urazí laserový paprsek, prodlouží na 120 km, ačkoliv délka ramen Michelsonova

interferometru je „jen“ 3 km. Všechny součásti interferometru jsou umístěny v trubicích o průměru 1,2 m, které byly sestaveny z dílů délky 20 m.



Obr. 106

Elektromagnetické záření o vlnové délce 1064 nm vychází z laseru pracujícím s výkonem 20 W, v děliči paprsku je rozděleno na dvě stejné části, které se pohybují dvěma na sebe kolmými rameny. Po odrazu od koncového zrcadla (a po průchodu Fabry-Perotovými dutinami) se oba paprsky opět spojí a dopadají do fotodetektoru. Je-li interferometr v klidu (tj. nepřichází žádná gravitační vlna), jsou délky ramen stejně dlouhé, rozdělené laserové paprsky urazí tedy stejnou dráhu a na fotodetektor dopadají ve fázi. Prochází-li interferometrem gravitační

vlna, ramena se deformují a laserové paprsky dopadající na fotodetektor již nejsou ve fázi. Na základě interferenčního obrazce a parametrů detektoru lze určit vzájemný dráhový posun obou paprsků a na základě toho míru deformace ramen a také amplitudu gravitační vlny, která deformaci způsobila.

Detektor VIRGO je schopen detekovat gravitační vlny s frekvencí z intervalu (10; 10000) Hz. Aby se laserový paprsek nerozptyloval na molekulách vzduchu, je uvnitř trubic vysoké vakuum o tlaku $10^{-8}\,\mathrm{Pa}$.

Vibrace způsobené seismickými vlnami Země způsobují řádově miliardkrát větší vibrace než gravitační vlny. Proto je nutné zabezpečit zejména optické prvky před seismickými vibracemi, které by měření amplitudy gravitační vlny rušily. To se provádí pomocí tří symetricky zavěšených nosníků se seismickými filtry (viz obr. 107). Nosníky zabraňují pohybu ve svislém směru, zatímco složené kyvadlo omezuje pohyb ve vodorovném směru. Vše je řádně ukotveno a elektronicky monitorováno, přičemž samotné základy uvedeného systému zabraňují větším pohybům celé soustavy. Dalším stabilizátorem polohy je „loutkový závěs“, který je zavěšen na pevném drátu. Na tomto závěsu je zavěšen příslušný optický prvek a vyrovnávací závaží. Přesná poloha zrcadla je kontrolována pomocí sil, které vznikají mezi zrcadlem a vyrovnávacím závažím. Přesná poloha vyrovnávacího závaží je pak nastavována pomocí elektromagnetické

pohonné jednotky nebo elektrostatické pohonné jednotky.

Tyto pohonné jednotky pracují na podobném principu jako elektromagnetické relé.

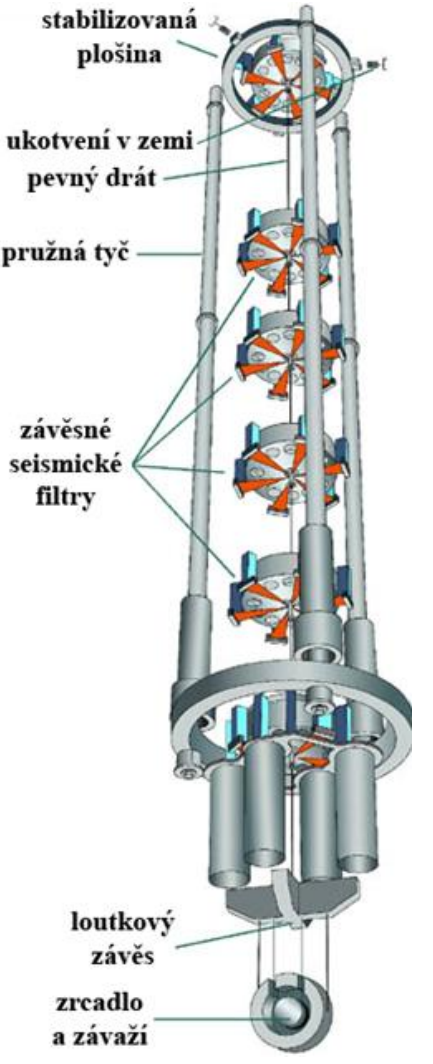
I přes tato technická řešení koná celá soustava kmitavý pohyb, tzv. tepelný pohyb, který je způsoben tepelnou energií a jejími fluktuacemi. Proto je nutné celou aparaturu ochladit na teplotu zhruba 20 K, aby se tyto nežádoucí kmity eliminovaly. Dále je nutné všechny mechanické části speciálními technologiemi vyčistit a zabavit všech nežádoucích částic na povrchu. Zvláštní pozornost se musí věnovat optickým členům - zrcadlům a děliči laserového svazku.

VIRGO je ve svém oboru ojedinělý experiment, který vyžaduje velké množství speciálně vyvinutých a vyrobených zařízení (musí pracovat ve vysokém vakuu, musí pracovat při velmi nízkých teplotách, ...). Vývoj takových zařízení je finančně nákladný, a proto se vyvinuté technologie poskytují dalším oborům vědy, které tak své výzkumy mohou zlevnit.

V tomto ohledu je VIRGO podobný CERNu, kde se nachází největší urychlovač částic na světě.

Na vývoji, stavbě i na experimentech, které se zde provádějí, spolupracují vědci z různých států světa. Spolupracují i různé podobně zaměřené laboratoře ve

světě. Pokud se podaří naměřit průchod gravitační vlny v jednom experimentálním zařízení, velmi pravděpodobně tento průchod detektovala i další zařízení. Na základě dat, která se z experimentů v různých částech světa získají, lze snadněji lokalizovat směr, odkud gravitační vlna přišla. Tak se lze dozvědět o vesmíru více detailů a porovnat pozorování s teoretickými modely.


stabilizovaná plošina
ukotvení v zemi
pevný drát
pružná tyč
závěsné seismické filtry
loutkový závěs
zrcadlo a závaží

Obr. 107

V současné době na detekci gravitačních vln pracují tato experimentální zařízení:

1. MARK2 v Pasadeně v USA (od roku 1991 s délkou ramen 40 m);
2. TAMA 300 v Tokyu v Japonsku (od roku 1999 s délkou ramen 300 m);
3. GEO 600 v Hannoveru v Německu (od roku 2000 s délkou ramen 600 m);
4. LIGO v Hanfordu v USA (od roku 2002 s délkou ramen 4000 m);
5. VIRGO v Itálii nedaleko od vesničky Cascina, 10 kilometrů od Pisy (od roku 2003 s délkou ramen 3000 m);

Připravuje se experiment LISA na oběžné trajektorii kolem Slunce, který by měl být uveden do provozu v roce 2010.

8.5.3 | Vznik kosmologie

Původní poznatky o vesmíru, jejichž základem bylo studium Sluneční soustavy a představa tzv. geocentrické soustavy, se s rozvojem pozorovací techniky začaly měnit. Už v 17. století polský astronom Mikuláš Koperník a německý astronom Johannes Kepler přišli s tzv. heliocentrickou soustavou a od té doby je centrálním

tělesem Sluneční soustavy nikoliv Země, ale Slunce. V 18. století William Herschel „vytušil“ pravou podstatu vzdálených mlhovin - dnešních galaxií. Začátkem 20. století americký astronom Edwin Powel Hubble dokázal existenci jiných galaxií (do té doby se uvažovalo o existenci jen naší Galaxie) a správně určil souvislost mezi rychlostí vzdalování a jejich vzdáleností tzv. Hubbleovým zákonem.

Postupně tak začalo vznikal nové odvětví astronomie - **kosmologie**, která se zabývá vesmírem jako celkem. Kosmologie řeší otázky stáří vesmíru, vývoje vesmíru, vzniku vesmíru, tvaru vesmíru, velikosti vesmíru, ... Tyto problémy řeší na základě jednoduchých modelů, jejichž teoreticky odvozené vlastnosti jsou srovnávány se skutečnými pozorováními. Velkým problémem, který nemá žádná jiná fyzikální disciplína, je skutečnost, že vesmír je jediný a není tedy možné srovnávat s jinými vesmíry, které by se vyvíjely za jiných podmínek. Dalším problémem je, že kosmolog nemůže provést žádný experiment, kdy by vesmír uvedl do určitého stavu a zkoušel, jak se bude za daných podmínek vyvíjet. Z těchto omezení vyplývají i odlišné metody práce kosmologů ve srovnání s ostatními fyziky.

Dominující silou ve vesmíru je gravitační síla, a proto kosmologické modely popisující vesmír závisí především na teorii popisující gravitační působení. Tato teorie je totiž pro současnou strukturu a vývoj vesmíru nejpodstatnější. V ranné historii vesmíru sehrály pochopitelně důležitou roli

(v té době nejdůležitější) i jiné silové interakce, ale v současné době převládá gravitační působení. V současnosti nejvíce přijímanou teorií gravitace je Einsteinova obecná teorie relativity, na základě níž se vytvářejí různé kosmologické modely a předpovědi.

8.5.4 | Geometrie vesmíru

Spolu s heliocentrickou soustavou formuloval také Mikuláš Koperník **koperníkovský princip:**

ZEMĚ NENÍ NA PRIVILEGOVANÉM MÍSTĚ VE VESMÍRU.

Tento poznatek vychází z názorů na stavbu vesmíru v minulosti, kdy se astronomové domnívali, že Země toto výsadní postavení má. Existuje ještě **silnější verze koperníkovského principu:**

VE VESMÍRU NENÍ PRIVILEGOVANÉHO MÍSTA.

To znamená, že pozorovatel nacházející se v libovolném místě ve vesmíru uvidí stejný globální obraz jako pozorovatel na Zemi.

Globální obraz znamená, že si pozorovatel nevšímá „detailů“ v oblastech 100 Mpc až 1000 Mpc. Mohou se tedy lišit např. tvary souhvězdí, vzdálenosti jednotlivých hvězd od pozorovatele, ... ale celkový pohled na vesmír zůstává stejný.

Na velkých vzdálenostech je tedy vesmír **homogenní**.

Analogicky je to s částicovou fyzikou: na malých

vzdálenostech se projeví nehomogenita složení látky (jednotlivé atomy v prázdném prostoru, jednotlivé nukleony v prázdném prostoru atomového jádra, ...), která ale při větším „odstupu“ mizí.

Ze Země pozorujeme izotropní vesmír, tzn. že na základě koperníkovského principu je i celý pozorovatelný vesmír **izotropní**. Z koperníkovského principu také mimo jiné plyne, že v celém vesmíru platí stejné fyzikální zákony. Kdyby tomu tak totiž nebylo, nebylo by možné provádět kvalifikované předpovědi a na základě pozorování činit nějaké závěry.

Existuje možnost, že zákony „na velkých měřítkách“ (kupy galaxií, nadmuly galaxií, ...) nebudou stejné jako na malých měřítkách (běžný svět, v němž žijeme), ale zatím existenci těchto „nových“ fyzikálních zákonů nic nenaznačuje.

Podobný problém je i ve fyzice mikrosvěta - některé jevy mikrosvěta (fotoelektrický jev, tunelový jev, ...) nelze vysvětlit bez kvantové fyziky, kterou v běžném životě k popisu světa nepotřebujeme.

Uvedené vlastnosti vesmíru se tedy shrnují do **kosmologického principu:**

VESMÍR JE GLOBÁLNĚ IZOTROPNÍ A HOMOGENNÍ.

To znamená, že se vesmír jeví ve všech směrech stejný (má stejné vlastnosti, ve všech směrech od místa pozorovatele leží stejné množství hvězd, ...) a navíc je rozložení hmoty ve vesmíru rovnoměrné (nutno ovšem dělat průměr přes velké oblasti s rozměry stovek až tisíců Mpc).

8.5.5 | Modely vesmíru

8.5.5.1 | Statický model

Nejjednodušší představu vesmíru modeluje statický model vesmíru, tj. model vesmíru, který se nevyvíjí v čase. To znamená, že vesmír existuje věčně a i věčně bude existovat. Člověk totiž uvažuje o časových změnách, které se stanou během trvání lidského života. Za tu dobu se vesmír podstatným způsobem nemění, což podporuje teorii statického vesmíru. Statičnost vesmíru ovšem vylučují dva paradoxy:

1. gravitační paradox - z předpokladu vesmíru rovnoměrně vyplněného látkou s nenulovou prostorovou hustotou vyplývá na základě Newtonova gravitačního zákona a klasické fyziky závěr, že vesmír má nulovou prostorovou hustotu. Gravitační síly působící na všechny hmotné objekty ve vesmíru mají

nekonečný dosah. Kdybychom pozorovali jednu vybranou částici (resp. těleso), zcela určitě by na ní působila určitá výslednice gravitačních sil. A tato síla by na uvažovanou částici měla pohybový účinek - částice by se začala pohybovat, čímž by měnila silovou bilanci i ostatních částic. Takže vesmír by nebyl statický. Aby statický byl, nemohla by se v něm nacházet žádná částice - musel by tedy mít nulovou prostorovou hustotu.

Jakmile by se ve statickém vesmíru nacházely částice, gravitační síla by měnila jejich polohu a vesmír by se tedy v čase vyvíjel. A to už by nebyl statický. Aby statický zůstal, musel by být prázdný (nesměla by v něm být žádná částice a měl by tak nulovou prostorovou hustotu).

Byla by jedna možnost, jak docílit stavu statického vesmíru s nenulovou prostorovou hustotou (tj. vyplněného hmotou). Gravitační síly působící na danou částici by se mohly navzájem vykompenzovat. Vzhledem k tomu, že gravitační interakce má nekonečný dosah, je tato možnost velmi nepravděpodobná. A homogenní vesmír je až na velkých rozměrech, na menších škálách je silně nehomogenní, tj. hmota není rozložena symetricky.

2. fotometrický paradox - je-li hustota

rozložení látky ve vesmíru konstantní a hvězdy přitom září nekonečně dlouho, mělo by se to projevit tím, že každý bod noční oblohy bude svítit. Tedy v noci by mělo být světlo jako ve dne. Tento jev ale není pozorován.

Na základě těchto dvou paradoxů lze vyvodit, že **vesmír není statický**. Z fotometrického paradoxu navíc vyplývá, že nemůže být ani nekonečný, neboť tento paradox by se objevil i zde.

Kdyby byl vesmír nekonečný, v každém směru, do kterého bychom se ze Země podívali, bychom viděli svítící hvězdu. A to je v rozporu s tím, co v noci pozorujeme - pozorujeme hvězdy „jen v některých směrech“. Vzhledem ke kopernikovskému principu bychom se mohli dívat z libovolného místa ve vesmíru a pokaždé bychom viděli totéž - noční obloha by byla černá jen občas by byla vidět nějaká hvězda.

8.5.5.2 | Relativistické modely

Z kosmologického principu pro reálný vesmír vyplývá, že vesmír musí být v každém daném čase trojrozměrným prostorem **s konstantní křivostí**. Vesmír tedy musí být v daném čase v každém místě stejný, takže každý pozorovatel naměří ve velkém měřítku stejné celkové zakřivení prostoru.

Křivost je matematický pojem, který se zavádí jak pro křivky v rovině, tak pro plochy v prostoru. Křivost v daném bodě křivky v rovině určuje převrácená hodnota poloměru oscilační kružnice dané křivky v daném bodě. Oscilační kružnice křivky v daném bodě je kružnice, která tuto křivku v uvažovaném bodě nejlépe nahradí. Analogicky se zavádí křivost i pro plochy v prostoru. Křivost plochy v daném bodě je dána převrácenou hodnotou poloměru oscilační kružnice, která danou plochu v daném bodě a v daném směru nejlépe nahrazuje. Např. kružnice je křivka, která má v každém bodě stejnou křivost, tj. jde o křivku konstantní křivosti.

Oskulační kružnice je tedy kružnice, která se v daném bodě ke křivce nejlépe přimkne, splyne s ní.

Pro plochy v prostoru je to podobné. Plocha v prostoru vypadá obecně podobně jako zvlněný létající kobereček či plastická mapa pohoří. Nahradit tuto plochu v daném bodě a daném směru oskulační kružnicí, znamená např. vybrat na plastické mapě Krkonoš Sněžku, mapu rozříznout ve směru sever - jih a snažit se nahradit kružnicí místo ležící 100 m pod vrcholem Sněžky, přičemž sledujeme pouze vzniklý řez na mapě.

Křivost obecně může být:

1. kladná - tuto křivost má např. kružnice, koule, ...;
2. nulová - nulovou křivost má přímka nebo

rovina

3. záporná - tuto křivost má povrch sedla.

Ve fyzice se obecně jedná o čtyřrozměrný zakřivený prostoročas. Jako analogie poslouží dvourozměrná plocha kulová, rovinná a sedlová. Na základě výpočtů obecné teorie relativity existují tyto tři možné modely vesmíru:

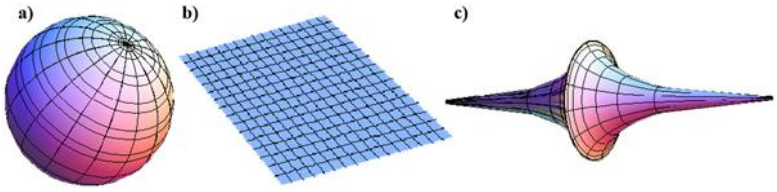
1. prostor s konstantní kladnou křivostí - jeho geometrie je geometrie čtyřrozměrné koule ve čtyřrozměrném euklidovském prostoru. Tento prostor je konečný, uzavřený a neohraničený.
2. prostor s nulovou křivostí - plochý prostor, který je nekonečný, otevřený, neohraničený.
3. prostor s konstantní zápornou křivostí - jeho geometrie je geometrie čtyřrozměrné pseudosféry ve čtyřrozměrném pseudoeuklidovském prostoru. Je nekonečný, otevřený a neohraničený.

Trojrozměrné modely čtyřrozměrných prostoročasů jsou zobrazeny postupně na obr. 108a až obr. 108c.

Koule (zobrazená na obr. 108a) a pseudosféra (zobrazená na obr. 108c) jsou tělesa, na jejichž povrchu neplatí běžná euklidovská geometrie, s níž se setkáváme v rovině. V euklidovské geometrii je součet vnitřních úhlů v trojúhelníku roven $180°$, daným bodem lze vést jednu přímku, která je s danou přímkou rovnoběžná, ... Tyto

a další vlastnosti na povrchu koule a na povrchu pseudosféry neplatí.

Např. na kouli můžeme sestrojit trojúhelník (tj. útvar, který má 3 strany, které leží na povrchu daného tělesa - tj. na kouli), v němž je součet vnitřních úhlů roven $270°$. Tento tzv. sférický trojúhelník lze obejít např. takto: vyjdeme ze severního pólu směrem na jih, dojdeme na rovník a odbočíme po rovníku na východ. Jakmile obejdeme po rovníku jeho čtvrtinu, odbočíme zpět na sever. Obešli jsme tak trojúhelník, který má všechny tři vnitřní úhly pravé.



Obr. 108

V charakteristikách jednotlivých modelů (prostorů) se vyskytly vlastnosti, které mají následující význam:

1. konečný prostor - jedná se o prostor, který má konečný poloměr, objem, ...;

Konečný prostor lze tedy zavřít do koule, která má neměnný poloměr.

2. uzavřený prostor - jde o prostor, který je možné obejít, tj. vyjde-li pozorovatel z jednoho bodu a pohybuje se stále stejným směrem, dojde po **konečném** čase zpět do výchozího bodu, ale z druhé strany;

Koule je uzavřený prostor - je možné jí obejít např. po rovníku. Rovina v matematickém slova smyslu (tj. nekonečná rovina) uzavřená není: když vyjdeme z jednoho bodu, budeme se z něj při chůzi daným směrem stále vzdalovat.

3. neohraničený prostor - při cestě libovolným směrem nenarazí nikde pohybující se pozorovatel na žádnou překážku, kterou by nebylo možné překonat.

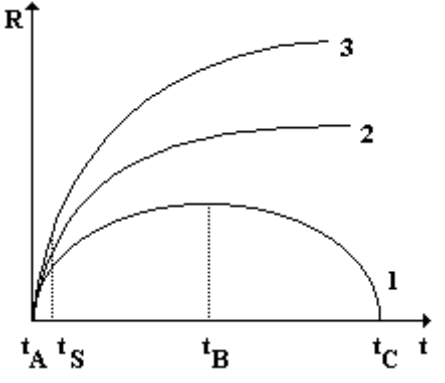
Model statického vesmíru neplatí, proto se vesmír vyvíjí v čase. Nejjednodušší je předpokládat, že **vesmír se rozpíná**. Toto rozpínání vesmíru má za následek, že elektromagnetické záření ze vzdálenějších objektů je posunuto do oblasti delších vlnových délek (tzv. kosmologický rudý posuv). Rozhraní vesmíru mezi pozorovatelnou a nepozorovatelnou částí vesmíru se nazývá **horizont vesmíru**.

Rozhraní mezi pozorovatelnou a nepozorovatelnou částí vesmíru tvoří povrch myšlené koule, která má střed v místě pozorování. Pozorovatel se přitom může (na základě kopernikovského principu) nacházet kdekoliv ve vesmíru.

Ve skutečnosti je možné pozorovat objekty (resp. signály z objektů), které se nachází blíže, než je horizont, neboť objekty na horizontu mají nekonečně velký rudý posuv.

Můžeme prostě vidět jen ty objekty, které jsou od nás tak daleko, že světlo stihlo od daného objektu k pozorovateli za dobu existence daného objektu (resp. za dobu existence vesmíru) dorazit.

Řešení Einsteinových rovnic obecné teorie relativity, které popisuje vývoj vesmíru, nalezl již v roce 1922 ruský matematik a kosmolog Alexander Alexandrovič Friedmann (1888 - 1925). On sám před nalezením řešení Einsteinových rovnic vyslovil předpoklad, že vesmír není statický. Pro různé hodnoty křivosti získal různý průběh závislosti velikosti vesmíru (poloměru vesmíru) na čase (viz obr. 109). Z toho pak vyplývají i různé tzv. **Friedmannovy modely**.



Obr. 109

Tvary křivek na obr. 109 popisují průběh vzájemné velikosti gravitační síly, kterou se vzájemně přitahují všechny objekty ve vesmíru, a počátečním impulsem, který uvedl původní látku vesmíru do pohybu.

Vývoj vesmíru závisí na tom, jak dopadne souboj mezi gravitační silou, která přitahuje navzájem všechny objekty ve vesmíru, a silou, se kterou byla na počátku vesmíru „rozfouknuta“ původní látka. To tedy znamená, že záleží na tom, kolik hmoty je ve vesmíru, protože gravitační síla působí na hmotné objekty. Pokud je ve vesmíru hmoty hodně, je velikost gravitační síly velká a rozpínání vesmíru se může zastavit. Je-li ve vesmíru hmoty málo, je velikost gravitační síly malá a rozpínání se nezastaví.

Navíc: malé množství hmoty ve vesmíru znamená, že počáteční „rozfoukávací síla“ udělila této hmotě větší zrychlení. Hmotnost látky ve vesmíru se během vývoje nemění.

Přesněji: platí zákon zachování energie ve spojení se zákonem zachováním hmotnosti podle speciální teorie relativity.

Jedná-li se o otevřený vesmír (křivky 2 a 3 na obr. 109), bude se vesmír neomezeně rozpínat z počáteční

singularity - tzv. Velkého třesku (Big Bang). V případě křivky 3 se sice gravitační účinky vesmírných objektů rozpínání stále zpomalují, ale pohyb vesmírných objektů se nikdy nezabrzdí. V případě křivky 2 se jedná o tzv. **kritický model**, který odpovídá situaci, kdy se vlivem gravitační síly rozpínání zastaví. V případě křivky 1 bude vesmír expandovat až do dosažení určité maximální velikosti (v čase t_B - tzv. Big Stop) a poté expanzi vesmíru vystřídá kontrakce vesmíru, která povede k dalšímu singulárnímu bodu (v čase t_C - tzv. Velký Krach).

Uvedené tři modely vesmíru si lze představit v analogii vrhů těles: bude-li tělesu na povrchu Země udělena rychlost o menší velikosti, než je velikost únikové rychlosti, vzdálí se těleso od Země, ale zase se vrátí zpět (křivka 1). Bude-li mu udělena rychlost o velikosti větší než je velikost únikové rychlosti, těleso se nikdy zpět na Zem již nevrátí (křivka 3). Křivka 2 pak odpovídá tělesu, kterému bude udělena rychlost, jejíž velikost je rovna přesně velikosti únikové rychlosti - tj. jedná se o mezní případ mezi oběma dalšími.

8.5.5.3 | Ověřování správnosti modelů

Friedmann teoreticky vypočítal tři různé tzv. Friedmannovy modely našeho vesmíru. Vesmír je ale jen jeden, a proto se chová jen podle jednoho modelu. Na základě pozorování je možné určit, který model nejlépe

popisuje vývoj vesmíru. V současné době se ale ve vesmíru nacházíme v epoše, která odpovídá přibližně času t_s na obr. 110. Proto není možné spolehlivě rozhodnout, který z modelů nejlépe vystihuje vývoj vesmíru.

Jednou z cest je určování hustoty látky ve vesmíru. Je-li tato naměřená hustota menší než kritická hustota vesmíru (přibližně $6.10^{-27}\ \mathrm{kg.m^{-3}}$), jedná se otevřený vesmír (tj. otevřený model). V případě, že skutečná hustota vesmíru je větší než kritická hustota, jedná se o uzavřený vesmír (tj. uzavřený model) a gravitační síla nakonec převládne nad původním impulsem a vesmír se vrátí zpět do singularity.

Tj. smrskne se zase zpátky do jednoho bodu.

V současné době si ale kosmologové nejsou jisti, zda pozorují skutečně všechnu hmotu ve vesmíru. Hmotnost vesmírných objektů lze totiž určit pouze výpočtem a to buď pomocí:

1. gravitačního působení vesmírných objektů na sebe navzájem;
2. elektromagnetického záření vesmírných objektů, které registrujeme.

Ukazuje se, že hmotnost (resp. hustota) určená na základě gravitačního působení vychází zhruba 100krát větší než hmotnost určená na základě vyzařování záření. Proto existuje ve vesmíru relativně velké množství hmoty, která je skrytá, tj. nezáří. Proto fyzikové řeší tzv. **problém skryté hmoty**.

Jiná metoda určování budoucího vývoje vesmíru spočívá v určování rudého posuvu velmi vzdálených galaxií. Na základě toho lze určovat tzv. decelerační parametr, který udává v podstatě s jakým zrychlením se zpomaluje rozpínání vesmíru. Měření vzdálenosti (resp. absolutní hvězdné velikosti) vzdálených galaxií je ovšem zatíženo řadou chyb i tzv. evolučními efekty (velmi vzdálené objekty jsou pozorovány ve svém ranném stádiu vývoje), takže opět není možné rozhodnout, který Friedmannův model odpovídá skutečnému vývoji vesmíru.

Další z možností, jak zjistit, který model odpovídá našemu vesmíru, je určování poměru množství těžkého vodíku a lehkého vodíku v éře záření vývoje našeho vesmíru.

8.5.6 | Vývoj vesmíru

Na základě Hubbleova vztahu $v = H.r$ je možné určit tzv. Hubbleovu vzdálenost *r* (horizont vesmíru) pomocí vztahu $r = \frac{c}{H}$.

Horizont vesmíru je vzdálenost, z níž můžeme ještě pozorovat objekty ve vesmíru. Je to tedy taková vzdálenost, z níž na Zem stihlo dorazit elektromagnetické záření (světlo), které informaci o daných objektech přináší. Proto místo *v* dosazujeme velikost rychlosti světla ve vakuu *c*.

Pro $H = 50\,\mathrm{km.s^{-1}.Mpc^{-1}}$ je $r = 6000\,\mathrm{Mpc} = 20.10^9\,\mathrm{ly}$. Světlo tedy urazí tuto vzdálenost za 20.10^9 let. Této době se říká **Hubbleův čas** a udával by stáří vesmíru, kdyby se vesmír rozpínal stále konstantní rychlostí. Vzhledem k tomu, že rozpínání vesmíru bylo stále brzděno gravitačními silami, je doba, která uplynula od Velkého třesku kratší - jde o tzv. **Friedmannův čas**. Jeho hodnota se odhaduje na 16 miliard let. Pokud by se potvrdilo, že hodnota Hubbleovy konstanty je větší, jak naznačují některá měření, byl by Friedmannův čas ještě kratší. To by ale bylo v rozporu např. se stářím hvězd a hvězdných soustav, které by se za kratší dobu nestačily vyvinout do dnešní podoby.

Vývoj vesmíru se snaží popsat několik teorií:

1. teorie Velkého třesku;
2. teorie kvazistacionárního vesmíru;
3. teorie anizotropního vesmíru;
4. Diracova teorie;
5. modely bez singularity;
6. inflační kosmologie.

Pozorování astronomů a kosmologů potvrzují teorii Velkého třesku, přesto jsou uvedeny i alternativní teorie, které se snaží vývoj vesmíru popsat.

8.5.6.1 | Teorie Velkého třesku

Teorii Velkého třesku, která předpokládá singularitu

v podobě Velkého třesku na počátku vývoje vesmíru, zastává většina kosmologů, ale ne všichni. Jejím autorem je americký fyzik, biolog a astronom ruského původu George Gamow (1904 - 1968), který ji roku 1948 vypracoval se svými spolupracovníky. Těmi byli američtí fyzikové Ralph Asher Alpher (1921 - 2007), Hans Albrecht Bethe (1906 - 2005) a Robert Herman (1914 - 1997).

Počáteční singularitu nazval posměšně Velkým třeskem (tj. Big Bang) britský fyzik Fred Hoyle (1915 - 2001), který s Gamowovou teorií nesouhlasil. Hoylovo *Big Bang* by se dalo v této souvislosti volně přeložit jako „Prázdný sud nejvíce duní.“ Hoyle totiž nevěřil, že vznik vesmíru souvisí se singularitou o velké hustotě a teplotě. Tím nevědomky Gamowovu práci velmi zpopularizoval. Sám Hoyle byl zastáncem teorie kvazistacionárního vesmíru.

Na základě této nejvíce přijímané teorie je možné vývoj vesmíru rozdělit do několika etap (ér), které se vyznačují určitou charakteristikou, přičemž čas konce dané éry je měřen od Velkého třesku:

1. <u>éra chaosu</u> (do $10^{-43}\ s$) - začíná singularitou s obrovskou hustotou ($10^{99}\ \mathrm{kg.m^{-3}}$) a teplotou v okamžiku, od kterého je dále definován čas. Tuto éru není možné popsat už ani obecnou teorií relativity, ale je nutné použít novou

(zatím neexistující) kvantovou teorii gravitace.

Nemá smysl se ptát, co by bylo předtím. Před Velkým třeskem náš vesmír neexistoval, neexistovaly fyzikální zákony, neexistoval čas (a tedy nemohl ani plynout) a neexistovali ani žádní pozorovatelé, kteří by vesmír mohli pozorovat.

Je to jako stát na severním pólu a ptát se „Jak se dostanu na severní pól?“ Nebo si přestavte situaci, kdy se staré kovové předměty (hrnce, pánve, hmoždíře, ...) roztaví a z roztaveného kovu se vyrábějí koule. Je zbytečné se ptát, zda ta koule byla udělána z modrého hrnce s kytičkami nebo z červené pánve s puntíky. Během tavení prošly nádoby procesem, při němž se na vlastnosti o barvě „zapomene“. Toto přetavení kovu odpovídá „přetavení fyzikálních zákonů“ při Velkém třesku.

2. kvantová éra (do $10^{-23}\ s$) - je charakterizována hromadným vznikem elementárních částic v silném kvantovém gravitačním poli. Prostoročas je velmi zakřivený (poloměr zakřivení prostoročasu je srovnatelný s poloměrem protonu). Rozpínání prostoru probíhá velkou rychlostí (větší než je velikost rychlosti světla ve vakuu *c*) a vzdálenost horizontu vesmíru je menší než

rozměr nukleonu. Jednotlivé části nukleonu spolu tedy nemohou interagovat. Popis pomocí obecné teorie relativity je možný, ale o struktuře a vlastnostech látky není možné nic říci.

To znamená, že se nemohou tvořit stabilní nukleony. Aby se mohly tvořit, musely by spolu interagovat kvarky, z nichž se nukleony skládají.

Během této fáze (podle současných pozorování) musela proběhnout i tzv. inflační fáze vývoje vesmíru.

3. hadronová éra (do $10^{-4}\ s$) - během ní se uplatňuje hlavně silná jaderná síla a vznikají hadrony: nukleony (protony a neutrony), mezony, hyperony. Spolu s hadrony hmoty vznikají i hadrony antihmoty a v hustém prostředí nastává anihilace: částice hmoty a antihmoty se mění na záření γ, ale možný je i opačný proces. Předpokládá se, že poměr mezi částicemi antihmoty a hmoty byl 10^9 antičástic : $10^9 + 1$ částice. Anihilací se tedy většina směsi hmoty a antihmoty mění na elektromagnetické záření a jen nepatrná část hmoty zůstává na tvorbu galaxií, hvězd a vůbec všech objektů ve vesmíru. Během

této éry klesá teplota z $10^{33}\ \mathrm{K}$ na $10^{11}\ \mathrm{K}$, což výrazně přispívá právě k anihilaci. Ve vesmíru přítomná mezonová neutrina přestávají interagovat s látkou a se zářením a vesmírem se začíná šířit neutrinové záření, jehož teplota s rostoucím vesmírem klesá. Pokud by bylo možné neutrinové záření zachytit, měli by astronomové informaci o vesmíru starém řádově setiny sekundy. Neutrina ale mají velmi malý účinný průřez a proto je velmi nesnadné je zachytit. Hustota vesmíru na konci hadronové éry dosahuje $10^{17}\ \mathrm{kg.m^{-3}}$.

4. leptonová éra (do 1 s až 10 s) - je typická vznikem a převahou leptonů: neutrin, elektronů, pozitronů. Elektrony a pozitrony spolu anihilují, zatímco neutrina nyní vzniklá přestávají reagovat s ostatní látkou a zářením a začínají se šířit vesmírem v podobě neutrinového záření. Hadrony přeživší z hadronové éry tvoří zanedbatelnou část částic. V této éře začínají vznikat z protonů a neutronů jádra těžkého vodíku $^{2}_{1}\mathrm{H}$ a z vodíku jádra helia. Jedná se jadernou syntézu podobnou té, která probíhá dnes v nitru hvězd, neboť tehdejší teploty a tlaky ve vesmíru jsou srovnatelné se současnými poměry v nitru hvězd. Syntéza pokračuje i

v další éře, a proto hvězdy obsahují více helia než kdyby je hvězdy vytvářely vlastní reakcí. Teplota vesmíru klesá na $10^{10}\ \mathrm{K}$ a hustota na $10^{7}\ \mathrm{kg.m^{-3}}$.

5. éra záření (do 3.10^{5} let až 6.10^{5} let) - hustota hmoty ve formě záření převažuje nad hustotou hmoty. Z vodíku $^{2}_{1}\mathrm{H}$ vzniká izotop helia $^{3}_{2}\mathrm{He}$. V případě uzavřeného vesmíru by probíhala uvedená přeměna déle, zatímco v případě otevřeného vesmíru by probíhala tato přeměna krátce, neboť hustota $^{2}_{1}\mathrm{H}$ klesá rychleji a zůstane ho tedy více. Poměr množství vodíku $^{2}_{1}\mathrm{H}$ k množství vodíku $^{1}_{1}\mathrm{H}$ by měl být o několik řádů vyšší v otevřeném vesmíru ve srovnání s uzavřeným vesmírem. To je další možnosti pro rozpoznání geometrie vesmíru. V této éře je hmota v zářivé rovnováze, k čemuž přispívá i vysoká velikost rychlosti zvuku (zhruba 60 % velikosti rychlosti světla ve vakuu), která ve velkých vzdálenostech vyhlazuje případné nehomogenity. Ke konci této éry se za teplot zhruba $10^{4}\ \mathrm{K}$ spojují elektrony s protony a vytváří se neutrální vodík. Na konci éry má vesmír teplotu 3000 K a hustotu $10^{-17}\ \mathrm{kg.m^{-3}}$ a končí vzájemná interakce látky a záření.

Rychleji ale klesá hustota hmoty ve formě záření než hustota látky.

Velká velikost rychlosti zvuku znamená silnější rázovou vlnu, která může „rozbít“ případné nehomogenity (shluky látky, …).

Záření přestává s látkou interagovat proto, že hustota látky natolik klesla, že je látka pro záření průhledná.

6. éra látky (trvá dodnes) - začíná vyrovnáním hustoty záření a hustoty látky. Záření, které se tehdy od látky oddělilo, mělo tepelný charakter, tj. odpovídalo Planckovu zákonu vyzařování absolutně černého tělesa a toto planckovské rozdělení energie ve spektru záření se zachovalo i po rozpínání vesmíru v tzv. reliktním záření. Hlavním stavebním materiálem pro další tvorbu vesmíru a objektů v něm je vodík a helium s téměř nulovým tlakem.

Teorie Velkého třesku byla od dob svého publikování potvrzena řadou experimentálních pozorování (např. zkoumáním reliktního záření).

8.5.6.2 | ***Teorie kvazistacionárního

vesmíru

Jedním ze zastánců teorie kvazistacionárního vesmíru je britský fyzik Fred Hoyle (1915 - 2001), který neuznává Friedmannovy modely vzniku vesmíru. Model kvazistacionárního vesmíru předpokládá plynulou tvorbu hmoty v rozpínajícím se vesmíru. Jak se vesmír rozpíná a zároveň v něm postupně přibývá hmota, zůstává hustota vesmíru konstantní.

Hmota tedy ve vesmíru přibývá tak šikovně, že jakmile se vesmír zvětší, „vznikne“ v něm nová hmota.

Fredy Hoyle byl vlastně první člověk, který použil název Velký třesk pro počátek rozpínajícího se vesmíru podle teorie George Gamowa. Původní Hoylovo Big Bang by se dalo v této souvislosti přeložit ve stylu našeho „Prázdný sud nejvíce duní“. Hoyle totiž zásadně odmítal Gamovovu teorii.

Tyto „Malé Velké třesky“, při kterých náhle vzniká hmota, jsou různě velké: od hmotnosti jednoho atomu vodíku v metru krychlovém za 1 miliardu let podle výpočtů jednoho autora až po vznik nadkupy galaxií s hmotností $10^{16}\,M_S$ (kde M_S je hmotnost Slunce), což prosazuje autor jiný. Je velmi nepravděpodobné, že by se vesmír choval takto zvláštně.

8.5.6.3 | ***Teorie anizotropního vesmíru

Teorie anizotropního vesmíru předpokládá, že vesmír byl do jednoho milionu let svého stáří anizotropní.

Z jaderných syntéz helia a určení jeho poměrného zastoupení ve vesmíru vyplývá, že vesmír sice byl anizotropní, ale jen do času asi 1 s po svém vzniku.

Tyto modely se značně liší od Friedmannových modelů. Předpokládají totiž, že vesmír koná anizotropní oscilace, jejichž amplituda při přibližování se singularitě vzrůstá. Celkový počet oscilací od nulového do konečného času je ale nekonečný.

Z těchto anizotropních modelů mají ale význam jen ty, které se s časem izotropizují, tj. blíží se Friedmannovým modelům. Důvodem pro to, že se anizotropní vesmíru musí vyvinout do izotropního vesmíru, jsou současná pozorování izotropního vesmíru.

8.5.6.4 | ***Diracova teorie

Tuto teorii zformuloval již ve 30. letech 20. století britský teoretický fyzik, nositel Nobelovy ceny z roku 1933 Paul Adrien Maurice Dirac (1902 - 1984), který vytvořil z fyzikálních konstant a charakteristických kosmologických

hodnot bezrozměrné kombinace. Některé z nich mají hlubší fyzikální význam - např. tzv. konstanta jemné struktury $\alpha = \frac{e^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 hc} \doteq \frac{1}{137}$.

Dirac v této souvislosti vytvořil tři takovéto kombinace základních fyzikálních konstant:

1. $n_1 = \frac{F_e}{F_g} = \frac{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}{\frac{\kappa m_p m_e}{r^2}} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \kappa m_p m_e} \approx 10^{40}$ - poměr velikostí elektrostatické síly a gravitační sily působící mezi protonem a elektronem;
2. $n_2 = \frac{ct_0}{r} = \frac{ct_0}{\frac{\hbar}{m_p c}} = \frac{m_p c^2 t_0}{\hbar} \approx 10^{40}$ - poměr poloměru horizontu vesmíru dnes (tedy v době asi 10 miliard let po vzniku vesmíru) a typickým rozměrem elementární částice (např. Comptonovy vlnové délky);
3. $n_3 = \frac{\rho_{\text{látky}}}{m_p} \cdot \frac{4}{3}\pi \left(ct_0\right)^3 \approx 10^{80}$ - počet baryonů (nukleonů) v pozorovatelném vesmíru (hustota látky ve vesmíru je $\rho_{\text{látky}} \approx 10^{-27}\ \text{kg.m}^{-3}$).

Na základě řádových výpočtů vyplývá, že $n_1 \approx n_2$ a $n_3 \approx n_2^2$, což nemůže být podle Diraca náhoda a musí to odrážet

hlubší zákonitosti. Vztah $n_1 \approx n_2$ by měl platit vždy, což znamená, že n_1 se mění s časem, neboť i n_2 se mění s časem.

V proměnné n_2 vystupuje stáří vesmíru - a to postupně roste.

Pokud nechtěl Dirac měnit kvantovou fyziku, jadernu fyziku a atomovou fyziku, musel předpokládat, že s časem se mění gravitační konstanta κ. Konkrétně Dirac předpokládal, že za posledních 5 miliard let musela gravitační konstanta klesnout na polovinu své počáteční hodnoty. To je ale ve sporu s geologickým pozorováním hornin na Zemi ovlivněných slunečním zářením.

Vznik hornin nejen na Zemi, množství elektromagnetického záření (a tedy i světla) vyzařovaného Sluncem, ... závisí na gravitaci, tj. na hodnotě gravitační konstanty. A stávající geologické nálezy a další důkazy potvrzují, že Diracova hypotéza o poklesu gravitační konstanty během vývoje vesmíru je nepravdivá.

Nejnovější měření pomocí radiolokace planet ukazují, že $\left|\frac{\Delta\kappa}{\kappa}\right| \leq 10^{-11}\ \mathrm{rok}^{-1}$, což Diracovu teorii vyvrací.

Relativní změna gravitační konstanty je tedy menší než 10^{-11} za rok. To znamená, že absolutní změna gravitační konstanty je řádově 10^{-22} za rok (ze vztahu

$\left|\frac{\Delta\kappa}{\kappa}\right| \leq 10^{-11}\ \mathrm{rok}^{-1}$ totiž vyplývá $|\Delta\kappa| \leq 10^{-11}\kappa\ \mathrm{rok}^{-1}$). A to jsou opravdu malé hodnoty, na základě nichž lze považovat gravitační konstantu za neměnnou.

Rozumnější vysvětlení Diracových výsledků je takové, že vztah $n_1 \approx n_2$ je splněn náhodně jen v určitém časovém období, přičemž narušení tohoto vztahu si nemohl v ranných érách vývoje vesmíru nikdo všimnout.

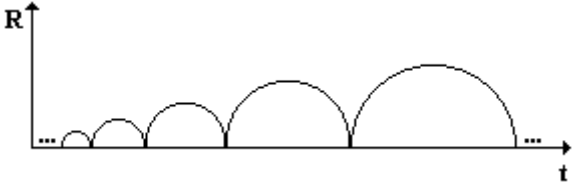
8.5.6.5 | ***Modely bez singularity

Existence singularity není omezena obecnou teorií relativity, ale z teorémů Hawkinga a Penroseho vyplývá, že singularita existuje ve všech expandujících kosmologických modelech, v nichž je gravitace přitažlivá a energie látky a energie záření nezáporná.

Pro časy menší než řádově $10^{-43}\ s$ ztrácí obecná teorie relativity i jakákoliv jiná nekvantová teorie svou platnost. Vzhledem ke kvantovým efektům se však může stát, že gravitační síla bude odpudivá, což může způsobit, že singularita vůbec nenastane. V té době má vesmír hustotu $10^{99}\ \mathrm{kg.m^{-3}}$ a nepředstavitelně vysokou teplotu - jedná se tedy o téměř singulární stav. Existují ale hypotézy, že fázi expanze vesmíru předcházela fáze kontrakce vesmíru, přičemž k jejich vystřídání mohlo dojít bez toho, aniž by vesmír prošel singularitou.

Pro Friedmannův model uzavřeného vesmíru to ale

znamená, že našemu vesmírnému cyklu mohly přecházet (a mohou i následovat) cykly jiné. Podle principu růstu entropie a druhého termodynamického zákona musí ale rozměry cyklů (tj. doba trvání a maximální „poloměr vesmíru“) s časem růst. Tím se ovšem problém počátku vývoje vesmíru jen odsunul dále do minulosti (viz obr. 111).



Obr. 111

8.5.6.6 | ***Inflační kosmologie

V klasických modelech vývoje vesmíru vzniká krátce po Velkém třesku problém. Spočívá v tom, že dráha, kterou světlo od singularity urazilo, je relativně krátká a jednotlivé části vesmíru by se vzájemně nemohly ovlivnit, protože by nebyly propojeny kauzálně, tj. sledem příčin a následků, které se šíří právě rychlostí světla.

Neplatit byl tedy princip kauzality.

Přesto se ale pozoruje, že vesmír je homogenní

a izotropní, což potvrzuje i reliktní záření. Jestliže je reliktní záření izotropní, nemohly se jednotlivé části raného vesmíru vyvíjet nezávisle.

Jednotlivé části tedy o sobě musely „vědět“. A informace mezi jednotlivými částmi vesmíru se přenášejí rychlostí o velikosti rychlosti světla ve vakuu.

Uvedenou potíž lze odstranit předpokladem, že vesmír se ve velmi krátkém časovém období krátce po Velkém třesku ($10^{-35}\ s$ až $10^{-30}\ s$) rozpínal s velkým zrychlením spolu s tehdejší látkou do nesmírné vzdálenosti. Byl totiž vystaven velkému podtlaku, takže se velikost rychlosti rozpínání vesmíru nezmenšovala, ale naopak prudce rostla.

Vesmír se z počáteční singularity rozpínal do vakua - byl tedy vlastně ze singularity vysáván.

Látka v tomto krátkém období mnohonásobně předběhla záření a oblast absolutní minulosti, tedy oblast, kde jsou všechny události v příčinném vztahu, zahrnula mnohem větší objem, než předpokládaly předchozí modely.

Látka byla tedy prudce rozfouknuta do prostoru, zatímco záření se šířilo ze singularity menší rychlostí. Je nutné si uvědomit, že elektromagnetické záření (tj. ani světlo) se nešířilo rychlostí o velikosti rychlosti světla ve vakuu *c* (tj. nešířilo se „současnou“ rychlostí světla). Vesmír byl v tomto období velmi hustý, a proto velikost rychlosti šíření světla byla menší (a to o několik řádů).

Během této **inflační fáze** poklesla 10000krát teplota

a „průměr“ vesmírného prostoru se zvětšil alespoň 10^{50} krát. Po skončení inflační fáze se velikost rychlosti rozpínání vesmíru zmenšovala a dnes má prostor vzniklý při Velkém třesku nepatrné zakřivení, kterému odpovídá rozsah 10^{37} ly.

Rozměr vesmíru je tedy takto obrovský, ačkoliv současně dohlédneme do výrazně menších vzdáleností - viz dále.

Vše, co tato oblast obsahuje, má společnou prapříčinu v dějích, které proběhly při inflační fázi rozpínání vesmíru. Velikost rychlosti světla byla přitom stále konstantní.

Z oblasti, která během inflační fáze výrazně zvětšila svůj objem, je proto možné pozorovat jen nepatrnou část a to do vzdálenosti, kterou proletěl světelný paprsek za dobu, která uplynula od Velkého třesku. To je podle standardních modelů asi 16.10^9 let, což znamená, že v současné době dohlédnou astronomové jen asi do 10^{-27} vzdálenosti, které dosáhl vesmír při své inflační fázi. Většina oblastí vesmíru zůstává tedy tak daleko, že je nebude možné nikdy spatřit. Zatímco v tradičním pojetí si astronomové představovali, že je možné pozorovat téměř celý prostor, který při Velkém třesku vznikl.

To, že se nyní daří přehlédnout jen velmi malou část vesmíru ale znamená, že vesmír se jeví astronomům jako plochý vesmír.

Astronomové jsou v analogické situaci, jako pozorovatel na Zemi, který také většinou nepozná

zakřivení zemského povrchu a vidí ho jako plochý. Ve správném měřítku je to, jako když se pozorovatel snaží na základě pozorování oblasti o průměru stotisíciny průměru protonu stanovit zakřivení Země a její poloměr.

8.5.7 | Důkaz rozpínání vesmíru - reliktní záření

Na konci éry záření vývoje vesmíru, v níž vznikají první neutrální atomy s rozsáhlými elektronovými obaly, se stává vesmír průhledný pro záření. Neutrální atomy totiž pohlcují a rozptylují záření podstatně méně než volné elektrony.

Vesmír je už řidší a je tedy i průhlednější.

Ze standardního modelu vývoje vesmíru tedy vyplývá, že by vesmír měl být vyplněn elektromagnetickým zářením, které je pozůstatkem (reliktem) právě zmíněného rozmezí ve vývoji raného vesmíru.

První předpověď tohoto záření učinili tvůrci standardního modelu vývoje vesmíru - teorie Velkého třesku (tj. Gamow, Alpher, Bethe a Herman). Tito fyzikové odhadli, že záření má charakter záření absolutně černého tělesa o teplotě 5 K až 10 K. Objev tohoto **reliktního záření** byl učiněn vlastně náhodou až v roce 1965, protože toto záření nikdo nehledal, ač by to technické prostředky umožňovaly. Nikdo ale Gamowovu teorii horkého vesmír v té době nebral vážně.

Reliktní záření objevili americký fyzik Arno Allan Penzias (narozen 1933) a americký astronom Robert Woodrow Wilson (narozen 1936) v letech 1964 - 1965 a potvrdili tím vlastně celou Gamowovu teorii vývoje vesmíru. V roce 1977 získali za svůj objev Nobelovu cenu.

Penzias s Wilsonem pracovali v Bellových laboratořích v New Jersey v USA na vysoce citlivém kryogenním mikrovlnném přijímači určeném k využití v radioastronomii. V roce 1964 se setkali s vysokofrekvenčním šumem, který nemohli nijak uspokojivě vysvětlit. Byl mnohem méně energetický než elektromagnetické záření vznikající v Mléčné dráze a toto záření mělo ve všech směrech stejné vlastnosti. Penzias s Wilsonem předpokládali, že jejich přijímač je rušen nějakým pozemským zdrojem. To se nakonec nepotvrdilo. Prohlídka antény přijímače ukázala, že je zde plno holubího trusu (který Penzias popsal jako „bílý dielektrický materiál“). I když byl tento trus odstraněn, mikrovlnný šum zůstal. Protože odmítli ostatní zdroje rušení, vydali zprávu o svém objevu. Rušení bylo později identifikováno jako přirozené kosmické záření na pozadí, tzv. reliktní záření.

Záření mělo teplotu 2,7 K, což se shodovalo s předpovědí, navíc se ukázalo, že záření má v širokém rozsahu vlnových délek vskutku tepelný charakter přesně podle Planckova zákona. Tepelný charakter reliktního

záření je odrazem tepelné rovnováhy záření a látky v době, kdy záření vznikalo, tj. v době, kdy se fotony naposledy srážely s volnými elektrony. Na základě intenzity reliktního záření byl určen poměr mezi počtem fotonů a baryonů $10^9:1$, který je stejný jako poměr částic a antičástic z hadronové éry vývoje vesmíru. Tyto poměry se ovšem nastolily už v čase $10^{-35}\ s$ po Velkém třesku (tj. během kvantové éry vývoje vesmíru).

Směrová nezávislost reliktního záření (izotropie reliktního záření) je důkazem izotropie velmi raného vesmíru. To znamená, že oddělené oblasti vesmíru měly stejnou teplotu a hustotu, ačkoliv tehdy od Velkého třesku uplynulo příliš málo času.

Za tak krátkou dobu vývoje vesmíru by si totiž různé oblasti nestihly vzájemně vyměnit informace o tom, jaká je kde teplota a hustota, aby se mohla ustanovit rovnováha. Tento problém pomohla vyřešit až teorie inflační kosmologie.

Teprve až když vymizel vliv tlaku záření v éře látky, mohla se narušit izotropie a mohly se začít vyvíjet první zárodky (nehomogenity) hvězd, galaxií, ...

Takové zárodky se ale stěží mohly vytvořit z dokonale promísené (izotropní a homogenní) látky - náhodné fluktuace hustoty by neumožnily vznik zárodků budoucích hvězd. Velké kolísání hustoty ovšem izotropie reliktního záření vylučuje. Takže na konci éry záření musely být ve vesmíru přítomny zárodky látky přiměřených rozměrů

a hmotností, tj. malé, aby nezpůsobily porušení izotropie reliktního záření, ale dost velké na to, aby se z nich vyvinula známá struktura vesmíru. Teoreticky předpověděné rozměry zárodků (stotisíciny až miliontiny střední hodnoty hustoty látky raného vesmíru) potvrdila měření kosmické sondy COBE v roce 1992.

Byla-li původní teplota reliktního záření na počátku éry látky 3000 K a dnešní činí necelé 3 K, svědčí to o tom, že se vlivem rozpínání vesmíru prodloužila vlnová délka tohoto záření v poměru obou teplot. Na základě toho vypočítaný rudý posuv potvrzuje, že reliktní záření podává informaci o ranějším období vývoje vesmíru než např. např. kvasary, které patří k nejvzdálenějším objektům ve vesmíru. Proto je tedy můžeme pozorovat v čase jejich raného vývoje.

Elektromagnetické záření, které přináší pozorovatelům informaci o kvazarech, se šíří rychlostí o velikosti rychlosti světla ve vakuu. Za dobu existence vesmíru toto záření stihlo urazit jen omezenou vzdálenost. Kvasary patří mezi nejvzdálenější objekty ve vesmíru, proto k nám záření od nich putuje velmi dlouhý čas. Záření, které k nám z kvasarů dopadá, je opustilo v době, kdy byly kvasary „mladé“. To znamená, že tímto způsobem vlastně vidíme do minulosti vesmíru: vidíme vesmír ne takový, jaký je dnes, ale jaký byl v době, kdy elektromagnetické záření daný vesmírný objekt opustilo.

9 | TEORETICKÁ MECHANIKA

Zpracováno podle přednášky doc. Langera a doc. Podolského NOFY003 Teoretická mechanika na MFF UK.

9.1 | ÚVOD

9.1.1 | Základní pojmy

Mechanika se zabývá popisem objektů v určitém stavu, které se pohybují v prostoru a čase. Proto je nutné tyto pojmy vymezit:

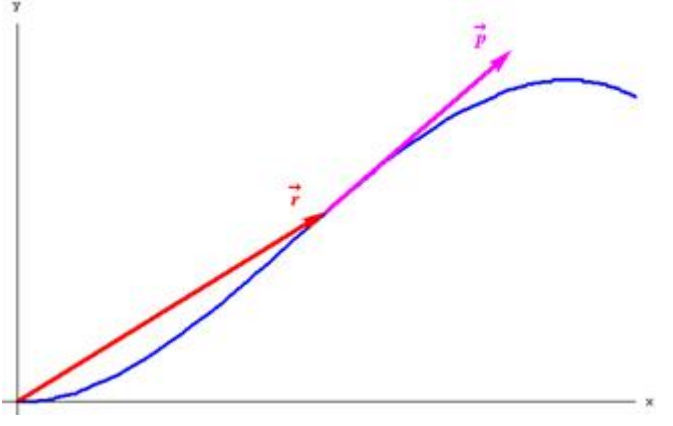
1. prostor - je spojitý, trojdimenzionální, euklidovský, homogenní a izotropní. Homogenní prostor znamená, že je všech bodech stejný, izotropní je takový prostor, jehož vlastnosti se nemění v závislosti na směru (je tedy ve všech směrech stejný).

Místo toho, že prostor je spojitý, můžeme říct, že se jedná o diferencovatelnou varietu.

2. čas - je spojitý, jednorozměrný, rovnoměrný, jednosměrný, synchronizovaný a absolutní;
3. objekty - jsou idealizovány soustavou rozlišitelných hmotných bodů;

Hmotné body mají tedy svojí identitu - lze je očíslovat, pojmenovat, ...

4. stav hmotného bodu - je plně a jednoznačně popsán polohovým vektorem $\vec{r}$ a vektorem hybnosti $\vec{p}$ (viz obr. 1). Na základě tohoto popisu lze jednoznačně zkonstruovat trajektorii pohybu hmotného bodu a tím je zaručena rozlišitelnost jednotlivých hmotných bodů.



Obr. 1

Žádná z výše uvedených charakteristik prostoru, času, objektů nebo stavů hmotných bodů neplatí obecně:

1. Prostor z hlediska teorie relativity sám o sobě nemá smysl - je součástí obecnějšího

prostoročasu. Ten je v okolí velmi hmotných těles neeuklidovský - tj. je zakřivený. Těleso se pak pohybuje v tomto zakřiveném prostoročasu bez působení vnější síly po geodetice. Ale např. ve Sluneční soustavě je toto zakřivení malé - proto lze např. k výpočtům trajektorií kosmických sond použít klasickou mechaniku.

Pohyb bez působení vnější síly je dán právě zakřivením prostoročasu - těleso se pohybuje v dolíku, který prostoročas vytváří.

2. Z hlediska teorie relativity je čas každého pozorovatele jiný - závisí na pohybovém stavu pozorovatele, na tom, v jakém gravitačním poli se nachází, ... Při pohybu rychlostí, jejíž velikost je zanedbatelná vzhledem k velikosti rychlosti světla ve vakuu, a ve velkých vzdálenostech od hmotných objektů lze opět použít klasickou mechaniku.
3. Z hlediska kvantové mechaniky jsou objekty, které zkoumá (elektrony, atomy, ...), navzájem nerozlišitelné.
4. Stav hmotného bodu (tj. jeho polohu a hybnost) lze měřit jen s určitou nepřesností, jak vyplývá z Heisenbergových relací neurčitosti. Stav objektů (elektrony, atomy, ...) je popsán pomocí pravděpodobnosti a pomocí

vlnové funkce.

Newtonova mechanika je tedy pouze modelem reality, ale ukazuje se, že v řadě případů se jedná o model velmi dobrý a pro většinu výpočtů i dostatečně přesný. Ačkoliv vývoj fyziky během 20. století otřásl základy Newtonovské mechaniky a ukázal, že je vlastně „jen“ jakýmsi mezním případem pro pohyby, jejichž velikosti rychlostí jsou zanedbatelné ve srovnání s velikostí rychlosti světla ve vakuu, pro pohyby, které se dějí velmi daleko od velmi hmotných objektů, ..., zůstává Newtonovská mechanika oborem, který je pro moderní obory (teorie relativity, kvantová mechanika, ...) základem.

Zakladatelem klasické mechaniky je sir Isaac Newton (1643 - 1727), který v roce v roce 1686 publikoval *Philosophie naturalis principia mathematica* (*Matematické principy přírodních věd*). V tomto díle položil základy nejen mechaniky, ale i jejího matematického popisu založeného na diferenciálním počtu a integrálním počtu. Na první pohled by se mohlo zdát, že mechanika je v současné době překonaným oborem a že problémy, kterými se zabývá, již byly vyřešeny. Ve skutečnosti se ale řada fyziků k mechanice v současné době vrací, neboť s rozvojem výpočetní techniky a matematických programů lze simulovat a propočítávat ty jevy, které není možné analyticky vyřešit, nebo zahrnovat do jednodušších jevů komplikovanější podmínky (tření, odporové síly, nelinearitu, ...).

9.1.2 | Newtonovy zákony

Newtonovy zákony lze kromě klasické formulace formulovat i jinak.

PRVNÍ NEWTONŮV ZÁKON: EXISTUJE SOUŘADNÝ SYSTÉM (NAZÝVANÝ INERCIÁLNÍ), VŮČI NĚMUŽ SE KAŽDÝ IZOLOVANÝ HMOTNÝ BOD POHYBUJE ROVNOMĚRNĚ PŘÍMOČAŘE.

IZOLOVANÝ HMOTNÝ BOD JE PŘITOM BOD, NA KTERÝ NEPŮSOBÍ ŽÁDNÉ SÍLY.

Izolovaný bod je tedy odstíněn od všech „pravých“ sil - tj. vždy lze provést experiment tak, abychom dané rušivé silové působení odstranili. Jedinou silou, kterou odstínit nelze, je gravitace - i to lze ovšem experimentálně provést: budeme experimentovat ve velkých vzdálenostech od hmotných těles.

Bude-li foukat vítr, budeme experimentovat v zavřené místnosti, bude-li experiment rušit elektrostatické pole, provedeme experiment ve Faradayově kleci, ...

Tato formulace je silnější než běžná formulace prvního Newtonova zákona, protože je vlastně existenční větou pro inerciální systém. Z této formulace také vyplývá fakt, že inerciálních systémů existuje celá řada a jsou navzájem propojeny Galileovou transformací. V těchto systémech pak lze dobře formulovat druhý Newtonův zákon.

DRUHÝ NEWTONŮV ZÁKON: PRO KAŽDÝ

HMOTNÝ BOD EXISTUJE KONSTANTA m A VEKTOROVÁ FUNKCE $\vec{F}$ TAKOVÁ, ŽE JEHO POHYB VŮČI DANÉMU INERCIÁLNÍMU SYSTÉMU JE POPSÁN DIFERENCIÁLNÍ ROVNICÍ $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$.

Tato formulace druhého Newtonova zákona je vlastně implicitní definice setrvačné hmotnosti a síly.

Mechanika se nezabývá původem sil - pracuje s nimi obecně. Hledat původy a příčiny působení sil je předmětem zájmu jiných oborů fyziky:

1. teorie gravitace popisuje gravitační sílu $\overrightarrow{F_g}$: $\overrightarrow{F_g} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\overrightarrow{r_0}$;
2. teorie elektromagnetického pole popisuje sílu působící na nabitou částici, která se pohybuje v magnetickém poli: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$;
3. ...

Při popisu sil je rozumné klást jisté požadavky na jejich charakter. Síly by měly:

1. splňovat princip akce a reakce (popsaný zákonem akce a reakce);
2. být závislé na okamžitém stavu pohybujícího se tělesa (resp. hmotného bodu);
3. splňovat princip superpozice.

Každá z výše uvedených charakteristik je splněna pouze v rámci klasické mechaniky (Newtonovské mechaniky).

Princip akce a reakce spolu se závislostí na aktuálním stavu může být problematický v nestacionárních polích, princip superpozice neplatí v silných gravitačních polích (popsaných obecnou teorií relativity).

9.1.3 | Základní přístupy mechaniky

Mechanika při matematicko - fyzikálním popisu jevů a dějů, kterými se zabývá, uplatňuje dva základní přístupy:

1. vektorová mechanika - vyučuje se na základních školách a středních školách a při tomto popisu se využívají vektory, s nimiž pracoval už Newton, ačkoliv nebyly tehdy popsány matematicky;
2. analytická mechanika - základními veličinami, kterými se mechanika popisuje, jsou práce, kinetická energie, …obecně tedy skaláry. Pohybové rovnice získáme derivováním skalárů podle vhodných souřadnic. Tento přístup uplatňovali Leibnitz, Euler, Lagrange (Lagrangeův formalismus), Hamilton (Hamiltonův formalismus) a další.

9.1.3.1 | Popis gravitace

Různé přístupy k popisu fyzikálních jevů a dějů lze

ilustrovat na popisu gravitace. Tu lze popsat pomocí:

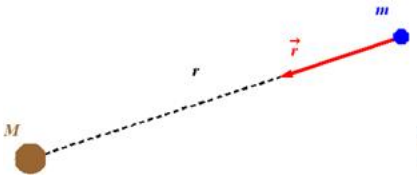
1. gravitační síly - popis provedl Newton a vychází z faktu, že na těleso o hmotnosti *m*, které se nachází ve vzdálenosti *r* od silového centra o hmotnosti *M* působí gravitační síla $\overrightarrow{F_g}$ daná vztahem $\overrightarrow{F_g} = G\frac{Mm}{r^2}\overrightarrow{r_0}$ (viz obr. 2);
2. pole potenciálu - pomocí pole potenciálu φ popsal gravitaci poprvé Poisson na základě hustoty hmoty ρ (viz obr. 3), pro kterou platí: $\Delta\varphi = 4\pi G\rho$;

Symbol $\Delta\varphi$ znamená operátor *laplace* aplikovaný na potenciál φ.

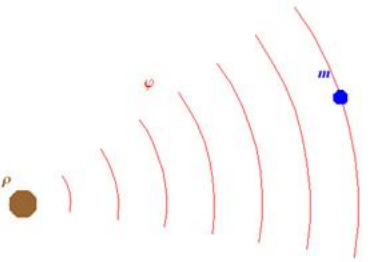
3. pole metriky - tímto způsobem popsal gravitaci Einstein svými tenzorovými rovnicemi: $G_{\mu\nu}\left(g_{\alpha\beta}\right) = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$ (viz obr. 4).

Přirozený přechod mezi uvedenými přístupy k popisu gravitace přitom lze udělat mezi přístupem Poissonovým a Einsteinovým, neboť oba tyto přístupy mají společnou koncepci. Poissonovu rovnici a Einsteinovy rovnice lze chápat tak, že určitý operátor aplikován na veličinu popisující v daném přístupu gravitaci (tj. $\Delta\varphi$ resp. $G_{\mu\nu}\left(g_{\alpha\beta}\right)$) je roven zdrojům gravitace (tj. $4\pi G\rho$ resp. $\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$).

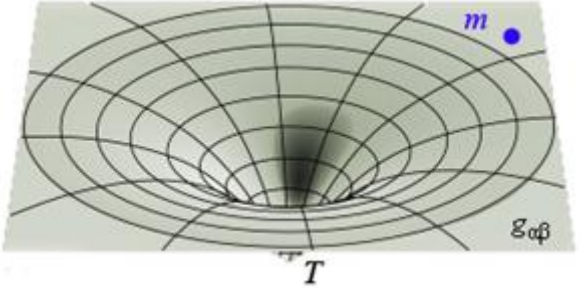
Newtonův přístup a Einsteinův přístup jsou od sebe koncepčně velmi daleko.



Obr. 2



Obr. 3



Obr. 4

9.1.3.2 | Význam alternativních popisů

Alternativní popisy mechaniky (tj. ty, které nevycházejí z Newtonova popisu) mají význam pro další studium fyziky:

1. otvírají cestu k popisu nemechanických

oborů fyziky, protože tyto alternativní přístupy lze zobecnit snáze než klasické přístupy;

2. jsou mohutnějšími nástroji pro řešení problémů - lze na základě nich odvodit rychlejší a efektivnější postupy;
3. využívají metody pokročilé matematiky;
4. jsou krásné a elegantní.

9.2 | POHYB HMOTNÝCH BODŮ PODROBENÝCH VAZBÁM

9.2.1 | Úvodní úvahy

Podle druhého Newtonova zákona lze psát

$$\vec{F} = m\vec{r}\,, \qquad (1)$$

kde $\vec{F}$ představuje vtištěnou sílu (pravou sílu).

Síly definované vztahem (1) se většinou nazývají inerciální síly.

Touto silou může být:

1. síla gravitační popisující homogenní

gravitační pole: $\vec{F_g} = G\frac{Mm}{r^2}\vec{r_0}$;

2. síla elektrostatická popisující homogenní elektrostatické pole: $\vec{F_e} = q\vec{E}$;
3. síla magnetická popisující homogenní magnetické pole: $\vec{F_m} = q\vec{v}\times\vec{B}$;
4. síla modelující tření: $\vec{F_t} = -\alpha\vec{v}$;
5. ...

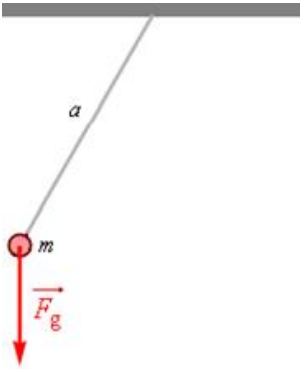
V rovnici (1) zatím není žádná omezující podmínka, a proto jí řešíme obecně v $\mathbb{R}^3$.

Neznámými jsou složky polohového vektoru závislé na čase, tj. $\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$.

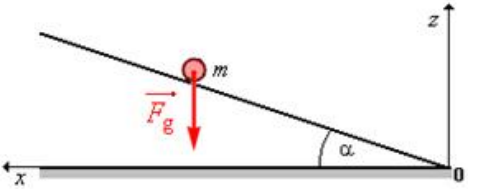
Gravitační síla popisuje volný pád. Pokud přidáme vhodnou vazbu, získáme popis např. matematického kyvadla. Hmotný bod se už nebude pohybovat po trajektorii ve tvaru úsečky, ale jeho pohyb bude nějak omezen - v tomto případě na část kružnice.

Příklad: Matematické kyvadlo

Na obr. 5 je zobrazeno matematické kyvadlo. Na hmotný bod působí gravitační síla $\vec{F_g}$. Podmínka, která omezí pohyb hmotného bodu tak, aby pohyb odpovídal pohybu matematického kyvadla, je: hmotný bod má konstantní vzdálenost od místa upevnění závěsu délky *a*. Tedy vazba $\varphi(x,y,z)$ je $\varphi(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$.



Obr. 5



Obr. 6

Příklad: Nakloněná rovina
Pohyb tělesa po nakloněné rovině je způsoben také gravitační silou (viz obr. 6). Omezení pouze na trajektorii ve tvaru úsečky po nakloněné rovině, lze provést zavedením vazby $\varphi(x,z) = z - x\,\mathrm{tg}\,\alpha = 0$.

Obecně lze každou plochu popsat implicitní funkcí $\varphi(x,y,z) = \varphi(\vec{r}) = 0$. Tato rovnice plochy pak představuje vazbu systému, která může být závislá na různých parametrech.

9.2.2 | Klasifikace vazeb

Vazby lze rozdělit do tří základních skupin, které lze dále ještě dělit:

1.

a) vazba oboustranná - popsaná rovnicí $\varphi\left(\vec{r}\right)=0$;

b) vazba jednostranná - popsaná nerovnicí $\varphi\left(\vec{r}\right)\geq 0$;

2.

a) vazba skleronomní - je vazba, která nezávisí na čase: $\varphi=\varphi\left(\vec{r}\right)$;

b) vazba reonomní - je vazba, která závisí na čase: $\varphi=\varphi\left(\vec{r},t\right)$;

3.

a) vazba holonomní - je vazba, která nezávisí na rychlosti: $\varphi=\varphi\left(\vec{r}\right)$;

b) vazba neholonomní - je vazba, která závisí na rychlosti: $\varphi=\varphi\left(\vec{r},\vec{v}\right)$.

Tuhé těleso je soustava hmotných bodů s dostatečným počtem vazeb typu $\varphi\left(\vec{r}\right)=0$.

Jednotlivé typy vazeb lze navzájem kombinovat - např. vazba popisující matematické kyvadlo je vazba oboustranná, skleronomní, holonomní.

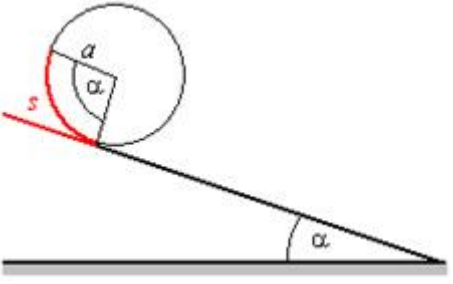
Pozor! Ne každá vazba závislá na rychlosti je vazba neholonomní. Neholonomní je jen taková vazba, v níž nelze rychlost vyintegrovat.

Pokud se lze tedy rychlosti v předpisu vazby zbavit, jedná se o vazbu holonomní.

Příklad: Nakloněná rovina s obručí

Po nakloněné rovině se valí bez podkluzování obruč o poloměru *a* (viz obr. 7). V určitém čase se odvalila o dráhu *s* a obruč se tedy otočila o úhel α. Vazba je tedy $\varphi = \dot{s} - a\dot{\alpha} = 0$. Tato podmínka je ovšem ekvivalentní podmínce $\varphi = s - a\alpha = 0$ (druhá podmínka vznikne integrací první podmínky).

První podmínka vyplývá z úvah o rovnosti rychlosti, kterou se posouvá po nakloněné rovině bod dotyku obruče s nakloněnou rovinou, a obvodové rychlosti obruče. Druhá podmínka (zitegrovaná) vyplývá z úvah o rovnosti dráhy, kterou opsala obruč na nakloněné rovině, a dráhy, o kterou se obruč pootočila.



Obr. 7

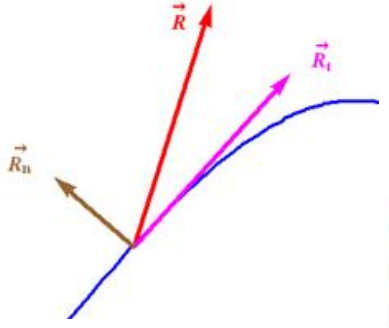
Vazba, která je neholonomní (tj. závisí na rychlosti), je vazba popisující např. valení mince bez podkluzování na

vodorovné podložce.

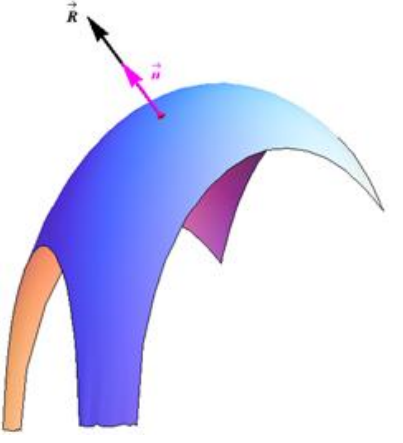
9.2.3 | Lagrangeovy rovnice I. druhu

Na základě praxe lze vyslovit axiom:

VAZBOVÉ SÍLY $\vec{R}$ HOLONOMNÍCH VAZEB $\varphi\left(\vec{r},t\right)=0$ PŮSOBÍ VŽDY KOLMO NA PLOCHU POPSANOU ROVNICÍ $\varphi=0$.



Obr. 8



Obr. 9

Pokud by vazbové síly působily na plochu jinak, než kolmo (viz obr. 8), zahrneme do vazbových sil pouze složky kolmé na danou plochu. Ostatní složky vazbových sil zahrneme do vtištěných sil (pravých sil).

Tento poznatek je plně ve shodě s praxí: budeme-li uvažovat ideální situace bez třecích sil, bude mít vazbová síla vždy směr kolmý k dané ploše.

Rovnici (1) můžeme tedy přepsat ve tvaru

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} + \vec{R}. \qquad (2)$$

Na základě obr. 9 lze psát

$$\vec{R} = \lambda \vec{n}, \qquad (3)$$

kde $\vec{n}$ je normálový vektor plochy dané rovnicí $\varphi = 0$ a $\lambda \in \mathbb{R}$.

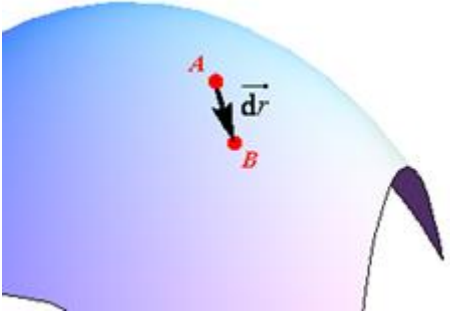
Vztah (3) říká, že vektor vazbové síly $\vec{R}$ je násobkem normálového vektoru $\vec{n}$ plochy, což znamená, že tyto dva vektory jsou vzájemně rovnoběžné. Vzhledem k tomu, že vektor $\vec{n}$ je kolmý k tečné rovině sestrojené k dané ploše v uvažovaném bodě (tj. „je kolmý k ploše“), „je kolmý k ploše“ i vektor $\vec{R}$ (což požadujeme).

Další z matematických vlastností plochy dané rovnicí $\varphi = 0$ lze zapsat ve tvaru

$$\vec{n} = \operatorname{grad}\varphi. \qquad (4)$$

Vlastnost (4) lze dokázat matematicky jednoduchou úvahou. Předpokládejme, že na ploše jsou dány dva body $A = [x_1, x_2, x_3]$ a $B = [x_1 + \mathrm{d}x_1, x_2 + \mathrm{d}x_2, x_3 + \mathrm{d}x_3]$ (viz obr. 10).

Oba tyto body leží na ploše popsané rovnicí $\varphi\left(\vec{r}\right)=0$. Proto platí $\varphi\left(\overrightarrow{r_A}\right)=0$ a $\varphi\left(\overrightarrow{r_B}\right)=\varphi\left(\overrightarrow{r_A}+\overrightarrow{dr}\right)=0$, přičemž $\overrightarrow{r_A}=\left(x_1, x_2, x_3\right)$ a $\overrightarrow{r_B}=\overrightarrow{r_A}+\overrightarrow{dr}=\left(x_1+dx_1, x_2+dx_2, x_3+dx_3\right)$. Rozdíl $\varphi\left(\overrightarrow{r_A}+\overrightarrow{dr}\right)-\varphi\left(\overrightarrow{r_A}\right)=0$ lze rozepsat podle Taylorova rozvoje: $\varphi\left(\overrightarrow{r_A}\right)+\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial\varphi\left(\overrightarrow{r_A}\right)}{\partial x_i}.dx_i+\ldots-\varphi\left(\overrightarrow{r_A}\right)=0$. Zanedbáme-li členy vyšších řádů, dostaneme: $\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial\varphi\left(\overrightarrow{r_A}\right)}{\partial x_i}.dx_i=0$, což lze přepsat ve formě skalárního součinu $\mathrm{grad}\varphi\left(\overrightarrow{r_A}\right).\overrightarrow{dr}=0$. Skalární součin dvou nenulových vektorů je nulový tehdy, jsou-li uvažované nenulové vektory na sebe kolmé. Vzhledem k tomu, že při uvažovaných vzdálenostech bodů *A* a *B* od sebe, leží vektor $\overrightarrow{dr}$ v ploše popsané rovnicí $\varphi\left(\vec{r}\right)=0$, má vektor $\mathrm{grad}\varphi\left(\overrightarrow{r_A}\right)$ směr normály k dané ploše v bodě *A*. Proto obecně platí, že $\vec{n}=\mathrm{grad}\varphi$.



Obr. 10

Dosadíme-li vztahy (3) a (4) postupně do vztahu (2), dostaneme: $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} + \vec{R} = m\ddot{\vec{r}} + \lambda\vec{n} = m\ddot{\vec{r}} + \lambda \mathrm{grad}\varphi$.

LAGRANGEOVY ROVNICE I. DRUHU JSOU ROVNICE VE TVARU

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} + \lambda \mathrm{grad}\varphi \tag{5}$$

A

$$\varphi\left(\vec{r}, t\right) = 0\,. \tag{6}$$

Koeficient λ vystupující v Lagrangeových rovnicích, které francouzský fyzik Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813) publikoval v roce 1775, se většinou nazývá Lagrangeův multiplikátor.

Lagrangeovy rovnice jsou vlastně 4 rovnice (rovnici (5) lze rozepsat ve třech souřadnicích) o čtyřech neznámých: $\vec{r}(t) = \left(x(t), y(t), z(t)\right)$ a λ.

Lagrangeovy rovnice lze aplikovat při řešení řady úloh.

Příklad: Odtržení hmotného bodu do balonu

Na povrchu balonu o poloměru *a*, který se nachází v homogenním gravitačním poli, je v jeho nejvyšším bodě hmotný bod o hmotnosti *m*. Hmotný bod se začne bez

tření pohybovat po povrchu balonu. V jaké výšce nad povrchem podložky, na níž je balon položen, se hmotný bod od balonu odtrhne?

Řešení: Situace je zobrazena na obr. 11. Vazbu, která popisuje danou plochu, by bylo možné definovat jako jednostrannou, ale lépe je vazba oboustranná: lze vyjít z analogie, v níž se hmotný bod pohybuje v trubičce (která je na povrchu balonu). Hmotný bod se odtrhne právě tehdy, když bude velikost vazbové síly nulová, tj. $R = 0$.

Na základě rovnic (5) a (6) a obr. 11 lze psát:

$$m\ddot{x} = \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$m\ddot{y} = -mg + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

Tyto rovnice lze s využitím rovnice

$$\varphi(x, y) = x^2 + y^2 - a^2 = 0$$

vazby přepsat:

$$m\ddot{x} = 2\lambda x$$
$$m\ddot{y} = -mg + 2\lambda y$$
$$\varphi(x, y) = x^2 + y^2 - a^2 = 0$$

Další postup řešení provedeme pomocí dvou „triků“. Prvním z nich je vyjádřit první derivaci a druhou derivaci rovnice vazby φ podle času: $\dot{\varphi} = 2x\dot{x} + 2y\dot{y} = 0$ a $\ddot{\varphi} = 2\dot{x}\dot{x} + 2x\ddot{x} + 2\dot{y}\dot{y} + 2y\ddot{y}$. Úpravou druhé derivace postupně dostáváme: $\ddot{\varphi} = 2(x\ddot{x} + y\ddot{y}) + 2\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right) = 2(x\ddot{x} + y\ddot{y}) + 2v^2 = 0$.

Tedy $x\ddot{x} + y\ddot{y} = -v^2$.

Lagrangeovy rovnice upravíme na tvar $\begin{matrix} m\ddot{x}x = 2\lambda x^2 \\ m\ddot{y}y = -mgy + 2\lambda y^2 \end{matrix}$ a sečteme: $m\left(\ddot{x}x + \ddot{y}y\right) = -mgy + 2\lambda\left(x^2 + y^2\right)$. Do levé strany dosadíme výraz, který jsme získali úpravou druhé časové derivace vazby, do pravé strany rovnice dosadíme z rovnice vazby. Tak získáme: $-mv^2 = -mgy + 2\lambda a^2$. Z této rovnice by bylo možné vyjádřit λ v závislosti na *y* a *v* a dosadit do Lagrangeových rovnic. Integrováním bychom získali $x(t)$ a $y(t)$.

Lze ovšem postupovat i jinak. Potřebujeme mít ovšem další vztah, který bude svazovat polohu a rychlostí - a to je druhý „trik“. Tímto vztahem je zákon zachování mechanické energie ve tvaru: $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgy = mga$, kde *y* je vzdálenost podložky od místa odtržení hmotného bodu od balonu.

Do rovnice $-mv^2 = -mgy + 2\lambda a^2$ dosadíme ze zákona zachování mechanické energie a získáme: $-\left(2mga - 2mgy\right) = -mgy + 2\lambda a^2$. Odtud lze psát: $\lambda = \frac{3y - 2a}{2a^2}mg$. Hmotný bod se od balonu odtrhne, je-li $R = 0$, z čehož vyplývá $\lambda = 0$. Tedy $y = \frac{2}{3}a$.

Hmotný bod se tedy od balonu odtrhne ve výšce $y = \frac{2}{3}a$ nad podložkou, na níž balon leží.

Zákon zachování mechanické energie použitý při

řešení předchozí úlohy vyplývá z pohybových rovnic, tj. z Lagrangeových rovnic I. druhu použitých při řešení úlohy.

Rovnice $\begin{matrix} m\ddot{x} = 2\lambda x \\ m\ddot{y} = -mg + 2\lambda y \end{matrix}$ lze přepsat do tvaru $\begin{matrix} m\ddot{x}\dot{x} = 2\lambda x\dot{x} \\ m\ddot{y}\dot{y} = -mg\dot{y} + 2\lambda y\dot{y} \end{matrix}$ a sečíst je. Tak získáme rovnici $m\left(\ddot{x}\dot{x} + \ddot{y}\dot{y}\right) = -mg\dot{y} + 2\lambda\left(x\dot{x} + y\dot{y}\right)$, kterou lze přepsat ve tvaru $\left[\frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right)\right]^{\cdot} = -\left(mgy\right)^{\cdot} + \lambda\left(x^2 + y^2 - a^2\right)^{\cdot}$. S využitím první časové derivace rovnice vazby lze psát $\left[\frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right)\right]^{\cdot} = -\left(mgy\right)^{\cdot} + 0$ a po integrování $\frac{1}{2}mv^2 = -mgy + konst$. Tedy $\frac{1}{2}mv^2 + mgy = konst$, což je formulace zákona zachování mechanické energie.

Analogicky lze zákon zachování mechanické energie z Lagrangeových rovnic I. druhu odvodit vždy, když tyto rovnice budou obsahovat skleronomní holonomní vazby. Pokud by rovnice vazby φ byla závislá na čase, její první derivace podle času nebude nulová. To by znamenalo, že energii je nutné během uvažovaného děje dodávat nebo odebírat. Zákon zachování mechanické energie by již neplatil.

Vazbové síly jsou kolmé k vazbě (viz vztahy (3) a (4)) a hmotný bod se pohybuje po vazbě. To znamená, že vazbové síly jsou kolmé ke směru pohybu hmotného bodu, a tedy práce, kterou vazbové síly vykonají, je nulová.

9.2.4 | Zobecnění Lagrangeových rovnic na N hmotných bodů a v vazeb

Lagrangeovy rovnice I. druhu popisující pohyb jednoho hmotného bodu lze zobecnit na pohyb *N* hmotných bodů a *v* vazeb.

LAGRANGOVY ROVNICE I. DRUHU PRO N HMOTNÝCH BODŮ A v VAZEB JSOU ROVNICE VE TVARU

$$m_i \ddot{x}_i = F_i + \sum_{k=1}^{v} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i} \qquad (7)$$

A

$$\varphi_k \left(x^i, t \right) = 0 \text{ pro } k = 1, 2, \ldots, v, \qquad (8)$$

KDE $x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, \ldots, x^{3N}$ JSOU KARTÉZSKÉ SOUŘADNICE N HMOTNÝCH BODŮ.

Rovnice (7) a (8) tvoří soustavu $3N + v$ rovnic o stejném počtu neznámých: x^i pro $i = 1, 2, \ldots, 3N$ a λ_k pro $k = 1, 2, \ldots, v$. Tyto rovnice by bylo možné zobecnit i na neholonomní vazby, ale pouze takové, které závisí na rychlosti lineárně.

Psaní indexů nahoru nebo dolů za příslušnou

proměnnou vyžaduje hlubší studium diferenciální geometrie, během kterého se ukáže rozdíl mezi varietou, formou, vektorem, ... Na úrovni teoretické mechaniky a v euklidovském prostoru by bylo možné psát všechny indexy dole.

Souřadnice $x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, ..., x^{3N}$ jsou řazeny tak, že souřadnice x^1, x^2, x^3 určují polohu prvního hmotného bodu, souřadnice x^4, x^5, x^6 určují polohu druhého hmotného bodu, ... Analogicky jsou indexovány složky vektoru síly.

V uvedeném systému indexování pak platí

$m_1 = m_2 = m_3 = m_{\text{prvního hmotného bodu}}$,

$m_4 = m_5 = m_6 = m_{\text{druhého hmotného bodu}}$, ...

Analogický popis soustavy hmotných bodů, jejichž pohyb je omezen vazbami, lze udělat i pomocí jedné rovnice. Tím ovšem přecházíme od vektorové mechanice k analytické mechanice.

9.2.5 | d'Alembertův princip

Autorem tohoto principu je Jean Le Rond d'Alembert (1717 - 1783), který tento princip publikoval v roce 1742.

SYSTÉM N HMOTNÝCH BODŮ SE VYVÍJÍ TAKOVÝM ZPŮSOBEM, ŽE PLATÍ:

$$\sum_{i=1}^{3N} \left(m_i \ddot{x}_i - F_i^{\prime}\right) \delta x^i = 0 \,, \qquad (9)$$

KDE δx^i JSOU SLOŽKY TZV. VIRTUÁLNÍHO POSUNUTÍ.

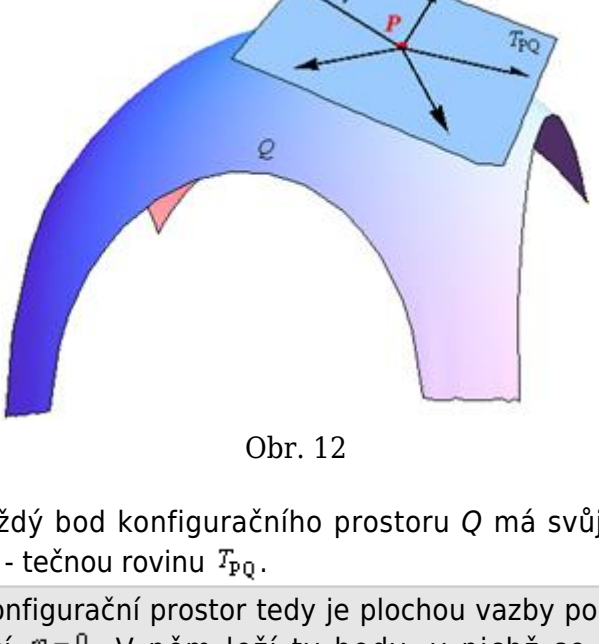
Rovnicí (9) tak vlastně d'Alembert přeformuloval Newtonovu mechaniku pomocí nového přístupu. Základní představa byla taková, že virtuální posunutí jsou nekonečně malá posunutí, která jsou v souladu s vazbami $\varphi_k\left(x^i, t\right) = 0$. Složka δx^i virtuálního posunutí tak vlastně odpovídá změně polohy hmotného bodu, tj. odpovídá změně souřadnice x^i.

Pokud tedy rovnice (9) platí pro všechna δx^i, odpovídají složky sil $F_i^{\prime}$ složkám zrychlení $\ddot{x}_i$ a pohyb hmotného bodu lze uskutečnit. Na základě $\ddot{x}_i$ můžeme určit polohu hmotného bodu v čase a můžeme tak konstruovat jeho trajektorii implicitním způsobem.

Rovnice (9) je tedy splněna tehdy, pokud složky sil $F_i^{\prime}$ a složky zrychlení $\ddot{x}_i$ jsou vzájemně dobře nastaveny.

Virtuální posunutí se složkami δx^i je pojem, který zavedl d'Alembert a jeho kolegové. Z hlediska současné interpretace lze na virtuální posunutí nahlížet jako na tečný vektor $\vec{v}$, který je sestrojen v daném bodě *P* plochy k této ploše, po níž se hmotný bod pohybuje. Jedná se o tzv. konfigurační prostor *Q*, který je popsán rovnicí $\varphi = 0$. Všechny uvažované tečné vektory pak leží v tečné rovině

T_{PQ} sestrojené v bodě P (viz obr. 12). Proto platí $\vec{v} = \left(v^1, v^2, v^3, \ldots, v^{3N}\right) = \left(\delta x^1, \delta x^2, \delta x^3, \ldots, \delta x^{3N}\right)$.



Obr. 12

Každý bod konfiguračního prostoru Q má svůj tečný prostor - tečnou rovinu T_{PQ}.

Konfigurační prostor tedy je plochou vazby popsané rovnicí $\varphi = 0$. V něm leží ty body, v nichž se může pohybující se hmotný bod nacházet.

V rovnici (9) tedy testujeme výchylku hmotného bodu z bodu, v němž se právě nachází, do všech tečných směrů popsaných tečnými vektory $\vec{v}$ ležícími v T_{PQ}.

D'ALEMBERTŮV PRINCIP JE EKVIVALENTNÍ LAGRANGEOVÝM ROVNICÍM I. DRUHU (VIZ

ROVNICE (7) A (8)) A TEDY JE EKVIVALENTNÍ I NEWTONOVÝM ROVNICÍM S (HOLONOMNÍMI) VAZBAMI.

Toto tvrzení lze dokázat.

Nejdříve dokážeme implikaci, že z Lagrangeových rovnic I. druhu (tj. ze vztahů (7) a (8)) vyplývá d'Alembertův princip (vztah (9)).

Rovnici $m_i\ddot{x}_i = F_i + \sum_{k=1}^{v} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i}$ upravíme na tvar $m_i\ddot{x}_i - F_i = \sum_{k=1}^{v} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i}$ a vynásobíme složkou virtuálního posunutí δx^i a sečteme: $\sum_{i=1}^{3N} (m_i\ddot{x}_i - F_i)\delta x^i = \sum_{i=1}^{3N}\sum_{k=1}^{v} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i}\delta x^i$. Nyní zaměníme pořadí sčítání na pravé straně rovnice $\sum_{i=1}^{3N} (m_i\ddot{x}_i - F_i)\delta x^i = \sum_{k=1}^{v} \lambda_k \sum_{i=1}^{3N} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i}\delta x^i$. Pokud uvědomíme, že $\frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i}$ je složka gradientu φ a δx^i je složka tečného vektoru, můžeme psát $\sum_{i=1}^{3N} (m_i\ddot{x}_i - F_i)\delta x^i = \sum_{k=1}^{v} \lambda_k \operatorname{grad}\varphi_k \cdot \vec{v}$. Gradient plochy φ má ovšem směr normály k této ploše (viz vztah (4)) a je tedy kolmý k tečně (resp. k tečné rovině) v daném bodě. Je tedy kolmý i k tečnému vektoru $\vec{v}$ a jejich skalární součin je nulový. Proto $\sum_{i=1}^{3N} (m_i\ddot{x}_i - F_i)\delta x^i = 0$.

Důkaz obrácené implikace, tj. že ze vztahu (9)

vyplývají vztahy (7) a (8) provedeme úvahou. Uvážíme dva případy:

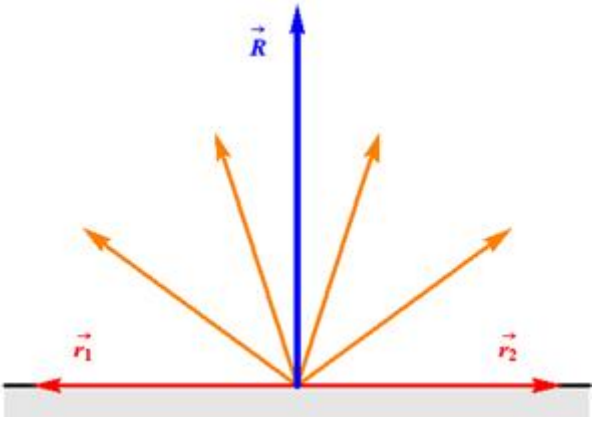
1. neexistuje vazba - to znamená, že složky virtuálního posunutí $\delta x^1, \delta x^2, \delta x^3, \ldots, \delta x^{3N}$ jsou navzájem nezávislé a tedy $m_i \ddot{x}_i - F_i = 0$ pro všechna *i* od 1 do 3*N*;
2. existují vazby - to znamená, že složky virtuálního posunutí $\delta x^1, \delta x^2, \delta x^3, \ldots, \delta x^{3N}$ obecně nejsou navzájem nezávislé. Metodou Lagrangeových multiplikátorů lze dokázat, že musí existovat systém $3N + v$ rovnic, které splňují podmínky (7) a (8).

Fakt, že složky $\delta x^1, \delta x^2, \delta x^3, \ldots, \delta x^{3N}$ nejsou obecně nezávislé si lze představit následující úvahou: když jdeme ze schodů, jdeme dopředu, ale zároveň jdeme dolů. Tj. díky existenci vazby (schody) nemůže naše rychlost mířit libovolným směrem. Složky $\delta x^1, \delta x^2, \delta x^3, \ldots, \delta x^{3N}$ jsou složkami tečných vektorů. A vektor rychlosti je k dané ploše vždy tečný.

Metoda Lagrangeových multiplikátorů se používá v matematické analýze při hledání vázaných extrémů funkcí více proměnných.

Rovnice (9) platí jen pro vratná virtuální posunutí δx^i, tj. taková posunutí, že k posunutí δx^i existuje také

posunutí $-\delta x^i$. V případě oboustranných vazeb jsou všechna posunutí vratná. V případě jednostranných vazeb by vratná posunutí byla jen dvě - viz obr. 13, na kterém jsou zakreslena vratná posunutí $\vec{r_1}$ a $\vec{r_2}$. (Obrázek je schématický a platí i pro zakřivené vazbové plochy nikoliv jen pro rovinu.)



Obr. 13

Pokud bychom v případě jednostranných vazeb uvažovali i nevratná virtuální posunutí, změnil by se tvar d'Alembertova principu (9) na tvar

$$\sum_{i=1}^{3N} \left(m_i \ddot{x}_i - F_i\right) \delta x^i \leq 0 . \qquad (10)$$

Na základě vztahu (9) lze najít i dva speciální případy

d'Alembertova principu:

1. není žádná vazba - to znamená, že složky virtuálního posunutí $\delta x^1, \delta x^2, \delta x^3, \ldots, \delta x^{3N}$ jsou libovolné a na sobě navzájem nezávislé. Vztah (9) pak lze psát ve tvaru

$$m_i \ddot{x}_i - F = 0 \qquad (11)$$

pro všechna $i = 1, 2, \ldots, 3N$. Získáme tak 3*N* na sobě nezávislých Newtonových rovnic.

2. není žádný pohyb - to znamená, že $\ddot{x}_i = 0$ pro všechna $i = 1, 2, \ldots, 3N$ a tedy platí

$$\sum_{i=1}^{3N} F_i \delta x^i = 0 \,. \qquad (12)$$

Občas je vhodné takovou situaci (tj. silové působení bez pohybu) studovat: stabilita mostů, statické konstrukce (např. vysílačů, stožárů vysokého napětí, ...) a podobně.

VZTAH (12) DEFINUJE PRINCIP VIRTUÁLNÍ PRÁCE, KTERÁ BY SE VYKONALA, KDYBY SE HMOTNÝ BOD VYCHÝLIL ZE SVÉHO ROVNOVÁŽNÉHO STAVU.

Tento poznatek odvodil Johann Bernoulli (1667 - 1748) v roce 1717, ale základy principu virtuální práce byly známy již od starověku.

Na základě vztahu (12) lze právě rovnovážný stav poznat: vztah (12) totiž v rovnovážném stavu musí platit pro všechna virtuální posunutí.

Je-li těleso v rovnovážném stavu (viz obr. 14), tak ať ho vychýlíme jakýmkoliv směrem, který vazby systému umožňují, tak se vždy vrátí do rovnovážného stavu. V případě nerovnovážného stavu (viz obr. 15) to neplatí.

V případě určitého typu sil se situace zjednoduší. Tyto síly se nazývají konzervativní síly.

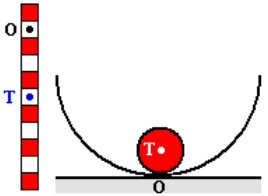
Pro konzervativní síly platí

$$\delta V = 0 . \qquad (13)$$

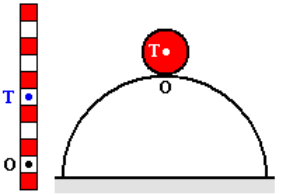
To ovšem znamená, že potenciální energie může mít extrém - existují tedy tři možnosti:

1. potenciální energie nabývá minima - jedná se o stabilní rovnovážnou polohu (viz obr. 14);
2. potenciální energie nabývá maxima - jedná se o labilní rovnovážnou polohu (viz obr. 15);
3. potenciální energie nemá extrém - jedná se o indiferentní rovnovážnou polohu (viz obr. 16).

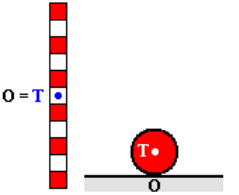
Podmínka (13) udává podmínku rovnováhy, ale není možné usoudit o jaký z právě uvedených tří možných případů se jedná.



Obr. 14



Obr. 15



Obr. 16

Symbol δV se používá z historických důvodů a lze místo něj psát totální diferenciál $\mathrm{d}V$.

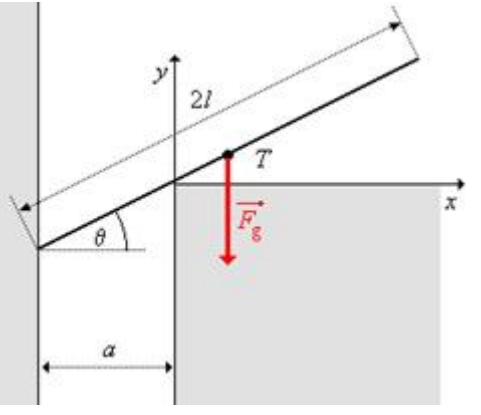
Příklad: Rovnováha tyčky mezi stěnou a hranou
Homogenní tyč délky 2*l* je umístěna mezi stěnou a hranou, které jsou ve vzájemné vzdálenosti *a*. Při jaké poloze bude tyč v rovnovážné poloze?
Řešení: K řešení využijeme d'Alembertův princip v jeho speciální podobě podle vztahu (12). Hledáme rovnovážnou polohu, tj. stav systému (tyče) bez rotace a posunutí - budeme tedy uvažovat pouze jedinou sílu, která na tyč působí: gravitační sílu $\overrightarrow{F_g}$ (viz obr. 17). Na základě této úvahy a vztahu (12) lze psát $\sum_{i=1}^{3} F_i \delta x^i = 0$, tj. $F_x \delta x + F_y \delta y + F_z \delta z = 0$ a po dosazení: $0 - mg\,\delta y + 0 = 0$. Odtud získáme $\delta y = 0$. To znamená, že rovhovážná poloha nastává tehdy, pokud se *y*-ová souřadnice polohy těžiště nemění.

Představíme-li si pohyb tyče v souladu s danými

vazbami, tak se její těžiště bude pohybovat po části kružnice. V místě, kde nastává rovnováha, se *y*-ová souřadnice jeho polohy skutečně nemění.

Polohu tyče je dobré popsat pomocí úhlu ϑ, který svírá tyč s kladnou částí osy *x*. Pak lze pro *y*-ovou souřadnici těžiště, která je závislá na úhlu ϑ, psát: $y = l\sin\vartheta - a\,\mathrm{tg}\,\vartheta$. Proto $\delta y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\vartheta}\delta\vartheta = \left(l\cos\vartheta - \frac{a}{\cos^2\vartheta}\right)\delta\vartheta$. Vzhledem k tomu, že má platit $\delta y = 0$ pro všechna $\delta\vartheta$, musí být $l\cos\vartheta - \frac{a}{\cos^2\vartheta} = 0$. Odtud získáme, že $\cos\vartheta = \sqrt[3]{\frac{a}{l}}$.

Tyč je v rovnovážné poloze, svírá-li s vodorovným směrem úhel ϑ, který je dán vztahem $\cos\vartheta = \sqrt[3]{\frac{a}{l}}$.



Obr. 17

9.2.6 | ***Jourdainův a Gaussův princip

Kromě d'Alembertova principu (viz vztah (9)) existují ještě dva další, které se ovšem v praxi příliš nepoužívají:

1. Jourdainův princip vyjádřený vztahem

$$\sum_{i=1}^{3N} \left(m_i \ddot{x}_i - F_i\right) \delta x^i = 0\,; \tag{14}$$

2. Gaussův princip vyjádřený vztahem

$$\sum_{i=1}^{3N} \left(m_i \ddot{x}_i - F_i\right) \delta x^i = 0\,. \tag{15}$$

9.3 | LAGRANGEŮV FORMALISMUS

9.3.1 | Základní pojmy

Lagrangeův formalismus je zobecněním Newtonova popisu mechaniky. Výhody Lagrangeova formalismu jsou zejména:

1. snadný popis systému bez nutnosti hledat rozklady sil;
2. poskytuje návod na samotné řešení sestavených rovnic (tzv. integrály pohybu);

3. lze ho relativně snadno zobecnit v dalších oborech fyziky (teorie elektromagnetického pole a Maxwellovy rovnice, ...).

K popisu Lagrangeova formalismu je nutné:

1. zavést efektivnější popis systému než dosud - zavedeme tzv. konfigurační prostor zobecněných souřadnic;
2. odvodit dynamický zákon - tzv. Lagrangeovy rovnice II. druhu.

Tento dynamický zákon bude ekvivalentním popisem systému, jaký poskytovaly např. Newtonovy rovnice. Tento popis je ale obecnější a má výše uvedené výhody.

9.3.2 | Konfigurační prostor

Vytvoření konfiguračního prostoru se řídí několika základními pravidly:

1. místo kartézských souřadnic $\left(x^1, x^2, x^3, \ldots, x^{3N}\right)$ se používají zobecněné souřadnice $\left(q^1, q^2, q^3, \ldots, q^n\right)$, kde *n* je počet stupňů volnosti daného systému;
2. používá se jen tolik zobecněných souřadnic, kolik je nezbytně nutných;
3. konfigurační prostor sám o sobě nestačí - musíme zavést ještě prostor rychlostí.

9.3.2.1 | Motivační příklad

Příklad: Pohyb planet
Nalezněte tvar trajektorie, po které se pohybují planety kolem Slunce.
Řešení: Planety se pohybují v rovině pod vlivem centrální gravitační síly $\overrightarrow{F_g}$, která je dána vztahem: $\overrightarrow{F_g} = G\frac{Mm}{r^2}\overrightarrow{r_0} = G\frac{Mm}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} = G\frac{Mm}{r^3}\vec{r}$. Tato síla je silou, která uděluje tělesu o hmotnosti *m* zrychlení $\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$. Proto můžeme v jednotlivých složkách kartézského systému souřadnic psát:

$$m\ddot{x} = -G\frac{Mmx}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3}$$

$$m\ddot{y} = -G\frac{Mmy}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3}$$. Úpravou těchto rovnic získáme

$$m\ddot{z} = 0$$

$$\ddot{x} = -G\frac{Mx}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3}$$

$$\ddot{y} = -G\frac{My}{\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^3}$$, což je stále velmi komplikovaný

$$\ddot{z} = 0$$

výraz pro další výpočet.

V polárních souřadnicích lze zadaný problém popsat jednodušeji pomocí rovnic:

$$m\left(\ddot{r}-r\dot{\varphi}^2\right)=-G\frac{Mm}{r^2} \qquad \ddot{r}-r\dot{\varphi}^2=-G\frac{M}{r^2}$$

$$m\frac{\left(r^2\dot{\varphi}\right)^{\cdot}}{r}=0 \qquad \frac{\left(r^2\dot{\varphi}\right)^{\cdot}}{r}=0$$

$$m\ddot{z}=0 \qquad \ddot{z}=0$$

, které lze upravit na tvar .

Ze druhé rovnice okamžitě vyplývá, že $r^2\dot{\varphi}=K=konst.$ a tedy $\dot{\varphi}=\frac{K}{r^2}$. Dosazením do první rovnice získáme rovnici $\ddot{r}=\frac{K^2}{r^3}-G\frac{M}{r^2}$, jejímž řešením je $r=\frac{p}{1+\varepsilon\cos\varphi}$, kde $p=\frac{k^2}{GM}$.

Rovnice $r=\frac{p}{1+\varepsilon\cos\varphi}$ přitom vyjadřuje rovnici kuželosečky v polárních souřadnicích. V závislosti na parametru ε získáme jednotlivé typy kuželoseček:

1. pro $\varepsilon=0$ se jedná o kružnici;
2. pro $\varepsilon\in(0;1)$ se jedná o elipsu;
3. pro $\varepsilon=1$ a zároveň $\cos\varphi=-1$ se jedná o parabolu;
4. pro $\varepsilon>1$ se jedná o hyperbolu.

Z uvedeného příkladu je zřejmé, že popis problému v jiných než kartézských souřadnicích je výhodnější a snadněji se řeší. Proto se zavádějí zobecněné souřadnice.

Podrobněji je tato problematika rozebrána u pohybu planet.

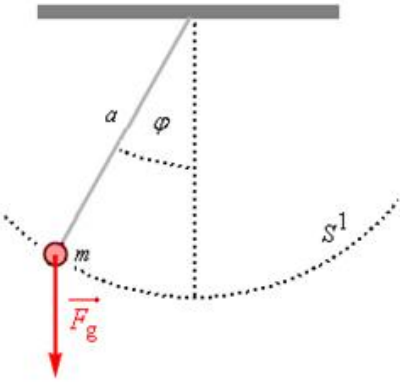
9.3.2.2 | Zobecněné souřadnice

ZOBECNĚNÉ SOUŘADNICE JSOU LIBOVOLNÉ PARAMETRY, KTERÉ JEDNOZNAČNĚ POPISUJÍ VŠECHNY MOŽNÉ KONFIGURACE DANÉHO SYSTÉMU.

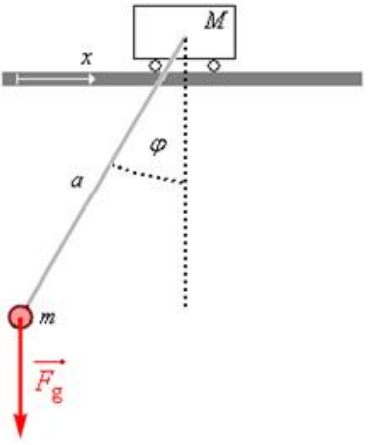
Všechny možné konfigurace, které zobecněné souřadnice popisují, jsou tvary trajektorií, polohy hmotných bodů, ...

Slovo konfigurace je použito záměrně - zobecněné souřadnice totiž nepopisují stav! Abychom získali popis stavu hmotného bodu, je nutné ještě „něco přidat“ (musíme přidat prostor rychlostí).

Zobecněnými souřadnicemi mohou být kartézské souřadnice, polární souřadnice, úhly, ... Volíme je tak, aby jednoznačně popisovaly konfiguraci daného systému a přitom tento popis byl co možná nejvýhodnější pro další výpočty.



Obr. 18



Obr. 19

Použití zobecněných souřadnic bude ukázáno na několika příkladech:

1. kyvadlo (viz obr. 18) - zobecněnou souřadnicí je úhel φ, který popisuje výchylku hmotného bodu z rovnovážné polohy, tj. $q^1 = \varphi$. Konfiguračním prostorem je kružnice S^1.
2. eliptické kyvadlo (viz obr. 19) - je realizováno tělesem o hmotnosti *M*, které se může bez tření pohybovat po úsečce po vodorovné podložce a k němuž je zavěšeno na vlákně zanedbatelné hmotnosti těleso o hmotnosti *m*. Těleso o hmotnosti *m* se pohybuje vždy proti pohybu tělesa

o hmotnosti *M*, což vyplývá ze zákona zachování hybnosti (těžiště soustavy zůstává na místě). Proto se těleso o hmotnosti *m* pohybuje po elipse. Vhodnými zobecněnými souřadnicemi jsou poloha tělesa o hmotnosti *M* a výchylka tělesa o hmotnosti *m* z rovnovážné polohy - tedy $q^1 = x$ a $q^2 = \varphi$. Konfiguračním prostorem je válcová plocha - tj. prostor $\mathbb{R} \times S^1$.

Souřadnice *x* může nabývat hodnot z určitého intervalu reálných čísel - těleso o hmotnosti *M* se pohybuje po úsečce. Souřadnice φ omezuje pohyb tělesa o hmotnosti *m* na kružnici.

3. dvě spojené pružiny (viz obr. 20) - pružiny kmitají jen v jednom směru (na podložce, na které leží). Pro popis systému se nabízí několik souřadnic: vzdálenosti těles upevněných na pružinách od místa upevnění první pružiny k nehybné stěně, délky pružin, … Nejvhodnější na popis jsou ale výchylky pružin od rovnovážné polohy. Proto $q^1 = x_1$ a $q^2 = x_2$.

x_1 a x_2 jsou konkrétní čísla, nikoliv označení souřadnic - proto mají index dole.

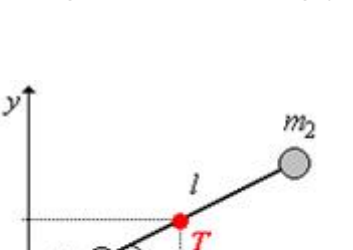
4. činka (viz obr. 21) - při popisu se omezíme

jen na pohyb v rovině. Optimální popis lze udělat pomocí souřadnice polohy těžiště (popisuje translační pohyb těžiště) a úhlu natočení činky (popisuje rotační pohyb). Proto $q^1 = x$, $q^2 = y$ a $q^3 = \vartheta$.

Po zobecnění na pohyb v prostoru a nahrazení tyčky pružinkou získáme velmi dobré přiblížení pro popis dvouatomových molekul. Kromě translačního pohybu a rotačního pohybu mohou atomy tvořící molekuly ještě i vibrovat.



Obr. 20



Obr. 21

9.3.2.3 | Počet zobecněných souřadnic

Při popisu systému je vhodné používat jen tolik souřadnic, kolik je nezbytně nutné - více souřadnic je zbytečné zavádět, neboť se tím řešení pohybových rovnic

zkomplikuje. S tímto zřetelem se zavádějí zobecněné souřadnice.

Ve fyzice se takovému zjednodušování situace říká princip Occamovy břitvy (Ockhamovy břitvy) na počest anglického františkána Williama Ockhama (1290 - 1349), který jako první formuloval i zákon setrvačnosti a vzepřel se tak Aristotelově logice. „It is vain to do with more, what can be done with fewer.“ („Je zbytečné používat více tam, kde vystačíme s méně.“)

Tento princip vyzdvihoval i anglický filosof a logik sir Bertrand Arthur William Russell (1872 - 1970) ve svých logických úvahách: „Shledal jsem toto býti nejplodnějším principem logické analýzy.“

Počet zobecněných souřadnic, které je nutné k jednoznačnému popisu systému použít, je roven počtu stupňů volnosti *n* daného systému. Platí

$$n = 3N - v\,, \qquad (16)$$

kde *N* je počet hmotných bodů systému a *v* je počet vazeb, které omezují jejich pohyb.

Vztah (16) lze popsat též takto: počet hmotných bodů krát dimenze prostoru mínus počet vazeb je roven počtu stupňů volnosti. Každá vazba totiž sníží počet stupňů volnosti o jeden - zabrání hmotnému bodu, aby se

mohl v daném směru pohybovat.

Tedy zobecněné souřadnice lze zapsat symbolicky ve tvaru

$$\{q^j\} = \left(q^1, q^2, q^3, \ldots, q^n\right), \tag{17}$$

kde $j = 1, 2, \ldots, n$.

V případě neholonomních vazeb by byly popis systému i zobecněné souřadnice komplikovanější, protože by bylo nutné popsat i rychlosti hmotných bodů.

Aby byl popis systému pomocí zobecněných souřadnic dobře definovaný, je nutné definovat regulární vztahy mezi kartézskými souřadnicemi a zobecněnými souřadnicemi, tj. musí existovat funkce

$$x^i = x^i\left(q^j\right) \tag{18}$$

pro $i = 1, 2, \ldots, 3N$ a $j = 1, 2, \ldots, n$.

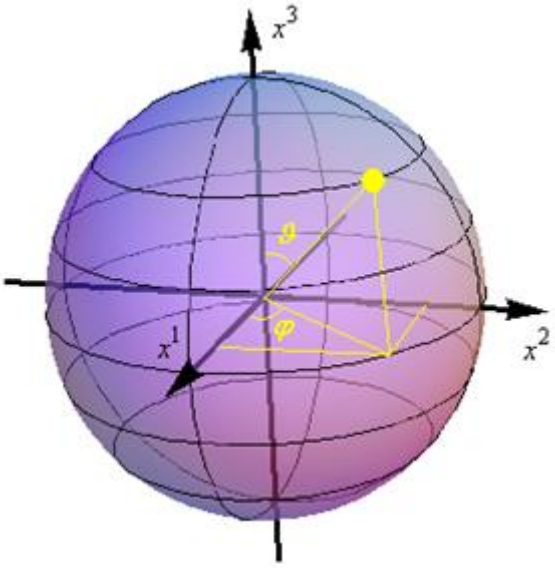
Příklad: Pohyb hmotného bodu po povrchu koule
Pohybuje-li se hmotný bod po povrchu koule (tj. po sféře S^2) o poloměru *a* je vhodné jeho pohyb popsat pomocí sférických souřadnic, tj. $q^1 = \vartheta$ a $q^2 = \varphi$. Přitom mezi kartézskými souřadnicemi a sférickými souřadnicemi existují převodní vztahy, které lze psát podle obr. 22:

$$x^1 = a \sin\vartheta \cos\varphi ;$$

$$x^2 = a \sin\vartheta \sin\varphi ;$$

$$x^3 = a \cos\vartheta .$$

Tyto vztahy odpovídají vztahům (18) a splňují podmínky vazby $x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$. Pro každý úhel φ a ϑ jsou tedy definovány přípustné souřadnice $\left(x^1, x^2, x^3\right)$ bodů, v nichž se může hmotný bod nacházet. Opačně to neplatí - souřadnice $\left(x^1, x^2, x^3\right)$ nelze volit libovolně a hledat pro ně zobecněné souřadnice. Např. pro $x^1 = x^2 = x^3 = 0$ nedostáváme smysluplnou polohu hmotného bodu, protože bod o souřadnicích $[0, 0, 0]$ neleží na sféře, po níž se hmotný bod pohybuje.



Obr. 22

Konfigurační prostor je dán zobecněnými souřadnicemi. Jinými slovy je možné říci, že konfigurační prostor je vymezen vazbami daného systému. Vazby systému a zobecněné souřadnice systému jsou navzájem ekvivalentní popisy daného systému. Navíc každá vazba systému snižuje počet zobecněných souřadnic, které je nutné k popisu daného systému zavést, o jednu (viz vztah (16)).

Konfigurační prostor je obecně varieta a zobecněné souřadnice jsou parametry, které tuto varietu popisují.

9.3.2.4 | Zobecněné rychlosti

Konfigurační prostor (konfigurační varieta) *Q* popsaný zobecněnými souřadnicemi (17) není prostorem fyzikálních stavů daného systému.

Konfigurační prostor nepopisuje stavy systému, protože není možné počítat rychlosti, hybnosti, zrychlení, ... hmotných bodů. Proto je nutné něco doplnit.

Aby konfigurační prostor popisoval stavy systému, je nutné doplnit tzv. zobecněné rychlosti

$$\left\{\dot{q}^j\right\} = \left(\dot{q}^1, \dot{q}^2, \dot{q}^3, \ldots, \dot{q}^n\right) \tag{19}$$

pro $j = 1, 2, \ldots, n$.

Jedná se o dodatečné (rychlostní) parametry, které jsou zcela nezávislé na poloze popsané zobecněnými souřadnicemi (17). Značení $\dot{q}^j$ neznamená časovou derivaci zobecněné souřadnice - jedná se o historické označení zobecněných rychlostí, které se zobecněnými souřadnicemi nemají žádnou souvislost. Zobecněné souřadnice q^j a zobecněné rychlosti $\dot{q}^j$ jsou tedy navzájem nezávislé. Libovolný bod tedy může mít libovolnou rychlost. Je proto důležité odlišovat označení zobecněných rychlostí od časové derivace zobecněné

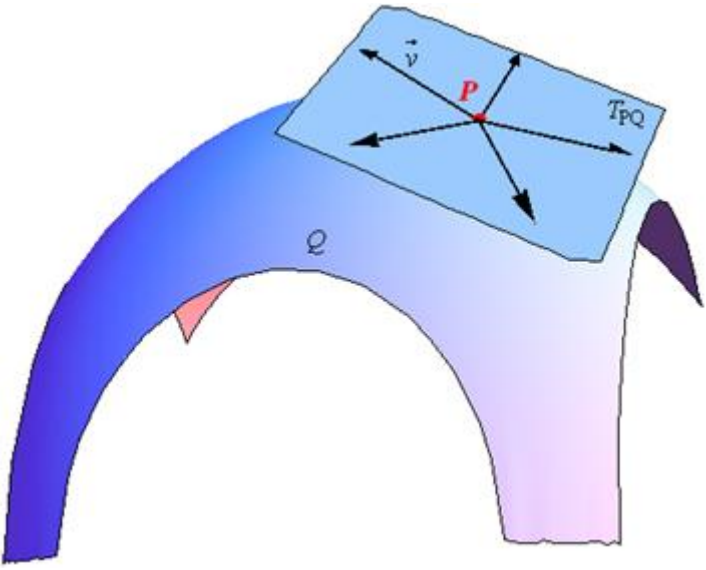
souřadnice.

Formálně je nutné odlišit následující zápisy:

1. $\frac{\partial q^i}{\partial q^j} = \delta^i_j$, kde δ^i_j je tzv. Kroneckerovo delta;
2. $\frac{\partial q^i}{\partial \dot{q}^j} = 0$;
3. $\frac{\partial \dot{q}^i}{\partial \dot{q}^j} = \delta^i_j$
4. $\frac{\partial \dot{q}^i}{\partial q^j} = 0$

Pro libovolný bod *P* v konfiguračním prostoru jsou dány zobecněné souřadnice (17), které jednoznačně popisují jeho polohu. Prostor rychlostí v daném bodě je tečná rovina (tečný prostor) T_{PQ} sestrojený v tomto bodě ke konfiguračnímu prostoru *Q*. Pro popis systému jsou tedy nutné dva prostory (viz obr. 23):

1. prostor poloh - je popsán zobecněnými souřadnicemi (17) a popisuje polohu hmotného bodu *P* v konfiguračním prostoru *Q*;
2. prostor rychlostí - popisuje rychlost hmotného bodu v daném bodě *P*. Vektor rychlosti $\vec{v}$ leží v tečném prostoru T_{PQ} a složky tohoto vektoru v určité zvolené bázi jsou zobecněné rychlosti (19).



Obr. 23

Lze tedy zavést prostor dimenze 2*n*, v němž jsou definovány jak zobecněné souřadnice (17), tak zobecněné rychlosti (19). Tento prostor už popisuje všechny možné stavy hmotných bodů, neboť kromě konfigurací popsaných zobecněnými souřadnicemi, obsahuje i prostor rychlostí. Tomuto prostoru se říká **fázový prostor**.

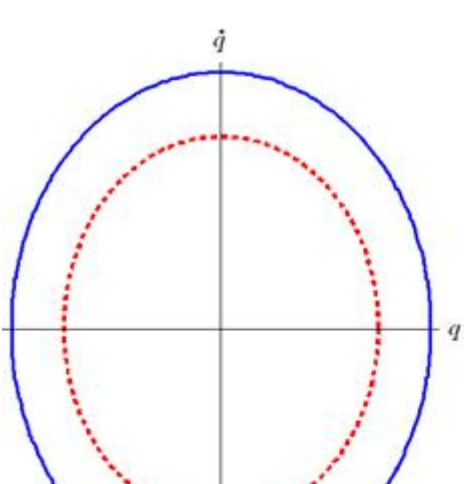
Jiné označení tohoto prostoru je také tečný bandl.

V prostoru $\mathcal{T}_{PQ}$ jsou tedy definovány všechny možné rychlosti daného hmotného bodu (resp. soustavy

hmotných bodů) ve všech bodech Q.



Obr. 24



Obr. 25

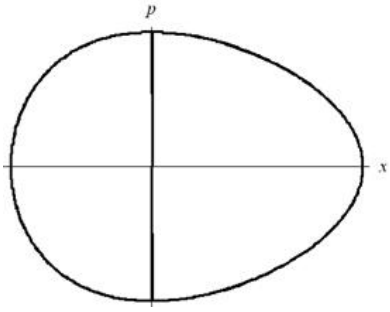
Příklad: Fázový portrét harmonického oscilátoru
Zakreslete vývoj harmonického oscilátoru v tzv. fázovém prostoru, tj. sestrojte graf v diagramu, na jehož vodorovnou osu se nanáší zobecněná souřadnice a na svislou zobecněná rychlost.
Řešení: Harmonický oscilátor může být realizován např. pružinou, na které je zavěšen hmotný bod o hmotnosti m

(viz obr. 24). Zobecněná souřadnice popisuje výchylku oscilátoru v závislosti na čase: $q(t) = A\cos\omega t$. Rychlost oscilátoru je dána vztahem $\dot{q}(t) = -A\omega\sin\omega t$. Nyní sestrojíme požadovaný graf - v diagramu na obr. 25 jsou znázorněny dva grafy, které se liší amplitudou výchylky harmonického oscilátoru. Libovolný bod, který leží na vybrané křivce má souřadnice $[q(t); \dot{q}(t)]$, tj. poloha hmotného bodu zavěšeného na pružině v libovolném čase je dána skutečně souřadnicí polohy a rychlosti. Svislá osa fázového prostoru je pojmenována $\dot{q}$ a je to zobecněná rychlost.
Oscilátor, který je v klidu, je ve fázovém prostoru popsán bodem $[0; 0]$, v němž se nachází v každém časovém okamžiku.

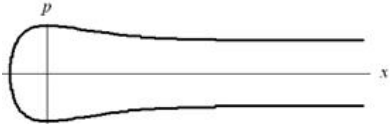
Každým bodem fázového prostoru prochází právě jedna křivka, pomocí níž lze rekonstruovat trajektorii hmotného bodu. Každý bod fázového prostoru totiž určuje polohu a rychlost daného hmotného bodu (resp. systému hmotných bodů) v konkrétním čase. Analýzou všech bodů lze sestrojit trajektorii, po níž se hmotný bod pohyboval (resp. po níž se bude pohybovat, zůstane-li jeho rychlost stálá). Souřadnice $[q(t); \dot{q}(t)]$ každého bodu fázového prostoru tedy tvoří výchozí parametry pro řešení příslušných diferenciálních rovnic.

Trajektorie hmotného bodu ve fázovém prostoru je vždy uzavřená (viz obr. 26). Za uzavřenou se považuje

i trajektorie částice, která přilétne z nekonečna a zase se vrátí zpět (viz obr. 27).



Obr. 26



Obr. 27

9.3.2.5 | ***Zenonovy paradoxy

Zenon z Eleje (490 - 430 př. n. l.) (viz obr. 28) a jeho učitel Parmedines svými logickými úvahami dospěli k tomu, že pohyb neexistuje.



Obr. 28

Zenon se narodil v jižní Itálii v řecké osadě Eleji a byl žákem tamního filosofa Parmenida. Zenonovy práce se nezachovaly - vše, co o něm víme lze najít u Platona a Aristotela, kteří s jeho paradoxy polemizovali. O jeho životě se více podrobností neví, známější jsou jeho názory. Neměl rád pythagorejce, protože neuznával jejich názory. Podle atomové teorie, která byla vyslovena již dříve, ale která je známa zejména od Demokrita z Abdér, existují nejmenší, dále nedělitelné kousky hmoty (atomy) a jejich rozměr tedy odpovídá nejmenšímu existujícímu číslu.

A právě v tom byla podstata tzv. Zenonových paradoxů:

1. Achilles a želva - Achilles, který závodí se želvou, dá želvě náskok. Za dobu, za kterou Achilles doběhne na místo, kde stála na

počátku závodu želva, želva poodejde dále. Než stihne Achilles tuto vzdálenost urazit, želva se opět posune dále. A tak Achillovi pokaždé chybí kousek, aby želvu dohonil Celý pohyb se takto rozdělí nejen v prostrou, ale i v čase na nekonečně mnoho malých kousků, které mají nenulovou délku a jejichž součet tedy bude nekonečný.

2. Vystřelený šíp se nepohybuje - v každém časovém okamžiku je šíp na přesně daném místě v prostoru, nikoli na nějakém úseku. Proto se na tomto místě nachází stále a nemůže se tedy pohybovat. Jinými slovy neexistuje rozdíl mezi letícím šípem a šípem, který je v klidu.

Všechny Zenonovy paradoxy jsou v podstatě stejné - jsou jen jinak přeformulovány. A ve všech z nich vychází podstata zdůvodnění ze stejného předpokladu: neexistuje libovolně malé kladné číslo (libovolně malá vzdálenost). Vzhledem k tomu, že není možné čísla libovolně zmenšovat, musí být součet nekonečně mnoha těch nejmenších možných nekonečný. A přitom to tak není - čísla lze dělit libovolně a získávat tak stále menší a menší. Pokud by tato malá čísla (vzdálenosti, ...) měla nulovou hodnotu, byl by jejich součet nulový a jako řešení uvedených úloh tedy nepoužitelný.

Zenon a eleaté věděli, jak létají šípy, jak běhají želvy, ..., ale zkušenost nepovažovali za důkaz toho, že se

objekty pohybují. Svými paradoxy chtěli ukázat, že v řecké představě o číslech je něco v nepořádku.

To je ostatně obecná vlastnost paradoxů: ukázat, že v určitém oboru je něco v nepořádku nebo není definováno korektně.

Tím, že Řekové ztotožnili čísla s rozměry, ztotožnili je příliš těsně s hmotou. Čísla přitom, jakkoliv přesně hmotu popisují, hmota nejsou.

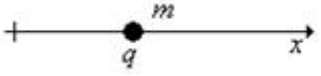
Až matematická analýza v 17. století ukázala, jak popsat mechanický pohyb a jak zacházet s nekonečně malými veličinami a nekonečně velkými veličinami.

Z hlediska mechaniky spočívá problém letícího a ležícího šípu v tom, že k plnému popisu nestačí pouze konfigurační prostor: ten je pro oba šípy stejný. Ale prostor rychlostí už ne! Letící šíp je v prostoru T_{PQ} reprezentován nenulovým vektorem, zatímco stojící šíp je v tomtéž prostoru reprezentován nulovým vektorem. K popisu pohybu tedy jsou nutné oba prostory: jak konfigurační prostor, tak prostor rychlostí.

9.3.3 | Odvození dynamického zákona

9.3.3.1 | Pohyb jedné částice po úsečce

Při odvozování pohybového zákona, který využívá zobecněné souřadnice v konfiguračním prostoru, začneme nejjednodušším případem: pohybem jedné částice (jednoho hmotného bodu) o hmotnosti *m* po úsečce (viz obr. 29). Tento systém bude obecně popsán holonomními reonomními vazbami.



Obr. 29

Trajektorii hmotného bodu tedy popíšeme obecně funkcí

$$x(t) = x\left(q(t), t\right). \tag{20}$$

Místo vektorů, které používala při popisu pohybu hmotného bodu Newtonova mechanika, použijeme skalární fyzikální veličiny. Jednou z vhodných skalárních veličin je kinetická energie hmotného bodu, která je definována vztahem

$$T = \frac{1}{2}mv^2. \tag{21}$$

Vztah (21) lze přepsat ve tvaru $T = \frac{1}{2} m \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \right)^2$. Uvědomíme-li si, že souřadnice popisující polohu hmotného bodu závisí na čase podle vztahu (20), můžeme kinetickou energii psát ve tvaru

$$T = \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial x}{\partial q} \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial x}{\partial t} \right)^2 \qquad (22)$$

a pro další výpočty je důležité si uvědomit, že kinetická energie je závislá na čase. Nyní ovšem vyšetříme chování této funkce v určitém vybraném čase t_0. Tento čas je ale vybrán libovolně, takže následující úvaha platí pro libovolný čas *t*. Přepíšeme vztah (22) přesněji:

$$T(q, \dot{q}, t_0) = \frac{1}{2} m \left(\frac{\partial x}{\partial q}\left(q(t_0), t_0\right) \dot{q} + \frac{\partial x}{\partial t}\left(q(t_0), t_0\right) \right)^2, \qquad (23)$$

kde $q = q(t_0)$ je okamžitá poloha hmotného bodu a $\dot{q} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}(t_0)$ je okamžitá rychlost, kterou se hmotný bod v čase t_0 pohybuje. Vztahem (23) jsme přešli od $\dot{q} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}(t_0)$ k $\dot{q}$, tj. od časové derivace zobecněné souřadnice k zobecněné rychlosti. Od této chvíle jsou tedy *q* a $\dot{q}$ nezávislé parametry.

Právě provedenou úvahu se „zastavením času“ si lze představit tak, že z pohybu, který natočíme na film, nás

bude zajímat jen jedno políčko vyvolaného filmu. A bude to právě to políčko, které bylo zaznamenáno v čase t_0.

Nyní určíme výrazy $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}$ a $\frac{\partial T}{\partial q}$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = \frac{1}{2} m.2 \left(\frac{\partial x}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial x}{\partial t} \right) \frac{\partial x}{\partial q} = m \left(\frac{\partial x}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial x}{\partial t} \right) \frac{\partial x}{\partial q} \qquad (24)$$

a

$$\frac{\partial T}{\partial q} = \frac{1}{2} m.2 \left(\frac{\partial x}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial x}{\partial t} \right) . \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\partial x}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial x}{\partial t} \right) = m \left(\frac{\partial x}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial x}{\partial t} \right) . \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\partial x}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial x}{\partial t} \right) . \qquad (25)$$

Pro jednoduchost jsme ve výrazech (24) a (25) nepsali argumenty u zadaných funkcí. Vztahy (24) a (25) jsou platné v každém časovém okamžiku, platí podél celé trajektorie, po níž se hmotný bod pohybuje. Proto nyní můžeme opět přejít k rovnicím, které závisí na čase. Symboly q a $\dot{q}$ tedy opět změní svůj význam a vrátí se ke svým původním významům: $q = q(t)$ bude znamenat okamžitou polohu hmotného bodu v libovolném čase a $\dot{q} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}(t)$ bude znamenat okamžitou rychlost hmotného bodu v libovolném čase.

To tedy znamená, že místo jednoho políčka filmu budeme opět sledovat celý promítaný film.

Vztah (24) tedy můžeme psát ve tvaru

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}(t) = m\left(\frac{\partial x}{\partial q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial x}{\partial t}\right)\frac{\partial x}{\partial q} = m\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\frac{\partial x}{\partial q} \tag{26}$$

a vztah (25) ve tvaru

$$\frac{\partial T}{\partial q}(t) = m\left(\frac{\partial x}{\partial q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial x}{\partial t}\right).\frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{\partial x}{\partial q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial x}{\partial t}\right) = m\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}.\frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right). \tag{27}$$

Nyní vyčíslíme výraz $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}(t)\right) - \frac{\partial T}{\partial q}(t)$ a s využitím vztahů (26) a (27) získáme výraz $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}(t)\right) - \frac{\partial T}{\partial q}(t) = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial x}{\partial q} + m\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}.\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial x}{\partial q}\right) - m\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}.\frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)$.
Vzhledem k tomu, že platí $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial x}{\partial q}\right) = \frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)$, dostáváme

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}(t)\right) - \frac{\partial T}{\partial q}(t) = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial x}{\partial q} = F\frac{\partial x}{\partial q}. \tag{28}$$

Na základě vztahu (28) je možné definovat tzv. zobecněnou sílu, která udává průmět síly působící na hmotný bod do směru zobecněné souřadnice.

ZOBECNĚNÁ SÍLA Q JE DEFINOVÁNA VZTAHEM

$$Q = F\frac{\partial x}{\partial q}. \tag{29}$$

Zobecněná síla nemusí být silou v pravém slova smyslu. Pokud bude mít *q* význam vzdálenosti, pak

$[Q] = \left[F \frac{\partial x}{\partial q}\right] = \mathrm{N}$ a Q je přímo síla. Zobecněnou souřadnicí q ovšem může být i např. úhel nebo jiná fyzikální veličina. V tom případě je význam Q jiný (moment sil, ...).

Nyní můžeme již formulovat Lagrageovu rovnici II. druhu.

LAGRANGEOVA ROVNICE II. DRUHU, KTERÁ POPISUJE POHYB JEDNOHO HMOTNÉHO BODU O HMOTNOSTI m PO ÚSEČCE, SE NAZÝVÁ ROVNICE

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q, \qquad (30)$$

T JE KINETICKÁ ENERGIE HMOTNÉHO BODU, q JE ZOBECNĚNÁ SOUŘADNICE A $\dot{q}$ JE ZOBECNĚNÁ RYCHLOST.

9.3.3.2 | Pohyb N hmotných bodů ve více dimenzích

Budeme uvažovat N hmotných bodů, které jsou podrobeny silám a vazbám a jejichž pohyb je popsán zobecněnými souřadnicemi (17). Tyto zobecněné souřadnice jsou svázány s kartézskými souřadnicemi vztahy (18). Odvození Lagrangeových rovnic druhého druhu pro soustavu hmotných N bodů bude velmi podobné jako odvození Lagrangeovy rovnice druhého druhu pro

jeden hmotný bod. Proto bude odvození zde komentováno již méně.

Trajektorie hmotných bodů bude obecně popsána funkcemi

$$x^{\mathrm{i}}(t) = x^{\mathrm{i}}\left(q^{\mathrm{j}}(t), t\right) \tag{31}$$

pro $i = 1, 2, \ldots, 3N$ a $j = 1, 2, \ldots, n$.

Kinetickou energii dané soustavy hmotných bodů lze psát ve tvaru

$$T = \frac{1}{2}\sum_{\mathrm{i}=1}^{3\mathrm{N}} m_{\mathrm{i}} \left(\frac{\mathrm{d}x^{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t}\right)^2, \tag{32}$$

který lze dále rozepsat do tvaru

$$T = \frac{1}{2}\sum_{\mathrm{i}=1}^{3\mathrm{N}} m_{\mathrm{i}} \left(\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{n}} \frac{\partial x^{\mathrm{i}}}{\partial q^{\mathrm{k}}}\frac{\mathrm{d}q^{\mathrm{k}}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial x^{\mathrm{i}}}{\partial t}\right)^2. \tag{33}$$

Pro hmotnosti platí: $m_1 = m_2 = m_3 = m_{\text{prvního hmotného bodu}}$, $m_4 = m_5 = m_6 = m_{\text{druhého hmotného bodu}}$, ...

Nyní přepíšeme vztah (33) pro kinetickou energii soustavy hmotných bodů v konkrétním čase t_0 a provedeme formální záměnu časové derivace funkce $\frac{\mathrm{d}q^k}{\mathrm{d}t}$ za zobecněnou rychlost $\dot{q}^k$. Dostaneme tak

$$T\left(q^{j}, \dot{q}^{j}, t_0\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3N} m_i \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial x^i}{\partial q^k}\left(q^j(t_0), t_0\right)\dot{q}^k + \frac{\partial x^i}{\partial t}\left(q^j(t_0), t_0\right)\right)^2 . \quad (34)$$

Nyní určíme výrazy $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^j}$ a $\frac{\partial T}{\partial q^j}$. Dostáváme

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^j} = \sum_{i=1}^{3N} m_i \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial x^i}{\partial q^k}\dot{q}^k + \frac{\partial x^i}{\partial t}\right)\frac{\partial x^i}{\partial q^j} \quad (35)$$

a

$$\frac{\partial T}{\partial q^j} = \sum_{i=1}^{3N} m_i \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial x^i}{\partial q^k}\dot{q}^k + \frac{\partial x^i}{\partial t}\right)\cdot\frac{\partial}{\partial q^j}\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial x^i}{\partial q^k}\dot{q}^k + \frac{\partial x^i}{\partial t}\right). \quad (36)$$

Vztahy (35) a (36) byly odvozeny pro konkrétní čas t_0, nicméně tento čas byl vybrán libovolně. Proto tyto vztahy platí pro libovolný čas *t* a je možné přejít opět ke vztahům, které jsou závislé na čase. Vztahy (35) a (36) tedy lze vyjádřit ve tvarech

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^j}(t) = \sum_{i=1}^{3N} m_i \frac{dx^i}{dt}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} \quad (37)$$

a

$$\frac{\partial T}{\partial q^j}(t) = \sum_{i=1}^{3N} m_i \frac{dx^i}{dt}\cdot\frac{\partial}{\partial q^j}\left(\frac{dx^i}{dt}\right). \quad (38)$$

Vyčíslením výrazu $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^{\mathrm{j}}}(t)\right)-\frac{\partial T}{\partial q^{\mathrm{j}}}(t)$ (pro $j=1,2,\ldots,n$) dostáváme

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^{\mathrm{j}}}(t)\right)-\frac{\partial T}{\partial q^{\mathrm{j}}}(t)=\sum_{\mathrm{i}=1}^{3\mathrm{N}} m_{\mathrm{i}}\left(\frac{\mathrm{d}^2x^{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial x^{\mathrm{i}}}{\partial q^{\mathrm{j}}}+\frac{\mathrm{d}x^{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial x^{\mathrm{i}}}{\partial q^{\mathrm{j}}}\right)-\frac{\mathrm{d}x^{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\partial}{\partial q^{\mathrm{j}}}\left(\frac{\mathrm{d}x^{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t}\right)\right)$$

a po úpravě získáme

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^{\mathrm{j}}}(t)\right)-\frac{\partial T}{\partial q^{\mathrm{j}}}(t)=\sum_{\mathrm{i}=1}^{3\mathrm{N}} m_{\mathrm{i}}\frac{\mathrm{d}^2x^{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial x^{\mathrm{i}}}{\partial q^{\mathrm{j}}}. \qquad (39)$$

Na základě vztahu (39) můžeme definovat tzv. zobecněnou sílu.

ZOBECNĚNÁ SÍLA Q_{j} JE DEFINOVÁNA VZTAHEM

$$Q_{\mathrm{j}}=\sum_{\mathrm{i}=1}^{3\mathrm{N}} F_{\mathrm{i}}\frac{\partial x^{\mathrm{i}}}{\partial q^{\mathrm{j}}} \qquad (40)$$

PRO $j=1,2,\ldots,n$.

Zobecněné síly Q_{j} nemusí být síly v pravém slova smyslu.

Nyní je již možné napsat Lagrangeovy rovnice druhého druhu.

LAGRANGEOVY ROVNICE II. DRUHU, KTERÉ POPISUJÍ POHYB SOUSTAVY N HMOTNÝCH BODŮ, SE NAZÝVAJÍ ROVNICE

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^{\mathrm{j}}}\right)-\frac{\partial T}{\partial q^{\mathrm{j}}}=Q_{\mathrm{j}} \qquad (41)$$

PRO $j = 1, 2, \ldots, n$. PŘITOM T JE KINETICKÁ ENERGIE SOUSTAVY HMOTNÝCH BODŮ, q^j JSOU ZOBECNĚNÉ SOUŘADNICE A $\dot{q}^j$ JSOU ZOBECNĚNÉ RYCHLOSTI.

Tyto rovnice jsou tedy pohybovými rovnicemi, které popisují pohyb dané soustavy hmotných bodů. Rovnice (41) vyjadřují Lagrangeovy rovnice II. druhu v nejobecnějším tvaru, který lze v určitých speciálních případech zjednodušit (viz 3.4).

Rovnice (41) tvoří soustavu *n* obyčejných diferenciálních rovnic druhého řádu pro neznámé funkce $q^j = q^j(t)$ (pro $j = 1, 2, \ldots, n$).

Na první pohled by se mohlo zdát, že to jsou rovnice parciální, protože v rovnicích (41) vystupují parciální derivace. Zápis $\frac{\partial T}{\partial q^j}$ resp. $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^j}$ představuje ovšem jen návod (pomůcku) na získání derivace kinetické energie. Samotné neznámé funkce $q^j = q^j(t)$ jsou závislé jen na čase, takže v upravených rovnicích (tj. už po provedení naznačených parciálních derivací) vystupují jen totální derivace q^j podle času.

9.3.4 | Lagrangeovy rovnice II. druhu ve speciálních případech

Lagrangeův formalismus (tj. zobecněné souřadnice, zobecněné rychlosti a Lagrangeovy rovnice 2. druhu) byl

zaveden proto, abychom nemuseli vyšetřovat rozklady sil a mohli pracovat pouze se skalárními veličinami (kinetická energie). Přesto je ale v Lagrangeových rovnicích druhého druhu (vztah (41)) pravá strana rovna zobecněné síle, která je definovaná pomocí sil (viz vztah (40)). Tím jsou tedy i Lagrangeovy rovnice stále závislé na působících silách.

V řadě úloh (a to i ve fyzikálně velmi důležitých případech - např. pohyb hmotného bodu v poli centrální síly) lze Lagrangeovy rovnice druhého druhu přepsat tak, že jejich pravá strana bude nulová.

Tento přepis provedeme v závislosti na typu sil, které popisují fyzikální situaci, tj. zda se jedná o:

1. konzervativní síly;
2. síly, k nimž existuje zobecněný potenciál.

9.3.4.1 | Konzervativní síly

V případě konzervativních sil bude možné Lagrangeovy rovnice 2. druhu (vztah (41)) přeformulovat jednodušeji. Nejdříve je nutné vědět, co jsou to konzervativní síly.

SÍLY JSOU KONZERVATIVNÍ, JESTLIŽE PRÁCE SIL MEZI DVĚMA DANÝMI BODY NEZÁVISÍ NA TRAJEKTORII, PO KTERÉ SE HMOTNÝ BOD POHYBUJE.

Právě uvedenou definici konzervativních sil lze přepsat i jinak:

SÍLY JSOU KONZERVATIVNÍ, JESTLIŽE PRÁCE SIL PO UZAVŘENÉ KŘIVCE, PO KTERÉ SE HMOTNÝ BOD POHYBUJE, JE ROVNA NULE.

Konzervativní síly jsou tedy ty síly, které mají potenciál (resp. pro které je definována potenciální energie).

Pro konzervativní sílu $\vec{F}$ pak platí

$$\vec{F} = -\operatorname{grad} V, \tag{42}$$

kde V je potenciál (přesněji potenciální energie). Zavedením potenciální energie vztahem (42) tak získáme ekvivalentní popis systému pomocí jedné skalární veličiny V místo vektorové veličiny $\vec{F}$.

Aplikujeme-li na vztah (42) diferenciální operátor rotace, získáme $\operatorname{rot} \vec{F} = -\operatorname{rot} \operatorname{grad} V$. Pravá strana této rovnice je identicky rovna nulovému vektoru, takže platí

$$\operatorname{rot} \vec{F} = \vec{o}. \tag{43}$$

Tento vztah poskytuje návod, jak poznat, že dané pole je konzervativní.

S využitím (42) lze zobecněnou sílu Q_j definovanou vztahem (40) přepsat ve tvaru

$$Q_j = -\sum_{i=1}^{3N} \frac{\partial V}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial q^j}. \tag{44}$$

Vzhledem k tomu, že $V = V\left(x^i\left(q^j\right)\right)$, lze vztah (44) přepsat na základě vztahu pro derivaci složené funkce ve tvaru

$$Q_j = -\frac{\partial V}{\partial q^j}. \tag{45}$$

Vzhledem k tomu, že potenciální energie *V* nezávisí na zobecněných rychlostech $\dot{q}^j$, je $\frac{\partial V}{\partial \dot{q}^j} = 0$ a tedy i $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial V}{\partial \dot{q}^j}\right) = 0$. Lze tedy formálně psát

$$Q_j = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial V}{\partial \dot{q}^j}\right) - \frac{\partial V}{\partial q^j}. \tag{46}$$

Tím jsme získali výraz, je formálně velmi podobný levé straně Lagrangeových rovnic druhého druhu (41) a lze jej do těchto rovnic tedy dosadit. Můžeme proto psát $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q^j} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial V}{\partial \dot{q}^j}\right) - \frac{\partial V}{\partial q^j}$ a s využitím vztahu pro derivaci součtu dvou funkcí jen upravit na tvar $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}^j}(T - V)\right) - \frac{\partial}{\partial q^j}(T - V) = 0$. Lagrangeovy rovnice druhého druhu lze nyní přepsat v zjednodušeném tvaru.

LAGRANGEOVY ROVNICE II. DRUHU POPISUJÍCÍ POHYB SOUSTAVY N HMOTNÝCH BODŮ V POLI KONZERVATIVNÍCH SIL JSOU ROVNICE VE TVARU

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^{\mathrm{j}}}\right)-\frac{\partial L}{\partial q^{\mathrm{j}}}=0 \tag{47}$$

pro $j=1,2,\ldots,n$. Přitom

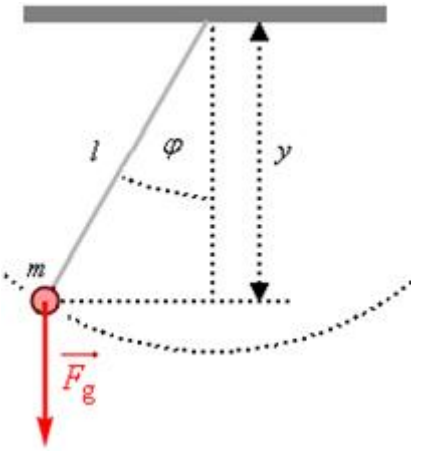
$$L\left(q^{\mathrm{j}},\dot{q}^{\mathrm{j}},t\right)=T-V \tag{48}$$

je Lagrangeova funkce (resp. tzv. lagrangián), q^{j} jsou zobecněné souřadnice a $\dot{q}^{\mathrm{j}}$ jsou zobecněné rychlosti.

Získali jsme opět soustavu *n* obyčejných diferenciální rovnic druhého řádu s neznámými funkcemi $q^{\mathrm{j}}=q^{\mathrm{j}}(t)$ (pro $j=1,2,\ldots,n$), ale tentokráte (na rozdíl od (41)) vyjádřenou pomocí Lagrangeovy funkce *L*. *L* je funkce definovaná na varietě T_{PQ} (viz 3.2.4) a jedná o tzv. **invariant**, tj. hodnota této funkce se nezmění při transformaci soustavy souřadnic.

Funkce *L* tedy „žije“ na varietě T_{PQ} a je definovaná v každém bodě. Symbol $\frac{\partial L}{\partial q^{\mathrm{j}}}$ přitom popisuje změnu funkce *L* při změně souřadnice q^{j}.

Použití (47) ukážeme na jednoduchém příkladu.



Obr. 30

Příklad: Matematické kyvadlo

Najděte úhlovou frekvenci kmitání matematického kyvadla, které je tvořeno hmotným bodem o hmotnosti *m* zavěšeným na vlákně zanedbatelné hmotnosti délky *l*.

Řešení: Matematické kyvadlo (viz obr. 30) popíšeme jednou zobecněnou souřadnicí a to úhlem φ, který svírá vlákno závěsu se svislým směrem (tj. s rovnovážnou polohou kyvadla). Postupně určíme kinetickou energii *T*, potenciální energii *V* a lagrangián *L*:

$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(l\dot{\varphi}\right)^2$, $V = -mgy = -mgl\cos\varphi$ a tedy $L = T - V = \frac{1}{2}m\left(l\dot{\varphi}\right)^2 + mgl\cos\varphi$. V tuto chvíli zvolíme libovolný časový okamžik a v něm určíme derivace

lagrangiánu, které vystupují v Lagrangeových rovnicích druhého druhu (vztah (47)). Symbol $\dot{\varphi}$ tedy znamená zobecněnou rychlost.

To znamená, že „vypneme“ čas a určíme příslušné derivace.

$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = ml^2\dot{\varphi}$ a $\frac{\partial L}{\partial \varphi} = -mgl\sin\varphi$. Nyní přejdeme od konkrétního časového okamžiku, v němž jsme určili derivace lagrangiánu, k libovolnému času *t*. To znamená, že symbol $\dot{\varphi}$ bude nyní vyjadřovat časovou derivaci úhlu φ, tj. $\dot{\varphi} = \frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}t}$.

Nyní tedy opět „zapneme“ plynutí času. Od teď dále jsou funkce φ i $\dot{\varphi}$ závislé na čase. Doteď tomu tak nebylo - $\dot{\varphi}$ jsme nederivovali jako složenou funkci!

Proto $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) = ml^2\ddot{\varphi}$ a tedy po dosazení do Lagrangeovy rovnice druhého druhu získáme $ml^2\ddot{\varphi} + mgl\sin\varphi = 0$. Tuto rovnici lze přepsat ve tvaru $\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0$, což je poměrně složitá diferenciální rovnice, neboť neznámá funkce se vyskytuje i v argumentu goniometrické funkce. Pokud se spokojíme s řešením pro malé výchylky φ lze rovnici s využitím Taylorova rozvoje přepsat ve tvaru $\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = 0$.

Tato rovnice popisuje harmonické kmitání s úhlovou

frekvencí $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

9.3.4.2 | ***Přesné řešení matematického kyvadla

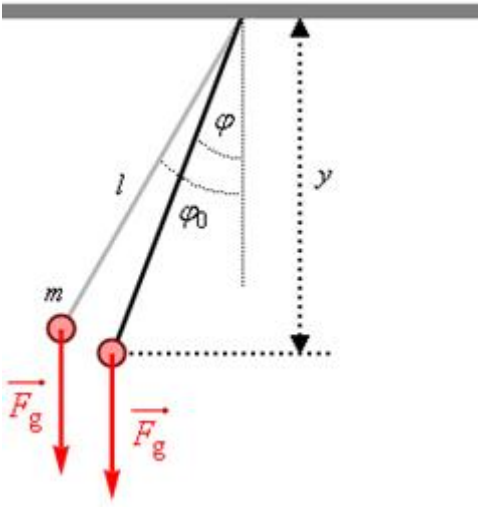
Přesné řešení pohybové rovnice matematického kyvadla vyžaduje hlubší znalosti z matematiky a použití některých speciálních substitucí a integrálů.

Pohybovou rovnici matematického kyvadla lze odvodit různými způsoby: pomocí lagrangiánu a nebo pomocí zákona zachování mechanické energie. Nebudeme-li uvažovat vnější síly, přejde zákon zachování mechanické energie na zákon zachování energie (jiné formy než mechanické nebude energie mít) a bude tedy platit

$$T + V = E = konst. \tag{49}$$

Kinetickou energii T a potenciální energii V lze psát s využitím obr. 31, ve kterém je vyznačena maximální výchylka (počáteční výchylka) matematického kyvadla popsaná úhlem φ_0 a okamžitá výchylka popsaná úhlem φ. Kinetická energie je $T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ml^2\dot{\varphi}^2$, potenciální energie je $V = -mgy = -mgl\cos\varphi$. Celková energie je rovna potenciální energii na začátku pohybu matematického kyvadla, tj. $E = -mgl\cos\varphi_0$.

Znaménko mínus je ve vztahu pro potenciální energii proto, že při zvětšování výchylky kyvadla musí růst jeho potenciální energie. Okamžitá výchylka y, která ve vztahu pro potenciální energii vystupuje, by ovšem s rostoucím úhlem φ bez použití znaménka mínus klesala.



Obr. 31

Dosazením do vztahu (49) získáme rovnici

$$\frac{1}{2}ml^2\dot{\varphi}^2 - mgl\cos\varphi = -mgl\cos\varphi_0\,, \qquad (50)$$

z níž lze vyjádřit časovou derivaci $\dot{\varphi}$ ve tvaru

$$\dot{\varphi} = \sqrt{2\frac{g}{l}\left(\cos\varphi - \cos\varphi_0\right)}\,. \qquad (51)$$

Rovnici (51) lze formálně odvodit též z rovnice $\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0$. Vynásobíme-li jí $\dot{\varphi}$, získáme $\ddot{\varphi}.\dot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin\varphi.\dot{\varphi} = 0$, kterou lze přepsat do tvaru $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2\right) - \frac{g}{l}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\cos\varphi\right) = 0$. S využitím vlastnosti součtu derivací lze psát $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - \frac{g}{l}\cos\varphi\right) = 0$ a tedy $\dot{\varphi}^2 - \frac{2g}{l}\cos\varphi = konst.$, odkud lze po vhodné volbě konstanty na pravé straně rovnice vyjádřit $\dot{\varphi} = \sqrt{\frac{2g}{l}\left(\cos\varphi - \cos\varphi_0\right)}$. Tato rovnice je shodná s rovnicí (51).

Získali jsme tedy diferenciální rovnici, kterou lze řešit separací proměnných. Můžeme proto psát $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \sqrt{2\frac{g}{l}\left(\cos\varphi - \cos\varphi_0\right)}$ a odtud

$$\mathrm{d}t = \sqrt{\frac{l}{2g}}\,\frac{\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - \cos\varphi_0}}\,. \qquad (52)$$

Řešení rovnice (52) lze nalézt integrováním v mezích od 0 do φ_0, čímž získáme čtvrtinu hledané periody *T* matematického kyvadla.

Hmotný bod o hmotnosti *m*, který je zavěšen na vlákně délky *l* (viz obr. 31), tak opíše trajektorii, která odpovídá polovině kyvu kyvadla, tj. čtvrtině kmitu.

Tedy

$$\frac{T}{4} = \sqrt{\frac{l}{2g}} \int_0^{\varphi_0} \frac{\mathrm{d}\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - \cos\varphi_0}}. \tag{53}$$

Nyní je nutné vyřešit pravou stranu rovnice (53). Nejdříve přepíšeme výraz

$$\sqrt{\cos\varphi - \cos\varphi_0} \tag{54}$$

s využitím goniometrického vztahu

$$\sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{1-\cos\varphi}{2}, \tag{55}$$

z něhož vyjádříme $\cos\varphi = 1 - 2\sin^2\frac{\varphi}{2}$ a dosadíme do vztahu (54). Získáme tak

$$\sqrt{\cos\varphi - \cos\varphi_0} = \sqrt{2}\sqrt{\sin^2\frac{\varphi_0}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}} \tag{56}$$

a zavedeme substituci

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \sin\frac{\varphi_0}{2}.\sin\psi. \tag{57}$$

Zavedením této substituce se mění integrační meze ve vztahu (53). Je-li $\varphi \in \langle 0; \varphi_0 \rangle$, pak na základě vztahu (57) je $\psi \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ (uvažujeme-li pouze fyzikální aplikace dané substituce). Zároveň je nutné si uvědomit, že pro derivaci právě zavedeného substitučního vztahu platí

$$\frac{1}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\,\mathrm{d}\varphi = \sin\frac{\varphi_0}{2}.\cos\psi.\mathrm{d}\psi\,. \qquad (58)$$

Dosazením vztahu (57) do vztahu (56) a následnými úpravami postupně získáme $\sqrt{\cos\varphi - \cos\varphi_0} = \sqrt{2}\sqrt{\sin^2\frac{\varphi_0}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}} = \sqrt{2}\sqrt{\sin^2\frac{\varphi_0}{2} - \sin^2\frac{\varphi_0}{2}\sin^2\psi} = \sqrt{2}\sin\frac{\varphi_0}{2}\sqrt{1-\sin^2\psi}$, tedy

$$\sqrt{\cos\varphi - \cos\varphi_0} = \sqrt{2}\sin\frac{\varphi_0}{2}\cos\psi\,. \qquad (59)$$

Všechny úpravy provádíme s ohledem na fyzikální situaci, kterou řešíme. Obecně některé vztahy neplatí - nejsou splněny všechny matematické podmínky. Fyzikální situace je ovšem taková, že uvažované podmínky splněné jsou. Např. úprava $\sqrt{1-\sin^2\psi} = \cos\psi$ provedená ve vztahu (59) není matematicky korektní - správně by mělo být $\sqrt{1-\sin^2\psi} = |\cos\psi|$, nicméně hodnoty úhlů ψ mimo interval $\psi \in \left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ (tj. pro záporné hodnoty funkce kosinus)

nemají v dané situaci fyzikální smysl.

Dosazením vztahů (59) a (58) do vztahu (53) dostáváme $\frac{T}{4}=\sqrt{\frac{l}{2g}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2}{\cos\frac{\varphi}{2}}\frac{\sin\frac{\varphi_0}{2}.\cos\psi.\mathrm{d}\psi}{\sqrt{2}\sin\frac{\varphi_0}{2}\cos\psi}$ a po postupných úpravách získáme $\frac{T}{4}=\sqrt{\frac{l}{g}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\cos\frac{\varphi}{2}}\mathrm{d}\psi=\sqrt{\frac{l}{g}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\frac{\varphi}{2}}}\mathrm{d}\psi$. Po dosazení ze vztahu (57) a vynásobení rovnice čtyřmi tedy máme

$$T=4\sqrt{\frac{l}{g}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\frac{\varphi_0}{2}\sin^2\psi}}\mathrm{d}\psi, \qquad (60)$$

kde

$$K\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\right)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\frac{\varphi_0}{2}\sin^2\psi}}\mathrm{d}\psi \qquad (61)$$

je **úplný eliptický integrál prvního druhu**. Řešení těchto typů integrálů jsou tabelována resp. jsou doporučené další postupy při jejich řešení.

Řešení integrálu (61) spočívá v rozepsání integrandu

pomocí Taylorova rozvoje ve tvaru

$$\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\frac{\varphi_0}{2}\sin^2\psi}} = 1+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m!}\frac{(2m-1)!!}{2^m}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\psi\right)^{2m}, \quad (62)$$

kde $(2m-1)!!=1.3.\ldots.(2m-1)$. Rozvoj výrazu (62) je možné dále rozepsat ve tvaru

$$\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\frac{\varphi_0}{2}\sin^2\psi}} = 1+\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\psi\right)^2+\frac{3}{8}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\psi\right)^4+\frac{15}{48}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\psi\right)^6+\ldots. \quad (63)$$

V integrálu (61) tedy dostaneme součet výrazů ze vztahu (63), v nichž vystupují integrály $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{2m}\psi\,\mathrm{d}\psi$ pro $m=1,2,\ldots$. Z tabulek získáme

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{2m}\psi\,\mathrm{d}\psi = \frac{\pi}{2}\frac{(2m-1)!!}{(2m)!!}, \quad (64)$$

kde $(2m)!!=2.4.6.\ldots.2m=2^m m!$.

Po dosazení vztahu (64) do vztahu (63) a následně do vztahů (61) a (60) získáme

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\psi\right)^2+\frac{3}{8}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\psi\right)^4+\frac{15}{48}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\psi\right)^6+\ldots\right)\mathrm{d}\psi$$

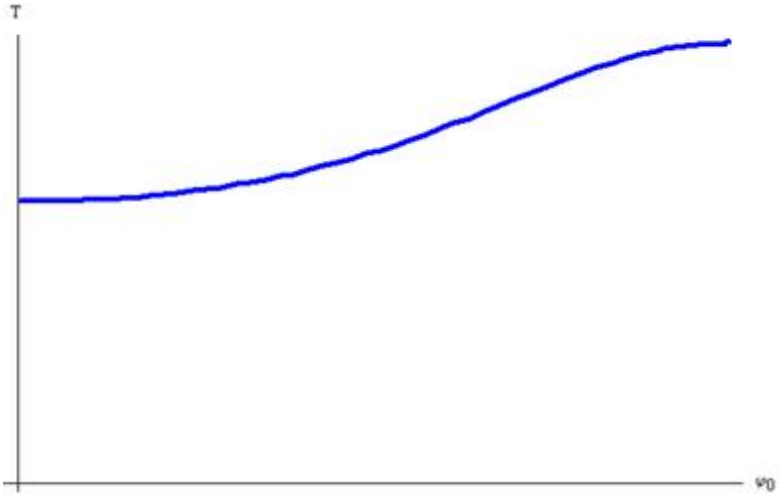
a tedy

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{g}}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\sin^2\frac{\varphi_0}{2} + \frac{9\pi}{128}\sin^4\frac{\varphi_0}{2} + \frac{25\pi}{512}\sin^6\frac{\varphi_0}{2} + \ldots\right). \quad (65)$$

Vytkneme-li ve výrazu (65) $\frac{\pi}{2}$, získáme

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\varphi_0}{2} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{\varphi_0}{2} + \frac{25}{256}\sin^6\frac{\varphi_0}{2} + \ldots\right). \quad (66)$$

První člen výrazu (66) odpovídá periodě matematického kyvadla pro malé výchylky. Ostatní členy je možné v tomto kontextu chápat jako opravy periody pro konkrétní počáteční výchylku (maximální výchylku) popsanou úhlem φ_0. Graf závislosti periody na počáteční výchylce popsané úhlem φ_0 je na obr. 32.



Obr. 32

9.3.4.3 | Síly, které mají zobecněný potenciál

Nyní budeme předpokládat, že

$$V = V\left(q^j, \dot{q}^j, t\right), \tag{67}$$

tj. potenciální energie *V* závisí i na zobecněné rychlosti a na čase (na rozdíl od pole konzervativních sil). Přitom *V* je taková funkce, že splňuje vztah (46), ale v tomto případě

obecně $\frac{\partial V}{\partial \dot{q}^j} \neq 0$. Potom opět platí Lagrangeovy rovnice druhého druhu ve tvaru (47) a

$$L\left(q^j, \dot{q}^j, t\right) = T\left(q^j, \dot{q}^j, t\right) - V\left(q^j, \dot{q}^j, t\right). \tag{68}$$

Tato situace, v níž platí závislost (67), je v přírodě realizována pouze v případě elektromagnetismu. Zobecněný potenciál má Lorentzova síla působící na částici s elektrickým nábojem *e*, která se pohybuje rychlostí $\vec{v}$ v elektromagnetickém poli, jehož elektrická intenzita je $\vec{E}$ a magnetická indukce je $\vec{B}$.

PRO LORENTZOVU SÍLU

$$\vec{F} = e\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \tag{69}$$

EXISTUJE ZOBECNĚNÝ POTENCIÁL VE TVARU

$$V = e\left(\varphi - \vec{v}.\vec{A}\right), \tag{70}$$

KDE φ JE POTENCIÁL ELEKTRICKÉHO POLE A $\vec{A}$ JE VEKTOROVÝ POTENCIÁL. PRO TYTO POTENCIÁLY PŘITOM PLATÍ

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \text{ a } \vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}. \tag{71}$$

Důkaz tvrzení, že zobecněný potenciál Lorentzovy síly lze definovat vztahem (70), spočívá v rozepsání rychlosti

a vektorového potenciálu v kartézských souřadnicích a dosazení do vztahu (46). Výsledný vztah by měl popisovat Lorentzovu sílu danou vztahem (69).

Veličiny φ a A je nutno chápat jako pomocné veličiny, které nejsou jednoznačné, protože je možné je přeškálovat a volit tak, aby počítání s nimi bylo pokud možno co nejjednodušší. Pokud se tyto veličiny dobře zvolí, zjednoduší se i výpočty v tom smyslu, že budeme mít méně rovnic k řešení. Měřitelnými veličinami jsou veličiny $\vec{E}$ a $\vec{B}$.

Velmi snadnou úpravou vztahů (71) lze získat vyjádření dvou Maxwellových rovnic. Platí totiž

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = \mathrm{rot}\left(-\mathrm{grad}\,\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = -\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\,\varphi - \mathrm{rot}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 - \frac{\partial}{\partial t}\left(\mathrm{rot}\,\vec{A}\right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

a také $\mathrm{div}\,\vec{B} = \mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\vec{A} = 0$ (identicky). Takže jsme získali dvě z Maxwellových rovnic: $\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ a $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$.

Maxwellovy rovnice elektromagnetického pole jsou tak obecné, že je možné s nimi počítat i ve speciální teorii relativity i v obecné teorii relativity bez výraznějších změn. Newtonův popis mechaniky takto obecný není a pro fyzikální popis v rámci teorie relativity je naprosto nevhodný a nepoužitelný.

9.3.5 | Postup pro sestavení Lagrangeových rovnic

Lagrangeovy rovnice druhého druhu (47) jsou velmi užitečné při řešení řady úloh, které mají své praktické důsledky. Proto je nutné umět tyto rovnice správně sestavit. Doporučený postup je tento:

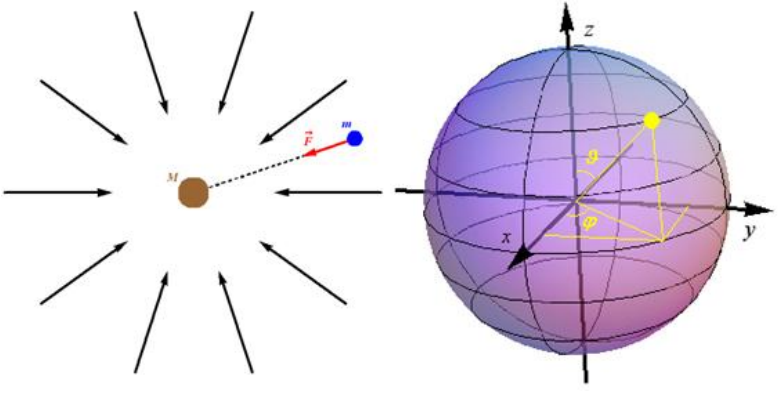
1. zavést zobecněné souřadnice q^j pro $j = 1, 2, \ldots, n$;
2. nalézt vztahy mezi těmito zobecněnými souřadnicemi a kartézskými souřadnicemi $x^i = x^i\left(q^j\right)$ (pro $i = 1, 2, \ldots, 3N$ a $j = 1, 2, \ldots, n$);
3. určit $\frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}t}$ pro $i = 1, 2, \ldots, 3N$;
4. určit kinetickou energii *T* ve tvaru $T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3N} m_i \left(\frac{\mathrm{d}x^i}{\mathrm{d}t}\right)^2$;
5. určit potenciální energii *V* tak, že do funkce $V = V\left(x^i\right)$ dosadíme $x^i\left(q^j\right)$ a získáme funkci ve tvaru $V = V\left(q^j, t\right)$ resp. $V = V\left(q^j, \dot{q}^j, t\right)$ pro $i = 1, 2, \ldots, 3N$ a $j = 1, 2, \ldots, n$;
6. vypočítáme lagrangián daného systému a jeho derivace podle zobecněných souřadnic a podle zobecněných rychlostí;
7. napíšeme Lagrangeovy rovnice druhého

druhu.

Tento postup ukážeme na příkladu, který má velký význam nejen pro teoretickou mechaniku: pohyb hmotného bodu v poli centrální síly.

9.3.6 | Pohyb hmotného bodu v centrálním silovém poli

V centrálním silovém poli (viz obr. 33) se nachází hmotný bod o hmotnosti m. Vzhledem k tomu, že se jedná o centrální pole, je síla $\vec{F}$, která na hmotný bod působí, centrální síla (radiální síla). Tato síla proto nemá tečnou složku, a popisovaná situace je tedy sféricky symetrická. To znamená, že k popisu systému lze užít sférické souřadnice (viz obr. 34).



Obr. 33 Obr. 34

Zobecněnými souřadnicemi, které budou popisovat náš systém, tedy budou tři sférické souřadnice $q^1 = r$, $q^2 = \vartheta$ a $q^3 = \varphi$, kde je *r* je poloměr uvažované sféry. Tři plně postačují k popisu, neboť vyšetřujeme pohyb jednoho hmotného bodu v trojrozměrném prostoru a tento pohyb není omezen žádnou vazbou (viz 3.2.3).

Vztahy mezi zobecněnými souřadnicemi a kartézskými souřadnicemi vyplývají z obr. 34:

$$x^1 = x = r \sin\vartheta\cos\varphi;$$

$$x^2 = y = r \sin\vartheta\sin\varphi;$$

$$x^3 = z = r \cos\vartheta.$$

Tyto souřadnice závisí na čase. Nyní určíme jejich první derivace podle času:

$$\frac{\mathrm{d}x^1}{\mathrm{d}t} = \dot{x} = \dot{r}\sin\vartheta\cos\varphi + r\dot{\vartheta}\cos\vartheta\cos\varphi - r\dot{\varphi}\sin\vartheta\sin\varphi;$$

$$\frac{\mathrm{d}x^2}{\mathrm{d}t} = \dot{y} = \dot{r}\sin\vartheta\sin\varphi + r\dot{\vartheta}\cos\vartheta\sin\varphi + r\dot{\varphi}\sin\vartheta\cos\varphi;$$

$$\frac{\mathrm{d}x^3}{\mathrm{d}t} = \dot{z} = \dot{r}\cos\vartheta - r\dot{\vartheta}\sin\vartheta.$$

Nyní můžeme určit kinetickou energii hmotného bodu, který se nachází v centrálním silovém poli: $T = \frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)$. Dosazením z přechodních vztahů a následnou úpravou získáme vztah

$$T = \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \vartheta \right), \qquad (72)$$

který popisuje kinetickou energii hmotného bodu ve sférických souřadnicích vždy, bez ohledu na další charakteristiky konkrétní úlohy.

Kinetická energie hmotného bodu vždy musí obsahovat všechny zavedené zobecněné rychlosti $\dot{q}^j$ (pro $j = 1, 2, \ldots, n$), ale nemusí obsahovat nutně všechny zobecněné souřadnice q^j. Tyto souřadnice, které nejsou ve vztahu pro kinetickou energii (resp. ve vztahu pro lagrangián) obsaženy, usnadňují další výpočty. Těmto souřadnicím se říká cyklické souřadnice.

Jednotlivé členy, které vystupují v závorce vztahu (72) přitom mají svůj fyzikální význam - jedná o rychlosti, příslušející dané zobecněné souřadnici:

1. člen $v_r = \dot{r}$ určuje velikost radiální rychlosti, tj. rychlosti jakou se těleso o hmotnosti *m* přibližuje (resp. vzdaluje) hmotnému centru;
2. člen $v_\vartheta = r\dot{\vartheta}$ odpovídá velikosti rychlosti ve směru souřadnice ϑ;

Na povrchu Země se jedná o velikost rychlosti, kterou se hmotný bod pohybuje v severojižním směru.

3. člen $v_\varphi = r\dot{\varphi}\sin\vartheta$ odpovídá velikosti rychlosti ve směru souřadnice φ.

Na povrchu Země se tedy jedná o velikost rychlosti,

kterou se hmotný bod pohybuje ve směru východ - západ. $r \sin \vartheta$ je poloměr kružnice, po níž se hmotný bod v tomto směru pohybuje (tj. poloměr dané rovnoběžky, po níž se hmotný bod pohybuje) a $\dot{\varphi}$ je velikost úhlové rychlosti, s jakou se mění úhel φ.

To tedy znamená, že vektory $\vec{v_r}$, $\vec{v_\vartheta}$ a $\vec{v_\varphi}$ definují lokální kartézský systém na sféře.

V právě řešené úloze by bylo možné určit kinetickou energii (resp. celkovou velikost rychlosti hmotného bodu) na základě geometrického rozboru situace. Ale v obecném případě geometrický rozbor nemusí být tak zřejmý a názorný jako v tomto speciálním případě.

Ve vztazích pro velikosti rychlostí ve směru jednotlivých zobecněných souřadnic lze v tomto případě najít tzv. Laméovy koeficienty: 1, *r* a $r \sin \vartheta$.

Jsou to ty koeficienty, kterými se násobí derivace příslušné zobecněné souřadnice.

Každé centrální pole je konzervativní, neboť síla v něm působí radiálně a je závislá pouze na vzdálenosti (ne na funkci vzdálenosti) od hmotného centra daného centrálního silového pole. Proto má toto pole potenciální energii *V*, která je závislá pouze na vzdálenosti hmotného bodu od hmotného centra pole. Podle vztahu (42) je

$$F_x = -\frac{\partial V}{\partial r},\ F_y \approx -\frac{\partial V}{\partial \vartheta} \text{ a } F_z \approx -\frac{\partial V}{\partial \varphi}.$$

Úměra místo operátoru „=“ je ve vztazích pro F_y a F_z proto, že ve výpočtu chybí Laméovy koeficienty.

Vzhledem k tomu, že úlohu vyšetřujeme v centrálním poli, jehož potenciální energie závisí jen na vzdálenosti od hmotného centra, je $\frac{\partial V}{\partial \vartheta} = \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0$. A tedy

$$F(r) = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}(r). \tag{73}$$

Nyní můžeme psát Lagrangeovu funkci (48) ve tvaru

$$L = \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \vartheta \right) - V(r). \tag{74}$$

Pro jednotlivé derivace, které jsou nutné pro sestavení Lagrangeových rovnic druhého druhu, dostaneme:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m\dot{r} \text{ a } \frac{\partial L}{\partial r} = mr\dot{\vartheta}^2 + mr\dot{\varphi}^2 \sin^2 \vartheta - \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}(r);$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}} = mr^2\dot{\vartheta} \text{ a } \frac{\partial L}{\partial \vartheta} = mr^2\dot{\varphi}^2 \sin\vartheta\cos\vartheta;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = mr^2\dot{\varphi}\sin^2\vartheta \text{ a } \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0.$$

Tyto derivace byly určeny za „vypnutého času“ a tedy parametry r, ϑ, φ, $\dot{r}$, $\dot{\vartheta}$ a $\dot{\varphi}$ byly navzájem

nezávislé parametry. Nyní čas zapneme a bude platit $\dot{r} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}(t)$, $\dot{\vartheta} = \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}t}(t)$ a $\dot{\varphi} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}(t)$.

Časové derivace derivací lagrangiánu derivovaného již podle zobecněných rychlostí $\dot{r}$, $\dot{\vartheta}$ a $\dot{\varphi}$ jsou:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}}\right) = m\ddot{r};$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}}\right) = mr^2\ddot{\vartheta} + 2mr\dot{r}\dot{\vartheta}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(mr^2\dot{\varphi}\sin^2\vartheta\right)$$ - důvod, proč tento výraz zapisujeme jen symbolicky, vyplyne po sepsání Lagrangeových rovnic druhého druhu.

Nyní již můžeme napsat Lagrangeovy rovnice druhého druhu pro uvažovanou situaci. Dosadíme tedy do (47) a získáme:

$$m\ddot{r} - mr\dot{\vartheta}^2 - mr\dot{\varphi}^2\sin^2\vartheta + \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}(r) = 0, \qquad (75)$$

$$mr^2\ddot{\vartheta} + 2mr\dot{r}\dot{\vartheta} - mr^2\dot{\varphi}^2\sin\vartheta\cos\vartheta = 0 \qquad (76)$$

a

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(mr^2\dot{\varphi}\sin^2\vartheta\right) = 0. \qquad (77)$$

Z rovnice (77) vyplývá, proč jsme časovou derivaci lagrangiánu derivovaného podle zobecněné rychlosti $\dot{\varphi}$

pouze naznačili. Rovnice (77) zapsaná v této podobě je snadno řešitelná a jejím řešením je

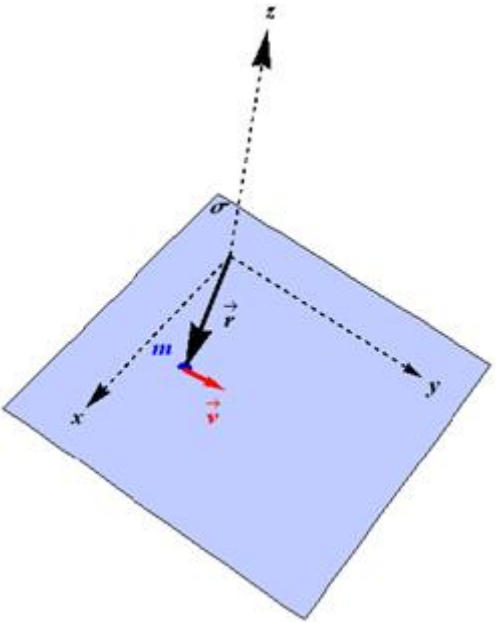
$$mr^2\dot{\varphi}\sin^2\vartheta = konst. \tag{78}$$

Rovnice (78) je matematickým vyjádřením zákona zachování momentu hybnosti v centrálním silovém poli.

Na základě pozorování lze tvrdit:

POHYB V KAŽDÉM CENTRÁLNÍM POLI JE NUTNĚ POHYB ROVINNÝ.

Pokud se povede toto dokázat, pak lze k popisu pohybu hmotného bodu v centrálním poli použít pouze dvě souřadnice, tj. lze přejít od sférických souřadnic k polárním souřadnicím.



Obr. 35

Zvolme bez újmy na obecnosti počáteční podmínky pohybu tak, že $\varphi(t_0)=\frac{\pi}{2}$ a $\dot{\varphi}(t_0)=0$. Polohový vektor $\vec{r}$ a vektor počáteční rychlosti $\vec{v_0}$ pohybu hmotného bodu jsou kolineární a určují tedy rovinu σ. (Pokud by kolineární nebyly, vybrali bychom jednu z rovin, v níž oba leží). Kartézskou soustavu souřadnic lze volit libovolně - proto (bez újmy na obecnosti) ji zvolíme tak, že osy *x* a *y* leží v rovině σ a osa *z* je k této rovině kolmá (viz obr. 35).

Tedy tak, že $\vartheta(t_0)=\frac{\pi}{2}$.

Nyní je zřejmý význam veličiny $\dot{\vartheta}(t)$ - určuje velikost rychlosti nárůstu odchylky pohybujícího se hmotného bodu od roviny σ. Jestliže jsme zvolili $\dot{\vartheta}(t_0)=0$ pak to znamená, že v čase t_0 zůstává hmotný bod v rovině σ.

Přepsáním rovnice (76) v čase t_0 získáme $mr^2\ddot{\vartheta}+2mrr.0-mr^2\dot{\varphi}^2\sin\vartheta\cos\frac{\pi}{2}=0$, tedy $mr^2\ddot{\vartheta}=0$. Dostáváme tak $\ddot{\vartheta}=0$, což znamená, že velikost zrychlení hmotného bodu ve směru mimo rovinu σ je nulové. Hmotný bod tedy zůstává v rovině σ, což je tzv. rovina ekliptiky.

Tedy $\vartheta=\frac{\pi}{2}$ v každém časovém okamžiku.

Řešením rovnice (77), jak bylo již uvedeno, je vztah (78), který představuje zákon zachování momentu hybnosti. Jestliže se ale moment hybnosti zachovává (tj. nemění se ani jeho velikost, ani jeho směr), pak je pohyb hmotného bodu nutně rovinný. A navíc směr momentu hybnosti je kolmý k rovině, v níž se hmotný bod pohybuje.

Proto lze místo sférických souřadnic *r*, ϑ, φ použít polární souřadnice *r*, φ, čímž získáme Lagrangeovu funkci (74) ve tvaru

$$L = \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \right) - V(r), \tag{79}$$

kde $\dot{r}$ představuje velikost radiální rychlosti (tj. velikost rychlosti vzdalování od hmotného centra centrální pole) a $r\dot{\varphi}$ je velikost tečné rychlosti, tj. velikost rychlosti pohybu hmotného bodu po křivce v rovině.

Je důležité si uvědomit, že přechod z třírozměrného popisu systému do dvourozměrného popisu systému, tj. přechod od lagrangiánu ve tvaru (74) k lagrangiánu ve tvaru (79) není obecně triviální a je jistější přepočítat celou úlohu (kinetickou energii, potenciální energii, ...) znovu. V námi vyšetřované úloze to bylo možné, protože jsme používali kartézské souřadnice a z geometrického náhledu byla situace jasná.

9.3.7 | Metody řešení Lagrangeových rovnic

Lagrangeovy rovnice druhého druhu (41) resp. (47) jsou obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu, které je možno řešit různými způsoby:

1. numericky pomocí počítače - výpočet je ale nutné pečlivě kontrolovat, abychom získali skutečně správná řešení rovnic i z fyzikálního hlediska;
2. použitím zjednodušujících aproximací

(většinou linearizace problému a tedy i řešených rovnic) - nutno provádět pouze za určitých předpokladů a fyzikálně korektně (např. řešení pohybových rovnic matematického kyvadla);

3. exaktní řešení pomocí tzv. **prvních integrálů** (**integrálů pohybu**).

Lagrangeovy rovnice často samy dávají návod, jak je řešit. Pokud zavedeme integrály pohybu, zjednodušíme si řešení rovnic.

Každý integrál pohybu se totiž pomůže zbavit jedné tečky v derivaci funkce.

INTEGRÁL POHYBU JE VÝRAZ TVARU

$$f\left(q^j, \dot{q}^j, t\right) = konst., \tag{80}$$

KTERÝ V KAŽDÉM OKAMŽIKU NABÝVÁ STEJNÉ HODNOTY (KONSTANTNÍ HODNOTY), KDYŽ HO VYČÍSLÍME PODÉL LIBOVOLNÉ TRAJEKTORIE POPSANÉ ROVNICÍ $q^j = q^j(t)$ (PRO $j = 1, 2, \ldots, n$), KTERÁ ŘEŠÍ POHYBOVÉ ROVNICE.

Do vztahu (80) tedy dosadíme skutečné funkce $q^j = q^j(t)$ a $\dot{q}^j = \dot{q}^j(t)$ a hodnota tohoto výrazu pak bude tedy pořád stejná, tj. $f\left(q^j(t), \dot{q}^j(t), t\right) = konst.$ Jinými slovy $\frac{df}{dt}(t) = 0$ platí pro každou trajektorii, která je dána svými počátečnými podmínkami.

Podél jiné trajektorie bude výraz (80) nabývat také konstantní hodnoty, ale bude to jiná konstanta, než u předešlé trajektorie.

Před dalším tvrzením, které usnadní výpočty Lagrangeových rovnic druhého druhu, zavedeme pojem **cyklická souřadnice**.

ZOBECNĚNÁ SOUŘADNICE, NA KTERÉ NEZÁVISÍ LAGRANGEOVA FUNKCE (48), SE NAZÝVÁ CYKLICKÁ SOUŘADNICE.

A nyní již uvedeme zmiňované tvrzení.

POKUD LAGRANGEOVA FUNKCE (48) NEZÁVISÍ NA NĚKTERÉ ZOBECNĚNÉ SOUŘADNICI q^i, PAK VÝRAZ $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i}$ JE INTEGRÁLEM POHYBU.

Důkaz tohoto tvrzení je snadný: z $j = 1, 2, \ldots, i-1, i, i+1, \ldots, n$ Lagrangeových rovnic druhého druhu vezmeme *i*-tou rovnici $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q^i} = 0$. Podle předpokladu tvrzení nezávisí Lagrangeova funkce na souřadnici q^i, tedy $\frac{\partial L}{\partial q^i} = 0$. Po dosazení do *i*-té Lagrangeovy rovnice získáme $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i}\right) = 0$ a tedy $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i} = konst.$ Proto $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i} = f$, kde *f* je integrál pohybu (80).

Příklad: Určete integrály pohybu v langrangiánu

$$L = \frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right) - V(z).$$

Řešení: Lagrangián závisí v tomto případě na kartézských souřadnicích *x*, *y* a *z*. Ovšem na *x* a na *y* nezávisí explicitně (závisí na časových derivacích těchto souřadnic). Proto jsou souřadnice *x* a *y* cyklické souřadnice a tedy máme dva integrály pohybu: $\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}$ a $\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}$, pro které platí $\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} = konst.$ a $\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} = konst.$ Tedy *x*-ová a *y*-ová složka hybnosti se zachovává.

Dalším integrálem pohybu je tzv. **zobecněná energie**.

POKUD LAGRANGEOVA FUNKCE (48) NEZÁVISÍ EXPLICITNĚ NA ČASE t, PAK VÝRAZ

$$h(q, \dot{q}, t) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\dot{q}^j - L, \qquad (81)$$

KTERÝ SE NAZÝVÁ ZOBECNĚNÁ ENERGIE (JACOBIHO INTEGRÁL), JE INTEGRÁLEM POHYBU.

Má-li být výraz (81) integrálem pohybu, pak podle podmínky (80) musí platit $h(q, \dot{q}, t) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\dot{q}^j - L = konst.$

Tuto rovnost nyní dokážeme. Pokud má být $h(q, \dot{q}, t) = konst.$, musí být $\frac{dh}{dt} = 0$. Proto nyní určíme úplnou

časovou derivaci (81). Získáme: $\frac{dh}{dt}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\right)\dot{q}^j+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\ddot{q}^j\right)-\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial L}{\partial q^j}\dot{q}^j+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\partial\dot{q}^j+\frac{\partial L}{\partial t}\right)$, kde $\frac{dL}{dt}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial L}{\partial q^j}\dot{q}^j+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\partial\dot{q}^j+\frac{\partial L}{\partial t}\right)$. Po úpravě získáme $\frac{dh}{dt}=\sum_{j=1}^{n}\left(\left(\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\right)-\frac{\partial L}{\partial q^j}\right)\dot{q}^j\right)-\frac{\partial L}{\partial t}$. Uvědomíme-li si, že platí $\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\right)-\frac{\partial L}{\partial q^j}\right)=0$ (jedná se o Lagrangeovy rovnice druhého druhu (viz (47)) a že $\frac{\partial L}{\partial t}=0$ (podle předpokladu definice zobecněné energie (81)), pak $\frac{dh}{dt}=0$.

Příklad: Určete integrály pohybu v langrangiánu $L=\frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2\right)-V\left(x,y,z\right)$.

Řešení: Vzhledem k tomu, že napsaný lagrangián nezávisí explicitně na čase, můžeme definovat zobecněnou energii pomocí vztahu (81): $h=\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\dot{x}+\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}\dot{y}+\frac{\partial L}{\partial \dot{z}}\dot{z}-L$. Po dosazení a po postupných úpravách dostaneme: $h=m\dot{x}^2+m\dot{y}^2+m\dot{z}^2-\frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2\right)+V\left(x,y,z\right)=\frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2\right)+V\left(x,y,z\right)=T+V$. V tomto **SPECIÁLNÍM PŘÍPADĚ** jsme tedy získali $h=T+V=konst.$, tj. zákon zachování mechanické energie. Obecně ovšem zobecněná energie nemusí být vyjádřením zákona zachování energie. V tomto případě je to důsledek

speciální podoby lagrangiánu.

Přesto je zobecněná energie *h* v některých případech rovna celkové mechanické energii systému.

ZOBECNĚNÁ ENERGIE DEFINOVANÁ VZTAHEM (81) JE ZÁKONEM ZACHOVÁNÍ MECHANICKÉ ENERGIE TEHDY, KDYŽ SE JEDNÁ O POHYB HMOTNÉHO BODU V POLI KONZERVATIVNÍCH SIL, KTERÉ JSOU OMEZENY HOLONOMNÍMI A SKLERONOMNÍMI VAZBAMI.

Reonomní vazby totiž energii systému dodávají nebo odebírají.

Důkaz tohoto tvrzení provedeme rozpisem kinetické energie *T* a následným dosazením do vztahu (81).

Pro kinetickou energii soustavy *N* hmotných bodů platí: $T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3N} m_i \left(\frac{dx^i}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3N} m_i \frac{dx^i}{dt}\frac{dx^i}{dt}$. Vzhledem k tomu, že $x^i = x^i\left(q^j(t)\right)$ (podle podmínky (31)) pro $i = 1, 2, \ldots, 3N$ a $j = 1, 2, \ldots, n$ (*n* je počet stupňů volnosti), můžeme psát $T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3N} m_i \sum_{r=1}^{n} \frac{\partial x^i}{\partial q^r}\dot{q}^r \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial x^i}{\partial q^s}\dot{q}^s$. Po úpravách, při kterých zaměníme také pořadí sčítanců, dostaneme $T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3N} m_i \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial x^i}{\partial q^r}\dot{q}^r \frac{\partial x^i}{\partial q^s}\dot{q}^s = \sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\sum_{i=1}^{3N} \frac{1}{2} m_i \frac{\partial x^i}{\partial q^r}\frac{\partial x^i}{\partial q^s}\dot{q}^s\dot{q}^r$.

Označíme-li $A_{rs} = \sum_{i=1}^{3N} \frac{1}{2} m_i \frac{\partial x^i}{\partial q^r} \frac{\partial x^i}{\partial q^s}$, můžeme pro kinetickou energii můžeme psát: $T = \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} A_{rs} \dot{q}^s \dot{q}^r$. Nyní už lze na základě vztahu (81) psát zobecněnou energii: $h = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \dot{q}^j - L = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}^j} \dot{q}^j - T + V$.

V poslední sumě se derivuje pouze kinetická energie *T*, protože potenciální energie *V* nezávisí na žádné zobecněné rychlosti $\dot{q}^j$.

Dosazením z rozepsané kinetické energie získáme:

$$h = \sum_{j=1}^{n} \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} \left(A_{rs} \frac{\partial \dot{q}^r}{\partial \dot{q}^j} \dot{q}^s + A_{rs} \dot{q}^r \frac{\partial \dot{q}^s}{\partial \dot{q}^j} \right) \dot{q}^j - T + V = \sum_{j=1}^{n} \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} \left(A_{rs} \delta_j^r \dot{q}^s + A_{rs} \dot{q}^r \delta_j^s \right) \dot{q}^j - T + V =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} \left(A_{rs} \delta_j^r \dot{q}^j \dot{q}^s + A_{rs} \dot{q}^r \delta_j^s \dot{q}^j \right) - T + V = \sum_{j=1}^{n} \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} \left(A_{rs} \dot{q}^r \dot{q}^s + A_{rs} \dot{q}^r \dot{q}^s \right) - T + V.$$

S využitím zavedené kinetické energie lze tedy psát: $h = T + T - T + V = T + V = E = konst.$

Tím je důkaz ukončen.

9.3.8 | Pohyb hmotného objektu v poli centrální cíly

Jak bylo ukázáno, pohyb hmotného bodu v poli centrální síly je pohyb rovinný. To znamená, že pohyb hmotného bodu (resp. hmotného objektu) o hmotnosti *m*

v tomto poli můžeme popsat pomocí polárních souřadnic r a φ. Lagrangián tedy lze psát ve tvaru (79), tj. $L = \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \right) - V(r)$. Lagrangeova funkce ovšem nezávisí na souřadnici φ - tj. φ je cyklická souřadnice. Můžeme tedy psát první integrál pohybu ve tvaru

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = m r^2 \dot{\varphi} = l = konst., \qquad (82)$$

kde l je moment hybnosti. Vztah (82) tedy vyjadřuje zákon zachování momentu hybnosti.

Lagrangián (79) nezávisí ovšem přímo ani na čase, a proto můžeme psát zobecněnou energii h pro pohyb hmotného objektu v poli centrální síly ve tvaru

$$h = \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \right) + V(r) = E = konst., \qquad (83)$$

neboť se nacházíme v poli konzervativních sil. Ze vztahu (82) můžeme vyjádřit

$$\dot{\varphi} = \frac{l}{m r^2}, \qquad (84)$$

čímž jsme získali vyjádření časové změny úhlu v závislosti na vzdálenosti od centrálního tělesa a na hmotnosti uvažovaného hmotného objektu.

Získali jsme tedy velikost úhlové rychlosti pohybu daného objektu, tj. velikost rychlosti, s níž se tento objekt

pohybuje kolem centrálního tělesa. V této rychlosti není zahrnut radiální pohyb (tj. přibližování nebo oddalování od centrálního tělesa)!

Dosazením vztahu (84) do rovnice (83) získáme rovnici $\frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2+r^2\frac{l^2}{m^2r^4}\right)+V(r)=E$, odkud můžeme vyjádřit $\dot{r}^2$ ve tvaru $\dot{r}^2=\frac{2}{m}\left(E-V(r)\right)-\frac{l^2}{m^2r^2}$, který lze upravit na tvar

$$\dot{r}^2=\frac{2}{m}\left(E-\left(V(r)+\frac{l^2}{2mr^2}\right)\right). \qquad (85)$$

S tímto vztahem nyní budeme pracovat dále, neboť naším cílem je popsat pohyb, tj. nalézt závislost souřadnice *r* (resp. φ) na čase. Proto vztah (85) odmocníme a přepíšeme do tvaru vhodného pro další výpočet $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{2}{m}\left(E-\left(V(r)+\frac{l^2}{2mr^2}\right)\right)}$. Pomocí separace proměnných bychom získali rovnici $\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{\frac{2}{m}\left(E-\left(V(r)+\frac{l^2}{2mr^2}\right)\right)}}$, kterou by bylo možné řešit integrací a získali bychom $t=\int\frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{\frac{2}{m}\left(E-\left(V(r)+\frac{l^2}{2mr^2}\right)\right)}}=g(r)$ a tedy $r=g^{-1}(t)$. Výpočet funkce $g(r)$ je ovšem technicky velmi zdlouhavý. Proto je

lepší nevyšetřovat závislosti $r(t)$ (resp. $\varphi(t)$), ale najít rovnou tvar trajektorie, tj. hledat závislost $r(\varphi)$.

Pro snadnější výpočet zavedeme funkci *u* proměnné φ předpisem

$$u(\varphi) = \frac{1}{r(\varphi)}. \tag{86}$$

Potom můžeme psát $\dot{r} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{u(\varphi)}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{u(\varphi(t))}\right) = -\frac{1}{u^2(\varphi(t))}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{u^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}\dot{\varphi}$. Po dosazení ze vztahu (84) dostaneme $\dot{r} = -\frac{1}{u^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}\frac{l}{mr^2} = -\frac{1}{u^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}\frac{lu^2}{m} = -\frac{l}{m}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}$ a dosadíme do (85). S využitím (86) tedy získáme $\frac{l^2}{m^2}\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 = \frac{2}{m}\left(E - \left(V(u) + \frac{l^2u^2}{2m}\right)\right)$ a odtud již snadnou úpravou získáme

$$\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + u^2 = \frac{2m}{l^2}\left(E - V(u)\right). \tag{87}$$

Derivací obou stran rovnice (87) podle proměnné φ získáme $2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\varphi^2} + 2u\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi} = -\frac{2m}{l^2}\frac{\mathrm{d}V(u)}{\mathrm{d}u}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}$. Bez újmy na obecnosti lze tuto rovnici vydělit výrazem $2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi}$, čímž

získáme vztah

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\varphi^2}+u=-\frac{m}{l^2}\frac{\mathrm{d}V(u)}{\mathrm{d}u}, \tag{88}$$

což je tzv. **Binetův vzorec** pro trajektorie pohybujících se objektů v poli centrální síly.

S využitím dvou „triků“ (substituce (86) a derivace rovnice (87)) jsme získali důležitý vztah (88), který má význam nejen v (teoretické) mechanice, ale také např. i v atomové fyzice (tzv. Rutherfordův rozptyl).

9.3.9 | Pohyb planet kolem Slunce aneb Keplerova úloha

9.3.9.1 | Obecné odvození

Potenciální energie tělesa (např. planeta) o hmotnosti *m*, které se pohybuje kolem centrálního tělesa (např. Slunce) o hmotnosti *M* ve vzdálenosti *r*, je dána vztahem

$$V=-\frac{GMm}{r}=-\frac{\alpha}{r}, \tag{89}$$

kde *G* je gravitační konstanta.

Tvar trajektorie tělesa, které se pohybuje v poli centrální síly, získáme pomocí Binetova vzorce (88).

S využitím substituce (86) můžeme psát $V = -\alpha u$ a tedy $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}u} = -\alpha$. Dosazením do (88) získáme rovnici pro neznámou $u(t)$

$$\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}\varphi^2} + u = \frac{\alpha m}{l^2}, \tag{90}$$

která má řešení ve tvaru $u = u_0 + u_p = C\cos\varphi + \frac{\alpha m}{l^2}$. S využitím substituce (86) tedy dostáváme $r = \frac{1}{C\cos\varphi + \frac{\alpha m}{l^2}} = \frac{\frac{l^2}{\alpha m}}{\frac{l^2 C}{\alpha m}\cos\varphi + 1}$, což můžeme zapsat v zjednodušeném tvaru

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon\cos\varphi}, \tag{91}$$

kde

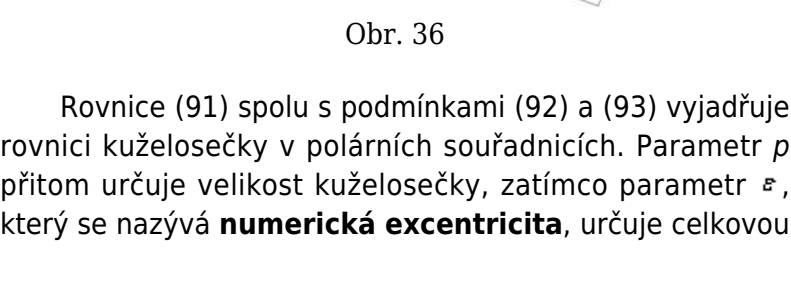
$$p = \frac{l^2}{\alpha m} = \frac{l^2}{GMm^2}. \tag{92}$$

Je důležité si uvědomit, že *r*, *u* a φ jsou funkce závislé na čase.

Konstantu ε určíme tak, že dosadíme řešení (91)

s využitím substituce (86) do rovnice (87). Předtím vyjádříme $u = \frac{1+\varepsilon\cos\varphi}{p}$ a $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\varphi} = -\frac{\varepsilon\sin\varphi}{p}$. Po dosazení do (87) dostaneme $\frac{\varepsilon^2\sin^2\varphi}{p^2} + \frac{1+2\varepsilon\cos\varphi+\varepsilon^2\cos^2\varphi}{p^2} = \frac{2m}{l^2}\left(E + \alpha\frac{1+\varepsilon\cos\varphi}{p}\right)$. Dále můžeme psát $\varepsilon^2 + 1 + 2\varepsilon\cos\varphi = \frac{2mp^2}{l^2}E + \frac{2m\alpha p}{l^2}(1+\varepsilon\cos\varphi)$ a s využitím vztahu (92) upravit na tvar $\varepsilon^2 - 1 + 2(1+\varepsilon\cos\varphi) = \frac{2mp^2}{l^2}E + 2(1+\varepsilon\cos\varphi)$, odkud

$$\varepsilon^2 - 1 = \frac{2mp^2}{l^2}E = \frac{2l^2}{\alpha^2 m}E = \frac{2l^2}{G^2M^2m^3}E\,. \qquad (93)$$



Obr. 36

Rovnice (91) spolu s podmínkami (92) a (93) vyjadřuje rovnici kuželosečky v polárních souřadnicích. Parametr *p* přitom určuje velikost kuželosečky, zatímco parametr ε, který se nazývá **numerická excentricita**, určuje celkovou

mechanickou energii tělesa, která se díky platnosti zákona zachování mechanické energie zachovává. V závislosti na parametru ε lze přitom získat jednu ze čtyř kuželoseček (viz obr. 36):

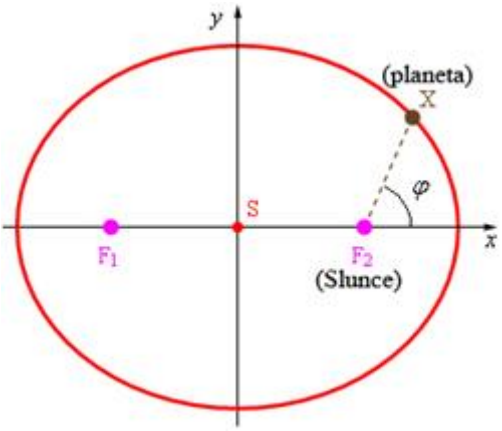
1. pro $\varepsilon = 0$ kružnici - což je křivka, po níž se pohybuje těleso s minimální energií, kterou je možné odvodit ze vztahu (93):

$$E_{\min} = -\frac{G^2 M^2 m^3}{2l^2}; \qquad (94)$$

2. pro $\varepsilon \in (0;1)$ elipsu, přičemž $\varphi = 0$ popisuje perihélium trajektorie daného tělesa a $\varphi = \pi$ odpovídá aféliu dané trajektorie (viz obr. 37). Energie, kterou má pohybující se těleso, je záporná.
3. pro $\varepsilon = 1$ parabolu, protože pro $\varphi = \pi$ se trajektorii otvírá. Energie tělesa je nulová.
4. pro $\varepsilon > 1$ hyperbolu, trajektorie se otvírá dříve než při $\varphi = \pi$ a těleso má kladnou energii.

Typ kuželosečky v závislosti na energii tělesa lze určit pomocí efektivního potenciálu.

Z obr. 36 je vidět, že kuželosečky lze získat i tak, jak vyplývá z jejich názvu: lze „seknout“ kužel rovinou, která má pro každou kuželosečku určitou speciální polohu.



Obr. 37

Při odvozování obecného tvaru trajektorie jsme se mohli omezit na popis pomocí dvou souřadnic, neboť pohyb v poli centrální síly je vždy pohyb rovinný. Navíc popis pomocí lagrangeových rovnic vede na dva integrály pohybu - v našem konkrétním případě se zachovává moment hybnosti *l* a celková mechanická energie *E*.

Na základě obecného odvození a na základě geometrického významu řešení (91) lze nyní formulovat Keplerovy zákony, které popisují pohyb planet ve Sluneční soustavě.

Autorem Kepleových zákonů je německý matematik Johannes Kepler (1571 - 1630). Odvodil je na základě pozorování, která prováděl dánský astronom Tycho Brahe.

První a druhý Keplerův zákon byly publikovány v *Astronomia nova* (*Nová astronomie*) vydané v roce 1609 v Praze, třetí Keplerův zákon pak v roce 1619 v Linci v díle *Harmoniae mundi* (*Harmonie světa*).

9.3.9.2 | První Keplerův zákon

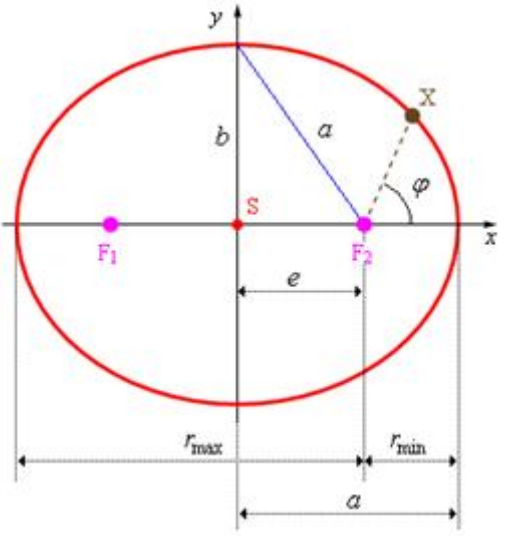
PLANETY OBÍHAJÍ KOLEM SLUNCE PO ELIPSÁCH, V JEJICHŽ SPOLEČNÉM OHNISKU JE SLUNCE.

Na základě obr. 38 a Pythagorovy věty lze pro délku hlavní poloosy *a* elipsy a délku vedlejší poloosy *b* elipsy psát

$$b^2 + e^2 = a^2, \tag{95}$$

kde *e* je excetricita definovaná vztahem

$$e = \varepsilon a. \tag{96}$$



Obr. 38

S využitím vztahů (95) a (96) můžeme psát

$$b = a\sqrt{1-\varepsilon^2}\,. \tag{97}$$

Na základě obr. 38 lze také určit minimální vzdálenost r_{min} planety od Slunce ve tvaru, který lze též vyjádřit s využitím vztahu (96)

$$r_{min} = a - e = a\left(1-\varepsilon\right). \tag{98}$$

S využitím řešení (91) a geometrického rozboru situace lze psát

$$r_{\min} = \frac{p}{1+\varepsilon}. \tag{99}$$

Srovnáním vztahů (98) a (99) dostaneme

$$a = \frac{p}{1-\varepsilon^2} \tag{100}$$

a po dosazení ze vztahů (92) a (93) máme $a = \frac{\frac{l^2}{GMm^2}}{\frac{2l^2}{G^2M^2m^3}|E|}$.

Po úpravě tedy vychází

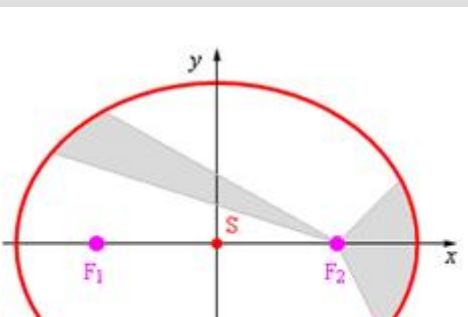
$$a = \frac{GMm}{2|E|}, \tag{101}$$

což je délka hlavní poloosy elipsy, po níž se pohybuje planeta s energií *E*.

Trajektorie, po kterých se pohybují planety ve Sluneční soustavě, jsou uzavřené, což plyne z tvaru Newtonovského potenciálu (89). Podle tzv. Bertrandova teorému existují pouze dva typy potenciálu, které vedou na uzavřené trajektorie: Newtonovský potenciál ve tvaru (89) a potenciál, který je úměrný r^2.

9.3.9.3 | Druhý Keplerův zákon

SPOJNICE SLUNCE A PLANETY (TZV. PRŮVODIČ) OPISUJE ZA STEJNÉ ČASOVÉ INTERVALY STEJNÉ PLOCHY (VIZ OBR. 39).



Obr. 39

Tento zákon je vlastně geometrickým důsledkem zákona zachování momentu hybnosti, který je definován vztahem (82).

Vztah (82) je jedním z integrálů pohybu, neboť souřadnice φ vystupující v lagrangiánu (74) je cyklická souřadnice.

Přírůstek plochy elipsy dS, kterou opíše průvodič planety při jejím pohybu, změní-li planeta svojí polohu

o úhel $\mathrm{d}\varphi$, je $\mathrm{d}S = \frac{1}{2} r^2 \mathrm{d}\varphi$. Plošná rychlost je tedy pak definována vztahem

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} r^2 \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\varphi} . \qquad (102)$$

S využitím vztahu (82) lze tedy psát

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} r^2 \frac{l}{mr^2} = \frac{l}{2m} , \qquad (103)$$

což je výraz, který nabývá konstantní hodnoty. Moment hybnosti *l* se totiž zachovává a *m* je hmotnost planety obíhající kolem Slunce. A ta se také nemění.

9.3.9.4 | Třetí Keplerův zákon

PRO VŠECHNY PLANETY SLUNEČNÍ PLANETY PLATÍ $\frac{T^2}{a^3} = konst.$, PŘIČEMŽ T JE PERIODA OBĚHU PLANETY KOLEM SLUNCE A a JE DÉLKA HLAVNÍ POLOOSY JEJÍ TRAJEKTORIE.

Druhý Keplerův zákon lze matematicky psát ve tvaru (103), odkud dostáváme $S = \int_0^T \frac{l}{2m} \mathrm{d}t = \frac{l}{2m} T$. Plocha elipsy je dána vztahem $S = \pi ab$, kde *a* resp. *b* je délka hlavní poloosy elipsy resp. vedlejší poloosy elipsy, která je trajektorií pohybu planety kolem Slunce. Podle vztahu (97)

lze psát $S = \pi a^2 \sqrt{1-\varepsilon^2}$. Dostáváme tedy $\pi a^2 \sqrt{1-\varepsilon^2} = \frac{l}{2m} T$, odkud $T^2 = \frac{4\pi^2 m^2 a^4}{l^2}\left(1-\varepsilon^2\right) = \frac{4\pi^2 m^2 a^3}{l^2} a\left(1-\varepsilon^2\right)$. S využitím vztahu (100) dostáváme $T^2 = \frac{4\pi^2 m^2 a^3}{l^2} p$ a na základě vztahu (92) máme $T^2 = \frac{4\pi^2 m^2 a^3}{l^2} \frac{l^2}{GMm^2} = \frac{4\pi^2 a^3}{GM}$. Odtud již plyne

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}. \qquad (104)$$

Poměr druhé mocniny oběžné doby planety a třetí mocniny hlavní poloosy její trajektorie je tedy konstantní a je dán pouze hmotností Slunce, kolem něhož planeta obíhá (π a G jsou univerzální konstanty).

9.3.10 | Metoda efektivního potenciálu

Odvození přesného tvaru trajektorie tělesa, které se pohybuje v centrálním poli Slunce, a Keplerových zákonů, které tento pohyb popisují, bylo provedeno na základě potenciální energie zapsané ve speciálním tvaru (89), který vyplývá z Newtonovské mechaniky (z Newtonova gravitačního zákona). Tento vztah pro výpočet potenciální

energie je natolik jednoduchý, že umožňuje analyticky vyjádřit trajektorie, po níž se těleso pohybuje. V případě složitějšího vyjádření potenciální energie (např. potenciální energie vyplývající z obecné teorie relativity) není analytické řešení jednoduché. A přitom často stačí kvalitativní předpověď pohybu těles.

To znamená, že stačí určit obecně např. tvar trajektorie, po níž se těleso pohybuje bez nutnosti znát její přesné parametry (např. stačí určit, že jde o elipsu, aniž bychom specifikovali polohu ohnisek, délky poloos, ...).

Pro další úvahy je dobré, zavést tzv. **efektivní potenciál** $V_{ef}(r)$ na základě vztahu (85) ve tvaru

$$V_{ef}(r) = V(r) + \frac{l^2}{2mr^2}. \qquad (105)$$

Ze vztahu (85) jsme tedy za efektivní potenciál označili vnitřní závorku.

Člen $\frac{l^2}{2mr^2}$ je úměrný druhé mocnině velikosti obvodové rychlosti $r^2\dot{\varphi}^2$ (na základě úvah o obvodové rychlosti byl vztah (85) sestaven), a proto se nazývá odstředivý člen. Pokud se totiž těleso přibližuje k centru, kolem kterého se pohybuje, roste velikost rychlosti pohybu tohoto tělesa a tedy roste i velikost odstředivé síly, která

na těleso působí. A právě pomocí členu $\frac{l^2}{2mr^2}$ jsou tyto efekty do potenciální energie započítávány.

Na základě označení (105) lze vztah (85) psát ve tvaru

$$r^2 = \frac{2}{m}\left(E - V_{ef}(r)\right), \qquad (106)$$

z něhož lze určit podmínky, za kterých se může pohyb tělesa vůbec uskutečnit. Levá strana rovnice (106) je zapsána jako druhá mocnina jisté funkce (časová derivace polohy tělesa); levá strana rovnice je tedy nezáporný výraz. To znamená, že nezáporný výraz musí být i na pravé straně rovnice. Musí tedy platit

$$E \geq V_{ef}(r). \qquad (107)$$

Tato podmínka tedy určuje omezení na přípustný interval radiálních vzdáleností *r* od centrálního tělesa uvažovaného centrálního pole. A tuto podmínku lze přitom najít velmi jednouše v grafickém vyjádření závislosti potenciální energie na vzdálenosti *r* (viz obr. 40).

Z podmínky (107) lze určit interval přípustných radiálních vzdáleností *r* proto, že potenciální energie závisí právě jen na radiální vzdálenosti. Takže určením přípustných hodnot potenciální energie máme vlastně již určeny přípustné radiální vzdálenosti.

Metodu efektivního potenciálu lze použít v případě

libovolného průběhu závislosti efektivního potenciálu na vzdálenosti od centra daného centrálního pole. Ukážeme dva případy:

1. Newtonovský efektivní potenciál;
2. relativistický efektivní potenciál.

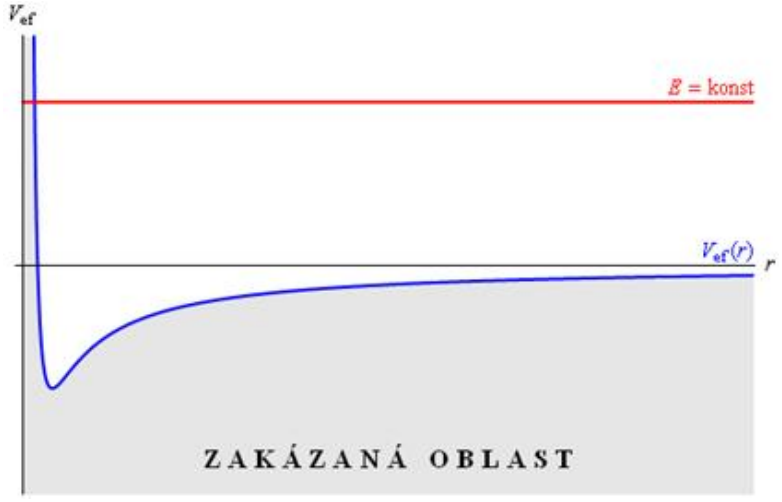
9.3.10.1 | Newtonovský efektivní potenciál

Nejjednodušší je vyšetřování Newtonovského efektivního potenciálu.

Na obr. 41 je zobrazen průběh Newtonovského efektivního potenciálu popsaného vztahem

$$V_{ef}(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{l^2}{2mr^2} \qquad (108)$$

a celkové mechanické energie E, kterou má těleso pohybující se kolem centra daného centrálního pole. Na základě podmínky (107) je zřejmé, že přípustné hodnoty potenciální energie pohybujícího se tělesa leží vždy buď na přímce konstantní celkové mechanické energie nebo pod ní. Z obrázku je též zřejmé, že existuje minimum efektivního potenciálu (108).



Obr. 41

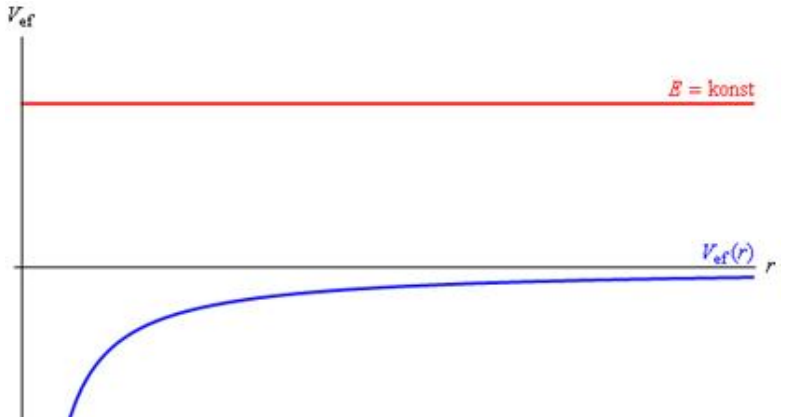
Newtonovský efektivní potenciál zapsaný ve tvaru (108) má pro malá r (malé vzdálenosti od centra uvažovaného centrálního pole) průběh odpovídající funkci $f(r) = \frac{1}{r^2}$ a pro velká r průběh odpovídající funkci $g(r) = -\frac{1}{r}$. Proto existuje minimum efektivního potenciálu.

Pro malá r je ve vztahu (108) dominantním členem člen úměrný $\frac{1}{r^2}$, protože člen úměrný $-\frac{1}{r}$ je zanedbatelný ($\frac{1}{r^2}$ pro malá r roste rychleji než $-\frac{1}{r}$). Pro

velká *r* je tomu naopak: $\frac{1}{r^2}$ klesá velmi rychle a tedy se uplatní (tj. ve vztahu „zbude“) pouze člen $-\frac{1}{r}$.

V grafu na obr. 41 je zobrazena i tzv. zakázaná oblast, v níž se pohybující těleso nemůže nikdy nacházet. To ovšem znamená, že těleso, které se pohybuje kolem centra pole umístěného v bodě $[0;0]$ grafu, do tohoto centra nikdy nemůže spadnout. Ovšem pouze za předpokladu, že:

1. uvažujeme pouze bodové částice - kdybychom uvažovali např. pohyb kolem Slunce, pak by zakázaný pás byl ve směru osy *r* posunut o takovou vzdálenost, která odpovídá poloměru Slunce.
2. neuvažujeme radiální pohyby - tj. předpokládáme pouze oběžný pohyb kolem centra pole.



Obr. 42

Radiální pohyb je popsán efektivním potenciálem $V_{ef}(r) = -\frac{GMm}{r}$ (moment hybnosti je nulový) a závislost efektivního potenciálu na vzdálenosti je zobrazena na obr. 42.

Na základě grafu závislosti efektivního potenciálu na vzdálenosti lze klasifikovat pohyby. Nedostaneme sice přesné tvary rovnic popisující trajektorii pohybujícího se objektu, získáme ovšem velmi rychle dobrou kvalitativní předpověď studovaného pohybu. Podle obr. 43 lze tedy popsat pohyb tělesa v centrálním poli v závislosti na hodnotě celkové mechanické energie:

1. $E > 0$ - těleso se pohybuje po hyperbole a bod A_1 odpovídá periheliu jeho trajektorie;
2. $E = 0$ - těleso se pohybuje po parabole a bod A_2 odpovídá periheliu jeho trajektorie;

Tyto dva případy popisují např. trajektorie komet. Ty přiletí do grafu na obr. 43 zprava (z velkých vzdáleností od Slunce), proletí perihéliem a opět se vrací do velkých vzdáleností.

3. $E < 0$ - těleso se pohybuje po elipse, přičemž bod A_3 odpovídá periheliu a bod A_3' aféliu jeho trajektorie;

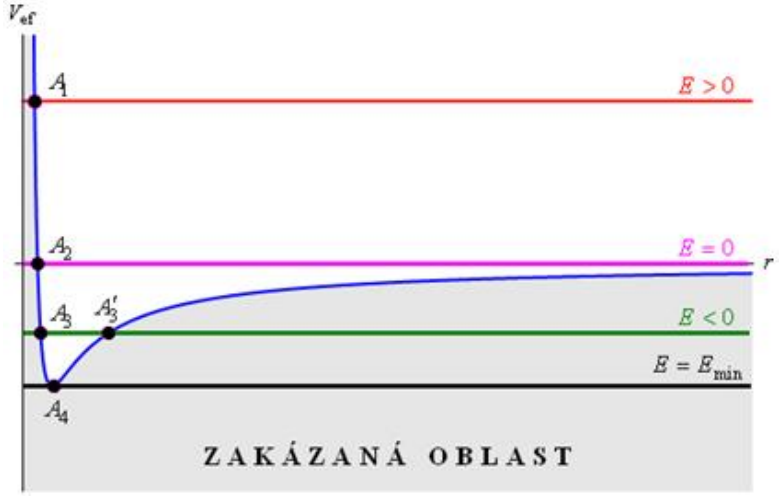
Perihélium A_3 je ke Slunci blíže než afélium A_3'.

4. $E = E_{\min}$ - těleso má nejmenší možnou zápornou celkovou mechanickou energii (viz vztah (94)) a pohybuje se po kružnici o poloměru, který je dán souřadnicí *r* bodu A_4.

Těleso má tedy během svého pohybu konstantní vzdálenost od centra daného pole - tj. např. od Slunce.

Body A_1, A_2, A_3, A_3' a A_4 se nazývají **body obratu** a platí pro ně $\dot{r} = 0$.

V bodech obratu se tedy nemění v závislosti na čase radiální vzdálenost pohybujícího se tělesa od centra pole. V těchto bodech tak skutečně nastává „obrat“ pohybu tělesa: vzdalování se začíná měnit na přibližování (v aféliu) nebo přibližování se mění na vzdalování (v periheliu).



Obr. 43

9.3.10.2 | Efektivní potenciál obecné teorie relativity

Metoda efektivního potenciálu a způsob získání kvalitativních předpovědí o trajektoriích těles pohybujících se v centrálním poli kolem centra tohoto pole byly popsány na příkladu Newtonovského efektivního potenciálu zapsaného ve tvaru (108). Efektivní potenciál, který popisuje pohyb tělesa v rámci obecné teorie relativity je podobný, ale přesto jsou při interpretaci grafického zobrazení jisté rozdíly.

Závislost efektivního potenciálu vypočteného v rámci teorie relativity na vzdálenosti je zobrazena na obr. 44. Nebudeme uvádět vztah, pomocí kterého se efektivní potenciál počítá, ale upozorníme na rozdíly oproti Newtonovskému potenciálu. Základním rozdílem je skutečnost, že v rámci teorie relativity může těleso, které se pohybuje v gravitačním poli jiného tělesa, spadnout do singularity.

V Newtonovském potenciálu bylo Slunce (centrum pole) chráněno před případným pádem obíhajícího tělesa v zakázané oblasti. Za předpokladu, že se těleso nebude pohybovat radiálně (tj. po spojnici těleso - Slunce), nikdy by nemohlo do Slunce spadnout. V obecné teorii relativity to možné je - singularita není chráněna zakázanou oblastí.

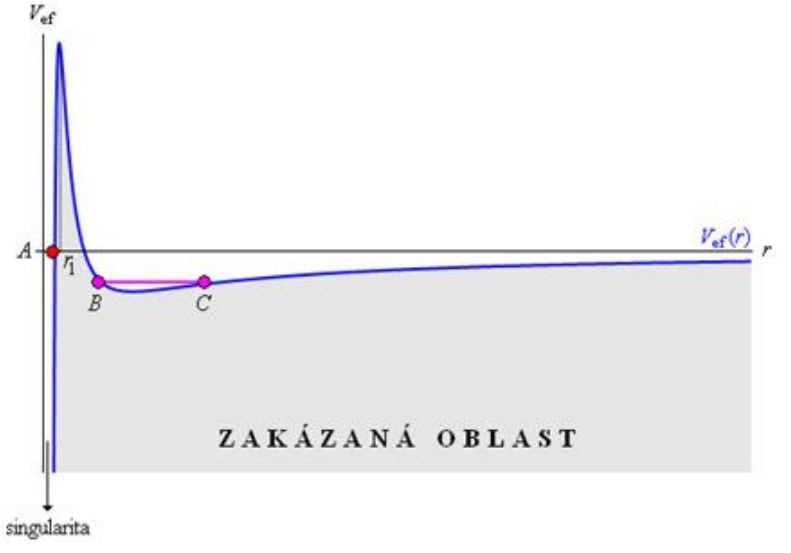
Bod *A* na obr. 44 odpovídá tzv. Schwarzschildovu poloměru černé díry (tzv. horizont událostí). Dostane-li se těleso k singularitě (např. černá díra) do vzdálenosti menší než je tento poloměr, bude zničeno, protože není možné se z této oblasti dostat zpět. Ve vzdálenosti r_1 od singularity nabývá efektivní potenciál svého lokálního maxima. Tato hodnota efektivního potenciálu (resp. tato vzdálenost) odpovídá nestabilní orbitě. Těleso, které se v této vzdálenosti nachází, se může pohybovat po kružnici a nebo může spadnout do singularity.

Těleso se tedy nachází v labilní rovnovážné poloze a buď spadne do singularity a nebo se zachrání a

„sklouzne do údolí grafu“ vpravo od kritické vzdálenosti r_1.

Úsečka *BC* odpovídá kvazielipse, po níž se těleso pohybuje. Tato trajektorie se stále stáčí a není uzavřená, má ale podobné vlastnosti jako elipsa.

Pokud má pohybující se těleso větší energii, než je hodnota efektivního potenciálu ve vzdálenosti r_1 od centra gravitačního pole, padá těleso do singularity, která se v centru pole nachází.



Obr. 44

9.3.11 | Rozptyl nabitých částic

Dalším případem pohybu v centrálním poli je pohyb částice o hmotnosti *m* a s nábojem Q_2 v elektrostatickém poli buzeném částicí s nábojem Q_1 o hmotnosti *M*. Bez újmy na obecnosti budeme uvažovat dvě kladně nabité částice, z nichž ta s nábojem Q_1 má výrazně vyšší hmotnost ve srovnání s částicí s nábojem Q_2, tj.

$$M \gg m\,. \tag{109}$$

Tato podmínka umožní řešit úlohu tak, že budeme uvažovat částici s nábojem Q_2, která bude přilétat z velké vzdálenosti k částici s nábojem Q_1, která je v klidu.

Vzhledem k podmínce (109), lze považovat částici s nábojem Q_1 za nehybnou. Na obě částice sice působí stejně velká elektrostatická síla, ale vlivem své větší hmotnosti má částice s nábojem Q_1 ve srovnání s druhou částicí zanedbatelné zrychlení. Proto jí lze považovat za nehybnou. V praxi to znamená, že např. na jádro zlata bude nalétávat jádro helia. Tento experiment na začátku 20. století prováděl Rutherford.

Potenciální energie vyplývající z Coulombova zákona má tvar

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}\,, \tag{110}$$

který je formálně podobný Newtonovské potenciální energii v gravitačním poli (viz vztah (89)) a ve kterém

$$\alpha = -\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0}. \qquad (111)$$

Coulombická potenciální energie je ovšem kladná, neboť interakce mezi dvěma kladně nabitými částicemi je odpudivá (na rozdíl od přitažlivé gravitační síly působící mezi tělesem obíhajícím kolem centra gravitačního silového pole a tímto centrem).

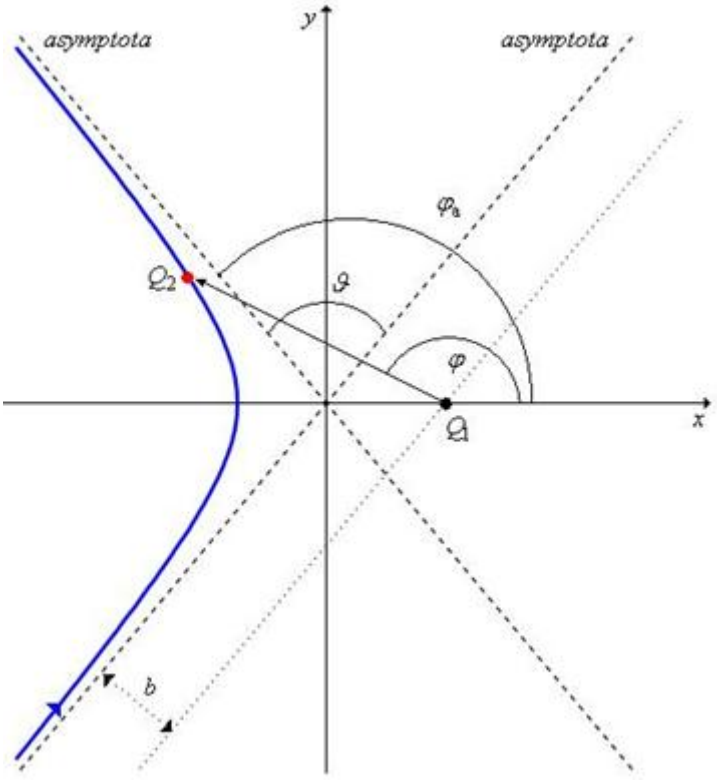
Energie částice s nábojem Q_2 je kladná, ale trajektorie, po níž se bude v silovém poli částice s nábojem Q_1 pohybovat, bude splňovat vztah (91). Částice s nábojem Q_2 se tedy pohybuje po kuželosečce. Vzhledem ke kladné energii částice je touto kuželosečkou hyperbola. Pro popis trajektorie bude důležitý **úhel odklonu** ϑ částice s nábojem Q_2 v poli částice s nábojem Q_1 (viz obr. 45). To znamená, že nás zajímá směr vstupní asymptoty a výstupní asymptoty hyperboly, po níž se částice pohybuje. Vzhledem k tomu, že částice s nábojem Q_2 přilétá z velké vzdálenosti a po odchýlení své trajektorie zase odlétá do velké vzdálenosti, můžeme asymptoty charakterizovat podmínkou $r \to \infty$. Ze vztahu (91) pak vyplývá

$$\cos\varphi = -\frac{1}{\varepsilon}, \qquad (112)$$

kde φ je úhel určující polohu pohybující se částice s nábojem Q_2 (viz obr. 45). Úhel odklonu ϑ je dán vztahem

$$\varphi_a = \frac{\pi}{2} + \frac{\vartheta}{2}, \tag{113}$$

kde φ_a je směrový úhel výstupní asymptoty.



Obr. 45

S využitím vztahů (113) a (112) můžeme psát $\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} = \operatorname{tg}\left(\varphi_a - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\cos\varphi_a}{\sin\varphi_a} = -\frac{\cos\varphi_a}{\sqrt{1-\cos^2\varphi_a}} = \frac{\frac{1}{\varepsilon}}{\sqrt{1-\frac{1}{\varepsilon^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2-1}}$. Po dosazení ze vztahu (93) dostáváme

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{\alpha^2 m}{2l^2 E}}\,. \qquad (114)$$

Nyní je nutné vyjádřit celkovou energii *E* částice s nábojem Q_2 a její moment hybnosti *l*. Tyto zachovávající se fyzikální veličiny stačí určit v místech trajektorie, v nichž jsou snadno určitelné.

Celková energie *E* částice i moment hybnosti *l* jsou v centrálním silovém poli integrály pohybu, proto platí jejich zákony zachování - tj. zákon zachování energie a zákon zachování momentu hybnosti.

Částice s nábojem Q_2 přilétá z velké vzdálenosti s počáteční rychlostí o velikosti v_∞. Pro vzdálenost $r \to \infty$ je potenciální energie *V* částice (na základě (110)) nulová. Takže celková energie *E* je rovna kinetické energii částice, tedy

$$E = T = \frac{1}{2} m v_\infty^2 = konst. \qquad (115)$$

Analogicky získáme i moment hybnosti částice ve vzdálenosti $r \to \infty$:

$$l = m v_\infty b\,, \qquad (116)$$

kde *b* je tzv. **záměrná vzdálenost** (**impaktní parametr**) určující vzdálenost vstupní asymptoty od částice

s nábojem Q_1 (která je v klidu).

Dosazením ze vztahů (111), (115) a (116) do vztahu (114) postupně získáme $\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} = \left|\frac{\alpha}{l}\right| \sqrt{\frac{m}{2\frac{1}{2}mv_\infty^2}} = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{mv_\infty bv_\infty}$, takže

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 mv_\infty^2 b}. \qquad (117)$$

Fakt, že uvedený vztah je kvalitativně správný v závislosti na záměrné vzdálenosti *b*, lze ověřit na dvou význačných hodnotách vzdálenosti *b*:

1. pro $b \to \infty$ (tj. částice nalétává na stojící částici ve velké vzdálenosti) je $\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} = 0$ a tedy $\vartheta = 0$ (pohybující se částice není částicí v klidu ovlivněna);
2. pro $b \to 0$ (tj. částice nalétává přímo na stojící částici) je $\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} \to \infty$ a tedy $\vartheta = \pi$ (pohybující se částice se od částice nabité nábojem stejného znaménka, která je v klidu, odráží zpět do směru, odkud přiletěla).

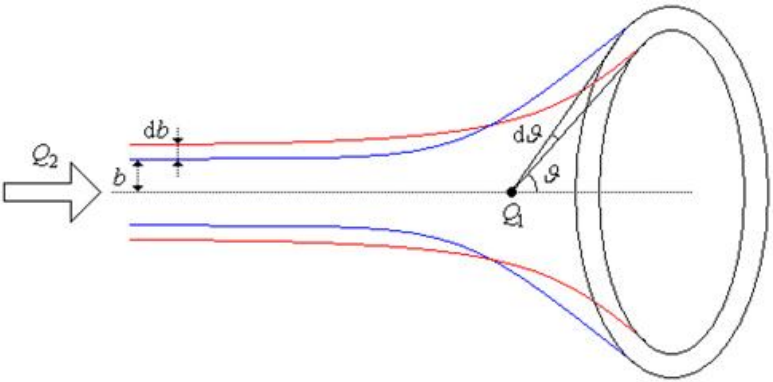
Ve skutečnosti, pokud se provádějí tyto experimenty, nalétává velké množství částic najednou na větší množství center a zkoumá se vzájemná interakce všech nalétávajících částic s centry. Nalétávající částice mají

různé hodnoty záměrné vzdálenosti *b* a proto je rozumné zkoumat závislost záměrné vzdálenosti na úhlu, do kterého se tyto částice rozptýlí. Jsou-li záměrné vzdálenosti *N* nalétávajících částic v intervalu $(b; b+\mathrm{d}b)$, rozptýlí se d*N* těchto částic do úhlu $(\vartheta, \vartheta+\mathrm{d}\vartheta)$ (viz obr. 46). Je-li plošná hustota center *n*, můžeme definovat účinný průřez $\mathrm{d}\sigma$ vztahem

$$\mathrm{d}\sigma = \frac{\mathrm{d}N}{nN}; \qquad (118)$$

přitom $[\mathrm{d}\sigma] = \mathrm{m}^2$.

Účinný průřez udává plochu, jakou si navzájem nastavují nalétávající částice a centra, která jsou v klidu. Účinný průřez lze vysvětlit i na příkladu člověka, na kterého je veden útok míčem. Stojící člověk má větší plochu a tedy i větší pravděpodobnost zásahu míčem (tj. má větší účinný průřez). Stočí-li se do „klubíčka“, jeho plocha, kterou nastavuje letícímu míči, se zmenší a tedy se zmenší i jeho účinný průřez.



Obr. 46

Letící částice, které se rozptýlí do úhlu $(\vartheta, \vartheta + \mathrm{d}\vartheta)$, nalétávají z mezikruží, jehož účinný průřez je

$$\mathrm{d}\sigma = 2\pi b \mathrm{d}b . \qquad (119)$$

Účinný průřez má význam plochy - proto je účinný průřez v tomto případě roven ploše mezikruží.

Plocha mezikruží ohraničená kružnicemi s poloměry r a $r + \mathrm{d}r$ je $\mathrm{d}S = S_1 - S_2$. Po dosazení tedy máme $\mathrm{d}S = \pi\left(r + \mathrm{d}r\right)^2 - \pi r^2 = \pi\left(r^2 + 2r.\mathrm{d}r + \left(\mathrm{d}r\right)^2 - r^2\right) \doteq 2\pi r.\mathrm{d}r$ pro $\mathrm{d}r \to 0$.

Ze vztahu (117) můžeme vyjádřit $b = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 m v_\infty^2} \operatorname{cotg}\frac{\vartheta}{2}$ a

dosadit do vztahu (119). K tomu je ještě nutné vyjádřit diferenciál $\mathrm{d}b = \frac{1}{2}\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 m v_\infty^2}\frac{1}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\mathrm{d}\vartheta$. Po dosazení tedy máme $\mathrm{d}\sigma = 2\pi\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 m v_\infty^2}\cot\mathrm{g}\frac{\vartheta}{2}.\frac{1}{2}\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 m v_\infty^2}\frac{1}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\mathrm{d}\vartheta$, takže dostáváme

$$\mathrm{d}\sigma = \pi\left(\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 m v_\infty^2}\right)^2\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\sin^3\frac{\vartheta}{2}}\mathrm{d}\vartheta. \qquad (120)$$

Vztah (120) je **Rutherfordův vztah pro rozptyl** kladných částic na kladných centrech. Zkoumání tohoto rozptylu se stalo významným na počátku 20. století, kdy bylo na základě podobných experimentů objeveno jádro atomu. V roce 1911 se o to zasloužil Ernst Rutherford a jeho kolegové. Tím byla odstartována další část vývoje fyziky. V současné době se tyto rozptylové experimenty provádějí i na urychlovačích částic, neboť s rostoucí energií, kterou pohybující se částice má, roste velikost její rychlosti. Po vzájemných srážkách takto urychlených částic lze studovat hmotu do větších detailů.

Dodáním větší energie stojící částici se tato částice rozletí na více menších částic a tyto menší částice je možné dále studovat.

Při pečlivé analýze uvedeného experimentu je nutné vzít do úvahy, že se ve skutečnosti pohybují obě částice -

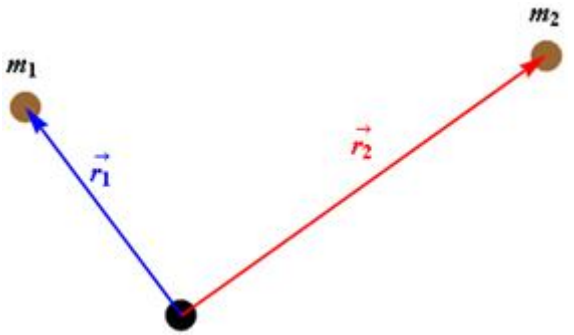
jak ta, která nalétává, tak i centrum, na které druhá částice nalétává. Pokud ovšem platí podmínka (109), lze úlohu studovat výše uvedeným postupem.

Pokud podmínka (109) nebude splněna, je nutné situaci popisovat analogicky jako se popisuje problém dvou těles.

9.3.12 | Problém dvou těles

Uvažujme nyní pohyb dvou těles o srovnatelných hmotnostech m_1 a m_2, jejichž polohy jsou popsány polohovými vektory $\vec{r_1}$ a $\vec{r_2}$ (viz obr. 47).

Takovými tělesy může být např. dvojice Země - Měsíc, Pluto - Cháron, dvojhvězda, ...



Obr. 47

Systém má celkem 6 stupňů volnosti (na každé těleso

připadají 3 stupně volnosti) a budeme uvažovat pouze vzájemné silové působení (nebudeme tedy započítávat např. vliv centra uvažovaného centrálního pole).

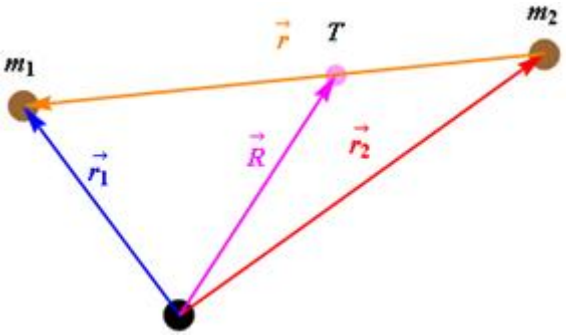
Tři stupně volnosti připadající na každé těleso odpovídají tomu, že každé z těles se může pohybovat ve třech navzájem nezávislých směrech.

Můžeme tedy napsat lagrangián této situace ve tvaru

$$L = \frac{1}{2} m_1 \dot{\vec{r}}_1^{\,2} + \frac{1}{2} m_2 \dot{\vec{r}}_2^{\,2} + \frac{G m_1 m_2}{\left| \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \right|} . \qquad (121)$$

Tento tvar lagrangiánu ale není příliš vhodný pro další výpočty - zobecněné souřadnice $\vec{r}_1$ a $\vec{r}_2$ nejsou zvoleny nejlépe. Lepší volba by byla zvolit relativní souřadnice $\vec{R}$ a $\vec{r}$, kde $\vec{R}$ je poloha těžiště systému uvažovaných těles a $\vec{r}$ je relativní poloha těles vůči sobě (viz obr. 48). Převodní vztahy tedy jsou

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \text{ a } \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 . \qquad (122)$$



Obr. 48

Na základě vztahů (122) (tj. řešením soustavy rovnic pro neznámé $\vec{r_1}$ a $\vec{r_2}$) získáme:

$$\vec{r_1} = \vec{R} + \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{r} \quad \text{a} \quad \vec{r_2} = \vec{R} - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{r}\,. \tag{123}$$

Dosazením rovnic (123) do lagrangiánu ve tvaru (121) dostaneme lagrangián ve tvaru

$$L = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{\vec{R}}^2 + \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\dot{\vec{r}}^2 + \frac{G m_1 m_2}{r}, \tag{124}$$

který nezávisí na zobecněné souřadnici R. To ovšem znamená, že

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{R}} = (m_1 + m_2)\dot{\vec{R}} = konst. \tag{125}$$

je integrál pohybu. Konkrétně vztah (125) je vyjádřením zákona zachování hybnosti. Jestliže se ovšem zachovává hybnost, nepůsobí na uvažovanou soustavu těles okolní tělesa silou a soustava sama se pohybuje rovnoměrným přímočarým pohybem. Proto se rovnoměrně přímočaře pohybuje i těžiště *T* soustavy uvažovaných těles. Bez újmy na obecnosti tedy můžeme vyšetřovat pohyb těles o hmotnostech m_1 a m_2 v těžišťové soustavě. To ovšem znamená, že $\vec{R} = \vec{o}$.

V těžišťové soustavě se totiž těžiště nepohybuje.

Skutečnost, že si můžeme zvolit libovolnou vztažnou soustavu, v níž budeme pohyb vyšetřovat, vyplývá z relativnosti pohybu a Galileiho transformace mezi dvěma soustavami souřadnic.

Vyjádření (123) původních vektorů $\vec{r_1}$ a $\vec{r_2}$ v závislosti na nově zvolených zobecněných souřadnicích $\vec{R}$ a $\vec{r}$ se tedy zjednoduší:

$$\vec{r_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{r} \text{ a } \vec{r_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{r}. \qquad (126)$$

Tím se podařila redukce původní úlohy na úlohu jednodušší, jejíž lagrangián bude mít tvar

$$L = \frac{1}{2}\mu \dot{r}^2 + \frac{Gm_1m_2}{r}, \qquad (127)$$

kde

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \tag{128}$$

je tzv. **redukovaná hmotnost**. Tím jsme získali úlohu, která je analogická jako Keplerova úloha: jedná se o pohyb tělesa s hmotností μ v centrálním silovém poli tělesa o hmotnosti m_1+m_2 (viz obr. 49). Platí tedy i závěry vyplývající z řešení Keplerovy úlohy (tj. např. Keplerovy zákony), ale je nutné vše přeformulovat pomocí nových proměnných, pomocí nových hmotností μ a m_1+m_2.



Obr. 49

Skutečnost, že máme dvě tělesa o hmotnostech μ a m_1+m_2, vyplývá z lagrangiánu zapsaného ve tvaru (127), do jehož druhého členu můžeme též dosadit ze vztahu (128). Dostaneme tak

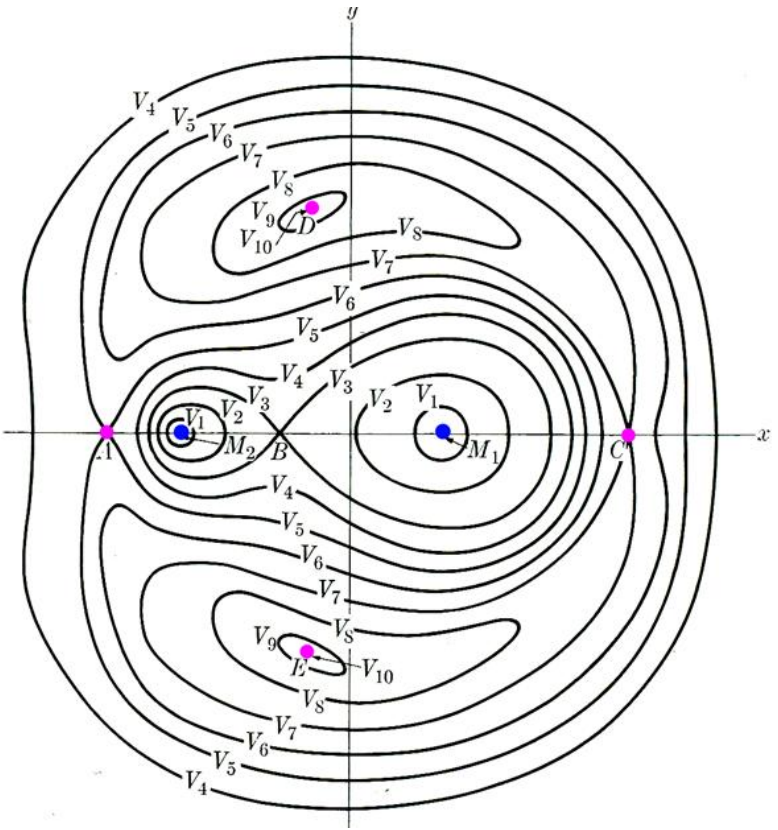
$$L = \frac{1}{2}\mu \dot{r}^2 + \frac{G\mu(m_1+m_2)}{r}. \qquad (129)$$

9.3.13 | Problém tří těles

Problém tří těles, která na sebe navzájem silově působí, je analyticky neřešitelný. Přitom z hlediska matematiky a teorie diferenciálních rovnic je řešení příslušných rovnic zaručeno a je jednoznačné. Příčiny nemožnosti nalezení analytického řešení spočívají zejména:

1. ve složitosti řešení - pro daný systém rovnic není k dispozici dostatečný počet integrálů pohybu, které by řešení zjednodušily;
2. ve velmi citlivé závislosti na počátečních podmínkách - to vede ke vzniku chaotického chování systému. Toto chování je sice předvídatelné, ale po relativně krátkém čase učiněné předpovědi neodpovídají chování systému - v systému vzniká deterministický chaos.

Citlivá závislost na počátečních podmínkách provází řadu vědních oborů - meteorologii, jadernou fyziku (neexistence termojaderných elektráren vyplývá právě z chaotického chování termojaderné reakce, což je pro stavbu elektrárny nepřijatelné), ...



Obr. 50

Na obr. 50 je zobrazena počítačová simulace průběhu potenciální energie pro tři pohybující se objekty. V bodech M_1 a M_2 jsou umístěna dvě ze tří těles, která mají ve srovnání s třetím tělesem větší hmotnost, a třetí se pohybuje v poli, jehož potenciální energie je zobrazena na

obrázku.

Může to tedy být případ např. soustavy Země - Měsíc, v níž obíhá družice.

Obrázek je nutno chápat trojrozměrně, neboť pohyb tří těles již není omezen na rovinu. V bodě *B* je tzv. sedlový bod a v bodech $\mathcal{M}_1$ a $\mathcal{M}_2$ má potenciální energie minimum.

To znamená, že pokud půjdeme z bodu *B* ve směru kladné části osy *y*, půjdeme do kopce, v opačném směru půjdeme také do kopce. Půjdeme-li ovšem směrem k bodu $\mathcal{M}_1$ nebo $\mathcal{M}_2$, půjdeme z kopce.

V bodech *A*, *C*, *D* a *E* jsou tzv. **libračními body**, tj. body, v nichž jsou navzájem vykompenzovány gravitační síly a odstředivé síly. Pro správnou představu popisovaného pohybu je nutné si uvědomit, že soustava zobrazená na obr. 50 rotuje kolem počátku soustavy souřadnic, což znamená, že třetí těleso (těleso s nejmenší hmotností) se pohybuje v neinerciální soustavě. V této soustavě na toto těleso působí setrvačné síly (odstředivá síla, Coriolisova síla) a přesto poloha libračních bodů je stabilní.

9.4 | HAMILTONŮV FORMALISMUS

Hamiltonův formalismus rozvíjí Lagrangeův formalismus jistým směrem. Je to další z přístupů k popisu mechaniky, který je ještě více obecnější než Lagrangeův formalismus.

9.4.1 | Úloha o brachistochroně - motivace variačního principu

Irský matematik, fyzik a astronom sir Rowan Hamilton (1805 - 1865) formuloval svůj formalismus pro popis mechaniky v 19. století. Už v roce 1696 ovšem Johann Bernoulli (1667- 1748) formuluje úlohu, která se stala základem Hamiltonova formalismu. Při řešení Bernoulliho úlohy byly navíc použity některé myšlenky a postupy, které dále rozvinul právě Hamilton.

Zadání úlohy bylo jednoduché: Dva body A a B, které se nacházejí v různých polohách v gravitačním poli, ovšem ne na stejné svislé přímce, se mají spojit takovou křivkou, aby pohyb hmotného bodu z bodu A do B trval minimální čas. Sám Bernoulli zkoušel body spojit úsečkou, částí kružnice a dalšími křivkami, ovšem jako správné řešení se nakonec ukázala křivka, které se nazývá brachistrochrona a která (jak vyplývá z nalezeného řešení - viz vztahy (154)) je cykloidou.

Řešení této úlohy poměrně brzy po jejím zveřejnění našli německý matematik Leibnitz, bratři Jacob a Johann Bernoulliové, francouzský matematik a fyzik l'Hospital a v Anglii Newton.

Hledáme tedy minimum (extremální hodnotu) času,

který závisí na tvaru trajektorie, po níž se pohybuje hmotný bod mezi body *A* a *B*. To znamená, že hledáme extrém funkce $f(y(x))$, kde $y(x)$ je funkce popisující trajektorii pohybujícího se hmotného bodu.

Tato a podobné úlohy byly předzvěstí později vybudovaného Hamiltonova variačního principu, který je součástí Hamiltonova formalismu.

Hledání řešení úlohy o brachistochroně tak ovlivnilo vývoj matematiky i fyziky.

9.4.2 | Definice akce

Hamiltonův variační princip vychází z následujícího tvrzení:

POHYB SOUSTAVY HMOTNÝCH BODŮ V ČASOVÉM INTERVALU $\langle t_1; t_2 \rangle$ SE DĚJE TAK, ŽE PLATÍ

$$\delta S = 0\,, \tag{130}$$

KDE S JE TZV. FUNKCIONÁL ČASU DEFINOVANÝ VZTAHEM

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} L\left(q^j(t), \dot{q}^j(t), t\right)\mathrm{d}t \tag{131}$$

PRO $j = 1, 2, \ldots, n$ (KDE n JE POČET STUPŇŮ VOLNOSTI DANÉ SOUSTAVY). L JE PŘITOM

LAGRANGEOVA FUNKCE POPISUJÍCÍ DANOU SOUSTAVU.

Ve vztahu (131) symbol $\dot{q}^j(t)$ znamená časovou derivace *j*-té zobecněné souřadnice, tj. $\dot{q}^j(t) = \frac{\mathrm{d}q^j(t)}{\mathrm{d}t}$. Dále je nutné si uvědomit, že do vztahu (131) se dosazuje konkrétní průběh jedné trajektorie, čímž se převede langrangeova funkce *L*, která obecně závisí na časovém průběhu zobecněné souřadnice $q^j(t)$, na časovém průběhu zobecněné rychlosti $\dot{q}^j(t)$ a na čase, na funkci jedné proměnné - času.

Tedy místo $L\left(q^j(t), \dot{q}^j(t), t\right)$ po dosazení konkrétní trajektorie, tj. průběhu $q^j(t)$, získáme $L(t)$.

S je tzv. funkcionál, tedy jakési zobrazení přiřazující dané hladké funkci reálné číslo.

Do výpočtu tedy vstupuje průběh závislosti polohy na čase popisující trajektorii (tj. funkce $q^j(t)$) a výsledkem je číslo uložené v proměnné *S*.

Význam vztahu (130) je nutno chápat takto:

1. Variace akce je nulová.

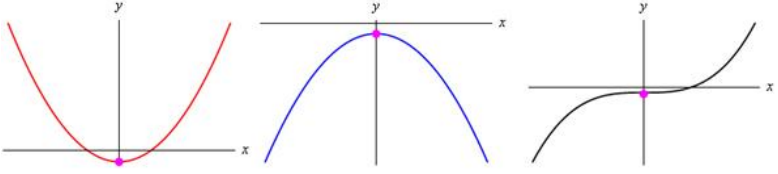
Variace („změna“) je označena symbolem δ, akce je pak označena symbolem *S*.

2. Skutečná trajektorie, po níž se soustava pohybuje a jejíž tvar hledáme, je taková, že akce *S* pro tuto trajektorii nabývá stacionární

hodnotu. To znamená, že první derivace S je nulová. Této hodnotě první derivace odpovídá buď extrém (lokální minimum nebo lokální maximum) a nebo inflexní bod (viz obr. 51).

Různým trajektoriím (různým funkcím $q^j(t)$) jsou přiřazeny různé hodnoty S. Z těchto různých (hypotetických) trajektorií vybíráme tu skutečnou trajektorii, která má extremální hodnotu proměnné S.

Pro variační princip a z něj plynoucí výpočty je důležité, aby se průběh studované veličiny (akce S) na „chvilku zastavil“ - to se v ve všech případech zobrazených na obr. 51 skutečně stane.



Obr. 51

Reálné děje v přírodě se tedy vyvíjejí tak, že mají stacionární hodnoty akcí.

Příroda tedy vybírá takové stavy, které jsou: nejmenší, největší nebo podobné ostatním (tomuto stavu odpovídá inflexní bod).

Trajektorie, které nalezneme pomocí variačního principu, jsou přitom ty, které vyplývají z Lagrangeových

rovnic (47) nebo z Newtonových rovnic.

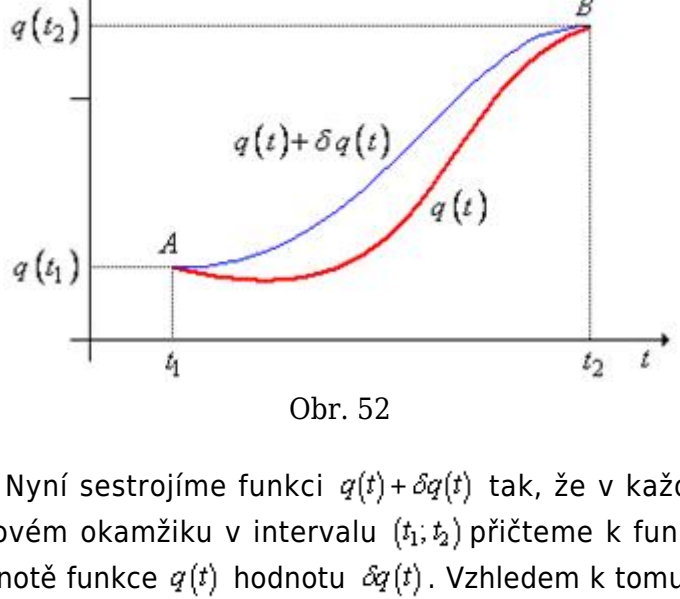
Je zajímavé si všimnout jednotky akce S: $[S]=\mathrm{J}s$. Stejnou jednotku přitom má i Planckova konstanta h. To není náhoda - pro Feynmanovský popis kvantové fyziky je důležitá veličina $\frac{S}{h}$ odpovídající jakési fázi, pro kterou tak platí $\left[\frac{S}{h}\right]=1$.

Právě definovaný přístup k řešení úloh není omezen jen na mechaniku. Tento princip lze aplikovat i na řešení úloh z elektromagnetického pole, z části kvantové fyziky a další polní teorie (obecná teorie relativity jako teorie gravitace, popis chování bosonů, popis chování fermionů, ...). Základní princip popisu a hledání řešení zůstává stejný, mění se konkrétní veličina, pomocí níž je akce definována.

9.4.3 | Hamiltonův variační princip

Pro další výklad je nezbytné pochopit pojmy variace funkce $\delta q(t)$ a variace funkcionálu δS. Tyto pojmy vysvětlíme na příkladu, v němž budeme uvažovat pohyb jedné částice po přímce. Závislost zobecněné souřadnice q na čase t je zobrazena na obr. 52. Je to jedna z mnoha závislostí, které mohou popisovat daný pohyb. Funkce $q(t)$ je hladká funkce, která vstupuje jako parametr

lagrangiánu do vztahu pro akci S (vztah (131)). Hodnota funkce $q(t)$ v časech t_1 a t_2 (tj. poloha bodů A a B) je daná - jsou to počáteční podmínky řešené úlohy.



Obr. 52

Nyní sestrojíme funkci $q(t)+\delta q(t)$ tak, že v každém časovém okamžiku v intervalu $(t_1;t_2)$ přičteme k funkční hodnotě funkce $q(t)$ hodnotu $\delta q(t)$. Vzhledem k tomu, že hodnoty funkce $q(t)$ v časech t_1 a t_2 jsou dány, platí

$$\delta q(t_1)=\delta q(t_2)=0. \qquad (132)$$

Vytvoříme tedy trajektorii, která se od té původní „o trošku“ liší, a budeme hledat tu správnou (v přírodě realizovanou) trajektorii, která má minimální, maximální

nebo „skoro stejnou“ akci.

Výše popsaným způsobem jsme provedli tzv. izochronní variaci.

IZOCHRONNÍ VARIACE JE TAKOVÁ VARIACE, PŘI NÍŽ K FUNKČNÍ HODNOTĚ FUNKCE q V BODĚ t (TJ. K $q(t)$) PŘIČTEME HODNOTU $\delta q(t)$ A ZÍSKÁME FUNKČNÍ HODNOTU FUNKCE $q(t)+\delta q(t)$ V ČASE t.

To znamená, že křivku $q(t)$ „přišpendlíme“ v bodech *A* a *B* (dle obr. 52) a tuto křivku „deformujeme“ jen tak, že jí natahujeme ve směru osy *q*. Nenatahujeme jí ve směru osy *t* - takové deformování by už nebyly izochronní variace.

Funkci $q(t)$ přiřadíme akci $S[q(t)]$ a funkci $q(t)+\delta q(t)$ akci $S[q(t)+\delta q(t)]$ a můžeme definovat variaci akce, která přísluší funkci $q(t)$ a variaci funkce $\delta q(t)$:

$$\delta S = S[q(t)+\delta q(t)] - S[q(t)]. \qquad (133)$$

Protože hledáme funkci $q(t)$ tak, aby $\delta S = 0$ pro každé $\delta q(t)$, musíme pro funkce blízké funkci $q(t)$ získat podobné hodnoty akce *S*. To znamená, že $\delta q(t)$ nebude tak velké, jak je ilustrováno na obr. 52. Většinou lze psát

$$\delta q(t) = \varepsilon.\eta(t), \qquad (134)$$

kde $\varepsilon \to 0$. Potom ovšem δS je lineární diferenciál (tzv. Frechetův diferenciál).

$\delta q(t)$ je tedy infinitezimálně malé.

Popisuje-li funkce $q(t)$ trajektorii pohybu dané soustavy a mění-li se akce *S* při přechodu od funkce $q(t)$ k funkci $q(t)+\delta q(t)$, pak $q(t)$ popisuje trajektorii, která je sice možná, ale není to skutečná trajektorie, po níž se daný systém skutečně pohybuje.

Příroda prostě takové trajektorie, u kterých se při jejich malé změně mění *S*, nemá ráda.

Nutná podmínka pro splnění vztahu (130) je skutečnost, že funkce $q(t)$ musí řešit Eulerovy - Lagrangeovy rovnice. Tyto rovnice jsou obecné diferenciální rovnice druhého řádu. Speciální volbou funkce přecházejí na Lagrangeovy rovnice druhého druhu (47). Proto nyní dokážeme, že z podmínky (130) plyne existence Lagrangeových rovnic druhého druhu.

Vyjdeme ze vztahu (133), do kterého dosadíme z definičního vztahu akce *S* (131). Důkaz provedeme rovnou pro *j* zobecněných souřadnic ($j=1,2,\ldots,n$, kde *n* je počet stupňů volnosti). Dostaneme tak

$$\delta S=\sum_{j=1}^{n}\left\{S\left[q^j(t)+\delta q^j(t)\right]-S\left[q^j(t)\right]\right\}=\sum_{j=1}^{n}\int_{t_1}^{t_2}\left\{L\left(q^j(t)+\delta q^j(t),\dot{q}^j(t)+\delta\dot{q}^j(t),t\right)-L\left(q^j(t),\dot{q}^j(t),t\right)\right\}dt.$$

Důležité je, že symbolem $\dot{q}^j(t)$ (resp. $\delta\dot{q}^j(t)$) rozumíme časovou derivaci zobecněné souřadnice (resp. variace

funkce), tj. $\dot{q}^j(t) = \frac{\mathrm{d}q^j(t)}{\mathrm{d}t}$ (resp. $\delta\dot{q}^j(t) = \frac{\mathrm{d}\left(\delta q^j(t)\right)}{\mathrm{d}t}$).

Nyní provedeme Taylorův rozvoj lagrangiánu, který je závislý na variaci funkce $\delta q(t)$. Z důvodu vyšší přehlednosti již nebudeme vypisovat argumenty lagrangiánu L. Získáme tedy $\delta S = \sum_{j=1}^{n} \int_{t_1}^{t_2} \left(L + \frac{\partial L}{\partial q^j} \delta q^j(t) + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \delta \dot{q}^j(t) + O\left(\left(\delta q^j(t) \right)^2 \right) - L \right) \mathrm{d}t$, kde $O\left(\left(\delta q^j(t) \right)^2 \right)$ je chyba, která vzniká při zanedbání členů obsahujících vyšší mocninu variace funkce $\delta q(t)$. Vzhledem k tomu, že variace funkce je definovaná vztahem (134), je chyba vzniká použitím Taylorova rozvoje malá. Dostáváme tedy

$$\delta S = \sum_{j=1}^{n} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial q^j} \delta q^j(t) + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \delta \dot{q}^j(t) \right) \mathrm{d}t . \qquad (135)$$

Vzhledem k tomu, že jsme provedli pouze izochronní variace, není v právě provedeném Taylorově rozvoji výraz $\frac{\partial L}{\partial t} \delta t$, neboť $\delta t = 0$.

Je dobré si uvědomit, že derivace podle času popisují změny v čase (tj. podél osy *t* na obr. 52), zatímco variace

$\delta q(t)$ popisují změny funkce $q(t)$ (tj. změny podél osy q).

Z izochronní variace funkce $q(t)$ také vyplývá platnost identity

$$\delta \dot{q}^j(t) = \delta \frac{\mathrm{d}q^j}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta q^j. \qquad (136)$$

Vztah (136) říká, že časové a prostorové variace jsou při izochronní variaci na sobě nezávislé (změny provedené v času a změny provedené v prostorové souřadnici jsou tedy libovolné).

Dosadíme-li identitu (136) do vztahu (135) dostaneme výraz

$$\delta S = \sum_{j=1}^{n} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial q^j}\delta q^j(t) + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\delta q^j\right) \right) \mathrm{d}t, \qquad (137)$$

ve kterém je člen $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\delta q^j\right)$. Ten můžeme upravit, pokud rozepíšeme časovou derivaci součinu $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\delta q^j$. Platí $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\delta q^j\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\right)\delta q^j + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\delta q^j\right)$, odkud

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\delta q^j\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\delta q^j\right) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\right)\delta q^j. \qquad (138)$$

Nyní dosadíme vyjádření (138) do vztahu (137) a integrál součtu dále rozepíšeme na součet dvou integrálů. Dostaneme tak

$$\delta S = \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \delta q^j(t) \right]_{t_1}^{t_2} + \sum_{j=1}^{n} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial q^j} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \right) \delta q^j(t) \, \mathrm{d}t . \quad (139)$$

První člen výrazu (139) lze psát ve tvaru $\sum_{j=1}^{n} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \delta q^j(t) \right]_{t_1}^{t_2} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j(t_2)} \delta q^j(t_2) - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j(t_1)} \delta q^j(t_1)$. Vzhledem k platnosti podmínky (132) je tento člen nulový. Proto můžeme výraz (139) přepsat ve tvaru

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial L}{\partial q^j} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \right) \delta q^j(t) \, \mathrm{d}t \quad (140)$$

Výraz (140) má být nulový, protože požadujeme splnění podmínky (130). Ta má ale platit pro všechny variace funkce $\delta q^j(t)$ (pro $j = 1, 2, \ldots, n$), což znamená, že musí platit

$$\sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial L}{\partial q^j} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \right) = 0 , \quad (141)$$

což je zápis Lagrangeových rovnic druhého druhu.

Dokázali jsme tedy, že z podmínky (130) vyplývají Lagrangeovy rovnice druhého druhu (viz vztah (141)).

Můžeme tedy říci, že platnost rovnic (141) je nutnou podmínkou pro to, aby platil vztah (130). Vzhledem k tomu, že Lagrangeovy rovnice druhého druhu jsou ekvivalentním popisem mechaniky jako Newtonovy rovnice (Newtonovy rovnice jsou speciálním případem Lagrangeových rovnic), lze i Newtonovy rovnice odvodit z Hamiltonova formalismu a z podmínky (130).

Hamiltonův formalismus vzbudil v době jeho zavedení i později řadu i teologických sporů. Zdálo se zvláštní, že někdo zná počáteční bod pohybu i koncový bod pohybu a na základě toho vybírá trajektorii, po níž se hmotný bod pohybuje. Ve skutečnosti se jedná ovšem jen o další efektivní popis reality (mechaniky, elektřiny a magnetismu, částí obecné teorie relativity, ...).

Skutečnost, že je dán počáteční a koncový bod pohybu, vyplývá z podmínky (132) na variaci funkce $\delta q(t)$.

Právě popsaný princip lze zobecnit i např. na pohyb tekutiny, na děje v elektromagnetickém poli a do dalších oborů fyziky. Obecně lze tento princip zobecnit i na nekonečný počet stupňů volnosti - tj. na spojité kontinuum. Hamiltonův princip lze tedy zobecnit i pro teorie pole.

Základní idea zobecnění variačního principu na nekonečně mnoho stupňů volnosti spočívá v přechodu od diskrétního rozložení zobecněných souřadnic $q^j(t)$, kde $j \in \mathbb{N}$, ke spojitému rozložení $q^x(t)$, kde $x \in \mathbb{R}$. Zobecněné souřadnice ve spojitém prostředí zapisujeme většinou ve

tvaru $q(t,x)$, který lze chápat jako spojitou limitu $q^j(t)$, a který lze považovat za zápis funkce dvou proměnných *t* a *x*. Analogicky můžeme pokračovat se souřadnicemi *y* a *z* a získat tak popis fyzikálního pole pomocí veličiny $\Phi(t,x,y,z)$. V závislosti na tvaru zápisu této fyzikální veličiny lze odlišit různé typy polí:

1. $\Phi(t,x,y,z) = \Phi\left(x^\mu\right)$ - popisuje skalární pole;
2. $\Phi(t,x,y,z) = A_\nu\left(x^\mu\right)$ - popisuje vektorové pole v rámci elektromagnetického pole;
3. $\Phi(t,x,y,z) = g_{\alpha\beta}\left(x^\mu\right)$ - popisuje tenzorové pole v rámci obecné teorie relativity.

Pro každý z těchto případů platí podmínka (130).

V roce 1890 našel německý matematik a fyzik Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821 - 1894) akci *S*, pro kterou z podmínky (130), vycházejí Maxwellovy rovnice popisující elektromagnetické pole.

Existují i speciální akce, na základě kterých dostaneme popis geodetik v rámci obecné teorie relativity.

9.4.4 | Eulerovy - Lagrangeovy rovnice

Eulerovy - Lagrangeovy rovnice jsou rovnice, které umožňují nalézt extrém funkcionálu a které se používají obecně při optimalizaci. Ve fyzice jsou vhodné pro odvození pohybových rovnic pohybujících se hmotných bodů či těles. Jejich odvození je analogické jako odvození Lagrangeových rovnic: tj. vychází se z platnosti nulové variace akce (vztah (130)), tj. z Hamiltonova variačního principu. Rozdíl spočívá v tom, že se nehledá rovnice, které řeší Lagrangeova funkce $L\left(q^j(t), \dot{q}^j(t), t\right)$, ale rovnice, které řeší obecná funkce $F\left(y^j(x), y'^j(x), x\right)$ pro $j = 1, 2, \ldots, n$, kde $y'^j(x) = \frac{\mathrm{d}y^j(x)}{\mathrm{d}x}$.

Řešením jsou pak rovnice ve tvaru

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial F}{\partial y^j} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial F}{\partial y'^j}\right) = 0 . \qquad (142)$$

Tyto rovnice mají formálně stejný tvar jako Lagrangeovy rovnice (47).

Rovnice (142) lze upravit do dalšího tvaru, který je pro řešení úloh občas výhodnější. Začneme tím, že tyto rovnice vynásobíme výrazem $y'^j = \frac{\mathrm{d}y^j}{\mathrm{d}x}$. Dále si uvědomíme, že

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(y'^{\mathrm{j}}\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}\right)=\frac{\mathrm{d}y'^{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}+y'^{\mathrm{j}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}\right). \qquad (143)$$

Nyní postupně vynásobíme rovnice (142) výrazem $y'^{\mathrm{j}}=\frac{\mathrm{d}y^{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}x}$ a upravíme s využitím identity (143). Postupně dostaneme

$$0=\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{n}}\left(y'^{\mathrm{j}}\frac{\partial F}{\partial y^{\mathrm{j}}}-y'^{\mathrm{j}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}\right)=\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{n}}\left(y'^{\mathrm{j}}\frac{\partial F}{\partial y^{\mathrm{j}}}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(y'^{\mathrm{j}}\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}\right)+\frac{\mathrm{d}y'^{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}\right).$$

Uvědomíme-li si, že platí

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}x}=\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial y^{\mathrm{j}}}y'^{\mathrm{j}}+\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}\frac{\mathrm{d}y'^{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}x}, \qquad (144)$$

můžeme pokračovat v úpravách $0=\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{n}}\left(\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}x}-\frac{\partial F}{\partial x}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(y'^{\mathrm{j}}\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}\right)\right)$. Poslední úprava, kterou provedeme, vyplývá z vlastnosti derivace součtu. Získáme tak rovnice

$$\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{n}}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(F-y'^{\mathrm{j}}\frac{\partial F}{\partial y'^{\mathrm{j}}}\right)-\frac{\partial F}{\partial x}\right)=0, \qquad (145)$$

což je další z podob Eulerových - Lagrangeových rovnic.

Rovnice (145) lze dále přepsat do jednoduššího tvaru, pokud budeme vyšetřovat pohyb jednoho hmotného bodu s jedním stupněm volnosti a pokud navíc funkce *F* nebude explicitně záviset na souřadnici *x*. V tom případě totiž

$\frac{\partial F}{\partial x} = 0$ a rovnice (145) přejdou do tvaru $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(F - y'\frac{\partial F}{\partial y'}\right) = 0$, odkud plyne

$$F - y'\frac{\partial F}{\partial y'} = konst. \qquad (146)$$

V této podobě je rovnice občas užitečná pro řešení úloh.

9.4.5 | Úloha o brachistochroně

Úloha o brachistochroně sehrála v historii fyziky důležitou úlohu. Nejen, že stála u zrodu diferenciálního počtu a integrálního počtu, ale stala se také motivační úlohou pro formulaci Hamiltonova formalismu a Hamiltonova variačního prinicpu.

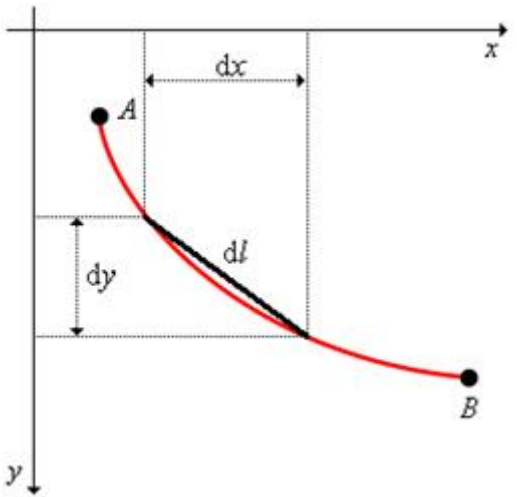
Zadání této úlohy je následující: Dva body *A* a *B*, které se nacházejí v různých polohách v gravitačním poli, ovšem ne na stejné svislé přímce (viz obr. 53), se mají spojit takovou křivkou, aby pohyb hmotného bodu z bodu *A* do *B* trval minimální čas.

Při řešení je nutné si uvědomit, že přírůstek času, přispívající k celkovému času *t*, po který se hmotný bod po hledané křivce pohybuje, je $\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}l}{v}$, kde $\mathrm{d}l$ je přírůstek dráhy, kterou hmotný bod urazí. Pro celkový čas *t* tedy

platí $t = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mathrm{d}l}{v}$. Přírůstek dráhy $\mathrm{d}l$ je možné vyjádřit na základě obr. 53 ve tvaru $\mathrm{d}l = \sqrt{(\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2}\,\mathrm{d}x = \sqrt{1 + y'^2}\,\mathrm{d}x$ (na obr. 53 jsou vzdálenosti kvůli názornosti přehnaně velké). Pro velikost rychlosti v závislosti na souřadnici *y* ze zákona zachování mechanické energie vyplývá vztah $v(y) = \sqrt{2gy}$. Pro čas *t* tedy dostáváme

$$t = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{1 + y'^2}{y}}\,\mathrm{d}x. \qquad (147)$$

A tento čas má být podle zadání úlohy minimální. To ovšem znamená najít extrém funkce *t* (definované vztahem (147)) v závislosti na průběhu funkce $y(x)$.



Obr. 53

Řešení úlohy lze nalézt pomocí Eulerových - Lagrangeových rovnic; pro účely této úlohy bude vhodný konkrétně tvar (146). Pro funkci F přitom platí: $F(y,y')=\sqrt{\frac{1+y'^2}{y}}$. Podle rovnice (146) tedy můžeme psát $\sqrt{\frac{1+y'^2}{y}}-y'\frac{1}{\sqrt{y}}\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}=K$ a tuto rovnici dále postupně upravovat.

Levou stranu rovnice rozšíříme a získáme rovnici $\sqrt{\frac{\left(1+y'^2\right)^2}{y\left(1+y'^2\right)}}-\frac{y'^2}{\sqrt{y\left(1+y'^2\right)}}=K$, v níž částečně odmocníme

levou stranu. V získaném tvaru rovnice $\frac{1+y'^2}{\sqrt{y\left(1+y'^2\right)}}-\frac{y'^2}{\sqrt{y\left(1+y'^2\right)}}=K$ převedeme levou stranu rovnice na společného jmenovatele $\frac{1}{\sqrt{y\left(1+y'^2\right)}}=K$ a zapíšeme v přehlednějším tvaru $y\left(1+y'^2\right)=C_1$, kde $C_1=\frac{1}{K^2}=konst.$

Důležité je si uvědomit, že hledáme vyjádření funkce y - tj. křivku, po níž se hmotný bod pohybuje.

Nyní zavedeme substituci ve tvaru

$$y'=\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2} \qquad (148)$$

a můžeme pokračovat v dalších úpravách.

Do posledního tvaru rovnice dosadíme substituční vztah (148) a získáme $y\left(1+\operatorname{cotg}^2\frac{\varphi}{2}\right)=C_1$. Nyní rozepíšeme funkci kotangens podle její definice: $y\left(1+\frac{\cos^2\frac{\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\varphi}{2}}\right)=C_1$. Dále převedeme na společného jmenovatele a s využitím známé goniometrické identity získáme rovnici $y\frac{1}{\sin^2\frac{\varphi}{2}}=C_1$, kterou můžeme psát ve tvaru $y=C_1\sin^2\frac{\varphi}{2}$.

Použitím goniometrického vzorce získáme rovnici

$$y = C_1 \frac{1-\cos\varphi}{2}. \tag{149}$$

Nyní si připravíme několik dílčích výpočtů, které nám umožní najít řešení snadněji. Jednak na základě substituce (148) můžeme psát

$$\mathrm{d}x = \frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2}}\,\mathrm{d}\varphi \tag{150}$$

a dále diferencováním rovnice (149) dostaneme

$$\mathrm{d}y = C_1 \frac{\sin\varphi}{2}\,\mathrm{d}\varphi. \tag{151}$$

Dosazením vyjádření (151) do vztahu (150) postupně získáme

$$\mathrm{d}x = \frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2}} . C_1 \frac{\sin\varphi}{2}\,\mathrm{d}\varphi = C_1 \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}} \frac{2\sin\frac{\varphi}{2}.\cos\frac{\varphi}{2}}{2}\,\mathrm{d}\varphi = C_1 \sin^2\frac{\varphi}{2}\,\mathrm{d}\varphi,$$

takže dostáváme vztah $\mathrm{d}x = C_1 \frac{1-\cos\varphi}{2}\,\mathrm{d}\varphi$, jehož řešení můžeme psát ve tvaru $x = \frac{C_1}{2}\int (1-\cos\varphi)\,\mathrm{d}\varphi$. Řešení tedy můžeme psát ve tvaru

$$x = C(\varphi - \sin\varphi) + x_0, \tag{152}$$

kde $C = \frac{C_1}{2} = \frac{1}{2K^2} = konst.$

Ze vztahu (151) můžeme vyjádřit $y = C\int \sin\varphi \mathrm{d}\varphi$ a dostaneme

$$y = -C\cos\varphi + y_0 . \qquad (153)$$

Konstanty x_0 a y_0 vystupující ve vztazích (152) a (153) určíme na základě počátečních podmínek úlohy. Má-li bod *A*, který leží na cykloidě řešící zadanou úlohu, souřadnice $[x_A; y_A]$ (viz obr. 54), můžeme vztahy (152) a (153) psát ve tvaru $x_A = C(0 - \sin 0) + x_0$ a zároveň $y_A = -C\cos 0 + y_0$. Dosadili jsme také $\varphi = 0$, protože cykloida v bodě *A* začíná. Po úpravě dostáváme $x_0 = x_A$ a $y_0 = C + y_A$. Vztahy (152) a (153) můžeme tedy psát ve tvaru

$$x = C(\varphi - \sin\varphi) + x_A \text{ a } y = C(1 - \cos\varphi) + y_A, \qquad (154)$$

což jsou parametrické rovnice cykloidy. Trajektorie, po níž se musí pohybovat hmotný bod mezi dvěma zadanými body, aby se pohyboval nejkratší čas, leží tedy na cykloidě.

Pro vykreslení cykloidy mezi uvažovanými dvěma body *A* a *B* je nutné znát hodnotu konstanty *C* a maximální hodnotu φ_m úhlu φ, v závislosti na kterém se cykloida vykresluje. Tyto hodnoty lze získat pomocí koncového bodu cykloidy *B*, který má souřadnice $[x_B; y_B]$. Bodu *B* přitom odpovídá hodnota úhlu $\varphi = \varphi_m$, kterou dosadíme

do rovnic (154). Vzhledem ke tvaru parametrických rovnic cykloidy (154) je zřejmé, že řešení nebude možné získat analyticky. Budeme muset použít numerické řešení rovnic. Nicméně před numerickým řešením se vyplatí provést několik úprav rovnic (154).

Do rovnic (154) tedy dosadíme souřadnice bodu *B* a vyloučíme z nich parametr *C*, čímž dostaneme jednu rovnici ve tvaru $(x_B - x_A)(1-\cos\varphi_m) = (y_B - y_A)(\varphi_m - \sin\varphi_m)$. Dále rovnici upravíme do tvaru

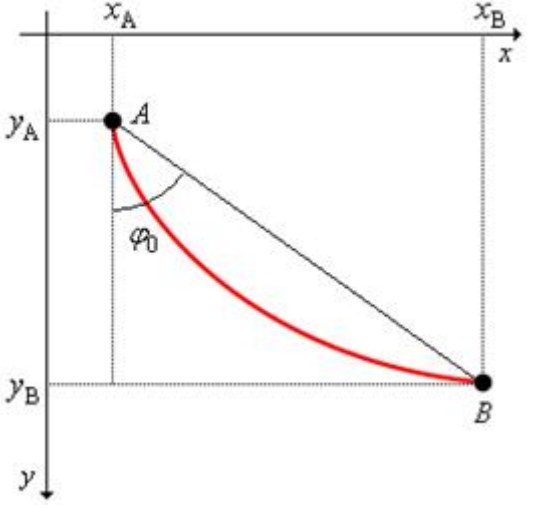
$$x_B - x_A - (y_B - y_A)\varphi_m = (x_B - x_A)\cos\varphi_m - (y_B - y_A)\sin\varphi_m \,. \quad (155)$$

Podle obr. 54 lze pro úhel φ_0 psát

$$\sin\varphi_0 = \frac{x_B - x_A}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}} \text{ a}$$
$$\cos\varphi_0 = \frac{y_B - y_A}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}} \quad (156)$$

a proto vztah (155) přepíšeme v takovém tvaru, do kterého později snadno dosadíme vztahy (156):

$$x_B - x_A - (y_B - y_A)\varphi_m = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}\left(\frac{(x_B - x_A)\cos\varphi_m}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}} - \frac{(y_B - y_A)\sin\varphi_m}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}\right).$$



Obr. 54

Po dosazení ze vztahů (156) dostaneme rovnici $\frac{x_B - x_A - (y_B - y_A)\varphi_m}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}} = \sin\varphi_0 \cos\varphi_m - \cos\varphi_0 \sin\varphi_m$, kterou můžeme s využitím goniometrických vztahů psát ve tvaru

$$\frac{x_B - x_A - (y_B - y_A)\varphi_m}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}} = \sin(\varphi_m - \varphi_0). \qquad (157)$$

Získali jsme tedy rovnici, na základě níž je možné numericky určit hodnotu úhlu φ_m. Poté je možné určit hodnotu parametru *C* pomocí jednoho ze vztahů

$$C = \frac{x_B - x_A}{\varphi - \sin\varphi} = \frac{y_B - y_A}{1 - \cos\varphi}. \qquad (158)$$

Tím je cykloida, která hraje ve fyzice velmi důležitou úlohu, jednoznačně popsána.

S cykloidou se fyzikové setkávají často: popisuje rozpínání vesmíru, nizozemský matematik, fyzik a astronom Christian Huygens sestrojil cykloidální kyvadlo, jehož frekvence nezávisí na počáteční výchylce, ...

9.4.6 | Invariance Lagrangeovy funkce a zákony zachování

9.4.6.1 | Obecné pojmy

Geometrická symetrie Lagrangeovy funkce souvisí se zákony zachování ve fyzice. Poprvé si tuto skutečnost uvědomila německá matematička Amalie Emmy Noetherová (1882 - 1935). V roce 1918 formuluje princip, který ve svých důsledcích změnil fyziku 20. století. Tento princip se stal východiskem např. pro kvantovou fyziku právě proto, že dával do souvislosti geometrické symetrie a zákony zachování.

MÁ-LI SYSTÉM A TEDY I JEHO PŘÍSLUŠNÁ

LAGRANGEOVA FUNKCE L NĚJAKOU SYMETRII, PAK EXISTUJE JÍ ODPOVÍDAJÍCÍ FYZIKÁLNÍ VELIČINA, KTERÁ SE ZACHOVÁVÁ.

Zachovávající se veličinou je integrál pohybu.

Tuto obecnou formulaci lze přepsat v konkrétnějším tvaru.

POKUD

$$dS = L\,dt \tag{159}$$

NEMĚNÍ SVŮJ TVAR PŘI INFINITEZIMÁLNÍCH TRANSFORMACÍCH ČASU A ZOBECNĚNÝCH SOUŘADNIC POPSANÝCH VZTAHY

$$t' = t + \varepsilon\Theta \text{ a } q'^j = q^j + \varepsilon Q^j \tag{160}$$

PRO $j = 1, 2, \ldots, n$, KDE ε JE MALÝ REÁLNÝ PARAMETR ($\varepsilon \to 0$) A Θ A Q^j LIBOVOLNÉ HLADKÉ FUNKCE PŮVODNÍCH SOUŘADNIC (TJ. $\Theta\left(t, q^j\right)$ A $Q^j\left(t, q^j\right)$), PAK SE ZACHOVÁVÁ VELIČINA

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j}\left(\dot{q}^j\Theta - Q^j\right) - L\Theta \tag{161}$$

A Z JE INTEGRÁL POHYBU, TEDY $\frac{dZ}{dt} = 0$.

Funkce Θ a Q^j jsou generátory symetrie a obecně to

jsou prvky Lieovy grupy.

Důkaz lze provést na základě geometrického rozboru dané problematiky s využitím variet, Lagrangeova pole, ... Ten ovšem provádět nebudeme.

Existují tři hlavní globální symetrie, které určují vlastnosti prostoru a času:

1. translace prostoru - vyplývá z homogenity prostoru;

Popis systému se nezmění, jestliže se posuneme posuvným pohybem do jiného místa prostoru.

2. rotace prostoru - vyplývá z izotropie prostoru;

Popis systému se nezmění, jestliže se nakloníme, uděláme stojku, ... a budeme popisovat systém z pohledu takto otočené soustavy.

3. translace času.

Popis systému se tedy nezmění, jestliže hodiny, pomocí nichž měříme čas při určitém ději, zapneme o chvíli později.

Na základě těchto symetriích, které aplikujeme na prostor a čas v Newtonovské fyzice, lze získat tři zákony zachování, které lze využít při řešení úloh. Newtonovský prostor má tedy pro řešení úloh velmi pěkné vlastnosti.

9.4.6.2 | Homogenita prostoru

Z homogenity prostoru vyplývá invariance popisu systému vůči translaci v prostoru. To znamená, že Lagrangeova funkce *L* se nezmění, posuneme-li se v prostoru ve směru *i*-té zobecněné souřadnice. Transformační vztahy (160) tak přejdou na vztahy

$$t' = t \text{ a } x'^{i} = x^{i} + \varepsilon, \tag{162}$$

odkud vyplývá, že $\Theta = 0$, $Q^{i} = 1$ a $Q^{j} = 0$ pro $j = 1, 2, \ldots, i-1, i+1, \ldots, n$. Po dosazení do definičního vztahu zachovávající se veličiny (161) tedy máme

$$Z = -\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^{i}}, \tag{163}$$

což je vyjádření **zákona zachování hybnosti**. Zákon zachování hybnosti je tedy důsledkem homogenity prostoru (Newtonovského prostoru).

Ve vztahu (161) zůstal tedy jediný člen odpovídající nenulovému Q^{i}.

Příklad: Volná částice

Pro volnou částici, jejíž lagrangián je $L = \frac{1}{2}m\left(\left(\dot{x}^1\right)^2 + \left(\dot{x}^2\right)^2 + \left(\dot{x}^3\right)^2\right)$, je $Z = -\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} = -m\dot{x}^i$ pro $i = 1, 2, 3$.

9.4.6.3 | Izotropie prostoru

Izotropie prostoru je svázána s invariancí popisu daného systému vůči rotaci v prostoru.

Uděláme stojku, nakloníme se, otočíme se, ... a budeme pořád dostávat stejný popis systému, jako když jsme systém popisovali před změnami naší polohy.

To tedy znamená, že lagrangián se nemění při posunutí v libovolném úhlovém směru φ. Vztahy (160) tedy přejdou na tvar

$$t' = t \text{ a } \varphi' = \varphi + \varepsilon, \tag{164}$$

což znamená, že $\Theta = 0$, $Q^{\varphi} = 1$ a ostatní Q^j jsou nulová. Po dosazení do (161) tedy dostaneme

$$Z = -\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}. \tag{165}$$

Vztah (165) je vyjádřením **zákona zachování momentu hybnosti**, který je důsledkem izotropie prostoru.

Příklad: Centrální pole

Lagrangeova funkce hmotného bodu, který se pohybuje

v centrálním poli, je $L = \frac{1}{2}m\left(r^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right) - V(r)$. Lagrangián přitom není závislý na úhlu otočení φ - to znamená, že při změně φ se lagrangián nezmění.

Jestliže lagrangián nezávisí na nějaké zobecněné souřadnici (zde φ), pak se tato zobecněná souřadnice nazývá cyklická souřadnice. Skutečnost, že φ je cyklická souřadnice, vyplývá tedy z izotropie prostoru.

Jinými slovy: φ je dobře zvolená zobecněná souřadnice.

9.4.6.4 | Homogenita času

Homogenita času souvisí s invariancí popisu systému vůči translaci času.

To znamená, že popis systému bude stejný nezávisle na tom, v jaké fázi pohybu zmáčkneme stopky a začneme měřit časové závislosti.

V Newtonovském prostoru čas není možné rotovat, takže nemůžeme mluvit o izotropii času. Tyto operace lze ale provádět např. v rámci teorie relativity. Pro jisté typy úloh je vhodné zavést dva na sobě nezávislé časy, o jejichž izotropii je pak možné mluvit.

Transformační vztahy (160) přejdou tedy na vztahy

$$t' = t + \varepsilon \text{ a } q'^{j} = q^{j}, \tag{166}$$

tedy $\Theta = 1$ a $Q^{j} = 0$ (pro $j = 1, 2, \ldots, n$). Po dosazení do (161) dostaneme

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^{j}} \dot{q}^{j} - L, \tag{167}$$

což je zobecněná energie. Z homogenity času (tj. z invariance popisu systému vůči translaci času) tedy vyplývá **zákon zachování zobecněné energie**.

Vzhledem k tomu, že pro holonomní vazby a skleronomní vazby při pohybu tělesa v poli konzervativních sil přechází zobecněná energie na celkovou mechanickou energii, přechází za těchto podmínek také zákon zachování zobecněné energie na zákon zachování mechanické energie.

9.4.6.5 | Lokální symetrie

Kromě globálních symetrií existují i lokální symetrie, které se uplatňují zejména v teoriích pole. Existují veličiny, na kterých je závislá Lagrangeova funkce *L*, a přitom při změně této veličiny se Lagrangeova funkce nezmění. Taková veličina se pak (v dané teorii poli) zachovává.

Např. v teorii elektrického pole je touto veličinou náboj - platí tedy zákon zachování elektrického náboje.

9.4.7 | Kalibrační transformace a kalibrační symetrie

Kalibrační transformace a kalibrační symetrie jsou důležité nejen pro řešení úloh, ale také pro budování fyzikálního aparátu jako takového. Dříve, než ukážeme konkrétní použití, vyslovíme a dokážeme tvrzení.

POHYBOVÉ ROVNICE POPISUJÍCÍ DANÝ SYSTÉM SE NEZMĚNÍ, PŘIPOČTEME-LI K LAGRANGEOVĚ FUNKCI L ÚPLNOU ČASOVOU DERIVACI LIBOVOLNÉ FUNKCE $f(q)$ (KDE q JE ZOBECNĚNÁ SOUŘADNICE).

Při důkazu vyjdeme z uvedeného tvrzení. Kromě lagrangiánu L budeme předpokládat, že existuje lagrangián L_1 definovaný (podle tvrzení) vztahem

$$L_1 = L + \frac{\mathrm{d}f\left(q\left(t\right)\right)}{\mathrm{d}t}. \qquad (168)$$

Pro akci S_1 odpovídající lagrangiánu L_1 můžeme podle (131) psát

$$S_1 = \int_{t_1}^{t_2} L_1 \mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \left(L + \frac{\mathrm{d}f\left(q\left(t\right)\right)}{\mathrm{d}t} \right) \mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} L \mathrm{d}t + \int_{t_1}^{t_2} \frac{\mathrm{d}f\left(q\left(t\right)\right)}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t = S + \left[f\left(q\left(t\right)\right) \right]_{t_1}^{t_2}.$$

Dostáváme tedy

$$S_1 = S + f\left(q(t_2)\right) - f\left(q(t_1)\right). \qquad (169)$$

Pohybové rovnice (resp. popis systému) získáme pomocí vztahu (130). Dosadíme-li tedy do vztahu (130) odvozenou akci (169), dostaneme

$$0 = \delta S_1 = \delta S + \frac{\partial f(q)}{\partial q}\delta q(t_2) - \frac{\partial f(q)}{\partial q}\delta q(t_1). \qquad (170)$$

Vzhledem k platnosti podmínky (132) ze vztahu (170) plyne

$$0 = \delta S_1 = \delta S. \qquad (171)$$

Tím je důkaz ukončen: pro oba uvažované lagrangiány (tj. pro lagrangián *L* i lagrangián ve tvaru (168)) je variace akce nulová (viz výsledek (171)). Oba lagrangiány dávají tedy stejný popis daného systému.

Právě dokázané tvrzení se využívá u kanonických transformací systému v Hamiltonově formalismu.

Příklad: Nabitá částice v elektromagnetickém poli
Lagrangián nabité částice s nábojem *e* a s hmotností *m*, která se pohybuje v elektromagnetickém poli popsaném veličinami $\vec{E}$ a $\vec{B}$, je: $L = \frac{1}{2}mv^2 - e\varphi + e\vec{v}.\vec{A}$, neboť potenciální energie *V* je dána vztahem (70).
Lagrangián L_1, který je dán vztahem (168), dává podle

dokázaného tvrzení stejné řešení. Takže můžeme psát: $L_1 = \frac{1}{2}mv^2 - e\varphi + e\vec{v}.\vec{A} + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$. Funkce *f* obecně závisí na prostorových souřadnicích a na čase (tj. $f\left(x^i, t\right)$), takže s postupně prováděnými úpravami lze lagrangián L_1 psát ve tvaru

$$L_1 = \frac{1}{2}mv^2 - e\varphi + e\vec{v}.\vec{A} + \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3}\frac{\partial f}{\partial x^i}\dot{x}^i = \frac{1}{2}mv^2 - e\left(\varphi - \frac{1}{e}\frac{\partial f}{\partial t}\right) + e\vec{v}.\vec{A} + \vec{v}.\mathrm{grad}\,f =$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - e\left(\varphi - \frac{1}{e}\frac{\partial f}{\partial t}\right) + e\vec{v}.\left(\vec{A} + \frac{1}{e}\mathrm{grad}\,f\right) = \frac{1}{2}mv^2 - e\varphi' + e\vec{v}.\vec{A'}.$$

Získali jsme tak tvar lagrangiánu, který dává stejné výsledky jako původní lagrangián, jestliže platí $\varphi' = \varphi - \frac{1}{e}\frac{\partial f}{\partial t}$ a $\vec{A'} = \vec{A} + \frac{1}{e}\mathrm{grad}\,f$.

Změnili jsme tedy dvě polní veličiny a lagrangián je vzhledem k této změně invariantní. Jedná se tedy o zvláštní případ lokální symetrie. V tomto případě mluvíme o tzv. **kalibrační transformaci**, vůči níž je lagrangián invariantní.

Maxwellovy rovnice zůstávají v platnosti a mají stejný tvar jako pro lagrangián *L*. Veličiny, které můžeme měřit (tj. veličiny $\vec{E}$ a $\vec{B}$) jsou také stejné (jak vyplývá z Mawellových rovnic).

Např. pro $\vec{B}$, $\vec{A}$ a $\vec{A'}$ platí:

$$\mathrm{rot}\,\vec{A}' = \mathrm{rot}\left(\vec{A} + \frac{1}{e}\,\mathrm{grad}\,f\right) = \mathrm{rot}\,\vec{A} + \frac{1}{e}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\,f = \mathrm{rot}\,\vec{A} = \vec{B}.$$

Podobným postupem fyzika vytváří nové teorie. Dbá se nejen na to, aby daná teorie odpovídala experimentálním měřením, ale také na to, aby splňovala kalibrační transformace. Tím se zjednoduší popis daného systémů v různých soustavách a teorie bude pro řešení úloh jednodušší.

9.4.8 | Hamiltonovy rovnice

Hamiltonovy rovnice jsou dalším zobecněním Lagrangeových rovnic 2. druhu. Hamiltonovy rovnice ovšem mají oproti Lagrangeovým rovnicím výhodu. Zatímco Lagrangeovy rovnice jsou soustavou *n* obyčejných diferenciálních rovnic druhého řádu pro *n* neznámých (neznámými jsou časové průběhy zobecněných souřadnic $q^j(t)$ pro $j = 1, 2, \ldots, n$, kde *n* je počet stupňů volnosti dané soustavy), jsou Hamiltonovy rovnice soustavou 2*n* obyčejných diferenciálních rovnic pouze prvního řádu pro 2 *n* neznámých. Neznámými v Hamiltonových rovnicích jsou zobecněné souřadnice $q^j(t)$ a kanonické hybnosti $p_j(t)$ pro $j = 1, 2, \ldots, n$.

Hamiltonových rovnic je sice více než Lagrangeových, ale jsou to rovnice prvního řádu, což je větší úspora práce při jejich řešení, než fakt, že

neznámých je dvojnásobné množství.

Skutečnost, že indexy zobecněných souřadnic jsou horní indexy a indexy kanonických hybností jsou dolní indexy, vyplývá z toho, že zobecněné souřadnice $q^j(t)$ jsou složky vektorů, zatímco kanonické hybnosti $p_j(t)$ jsou složky forem. Při běžném počítání se tento rozdíl neprojeví, ale pro geometrickou interpretaci je to rozdíl podstatný.

Před vlastním odvozením Hamiltonových rovnice je nutné se seznámit s několika základními pojmy:

1. kanonická hybnost;
2. fázový prostor;
3. Hamiltonova funkce (hamiltonián).

9.4.8.1 | Kanonická hybnost

KANONICKÁ HYBNOST JE DEFINOVÁNA VZTAHEM

$$p_j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \tag{172}$$

PRO $j = 1, 2, \ldots, n$ **.**

To tedy znamená, že každé zobecněné souřadnici $q^j(t)$ lze přiřadit kanonickou hybnost $p_j(t)$, kterou získáme

derivací lagrangiánu podle příslušné zobecněné rychlosti.

Pozor! Kanonická hybnost je veličinou, která doplňuje popis systému získaný pomocí zobecněných souřadnic, ale sama kanonická hybnost se definuje jako derivace lagrangiánu pomocí zobecněné rychlosti!

Zobecněná souřadnice a kanonická hybnost tak tvoří tzv. kanonicky sdružené veličiny (kanonicky sdružené páry). Pomocí těchto veličin lze plně popsat stav fyzikálního systému.

Příklad: Volná částice
Určete kanonickou hybnost volné částice.
Řešení: Lagrangián volné částice lze psát ve tvaru $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$. Na základě vztahu (172) lze pak kanonickou hybnost psát ve tvaru $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$.

Pro volnou částici je tedy kanonická hybnost rovna hybnosti, ale není to tak obecně. Kanonická hybnost může mít význam momentu hybnosti, modifikované hybnosti, ...

Prostor, ve kterém jsou definovány zobecněné souřadnice a kanonické hybnosti, se nazývá fázový prostor.

9.4.8.2 | Fázový prostor

FÁZOVÝ PROSTOR JE PROSTOR POPSANÝ SYSTÉMEM NEZÁVISLÝCH ZOBECNĚNÝCH SOUŘADNIC $q^j(t)$ A KANONICKÝCH HYBNOSTÍ $p_j(t)$

PRO $j = 1, 2, \ldots, n$, KDE n JE POČET STUPŇŮ VOLNOSTI DANÉHO FYZIKÁLNÍHO SYSTÉMU. DIMENZE FÁZOVÉHO PROSTORU JE ROVNA $2n$.

Z hlediska geometrie se jedná o tzv. kotečný bandl konfigurační variety T^*Q, pro který jsou zobecněné souřadnice a kanonické hybnosti parametry.

Fázový prostor je prostor fyzikálních stavů daného systému. To znamená, že každý bod fázového prostoru jednoznačně určuje stav uvažovaného systému. Každým bodem fázového prostoru tedy prochází jedna trajektorie popisující časový vývoj daného systému, který se nachází v daném bodě fázového prostoru. Všechny body fázového prostoru tedy určují všechny možné stavy, do kterých se systém může dostat. Je to tedy jakási vizualizace vývoje systému.

Každý bod fázového prostoru je popsán zobecněnou souřadnicí $q^j(t)$ a kanonickou hybností $p_j(t)$. To znamená, že máme informace o poloze i rychlosti (ta je „ukrytá“ v hybnosti) daného systému.

Fázový prostor je tedy pro popis systému dostačující, na rozdíl od konfiguračního prostoru, který obsahoval informace pouze o souřadnicích (zobecněné souřadnice), ale neobsahoval informace o rychlostech. V konfiguračním prostoru tedy nebylo možné vysvětlit tzv. Zenonovy paradoxy.

Např. stojící šíp a šíp, který právě prolétá kolem stojícího šípu, jsou v konfiguračním prostoru popsány naprosto stejně. K jejich odlišení je nutné mít informace o rychlosti, kterou v konfiguračním prostoru nemáme. A proto tedy dostáváme pro oba šípy v konfiguračním prostoru stejný popis.

Příklad: Harmonický oscilátor

Určete vývoj harmonického oscilátoru ve fázovém prostoru.

Řešení: K popsání vývoje systému ve fázovém prostoru potřebujeme znát zobecněné souřadnice a kanonickou hybnost. Musíme tedy nejdříve napsat lagrangián uvažovaného systému: $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2$. Zobecněná souřadnice je dána takto: $q = x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Zobecněnou hybnost určíme na základě lagrangiánu: $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$. Po dosazení dostaneme $p = Am\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$. Ve fázovém prostoru tedy získáme vývoj daného systému, který bude reprezentován elipsou (viz obr. 55).

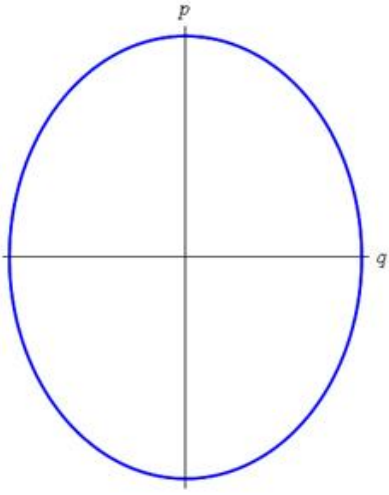
Skutečnost, že se jedná o elipsu lze dokázat tak, že z rovnic pro *x* a pro *p* vyjádříme goniometrické funkce a jejich druhé mocniny sečteme. Dostaneme tedy: $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{p}{Am\omega}\right)^2 = 1$. Délky poloos dané elipsy tedy jsou *A* a $Am\omega$ a jsou dány energií, kterou uvažovaný oscilátor má.

Bod $[0;0]$ z obr. 55 odpovídá harmonickému oscilátoru,

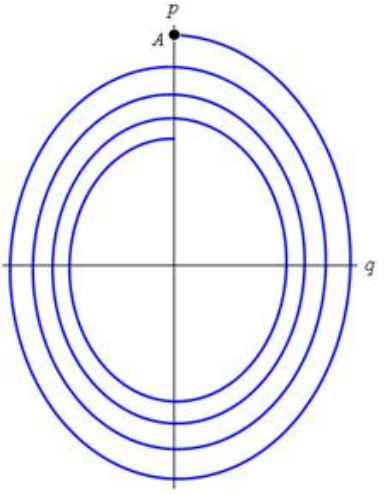
který je v klidu.

Budeme-li sledovat jen vývoj na ose q (tj. budeme-li se dívat na obr. 55 „zespodu“), získáme představu o změně souřadnice oscilátoru. Při sledování změn pouze na ose p získáme informaci o změně velikosti hybnosti resp. rychlosti oscilátoru. Tím, že sledujeme celý fázový prostor, máme informace jak o časovém vývoji souřadnice, tak i o časovém vývoji velikosti hybnosti resp. velikosti rychlosti.

Pro tlumený oscilátor pak dostáváme jeho vývoj v čase podle obr. 56. Oscilátor začíná kmitat v nulovém čase, ve kterém má nulovou výchylku (bod A) a největší velikost kanonické hybnosti, která je v tomto případě hybností. To znamená, že v bodě A má oscilátor největší velikost rychlosti. Vzhledem k útlumu nedosáhne během každé periody stejné amplitudy výchylky - ta bude postupně klesat a oscilátor se za určitý čas zastaví (tj. křivka ve fázovém prostoru skončí v bodě $[0;0]$.



Obr. 55



Obr. 56

Právě popsaný postup, který byl vysvětlen na případu harmonického oscilátoru, se velmi často používá k vizualizaci vývoje systému. Bohužel velmi často se jedná o funkce více proměnných, které není možné rozumně zobrazit ani v počítači. Proto se dělají tzv. Poincarého řezy, pomocí nichž sledujeme daný fázový prostor jen v určité rovině. Na základě těchto řezů lze poznat základní charakteristiky vývoje systému, lze rozhodnout o chaotickém chování či o deterministickém chování systému, ...

9.4.8.3 | Hamiltonova funkce

Hamiltonova funkce slouží k popisu daného systému a vystupuje v Hamiltonových rovnicích.

HAMILTONOVA FUNKCE (TZV. HAMILTONIÁN) DANÉHO FYZIKÁLNÍHO SYSTÉMU JE SKALÁRNÍ FUNKCE DEFINOVANÁ VE FÁZOVÉM PROSTORU PŘEDPISEM

$$H\left(q^{j}(t), p_{j}(t), t\right) = \sum_{i=1}^{n} p_{i}\dot{q}^{i} - L\,. \qquad (173)$$

Z hlediska vyšší matematiky se jedná o tzv. Legendrovu duální transformaci.

Hamiltonián je závislý na čase pouze pro reonomní vazby.

Na první pohled je definiční vztah hamiltoniánu složitý, ale tento způsob zavedení přinese výhody při řešení úloh, neboť se zjednoduší zápis Hamiltonových rovnic. Předpis (173) se stává hamiltoniánem až tehdy, když dosadíme za $\dot{q}^{i}$, neboť na zobecněné rychlosti hamiltonián nezávisí. Vyjádření $\dot{q}^{i}$ existuje vždy, i když ne vždy je jednoduché a analyticky řešitelné, a lze je získat invertováním definičního vztahu kanonické hybnosti (172). To ovšem znamená, že je nutné dosadit i do lagrangiánu, který v hamiltoniánu vystupuje také.

Hamiltonián závisí na zobecněných souřadnicích, kanonických hybnostech a případně na čase, ale ne zobecněných rychlostech!!!

Nyní je možné formulovat Hamiltonovy kanonické rovnice.

9.4.8.4 | Formulace a důkaz Hamiltonových kanonických rovnic

HAMILTONOVY KANONICKÉ ROVNICE JSOU ROVNICE VE TVARU

$$\frac{\mathrm{d}q^{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial H}{\partial p_{\mathrm{j}}} \text{ a } \frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial H}{\partial q^{\mathrm{j}}} \tag{174}$$

PRO $j = 1, 2, \ldots, n$, KDE n JE POČET STUPŇŮ VOLNOSTI DANÉHO SYSTÉMU.

Na základě vhodně zavedeného hamiltoniánu (173) jsou Hamiltonovy kanonické rovnice jednoduché a symetrické. Tyto rovnice, které Ir sir Rowan Hamilton odvodil v roce 1834, jsou soustavou 2*n* obyčejných diferenciálních rovnic s neznámými $q^{\mathrm{j}}(t)$ a $p_{\mathrm{j}}(t)$ pro $j = 1, 2, \ldots, n$. Uvedený tvar rovnic vyplývá ze symplektické struktury fázového prostoru, která zaručuje jednoznačný popis systému, správná znaménka v rovnicích, ...

Přesto, že se v zápise Hamiltonvých rovnic objevují parciální derivace, jsou to rovnice obyčejné, tj. po

úpravách budou obsahovat jen totální („normální“) derivace. Symbol $\frac{\partial H}{\partial p_j}$ resp. $\frac{\partial H}{\partial q^j}$ dává jen návod na sestavení pravé strany příslušné Hamiltonovy rovnice.

Nyní rovnice dokážeme; důkaz přitom provedeme dvakrát - jednou podle definice hamiltoniánu a podruhé pomocí Hamiltonova variačního principu.

Začneme důkazem první Hamiltonovy rovnice, který provedeme na základě definice hamiltoniánu (173). Pravou stranu první Hamiltonovy rovnice tedy rozepíšeme podle definice hamiltoniánu (173) s vyznačením proměnných, na nichž závisí zobecněná rychlost a lagrangián:

$$\frac{\partial H}{\partial p_j} = \frac{\partial}{\partial p_j}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}^i\left(q^k(t), p_k(t), t\right) - L\left(q^j(t), \dot{q}^i\left(q^k(t), p_k(t), t\right), t\right)\right).$$

Nyní provedeme naznačenou derivaci a argumenty funkcí kvůli větší přehlednosti již vypisovat nebudeme:

$$\frac{\partial H}{\partial p_j} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial p_i}{\partial p_j}\dot{q}^i + p_i\frac{\partial \dot{q}^i}{\partial p_j} - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i}\frac{\partial \dot{q}^i}{\partial p_j}\right).$$

Derivace lagrangiánu podle p_j je rovna součinu derivace lagrangiánu podle $\dot{q}^i$ a derivace $\dot{q}^i$ podle p_j, protože p_j je „schovaná“ právě v $\dot{q}^i$ ($\dot{q}^i$ závisí na p_j). Proto lagrangián derivujeme jako složenou funkci.

S využitím definice kanonické hybnosti (172) můžeme pokračovat v úpravách:

$\frac{\partial H}{\partial p_j} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial p_i}{\partial p_j} \dot{q}^i + p_i \frac{\partial \dot{q}^i}{\partial p_j} - p_i \frac{\partial \dot{q}^i}{\partial p_j} \right) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i^j \dot{q}^i = \dot{q}^j = \frac{\mathrm{d}q^j}{\mathrm{d}t}$ a tím je platnost první Hamiltonovy kanonické rovnice dokázána.

Analogicky můžeme pokračovat v důkazu druhé Hamiltonovy rovnice: $\frac{\partial H}{\partial q^j} = \frac{\partial}{\partial q^j} \left(\sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}^i \left(q^k(t), p_k(t), t \right) - L \left(q^j(t), \dot{q}^i \left(q^k(t), p_k(t), t \right), t \right) \right)$. Po provedení derivace dostaneme rovnici, v níž opět už nebudeme vypisovat argumenty funkcí: $\frac{\partial H}{\partial q^j} = \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial \dot{q}^i}{\partial q^j} - \frac{\partial L}{\partial q^j} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i} \frac{\partial \dot{q}^i}{\partial q^j}$. Opět s využitím vztahu (172) můžeme postupně psát $\frac{\partial H}{\partial q^j} = \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial \dot{q}^i}{\partial q^j} - \frac{\partial L}{\partial q^j} - \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial \dot{q}^i}{\partial q^j} = -\frac{\partial L}{\partial q^j}$. Vztah

$$\frac{\partial H}{\partial q^j} = -\frac{\partial L}{\partial q^j} \qquad (175)$$

je sice zajímavý, ale zatím to není ten vztah, jehož platnost jsme měli dokázat. Navíc zatím jsme využívali pouze matematické úpravy výrazů bez fyzikálního náhledu. Ten využijeme nyní: pravou stranu rovnosti (175) vyjádříme pomocí Lagrangeových rovnic druhého druhu (47). Dostaneme tak $\frac{\partial H}{\partial q^j} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} \right) = -\frac{\mathrm{d}p_j}{\mathrm{d}t}$ (druhá úprava byla provedena na základě definice kanonické hybnosti (172)).

Tím jsme dokázali i druhou Hamiltonovu kanonickou rovnici.

Ve druhém kroku dokážeme Hamiltonovy kanonické rovnice pomocí Hamiltonova variačního principu. Důkaz nebudeme provádět v Lagrangeově formalismu, ale v Hamiltonově formalismu. Definiční vztah hamiltoniánu (173) upravíme na tvar

$$L = \sum_{j=1}^{n} p_j \dot{q}^j - H \,. \qquad (176)$$

Vyjdeme z podmínky (130). V ní vystupuje akce *S*, kterou vyjádříme pomocí definice (131) s přihlédnutím k lagrangiánu ve tvaru (176). Dostaneme tedy $0 = \delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L \, dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} \left(\sum_{j=1}^{n} p_j \dot{q}^j - H \right) dt$. Výraz $\delta \int_{t_1}^{t_2} \left(\sum_{j=1}^{n} p_j \dot{q}^j - H \right) dt$ přitom můžeme interpretovat tak, že se zajímáme o změnu integrálu při změně funkcí, které integrujeme. Proto můžeme dále pokračovat v úpravách. Začneme diferencováním a dostaneme

$$0 = \delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left(\sum_{j=1}^{n} \left(\delta p_j \dot{q}^j + p_j \delta \dot{q}^j - \frac{\partial H}{\partial q^j} \delta q^j - \frac{\partial H}{\partial p_j} \delta p_j \right) - \frac{\partial H}{\partial t} \delta t \right) dt \,. (177)$$

Člen $\frac{\partial H}{\partial t} \delta t$ ve výrazu (177) je nulový, protože jsme se omezili na izochronní variace. Dále upravíme výraz

$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} p_j \delta \dot{q}^j dt$, který je též částí výrazu (177). S využitím identity (136) a následným použitím metody per-partes můžeme psát:

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} p_j \delta \dot{q}^j dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} p_j \frac{d}{dt}\left(\delta q^j\right) dt = \left[p_j \delta q^j (t) \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} \frac{dp_j}{dt} \delta q^j dt .$$

Vzhledem k tomu, že uvažujeme izochronní variace s pevnými konci, platí podmínka (132) a tedy $\int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} p_j \delta \dot{q}^j dt = -\int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} \frac{dp_j}{dt} \delta q^j dt$. Nyní dosadíme do výrazu (177) a dostaneme $0 = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} \left(\delta p_j \dot{q}^j - \frac{dp_j}{dt} \delta q^j - \frac{\partial H}{\partial q^j} \delta q^j - \frac{\partial H}{\partial p_j} \delta p_j \right) dt$. Po úpravě tedy máme

$$0 = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^{n} \left(\left(\dot{q}^j - \frac{\partial H}{\partial p_j} \right) \delta p_j + \left(-\frac{dp_j}{dt} - \frac{\partial H}{\partial q^j} \right) \delta q^j \right) dt . \qquad (178)$$

Všechny variace δq^j a δp_j pro $j = 1, 2, \ldots, n$ ze vztahu (178) jsou dovolené a navzájem nezávislé. To ovšem znamená, že vztah (178) je splněn pouze tehdy, když $\dot{q}^j - \frac{\partial H}{\partial p_j} = 0$ a $-\frac{dp_j}{dt} - \frac{\partial H}{\partial q^j} = 0$ pro $j = 1, 2, \ldots, n$. To je ovšem vyjádření Hamiltonových kanonických rovnic (174), jejichž platnost jsme chtěli dokázat.

Na základě podmínky (130) jsme tedy odvodili další pohybové rovnice. Pomocí Hamiltonova variačního principu jsme odvodili z podmínky (130) Lagrangeovy rovnice druhého druhu, nyní ze stejné podmínky Hamiltonovy kanonické rovnice. Podmínka (130) má tedy hlubší význam.

9.4.9 | Ilustrace použití Hamiltonových kanonických rovnic

9.4.9.1 | Harmonický oscilátor

Harmonický oscilátor je velmi důležitý pojem nejen pro teoretickou fyziku a mechaniku, ale i pro další obory fyziky. Pomocí harmonického kmitání lze totiž modelovat řadu fyzikálních jevů, protože pohyb harmonického oscilátoru je jednoduchý, je popsán relativně jednoduchými rovnicemi a přitom jej lze použít k velmi přesnému modelování složitějších fyzikálních jevů a dějů (přenos tepla, vysvětlení měrné tepelné kapacity látek, odvození vlnové rovnice, kmity atomů resp. částic popisovaných v rámci kvantové fyziky, ...).

Chceme-li napsat Hamiltonovy kanonické rovnice popisující harmonický oscilátor, je nutné nejdříve napsat jeho lagrangián. Ten má tvar $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2$ a z něj

vyplývající kanonická hybnost je dána vztahem $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$. Pro výpočet hamiltoniánu je nezbytné vyjádřit všechny zobecněné rychlosti pomocí kanonických hybností, proto si připravíme vyjádření $\dot{x} = \frac{p}{m}$. Hamiltonián můžeme psát na základě jeho definice (173) ve tvaru $H = p\dot{x} - L = \frac{p^2}{m} - \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{p^2}{m} - \frac{1}{2}m\frac{p^2}{m^2} + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2$.

Výraz $\frac{p^2}{2m}$ má jednotku $\left[\frac{p^2}{2m}\right] = \frac{\mathrm{kg}^2.\mathrm{m}^2.\mathrm{s}^{-2}}{\mathrm{kg}} = \mathrm{kg.m}^2.\mathrm{s}^{-2} = \mathrm{N.m} = \mathrm{J}$ a tedy platí alternativní vyjádření $T = \frac{p^2}{2m}$. Hamiltonián je tedy roven $H = T + V = E$ a vyjadřuje celkovou mechanickou energii systému.

Vztah $H = E$ neplatí obecně, ale pouze tehdy, nezávisí-li hamiltonián explicitně na čase. A tato podmínka je splněna ve většině vyšetřovaných případů.

Nyní můžeme napsat Hamiltonovy rovnice pro harmonický oscilátor tak, že dosadíme do vztahů (174). Dostaneme tedy $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{p}{m}$ a $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -kx$. Máme tedy dvě lineární rovnice $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{p}{m}$ a $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = -kx$. Zderivujeme-li první z nich podle času, dostaneme: $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{1}{m}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$ a dosadíme do ní

z druhé Hamiltonovy rovnice. Získáme tedy rovnici $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{kx}{m}$ a po úpravě $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{kx}{m} = 0$, což je známá rovnice popisující pohyb harmonického oscilátoru. Její řešení lze psát ve tvaru $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, kde *A* je amplituda výchylky, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ je úhlová frekvence kmitání harmonického oscilátoru a φ_0 je počáteční fáze kmitání.

9.4.9.2 | Třírozměrný pohyb částice v poli potenciální energie

Pohyb částice v prostoru v centrálním poli (tj. v poli, v němž je definována potenciální energie), jsme již vyšetřovali. Nyní jí vyřešíme znovu a pokusíme se napsat hamiltonián pohybující se částice v různých souřadných systémech:

1. v kartézských souřadnicích;
2. v cylindrických souřadnicích;
3. ve sférických souřadnicích.

9.4.9.2.1 | Popis pohybu částice v kartézských souřadnicích

Lagrangeova funkce popisující pohyb částice v kartézských souřadnicích má tvar

$$L = \frac{1}{2} m \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 \right) - V(x, y, z) . \qquad (179)$$

Jednotlivé kanonické hybnosti, které odpovídají souřadnicím *x*, *y* a *z*, získáme derivací Lagrangeovy funkce podle zobecněné rychlosti příslušející dané souřadnici. Takže postupně dostáváme

$$p_x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} , \; p_y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} \text{ a } p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m\dot{z} . \qquad (180)$$

Z kanonických hybností můžeme vyjádřit příslušné zobecněné rychlosti a získáme

$$\dot{x} = \frac{p_x}{m} , \; \dot{y} = \frac{p_y}{m} \text{ a } \dot{z} = \frac{p_z}{m} . \qquad (181)$$

Hamiltonián můžeme v tomto případě psát ve tvaru $H = p_x \dot{x} + p_y \dot{y} + p_z \dot{z} - L$. Po dosazení ze vztahů (179), (180) a (181) postupně pro hamiltonián uvažované pohybující se částice dostaneme

$$H = \frac{p_x^2}{m} + \frac{p_y^2}{m} + \frac{p_z^2}{m} - \frac{1}{2} m \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 \right) + V(x, y, z) = \frac{p_x^2}{m} + \frac{p_y^2}{m} + \frac{p_z^2}{m} - \frac{1}{2} m \left(\frac{p_x^2}{m^2} + \frac{p_y^2}{m^2} + \frac{p_z^2}{m^2} \right) + V(x, y, z) .$$

Takže hamiltonián je roven

$$H = \frac{1}{2m}\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right) + V(x, y, z) \qquad (182)$$

a je nezávislý na čase. Tedy platí $H = E$.

Další výpočet pomocí Hamiltonových rovnic není možný, protože neznáme konkrétní průběh potenciální energie $V(x, y, z)$.

9.4.9.2.2 | Popis pohybu částice v cylindrických souřadnicích

Lagrangeova funkce popisující pohyb částice v kartézských souřadnicích je dána vztahem (179). Do cylindrických souřadnic jí přepíšeme pomocí následujících transformačních vztahů:

$x = R\cos\Phi$;

$y = R\sin\Phi$;

$z = z$.

Tyto souřadnice závisí na čase. Vzhledem k tomu, že v dalším výpočtu budeme potřebovat jejich časové derivace, určíme je:

$\dot{x} = \dot{R}\cos\Phi - R\dot{\Phi}\sin\Phi$;

$\dot{y} = \dot{R}\sin\Phi + R\dot{\Phi}\cos\Phi$;

$\dot{z} = \dot{z}$

Nyní dosadíme do lagrangiánu (179), zjednodušíme a dostaneme

$$L = \frac{1}{2}m\left(\dot{R}^2 + R^2\dot{\Phi}^2 + \dot{z}^2\right) - V\left(R, \Phi, z\right). \qquad (183)$$

Kanonické hybnosti odpovídající souřadnicím R, Φ a z získáme derivací Lagrangeovy funkce podle zobecněné rychlosti příslušející dané souřadnici. Takže postupně dostáváme

$$p_{\mathrm{R}} = \frac{\partial L}{\partial \dot{R}} = m\dot{R},\ p_{\Phi} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}} = mR^2\dot{\Phi} \text{ a } p_{\mathrm{z}} = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m\dot{z}. \qquad (184)$$

Z předpisu pro kanonické hybností můžeme vyjádřit příslušné zobecněné rychlosti a získáme

$$\dot{R} = \frac{p_{\mathrm{R}}}{m},\ \dot{\Phi} = \frac{p_{\Phi}}{mR^2} \text{ a } \dot{z} = \frac{p_{\mathrm{z}}}{m}. \qquad (185)$$

Hamiltonovu funkci nyní můžeme psát ve tvaru $H = p_{\mathrm{R}}\dot{R} + p_{\Phi}\dot{\Phi} + p_{\mathrm{z}}\dot{z} - L$. Po dosazení ze vztahů (183), (184) a (185) pro Hamiltonovu funkci pohybující se částice postupně dostaneme

$$H = \frac{p_{\mathrm{R}}^2}{m} + \frac{p_{\Phi}^2}{m} + \frac{p_{\mathrm{z}}^2}{m} - \frac{m}{2}\left(\dot{R}^2 + R^2\dot{\Phi}^2 + \dot{z}^2\right) + V\left(R, \Phi, z\right) = \frac{p_{\mathrm{R}}^2}{m} + \frac{p_{\Phi}^2}{m} + \frac{p_{\mathrm{z}}^2}{m} - \frac{m}{2}\left(\frac{p_{\mathrm{R}}^2}{m^2} + \frac{R^2p_{\Phi}^2}{m^2R^4} + \frac{p_{\mathrm{z}}^2}{m}\right) + V\left(R, \Phi, z\right).$$

Takže hamiltonián je roven

$$H = \frac{1}{2m}\left(p_R^2 + \frac{p_\Phi^2}{R^2} + p_z^2\right) + V(R, \Phi, z) \qquad (186)$$

a je nezávislý na čase. Proto tedy platí $H = E$.

Další výpočet pomocí Hamiltonových rovnic není možný, protože neznáme konkrétní průběh potenciální energie $V(R, \Phi, z)$.

9.4.9.2.3 | Popis pohybu částice ve sférických souřadnicích

Lagrangeova funkce popisující pohyb částice v kartézských souřadnicích je zapsána ve tvaru (179). Do sférických souřadnic jí přepíšeme pomocí následujících transformačních vztahů:

$x = r \sin\vartheta \cos\varphi;$

$y = r \sin\vartheta \sin\varphi;$

$z = r \cos\vartheta.$

Tyto souřadnice závisí na čase. Proto nejdříve určíme jejich první derivace podle času:

$\dot{x} = \dot{r} \sin\vartheta \cos\varphi + r\dot{\vartheta} \cos\vartheta \cos\varphi - r\dot{\varphi} \sin\vartheta \sin\varphi;$

$\dot{y} = \dot{r} \sin\vartheta \sin\varphi + r\dot{\vartheta} \cos\vartheta \sin\varphi + r\dot{\varphi} \sin\vartheta \cos\varphi;$

$\dot{z} = \dot{r} \cos\vartheta - r\dot{\vartheta} \sin\vartheta$

Nyní dosadíme do lagrangiánu (179), zjednodušíme a dostaneme

$$L = \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \vartheta \right) - V(r, \vartheta, \varphi) . \qquad (187)$$

Kanonické hybnosti odpovídající souřadnicím r, ϑ a φ získáme derivací lagrangiánu podle zobecněné rychlosti příslušející dané souřadnici. Takže postupně dostáváme

$$p_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m\dot{r} , \; p_\vartheta = \frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}} = mr^2 \dot{\vartheta} \text{ a } p_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = mr^2 \dot{\varphi} \sin^2 \vartheta . \qquad (188)$$

Z předpisu pro kanonické hybností můžeme nyní vyjádřit příslušné zobecněné rychlosti ve tvarech

$$\dot{r} = \frac{p_r}{m} , \; \dot{\vartheta} = \frac{p_\vartheta}{mr^2} \text{ a } \dot{\varphi} = \frac{p_\varphi}{mr^2 \sin^2 \vartheta} . \qquad (189)$$

Hamiltonovu funkci nyní můžeme psát ve tvaru $H = p_r \dot{r} + p_\vartheta \dot{\vartheta} + p_\varphi \dot{\varphi} - L$. Po dosazení ze vztahů (187), (188) a (189) můžeme pro Hamiltonovu funkci uvažované pohybující se částice postupně psát

$$H = \frac{p_r^2}{m} + \frac{p_\vartheta^2}{m} + \frac{p_\varphi^2}{m} - \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \vartheta \right) + V(r, \vartheta, \varphi) =$$

$= \frac{p_r^2}{m} + \frac{p_\vartheta^2}{m} + \frac{p_\varphi^2}{m} - \frac{1}{2}m\left(\frac{p_r^2}{m^2} + \frac{r^2 p_\vartheta^2}{m^2 r^4} + \frac{r^2 \sin^2\vartheta p_\varphi^2}{m^2 r^4 \sin^4\vartheta}\right) + V(r, \vartheta, \varphi)$. Takže hamiltonián je roven

$$H = \frac{1}{2m}\left(p_r^2 + \frac{p_\vartheta^2}{r^2} + \frac{p_\varphi^2}{r^2 \sin^2\vartheta}\right) + V(r, \vartheta, \varphi) \qquad (190)$$

a je nezávislý na čase. Proto tedy platí $H = E$.

Další výpočet pomocí Hamiltonových rovnic není možný, protože neznáme konkrétní průběh potenciální energie $V(r, \vartheta, \varphi)$.

9.4.9.3 | Nabitá částice v elektromagnetickém poli

Další ilustrací použití Hamiltonových rovnic je jejich aplikace na vyšetřování pohybu částice s nábojem *e*, která se pohybuje v elektromagnetickém poli charakterizovaném skalárním potenciálem φ a vektorovým potenciálem $\vec{A}$.

Lagrangeova funkce popisující pohyb nabité částice v elektromagnetickém poli (vzhledem ke vztahu (70), který definuje potenciální energii částice) má tvar

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - e\left(\varphi - \vec{v}.\vec{A}\right), \tag{191}$$

který je možné přepsat ve složkách vektorů $\vec{v}$ a $\vec{A}$ ve tvaru

$$L = \frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right) - e\left(\varphi - \dot{x}A_x - \dot{y}A_y - \dot{z}A_z\right). \tag{192}$$

Kanonické hybnosti, které odpovídají souřadnicím *x*, *y* a *z*, získáme derivací Lagrangeovy funkce podle zobecněné rychlosti příslušející dané souřadnici. Takže postupně dostáváme

$$p_x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} + eA_x\ ,\ p_y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} + eA_y \text{ a}$$
$$p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m\dot{z} + eA_z. \tag{193}$$

Z kanonických hybností můžeme vyjádřit příslušné zobecněné rychlosti a získáme

$$\dot{x} = \frac{p_x - eA_x}{m}\ ,\ \dot{y} = \frac{p_y - eA_y}{m} \text{ a } \dot{z} = \frac{p_z - eA_z}{m}. \tag{194}$$

Hamiltonián můžeme v tomto případě psát ve tvaru $H = p_x\dot{x} + p_y\dot{y} + p_z\dot{z} - L$. Po dosazení ze vztahů (192), (193) a (194) postupně pro hamiltonián uvažované částice pohybující se v elektromagnetickém poli máme

$$H = m\dot{x}^2 + e\dot{x}A_x + m\dot{y}^2 + e\dot{y}A_y + m\dot{z}^2 + e\dot{z}A_z - \frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right) + e\left(\varphi - \dot{x}A_x - \dot{y}A_y - \dot{z}A_z\right) =$$

$$= \frac{(p_x - eA_x)^2}{m} + \frac{(p_y - eA_y)^2}{m} + \frac{(p_z - eA_z)^2}{m} - \frac{1}{2}m\left(\frac{(p_x - eA_x)^2}{m^2} + \frac{(p_y - eA_y)^2}{m^2} + \frac{(p_z - eA_z)^2}{m^2}\right) + e\varphi =$$

$$= \frac{1}{2m}\left((p_x - eA_x)^2 + (p_y - eA_y)^2 + (p_z - eA_z)^2\right) + e\varphi.$$

Takže hamiltonián lze psát ve tvaru

$$H = \frac{1}{2m}\left(\vec{p} - e\vec{A}\right)^2 + e\varphi \qquad (195)$$

a i v tomto případě je nezávislý na čase, takže $H = E$.

9.4.9.4 | Hamiltonián v dalších oborech fyziky

Hamiltonián je velmi důležitý pro kvantovou fyziku, kde se z něho stává operátor, je důležitý pro statistickou fyziku, pro teorii relativity, ...

V kvantové mechanice je pohybovou rovnicí, pomocí níž se vyšetřuje řada úloh, Schrödingerova rovnice ve tvaru

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\widehat{H}\psi\,, \tag{196}$$

kde *i* je imaginární jednotka, $\hbar=\frac{h}{2\pi}$ je tzv. redukovaná Planckova konstanta, $\widehat{H}$ je Hamiltonův operátor a ψ je vlnová funkce, jejíž druhá mocnina udává pravděpodobnost výskytu dané částice, pro níž se Schrödingerova rovnice řeší. Hamiltonův operátor má v kvantové fyzice tvar

$$\widehat{H}=-\frac{1}{2}\hbar^2\Delta+V\,, \tag{197}$$

kde symbol Δ označuje Laplaceův operátor.

Další fyzikální teorií, která využívá Hamiltonovu funkci, je kvantová teorie pole. Je to teorie, v níž se kvantuje celé pole rozložením do rovinných vln. Interakce jednotlivých vln se pak znázorňují pomocí tzv. Feynmanových diagramů.

Hamiltonovy rovnice jsou důležité i pro statistickou fyziku, která tvoří přechod mezi mechanikou a termodynamikou. Vzhledem k tomu, že se zabývá systémy, které obsahují řádově 10^{23} částic, není možné popisovat jednotlivé částice. Proto se hledají a počítají ve fázovém prostoru fyzikální veličiny, u nichž lze určit střední hodnoty charakterizující celý uvažovaný systém. Tak

získáme informace o teplotě, vnitřní energii, ...

9.4.10 | Poissonovy závorky

9.4.10.1 | Definice a matematické vlastnosti

Francouzský matematik a fyzik Siméon Denis Poisson (1781 - 1840) zavedl v roce 1809 symboliku, která se používá dodnes. Říká se jí Poissonovy závorky.

MĚJME DVĚ FUNKCE $f\left(q^j, p_j, t\right)$ A $g\left(q^j, p_j, t\right)$ DEFINOVANÉ VE FÁZOVÉM PROSTORU. PAK LZE VE FÁZOVÉM PROSTORU DEFINOVAT NOVOU FUNKCI STEJNÝCH PROMĚNNÝCH JAKO MAJÍ FUNKCE f A g PŘEDPISEM

$$\{f, g\} = \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial q^j} \frac{\partial g}{\partial p_j} - \frac{\partial f}{\partial p_j} \frac{\partial g}{\partial q^j} \right), \tag{198}$$

KDE q^j JSOU ZOBECNĚNÉ SOUŘADNICE, p_j JSOU KANONICKÉ HYBNOSTI (PRO $j = 1, 2, \ldots, n$) A n JE POČET STUPŇŮ VOLNOSTI. FUNKCE $\{f, g\}$ SE NAZÝVÁ POISSONOVA ZÁVORKA FUNKCÍ f A g.

Poissonovy závorky je tedy označení pro operaci, která se provádí se dvěma funkcemi a jejímž výsledkem je opět funkce.

V literatuře se Poissonovy závorky občas značí symbolem $[f,g]$, případně se definují s opačným znaménkem.

Počítání s Poissonovými závorkami se řídí těmito pravidly:

1. Poissonovy závorky jsou antisymetrickou operací, tj. platí

$$\{f,g\} = -\{g,f\}\,; \tag{199}$$

2. Poissonovy závorky jsou lineární, tj. pro $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ platí

$$\{c_1 f_1 + c_2 f_2, g\} = c_1\{f_1,g\} + c_2\{f_2,g\}\,; \tag{200}$$

Tento vztah tedy ukazuje, že Poissonovy závorky jsou lineární v prvním argumentu. Z antisymetrie závorek vyplývá, že závorky jsou lineární i ve druhém argumentu.

3. Poissonovy závorky splňují tzv. **Jacobiho identitu**

$$\{\{f,g\},h\}+\{\{g,h\},f\}+\{\{h,f\},g\}=0\,; \qquad (201)$$

4. Poissonovy závorky lze aplikovat i na součin funkcí

$$\{fg,h\}=\{f,h\}\,g+f\{g,h\}\,. \qquad (202)$$

Tento vztah vyplývá ze vztahu pro derivaci součinu dvou funkcí (tzv. Leibnitzovo pravidlo). Vzhledem k tomu, že výsledkem Poissonových závorek je funkce, lze např. člen $\{f,h\}g$ psát i ve tvaru $g\{f,h\}$, protože násobení funkcí je komutativní.

Ze vztahů (199), (200) a (201) vyplývá, že Poissonovy závorky definované na fázovém prostoru vztahem (198) tvoří tzv. Lieovu grupu (jsou to bilineární operace na vektorovém prostoru).

V kvantové mechanice se Poissonovy závorky stávají operátory a obecně už komutativní nejsou.

9.4.10.2 | Fundamentální Poissonovy závorky

Dříve, než uvedeme speciální Poissonovy závorky a jejich fyzikální aplikace, připomeneme platnost jedné identity.

PRO FUNKCI $f\left(q^j, p_j, t\right)$ DEFINOVANOU VE FÁZOVÉM PROSTORU PLATÍ

$$\{f, f\} = 0. \tag{203}$$

Důkaz vztahu (203) vyplývá ze vztahu (199). Poissonovy závorky jsou antisymetrickou operací aplikovanou na dvě funkce (v tomto případě na dvě identické funkce *f*). Existuje jediné číslo (a to číslo 0), které se rovná svému opačnému číslu. Podle vztahu (199) se totiž při změně pořadí funkcí, na které aplikujeme Poissonovy závorky, mění jejich znaménko. Proto $\{f, f\} = -\{f, f\} = 0$.

Dosadíme-li nyní za obecné funkce *f* a *g*, pro které jsme vztahem (198) definovali Poissonovy závorky, zobecněné souřadnice $q^j(t)$ a kanonické hybnosti $p_j(t)$ můžeme vyslovit tvrzení.

PRO POISSONOVY ZÁVORKY APLIKOVANÉ NA ZOBECNĚNÉ SOUŘADNICE $q^j(t)$ A NA KANONICKÉ HYBNOSTI $p_j(t)$ PLATÍ TYTO VZTAHY

$$\left\{q^i, q^j\right\} = 0\,,\ \left\{p_i, p_j\right\} = 0 \text{ a } \left\{q^i, p_j\right\} = \delta^i_j \qquad (204)$$

PRO $i, j = 1, 2, \ldots, n$, KDE n JE POČET STUPŇŮ VOLNOSTI DANÉHO SYSTÉMU.

Důkaz prvních dvou částí tvrzení je snadný: zobecněné souřadnice $q^j(t)$ a kanonické hybnosti $p_j(t)$ jsou (pro všechny možné kombinace přípustných indexů) navzájem nezávislé. Uvědomíme-li si, že v definici Poissonových závorek (198) vystupují parciální derivace jak podle zobecněné souřadnice, tak podle kanonické hybnosti, je jasné, že výsledkem musí být nula.

Při derivaci funkce podle proměnné, na které daná funkce nezávisí, dostáváme nulu, neboť v dané proměnné (podle níž derivujeme) je funkce konstantní. A derivace konstanty je nula. Proto i derivace zobecněné souřadnice podle kanonické hybnosti (resp. naopak) je nulová.

Důkaz posledního ze vztahů (204) vyplývá z definice Poissonových závorek (198):

$$\left\{q^i, p_j\right\} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial q^i}{\partial q^k}\frac{\partial p_j}{\partial p_k} - \frac{\partial q^i}{\partial p_k}\frac{\partial p_j}{\partial q^k}\right) = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial q^i}{\partial q^k}\frac{\partial p_j}{\partial p_k} - 0\right) = \frac{\partial q^i}{\partial q^j}\frac{\partial p_j}{\partial p_j} = \frac{\partial q^i}{\partial q^i}\frac{\partial p_j}{\partial p_i} = \delta^i_j\,.$$

Z definičního vztahu Poissonových závorek tedy zůstane jen první člen (druhý je identicky roven nule). A v závislosti na tom, zda budeme mít zobecněné souřadnice (resp. kanonické hybnosti) stejné či různé, získáme výsledek jedna nebo nule, což zapíšeme

symbolem δ_j^i (Kroneckerovo delta).

Této vlastnosti Poissonových závorek sestavených ze zobecněných souřadnic a kanonických hybností se využívá v kvantové mechanice. Pomocí zobecněných souřadnic a kanonických hybností se definují příslušné operátory a získáme vztah analogický Poissonovým závorkám: $\left[\widehat{q^i}, \widehat{p_j}\right] = i\hbar\delta_j^i$. Z tohoto vztahu pak také vyplývá principiální nemožnost měřit současně libovolně přesně polohu a hybnost částice, což popisují tzv. Heisenbergovy relace neurčitosti.

Na základě Poissonových závorek lze dokázat následující tvrzení. Toto tvrzení i jeho důsledky pomohou při řešení řady úloh.

PRO SKUTEČNÝ POHYB PLATÍ

$$\frac{df}{dt} = \{f, H\} + \frac{\partial f}{\partial t}, \tag{205}$$

KDE $f\left(q^j(t), p_j(t), t\right)$ (PRO $j = 1, 2, \ldots, n$) JE LIBOVOLNÁ FUNKCE DEFINOVANÁ NA FÁZOVÉM PROSTORU A H JE HAMILTONIÁN UVAŽOVANÉHO SYSTÉMU.

Fráze „pro skutečný pohyb“ znamená, že funkce *f* splňuje Hamiltonovy kanonické rovnice (174).

Důkaz tvrzení provedeme rozepsáním totální derivace

funkce $f\left(q^j(t), p_j(t), t\right)$ podle času. Platí $\frac{df}{dt} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial q^k}\frac{dq^k}{dt} + \frac{\partial f}{\partial p_k}\frac{dp_k}{dt}\right) + \frac{\partial f}{\partial t}$. S využitím Hamiltonových kanonických rovnic můžeme dále psát $\frac{df}{dt} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial q^k}\frac{\partial H}{\partial p_k} - \frac{\partial f}{\partial p_k}\frac{\partial H}{\partial q^k}\right) + \frac{\partial f}{\partial t}$ a dále upravit s využitím definičního vztahu Poissonových závorek (198). Takže dostaneme $\frac{df}{dt} = \{f, H\} + \frac{\partial f}{\partial t}$, což je vztah, jehož platnost jsme chtěli dokázat.

Prvním důsledkem právě uvedeného tvrzení je podmínka, za které se funkce *f* stává integrálem pohybu.

Najít integrál pohybu je důležité, neboť každý integrál pohybu zjednoduší hledání řešení Lagrangeových rovnic druhého druhu.

NENÍ-LI FUNKCE $f\left(q^j(t), p_j(t)\right)$ ZÁVISLÁ NA ČASE, PAK TATO FUNKCE JE INTEGRÁLEM POHYBU PRÁVĚ TEHDY, KDYŽ $\{f, H\} = 0$.

Funkce *f* nesmí tedy záviset na čase přímo; na čase ovšem mohou záviset zobecněné souřadnice nebo kanonické hybnosti, na kterých je závislá funkce *f*.

Nezávisí-li funkce *f* explicitně na čase, pak $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$. To ovšem znamená, že na základě vztahu (205) můžeme psát $\frac{df}{dt} = \{f, H\}$. Dále víme, že funkce *f* je integrálem pohybu,

jestliže platí vztah $\frac{df}{dt} = 0$. V tom případě ale $\{f, H\} = 0$.

Tento důsledek poskytuje návod na hledání integrálů pohybu: stačí ověřit, zda pro nějakou funkci *f*, která popisuje daný fyzikální systém s hamiltoniánem *H*, platí $\{f, H\} = 0$. Pokud ano, je funkce *f* integrálem pohybu.

Druhý důsledek vztahu (205) dává návod na určení, kdy sám hamiltonián daného systému je integrálem pohybu.

ČASOVĚ NEZÁVISLÝ HAMILTONIÁN H DANÉHO FYZIKÁLNÍHO SYSTÉMU JE INTEGRÁLEM POHYBU.

Na základě vztahu (203) můžeme psát $\{H, H\} = 0$ a skutečnost, že hamiltonián je nezávislý na čase, můžeme přepsat podmínkou $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$. Na základě vztahu (205), do kterého dosadíme $f = H$, pak můžeme psát $\frac{dH}{dt} = \{H, H\} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0$. Podmínka $\frac{dH}{dt} = 0$ přitom určuje, že hamiltonián *H* je integrálem pohybu.

Právě uvedený důsledek souvisí s tím, že pokud je lagrangián *L* daného fyzikálního systému časově nezávislý, zachovává se zobecněná energie *h* definovaná vztahem (81). Časová nezávislost hamiltoniánu *H* pak souvisí se zákonem zachování mechanické energie *E*.

Třetí důsledek vztahu (205) udává podmínky, za kterých je integrálem pohybu přímo Poissonova závorka.

POKUD FUNKCE $f\left(q^j(t), p_j(t)\right)$ A $g\left(q^j(t), p_j(t)\right)$

JSOU INTEGRÁLY POHYBU, PAK $\{f,g\}$ JE TAKÉ INTEGRÁLEM POHYBU.

V argumentech funkcí *f* a *g* již neuvádíme jako parametr čas, protože mají-li být funkce *f* a *g* integrály pohybu, pak na čase záviset nesmí!

Při důkazu opět vyjdeme ze vztahu (205), který aplikujeme na Poissonovu závorku $\{f,g\}$: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\{f,g\})=\{\{f,g\},H\}+\frac{\partial}{\partial t}(\{f,g\})=\{\{f,g\},H\}$, neboť jestliže jsou funkce *f* a *g* nezávislé na čase, je na čase nezávislá též jejich Poissonova závorka $\{f,g\}$, tedy $\frac{\partial}{\partial t}(\{f,g\})=0$. S využitím Jacobiho identity (201) můžeme dále psát $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\{f,g\})=\{\{f,g\},H\}=-\{\{g,H\},f\}-\{\{H,f\},g\}$. Jsou-li *f* a *g* integrály pohybu, pak pro ně platí $\{f,H\}=0$ a $\{g,H\}=0$, takže $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\{f,g\})=-\{0,f\}-\{0,g\}=0$. To ovšem znamená, že Poissonova závorka $\{f,g\}$ je integrálem pohybu. A to jsme měli dokázat.

Právě uvedeným způsobem by bylo možné přidávat postupně další funkce, které by byly integrály pohybu, a tak vytvořit obecně třeba i nekonečně mnoho integrálů pohybu. Ovšem integrálů pohybu, které pomohou při řešení pohybových rovnic, může být maximálně jen tolik, kolik je stupňů volnosti daného fyzikálního systému. Metoda Poissonových závorek, kterou jsme právě uvedli,

tak totiž generuje i takové funkce, které jsou sice integrály pohybu, ale jsou lineárními kombinacemi již existujících integrálů pohybu nebo jsou nulové. A takové integrály pohybu již dále při řešení úloh nepomohou. Ale i přesto je právě uvedená konstrukce integrálů pohybu velmi důležitá.

9.4.11 | Kanonické transformace

Kanonická transformace je nedílnou součástí Hamiltonova formalismu, protože určuje takovou změnu souřadnic fázového prostoru, při níž zůstávají v platnosti Hamiltonovy kanonické rovnice (174).

9.4.11.1 | Definice a základní vztahy kanonických transformací

KANONICKÁ TRANSFORMACE JE KAŽDÁ ZMĚNA SOUŘADNIC FÁZOVÉHO PROSTORU (PARAMETRŮ FÁZOVÉHO PROSTORU), KTERÁ ZACHOVÁVÁ STRUKTURU HAMILTONOVÝCH KANONICKÝCH ROVNIC.

To znamená, že po kanonické transformaci budou mít Hamiltonovy kanonické rovnice (174) stejný tvar jako před ní.

Označíme-li původní zobecněné souřadnice q^j a původní kanonické hybnosti p_j a označíme-li dále nové zobecněné souřadnice Q^j a nové kanonické hybnosti P_j,

tak pak požadujeme, aby funkce

$$Q^j = Q^j\left(q^i, p_i, t\right) \text{ a } P_j = P_j\left(q^i, p_i, t\right) \tag{206}$$

splňovaly Hamiltonovy kanonické rovnice ve tvaru

$$\frac{\mathrm{d}Q^j}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial H'}{\partial P_j} \text{ a } \frac{\mathrm{d}P_j}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial H'}{\partial Q^j} \tag{207}$$

pro hamiltonián $H' = H'\left(Q^j, P_j, t\right)$.

Splnění těchto požadavků není triviální, neboť kanonických transformací je velmi málo. Jsou ale velmi důležité pro další počítání a pro zobecnění do dalších oborů fyziky.

Při konstrukčním důkazu kanonické transformace vyjdeme ze vztahu (168). Ten definuje Lagrangeovu funkci L_1, na základě níž lze odvodit stejné pohybové rovnice jako z Lagrangeovy funkce *L*. Nyní přepíšeme vztah (168) ve tvaru $L_1 = L + \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t}$, kde *F* je libovolná hladká funkce, která závisí na původních zobecněných souřadnicích nebo kanonických hybnostech a na kalibrační transformací nově definovaných proměnných. Jsou tedy celkem čtyři možnosti, na jakých proměnných může funkce *F* záviset:

1. $F_1 = F_1\left(q^j, Q^j, t\right)$;
2. $F_2 = F_2\left(q^j, P_j, t\right)$;

3. $F_3 = F_3\left(p_j, Q^j, t\right)$;

4. $F_4 = F_4\left(p_j, P_j, t\right)$.

Funkce F_1, F_2, F_3 a F_4 se nazývají **generující funkce** kanonické transformace. Pomocí Hamiltonova variačního principu a s využitím podmínky (130) (variace akce je nulová) lze získat podmínky, za kterých je transformace popsaná jednou ze čtyř výše uvedených funkcí kanonická. Tímto způsobem lze pro každou z výše uvedených funkcí získat tzv. **podmínky kanoničnosti**, tj. nutné a postačující podmínky, které musí být splněny, aby daná transformace byla kanonická (viz tab. 1).

Třetí sloupec tab. 1 získáme tak, že každou rovnici ze druhého sloupce daného řádku derivujeme podle proměnné, podle níž se derivuje druhá z rovnic ve druhém sloupci tabulky. Např. pro první řádek derivujeme rovnici $\frac{\partial F_1}{\partial q^i} = p_i$ podle Q^k a rovnici $\frac{\partial F_1}{\partial Q^k} = -P_k$ podle q^i a získáme: $\frac{\partial}{\partial Q^k}\left(\frac{\partial F_1}{\partial q^i}\right) = \frac{\partial p_i}{\partial Q^k}$ a $\frac{\partial}{\partial q^i}\left(\frac{\partial F_1}{\partial Q^k}\right) = -\frac{\partial P_k}{\partial q^i}$. Při záměnnosti parciálních derivací platí: $\frac{\partial p_i}{\partial Q^k} = -\frac{\partial P_k}{\partial q^i}$. Důležité je, aby derivované proměnné byly vyjádřeny ve správných proměnných, tj. v proměnných, v jakých je vyjádřena v tomto případě funkce F_1 (obecně funkce z daného řádku tabulky).

Generující funkce	Podmínky kanoničnosti	Podmínky integrability
$F_1 = F_1\left(q^j, Q^j, t\right)$	$\frac{\partial F_1}{\partial q^i} = p_i$ $\frac{\partial F_1}{\partial Q^k} = -P_k$	$\frac{\partial p_i}{\partial Q^k} = -\frac{\partial P_k}{\partial q^i}$
$F_2 = F_2\left(q^j, P_j, t\right)$	$\frac{\partial F_2}{\partial q^i} = p_i$ $\frac{\partial F_2}{\partial P_k} = Q^k$	$\frac{\partial p_i}{\partial P_k} = \frac{\partial Q^k}{\partial q^i}$
$F_3 = F_3\left(p_j, Q^j, t\right)$	$\frac{\partial F_3}{\partial p_i} = -q^i$ $\frac{\partial F_3}{\partial Q^k} = -P_k$	$\frac{\partial q^i}{\partial Q^k} = \frac{\partial P_k}{\partial p_i}$
$F_4 = F_4\left(p_j, P_j, t\right)$	$\frac{\partial F_4}{\partial p_i} = -q^i$ $\frac{\partial F_4}{\partial P_k} = Q^k$	$\frac{\partial q^i}{\partial P_k} = -\frac{\partial Q^k}{\partial p_i}$

tab. 1

Derivace ve druhém sloupci tab. 1 se počítají podle proměnných, na kterých závisí daná generující funkce. Přitom platí: derivace podle jedné původní proměnné je rovna druhé původní proměnné (např. $\frac{\partial F_2}{\partial q^i} = p_i$) a derivace podle jedné nové proměnné je rovna druhé nové proměnné (např. $\frac{\partial F_3}{\partial Q^k} = -P_k$). Znaménko mínus je u původní zobecněné souřadnice a u nové kanonické

hybnosti.

Dále platí $H'\left(Q^j, P_j, t\right) = H\left(q^j, p_j, t\right) + \frac{\partial F_4}{\partial t}$ pro $\alpha = 1, 2, 3, 4$ a pro $i, j, k = 1, 2, \ldots, n$.

Pro ověření faktu, zda daná transformace je či není kanonická, stačí ověřit vztahy z jednoho řádku tab. 1.

Důkaz vztahů uvedených v tab. 1 lze provést rozpisem lagrangiánu a hamiltoniánu daného fyzikálního systému. Pro funkci F_1 můžeme na základě vztahu (168) psát

$$L_1\left(q^j, p_j, t\right) = L\left(Q^j, P_j, t\right) + \frac{\mathrm{d}F_1\left(q^j, Q^j, t\right)}{\mathrm{d}t}. \qquad (208)$$

Je-li právě uvedeným předpisem lagrangián definovaný v každém čase t a získáme-li variací příslušných akcí ve fázovém prostoru stejné pohybové rovnice v původních souřadnicích i v nových souřadnicích, je uvažovaná transformace popsaná generující funkcí F_1 kanonická.

Dosazením vztahu (176) (vyjádření lagrangiánu pomocí hamiltoniánu) do vztahu (208) získáme:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}^i - H\left(q^j, p_j, t\right) = \sum_{i=1}^{n} P_i \dot{Q}^i - H'\left(Q^j, P_j, t\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial F_1}{\partial q^i}\dot{q}^i + \frac{\partial F_1}{\partial Q^i}\dot{Q}^i\right) + \frac{\partial F_1}{\partial t}.$$

Přeuspořádáním členů tohoto výrazu dostaneme

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\left(p_i - \frac{\partial F_1}{\partial q^i}\right)\dot{q}^i - \left(P_i + \frac{\partial F_1}{\partial Q^i}\right)\dot{Q}^i\right) = H\left(q^j, p_j, t\right) - H'\left(Q^j, P_j, t\right) + \frac{\partial F_1}{\partial t}. \qquad (209)$$

Vztah (209) je identicky splněn, pokud $p_i = \frac{\partial F_1}{\partial q^i}$, $\frac{\partial F_1}{\partial Q^i} = -P_i$ a $H'\left(Q^j, P_j, t\right) = H\left(q^j, p_j, t\right) + \frac{\partial F_1}{\partial t}$, což jsou vztahy, jejichž platnost jsme měli dokázat.

Důkaz pro funkci F_2 je podobný. Analogicky jako pro funkci F_1, můžeme i pro funkci F_2 napsat vztah

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}^i - H\left(q^j, p_j, t\right) = \sum_{i=1}^{n} P_i \dot{Q}^i - H'\left(Q^j, P_j, t\right) + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial F_2}{\partial q^i} \dot{q}^i + \frac{\partial F_2}{\partial P_i} \dot{P}_i \right) + \frac{\partial F_2}{\partial t}, \tag{210}$$

ve kterém jsou ve srovnání se vztahem (209) jen jiné parciální derivace funkce F_2, neboť funkce F_2 závisí na proměnných q^j, P_j a t. Nyní bychom potřebovali (stejně jako v předchozí části důkazu) porovnat koeficienty u $\dot{Q}^i$ a $\dot{P}_i$. Využijeme tedy toho, že přičtením úplné časové derivace funkce k lagrangiánu se popis systému nezmění (viz vztah (168)). Určitě platí identita

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_{i=1}^{n} P_i Q^i \right) = \sum_{i=1}^{n} \dot{P}_i Q^i + \sum_{i=1}^{n} P_i \dot{Q}^i, \tag{211}$$

kterou můžeme dosadit do vztahu (210) a dostaneme tak

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}^i - H\left(q^j, p_j, t\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_{i=1}^{n} P_i Q^i \right) - \sum_{i=1}^{n} \dot{P}_i Q^i - H'\left(Q^j, P_j, t\right) + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial F_2}{\partial q^i} \dot{q}^i + \frac{\partial F_2}{\partial P_i} \dot{P}_i \right) + \frac{\partial F_2}{\partial t}$$

a po přerovnání členů získáme vztah

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\left(p_i - \frac{\partial F_2}{\partial q^i} \right) \dot{q}^i - \left(\frac{\partial F_2}{\partial P_i} - Q^i \right) \dot{P}_i \right) = H\left(q^j, p_j, t\right) - H'\left(Q^j, P_j, t\right) + \frac{\partial F_2}{\partial t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_{i=1}^{n} P_i Q^i \right),$$

který je splněn pro $\frac{\partial F_2}{\partial q^i} = p_i$, $\frac{\partial F_2}{\partial P_i} = Q^i$ a $H'\left(Q^j, P_j, t\right) = H\left(q^j, p_j, t\right) + \frac{\partial F_2}{\partial t} + \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} P_i Q^i\right)$. Poslední rovnost můžeme s využitím vztahů (168) a (176) psát ve tvaru $H'\left(Q^j, P_j, t\right) = H\left(q^j, p_j, t\right) + \frac{\partial F_2}{\partial t}$, čímž jsme získali sérii vztahů, jejichž platnost jsme chtěli ukázat.

Lagrangián ani hamiltonián daného fyzikálního systému se nezmění, jestliže k němu přičteme úplnou časovou derivaci funkce. A výraz $\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} P_i Q^i\right)$ je úplnou časovou derivací funkce.

Důkazy pro funkce F_3 a F_4 by byly analogické.

9.4.11.2 | Vlastnosti kanonických transformací

Kanonické transformace mají některé zajímavé vlastnosti, které jsou užitečné i při řešení úloh.

Generující funkce F_1, F_2, F_3 a F_4 kanonické transformace nejsou nezávislé, ale jsou navzájem svázány Legendreovou duální transformací. Tu odvodil francouzský matematik Adrien-Marie Legendre (1752 - 1833), který se zabýval hlavně statistikou, teorií čísel, algebrou a matematickou analýzou.

Vzájemná provázanost funkcí F_1, F_2, F_3 a F_4, z nichž funkce F_1 je dána (resp. určena výpočtem), je popsána těmito vztahy

$$F_2 = F_1 + \sum_{i=1}^{n} P_i Q^i \,, \quad F_3 = F_1 - \sum_{i=1}^{n} p_i q^i \text{ a}$$
$$F_4 = F_1 - \sum_{i=1}^{n} P_i Q^i - \sum_{i=1}^{n} p_i p^i \,. \qquad (212)$$

Místo toho, že všechny další funkce budeme vyjadřovat pomocí funkce F_1 (vztahy (212)), lze vyjádřit zbývající funkce např. pomocí funkce F_2.

Na kterém řádku tab. 1 začneme s vyjadřováním, je jedno. Všechny její řádky jsou navzájem ekvivalentní.

Vztahy (212) jsou analogické vztahům, které v termodynamice popisují přechody mezi jednotlivými potenciály popisujícími daný fyzikální systém.

Další vlastností, na základě které se práce s kanonickými transformacemi zjednoduší, je skutečnost, že tyto transformace tvoří grupu.

KANONICKÉ TRANSFORMACE TVOŘÍ GRUPU.

Jakmile o nějaké struktuře dokážeme, že tvoří grupu, je okamžitě jasné, že musí splňovat základní vlastnosti, které grupa prostě mít musí. Tak se mnohdy zjednoduší i fyzikální pohled na danou problematiku. Z faktu, že

kanonické transformace tvoří grupu, vyplývá:

1. existence jednotkového prvku;

To je transformace, která nedělá nic - původní zobecněné souřadnice a kanonické hybnosti se nezmění.

2. existence inverzního prvku;
3. možnost skládání kanonických transformací.

Identita je generována funkcí $F_2 = \sum_{j=1}^{n} P_j q^j$. Na základě tab. 1 dostáváme $\frac{\partial F_2}{\partial q^i} = p_i$ a $\frac{\partial F_2}{\partial P_k} = Q^k$ a výpočtem derivací podle předpisu funkce F_2 máme $\frac{\partial F_2}{\partial q^i} = P_i$ a $\frac{\partial F_2}{\partial P_k} = q^k$. Transformace popsaná funkcí F_2 je tedy kanonická, jestliže platí $p_i = P_i$ a zároveň $q^k = Q^k$. Neexistuje funkce F_1 ani funkce F_4, které by generovaly identitu. Vztahy (212) sice platí obecně, ale nemusí platit u některých výjimečných kanonických transformací - např. u identity.

9.4.11.3 | Ověřování kanoničnosti transformace

Existuje několik postupů, jak ověřit, zda daná transformace je či není kanonická transformace. Různé postupy jsou přitom u různých úloh různě náročné, a proto nelze doporučit jediný nevhodnější postup, který vede rychle a bez větších technických komplikací ke zdárnému

cíli. Náročnost každého z postupů závisí na konkrétních transformačních vztazích, jejichž kanoničnost se má ověřit.

Z řady postupů uvedeme dva, které se používají nejčastěji:

1. pomocí tab. 1, v níž jsou přehledně sepsány generující funkce kanonických transformací - postup spočívá v ověření platnosti třetího sloupce (libovolného řádku) tabulky. Funkce, s nimiž pracujeme, musí být ovšem vyjádřeny ve správné kombinaci poměných q^j, p_j, Q^j, P_j. Druhý sloupec téhož řádku tabulky poskytuje návod na nalezení generující funkce *F*.

Správná kombinace proměnných vyplývá z proměnných, které vystupují v argumentu funkce *F* na daném řádku tabulky. Více - viz příklad v tomto odstavci.

2. pomocí Poissonových závorek - transformace je totiž kanonická tehdy, pokud současně platí vztahy

$$\{Q^i, P_j\} = \delta^i_j, \{Q^i, Q^j\} = 0 \text{ a } \{P_i, P_j\} = 0. \qquad (213)$$

Použití metody Poissonových závorek může být technicky náročnější: je-li počet stupňů volnosti systému roven dvěma, znamená to ověřit šest Poissonových závorek (ostatní jsou nulové).

Vztahy (213) jsou analogií ke vztahům (204). Pro

identickou kanonickou transformaci platí jak vztahy (204), tak vztahy (213). Pro ostatní kanonické transformace platí vztahy (213).

Příklad: Kanonická transformace

Uvažujme transformaci danou vztahy $Q=\alpha q+\beta p$ a $P=\gamma q+\delta p$, kde $\alpha,\beta,\gamma,\delta\in\mathbb{R}$ jsou konstanty. Pro které kombinace konstant α, β, γ a δ je transformace kanonická?

Řešení: Postup řešení ukážeme na obou výše uvedených postupech.

Podle prvního postupu vybereme např. čtvrtý řádek tab. 1, na kterém je generující funkce $F_4=F_4(p,P)$ (zadané transformační vztahy nejsou závislé na čase, a tedy ani generující funkce není závislá na čase). Nyní je tedy nutné vyjádřit zbývající proměnné (tj. *q* a *Q*) pomocí stejných proměnných, na kterých závisí funkce F_4, tj. pomocí *p* a *P*. Ze zadaných transformačních vztahů můžeme psát: $q=\frac{1}{\gamma}(P-\delta p)$ a dosazením do prvního vztahu dostaneme $Q=\frac{\alpha}{\gamma}(P-\delta p)+\beta p=\frac{\alpha}{\gamma}P+\frac{1}{\gamma}(\beta\gamma-\delta\alpha)p$. Podle třetího slupce čtvrtého řádku tabulky určíme $\frac{\partial q}{\partial P}=\frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{1}{\gamma}(P-\delta p)\right)=\frac{1}{\gamma}$ a $-\frac{\partial Q}{\partial p}=-\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\alpha}{\gamma}P+\frac{1}{\gamma}(\beta\gamma-\alpha\delta)p\right)=-\frac{\beta\gamma-\alpha\delta}{\gamma}$. Nyní zbývá určit, za jakých podmínek bude platit $\frac{\partial q}{\partial P}=-\frac{\partial Q}{\partial p}$. Je zřejmé, že

tato rovnost bude splněná pouze tehdy, pokud $\frac{1}{\gamma} = -\frac{\beta\gamma - \alpha\delta}{\gamma}$, tj. pokud $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$. A to je podmínka, za které budou zadané transformační vztahy popisovat kanonickou transformaci. Kanonických transformací je tedy málo (je to unikátní typ transformace), protože z velkého počtu možností pro koeficienty α, β, γ a δ kanonické transformaci vyhovují jen ty možnosti, které splňují podmínku $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$.

Při ověřování pomocí Poissonových závorek stačí v tomto případě ověřit platnost vztahu $\{Q, P\} = 1$, protože ostatní ze vztahů (213) jsou splněny. Bude-li platit $\{Q, P\} = 1$, pak je transformace kanonická. Podle definice Poissonových závorek můžeme psát $\{Q, P\} = \frac{\partial Q}{\partial q}\frac{\partial P}{\partial p} - \frac{\partial Q}{\partial p}\frac{\partial P}{\partial q}$. Po dosazení ze zadaných transformačních vztahů dostáváme: $\{Q, P\} = \alpha\delta - \beta\gamma$. Rovnost $\{Q, P\} = 1$ je splněna pouze tehdy, pokud $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, což je stejná podmínka, kterou jsme získali při řešení pomocí tabulky generujících funkcí.

V souvislosti s kanonickými transformacemi platí ještě další dvě důležité věty.

POISSONOVY ZÁVORKY JSOU INVARIANTNÍ VŮČI KANONICKÝM TRANSFORMACÍM, TJ. PRO KAŽDÉ DVĚ FUNKCE $f\left(q^j, p_j, t\right)$ A $g\left(q^j, p_j, t\right)$ FÁZOVÉHO PROSTORU PLATÍ:

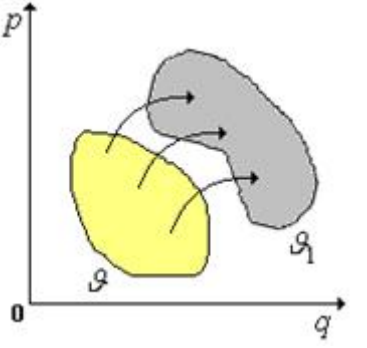
$$\{f,g\}_{q,p} = \{f,g\}_{Q,P}, \text{ tj.}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial q^j}\frac{\partial g}{\partial p_j} - \frac{\partial f}{\partial p_j}\frac{\partial g}{\partial q^j}\right) = \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial Q^j}\frac{\partial g}{\partial P_j} - \frac{\partial f}{\partial P_j}\frac{\partial g}{\partial Q^j}\right). \qquad (214)$$

Důkaz tohoto tvrzení je zřejmý a vyžaduje ověření rozpisu Poissonových závorek podle jejich definice s přihlédnutím k transformačním vztahům kanonické transformace.

OBJEM FÁZOVÉHO PROSTORU SE PŘI KANONICKÉ TRANSFORMACI NEZMĚNÍ.

Schématicky je situace zobrazena na obr. 57, na kterém je šipkami naznačena transformace systému. Právě uvedené tvrzení si lze představit tak, že obsah plochy, která je vymezená ve fázovém prostoru, se kanonickou transformací nezmění. Může se změnit tvar plochy, ale nikoliv její obsah.



Obr. 57

Důkaz vychází z výpočtu objemu fázového prostoru pomocí integrálního počtu: $V = \iint_{\mathcal{A}} \mathrm{d}Q\mathrm{d}P = \iint_{\mathcal{A}} J\mathrm{d}q\mathrm{d}p$, kde $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial Q}{\partial q} & \frac{\partial Q}{\partial p} \\ \frac{\partial P}{\partial q} & \frac{\partial P}{\partial p} \end{vmatrix}$ je Jacobiho determinant (tzv. jacobián), který je do výpočtu integrálu zahrnut proto, že popisuje zobecnění věty o substituci pro vícerozměrné integrály. Pro výpočet determinantu matice druhého řádu platí: $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial Q}{\partial q} & \frac{\partial Q}{\partial p} \\ \frac{\partial P}{\partial q} & \frac{\partial P}{\partial p} \end{vmatrix} = \frac{\partial Q}{\partial q}\frac{\partial P}{\partial p} - \frac{\partial Q}{\partial p}\frac{\partial P}{\partial q}$. Na základě definice Poissonových závorek můžeme psát $J = \{Q, P\}$. Pro kanonickou transformaci přitom podle vztahů (213) platí $\{Q, P\} = 1$. To znamená, že jacobián kanonické transformace je roven jedné, tedy $V = \iint_{\mathcal{A}} \mathrm{d}Q\mathrm{d}P = \iint_{\mathcal{A}} J\mathrm{d}q\mathrm{d}p = \iint_{\mathcal{A}} \mathrm{d}q\mathrm{d}p$.

Pro plnou korektnost důkazu by bylo nutné rozebrat, jak se mění při kanonické transformaci množina $\mathcal{A}$.

9.4.12 | Hamiltonova - Jacobiho teorie

Hamiltonova - Jacobiho teorie je důležitá aplikace teorie kanonických transformací, která umožňuje napsat další, v rámci teoretické mechaniky poslední, tvar pohybových rovnic. Tentokráte budou pohybové rovnice zapsány pomocí jediné parciální diferenciální rovnice, která vyplyne z teorie kanonických transformací.

Skutečnost, že odvozená rovnice bude parciální diferenciální rovnice (tj. budou v ní vystupovat parciální derivace funkce) je daň za jiné výrazné zjednodušení: rovnice bude jedna jediná! Což je další pokrok ve srovnání s Lagrangeovými rovnicemi druhého druhu a s Hamiltonovými kanonickými rovnicemi. Hamiltonových rovnic bylo $2n$ a byly to obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu, což bylo oproti Lagrangeovým rovnicím druhého druhu zjednodušení. Těch bylo sice jen n, ale byly to diferenciální rovnice druhého řádu.

9.4.12.1 | Hamiltonova - Jacobiho rovnice

Hamiltonova - Jacobiho teorie vychází z kanonických transformací, a proto připomeneme důležité vztahy, s nimiž budeme dále pracovat. Vyjdeme např.

z generující funkce $F_1 = F_1\left(q^j, Q^j, t\right)$ (viz tab. 1) a z platnosti těchto vztahů:

$$\frac{\partial F_1}{\partial q^j} = p_j, \tag{215}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial Q^j} = -P_j, \tag{216}$$

$$H'\left(Q^j, P_j, t\right) = H\left(q^j, p_j, t\right) + \frac{\partial F_1}{\partial t}, \tag{217}$$

a z Hamiltonových kanonických rovnic ve tvaru

$$\frac{\mathrm{d}Q^j}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial H'}{\partial P_j} \text{ a } \frac{\mathrm{d}P_j}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial H'}{\partial Q^j}. \tag{218}$$

Na vývoj systému, který chceme popsat, můžeme nahlížet jako na speciální kanonickou transformaci. A ze všech možných kanonických transformací budeme hledat tu nejjednodušší - takovou, pro níž platí

$$H' = 0 . \tag{219}$$

Je to podmínka sice velmi přísná, nicméně lze takový vývoj systému najít.

Na základě podmínky (219) budeme nyní hledat speciální generující funkci S, která generuje příslušnou kanonickou transformaci. Pro tuto funkci, která se nazývá akční funkcionál, platí

$$S\left(q^j, Q^j, t\right) = F_1 . \tag{220}$$

S využitím podmínky (219) lze psát Hamiltonovy kanonické rovnice (218) ve tvaru

$$\frac{\mathrm{d}Q^j}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \text{a} \quad \frac{\mathrm{d}P_j}{\mathrm{d}t} = 0 . \tag{221}$$

Z těchto rovnic okamžitě plyne

$$Q^j = \alpha_j = konst. \quad \text{a} \quad P_j = -\beta_j = konst. \tag{222}$$

Důvod, proč jsme druhou konstantu volili se znaménkem mínus, bude zřejmý z dalších výpočtů.

Písmeny α a β jsme označili konstanty, čísla. Proto píšeme jejich indexy dolů.

To ovšem znamená, že hmotný bod, jehož pohyb sledujeme, by stál na místě. Zatím jsme totiž nevzali v úvahu další vztahy. S využitím vztahů (220), (216) a (222) můžeme psát $\frac{\partial S\left(q^j, \alpha_j, t\right)}{\partial \alpha_j} = \beta_j$ a odtud najdeme funkci $q^j\left(t, \alpha_j, \beta_j\right)$ inverzí. Funkci *S* budeme hledat na základě rovnice

$$H\left(q^j, p_j, t\right) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0\,, \qquad (223)$$

kterou jsme získali na základě rovnice (217), podmínky (219) a definice funkce *S* (220).

Abychom našli skutečně kanonickou transformaci a postup výpočtu byl konzistentní, musíme použít i vztah (215). To znamená, že platí (s využitím definice funkce *S* (220)):

$$\frac{\partial S}{\partial q^{\mathrm{j}}} = p_{\mathrm{j}} . \tag{224}$$

To znamená, že zobecněné souřadnice q^{j} a kanonické hybnosti p_{j} nejsou nezávislé.

Dosazením vztahu (224) do rovnice (223) získáme **Hamiltonovu - Jacobiho rovnici** ve tvaru

$$H\left(q^{\mathrm{j}}, \frac{\partial S}{\partial q^{\mathrm{j}}}, t\right) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 . \tag{225}$$

Získali jsme tak skutečně jednu jedinou rovnici, která popisuje vývoj daného fyzikálního systému.

9.4.12.2 | Postup řešení Hamiltonovy - Jacobiho rovnice

Postup řešení Hamiltonovy - Jacobiho rovnice (225) lze popsat v několika základních krocích:

1. určíme Hamiltonovu funkci daného fyzikálního systému: $H\left(q^{\mathrm{j}}, p_{\mathrm{j}}, t\right)$;
2. sestavíme Hamiltonovu - Jacobiho rovnici (225) tak, že místo p_{j} v nalezeném

hamiltoniánu píšeme $\frac{\partial S}{\partial q^j}$;

Sestavili jsme tak jedinou parciální diferenciální rovnici prvního řádu, v níž vystupují parciální derivace $\frac{\partial S}{\partial t}$ a $\frac{\partial S}{\partial q^j}$. Neznámou v této rovnici je funkce $S\left(q^j, t\right)$ resp. $q^j(t)$, která popisuje vývoj daného fyzikálního systému.

3. sestavenou rovnici vyřešíme pomocí několika postupů, které lze z fyzikálního hlediska bez problémů provést

a) je-li hamiltonián nezávislý na čase, pak má funkce *S* tvar $S\left(q^j, t\right) = S_0\left(q^j\right) - Et$, kde *E* je zobecněná energie;

b) nezávisí-li hamiltonián na souřadnici q^c, má funkce *S* tvar $S\left(q^j\right) = S\left(q^1, q^2, \ldots, q^{c-1}, q^{c+1}, \ldots, q^n\right) + \alpha_c q^c$, kde $\alpha_c = konst.$;

Nejdříve je tedy nutné vyřešit čas, pak až souřadnice. Souřadnice q^c, na níž nezávisí hamiltonián (a tedy ani lagrangián) daného systému je cyklická souřadnice.

c) pokusit se řešit rovnici, kterou jsme předchozími úpravami získali z rovnice (225), separací proměnných, čímž získáme řešení ve tvaru: $S\left(q^j\right) = S_1\left(q^1\right) + S_2\left(q^2\right) + \ldots + S_n\left(q^n\right)$;

4. získali jsme tedy funkci *S* ve tvaru

$S\left(q^j, \alpha_j, t\right)$, která obsahuje $n+1$ integračních konstant α_j, z nichž jedna je ovšem triviálně aditivní;

Konstant α_j je $n+1$, neboť *n* jich vznikne při integraci během hledání funkcí q^j a jedna vznikne při integraci podle času.

Triviálně aditivní je taková konstanta *C*, která vystupuje v zápise funkce $f(x)$ ve tvaru: $f(x) = F(x) + C$, tj. není „zabalená“ uvnitř funkce.

5. derivací podle *n* netriviálních parametrů α_i získáme *n* rovnic typu $\frac{\partial S}{\partial \alpha_i} = \beta_i$, kde β_i je dalších *n* libovolných konstant (pro $i = 1, 2, \ldots, n$);
6. inverzí získáme hledané řešení úlohy ve tvaru $q^j(t, \alpha_i, \beta_i)$, v němž je 2*n* integračních konstant, které odpovídají *n* počátečním podmínkám pro zobecněné souřadnice q^j a *n* počátečním podmínkám pro kanonické hybnosti p_j.

Počet konstant odpovídajících počtu počátečních podmínek je v pořádku. Každá poloha a každá hybnost má svoji počáteční podmínku.

Příklad: Volný pád

Vyšetřete pohyb volného pádu tělesa o hmotnosti *m* v gravitačním poli.

Řešit volný pád pomocí Hamiltonovy - Jacobiho rovnice je trošku jako jít s kanónem na vrabce, ale volný pád je nejjednodušší pohyb, na kterém lze řešení Hamiltonovy - Jacobiho rovnice ukázat. A jak je dále vidět, tak i přesto bude řešení poměrně náročné ...

Řešení: Budeme postupovat přesně ve shodě s výše uvedeným návodem na řešení Hamiltonovy - Jacobiho rovnice:

Hamiltonián systému je: $H = \frac{p^2}{2m} + V(x) = \frac{p^2}{2m} - mgx$

(vzdálenost *x* měříme ve směru pádu tělesa).

Nyní vyjádříme hybnost pomocí funkce *S* ve tvaru $p = \frac{\partial S}{\partial x}$,

dosadíme do hamiltoniánu: $H = \frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 - mgx$ a sestavíme Hamiltonovu - Jacobiho rovnici: $\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 - mgx + \frac{\partial S}{\partial t} = 0$.

Pokud závisí funkce *S* na čase a hamiltonián sám na čase přímo nezávisí (obě podmínky jsou zde splněny), můžeme psát $S(x,t) = S_0(x) - Et$.

Určíme parciální časovou derivaci funkce *S*, která vystupuje v Hamiltonově - Jacobiho rovnici:

$\frac{\partial S(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(S_0(x) - Et\right) = -E$, neboť $S_0(x)$ je na čase nezávislá.

Nyní tedy budeme řešit Hamiltonovu - Jacobiho rovnici ve tvaru $\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S_0}{\partial x}\right)^2 - mgx - E = 0$. Vyjádříme hledanou derivaci funkce S_0 tak, že převedeme ostatní proměnné na druhou stranu rovnice, čímž získáme rovnici $\left(\frac{\partial S_0}{\partial x}\right)^2 = 2m\left(mgx + E\right)$. Tu nyní odmocníme a dostaneme $\frac{\partial S_0}{\partial x} = \sqrt{2m\left(mgx + E\right)}$. Funkci S_0 nyní nalezneme integrací podle proměnné *x*: $S_0 = \int \sqrt{2m\left(mgx + E\right)}\,\mathrm{d}x = \sqrt{2m}\int \sqrt{mgx + E}\,\mathrm{d}x$.

Zavedeme substituci $k = \sqrt{mgx + E}$ a vyjádříme $\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}x} = \frac{mg}{2\sqrt{mgx + E}} = \frac{mg}{2k}$, odkud dostaneme $\mathrm{d}x = \frac{2k}{mg}\mathrm{d}k$. Nyní můžeme pokračovat ve vlastní integraci:

$$S_0 = \sqrt{2m}\int k\frac{2k}{mg}\mathrm{d}k = \frac{2\sqrt{2m}}{mg}\int k^2\,\mathrm{d}k = \frac{2\sqrt{2m}}{mg}\frac{k^3}{3} + C = \frac{2\sqrt{2m}}{3mg}\sqrt{\left(mgx + E\right)^3} + C.$$

Konstanta *C* zde přitom nehraje roli, neboť jí lze zahrnout do konstanty *E*. Pro funkci *S* tedy dostáváme

$$S(x,t) = S_0(x) - Et = \frac{2\sqrt{2m}}{3mg}\sqrt{\left(mgx + E\right)^3} - Et.$$

Dále pokračujeme ve výpočtu derivací funkce *S* podle parametru *E*. Získáme tedy rovnost

$-t_0 = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{2\sqrt{2m}}{3mg} \cdot \frac{3}{2}\sqrt{mgx + E} - t$, přičemž konstanta $-t_0$ má význam konstanty β z návodu na řešení Hamiltonovy - Jacobiho rovnice.

Z posledního vztahu nyní postupně vyjádříme *x*.

$$\frac{\sqrt{2m}}{mg}\sqrt{mgx + E} = t - t_0$$

$$\sqrt{2m}\sqrt{mgx + E} = mg\left(t - t_0\right)$$

$$2m\left(mgx + E\right) = m^2 g^2 \left(t - t_0\right)^2$$

$$mgx + E = \frac{1}{2} mg^2 \left(t - t_0\right)^2$$

Pro funkci *x* v závislosti na čase *t* tedy dostáváme $x = \frac{1}{2} g\left(t - t_0\right)^2 - \frac{E}{mg}$. Právě vypočtená závislost je z fyzikálního hlediska v pořádku, neboť skutečně popisuje volný pád tělesa o hmotnosti *m*. Konstanta $\frac{E}{mg}$ má význam výšky.

9.5 | TUHÉ TĚLESO

9.5.1 | Kinematika tuhého tělesa

9.5.1.1 | Tuhé těleso a popis jeho pohybu

Úkolem kinematiky tuhého tělesa je najít vhodný popis otáčení tuhého tělesa. Proto začneme tím, že vymezíme pojem tuhého tělesa.

TUHÉ TĚLESO SI LZE PŘEDSTAVIT JAKO KRYSTAL SLOŽENÝ Z NEKONEČNĚ MNOHA HMOTNÝCH BODŮ, MEZI NIMIŽ EXISTUJÍ SKLERONOMNÍ HOLONOMNÍ VAZBY.

Fakt, že silové působení mezi hmotnými body v tuhém tělese je popsáno skleronmními holonomními vazbami, znamená, že se tuhé těleso nedeformuje a nevyvíjí v čase.

Možnost deformace a vývoje v čase připouštíme až v kontinuu.

Tuhé těleso má:

1. tři stupně volnosti popisující translační pohyb - pro jednoduchost se uvažuje translační pohyb hmotného středu tuhého tělesa;

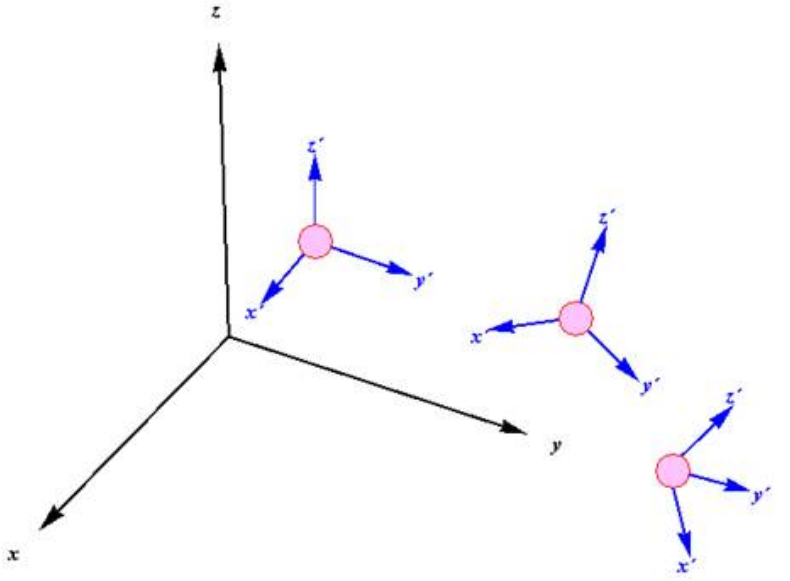
Tuhé těleso se může pohybovat nahoru - dolů, doleva - doprava a dopředu - dozadu, tedy ve třech nezávislých směrech.

2. tři stupně volnosti popisující rotační pohyb - uvažuje se rotace kolem okamžité osy otáčení

procházející hmotným středem tuhého tělesa.

Tuhé tělese se může natáčet kolem tří os - představme si např. činku na posilování nebo obecně nějaké nesymetrické tuhé těleso (automobil padající po nehodě ze skály, ...).

Uvažované tři stupně volnosti popisující rotační pohyb, jsou charakterizovány tzv. Eulerovými úhly.



Obr. 58

Pro popis pohybu tuhého tělesa se zavádějí dvě ortonormální báze:

1. pevná báze $\{\vec{e_i}\}$ (pro $i = 1, 2, 3$) - je to báze, jejíž poloha v prostoru je pevně daná vůči zvolenému inerciálnímu systému. V případě popisu pohybů skutečných těles (dopravní prostředky, …) je možné jejich polohu vzhledem k této bázi určit např. pomocí přístroje GPS.

Poloha pevné báze se tedy s časem nemění.

Pohyb tuhého tělesa popisujeme vůči inerciální soustavě proto, že v této soustavě mají pohybové rovnice jednoduché matematické vyjádření - např. není nutné do nich zahrnovat setrvačné síly.

2. korotující báze $\{\vec{e_i'}\}$ (pro $i = 1, 2, 3$) - tato báze je spojená s tuhým tělesem, její vektory mají společný počátek ve hmotném středu tělesa a tato báze se tedy pohybuje společně s daným tuhým tělesem. Její poloha v prostoru (např. vzhledem ke družicím systému GPS) se tedy mění v závislosti na pohybu tělesa. Natočení této korotující báze popisujeme vzhledem k pevné bázi (referenční bázi).

Poloha této korotující báze se v čase mění. Tuto bázi si lze modelovat tak, že vezmeme bramboru (jako model

tuhého tělesa) a do ní zapíchneme tři na sebe navzájem kolmé stejně dlouhé špejle představující tři navzájem kolmé jednotkové vektory báze. Hodíme-li bramboru, budou se špejle pohybovat spolu s bramborou. Polohu brambory (resp. tří špejlí) lze ale popisovat také vůči místnosti (pevná báze), v níž pokus provádíme a jejíž souřadnice jsme získali pomocí systému GPS.

Popisované báze jsou schématicky zobrazeny na obr. 58.

Poloha tuhého tělesa tedy bude jednoznačně určena, bude-li určeno natočení báze, která rotuje s tělesem (korotující báze), vůči pevné bázi v prostoru.

Pro kompletní popis pohybu tuhého tělesa je nutné najít transformační vztahy mezi oběma výše uvedenými bázemi. Báze $\{\vec{e}_i\}$ a $\{\vec{e}'_i\}$ jsou spolu svázány ortogonální maticí přechodu **A** vztahem

$$\vec{e}'_i = \sum_{k=1}^{3} A_{ik}\vec{e}_k = A_{ik}\vec{e}_k \qquad (226)$$

pro $i = 1, 2, 3$, kde A_{ik} jsou prvky transformační matice **A** splňující relace ortogonality ve tvaru

$$A_{ik}A_{jk} = \delta_{ij} \text{ resp. } A_{ki}A_{kj} = \delta_{ij} \qquad (227)$$

pro $i, j, k = 1, 2, 3$.

Matice **A** tedy zachová při transformaci bází jejich

ortogonalitu.

V dalším textu budeme využívat Einsteinovo sumační pravidlo, čímž se zápis vztahů zjednoduší. Všechny indexy budou nabývat hodnot 1, 2 a 3, neboť popisujeme trojrozměrné tuhé těleso pohybující se v trojrozměrném prostoru.

Indexy studovaných veličin a matematických objektů budeme v kapitole *tuhé těleso* psát kvůli větší přehlednosti dolů, což je přípustné, neboť pracujeme v ortogonálních systémech.

Vztahy (227) lze interpretovat též tak, že popisují skalární součin dvou řádků (resp. skalární součin dvou sloupců) matice **A**.

Vztahy (227) jsou definičními vztahy ortogonality. To znamená, že zaručují, že matice **A** převede pomocí vztahu (226) ortogonální bázi $\{\vec{e}_i\}$ na ortogonální bázi $\{\vec{e}'_i\}$.

Důkaz vztahů (227) lze provést pomocí jednoduché geometrické vlastnosti a s využitím vztahu (226). Pro dva ortogonální vektory $\vec{e}'_i$ a $\vec{e}'_j$ báze $\{\vec{e}'_i\}$ platí $\vec{e}'_i \cdot \vec{e}'_j = \delta_{ij}$. S využitím vztahu (226) lze tedy psát $\delta_{ij} = \vec{e}'_i \cdot \vec{e}'_j = A_{ik}\vec{e}_k \cdot A_{jl}\vec{e}_l = A_{ik}A_{jl}\vec{e}_k \cdot \vec{e}_l = A_{ik}A_{jl}\delta_{kl} = A_{ik}A_{jk}$, čím je dokázán první vztah. Při úpravách jsme využili i vlastnosti vektorů $\vec{e}_k$ a $\vec{e}_l$ báze $\{\vec{e}_i\}$, pro které platí $\vec{e}_k \cdot \vec{e}_l = \delta_{kl}$. Druhou

část vztahu (227) dokážeme s využitím vlastností transponovaných matic. Platí $\delta_{ij} = \left(\delta_{ji}\right)^T = \left(A_{ik}A_{jk}\right)^T = A_{jk}^T A_{ik}^T = A_{kj}A_{ki}$. A tím je dokázána druhá část vztahu (227).

Pro ortogonální matici **A** dále platí

$$\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^{-1}, \tag{228}$$

kde $\mathbf{A}^{-1}$ je inverzní matice k matici **A**. Vztah (228) přitom vyplývá ze vztahu (226) a z ortogonality vektorů bází $\left\{\vec{e}_i\right\}$ a $\left\{\vec{e}_i'\right\}$.

Matice **A** má devět složek, které jsou popsány devíti relacemi ortogonality. Nezávislých jich je přitom jen tolik, kolik je nezávislých složek symetrické matice - a těch je šest. Symetričnost matice **A** přitom vyplývá z výše uvedených vlastností ortogonality.

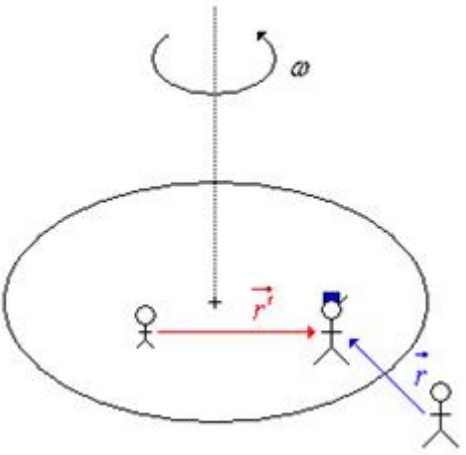
Symetrická matice typu (3, 3) má tři nezávislé prvky na hlavní diagonále a tři nezávislé prvky nad hlavní diagonálou. Prvky pod hlavní diagonálou už musejí být stejné jako prvky nad hlavní diagonálou, aby matice byla symetrická.

Každá ortogonální matice (tedy i matice **A**) má jen tři nezávislé prvky, které odpovídají třem stupňům volnosti pro rotační pohyb tuhého tělesa. (Všech devět prvků matice **A** je totiž svázáno šesti relacemi ortogonality - proto má matice **A** tři nezávislé prvky.) Budeme tedy

hledat tři nezávislé parametry popisující rotaci tuhého tělesa. Ukáže se, že těmito nezávislými parametry jsou Eulerovy úhly.

Je nutné si uvědomit, že natočení tuhého tělesa se mění v čase: během rotace tuhého tělesa se mění natočení vektorů korotující báze $\{\vec{e}'_i\}$ spojené s tělesem vzhledem k pevné bázi $\{\vec{e}_i\}$. Ta je ovšem pevně zvolená v prostoru, a proto je na čase nezávislá. To ale znamená, že na čase budou závislé prvky matice **A**. Časové změny fyzikálních veličin ale budeme vyšetřovat vůči oběma uvažovaným bázím. Budeme proto uvažovat dvě různé (ovšem navzájem ekvivalentní) fyzikální veličiny, které budou popisovat pohyb tuhého tělesa z hlediska uvažovaných dvou bází. Proto je důležité vždy vědět, vůči jakému systému popisujeme pohyb daného tuhého tělesa.

To znamená, že např. pohyb technika, který kráčí po rotujícím dětském kolotoči, můžeme popsat z hlediska vnějšího pozorovatele, který je mimo kolotoč, nebo z hlediska dítěte, které na dětském kolotoči sedí. Oba pozorovatelé (jak ten vnější, tak dítě na kolotoči) mohou vyšetřovat např. rychlost, kterou se technik pohybuje - oba přitom zjistí různé časové závislosti a různé velikosti rychlosti kráčejícího technika. A přitom fyzikální veličiny popisující pohyb technika, které definuje vnější pozorovat i dítě na kolotoči, jsou definované korektně (viz obr. 59).



Obr. 59

9.5.1.2 | Zavedení úhlové rychlosti

Uvažujme libovolný časově závislý vektor $\vec{w}(t)$, který budeme zkoumat jak v pevné bázi $\{\vec{e_i}\}$, tak v korotující bázi $\{\vec{e_i'}(t)\}$.

Korotující báze $\{\vec{e_i'}(t)\}$ je skutečně závislá na čase, neboť rotuje spolu s tuhým tělesem.

Souřadnice $w_i(t)$ resp. $w_i'(t)$ vektoru $\vec{w}(t)$ můžeme vyjádřit v obou uvažovaných bázích pomocí vztahů

$$\vec{w}(t) = w_i(t)\vec{e_i} \tag{229}$$

resp.

$$\vec{w}(t) = w_i'(t)\vec{e}_i'(t). \qquad (230)$$

Ve vztahu (230) se mění v závislosti na čase jak souřadnice uvažovaného vektoru, tak vektory korotující báze. Pro bázové vektory obou bází přitom platí vztahy

$$\vec{e}_i'(t) = A_{ik}(t)\vec{e}_k \quad \text{a} \quad \vec{e}_k(t) = A_{jk}(t)\vec{e}_j' \qquad (231)$$

a dále platí

$$A_{jk}A_{ik} = \delta_{ji}. \qquad (232)$$

Vztahy (231) a (232) jsou analogické jako vztahy (226) a (227) jsou jen přepsány ve vhodných indexech pro další odvozování. Pro časovou změnu vektoru $\vec{w}(t)$ vůči pevnému inerciálnímu systému můžeme postupně psát:

$$\frac{d\vec{w}(t)}{dt} = \frac{dw_i(t)}{dt}\vec{e}_i = \frac{dw_i'(t)}{dt}\vec{e}_i'(t) + w_i'(t)\frac{d\vec{e}_i'(t)}{dt}. \qquad (233)$$

Vektor $\vec{w}(t)$ popisujeme vzhledem k pevnému inerciálnímu systému, ale vyjádřili jsme ho jak z hlediska pevné báze, tak z hlediska korotující báze.

Byly by další dvě možnosti, jak situaci vyšetřovat: definovat vektor vzhledem k soustavě, která se pohybuje spolu s tuhým tělesem a vyjádřit ho jak v korotující bázi

(její vektory by se v čase neměnily), tak v pevné bázi, jejíž vektory by se tentokráte měnily. Vztažná soustava by se totiž vůči pevné bázi pohybovala.

S využitím obou vztahů (231), můžeme vztah (233) přepsat ve tvaru $\frac{\mathrm{d}\vec{w}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t) + w_i'(t)\frac{\mathrm{d}A_{ik}(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_k = \frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t) + w_i'(t)\frac{\mathrm{d}A_{ik}(t)}{\mathrm{d}t}A_{jk}(t)\vec{e}_j'$. Dostáváme tedy vztah

$$\frac{\mathrm{d}\vec{w}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t) + w_i'(t)\,\Omega_{ij}'\vec{e}_j', \qquad (234)$$

v němž jsme označili

$$\Omega_{ij}' = \frac{\mathrm{d}A_{ik}}{\mathrm{d}t}A_{jk}. \qquad (235)$$

Vztah (235) lze též zapsat v ekvivalentním tvaru

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{A}}{\mathrm{d}t}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}; \qquad (236)$$

zavedli jsme tedy matici $\boldsymbol{\Omega}$ s prvky Ω_{ij}' definovanými vztahem (235).

Důvod, proč je matice značená bez čárky a její prvky s čárkou, bude vysvětlen později.

Lze vyslovit následující tvrzení:

MATICE Ω JE ANTISYMETRICKÁ.

Toto tvrzení snadno dokážeme. Prvky matice **Ω** splňují relace ortogonality (232), neboť na základě nich byla matice **Ω** odvozena. Časovou derivací vztahu (232) dostaneme $\frac{dA_{ik}}{dt}A_{ik} + A_{ik}\frac{dA_{ik}}{dt} = 0$, odkud vyjádříme $\frac{dA_{ik}}{dt}A_{ik} = -A_{ik}\frac{dA_{ik}}{dt}$. Vzhledem k symetričnosti matice **A** můžeme psát $\frac{dA_{ik}}{dt}A_{ik} = -\frac{dA_{ik}}{dt}A_{ik}$ a na základě vztahu (235) dostaneme $\Omega'_{il} = -\Omega'_{il}$, což znamená, že matice **Ω** je antisymetrická a má tedy jen tři nezávislé prvky. Podle právě odvozeného vztahu je zřejmé, že na hlavní diagonále matice **Ω** jsou nuly, takže zbývá určit její tři nezávislé prvky. Ostatní tři jsou již jednoznačně určeny - jsou to opačná čísla k číslům vyjadřující ony tři nezávislé prvky uvažované matice.

Proto můžeme provést tzv. přirozené mapování (přirozené zobrazení, operaci duality), při kterém antisymetrické matici přiřadíme vektor $\vec{\Omega}$ se složkami:

$$\Omega'_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\Omega'_{jk}, \qquad (237)$$

kde ε_{ijk} je Lewi-Civitův symbol (Lewi-Civitův tenzor). Provedeme-li naznačený součet podle proměnné *k*, dostaneme

$$\vec{\Omega} = (\Omega_1; \Omega_2; \Omega_3) = (\Omega_{23}; -\Omega_{13}; \Omega_{12}) . \qquad (238)$$

Pro *i*-tou složku vektoru $\vec{\Omega}$ můžeme totiž psát

$$\Omega_i = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_{i12}\Omega_{12} + \varepsilon_{i13}\Omega_{13} + \varepsilon_{i21}\Omega_{21} + \varepsilon_{i23}\Omega_{23} + \varepsilon_{i31}\Omega_{31} + \varepsilon_{i32}\Omega_{32}\right),$$

přičemž jsme nepsali ty členy, které rovnou obsahují dva stejné indexy (např. $\varepsilon_{i22}\Omega_{22}$). Lewi-Civitiův symbol, který má dva indexy stejné, je totiž nulový.

Vektor $\vec{\Omega}$ definovaný vztahem (237) je **vektor úhlové rychlosti otáčení tuhého tělesa**.

K vektoru $\vec{\Omega}$ je nutné uvést několik poznámek:

1. $\vec{\Omega}$ je duální pseudovektor a to proto, že přirozené mapování provedené vztahem (237) (tj. definice jednotlivých složek vektoru $\vec{\Omega}$) není jednoznačné: při změně levotočivé báze na pravotočivou bázi (nebo naopak) se změní znaménka jeho souřadnic. Tato změna znamének by ale neměla nastávat často - ve fyzice se k popisu pohybujících se hmotných bodů a těles používá levotočivý kartézský systém souřadnic (tj. ten, který má osy *x*, *y* a *z* orientovány podle pravidla pravé ruky). Skutečnost, že $\vec{\Omega}$ je pseudovektor vyplývá z toho, že i Levi-Civitův symbol ε_{ijk} je pseudovektor.
2. Přiřazení pomocí vztahu (237) lze korektně

provést jen ve trojrozměrném prostoru, neboť matice $\boldsymbol{\Omega}$ má tři nezávislé prvky a vektor $\vec{\Omega}$ má také tři nezávislé složky.

V teorii relativity, v teorii elektromagnetického pole a dalších oborech fyziky je nutné popisované přiřazení provést tak, že matici přiřadíme matici (nikoliv vektor).

3. Vektor $\vec{\Omega}$ má složky definované vůči korotující bázi $\{\vec{e}_i'\}$, proto jsou jeho složky i prvky matice $\boldsymbol{\Omega}$ označeny symboly Ω_i' resp. Ω_{ij}'.

Tím je vysvětlen zdánlivý rozpor ve značení ve vztazích (235) a (236).

Analogicky lze vytvořit z vektoru matici, tj. napsat ke vztahu (237) duální vztah ve tvaru

$$\Omega_{ij}' = \varepsilon_{ijk}\Omega_k' . \qquad (239)$$

Ve vztahu (239) ve srovnání se vztahem (237) chybí činitel 0,5. To proto, že na levé straně vztahu (239) je veličina indexovaná dvěma indexy a existuje tedy jediná možnost přiřazení.

Nyní budeme pokračovat v úpravě vztahu (234), ve kterém nejdříve provedeme záměnu indexů:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{w}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t) + w_i'(t)\,\Omega_{ij}'\vec{e}_j' = \frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t) + w_i'(t)\,\Omega_{ij}'\vec{e}_i' .$$

Tato úprava se používá proto, aby se zpřehlednil zápis daného vztahu nebo aby se sjednotilo značení indexů u veličin, které spolu souvisejí.

Dosazením ze vztahu (239) získáme $\frac{\mathrm{d}\vec{w}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t) + w_l'(t)\varepsilon_{lik}\Omega_k'\vec{e}_i'$. Provedením cyklické záměny indexů Levi-Civitova symbolu dostaneme $\frac{\mathrm{d}\vec{w}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t) + \varepsilon_{ikl}\Omega_k'w_l'(t)\vec{e}_i'$. Souřadnici $w_l'(t)$ vektoru $\vec{w}$ můžeme v daném součinu umístit na jakékoliv místo, neboť $w_l'(t)$ je složka vektoru (tedy číslo). Další úpravou je využití definice vektorového součinu:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{w}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t) + \left(\vec{\Omega}\times\vec{w}\right)_i'\vec{e}_i'. \qquad (240)$$

Tento vztah popisuje časovou derivaci libovolného vektoru $\vec{w}$ vzhledem ke zvolenému inerciálnímu systému v prostoru vyjádřenou v korotující bázi $\{\vec{e}_i'\}$. V právě uvedeném vztahu popisuje člen $\frac{\mathrm{d}w_i'(t)}{\mathrm{d}t}\vec{e}_i'(t)$ změnu vektoru $\vec{w}$, jehož souřadnice jsou definovány vztahy (229) a (230), vůči korotující bázi $\{\vec{e}_i'\}$ a člen $\left(\vec{\Omega}\times\vec{w}\right)_i'\vec{e}_i'$ odpovídá přechodu mezi dvěma bázemi při popisu uvažovaného tuhého tělesa rotujícího úhlovou rychlostí $\vec{\Omega}$.

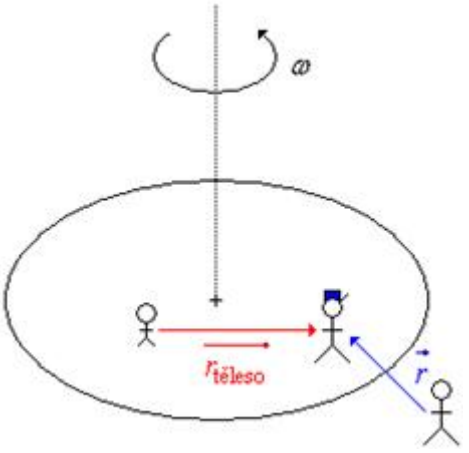
Platí-li daný vztah mezi určitými vektory v jedné bázi, platí v každé bázi. Proto můžeme psát

$$\frac{\mathrm{d}\vec{w}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{w_{\text{těleso}}}(t)}{\mathrm{d}t} + \vec{\Omega} \times \vec{w} \qquad (241)$$

bez ohledu na konkrétní bázi.

Tento vztah je velmi důležitý, a proto vyžaduje několik komentářů:

1. $\frac{\mathrm{d}\vec{w}}{\mathrm{d}t}$ a $\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{w_{\text{těleso}}}}{\mathrm{d}t}$ jsou dva různé vektory, nikoliv jeden vektor vyjádřený v různých bázích;
2. pokud zvolíme $\vec{w} = \vec{r}$, kde $\vec{r}$ je polohový vektor popisující polohu objektu na rotujícím tuhém tělesu, pak člen $\frac{\mathrm{d}\vec{w}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$ definuje rychlost pohybu hmotného bodu na tuhém tělese vůči vnějšímu pozorovateli;
3. při stejné volbě pak člen $\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{w_{\text{těleso}}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{r_{\text{těleso}}}}{\mathrm{d}t}$ definuje rychlost pohybu hmotného bodu na tuhém tělese vůči tomuto tuhému tělesu



Obr. 60

Můžeme si představit situaci zobrazenou na obr. 60. Po kolotoči se pohybuje technik a jeho pohyb pozoruje dítě na kolotoči i pozorovatel mimo kolotoč. Dítě na kolotoči vnímá pouze vlastní pohyb technika vůči kolotoči (popsaný výrazem $\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{w_{\text{těleso}}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{r_{\text{těleso}}}}{\mathrm{d}t}$), zatímco pozorovatel zvenčí vidí rotační pohyb technika na kolotoči: k tomu, co pozoruje dítě musí přidat ještě oběžný pohyb kolotoče (člen $\vec{\Omega}\times\vec{w} = \vec{\Omega}\times\vec{r}$ ve výrazu (241)).

Kolotoč zobrazený na obr. 60 představuje speciální otáčení: otáčení s pevnou osou (rotace s pevnou osou).

9.5.1.3 | Rotace s pevnou osou

Rotace s pevnou osou je speciálním případem obecného otáčení, a proto je toto otáčení popsáno i speciálními maticemi **A** a **Ω** definované vztahy (226) a (235).

Speciálnost matic spočívá v tom, že mají jednoduchý tvar - viz definice matice **A** pomocí vztahu (242). Matice obsahuje řadu konstantních prvků (nuly a jedničky) právě proto, že popisuje speciálně zvolenou rotaci tuhého tělesa.

Budeme-li uvažovat rotaci kolem osy *z*, tj. kolem přímky se směrovým vektorem $\vec{e_3}$, bude mít matice **A** tvar

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (242)$$

neboť otáčení lze popsat funkcí $\varphi(t)$.

S využitím vztahu (236) můžeme matici **Ω** psát ve tvaru $\mathbf{\Omega} = \dot{\varphi} \begin{pmatrix} -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \dot{\varphi} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

odkud na základě vztahu (238) vyplývá

$$\vec{\Omega} = (0; 0; \dot{\varphi}) . \qquad (243)$$

Tento tvar vektoru úhlové rychlosti je z fyzikálního hlediska v pořádku: vektor $\vec{\Omega}$ má velikost i směr, které odpovídají skutečnosti. Velikost vektoru $\vec{\Omega}$ je $\Omega = \dot{\varphi}$ a jeho směr je totožný s osou *z* (tj. s tou osou, kolem které se tuhé těleso otáčí).

9.5.1.4 | Skládání rotací a vektorů úhlových rychlostí

OTÁČENÍ TĚLESA NENÍ OBECNĚ KOMUTATIVNÍ, ALE SKLÁDÁNÍ ÚHLOVÝCH RYCHLOSTÍ KOMUTATIVNÍ JE: VEKTORY ÚHLOVÝCH RYCHLOSTI SE SKLÁDAJÍ LINEÁRNĚ.

Úhlové rychlosti se tedy skládají jako „normální“ vektory.

Provedeme důkaz uvedeného tvrzení. Uvažujme první ortogonální matici **A**, která je maticí přechodu od báze $\{\vec{e}_k\}$ k bázi $\{\vec{e}'_i\}$ a popisuje první otočení tuhého tělesa. To znamená, že platí transformační vtah (226). Dále uvažujme druhou ortogonální matici **B** popisující druhé otočení tuhého tělesa, kterou lze považovat za matici přechodu od báze $\{\vec{e}'_i\}$ k bázi $\{\vec{e}''_j\}$ definovanou vztahem

$$\vec{e}''_j = B_{ji}\vec{e}'_i . \qquad (244)$$

Složením obou otočení získáme

$$\vec{e}''_j = B_{ji}\vec{e}'_i = B_{ji}A_{ik}\vec{e}_k = C_{jk}\vec{e}_k \,, \qquad (245)$$

kde matice **C** je definována vztahem

$$\mathbf{C} = \mathbf{B}.\mathbf{A} \,. \qquad (246)$$

Vzhledem k tomu, že násobení matic není obecně komutativní, není obecně komutativní ani skládání otočení tuhého tělesa.

Nyní dokážeme, že vektory úhlové rychlosti se skládají lineárně. Vyjdeme z definice (236) matice $\boldsymbol{\Omega}$ a pro matici $\boldsymbol{\Omega}^{C''}$ popisující úhlovou rychlost otáčení tuhého tělesa charakterizovanou maticí **C** můžeme psát $\boldsymbol{\Omega}^{C''} = \frac{d\mathbf{C}}{dt}\mathbf{C}^T$. S využitím vztahu (246) dále postupnými úpravami dostáváme

$$\boldsymbol{\Omega}^{C''} = \frac{d(\mathbf{B}.\mathbf{A})}{dt}.(\mathbf{B}.\mathbf{A})^T = \left(\frac{d\mathbf{B}}{dt}.\mathbf{A} + \mathbf{B}.\frac{d\mathbf{A}}{dt}\right).\mathbf{A}^T.\mathbf{B}^T = \frac{d\mathbf{B}}{dt}.\mathbf{A}.\mathbf{A}^T.\mathbf{B}^T + \mathbf{B}.\frac{d\mathbf{A}}{dt}.\mathbf{A}^T.\mathbf{B}^T .$$

Ze vztahu (228) vyplývá, že $\mathbf{A}.\mathbf{A}^T = \mathbf{E}$, kde **E** je jednotková matice. Proto můžeme dále psát $\boldsymbol{\Omega}^{C''} = \frac{d\mathbf{B}}{dt}.\mathbf{B}^T + \mathbf{B}.\frac{d\mathbf{A}}{dt}.\mathbf{A}^T.\mathbf{B}^T = \boldsymbol{\Omega}^{B''} + \mathbf{B}.\boldsymbol{\Omega}^{A'}.\mathbf{B}^T$. V poslední úpravě jsme využili opět definiční vztah matice $\boldsymbol{\Omega}^{B''}$ resp. $\boldsymbol{\Omega}^{A'}$. Uvědomíme-li si, že matice $\mathbf{B}.\boldsymbol{\Omega}^{A'}.\mathbf{B}^T$ popisuje transformaci matice **A** z báze $\{\vec{e}'_i\}$ do báze $\{\vec{e}''_i\}$, můžeme napsat finální vztah ve tvaru

$$\boldsymbol{\Omega}^{C''} = \boldsymbol{\Omega}^{B''} + \boldsymbol{\Omega}^{A''} \,. \qquad (247)$$

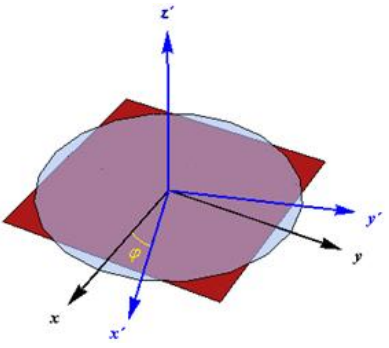
Čárky v indexech u matic konkretizují, v jaké bázi je příslušná matice definována.

Obecně tedy pro vektory úhlové rychlosti popisující otáčení tuhého tělesa kolem různých os platí

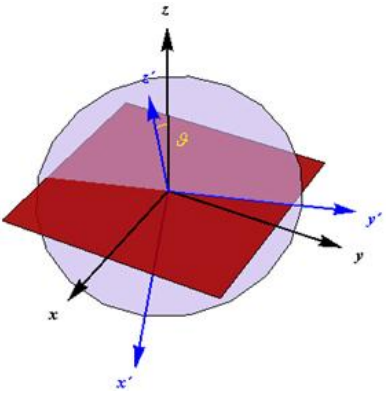
$$\boldsymbol{\Omega}^{C} = \boldsymbol{\Omega}^{B} + \boldsymbol{\Omega}^{A}. \tag{248}$$

9.5.1.5 | Popis rotace tuhého tělesa - Eulerovy kinematické rovnice

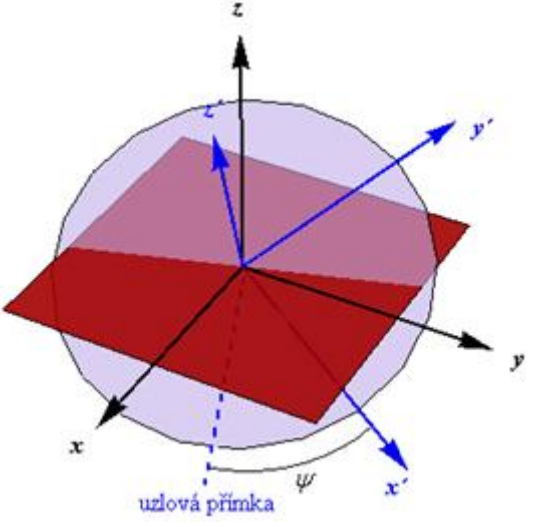
Pro korektní popis rotace tuhého tělesa (resp. natočení tuhého tělesa) kolem dané osy je nutné zavést tři nezávislé parametry. Počet těchto parametrů vyplývá ze symetrie matice ortogonality. Těmito třemi parametry jsou tzv. Eulerovy úhly, jejichž funkce pak vystupují v matici ortogonality **A** a v matici $\boldsymbol{\Omega}$ definující úhlovou rychlost otáčení tuhého tělesa. Budeme postupovat tak, abychom dokázali, že libovolné natočení tuhého tělesa lze složit ze tří otočení kolem vhodných os. A každé z těchto tří otočení je popsáno jedním z Eulerových úhlů.



Obr. 61



Obr. 62



obr. 63

Uzlová přímka zobrazená na obr. 63 vyznačuje původní polohu osy x' z obr. 62.

Švýcarský matematik a fyzik Leonhard Paul Euler (1707 - 1783) se snažil popsat setrvačníky, a proto volil úhly popisující rotaci setrvačníku (a obecně tuhého tělesa) takto:

1. precesní úhel φ - charakterizuje otočení kolem osy *z* (resp. x_3) kartézského systému souřadnic a je z intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$;
2. nutační úhel ϑ - charakterizuje otočení kolem osy y' (resp. x_2'), což je nová poloha osy *x* (resp. x_1) po předchozích otočeních; je z intervalu $\langle 0; \pi \rangle$;
3. rotační úhel ψ - charakterizuje otočení kolem nové polohy osy *z* (resp. x_3) a je z intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$.

Úhel ψ charakterizuje vlastní rotaci tuhého tělesa kolem jeho osy, která splývá s osou *z*. Úhel ϑ charakterizuje odchylku vlastní osy tuhého tělesa (kolem níž tuhé těleso rotuje) od svislého směru a úhel φ určuje natočení tzv. uzlové přímky. Úhly ϑ a φ tak jednoznačně určují polohu osy tuhého tělesa, kolem níž těleso rotuje.

Úhly ϑ a φ mají analogický význam jako sférické souřadnice resp. zeměpisné souřadnice: úhel ϑ odpovídá zeměpisné šířce (odklon od severního pólu) a úhel φ zeměpisné délce.

Postup, kterým ukážeme, že libovolné natočení tuhého tělesa v prostoru lze složit z natočení charakterizovaných právě zavedenými Eulerovými úhly, aplikujeme ve třech krocích na rotaci kartézského systému souřadnic 0*xyz*:

1. rotace kolem osy *z* (resp. x_3) o úhel φ (viz obr. 61) - tato rotace je popsána maticí **D**, která má stejný tvar jako matice daná předpisem (242)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{249}$$

jíž přísluší vektor úhlové rychlosti ve tvaru

$$\overrightarrow{\Omega^{\mathrm{D}}} = (0; 0; \dot{\varphi}). \tag{250}$$

2. rotace kolem nové polohy osy *y* (resp. x_2) o úhel ϑ (viz obr. 62) - tato rotace je popsána maticí **C** ve tvaru

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ 0 & -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}; \tag{251}$$

této matici odpovídá vektor úhlové rychlosti ve tvaru

$$\overrightarrow{\Omega^C} = \left(\dot{\vartheta}; 0; 0\right). \tag{252}$$

3. rotace kolem nové polohy osy *z* (resp. x_3) o úhel Ψ (viz obr. 63) - tato rotace je popsaná maticí **B** ve tvaru

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{253}$$

které odpovídá vektor úhlové rychlosti ve tvaru

$$\overrightarrow{\Omega^B} = \left(0; 0; \dot{\psi}\right). \tag{254}$$

Na základě vztahu (246) můžeme výsledné otočení, které vznikne složením právě popsaných otočeních v uvedeném pořadí charakterizovaných maticemi (249), (251) a (253), popsat maticí **A** ve tvaru

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}.\mathbf{C}.\mathbf{D}. \tag{255}$$

V právě uvedeném vztahu závisí na pořadí násobení, protože násobení matic není obecně komutativní. A ani skládání otočení, které je maticemi popsáno, není obecně komutativní.

Této matici pak odpovídá vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$, který můžeme psát s využitím vztahu (248) ve tvaru

$$\vec{\Omega} = \overrightarrow{\Omega^B} + \mathbf{B}.\overrightarrow{\Omega^C} + \mathbf{B}.\mathbf{C}.\overrightarrow{\Omega^D}\,, \qquad (256)$$

v němž jsou vektory úhlových rychlostí $\overrightarrow{\Omega^C}$ a $\overrightarrow{\Omega^D}$ násobeny příslušnými maticemi proto, abychom tyto vektory vyjádřili ve správné bázi, v níž jsou definovány a mají smysl. Vektor $\overrightarrow{\Omega^C}$ je totiž definován v soustavě souřadnic (v bázi), která vznikne po prvním otočení. Proto jej musíme přepočítat tak, jak by vypadal po třetím otočení, aby jej bylo možné přičíst k vektoru $\overrightarrow{\Omega^B}$, který je definován v bázi, která vznikne po třetím otočení daného kartézského systému. Analogicky je nutné vektor $\overrightarrow{\Omega^D}$, který je definován v původní kartézské soustavě, transformovat do soustavy souřadnic, kterou získáme po dalších dvou otočeních. Po dosazení matic (251) a (253) a vektorů (250), (252) a (254), které je nutné kvůli operacím s maticemi dosazovat v transponované podobě, do vztahu (256) dostaneme

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.\left(\begin{pmatrix} \dot{\vartheta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ 0 & -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{pmatrix}\right).$$

Provedením naznačených operací s maticemi získáme vztah

$$\begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\phi}\sin\vartheta \\ \dot{\phi}\cos\vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}\cos\psi + \dot{\phi}\sin\vartheta\sin\psi \\ -\dot{\vartheta}\sin\psi + \dot{\phi}\sin\vartheta\cos\psi \\ \dot{\psi} + \dot{\phi}\cos\vartheta \end{pmatrix}.$$

Tedy můžeme psát

$$\begin{pmatrix}\Omega_x\\ \Omega_y\\ \Omega_z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dot{\vartheta}\cos\psi+\dot{\varphi}\sin\vartheta\sin\psi\\ -\dot{\vartheta}\sin\psi+\dot{\varphi}\sin\vartheta\cos\psi\\ \dot{\psi}+\dot{\varphi}\cos\vartheta\end{pmatrix}, \tag{257}$$

což je maticové vyjádření **Eulerových kinematických rovnic** v korotující bázi, která rotuje spolu s tělesem. Vektor $\vec{\Omega}$ má směr okamžité osy otáčení, kolem níž se tuhé těleso otáčí.

9.5.2 | Dynamika tuhého tělesa

9.5.2.1 | Motivace

Dynamika pohybu hmotných bodů je popsána Newtonovými zákony, zejména druhým Newtonovým zákonem ve tvaru $\vec{F}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$. Na levé straně vztahu je výslednice sil, které na hmotný bod působí, na pravé straně vystupují veličiny popisující změny pohybového stavu hmotného bodu vyvolané působícími silami.

Hmotnost m zde popisuje míru odporu hmotného bodu k jeho urychlování (nechuť hmotného bodu k pohybu). Pro popis tuhého tělesa bychom chtěli zavést analogickou veličinu, která bude popisovat nechuť tuhého tělesa k jeho urychlování - v tomto případě ale nechuť rotovat.

V případě popisu pohybů tuhého tělesa budeme uvažovat pouze pohyb rotační, neboť translační pohyb lze popsat analogicky jako pohyb hmotného bodu. Translační pohyb tuhého tělesa proto budeme popisovat jako pohyb jednoho hmotného bodu, kterým bude těžiště tuhého tělesa.

Tuhé těleso si tedy pro popis translačního pohybu „zmenšíme“ do jednoho bodu (do těžiště tuhého tělesa), v němž je soustředěna veškerá hmota tuhého tělesa.

Veličinou analogickou k veličině $\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, která vystupuje ve druhém Newtonově zákonu, bude veličina $\frac{\mathrm{d}\vec{\Omega}}{\mathrm{d}t}$, veličinou analogickou k výslednici sil $\vec{F}$ bude celkový moment sil $\vec{M}$, který popisuje míru otáčivých účinků daných sil na tuhé těleso. Problémem zůstává, jakou veličinu zvolit jako analogii hmotnosti hmotného bodu. Bylo by možné použít moment setrvačnosti, který má pro rotační pohyb tuhého tělesa podobný význam jako hmotnost (přesněji setrvačná hmotnost) hmotného bodu při translačním pohybu. Nevýhodou je, že moment setrvačnosti tuhého tělesa je obecně pro každou osu, kolem které se může tuhé těleso otáčet, jiný a jeho hodnota závisí na rozložení látky v tuhém tělese vzhledem k dané ose otáčení. Proto je vhodnější zavést jiný popis, který bude jednodušší a nebude nutné hodnoty přepočítávat v každém časovém okamžiku pro každou osu, kolem níž se bude tuhé těleso

otáčet. Touto veličinou je tenzor setrvačnosti.

9.5.2.2 | Tenzor setrvačnosti

Tenzor setrvačnosti zavedeme nejdříve bez ohledu na souřadnice; ty určíme až nakonec odvozování.

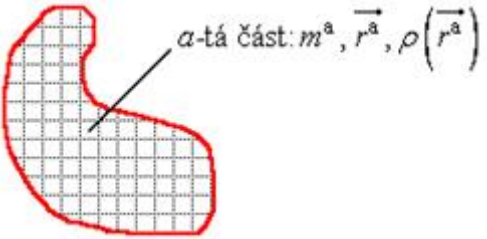
TENZOR SETRVAČNOSTI POPISUJE SETRVAČNÉ VLASTNOSTI TUHÉHO TĚLESA VŮČI ROTAČNÍMU POHYBU.

Tenzor setrvačnosti tedy udává nechuť tuhého tělesa k rotačnímu pohybu analogicky, jako udává hmotnost (setrvačná hmotnost) hmotného bodu nechuť k jeho translačnímu pohybu.

Vyjdeme z celkového momentu hybnosti $\vec{L}$ tuhého tělesa, který je definován vztahem

$$\vec{L} = \sum_{a=1}^{N} \overrightarrow{r^a} \times \overrightarrow{p^a}, \qquad (258)$$

ve kterém se sčítá přes všechny body tuhého tělesa, tj. od jedné do *N*. Každý bod tuhého tělesa je charakterizován hmotností m^a, polohovým vektorem $\overrightarrow{r^a}$ a hustota objemového elementu je $\rho\left(\overrightarrow{r^a}\right)$ - viz obr. 64.



Obr. 64

Vztah (258) můžeme dále upravit s využitím definice hybnosti a s využitím vlastností vektorového součinu. Dostáváme tak $\vec{L} = \sum_{a=1}^{N} \vec{r^a} \times m^a \vec{v^a} = \sum_{a=1}^{N} m^a \vec{r^a} \times \vec{v^a} = \sum_{a=1}^{N} m^a \vec{r^a} \times \frac{d\vec{r^a}}{dt}$. S využitím vztahu (241) pak můžeme v úpravách pokračovat: $\vec{L} = \sum_{a=1}^{N} m^a \vec{r^a} \times \left(\frac{d\vec{r^a}}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{r^a} \right)$. Platí $\frac{d\vec{r^a}}{dt} = \vec{o}$, neboť popisujeme pohyb tuhého tělesa jako jednoho celku a jeho jednotlivé elementy se proto vzhledem k sobě nepohybují. Můžeme tedy psát

$$\vec{L} = \sum_{a=1}^{N} m^a \vec{r^a} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r^a} \right). \qquad (259)$$

Pravdivost rovnosti $\frac{d\vec{r^a}}{dt} = \vec{o}$ je zřejmá v analogii s pohybujícím se dětským kolotočem: koník, autíčko, ... na dětském kolotoči jsou vzhledem ke kolotoči v klidu.

Nyní vezmeme libovolný pomocný vektor $\vec{\xi}$, který zatím nemá žádný fyzikální smysl, a do jeho směru promítneme vektor momentu hybnosti $\vec{L}$. Následující úvahy provedeme obecně a teprve až potom dáme vektoru $\vec{\xi}$ fyzikální význam. Promítnutí vektoru $\vec{\xi}$ do směru vektoru $\vec{L}$ provedeme pomocí skalárního součinu těchto dvou vektorů. S využitím vztahu (259) dostaneme

$$\vec{L}.\vec{\xi} = \sum_{a=1}^{N} m^a \overrightarrow{r^a} \times \left(\vec{\Omega} \times \overrightarrow{r^a}\right).\vec{\xi} . \qquad (260)$$

Uvědomíme-li si, že absolutní hodnota smíšeného součinu vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$ ve tvaru $\vec{a}.\left(\vec{b} \times \vec{c}\right)$ určuje objem rovnoběžnostěnu, jehož tři strany vycházející z jednoho jeho vrcholu jsou reprezentovány vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$, je zřejmé, že uvedený zápis smíšeného součinu můžeme psát v dalších tvarech. Uvedené pořadí násobení vektorů totiž není jediné - při určování objemu rovnoběžnostěnu nezávisí na tom, v jakém pořadí vynásobíme délky jeho stran vycházejících z jednoho jeho vrcholu.

Vztah (260) lze tedy přepsat ve tvaru $\vec{L}.\vec{\xi} = \sum_{a=1}^{N} m^a \left(\vec{\xi} \times \overrightarrow{r^a}\right).\left(\vec{\Omega} \times \overrightarrow{r^a}\right)$ a definovat bilineární zobrazení $I\left(\vec{\xi}, \vec{\Omega}\right)$ předpisem

$$I\left(\vec{\xi},\vec{\Omega}\right)=\sum_{a=1}^{N}m^a\left(\vec{\xi}\times\vec{r^a}\right).\left(\vec{\Omega}\times\vec{r^a}\right), \qquad (261)$$

na které lze nahlížet jako na funkci dvou proměnných $\vec{\xi}$ a $\vec{\Omega}$.

Hmotnosti m^a a polohové vektory $\vec{r^a}$ jsou dány vyšetřovaným tuhým tělesem, vektory $\vec{\xi}$ a $\vec{\Omega}$ vstupují do popisu tuhého tělesa „zvenčí“.

Vztah (261) definuje bilineární zobrazení proto, že vztah (261) je lineární v obou argumentech (součet i součin jsou lineární operace). Dvěma vektorům je tímto zobrazením přiřazeno reálné číslo, což je schéma této struktury. Matematicky je ovšem tímto předpisem definován tenzor.

Vztahem (261) jsme tedy definovali tenzor druhého řádu - v našem případě to je **tenzor setrvačnosti**.

Fakt, že se jedná o tenzor *druhého* řádu vyplývá z toho, že k jeho určení jsou nutné *dva* vektory.

Ve speciálním případě lze vztah (261) psát ve tvaru

$$I\left(\vec{\Omega},\vec{\Omega}\right)=\sum_{a=1}^{N}m^a\left(\vec{\Omega}\times\vec{r^a}\right).\left(\vec{\Omega}\times\vec{r^a}\right)=\sum_{a=1}^{N}m^a\vec{v^a}.\vec{v^a}=\sum_{a=1}^{N}m^a\left(v^a\right)^2=2T\,.$$

Kinetickou energii *T* rotujícího tuhého tělesa lze tedy psát ve tvaru

$$T=\frac{1}{2}I\left(\vec{\Omega},\vec{\Omega}\right). \qquad (262)$$

Dále bychom rádi vyjádřili prvky I_{ij} matice **I**. K tomu je ale nutné zavést bázi, v níž vyjádříme všechny vektory v uvažovaném vztahu (v tomto případě vztah (262)). Pro obecný tenzor $T\left(\vec{v},\vec{w}\right)$ platí: $T\left(\vec{v},\vec{w}\right)=T\left(v_i\vec{e}_i,w_j\vec{e}_j\right)=v_iw_jT\left(\vec{e}_i,\vec{e}_j\right)$, odkud vyplývá, že

$$T_{ij}=T\left(\vec{e}_i,\vec{e}_j\right). \tag{263}$$

S využitím vztahu (263) můžeme psát $T'_{ij}=T\left(\vec{e}'_i,\vec{e}'_j\right)=T\left(A_{ik}\vec{e}_k,A_{jl}\vec{e}_l\right)=A_{ik}A_{jl}T\left(\vec{e}_k,\vec{e}_l\right)$, takže dostáváme

$$T'_{ij}=A_{ik}A_{jl}T_{kl}. \tag{264}$$

Správně bychom měli rozlišovat psaní horních indexů a dolních indexů, ale zde to není nutné, neboť lokálně pracujeme v kartézských souřadnicích (v kartézské bázi).

Nyní můžeme vyjádřit tenzor $\overset{\leftrightarrow}{I}$ definovaný vztahem (261) ve složkách báze $\left\{\vec{e}_i\right\}$. Můžeme proto psát $I\left(\vec{\xi},\vec{\Omega}\right)=I\left(\xi_i\vec{e}_i,\Omega_j\vec{e}_j\right)=\xi_i\Omega_jI\left(\vec{e}_i,\vec{e}_j\right)$ a tedy

$$I\left(\vec{\xi},\vec{\Omega}\right)=I_{ij}\xi_i\Omega_j. \tag{265}$$

Matice $I\left(\vec{\xi},\vec{\Omega}\right)$ je symetrická matice typu $(3,3)$, jejíž symetričnost vyplývá přímo z její definice (261): skalární

součin (pomocí kterého je definována) je totiž komutativní. To znamená, že matice má šest nezávislých prvků.

Dříve než budeme pokračovat v dalších úpravách vztahu (261), si uvědomíme, že každý vektor $\vec{r^a}$ (tj. pro všechny přípustné hodnoty *a*) lze rozepsat pomocí vektorů báze, v níž popisujeme celý pohyb, ve tvaru

$$\vec{r^a} = x_k^a \vec{e_k}, \tag{266}$$

kde x_k^a je *k*-tá souřadnice *a*-tého vektoru.

S využitím vztahů (263) a (266) můžeme nyní vztah (261) psát ve tvaru:

$$I_{ij} = I\left(\vec{e_i}, \vec{e_j}\right) = \sum_{a=1}^{N} m^a \left(\vec{e_i} \times \vec{r^a}\right) \cdot \left(\vec{e_j} \times \vec{r^a}\right) = \sum_{a=1}^{N} m^a \left(\vec{e_i} \times x_k^a \vec{e_k}\right) \cdot \left(\vec{e_j} \times x_l^a \vec{e_l}\right) = \sum_{a=1}^{N} m^a x_k^a x_l^a \left(\vec{e_i} \times \vec{e_k}\right)_r \cdot \left(\vec{e_j} \times \vec{e_l}\right)_r .$$

Uvědomíme-li si, že výraz $\left(\vec{e_i} \times \vec{e_k}\right)_r$ představuje *r*-tou složku naznačeného vektorového součinu, můžeme pokračovat v úpravách:

$$I_{ij} = \sum_{a=1}^{N} m^a x_k^a x_l^a \varepsilon_{ikr} \varepsilon_{jlr} = \sum_{a=1}^{N} m^a x_k^a x_l^a \varepsilon_{rik} \varepsilon_{rjl} = \sum_{a=1}^{N} m^a x_k^a x_l^a \left(\delta_{ij}\delta_{kl} - \delta_{il}\delta_{kj}\right) = \sum_{a=1}^{N} m^a \left(\delta_{ij} x_k^a x_k^a - \delta_{il} x_k^a x_l^a\right).$$

Dostáváme tedy

$$I_{ij} = \sum_{a=1}^{N} m^a \left(\delta_{ij} x_l^a x_l^a - x_i^a x_j^a\right). \tag{267}$$

Pokud si nyní představíme, že tuhé těleso, které popisujeme, je složeno z krychliček (resp. hranolků) s různou hustotou $\rho\left(\vec{r}\right)$, můžeme provést spojitou limitu vztahu (267) a získáme

$$I_{ij} = \int_V \left(\delta_{ij} x_1 x_1 - x_i x_j\right) \rho(\vec{r}) \, \mathrm{d}V, \tag{268}$$

což jsou složky tenzoru setrvačnosti popisující spojité prostředí. x_1, x_i a x_j jsou souřadnice polohového vektoru vyjádřené v bázi, v níž počítáme.

Platí několik základních vztahů pro počítání ve složkách tenzoru setrvačnosti $\overset{*}{I}$. První z nich je triviální a vyplývá přímo ze vztahu (267) resp. (268):

$$I_{ij} = I_{ji}. \tag{269}$$

Záměnou indexů se v sumě resp. v integrandu nic nezmění.

S využitím vztahů (260) a (261) můžeme psát $\vec{L}.\vec{\xi} = I\left(\vec{\xi}, \vec{\Omega}\right)$. S využitím vztahu (265) můžeme ve složkách psát $L_i \xi_i = I_{ij} \xi_i \Omega_j$ a tedy

$$L_i = I_{ij} \Omega_j. \tag{270}$$

Dále můžeme vztah (262) s využitím vztahu (265) rozepsat ve složkách báze a získáme

$$T = \frac{1}{2} I_{ij} \Omega_i \Omega_j. \tag{271}$$

Kinetickou energii *T* lze vyjádřit v zobecněných souřadnicích, kterými jsou v případě popisu rotace tuhého tělesa Eulerovy úhly. Za Ω_1, Ω_2 a Ω_3 tedy můžeme

dosadit z Eulerových kinematických rovnic (257). Získáme tak vyjádření kinetické energie v zobecněných souřadnicích, můžeme vypočítat Lagrangeovu funkci definovanou vztahem (48) a řešit Lagrangeovy rovnice druhého druhu (47).

Matice **I** je symetrická matice, což znamená, že je možné jí pomocí vlastních čísel a vlastních vektorů diagonalizovat. Vlastní vektory lze v případě matice tenzoru setrvačnosti volit na osách kartézského systému souřadnic. Volbou ortogonální báze pak získáme hlavní čísla matice **I** přímo na její hlavní diagonále. Proto platí

$$I_{ij} v_j = \lambda v_j , \qquad (272)$$

kde $\vec{v}$ je vlastní vektor matice **I** a λ vlastní číslo matice **I**.

Ve vztahu (272) je na levé straně vektor, který má obecně jiný směr a jinou velikost než vektor na pravé straně tohoto vztahu. A právě vztah (272) určuje podmínku pro nalezení takového vektoru $\vec{v}$, jehož směr se nezmění po aplikaci matice **I**. Velikost může být jiná - to se případně „dorovná“ koeficientem λ.

Ortogonální báze tvořená vektory $\vec{e_1}$, $\vec{e_2}$ a $\vec{e_3}$, které jsou zároveň i vlastními vektory matice **I**, určují hlavní osy tuhého tělesa resp. hlavní osy tenzoru setrvačnosti, který lze psát ve tvaru

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix}, \tag{273}$$

kde I_1, I_2 a I_3 jsou vlastní čísla matice **I**.

Vlastní čísla matice **I** byla ve vztahu (272) označena symbolem λ, ve vztahu (273) byla označena jako I_1, I_2 a I_3. Vztah (272) je „matematická definice“ vlastních čísel a vlastních vektorů matice, zatímco vztah (273) definuje fyzikální veličinu: tenzor setrvačnosti.

Každé těleso má tedy tři takové osy, pro které má tenzor setrvačnosti tvar daný výrazem (273), tj. má jen tři nezávislé složky na hlavní diagonále. Tyto tři uvažované osy tuhého tělesa procházejí jeho těžištěm a nazývají se **hlavní osy tuhého tělesa**. Proto se zkonkretizuje zápis vztahů (270) a (271), které přejdou na vztahy:

$$L_1 = I_1\Omega_1, \; L_2 = I_2\Omega_2 \text{ a } L_3 = I_3\Omega_3 \tag{274}$$

a

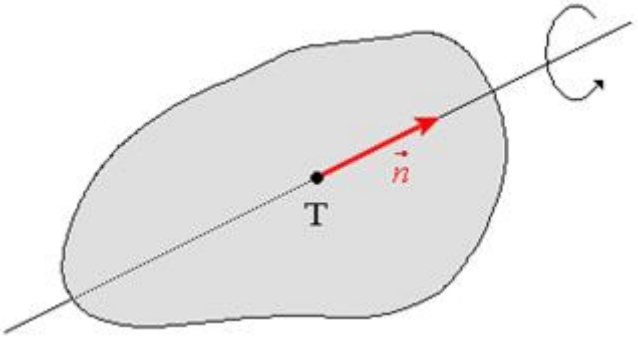
$$T = \frac{1}{2}\left(I_1\Omega_1^2 + I_2\Omega_2^2 + I_3\Omega_3^2\right). \tag{275}$$

9.5.2.3 | Moment setrvačnosti

Už z úvodní motivace ke studiu dynamiky tuhého

tělesa je zřejmé, že tenzor setrvačnosti **I** souvisí s momentem setrvačnosti. Budeme se tedy snažit nalézt vztah mezi složkami tenzoru setrvačnosti I_{ij} a momentem setrvačnosti $I_{\vec{n}}$.

MOMENT SETRVAČNOSTI $I_{\vec{n}}$ TUHÉHO TĚLESA BUDEME UVAŽOVAT VŮČI DANÉ OSE, KOLEM NÍŽ SE TUHÉ TĚLESO OTÁČÍ A KTERÁ JE URČENÁ JEDNOTKOVÝM VEKTOREM $\vec{n}$.



Obr. 65

Situace je zobrazená na obr. 65. Na obr. 66 je pak zobrazen detailnější rozbor situace, který budeme potřebovat pro další odvození. Symbolem $r_\perp$ je označena kolmá vzdálenost elementu tuhého tělesa o objemu $\mathrm{d}V$ (resp. o hmotnosti $\mathrm{d}m = \rho \mathrm{d}V$) od osy otáčení.

Kinetickou energii *T* tuhého tělesa chceme vyjádřit ve tvaru

$$T = \frac{1}{2} I_{\vec{n}} \Omega^2 \tag{276}$$

a přitom víme, že platí vztah (271). Na základě vztahu (243), který byl odvozen při vyšetřování rotace tuhého tělesa kolem pevné osy (rotace s pevnou osou), víme, že vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$ má směr osy otáčení tuhého tělesa. V našem případě tedy platí

$$\vec{\Omega} = \Omega \vec{n} . \tag{277}$$

S využitím vztahu (277) lze vztah (271) psát ve tvaru $T = \frac{1}{2} I_{ij} \Omega_i \Omega_j = \frac{1}{2} I_{ij} \Omega n_i \Omega n_j$ a tedy

$$T = \frac{1}{2} I_{ij} n_i n_j \Omega^2 . \tag{278}$$

Porovnáním vztahů (276) a (278) dostáváme vyjádření pro moment setrvačnosti $I_{\vec{n}}$ ve tvaru

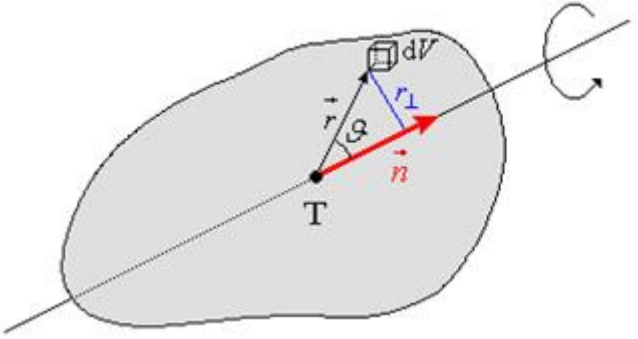
$$I_{\vec{n}} = I_{ij} n_i n_j . \tag{279}$$

Složky tenzoru setrvačnosti jsou definovány integrálem (268), který je vypočítán na základě charakteristik tuhého tělesa (hmotnost, rozložení látky v tuhém tělese, hustota tuhého tělesa, ...). Tenzor setrvačnosti je tedy určen pouze na základě charakteristik tuhého tělesa a nezávisí na volbě osy, kolem které se tuhé těleso otáčí. Na volbě této osy závisí až moment

setrvačnosti $I_{\vec{n}}$ definovaný vztahem (279). To je ovšem velmi příjemné pro praktické počítání.

Spočítáme totiž jeden integrál a momenty setrvačnosti daného tělesa vzhledem k libovolné ose, kolem které se toto tuhé těleso otáčí, dopočítáme již sčítáním podle vztahu (279).

A nebo lze v případě tuhých těles velmi nepravidelných tvarů, u kterých by byl výpočet tenzoru setrvačnosti podle vztahu (268) komplikovaný, postupovat obráceně. Experimentálně určit momenty setrvačnosti tělesa rotujícího podle hlavních os a na základě toho určit tenzor setrvačnosti. Ten pak můžeme použít k výpočtu momentu setrvačnosti v případě, že tuhé těleso rotuje kolem libovolné osy.



Obr. 66

Dosazením definičního vztahu tenzoru setrvačnosti

(268) do definičního vztahu momentu setrvačnosti (279) dostaneme

$$I_{\vec{n}} = \int_V \left(\delta_{ij} n_i n_j x_1 x_1 - x_i x_j n_i n_j\right) \rho \mathrm{d}V = \int_V \left(n_i n_i x_1 x_1 - x_i n_i x_j n_j\right) \rho \mathrm{d}V = \int_V \left(n^2 r^2 - \left(\vec{r}.\vec{n}\right)^2\right) \rho \mathrm{d}V .$$

Uvědomíme-li si, že osa rotace je charakterizovaná jednotkovým vektorem $\vec{n}$, můžeme pokračovat v rozpisu vztahu dále (i s využitím obr. 66)

$$I_{\vec{n}} = \int_V \left(r^2 - r^2.1.\cos^2 \vartheta\right) \rho \mathrm{d}V = \int_V \left(r \sin \vartheta\right)^2 \rho \mathrm{d}V = \int_V r_\perp^2 \rho \mathrm{d}V .$$

Pro moment setrvačnosti tedy dostáváme

$$I_{\vec{n}} = \int_V r_\perp^2 \mathrm{d}m , \qquad (280)$$

což je běžný vztah definující **moment setrvačnosti tuhého tělesa**.

Abychom získali další souvislosti pro praktické výpočty a praktické použití momentu setrvačnosti, upravíme definiční vztah (279) momentu setrvačnosti tak, že jej vydělíme momentem setrvačnosti $I_{\vec{n}}$. Získáme tak výraz $1 = I_{ij} \frac{n_i}{\sqrt{I_{\vec{n}}}} \frac{n_j}{\sqrt{I_{\vec{n}}}}$. Pokud nadefinujeme pomocný vektor $\vec{\xi} = (\xi_1; \xi_2; \xi_3)$ vztahem

$$\vec{\xi} = \frac{\vec{n}}{\sqrt{I_{\vec{n}}}} \qquad (281)$$

můžeme psát

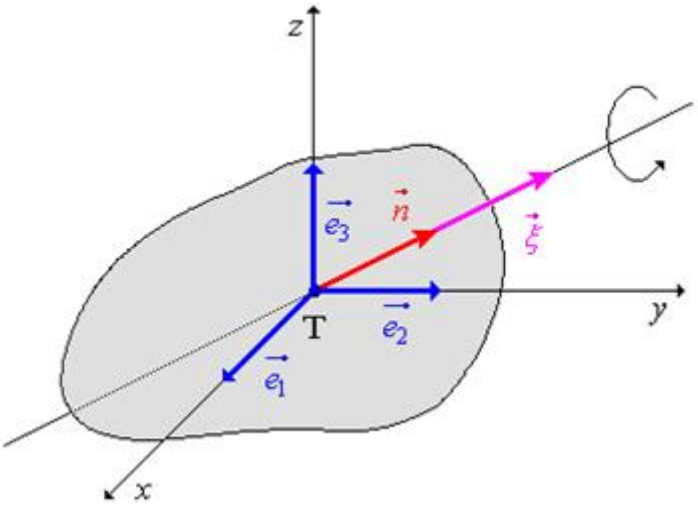
$$I_{ij}\xi_i\xi_j = 1. \qquad (282)$$

Vektor $\vec{\xi}$ definovaný vztahem (281) má směr osy rotace tuhého tělesa (ta je daná směrem vektoru $\vec{n}$), ale jeho velikost je obecně od vektoru $\vec{n}$ různá (viz obr. 67). V bázi hlavních os tedy můžeme vztah (282) upravit na tvar $I_1\xi_1^2 + I_2\xi_2^2 + I_3\xi_3^2 = 1$. Další matematickou úpravou získáme tvar

$$\left(\frac{\xi_1}{\frac{1}{\sqrt{I_1}}}\right)^2 + \left(\frac{\xi_2}{\frac{1}{\sqrt{I_2}}}\right)^2 + \left(\frac{\xi_3}{\frac{1}{\sqrt{I_3}}}\right)^2 = 1, \qquad (283)$$

což je rovnice elipsoidu zapsaná v prostoru $(\xi_1; \xi_2; \xi_3)$. Tento elipsoid se nazývá **elipsoid setrvačnosti** a jeho hlavní poloosy mají délky $\frac{1}{\sqrt{I_1}}$, $\frac{1}{\sqrt{I_2}}$ a $\frac{1}{\sqrt{I_3}}$.

Hlavní osy jsou většinou kolmé na roviny symetrie uvažovaného tuhého tělesa.



Obr. 67

V každém tuhém tělese tedy existují hlavní osy. To znamená, že každému tuhému tělesu lze abstraktně opsat elipsoid setrvačnosti, který v nějakém bodě protíná osu, kolem které tuhé těleso rotuje a která je určená vektorem $\vec{n}$. Průsečík elipsoidu setrvačnosti a osy rotace tuhého tělesa má souřadnice $[\xi_1; \xi_2; \xi_3]$, tj. polohový vektor tohoto průsečíku je vektor $\vec{\xi} = (\xi_1; \xi_2; \xi_3)$. Velikost tohoto vektoru je $\left|\vec{\xi}\right| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2}$. S využitím definice vektoru $\vec{\xi}$ ve tvaru (281) můžeme psát $\left|\vec{\xi}\right| = \frac{\left|\vec{n}\right|}{\sqrt{I_{\vec{n}}}}$. Vektor $\vec{n}$ byl ovšem zvolen

jako jednotkový, takže můžeme psát $\left|\vec{\xi}\right| = \frac{1}{\sqrt{I_{\vec{n}}}}$ a po úpravě dostáváme

$$I_{\vec{n}} = \frac{1}{\left|\vec{\xi}\right|^2}. \qquad (284)$$

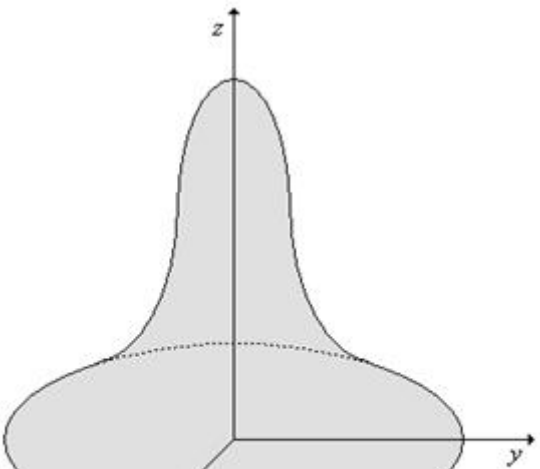
Moment setrvačnosti $I_{\vec{n}}$ tuhého tělesa, který charakterizuje otáčení tohoto tělesa kolem osy dané vektorem $\vec{n}$, tedy určujeme pomocí průsečíku této osy s abstraktním elipsoidem setrvačnosti. To znamená, že moment setrvačnosti $I_{\vec{n}}$ se spojitě mění v závislosti na spojité změně polohy osy rotace tuhého tělesa.

Při změně polohy osy rotace se změní směr vektoru $\vec{n}$ a tedy se změní průsečík této osy s elipsoidem setrvačnosti. Změna souřadnic $[\xi_1; \xi_2; \xi_3]$ tohoto průsečíku vede (podle vztahu (284)) ke změně momentu setrvačnosti tělesa.

Je-li osou rotace tuhého tělesa např. první hlavní osa (tj. je-li $\vec{n} = \vec{e_1}$), lze vztah (284) s využitím předchozích informací psát ve tvaru $I_{\vec{n}} = \frac{1}{\xi_1^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{I_1}}\right)^2} = I_1$. Tedy relativně obtížně definovaný tenzor setrvačnosti nyní přináší velké výhody při jednoduchém a rychlém určování momentu setrvačnosti $I_{\vec{n}}$.

Další zjednodušení tenzoru setrvačnosti I (a tedy i následný výpočet momentu setrvačnosti) přinášejí symetrie tuhého tělesa:

1. tuhé těleso je rotační těleso - pak platí $I_1 = I_2 \neq I_3$ a elipsoid setrvačnosti má tvar podobný tvaru na obr. 68;
2. tuhé těleso je koule - $I_1 = I_2 = I_3$ a elipsoidem setrvačnosti je sféra; navíc v tomto případě je moment setrvačnosti $I_{\vec{n}}$ konstantní pro všechny osy, které procházejí těžištěm tuhého tělesa (tj. uvažované koule);
3. tuhé těleso je krychle - ta je symetrická a její hlavní osy jsou kolmé na její stěny. Proto je moment setrvačnosti $I_{\vec{n}}$ stejný pro všechny osy krychle procházející jejím těžištěm. Elipsoidem setrvačnosti krychle je sféra.



Obr. 68

9.5.2.4 | Eulerovy dynamické rovnice

Eulerovy dynamické rovnice jsou jakousi analogií Newtonových rovnic (rovnice druhého Newtonova zákona) pro tuhé těleso. Jejich odvození vychází ze druhé věty impulsové, kterou lze získat velmi jednoduše z první věty impulsové tvaru $\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}$ tak, že tuto rovnici vektorově vynásobíme polohovým vektorem $\vec{r}$. Tak dostaneme

$\vec{r}\times\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\vec{r}\times\vec{F}$, což lze psát ve tvaru

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}=\vec{M}. \qquad (285)$$

Vztah (285) je matematickým vyjádřením **druhé věty impulsové**. V tomto vztahu je $\vec{M}$ moment vnějších sil a $\vec{L}$ je moment hybnosti. Vzhledem k tomu, že $\vec{M}$ charakterizuje míru otáčivých účinků vnějších sil na dané tuhé těleso, budeme situaci vyšetřovat z hlediska vnějšího pozorovatele.

Na základě vztahu (241) můžeme tedy pro moment hybnosti psát

$$\left.\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}\right|_{\text{prostor}}=\left.\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}\right|_{\text{těleso}}+\vec{\Omega}\times\vec{L}, \qquad (286)$$

kde moment hybnosti vystupující na pravé straně vztahu je definovaný z hlediska tuhého tělesa.

Změnu momentu hybnosti $\left.\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}\right|_{\text{těleso}}$ tedy naměří dítě, které sedí na rotujícím kolotoči. Změnu momentu hybnosti $\left.\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}\right|_{\text{prostor}}$ naměří rodič dítěte, který stojí vedle rotujícího kolotoče.

Ze vztahů (285) a (286) vyplývá

$$\vec{M} = \left.\frac{d\vec{L}}{dt}\right|_{\text{těleso}} + \vec{\Omega}\times\vec{L}\,. \qquad (287)$$

Přitom moment hybnosti je definován pomocí tenzoru setrvačnosti a vektoru úhlové rychlosti vztahem (270). Vzhledem k tuhému tělesu jsou ovšem složky tenzoru setrvačnosti I konstantní, neboť jsou určeny buď v korotující bázi (ta je vzhledem k danému tuhému tělesu v klidu, protože rotuje spolu s ním) a nebo vzhledem k hlavním osám tuhého tělesa. Pro moment hybnosti definovaný vůči hlavním osám můžeme napsat jednodušší podobu vztahu (270) (analogii vztahu (274)):

$$L_x = I_1\Omega_x\,,\ L_y = I_2\Omega_y \text{ a } L_z = I_3\Omega_z\,. \qquad (288)$$

Rozepsáním vektorového součinu ve vztahu (287) a částečným dosazením ze vztahu (288) dostaneme

$$I_1\dot{\Omega}_x + \left(\Omega_y L_z - \Omega_z L_y\right) = M_x \qquad (289)$$

Po dalším dosazení ze vztahu (288) získáme **Eulerovy dynamické rovnice**, které popisují rotaci tuhého tělesa z hlediska dynamiky, ve tvaru

$$I_1\dot{\Omega}_x - \left(I_2 - I_3\right)\Omega_y\Omega_z = M_x \qquad (290)$$

Tyto rovnice publikoval švýcarský matematik a fyzik Leonhard Paul Euler (1707 - 1783) v roce 1758.

Vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}=(\Omega_x;\Omega_y;\Omega_z)$, který vystupuje v Eulerových dynamických rovnicích (290), je popsán pomocí Eulerových úhlů otočení tuhého tělesa a s těmito úhly je svázán Eulerovými kinematickými rovnicemi (257).

Eulerovy dynamické rovnice jsou silně nelineární soustavou obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu, což je důvod, proč se setrvačníky (jejichž pohyb je těmito rovnicemi popsán) chovají nepředvídatelně. Tyto relativně složité rovnice poskytují relativně složité řešení, které popisuje složitý pohyb tuhých těles. Rovnice jsou sice prvního řádu, ale ve většině úloh jsou vektor úhlové rychlosti a složky tenzoru setrvačnosti vyjádřeny v bázi hlavních os (resp. v korotující bázi tuhého tělesa), zatímco moment sil je vyjádřen z hlediska vnějšího pozorovatele. Proto je velmi komplikovaný přepočet veličin měřených vnějšími pozorovateli do korotující báze - průměty momentů sil do jednotlivých os se mění v čase, neboť z hlediska vnějšího pozorovatele se v čase neustále mění korotující báze resp. báze hlavních os.

Jak vektory korotující báze, tak báze hlavních os jsou pevně spojeny s tělesem a tedy se při pohybu tuhého tělesa (translace i rotace) z hlediska vnějšího pozorovatele mění. Proto je přepočet mezi pohledem „zvenčí“ a pohledem „zevnitř“ poměrně komplikovaný.

Při řešení konkrétní úlohy je tedy nutné vyjádřit celkový moment vnějších sil v korotující bázi tuhého tělesa,

tj. pomocí Eulerových úhlů. Poté je nutné dosadit z Eulerových kinematických rovnic do Eulerových dynamických rovnic, čímž se levá strana rovnic (290) stane velmi komplikovaná, neboť bude obsahovat výrazy závisející na Eulerových úhlech φ, ϑ a ψ a jejich časových derivacích $\dot{\varphi}$, $\dot{\vartheta}$, $\dot{\psi}$, $\bar{\varphi}$, $\ddot{\vartheta}$ a $\ddot{\psi}$. Získáme tedy velmi silně nelineární soustavu diferenciálních rovnic druhého řádu pro neznámé φ, ϑ a ψ.

Pohyb popsaný takovou soustavou rovnic je silně chaotický a výpočetně stejně problematický a náročný jako pohyb tří těles, pohyb dvojkyvadla, ... Přesto se ale aplikace této teorie v praxi používají - na principu setrvačníků pracují gyroskopy, kterým stále dávají piloti dopravních letadel přednost před elektronickou navigací (např. systém GPS), používají se i v dalších druzích navigační techniky, ... Při konstrukci takových přístrojů se pak používají různé metody, jak Eulerovy dynamické rovnice zjednodušit: speciální závěsy setrvačníků, tvar těles, uložení těles, ... To vše vede k tomu, že naroste symetrie daného problému a tedy se zjednoduší popis pohybu daného tělesa: stejné momenty setrvačnosti podél (některých) hlavních os, speciální tvar elipsoidu setrvačnosti (nejlépe sféra), ...

Typickou aplikací je tzv. bezsilový setrvačník (bezmomentový setrvačník).

9.5.2.5 | Bezmomentový setrvačník

Bezsilový setrvačník je špatný název pro bezmomentový rotačně symetrický setrvačník, který může sloužit např. jako model gyroskopu uloženého v tzv. Cardanově závěsu. Dalším velmi dobrým modelem tohoto typu setrvačníku je Země.

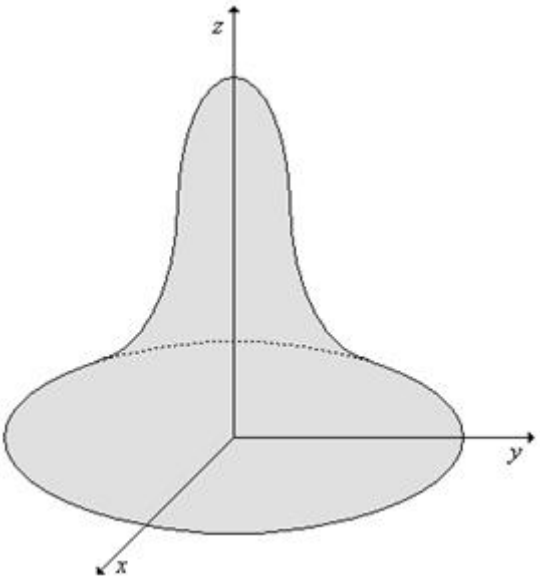
Tento setrvačník je charakterizován nulovým momentem sil (tj. $\vec{M} = \vec{o}$) a rotační symetrií, ze které pro momenty setrvačnosti vzhledem k hlavním osám vyplývá $I_1 = I_2 \neq I_3$. Takový setrvačník si lze představit podobně jako těleso na obr. 69.

Eulerovy dynamické rovnice (290) se tedy zjednoduší na tvar

$$I_1 \dot{\Omega}_x = (I_1 - I_3)\Omega_y \Omega_z \qquad (291)$$

Z poslední z Eulerových rovnic (291) dostáváme $\Omega_z = konst.$ a tuto konstantu označíme ω_0^z, takže máme

$$\Omega_z = \omega_0^z = konst. \qquad (292)$$



Obr. 69

Z první z rovnic (291) můžeme vyjádřit $\dot{\Omega}_x = \frac{I_1 - I_3}{I_1}\omega_0^2\Omega_y$ a ze druhé $\dot{\Omega}_y = \frac{I_3 - I_1}{I_1}\omega_0^2\Omega_x$. Označíme-li

$$\omega_0 = \frac{I_1 - I_3}{I_1}\omega_0^2, \tag{293}$$

můžeme psát

$$\dot{\Omega}_x = \omega_0\Omega_y \text{ a } \dot{\Omega}_y = -\omega_0\Omega_x. \tag{294}$$

Derivujeme-li nyní první z rovnic (294) podle času, dostaneme $\ddot{\Omega}_x = \omega_0 \dot{\Omega}_y$ a po dosazení ze druhé dostaneme rovnici $\ddot{\Omega}_x = -\omega_0^2 \Omega_x$ neboli

$$\ddot{\Omega}_x + \omega_0^2 \Omega_x = 0, \tag{295}$$

což je rovnice popisující pohyb harmonického oscilátoru. Proto můžeme její řešení psát ve tvaru

$$\Omega_x(t) = A\sin(\omega_0 t + \delta), \tag{296}$$

kde *A* je amplituda kmitání harmonického pohybu a δ je počáteční fáze kmitání harmonického oscilátoru. Z hlediska řešení soustavy rovnic (291) to jsou integrační konstanty. Po úpravě první z rovnic (294) a následném dosazení řešení (296) získáme $\Omega_y = \frac{1}{\omega_0}\dot{\Omega}_x = \frac{1}{\omega_0}\omega_0 A\cos(\omega_0 t + \delta)$. Dostáváme tedy

$$\Omega_y(t) = A\cos(\omega_0 t + \delta). \tag{297}$$

S využitím částečných řešení (292), (296) a (297) dostáváme pro vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$ v závislosti na čase

$$\vec{\Omega}(t) = \left(A\sin(\omega_0 t + \delta); A\cos(\omega_0 t + \delta); \omega_0^z\right). \tag{298}$$

Vektor $\vec{\Omega}$ je tedy vyjádřen v bázi hlavních os a pro

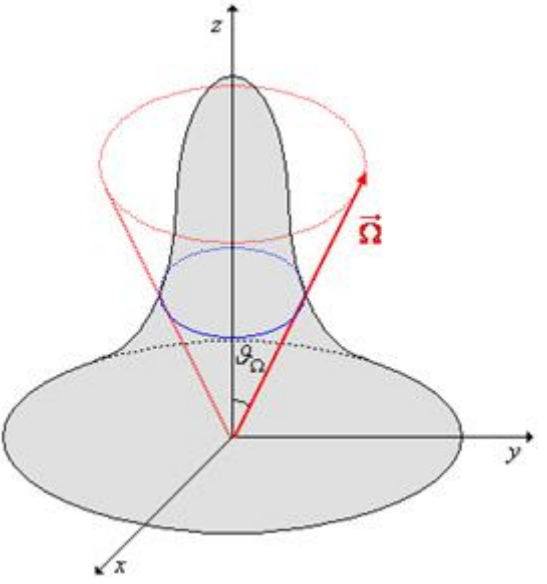
jeho velikost platí $\left|\vec{\Omega}(t)\right| = \sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2}$. Po dosazení ze vztahu (298) tedy dostaneme

$$\left|\vec{\Omega}(t)\right| = \sqrt{A^2 + \left(\omega_0^z\right)^2} = konst. \qquad (299)$$

Uvědomíme-li si platnost vztahu (292) je zřejmé, že vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$ zapsaný ve tvaru (298) opisuje plášť rotačního kužele (viz obr. 70) s úhlovou frekvencí ω_0 . To znamená, že nutační úhel ϑ_n , který svírá vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$ s osou *z*, je konstantní a platí

$$\operatorname{tg}\vartheta_n = \frac{\sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_y^2}}{\Omega_z} = \frac{A}{\omega_0^z}. \qquad (300)$$

Na obr. 70 je také znázorněna kružnice, ve které protíná rotující vektor $\vec{\Omega}$ dané tuhé těleso.



Obr. 70

Skutečnost, že vektor $\vec{\Omega}$ opisuje plášť kužele, vyplývá z toho, že velikost tohoto vektoru je v čase konstantní, *z*-ová složka je konstantní a dále z toho, že *x* -ová a *y*-ová složka vektoru $\vec{\Omega}$ opisují kružnici; vztahy (296) a (297) jsou totiž parametrické rovnice kružnice vyjádřené v polárních souřadnicích.

Ještě je nutné dopočítat Eulerovy úhly φ, ϑ a ψ pomocí Eulerových kinematických rovnic (257). Dosazením do těchto rovnic získáme pro náš vyšetřovaný případ soustavu rovnic

$$\dot{\vartheta}\cos\psi + \dot{\varphi}\sin\vartheta\sin\psi = A\sin(\omega_0 t + \delta) \qquad (301)$$

Vzhledem k tomu, že koncový bod vektoru $\vec{\Omega}$ opisuje kružnici, je nutační úhel ϑ konstantní, tedy $\vartheta = \vartheta_0$. Proto můžeme Eulerovy kinematické rovnice (301) psát v jednodušším tvaru:

$$\dot{\varphi}\sin\vartheta_0\sin\psi = A\sin(\omega_0 t + \delta) \qquad (302)$$

.Je-li totiž $\vartheta = \vartheta_0 = konst.$, pak je časová změna tohoto úhlu nulová, tj. $\dot{\vartheta} = 0$.

Řešení soustavy rovnic (302) nalezneme postupnými kroky. Nejdříve umocníme první dvě rovnice soustavy na druhou a sečteme je. Dostaneme rovnici $(\dot{\varphi}\sin\vartheta_0)^2\left(\sin^2\psi + \cos^2\psi\right) = A^2\left(\sin^2(\omega_0 t + \delta) + \cos^2(\omega_0 t + \delta)\right)$, po jejíž úpravě získáme tvar $(\dot{\varphi}\sin\vartheta_0)^2 = A^2$. Odmocněním přejde rovnice na tvar

$$\dot{\varphi} = \frac{A}{\sin\vartheta_0}, \qquad (303)$$

odkud vyplývá

$$\varphi = \frac{A}{\sin\vartheta_0}t + \varphi_0. \qquad (304)$$

Ve vztahu (303) je na jeho pravé straně konstanta, proto je integrace podle proměnné *t* jednoduchá.

Vydělením prvních dvou rovnic soustavy (302) získáme rovnici $\frac{\dot{\varphi}\sin\vartheta_0\sin\psi}{\dot{\varphi}\sin\vartheta_0\cos\psi}=\frac{A\sin(\omega_0 t+\delta)}{A\cos(\omega_0 t+\delta)}$, která po úpravě přejde na tvar $\frac{\sin\psi}{\cos\psi}=\frac{\sin(\omega_0 t+\delta)}{\cos(\omega_0 t+\delta)}$. Dostáváme tedy rovnici

$$\operatorname{tg}\psi=\operatorname{tg}(\omega_0 t+\delta). \tag{305}$$

Derivací rovnice (305) podle času získáme rovnici $\frac{1}{\cos^2\psi}\dot{\psi}=\frac{1}{\cos^2(\omega_0 t+\delta)}\omega_0$, odkud můžeme vyjádřit

$$\dot{\psi}=\frac{\cos^2\psi}{\cos^2(\omega_0 t+\delta)}\omega_0. \tag{306}$$

Ze druhé rovnice soustavy (302) můžeme vyjádřit

$$\cos\psi=\frac{A\cos(\omega_0 t+\delta)}{\dot{\varphi}\sin\vartheta_0}. \tag{307}$$

Nyní můžeme do vztahu (306) dosadit ze vztahu (307), čímž získáme rovnici $\dot{\psi}=\frac{A^2\cos^2(\omega_0 t+\delta)}{\dot{\varphi}^2\sin^2\vartheta_0}\frac{1}{\cos^2(\omega_0 t+\delta)}\omega_0$. Do jejího upraveného tvaru $\dot{\psi}=\frac{A^2}{\dot{\varphi}^2\sin^2\vartheta_0}\omega_0$ dosadíme ze vztahu (303) a získáme

$$\dot{\psi}=\omega_0. \tag{308}$$

Odtud již snadno určíme

$$\psi = \omega_0 t + \delta \,. \tag{309}$$

Dosazením vztahů (303) a (308) do třetí rovnice soustavy (302) dostaneme $\omega_0 + \frac{A}{\sin \vartheta_0} \cos \vartheta_0 = \omega_0^z$. Postupnými úpravami získáme rovnici ve tvaru $\frac{A}{\operatorname{tg} \vartheta_0} = \omega_0^z - \omega_0$, a tedy můžeme psát $\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{A}{\omega_0^z - \omega_0}$. S využitím vztahu (293) dostáváme rovnici ve tvaru $\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{A}{\omega_0^z - \frac{I_1 - I_3}{I_1} \omega_0^z} = \frac{I_1 A}{I_1 \omega_0^z - I_1 \omega_0^z + I_3 \omega_0^z}$, takže máme

$$\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{I_1 A}{I_3 \omega_0^z} \,. \tag{310}$$

Získali jsme tedy řešení Eulerových kinematických rovnic ve tvaru

$$\vartheta = \vartheta_0 \text{, přičemž } \operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{I_1 A}{I_3 \omega_0^z} \,,\ \varphi = \frac{A}{\sin \vartheta_0} t + \varphi_0 \text{ a } \psi = \omega_0 t + \delta \,. \tag{311}$$

Při hledání řešení soustavy rovnic (302) byly prováděny operace, které z hlediska matematiky vyžadují komentáře a diskusi jejich platnosti (při dělení není

možné dělit nulou, ...). Z fyzikálního hlediska ovšem hodnoty goniometrických funkcí nemohou být nulové, tj. jejich argumenty nemohou z fyzikálních důvodů mít hodnoty 0 nebo $\frac{\pi}{2}$. Proto jsou všechny provedené úpravy v tomto případě korektní.

U bezmomentového setrvačníku tedy nastává tzv. **regulární precese** (pravidelná precese), při níž se poloha osy otáčení (tj. směr vektoru $\vec{\Omega}$) mění v čase pravidelně (koncový bod vektoru opisuje kružnici). V případě rotace Země je tato precese důsledkem pohybů během počátečního vývoje Sluneční soustavy, dopadem meteoroidů na Zem, ... Ve skutečnosti ovšem právě popisovaná precese není takto pravidelná, neboť na Zemi působí svou gravitační silou Měsíc, působí na ní i Slunce, sama Země není dokonale symetrické těleso ani to není ideálně tuhé těleso, ... Proto vznikají nepřesnosti v tomto precesním pohybu, které mají periodu 427 dní, a zemská osa tedy neprotíná Zemi v jednom bodě (severní pól), ale opisuje kolem severního pólu kružnici o poloměru asi 4 m.

Tato kružnice je analogická kružnici, která je na obr. 70 znázorněna modrou křivkou.

Právě určený směr úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$ (tj. směr osy rotace) byl určen vzhledem k tělesu (vzhledem k Zemi, vzhledem ke korotující bázi). Určit směr vektoru $\vec{\Omega}$ vzhledem k pevné bázi (vzhledem ke stálicím, vzhledem

k systému GPS, ...) není jednoduché. Pro určení pohybu vektoru $\vec{\Omega}$ vzhledem k pevné bázi je nutné určit jeden vybraný směr. Tímto vybraným směrem může být např. směr vektoru momentu hybnosti $\vec{L}$. Moment hybnosti je totiž veličina, která se v izolované soustavě zachovává.

Bezmomentový setrvačník takovou izolovanou soustavou je. Ostatně ze vztahu (285) pro bezmomentový setrvačník plyne $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{o}$ a tedy $\vec{L} = konst.$

S využitím vztahů (288), (292), (296) a (297) můžeme pro složky momentu hybnosti $\vec{L}$ psát:

$$L_x = I_1\Omega_x = I_1 A\sin(\omega_0 t + \delta),$$
$$L_y = I_2\Omega_y = I_1 A\cos(\omega_0 t + \delta) \text{ a } L_z = I_3\Omega_z = I_3\omega_0^z \qquad (312)$$

a pro jeho velikost dostáváme $\left|\vec{L}(t)\right| = \sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}$. Po dosazení ze vztahů (312) pak máme

$$\left|\vec{L}(t)\right| = \sqrt{I_1^2 A^2 + I_3^2\left(\omega_0^z\right)^2} = konst. \qquad (313)$$

Vektor momentu hybnosti $\vec{L}$ tedy opisuje také plášť kužele, ale obecně jiný, než opisuje vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$. Oba ale opisují kužely se stejnou úhlovou frekvencí ω_0. Vektor momentu hybnosti $\vec{L}$ přitom svírá s osou *z* stálý úhel ϑ_L, pro který platí

$$\operatorname{tg}\vartheta_L = \frac{\sqrt{L_x^2 + L_y^2}}{L_z} = \frac{I_1 A}{I_3 \omega_0^z} = \frac{I_1}{I_3}\operatorname{tg}\vartheta_0 . \qquad (314)$$

Úhel ϑ_L má přitom stejnou hodnotu jako úhel ϑ_0 z řešení (311).

Na základě nalezeného řešení (298) pro vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$ a řešení (312) pro vektor momentu hybnosti $\vec{L}$ lze psát

$$\vec{L} = I_1\vec{\Omega} + (I_3 - I_1)\Omega_z\vec{e_z} , \qquad (315)$$

což znamená, že v každém okamžiku vektory $\vec{\Omega}$ a $\vec{L}$ a osa *z* leží v jedné rovině.

Na vztah (315) lze nahlížet jako na parametrické vyjádření roviny, která je dána vektory $\vec{\Omega}$ a $\vec{e_z}$.

Z hlediska pevné báze (tj. vzhledem ke stálicím, systému GPS, ...) má stálý směr v prostoru vektor momentu hybnosti $\vec{L}$ a setrvačník (Země) rotuje kolem něj.

Kolem vektoru $\vec{L}$ tedy rotuje osa z a kolem ní vektor úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$.

Situaci lze znázornit pomocí dvou kuželů, které se kolem sebe valí. Přímka, která je okamžitou dotyčnicí obou kuželů, určuje směr vektoru úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$. Oba kužely přitom popisují precesi vektoru úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$ - jeden kužel znázorňuje její precesi kolem vektoru

momentu hybnosti $\vec{L}$, druhý kužel pak precesi kolem osy *z* daného kartézského systému.

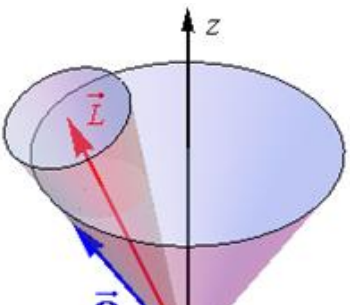
V závislosti na vzájemné hodnotě momentů setrvačnosti I_1 a I_3 uvažovaného tělesa mohou nastat dva případy:

1. $I_1 < I_3$ - ze vztahu (314) a z toho, že funkce tangens je rostoucí, vyplývá, že $\vartheta_1 < \vartheta_0$ a kužel spojený s momentem hybnosti $\vec{L}$ se valí uvnitř kužele spojeného s osou *z* daného kartézského systému (viz obr. 71).
2. $I_1 > I_3$ - ze vztahu (314) a z toho, že funkce tangens je rostoucí, vyplývá, že $\vartheta_1 > \vartheta_0$ a kužel spojený s momentem hybnosti $\vec{L}$ se valí vně kužele spojeného s osou *z* daného kartézského systému (viz obr. 72).

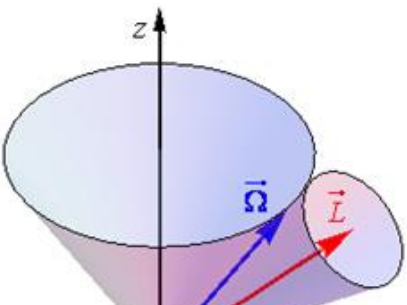
Vektory na obr. 71 a obr. 72 by měly být správně otočeny tak, aby vektor momentu hybnosti $\vec{L}$ měl svislý směr. Bylo by tím lépe naznačeno, že je to právě tento vektor, jehož směr se v prostoru zachovává!

Pro nesymetrický setrvačník je řešení jeho pohybu komplikovanější. Navíc se nezachovává ani směr ani velikost úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$.

U symetrického se zachovává velikost vektoru úhlové rychlosti $\vec{\Omega}$.



Obr. 71



Obr. 72

10 | DOPLŇKY

10.1 | DIGITÁLNÍ TECHNIKA

10.1.1 | Základní pojmy, motivace

V současné době jsme obklopeni řadou přístrojů, které lze zařadit mezi digitální zařízení - počítač, mobilní telefon, automaty na nápoje, automatické regulátory teploty, přehrávače souborů ve formátu MP3, ... Všechna tato zařízení zpracovávají **vstupní logické proměnné**, na základě nichž pomocí jistých **logických operací** vytvoří **výstupní logické proměnné**. Schéma takového zařízení

je zobrazeno na obr. 1.



Obr. 1

Např. u automatu na nápoje (viz obr. 2) si zákazník pomocí tlačítek vybere, že chce kávu s cukrem a s mlékem a na základě toho automat spustí sérii činností: průtokovým ohřívačem začne proudit voda a z příslušných boxů se do proudu vody přimíchá sušené mléko, kávový prášek a cukr. Výsledkem těchto operací je hotová káva s cukrem a mlékem.

Vstupní proměnné tedy jsou: káva, mléko, cukr a výstupní proměnnou je informace, zda lze kávu připravit či nelze.

Jiný sled instrukcí by následoval, kdyby si zákazník vybral polévku nebo čaj.



Obr. 2

Vstupní proměnné se většinou označují symboly x_0, x_1, x_2, ..., x_{n-1}, výstupní proměnné pak symboly y_0, y_1, y_2, ..., y_{m-1}. Máme tedy systém *n* vstupních proměnných a *m* výstupních proměnných, které jsou navzájem svázány systémem *m* logických rovnic typu $y_k = f_k(x_{n-1}, ..., x_2, x_1, x_0)$ pro *k* od 1 do *m* - 1. Hodnoty vstupních proměnných i výstupních proměnných jsou vždy pouze z dvouprvkové množiny {0; 1} (tj. „Ne - Ano“, „Nepravda - Pravda“, ...).

Formálně je zápis velmi podobný „běžným funkcím“

- liší se ale zejména tím, že v digitální technice se hodnoty jak vstupních proměnných (tj. „to, co je na ose *x* “), tak hodnoty výstupních proměnných (tj. „to, co je na ose *y*“) vybírají pouze z čísel 0 a 1.

Důvod, proč jsou vstupní i výstupní proměnné indexovány od 0 a proč jsou vstupní proměnné ve funkcích zapsány sestupně, souvisí s tím, že v digitální technice se používá reprezentace čísel zejména ve dvojkové soustavě a že uvedený způsob zápisu koresponduje se zápisem čísla ve dvojkové soustavě.

Zpracování informací na základě vstupních proměnných provádí i člověk. Ten ovšem nemusí dávat (a často také nedává) odpověď typu „Ne - Ano“, „Nepravda - Pravda“. Digitální zařízení vždy používají tzv. dvoustavovou logiku (binární logiku). To znamená, že výstupní proměnná může nabývat pouze dvou hodnot: 0 nebo 1 „Ne - Ano“ („Nepravda - Pravda“).

Člověk na rozdíl od digitálního zařízení zvládá složitější logiku.

Např. vstup do střeženého objektu může být chráněn buď vrátným nebo digitálním zařízením snímajícím otisky prstu a fotografii obličeje. Osoba, která má oprávnění do objektu vstoupit, měla nehodu: je zraněná v obličeji a prsty na rukou má popáleny. Bude-li sedět u vchodu vrátný, osobu do objektu vpustí, protože jí dokáže poznat

i se zraněními v obličeji, dokáže ji identifikovat podle hlasu, vhodně zvolenou kontrolní otázkou, ... Digitální zařízení snímající otisky prstů a fotografii obličeje ale zraněnou osobu dovnitř nepustí. Kvůli popáleninám je porušena kůže na prstech, nová se ještě zcela nevytvořila a otisky prstů jsou „nečitelné“. Fotografie zraněného obličeje neodpovídá fotografii dané osoby z databáze. Další možnosti ověření totožnosti digitální zařízení nemá.

Digitální technika principielně řeší dva druhy úloh:

1. logickou syntézu - na základě známých vstupních proměnných a známých výstupních proměnných je nutné navrhnout zapojení logické sítě, je nutné navrhnout schéma logického obvodu;

Víme, že chceme z automatu kávu s mlékem (tj. stiskli jsme správná tlačítka) a očekáváme, že skutečně dostaneme kávu s mlékem.

2. logickou analýzu - na základě známých vstupních proměnných a známého logického obvodu je nutné určit, jaké budou výstupní proměnné. Tato metoda umožňuje navrhovat sekvenční obvody - tzv. klopné obvody.

Na tomto principu pracují některé typy pamětí v počítači.

Dále budou popsány metody logické syntézy.

10.1.2 | Číselné soustavy

Lidé ve svém životě používají nejvíce dekadickou číselnou soustavu. To má své důvody: máme 10 prstů na rukou, a proto se v této soustavě dobře počítá. V historických dobách, když lidé začali mít potřebu poprvé počítat (majetek, dluhy, ...), různé národy používali číselné soustavy s různými základy. Nakonec se ale upevnilo postavení dekadické číselné soustavy (desítkové číselné soustavy).

10.1.2.1 | Definice číselných soustav

Pro digitální zařízení je ovšem desítková soustava značně nevhodná. Digitální zařízení pracuje s proměnnými, jejichž hodnoty nabývají buď 0 nebo 1. Proto je vhodné použít binární číselnou soustavu (dvojkovou číselnou soustavu). V některých případech se také používá hexadekadická číselná soustava (šestnáctková číselná soustava).

LIBOVOLNÉ PŘIROZENÉ ČÍSLO *A* LZE ZAPSAT V ČÍSELNÉ SOUSTAVĚ O ZÁKLADU *Z*, KDE *Z* JE PŘIROZENÉ ČÍSLO VĚTŠÍ NEŽ JEDNA, VE TVARU

$$a = \alpha_{n-1}z^{n-1} + \alpha_{n-2}z^{n-2} + \ldots + \alpha_2 z^2 + \alpha_1 z^1 + \alpha_0 z^0 ,$$

(1)

KDE $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_2, a_1, a_0 \in \{0, 1, 2, \ldots, z-1\}$.

Tato definice číselné soustavy není obecná, ale pro účely tohoto textu je postačující.

Např. číslo 285 lze zapsat v nejpoužívanější desítkové soustavě přesně tak, jak se čte: „dvě stě osmdesát pět“ (tj. dvě stovky, osm desítek a pět jednotek). Tedy ho můžeme psát ve tvaru: $285 = 2.100 + 8.10 + 5.1 = 2.10^2 + 8.10^1 + 5.10^0$.

Číslo v desítkové soustavě lze tedy chápat tak, že jeho jednotlivé cifry určují, s jakou „váhou“ se do čísla započítává daná mocnina deseti: $\begin{matrix} 10^2 & 10^1 & 10^0 \\ 2 & 8 & 5 \end{matrix}$.

Chceme-li tedy nějaké číslo vyjádřit v desítkové soustavě, můžeme k tomu použít číslic 0, 1, ..., 9. Ve dvojkové číselné soustavě se používají číslice 0 a 1. Pro šestnáctkovou soustavu je třeba číslice doplnit písmeny tak, abychom dostali šestnáct použitelných znaků: 0, 1, 2, ..., 9, A, B, C, D, E, F (znak A zastupuje 10, znak B zastupuje 11 ... až znak F zastupuje 15).

Znaky, z nichž je číslo obecné číselné soustavy se základem *z* tvořeno, představují násobnost mocnin základu *z*. Znak stojící nejvíce vpravo v daném čísle udává, kolikrát je v daném čísle započítána mocnina z^0, druhé číslo zprava udává, kolikrát je v daném čísle zastoupena

mocnina z^1, ...; obecně tedy $\frac{z^{n-1}\ldots z^2 z^1 z^0}{\alpha_{n-1}\ldots\alpha_2\alpha_1\alpha_0}$, tj. ve shodě se vztahem (1). Z tohoto důvodu je lepší indexovat vstupní proměnné digitálního zařízení zprava do leva.

Pro snadnější orientaci (pokud to nevyplývá z kontextu), v jakých soustavách se pracuje, se používá následující značení: $(285)_{10}$ - číslo dvě stě osmdesát pět v desítkové soustavě, $(101)_2$ - číslo jedna nula jedna ve dvojkové soustavě a podobně. (Pozor! Symbol $(101)_2$ nelze číst: sto jedna ve dvojkové soustavě!)

10.1.2.2 | Převod čísla z libovolné soustavy do dekadické soustavy

Převod čísla ze soustavy s libovolným přirozeným základem do dekadické soustavy je jednodušší než převod opačný.

Obecné číslo $(\alpha\beta\gamma\delta)_z$, kde $z \in \mathbb{N}\setminus\{1\}$ a $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \{0, 1, 2, \ldots, z-1\}$ vlastně znamená, že v daném čísle je δ krát obsaženo z^0, γ krát obsaženo z^1, β krát obsaženo z^2 a α krát obsaženo z^3 (přesně podle vztahu (1)), takže můžeme psát: $(\alpha\beta\gamma\delta)_z = (\alpha z^3 + \beta z^2 + \gamma z^1 + \delta z^0)_{10}$.

$$(1011)_2 = (1.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0)_{10} = (8 + 0 + 2 + 1)_{10} = 11_{10}$$

$$(14B9A)_{16} = (1.16^4 + 4.16^3 + B.16^2 + 9.16^1 + A.16^0)_{10} = (1.65536 + 4.4096 + 11.256 + 9.16 + 10.1)_{10}$$

$= 84890_{10}$

Je dobré si povšimnout toho, že v zápise čísla 14B9A v šestnáctkové soustavě první dva znaky neznamenají číslo 14, ale znaky 1 a 4. Pro číslo 14 má šestnáctková soustava speciální symbol: E.

10.1.2.3 | Převod čísla z dekadické soustavy do soustavy o jiném základu

Převod čísla z dekadické soustavy do soustavy o jiném přípustném základu vysvětlíme na konkrétním příkladu. Převod můžeme provádět dvojím způsobem - buď pomocí matematického postupu a nebo postupným odečítáním. První postup je více automatický, ale vyžaduje vědět, v jakém pořadí získaná čísla pak zapsat. Druhý postup je trošku komplikovanější, ale více vyplývá z logiky daného problému.

První způsob převodu spočívá v postupném dělení zadaného čísla základem číselné soustavy, do níž máme zadané číslo převést.

Máme-li tedy převést číslo do dvojkové soustavy, budeme jej postupně dělit dvěma. A budeme si zapisovat i zbytky po každém dělení. Výpočty pro číslo 39 jsou uvedeny v tab. 1.

Výsledné číslo ve dvojkové soustavě získáme zápisem

zbytků v opačném pořadí, než byly získány při dělení (tj. ve směru šipky v tab. 1). Takže tedy máme: $39_{10} = (100111)_2$.

Dělení	**Zbytek**	
39 : 2 = 19	1	
19 : 2 = 9	1	
9 : 2 = 4	1	
4 : 2 = 2	0	
2 : 2 = 1	0	
1 : 2 = 0	1	

tab. 1

Tato metoda funguje beze změn i pro převody do číselných soustav s jinými přípustnými základy.

Druhý způsob převodu čísla z desítkové soustavy do soustavy s jiným přípustným základem *z* spočívá v postupném porovnávání čísla s mocninami čísla *z*. Tento způsob převodu je vhodný zejména při převodu do dvojkové soustavy, protože mocniny čísla dva jsou jednoduše spočitatelné.

Máme-li tedy převést číslo do dvojkové soustavy, připomeneme si mocniny čísla dvě: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, … Budeme chtít převést stejné číslo jako v minulém způsobu převádění, tj. číslo 39. Najdeme nejbližší menší mocninu čísla 2, tj. $32 = 2^5$ a víme tedy, že číslo bude ve dvojkové soustavě 5-ti místné.

V terminologii digitální techniky se používá termín 5tibitové číslo, protože k reprezentaci takového čísla je potřeba 5 bitů.

Od čísla 39 odečteme tedy 32, čímž získáme 7, a pokračujeme dále. Nejbližší nižší mocnina čísla 2, která je menší než 7, je až 4. To znamenám, že místo „nevyužité“ šestnáctky a osmičky budou ve výsledném čísle dvě nuly. Dále postupujeme stejným způsobem jako na začátku: od čísla 7 odečteme čtyřku a od výsledku pak dvojku a ještě jedničku. Za každou úspěšně provedenou operaci, kterou lze v množině přirozených čísel vyčíslit, zapíšeme do převedeného čísla jedničku. Za neúspěšnou operaci zapíšeme 0. Přehledně je postup zobrazen v tab. 2.

Rozdíl	**Váha**	
39 - 32 = 7	1	
7 - 16 nelze	0	
7 - 8 nelze	0	
7 - 4 = 3	1	
3 - 2 = 1	1	
1 - 1 = 0	1	

tab. 2

Výsledné číslo tentokráte zapisujeme v tom pořadí, v jakém jsme získávali průběžné výsledky. Tedy $39_{10} = (100111)_2$.

V případě, že bychom chtěli tímto způsobem převést

číslo např. do číselné soustavy se základem 3, museli bychom být opatrnější. U číselných soustav se základem vyšším než 2 se může příslušná mocnina vyskytnout v daném čísle několikrát. V tab. 3 je zobrazen převod čísla 61 do soustavy se základem 3. (Mocniny čísla tři jsou: 1, 3, 9, 27, 81, ...)

Rozdíl	**Váha**	
61 - 27 = 34 34 - 27 = 7	2	
7 - 9 nelze	0	
7 - 3 = 4 4 - 3 = 1	2	
1 - 1 = 0	1	

tab. 3

Platí tedy: $61_{10} = (2021)_3$.

10.1.3 | Booleova algebra

Tento druh algebry zavedl v 19. století anglický matematik George Boole (1815 - 1864). Zpočátku se jednalo pouze o zjednodušení zápisu matematických vět a jejich důkazů a o metodu, jak zpřehlednit práci s logickými výroky. V roce 1937 obhájil diplomovou práci mladý americký budoucí inženýr Claude Elwood Shannon (1916 - 2001) a v ní ukázal, jak Booleovu algebru použít k popisu a konstrukci složitých sítí přepínačů

(elektromagnetických relé).

Booleovu algebru lze chápat jako nauku o operacích na množině obsahující dvě logické konstanty 0 a 1 a dále logické proměnné, které se označují malými písmeny (např. *a*, *b*, *c*, *x*, *y*, *z*, x_0, x_1, x_2, ...). Booleova algebra používá tento základní soubor operací:

1. logický součin - běžně se označuje operátorem $\wedge$ (*a*, *a zároveň*, AND), v technické praxi se označuje tečkou resp. vynecháním tečky;
2. logický součet - běžně se označuje operátorem $\vee$ (*nebo*, OR), v praxi se běžně používá symbol +;
3. negace - značí se buď symbolem $\neg$ před operandem a nebo vodorovnou čárkou nad operandem.

Vzhledem k tomu, že logická proměnná může nabývat pouze dvou hodnot 0 a 1, není Booleova algebra algebrou čísel, ale **algebrou stavů**. Logické funkce se velmi často pro přehlednost zapisují pomocí pravdivostní tabulky. Pro *n* proměnných, z nichž každá může nabývat dvou stavů, dostáváme celkem $k = 2^n$ kombinací. Pro *n* proměnných tedy existuje celkem 2^k funkcí.

Pro dvě proměnné tedy dostáváme celkem $2^4 = 16$ funkcí (viz tab. 4).

a	b	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

tab. 4

Řada funkcí, které jsou definovány v tab. 4, se běžně nepoužívá. Některé z nich ale mají natolik zajímavé vlastnosti, že se označují speciálními symboly:

1. f_0, f_{15} - identické funkce (tzv. triviální identity): f_0 identicky rovna 0, f_{15} identicky rovna 1 pro všechny hodnoty vstupních proměnných;
2. f_1 - funkce AND;
3. f_7 - funkce OR (slučovací *nebo*);
4. $f_{14} = \overline{f_1}$ - funkce NAND (negace AND);
5. $f_8 = \overline{f_7}$ - funkce NOR (negace OR);
6. f_6 - funkce XOR (vylučovací *nebo*);

Rozdíl mezi významem OR a XOR pochopíme asi nejlépe na příkladu z praxe. Ve větě „Mléko se prodává v papírových krabicích nebo v plastových láhvích.“ je *nebo* použito ve významu OR - slučovací *nebo*. Mléko se totiž může prodávat „v krabicích *a taky* v láhvích“.

Ve větě „Dneska večer půjdu do kina nebo do divadla.“ je *nebo* použito ve smyslu XOR - vylučovací *nebo*. Navštívím jen jedno představení - „*buď* kino *a nebo* divadlo“ (ale ne obě najednou).

7. $f_9 = \overline{f_6}$ - funkce ekvivalence;

8. f_{13} - funkce implikace $a \Rightarrow b$ (ta se ovšem v digitální technice nepoužívá).

Pro tři proměnné *a*, *b* a *c* platí v Booleově algebře zákony, které jsou vypsány v tab. 5.

	Logický součin	**Logický součet**
Komutativní zákony	$a.b = b.a$	$a+b = b+a$
Asociativní zákony	$a.(b.c) = (a.b).c$	$a+(b+c) = (a+b)+c$
Distributivní zákony	$a+(b.c) = (a+b).(a+c)$	$a.(b+c) = a.b+a.c$
Zákony vyloučeného třetího	$a.\overline{a} = 0$	$a+\overline{a} = 1$
Zákony neutrality	$a.1 = a$	$a+0 = a$
Zákony agresivity	$a.0 = 0$	$a+1 = 1$
Zákony o idempotenci prvků	$a.a = a$	$a+a = a$
De Morganovy zákony	$\overline{x.y} = \overline{x}+\overline{y}$	$\overline{x+y} = \overline{x}.\overline{y}$
Zákon dvojité negace	$\overline{\overline{a}} = a$	
Princip duality	$ab = c \Leftrightarrow \overline{a}+\overline{b} = \overline{c}$	$a+b = c \Leftrightarrow \overline{a}.\overline{b} = \overline{c}$

tab. 5

Pozor na distributivní zákon pro logický součin (tj. na výraz $a+(b.c) = (a+b).(a+c)$) - ten v algebře reálných čísel neexistuje!

Jak logické funkce (např. z funkce z tab. 4), tak i platnost zákonů Booleovy algebry (sepsaných v tab. 5) lze rozšířit na více proměnných.

Např. $a \wedge b \wedge c$ lze na základě asociativního zákona psát ve tvaru $(a \wedge b) \wedge c$, ve kterém jsou oba logické součty ($\wedge$) aplikovány vždy na dvě proměnné. Po aplikaci prvního logického součtu máme $d = a \wedge b$ a následně

provedeme logický součet $d \wedge c$.

10.1.4 | Logické funkce

Libovolnou funkci $f(a,b,\ldots)$ vstupních logických proměnných *a*, *b*, ... lze zapsat ve dvou základních tvarech: v základním součtovém tvaru (úplná normální disjunktivní forma) a nebo v základním součinovém tvaru (úplná konjunktivní normální forma).

Funkci zapsanou v **základním součtovém tvaru** získáme jako součet základních součinů přímých nebo negovaných proměnných. Zapisujeme pouze základní součiny (tzv. **mintermy**) u těch kombinací přímých nebo negovaných proměnných, ve kterých nabývá funkce *f* hodnoty 1. V mintermu zapisujeme proměnné, které nabývají v příslušné kombinaci hodnoty 1, jako přímé proměnné a proměnné, které nabývají v hodnoty 0, jako proměnné negované.

Funkci zapsanou v **základním součinovém tvaru** získáme jako součin základních součtů přímých nebo negovaných proměnných. Zapisujeme pouze základní součty (tzv. **maxtermy**) u těch kombinací přímých nebo negovaných proměnných, u kterých nabývá funkce *f* funkční hodnotu 0. V maxtermu zapisujeme proměnné, které nabývají v příslušné kombinaci hodnoty 0, jako přímé proměnné, a proměnné, které nabývají hodnoty 1, jako negované proměnné.

V praxi se používají mnohem častěji mintermy a součtový tvar zápisu logické funkce než maxtermy a součinový tvar zápisu logické funkce. Souvisí to s tím, že se v praxi používají hradla NAND.

Rozdíl mezi mintermy a maxtermy je patrný z tab. 6, v níž jsou hodnoty funkce *f* zvoleny náhodně.

a	***b***	***c***	***f***	**Mintermy**	**Maxtermy**
0	0	0	1	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$	$a+b+c$
0	0	1	0	$\bar{a}\bar{b}c$	$a+b+\bar{c}$
0	1	0	0	$\bar{a}b\bar{c}$	$a+\bar{b}+c$
0	1	1	1	$\bar{a}bc$	$a+\bar{b}+\bar{c}$
1	0	0	1	$a\bar{b}\bar{c}$	$\bar{a}+b+c$
1	0	1	0	$a\bar{b}c$	$\bar{a}+b+\bar{c}$
1	1	0	1	$ab\bar{c}$	$\bar{a}+\bar{b}+c$
1	1	1	0	abc	$\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}$

tab. 6

Základní součtový tvar funkce *f* podle tab. 6 je

$$f=\bar{a}\bar{b}\bar{c}+\bar{a}bc+a\bar{b}\bar{c}+ab\bar{c},$$

(2)

základní součinový tvar funkce *f* je

$$f=\left(a+b+\bar{c}\right).\left(a+\bar{b}+c\right).\left(\bar{a}+b+\bar{c}\right).\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}\right).$$

(3)

S využitím Booleovy algebry lze základní součtový tvar (2) funkce *f* dále zjednodušit (o základním součinovém tvaru mluvit nebudeme, protože se v praxi nepoužívá). Při

zjednodušování tvaru zápisu logické funkce je nutné dodržet i prioritu prováděných operací:

1. závorky;
2. negace;
3. logický součin;
4. logický součet.

Nyní zjednodušíme logickou funkci *f*, která je zapsána v základním součtovém tvaru (2): $f = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + ab\bar{c} = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + ab\bar{c} =$ (použití komutativního zákona) $= (\bar{a} + a)\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + ab\bar{c} =$ (distributivní zákon) $= 1.\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + ab\bar{c} =$ (zákon vyloučeného třetího) $= \bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + ab\bar{c}$ (zákon neutrality). Získali jsme tedy logickou funkci v jednodušším tvaru

$$f = \bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + ab\bar{c}\,, \tag{4}$$

než měla na začátku úprav (viz vztah (2)). Toto zjednodušení je podstatné pro sestavování logických obvodů.

Funkční hodnota logické funkce nemusí být pro některé kombinace vstupních logických proměnných jednoznačně určena resp. se může jednat o případ, který v praxi nemůže nastat (např. měřená veličina je mimo měřící rozsah). Taková funkční hodnota se vyznačuje v pravdivostní tabulce křížkem („X“) a logické funkci, která tyto stavy obsahuje, se říká **neurčitá logická funkce** (**neúplná logická funkce**). Při minimalizaci předpisu

logické funkce si pak lze místo neurčité funkční hodnoty představit buď nulu nebo jedničku - podle dané situace.

Zjednodušit předpis logické funkce je možné i pomocí tzv. Karnaughových map.

10.1.5 | Realizace logických funkcí

Logické funkce pracují na základě dvoustavové logiky (využívají dvě hodnoty vstupních proměnných - 0 nebo 1). Proto se principiálně jedná o řízené spínače.

Ve dvoustavové logice pracuje např. vypínač lustru: má dvě polohy (dva stavy) - zapnuto nebo vypnuto. Podobně pracuje semafor - každé z jeho světel má dva možné stavy - svítí nebo nesvítí. Také vypouštění umyvadla je popsáno dvěma stavy - voda z umyvadla teče nebo voda z umyvadla neteče.

10.1.5.1 | Druhy spínání

Spínání, které bude realizovat změnu jednoho stavu na druhý, může být realizováno několika způsoby:

1. mechanicky (pomocí pák, vaček, …) - toto spínání je velmi pomalé, protože doby zpoždění (tj. doby nutné na změnu jednoho stavu na druhý) jsou řádově až 10 s a vyžaduje příkon až 10 kW;
2. hydraulicky (pneumaticky) - doby zpoždění

jsou řádově 10 ms až 1 s a zařízení vyžaduje příkon řádově jednotky wattů;
3. elektrickými obvody z diskrétních součástek;
4. číslicovými integrovanými obvody - jsou v současnosti nejvíce používané.

Mezi elektrické obvody z diskrétních součástek patří elektromagnetická relé, tranzistory a diody. Elektromagnetická relé jsou ovšem v současnosti již zastaralá - jejich doby zpoždění se pohybují v řádech 100 ms. Tranzistory a diody mají doby zpoždění menší než 10 ms a vyžadují výkon menší než 10 mW. Tento způsob realizace spínačů se využívá v současnosti spíše na amatérské úrovni. Konkrétně se používá:

1. DL - diodová logika, pomocí níž se sestavují pasivní obvody;
2. DTL - diodo tranzistorová logika realizovaná tak, že na vstupu obvodu je dioda a na výstupu tranzistor;
3. RTL - rezistor tranzistorová logika realizovaná tak, že na vstupu obvodu jsou rezistory a na výstupu obvodu jsou tranzistory.

V současné době jsou nejvíce používané číslicové integrované obvody (digitální integrované obvody):

1. TTL - tranzistor tranzistorová logika realizovaná bipolárními tranzistory, které jsou na vstupu i výstupu obvodu. Tento druh spínání obvodů je velmi rychlý - doba

zpoždění je řádově 10 ns s příkonem menším než 10 mW na hradlo.

2. ECL - emitorově vázaná logika sestavená z bipolárních tranzistorů. Zatím je to nejrychlejší způsob spínání: doba zpoždění je pod 1 ns s příkonem řádově 10 mW na hradlo. Nevýhodou tohoto druhu spínání je, že není kompatibilní s TTL a CMOS.
3. CMOS - spínače realizované unipolárními tranzistory typu P a typu N (komplementární FETy). Ve srovnání s TTL jsou pomalejší (doba zpoždění je obvykle vyšší než 10 ns, což je způsobeno nižší pohyblivostí děr), ale mají nejnižší příkony (10 nW až 100 nW na hradlo). Jejich nevýhodou je velká citlivost na statickou elektřinu - proto mají velmi vysoký vstupní odpor. S jistou opatrností jsou kompatibilní s TTL.
4. NMOS - realizovány tranzistory typu N - FET s dobou zpoždění podobnou jako má TT a s příkonem vyšším než CMOS (řádově $10\,\mu W$ na hradlo). Jsou velmi citlivé na statickou elektřinu.

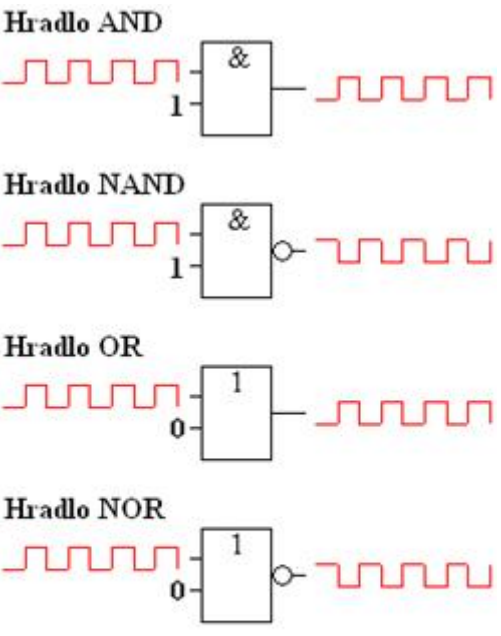
Logické obvody se staly jednou ze základních forem integrovaných obvodů proto, že logické obvody se v číslicových zařízeních často mnohonásobně opakují a navíc u logických obvodů nejsou podstatné tolerance jednotlivých parametrů tranzistoru.

10.1.5.2 | TTL logika

Z důvodů uvedených v odstavci 1.5.1 se velmi často jak na amatérské úrovni, tak na profesionální úrovni používá spínání založené na TTL. Vzhledem k tomu, že je nutné pomocí integrovaných obvodů realizovat logické funkce, vyrábějí se:

1. hradlo AND - realizuje logický součin $y = x_1 x_0$;
2. hradlo NAND - realizuje negaci logického součinu $y = \overline{x_1 x_0}$;
3. hradlo OR - realizuje logický součet $y = x_1 + x_0$;
4. hradlo NOR - realizuje negaci logického součtu $y = \overline{x_1 + x_0}$;
5. hradlo INVERTOR - realizuje negaci vstupní proměnné $y = \overline{x_0}$.

Schématické značky popsaných hradel a ukázky vybraných vstupů těchto hradel spolu s výstupy jsou zobrazeny na obr. 3.



Obr. 3

Každé z těchto hradel má vstup (*input*) a výstup (*output*). Hodnoty logických nul a logických jedniček jsou realizovány různým napětím přivedeným na vstup hradla. Podle hodnoty napětí na výstupu hradla pak pracuje další část obvodu: logické jedničce odpovídá jiný interval napětí

než odpovídá logické nule. Na obr. 4 jsou hladiny napětí hradel schématicky zobrazeny. Označení odpovídá této legendě:

U_{I} je napětí na vstupu hradla;

U_{O} je napětí na výstupu hradla;

U_{CC} je napětí zdroje, k němuž je hradlo připojeno, a jeho hodnota je +5 V;

U_{IH} je napětí odpovídající logické jedničce na vstupu hradla, pro které platí $U_{\mathrm{IH}} \in \langle 2;5 \rangle \mathrm{V}$;

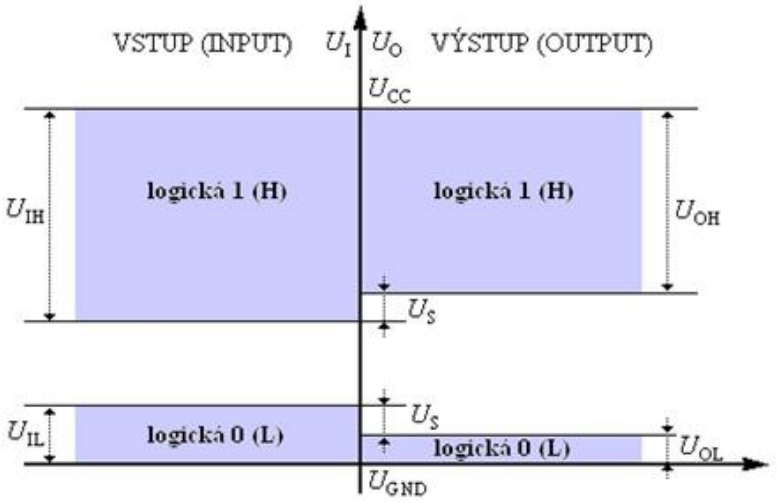
U_{IL} je napětí odpovídající logické nule na vstupu hradla, pro které platí $U_{\mathrm{IL}} \in \langle 0;0{,}8 \rangle \mathrm{V}$;

U_{OH} je napětí odpovídající logické jedničce na výstupu hradla, pro které platí $U_{\mathrm{OH}} \in \langle 2{,}4;5 \rangle \mathrm{V}$;

U_{OL} je napětí odpovídající logické nule na výstupu hradla, pro které platí $U_{\mathrm{OL}} \in \langle 0;0{,}4 \rangle \mathrm{V}$;

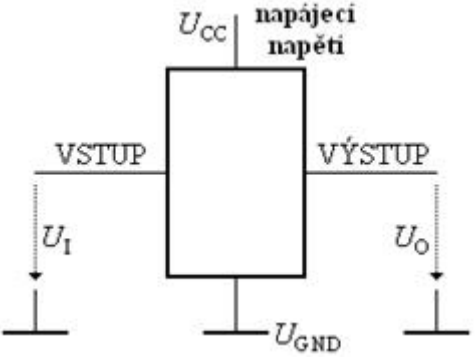
U_{S} je napětí statické šumové imunity, jehož hodnota je 0,4 V (tj. $2{,}4-2{,}0\,\mathrm{V}=0{,}4\,\mathrm{V}$ resp. $0{,}8-0{,}4\,\mathrm{V}=0{,}4\,\mathrm{V}$). Toto napětí vyjadřuje, do jaké míry může být výstupní napětí ovlivněno různými šumy nebo parazitní elektromagnetickou indukcí v daném obvodu, aniž by ovlivnilo správnou činnost obvodu (tj. hlavně detekci stavu na vstupu do následujícího integrovaného obvodu).

Oblast napětí mezi 0,8 V a 2,0 V je zakázaná oblast, tzn. je nutné zabezpečit, aby napětí v daném obvodu nenabývalo hodnot z tohoto intervalu.



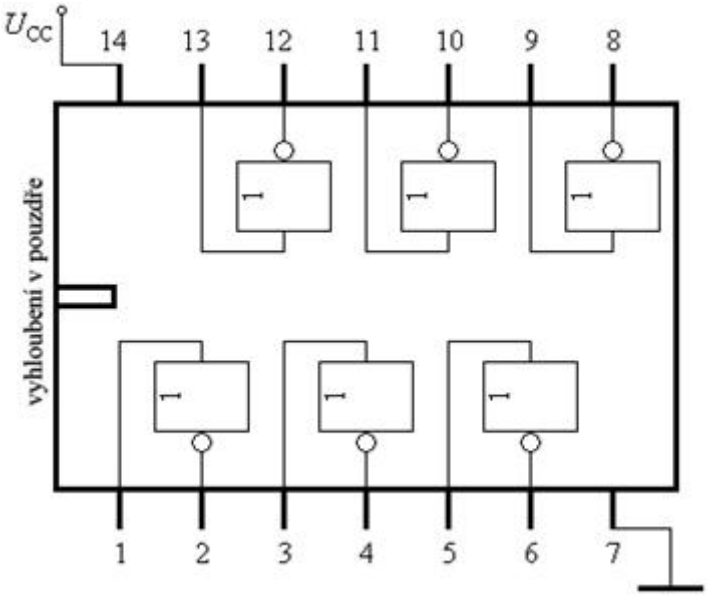
Obr. 4

Každé z hradel má svá specifika (různé parametry, způsob zapojení, ...). Obecně je činnost hradla velmi jednouchá: má jeden nebo více vstupů, jeden výstup, napájení a uzemnění (viz obr. 5).

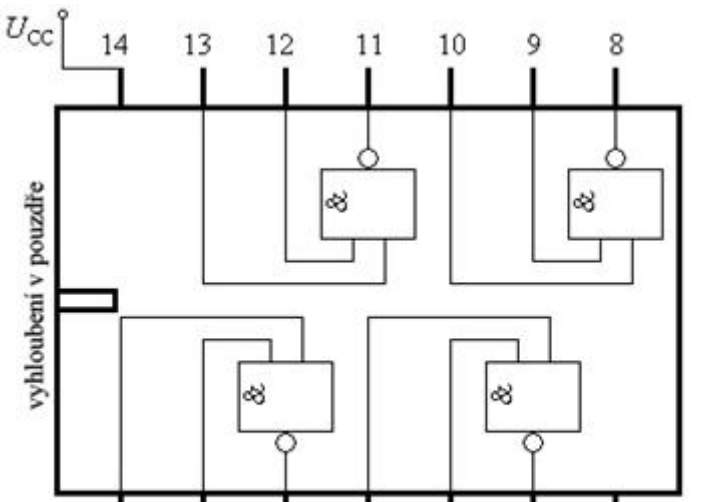


Obr. 5

V praxi se pak většinou vyrábí z ekonomických důvodů i praktických důvodů více hradel téhož druhu v jednom pouzdře. Pouzdra mají normalizované značení a k dané součástce je nutné mít k dispozici schéma jejího zapojení. Na obr. 6 je zobrazena jedna z možností zapojení více dvouvstupých hradel NAND (TTL74LS00) a na obr. 7 jedna z možností zapojení více hradel INVERTOR (TTL74LS04). Obě součástky jsou zakresleny při pohledu shora.



Obr. 6

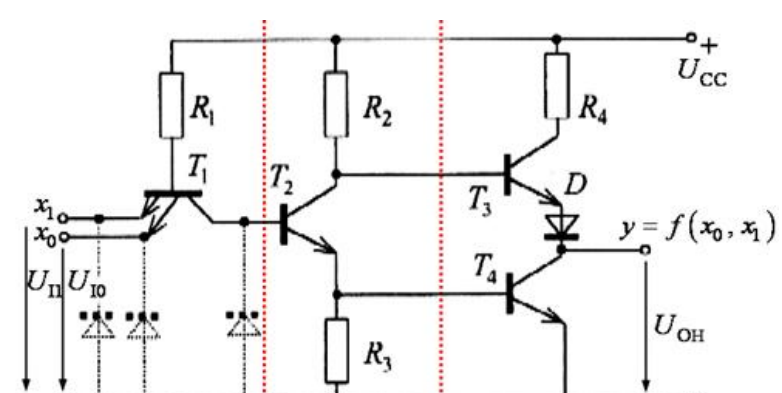


Obr. 7

10.1.5.3 | Hradlo NAND

Vzhledem k jisté „unifikovanosti“ hradel se v praxi velmi často používá pouze jeden typ hradla s tím, že ostatní hradla lze pomocí jednoho vybraného hradla realizovat také. V praxi (zejména pro účely tohoto textu) se často používá jen hradlo NAND a INVERTOR. Zapojení integrované struktury logického obvodu hradla NAND se dvěma vstupy x_0 a x_1 a jedním výstupem *y* je zobrazeno

na obr. 9.



Obr. 9

Hodnoty odporů uvedených rezistorů jsou $R_1 = 4\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 1{,}6\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 1\,\mathrm{k\Omega}$ a $R_4 = 130\ \Omega$.

Tranzistor T_1 rozděluje proud tekoucí jeho bází a rezistorem o odporu R_1. Je-li alespoň jeden ze vstupů x_0 a x_1 na úrovni logická nula (úroveň *L* - viz obr. 8), tj. je spojen se zemnícím vodičem, protéká zmíněný proud přes přechod báze - emitor tranzistoru T_1 (tento přechod je zapojen v propustném směru). Tranzistor T_1 je tak saturován - tj. na jeho kolektoru je velmi malé napětí, a tranzistor T_2 je proto uzavřen. Jeho emitorový proud je velmi malý, a proto napětí na rezistoru s odporem R_3 je

také velmi malé. Tranzistor T_4 je proto uzavřen. Proud procházející rezistorem o odporu R_2 prochází i přes emitorový přechod tranzistoru T_3 a přes diodu *D* do zátěže připojené na výstup *y*. Tímto proudem se saturuje tranzistor T_3 a proud procházející zátěží dosáhne hodnoty I_{OH}. Napětí na zátěži dosáhne hodnoty U_{OH}, pro kterou platí

$$U_{OH} = U_{CC} - U_{s3} - U_D - I_{OH}R_4 ,$$

(5)

kde U_{s3} je saturační napětí tranzistoru T_3 (řádově 0,1 V) a U_D je napětí na diodě *D* (řádově 0,7 V). Přitom zanedbáme proud procházející bázi tranzistoru T_3.

Vzhledem k tomu, že

$$I_{OH} = \frac{U_{OH}}{R_z} ,$$

(6)

kde R_z je odpor zátěže, je možné pro napětí U_{OH} definované vztahem (4) postupně psát: $U_{OH} = U_{CC} - U_{s3} - U_D - I_{OH}R_4 = U_{CC} - U_{s3} - U_D - \frac{U_{OH}}{R_z}R_4$, odkud $U_{OH}\left(1+\frac{R_4}{R_z}\right) = U_{CC} - U_{s3} - U_D$. Dostáváme tedy

$$U_{OH} = \frac{U_{CC} - U_{s3} - U_D}{1+\frac{R_4}{R_z}} .$$

(7)

Pro hodnoty $U_{CC} = 5\ \mathrm{V}$ a $R_z = 1\ \mathrm{k\Omega}$ je podle vztahu (6)

$U_{OH} = 3{,}72\ V$. Tato hodnota leží v oblasti, ve které detekujeme na výstupu hradla úroveň odpovídající logické jedničce.

Na základě předpokládaných hodnot vstupních proměnných x_0 a x_1 jsme získali výsledek, který je ve shodě s činností hradla NAND.

Přivedeme-li na oba vstupy x_0 a x_1 napětí vyšší než 2 V (tj. budou ve stavu logická jednička), bázový proud tranzistoru T_1 bude procházet přes kolektorový přechod na bázi tranzistoru T_2 a tranzistor T_2 se proto otevře. Napětí na bázi tranzistoru T_4 dosáhne hodnoty, při níž se tranzistor T_4 saturuje a napětí na jeho výstupu dosáhne hodnoty menší než 0,4 V. Napětí na kolektoru tranzistoru T_2 nedosahuje hodnoty nutné k průchodu bázového proudu tranzistorem T_3 - proto je tranzistor T_3 uzavřen. Diodou *D* a tedy i zátěží připojenou k výstupu *y* hradla prochází nulový proud. Na výstupu hradla je tedy nízká úroveň napětí - výstup je ve stavu logické nuly.

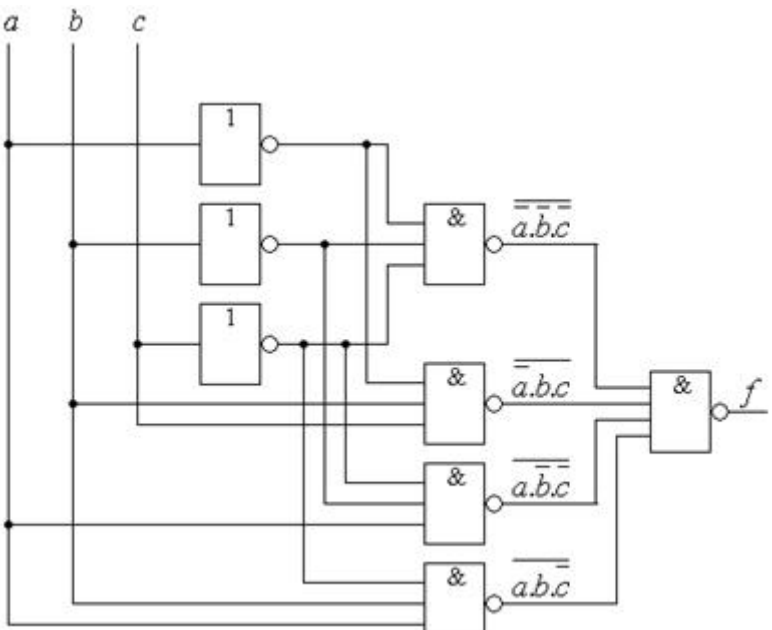
Tento stav je ve shodě s hodnotami vstupních proměnných x_0 a x_1 a s očekávaným výstupem hradla NAND.

Diody vyznačené ve schématu na obr. 9 tečkovaně chrání obvod při záporných vstupních napětích.

Pomocí hradel NAND je možné zapojit logické sítě libovolné logické funkce. Proto je nutné minimalizovanou

logickou funkci přepsat ve tvaru, v němž se vyskytuje pouze negace součinu negovaných logických součinů. Do tohoto tvaru je možné součtový tvar zápis logické funkce upravit s využitím Booleovy algebry.

Pomocí dvouvstupého hradla NAND lze vytvořit i hradla vícevstupá, která se v praxi často používají.



Obr. 10

Na základě tab. 6 byl vytvořen součtový tvar zápisu logické funkce *f* ve tvaru (4): $f = \overline{a}.\overline{b}.\overline{c} + \overline{a}.b.c + a.\overline{b}.\overline{c} + a.b.\overline{c}$. Ten

lze přepsat tak, aby bylo možné tuto funkci realizovat pomocí hradel NAND:

$$f = \bar{a}.\bar{b}.\bar{c} + \bar{a}.b.c + a.\bar{b}.\bar{c} + a.b.\bar{c} = \overline{\overline{\bar{a}.\bar{b}.\bar{c} + \bar{a}.b.c + a.\bar{b}.\bar{c} + a.b.\bar{c}}} = \overline{\overline{\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}} \cdot \overline{\bar{a}.b.c} \cdot \overline{a.\bar{b}.\bar{c}} \cdot \overline{a.b.\bar{c}}}$$

(byl použit zákon dvojité negace a následně de Morganův zákon). Logický obvod odpovídající této funkci bude vytvořen pomocí čtyř třívstupých hradel NAND, jednoho čtyřvstupého hradla NAND a pomocí tří hradel INVERTOR (viz obr. 10).

Zůstanou-li nějaké vstupy hradla nepoužité (tj. nejsou zapojeny), zapojí se tyto nepoužité vstupy na logickou jedničku (tj. připojí se ke kladné svorce zdroje napětí U_{CC}) přes ochranný rezistor o odporu zhruba $1\,\mathrm{k\Omega}$ až $1{,}5\,\mathrm{k\Omega}$. Realizujeme tak vztah Booleovy algebry $a.1 = a$.

> Tato situace může nastat tehdy, když potřebujeme pro určitou úlohu např. 5tivstupé hradlo NAND, které nemáme. Máme ale osmivstupé hradlo, které použijeme s tím, že tři nevyužité vstupy připojíme na logickou jedničku.

10.1.5.4 | Zatížení vstupů a výstupů hradel

Při zapojování zátěže (ve většině případů to bude LED) k hradlu je nutné si uvědomit, že existuje jistý maximální proud, který může hradlem téct, aniž by hradlo poškodil. Tento maximální proud je $I_{\mathrm{IL}} = I_{\mathrm{IH}} = 1{,}6\,\mathrm{mA}$ (tj. je to proud

procházející vstupem hradla jak při stavu logická nula, tak při stavu logická jednička). Dále je nutné vzít v úvahu hodnoty napětí, které odlišují logickou nulu od logické jedničky (přehledně jsou hodnoty napětí uvedeny na obr. 11 a dále popsány v odstavci 1.5.2; tato legenda značení bude použita).

Při výpočtu hodnoty odporu ochranného rezistoru, kterým budeme chránit vstup hradla před poškozením, je nutné rozlišit dva případy:

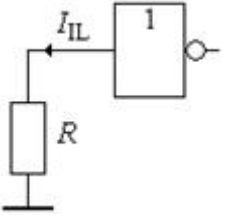
1. vstup připojený k logické nule (tj. uzemnění vstup) - napětí na rezistoru *R* (viz obr. 12) je napětí U_{IL}, pro které platí $U_{\mathrm{IL}} < U_{\mathrm{ILmax}} = 0{,}8\ \mathrm{V}$. Pro hodnotu rezistoru *R* pak můžeme psát $R = \frac{U_{\mathrm{IL}}}{I_{\mathrm{IL}}} < \frac{U_{\mathrm{ILmax}}}{I_{\mathrm{IL}}} = \frac{0{,}8}{0{,}016}\ \Omega = 500\ \Omega$.
2. vstup připojený k logické jedničce - pro napětí U_{R} na rezistoru *R* (viz obr. 13) platí $U_{\mathrm{R}} = U_{\mathrm{CC}} - U_{\mathrm{IH}}$, přičemž $U_{\mathrm{IH}} > U_{\mathrm{IHmin}} = 2\ \mathrm{V}$. Vzhledem k tomu, že platí $U_{\mathrm{R}} = RI_{\mathrm{IH}}$, lze pro hodnotu odporu rezistoru *R* psát: $R = \frac{U_{\mathrm{CC}} - U_{\mathrm{IH}}}{I_{\mathrm{IH}}} = \frac{5-2}{0{,}016}\ \Omega = 1875\ \Omega$. V praxi se většinou používá rezistor s odporem $1\ \mathrm{k\Omega}$ až $1{,}5\ \mathrm{k\Omega}$.

Vypočtené hodnoty odporů rezistorů jsou dostatečné pro potlačení zvlnění nedokonalého napájecího zdroje při pevném připojení hradla na logickou nulu resp. na logickou

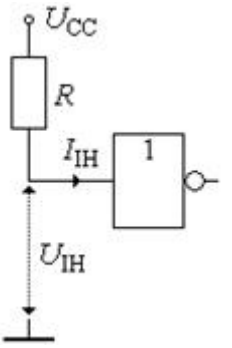
jedničku.

Zatížení výstupu hradla nemůže být také libovolné:

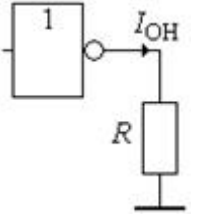
1. výstup ve stavu logická jednička - odpor *R* zátěže je nutno volit tak, aby byly (podle obr. 14) splněny nerovnosti:
   $U_R = U_{OH} > U_{OHmin} = 2,4\ V$ při průchodu elektrického proudu s minimální hodnotou. Pokud bude $U_R = U_{OH} = U_{OHmax} = U_{CC}$, smí obvodem procházet nejvýše elektrický proud s maximální hodnotou $I_{OHmax} = 8\ mA$.
2. výstup ve stavu logická nula - hodnota odporu *R* zátěže se volí tak, aby při průchodu elektrického proudu s minimální hodnotou pro napětí podle obr. 15 platilo $U_{CC} - U_R = U_{OL} < U_{OLmax} = 0,4\ V$. Pokud bude $U_{OL} = U_{OLmin} = U_{GND} = 0\ V$, pak smí obvodem procházet nejvýše elektrický proud s maximální povolenou hodnotou $I_{OLmax} = 16\ mA$.



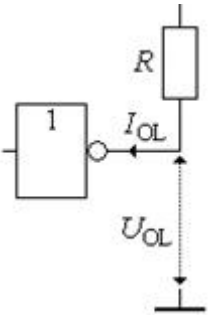
Obr. 12



Obr. 13



Obr. 14



Obr. 15

10.1.5.5 | Připojení LED k hradlům

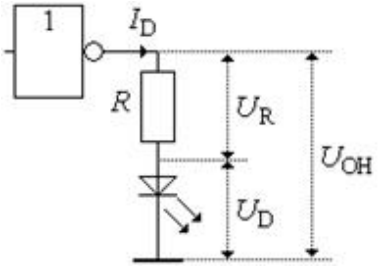
Velmi často se stav hradla indikuje připojenou LED, která má prahové napětí diody U_D a kterou smí procházet maximálně proud I_D. Hodnoty prahového napětí U_D a maximálního proudu, který smí LED procházet, lze najít ve specifikacích k jednotlivým druhům LED. Pro nejběžněji používané nízkopříkonové LED vyzařující světlo červené barvy je $U_D = 1,6\ \mathrm{V}$ a $I_D \in \langle 3;5 \rangle \mathrm{mA}$; hodnoty proudu I_D jsou přitom menší než maximální proud, který hradlem ve stavu H na výstupu teče (tj. $I_{OHmax} = 8\ \mathrm{mA}$).

LED může svým svitem signalizovat stav logické jedničky i stav logické nuly na výstupu hradla. V obou případech je nutné zapojit spolu s LED i ochranný rezistor, který zabrání jejímu přepálení:

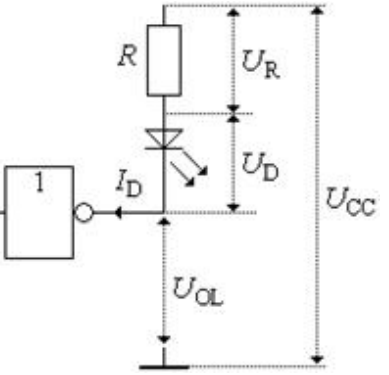
1. LED svítí ve stavu logická 1 (stav *H*) - podle

obr. 16 platí $U_{OH} = U_R + U_D$, přičemž nejkritičtější je situace pro $U_{OH} = U_{CC}$ (sériová kombinace ochranného rezistoru a diody je připojena k nejvyššímu napětí, a proto obvodem prochází nejvyšší elektrický proud). Proto tedy určíme odpor ochranného rezistoru pro tento případ: $U_{CC} = U_R + U_D = RI_D + U_D$. Odsud dostáváme $R = \frac{U_{CC} - U_D}{I_D}$ a po dosazení známých hodnot získáme: $R = \frac{5 - 1{,}6}{0{,}003}\,\Omega = 1133\,\Omega$.

2. LED svítí ve stavu logická 0 (stav *L*) - podle schématu na obr. 17 platí: $U_{CC} = U_R + U_D + U_{OL}$. Nejhorší situace nastane pro $U_{OL} = U_{GND} = 0\ \mathrm{V}$ (sériová kombinace rezistoru a diody, které jsou připojené ke konstantnímu napětí U_{CC}, bude mít nejvyšší napětí a obvodem tak bude procházet nejvyšší proud). Proto určíme hodnotu odporu *R* ochranného rezistoru pro tento případ: $U_{CC} = U_R + U_D = RI_D + U_D$, odkud dostáváme stejný vztah jako v případě zapojení, kdy LED svítí ve stavu logické jedničky, tj. $R = \frac{U_{CC} - U_D}{I_D}$. Po dosazení získáme opět hodnotu odporu v řádu $1\ \mathrm{k\Omega}$.



Obr. 16



Obr. 17

Při praktickém zapojování pak zvolíme jmenovitou hodnotu odporu ochranného rezistoru, která se nejvíce blíží vypočítané hodnotě *R*. Svítí-li LED málo jasně, můžeme jmenovitou hodnotu odporu ochranného rezistoru snížit.

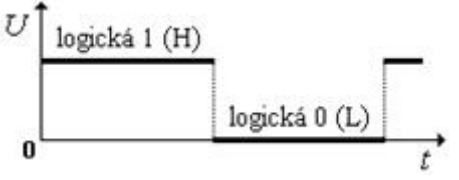
10.1.5.6 | Pozitivní logika a negativní logika

Hradla mohou pracovat ve dvojím druhu logiky:

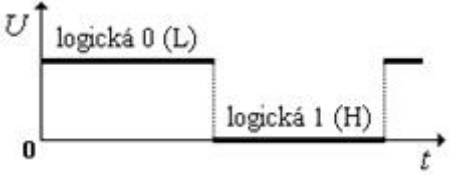
1. pozitivní logika - v ní logické jedničce (stavu *H*) odpovídá velká kladná hodnota fyzikální veličiny (většinou napětí), logické nule (stavu *L*) odpovídá malá (resp. nulová nebo záporná) hodnota téže fyzikální veličiny (schématicky viz obr. 18);

2. negativní logika - v ní logické jedničce (stavu *H*) odpovídá malá (resp. nulová nebo záporná) hodnota fyzikální veličiny (většinou napětí), logické nule (stavu *L*) pak odpovídá velká kladná hodnota téže fyzikální veličiny (schématicky viz obr. 19).

Při zapojování logických obvodů se většinou používá pozitivní logika. U složitějších digitálních zařízeních (multiplexery, klopné obvody, ...), se pak většinou kombinují oba přístupy.



Obr. 18



Obr. 19

10.1.5.7 | ***Značení hradel

Od roku 1965 se obvody s víceemitorovými tranzistory rozvíjely v ucelenou řadu označovanou TTL (tranzistor-tranzistor-logika). První písmeno zkratky označuje použitý prvek na vstupu (tranzistor), druhé písmeno označuje aktivní členy. Tyto obvody navázaly na starší řady RTL a DTL, které měly na vstupech rezistory a diody. Označení obvodů TTL je sjednoceno prakticky u všech významných firem. Následuje označení, které má čtyři až pět cifer a jedno až tři písmena:

1. první dvě cifry označují teplotní rozsah použitelnosti (74 - pro nejméně náročné aplikace, 84 - pro náročnější podmínky, 54 - pro nejnáročnější použití);
2. další jedno až tři písmena označují použitou technologii výroby (L - řada se sníženou spotřebou, LS - nejčastější řada, optimalizované parametry, ALS - vylepšená řada LS, ...) a určují přibližně i dobu zpoždění daného hradla (tj. dobu, která je zapotřebí ke změně signálu z logické 0 na logickou 1 nebo naopak);
3. další dvě až tři cifry označují typ obvodu (74LS00 - obvod obsahující čtyři dvouvstupá hradla NAND, 74LS04 - obvod obsahující šest hradel INVERTOR, ...).

10.1.6 | Karnaughovy mapy

Karnaughovy mapy se používají pro minimalizaci zápisu logické funkce. Metoda spočívá v zobrazení pravdivostní tabulky do dvojrozměrné mapy, z níž je možné vyčíst minimální funkci. Karnaughovy mapy na základě práce, kterou v roce 1952 publikoval americký matematik Edward Veitch, rozvinul v roce 1954 americký fyzik Maurice Karnaugh během svého působení v Bellových laboratoří jako zjednodušení návrhu digitálních elektrických obvodů.

Princip tvorby Karnaughovy mapy popíšeme nejdříve obecně, pak pro konkrétní situaci.

10.1.6.1 | Vytvoření Karnaughovy mapy

Předpokládejme, že máme *n* logických vstupních proměnných $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$, které jsou argumenty logické funkce *f*. Logické proměnné i hodnoty funkce *f* jsou sepsány v pravdivostní tabulce s 2^n řádky. Pro praktické účely (konstrukce digitálních obvodů) je rozumné předpokládat, že $n > 1$. Karnaughovu mapu ekvivalentní pravdivostní tabulce daných logických proměnných vytvoříme v závislosti na tom, zda číslo *n* je sudé či liché:

1. *n*je sudé - seznam logických proměnných

$x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ rozdělíme na dva seznamy stejné délky $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{p-1}$ a $x_p, x_{p+1}, x_{p+2}, \ldots, x_{n-1}$, kde $p = 0{,}5n$. Sestavíme dvourozměrnou tabulku, která má 2^p řádků a 2^p sloupců. Na vodorovnou i svislou osu této tabulky vyneseme jako souřadnice p-tice jedniček a nul, přičemž je nutné dodržet pravidlo: sousedí právě ty souřadnice, které se jako p-tice nul a jedniček liší právě v jedné položce. Do místa tabulky, jehož vodorovná souřadnice je $(x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{p-1})$ a svislá souřadnice je $(x_p, x_{p+1}, x_{p+2}, \ldots, x_{n-1})$, napíšeme funkční hodnotu $f(x_0, x_1, \ldots, x_{p-1}, x_p, \ldots, x_{n-1})$ z pravdivostní tabulky.

2. *n*je liché - seznam logických proměnných $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ rozdělíme na dva seznamy délky $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_p$ a $x_{p+1}, x_{p+2}, \ldots, x_{n-1}$, kde $p = 0{,}5(n - 1)$ (vzhledem k tomu, že jsme předpokládali, že $n > 1$, je v tomto případě $n \geq 3$). Sestavíme dvourozměrnou tabulku, která má 2^p řádků a 2^{p+1} sloupců. Na vodorovnou osu (resp. na svislou osu) této tabulky vyneseme jako souřadnice ($p + 1$)-tice (resp. p-tice) jedniček a nul, přičemž je nutné dodržet pravidlo: sousedí právě ty souřadnice, které se jako ($p + 1$)-tice

(resp. *p*-tice) nul a jedniček liší právě v jedné položce. Do místa tabulky, jehož vodorovná souřadnice je $(x_0, x_1, x_2, ..., x_p)$ a svislá souřadnice je $(x_{p+1}, x_{p+2}, ..., x_{n-1})$, napíšeme funkční hodnotu $f(x_0, x_1, ..., x_p, x_{p+1}, ..., x_{n-1})$ z pravdivostní tabulky.

Karhaughova mapa pro dvě proměnné je zobrazena na obr. 20, pro tři proměnné na obr. 21 a pro čtyři proměnné na obr. 22. Ve všech případech mapa vychází z právě popsaného způsobu vytváření. Ve všech případech je zobrazena metoda, jak vyplňovat Karnaughovu mapu. Pro ujasnění, jsou u funkčních hodnot připsána i čísla řádků, které korespondují s logickými proměnnými na daném řádku (vstupní proměnné vyjadřují číslo řádku ve dvojkové soustavě).

Požadavek na to, aby se sousední souřadnice jak ve vodorovném směru, tak ve svislém směru lišily jen v jedné položce, je důležitý pro následné zjednodušování logických funkcí. Karnaughovu mapu pro tři logické proměnné (obr. 21) je nutné chápat jako mapu, která je nakreslená na válci.

Vytištěnou mapu bychom vystřihli a papír ohnuli k sobě tak, aby se sloupeček 10 dotýkal sloupečku 00.

pravdivostní tabulka

Číslo řádku	x_1	x_0	$f(x_1, x_0)$
0	0	0	α
1	0	1	β
2	1	0	γ
3	1	1	δ

$\Leftrightarrow$

Karnaughova mapa

x_1 \ x_0	0	1
0	$0\alpha_{00}$	$1\beta_{01}$
1	$2\gamma_{10}$	$3\delta_{11}$

Obr. 20

pravdivostní tabulka

Číslo řádku	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	α
1	0	0	1	β
2	0	1	0	γ
3	0	1	1	δ
4	1	0	0	ε
5	1	0	1	φ
6	1	1	0	κ
7	1	1	1	λ

$\Leftrightarrow$

Karnaughova mapa

x_2 \ $x_1 x_0$	00	01	11	10
0	$0\alpha_{000}$	$1\beta_{001}$	$3\delta_{011}$	$2\gamma_{010}$
1	$4\varepsilon_{100}$	$5\varphi_{101}$	$7\lambda_{111}$	$6\kappa_{110}$

Obr. 21

Analogicky mapu pro čtyři vstupní proměnné (viz obr. 22) je nutné chápat jako mapu nakreslenou na toru (na anuloidu).

Vytištěnou mapu bychom v tomto případě ohnuli tak, aby byl sloupeček 10 vedle sloupečku 00 a zároveň, aby řádek 10 byl vedle řádku 00.

Pro mapy pro více proměnných se geometrická interpretace hledá obtížněji - je méně názorná.

Po sestavení Karnaughovy mapy reálné úlohy je nutné v ní nalézt co největší podmapy, které jsou tvořené sousedními políčky, která mají funkční hodnotu rovnu jedné. Políčka, která odpovídají těm kombinacím vstupních logických proměnných, pro něž je funkce neurčitá, lze do podmap zahrnout - mohou totiž výrazně zjednodušit součtovou formu logické funkce. Důležité je uvědomit si, že sousední políčka Karnaughových map jsou ta, jejichž logické proměnné se liší právě v jedné položce - např. v Karnaughově mapě pro 3 proměnné (viz obr. 21) jsou sousední sloupce i sloupce 10 a 00.

To souvisí s tím, že Karnaughovy mapy je nutné chápat tak, jako by byly nakreslené na válci, na anuloidu, ...

Fakt, že hledáme podmapy s políčky, jejichž funkční hodnota je rovna jedné, je dán tím, že chceme vyjádřit logickou funkci v součtové formě. Na základě toho lze pak sestavit příslušný logický obvod.

Podmapy pro *n* vstupních logických proměnných jsou souvislé oblasti ve tvaru pravoúhelníků tvořené 2^n, 2^{n-1}, 2^{n-2}, ... až jedním políčkem. Při hledání podmap hledáme vždy ty největší - větší podmapa znamená výraznější zjednodušení logické funkce. Na základě podmap vytvoříme logickou funkci tak, že sečteme všechny mintermy, které odpovídají všem vzniklým podmapám. Do

mintermu přitom zahrnujeme jen ty vstupní proměnné, které mají v dané podmapě konstantní hodnotu.

pravdivostní tabulka

Číslo řádku	x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	0	α
1	0	0	0	1	β
2	0	0	1	0	γ
3	0	0	1	1	δ
4	0	1	0	0	ε
5	0	1	0	1	φ
6	0	1	1	0	κ
7	0	1	1	1	λ
8	1	0	0	0	μ
9	1	0	0	1	ν
10	1	0	1	0	π
11	1	0	1	1	ϑ
12	1	1	0	0	ρ
13	1	1	0	1	σ
14	1	1	1	0	τ
15	1	1	1	1	ω

⇔

Karnaughova mapa

$x_3\,x_2$ \ $x_1\,x_0$	00	01	11	10
00	$0\alpha_{0000}$	$1\beta_{0001}$	$3\delta_{0011}$	$2\gamma_{0010}$
01	$4\varepsilon_{0100}$	$5\varphi_{0101}$	$7\lambda_{0111}$	$6\kappa_{0110}$
11	$12\rho_{1100}$	$13\sigma_{1101}$	$15\omega_{1111}$	$14\tau_{1110}$
10	$8\mu_{1000}$	$9\nu_{1001}$	$11\vartheta_{1011}$	$10\pi_{1010}$

Obr. 22

Detailněji je postup ukázán na konkrétních řešených úlohách.

10.1.6.2 | Konkrétní Karnaughovy mapy pro dvě proměnné

Nakreslete Karnaughovu mapu pro funkce f_0 a f_1, které jsou dány pravdivostní tabulkou (tab. 7). Minimalizujte zápis těchto funkcí s využitím a) Karnaughovy mapy, b) Booleovy algebry. Nakreslete

schéma příslušné části logického obvodu.

Číslo řádku	x_1	x_0	y_0	y_1
0	0	0	1	1
1	0	1	1	1
2	1	0	0	1
3	1	1	0	0

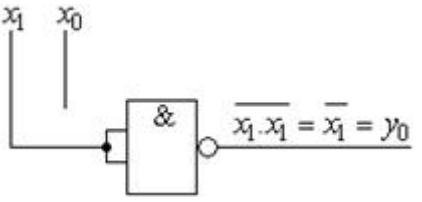
tab. 7

Karnaughova mapa pro dvě proměnné pro funkci y_0 je zakreslena v tab. 8. Je v ní též vyznačena jediná podmapa, která se v ní nalézá. Ve vyznačené podmapě má konstantní hodnotu proměnná x_1. Vzhledem k tomu, že nabývá hodnoty 0, můžeme funkci y_0 psát ve tvaru: $y_0 = \overline{x_1}$.

Zjednodušení součtové formy zápisu funkce y_0 s využitím Booleovy algebry vychází z pravdivostní tabulky (tab. 7): $y_0 = \overline{x_1}.\overline{x_0} + \overline{x_1}.x_0 = \overline{x_1}.\left(\overline{x_0} + x_0\right) = \overline{x_1}.1 = \overline{x_1}$ (detailně popsáno v odstavci 1.4).

x_1 \ x_0	0	1
0	1	1
1	0	0

tab. 8



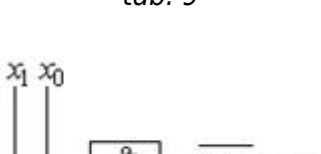
Obr. 23

Funkci y_0 odpovídá zapojení pomocí hradel NAND podle schématu na obr. 23.

Karnaughova mapa pro funkci y_1 je zakreslena v tab. 9 a je vidět, že obsahuje dvě podmapy. Pro logickou funkci y_1 v součtové formě tedy můžeme psát: $y_1 = \overline{x_1} + \overline{x_0}$. Tento zápis lze zjednodušit s využitím de Morganových vzorců: $y_1 = \overline{x_1} + \overline{x_0} = \overline{x_1 x_0}$ - funkce y_1 je tedy přímo funkce NAND. Schéma zapojení je zobrazeno na obr. 24.

x_1 \ x_0	0	1
0	1	1
1	1	0

tab. 9



Obr. 24

Na základě Booleovy algebry je možné funkci y_1 psát ve tvaru: $y_1 = \overline{x_1}.\overline{x_0} + \overline{x_1}x_0 + x_1\overline{x_0} = \overline{x_1}.\left(\overline{x_0} + x_0\right) + x_1\overline{x_0} = \overline{x_1}.1 + x_1\overline{x_0} = \overline{x_1} + x_1\overline{x_0} = \left(\overline{x_1} + x_1\right)\left(\overline{x_1} + \overline{x_0}\right) = 1.\left(\overline{x_1} + \overline{x_0}\right) =$ $= \overline{x_1} + \overline{x_0} = \overline{x_1 x_0}$, tedy stejně jako pomocí Karnaughových map dostáváme funkci NAND.

10.1.6.3 | Konkrétní Karnaughovy mapy pro tři proměnné

Nakreslete Karnaughovu mapu pro funkce y_0, y_1 a y_2, které jsou dány pravdivostní tabulkou (tab. 10). Minimalizujte zápis těchto funkcí s využitím a) Karnaughovy mapy, b) Booleovy algebry. Poté nakreslete

schéma části logického obvodu, která odpovídá dané logické funkci.

Číslo řádku	x_2	x_1	x_0	y_0	y_1	y_2
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0
2	0	1	0	1	0	X
3	0	1	1	0	1	0
4	1	0	0	0	1	1
5	1	0	1	1	1	1
6	1	1	0	0	1	1
7	1	1	1	1	1	0

tab. 10

Karnaughova mapa pro funkci y_0 je zobrazena v tab. 11 a je zřejmé, že obsahuje tři podmapy. Můžeme tedy psát: $y_0 = \overline{x_1}x_0 + x_2x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0}$. Tuto funkci již dále není možné dále zjednodušit. Před sestavením schématu logického obvodu vytvořeného pomocí hradel NAND upravíme logickou funkci do tvaru $y_0 = \overline{\overline{x_1}x_0} + x_2x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} = \overline{\overline{\overline{x_1}x_0} + x_2x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0}} = \overline{\overline{x_1}x_0 \cdot x_2x_0 \cdot \overline{x_2}x_1x_0}$. Schéma je zobrazeno na obr. 25.

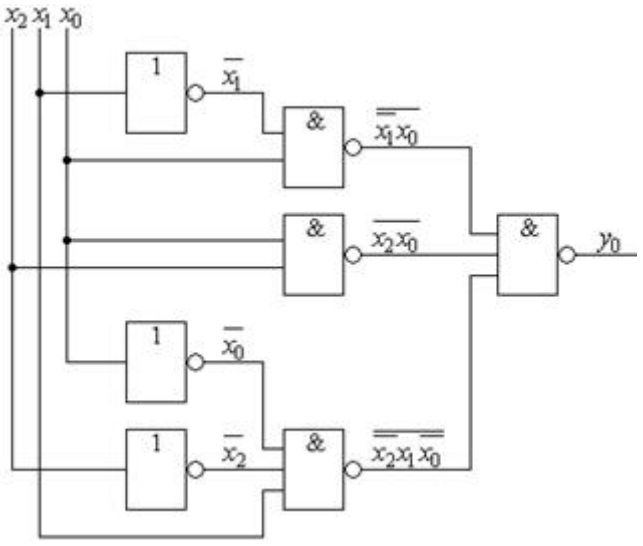
x_2 \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0

tab. 11

S využitím Booleovy algebry lze z tab. 10 vypsat součet jednotlivých mintermů: $y_0 = \overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1x_0$ a tento předpis dále upravit:

$y_0 = \overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1x_0 = \overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_2\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1x_0$

$= \left(\overline{x_2} + x_2\right)\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + \left(\overline{x_1} + x_1\right)x_2x_0 = \overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_2x_0$, což je identický výraz s výrazem, který jsme získali na základě Karnaughovy mapy.



Obr. 25

Karnaughova mapa pro funkci y_1 je zobrazena v tab. 12 a je složena ze dvou podmap. Můžeme tedy psát: $y_1 = x_0 + x_2$. Pro vytvoření schématu logického obvodu pomocí hradel NAND tento předpis upravíme do tvaru: $y_1 = x_0 + x_2 = \overline{\overline{x_0 + x_2}} = \overline{\overline{x_0} * \overline{x_2}}$. Schéma obvodu je zobrazeno na obr. 26.

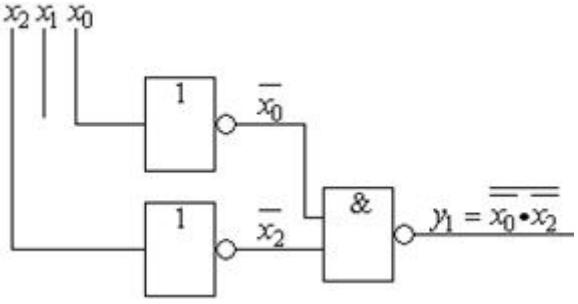
S využitím Booleovy algebry lze psát: $y_1 = \overline{x_2}.\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_2\overline{x_1}.\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1\overline{x_0} + x_2x_1x_0$, což lze dále upravit. Postupně tedy dostáváme:

$$y_1 = \overline{x_2}.\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_2\overline{x_1}.\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1\overline{x_0} + x_2x_1x_0 =$$
$$= \overline{x_2}x_0\left(\overline{x_1} + x_1\right) + x_2\overline{x_1}\left(\overline{x_0} + x_0\right) + x_2x_1\left(\overline{x_0} + x_0\right) = \overline{x_2}x_0 + x_2\overline{x_1} + x_2x_1.$$

Další zjednodušování pomocí Booleovy algebry by bylo technicky náročné. Kdybychom neměly k dispozici Karnaughovu mapu této funkce, použili bychom pro sestavení schématu tento tvar logické funkce. Výhody Karnaughových map se tedy začínají projevovat.

x_2 \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	1

tab. 12



Obr. 26

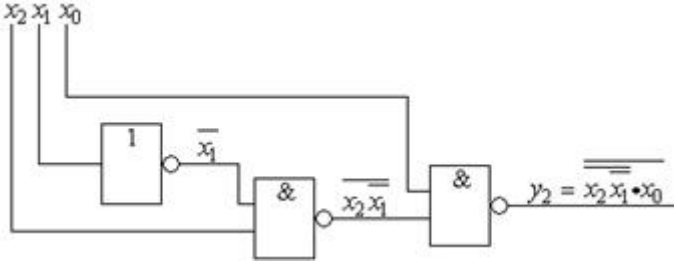
Karnaughova mapa pro funkci y_2 je zobrazena v tab. 13 a je složena ze dvou podmap. V jedné z nich je zahrnuta i neurčitá funkční hodnota funkce y_2, kterou lze v tomto

případě považovat za jedničku. Tím se Karnaughova mapa zjednoduší a zjednoduší se i součtový tvar zápisu funkce: $y_2 = x_2\overline{x_1} + \overline{x_0}$. Pro sestrojení schématu logického obvodu (viz obr. 27) pomocí hradel NAND funkci ještě upravíme:

$$y_2 = x_2\overline{x_1} + \overline{x_0} = \overline{\overline{x_2\overline{x_1}} + \overline{x_0}} = \overline{\overline{x_2\overline{x_1}} \cdot x_0}$$

x_2 \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
0	1	0	0	X
1	1	1	0	1

tab. 13



Obr. 27

Na základě Booleovy algebry lze pro funkci y_2 psát:

$$y_2 = \overline{x_2}\cdot\overline{x_1}\cdot\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}\cdot\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1\overline{x_0} = \left(\overline{x_2} + x_2\right)\overline{x_1}\cdot\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1\overline{x_0} = \overline{x_1}\cdot\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1$$

$$= \overline{x_1}\left(\overline{x_0} + x_2x_0\right) + x_2x_1\overline{x_0} = \overline{x_1}\left(\overline{x_0} + x_2\right)\left(\overline{x_0} + x_0\right) + x_2x_1\overline{x_0} = \overline{x_1}\left(\overline{x_0} + x_2\right) + x_2x_1\overline{x_0} = \overline{x_1}\cdot\overline{x_0} + \overline{x_1}x_2 + x_2x_1\overline{x_0} =$$

$$= \left(\overline{x_1} + x_2x_1\right)\overline{x_0} + \overline{x_1}x_2 = \left(\overline{x_1} + x_2\right)\left(\overline{x_1} + x_1\right)\overline{x_0} + \overline{x_1}x_2 = \left(\overline{x_1} + x_2\right)\overline{x_0} + \overline{x_1}x_2 = \overline{x_1}\cdot\overline{x_0} + x_2\overline{x_0} + \overline{x_1}x_2 .$$

Tento tvar funkce y_2 je jiný ve srovnání s tvarem získaným na základě Karnaughovy mapy. Příčinou je skutečnost, že jsme při minimalizaci funkce pomocí zákonů Booleovy algebry nezahrnuli řádek číslo 2 z tab. 10, tj. neurčitý stav funkce y_2. Postup minimalizace funkce pomocí Karnaughovy mapy je méně pracný a výsledný součtový tvar funkce y_2 je jednodušší. A přitom lze tento tvar použít při dalším zpracování digitálních obvodů. Je v něm sice zahrnut i „problémový" stav, ale tento stav v praxi nenastává - buď je obvod jištěn dalšími prvky a nebo se prostě do daného stavu (odpovídajícímu dané kombinaci vstupních proměnných) obvod nemůže nikdy dostat.

10.1.6.4 | Konkrétní Karnaughovy mapy pro čtyři proměnné

Nakreslete Karnaughovu mapu pro funkce y_0 a y_1, které jsou dány pravdivostní tabulkou (tab. 14). Minimalizujte zápis těchto funkcí na základě sestrojené Karnaughovy mapy a nakreslete schéma dané části logického obvodu. (Minimalizovat logickou funkci čtyř vstupních proměnných pomocí zákonů Booleovy algebry je velmi zdlouhavé a nepřehledné, proto tento postup již uvádět nebudeme.)

Číslo řádku	x_3	x_2	x_1	x_0	y_0	y_1

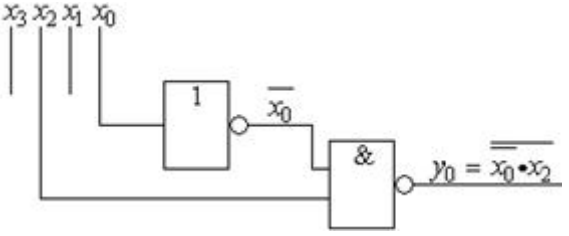
0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0
2	0	0	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	0
4	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	1	1
6	0	1	1	0	0	0
7	0	1	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1
10	1	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	1	0
12	1	1	0	0	0	0
13	1	1	0	1	1	1
14	1	1	1	0	0	0
15	1	1	1	1	1	1

tab. 14

Karnaughova mapa pro funkci y_0 je zobrazena v tab. 15. Je složená ze dvou podmap a pro funkci y_0 lze psát: $y_0 = x_0 + \overline{x_2}$. Abychom mohli sestavit logický obvod (viz schéma na obr. 28) pomocí hradel NAND, je nutné předpis funkce upravit: $y_0 = x_0 + \overline{x_2} = \overline{\overline{x_0 + \overline{x_2}}} = \overline{\overline{x_0} \cdot x_2}$

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	1	1	1

tab. 15



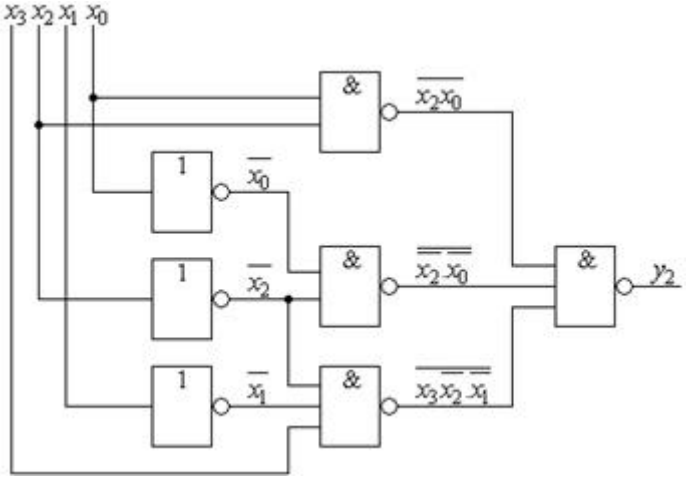
Obr. 28

Karnaughova mapa odpovídající funkci y_2 je v tab. 16 a je složena ze tří podmap. Pro funkci y_2 lze proto psát: $y_2 = x_2 x_0 + \overline{x_2}.\overline{x_0} + x_3 \overline{x_2}.\overline{x_1}$. I tuto funkci před zakreslením schématu logického obvodu (viz obr. 29) nejprve upravíme, aby bylo možné obvod sestavit pomocí hradel NAND:

$$y_2 = x_2 x_0 + \overline{x_2}.\overline{x_0} + x_3 \overline{x_2}.\overline{x_1} = \overline{\overline{x_2 x_0 + \overline{x_2}.\overline{x_0} + x_3 \overline{x_2}.\overline{x_1}}} = \overline{\overline{x_2 x_0} \bullet \overline{x_2}.\overline{x_0} \bullet x_3 \overline{x_2}.\overline{x_1}}\ .$$

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	1	0	1

tab. 16



Obr. 29

10.1.7 | Řešené úlohy

V tomto odstavci je vyřešeno několik úloh na základě

dříve popsaných vlastností digitálních zářeních, metod vytváření logických funkcí a konstrukce schémat logických obvodů. Řadu dalších úloh lze získat obměnou zadání zde uvedených úloh.

Při práci s obvody sestavenými na základě nalezených schémat zapojení je nutné si uvědomit základní vlastnost TTL hradel: pokud není na vstup hradla přivedené žádné napětí (tj. rozpojíme-li obvod), je na vstupu hradla indikována logická jednička. To je ovšem v rozporu s tím, co v případě rozpojení obvodu požadujeme (rozpojením obvodu chceme na příslušném vstupu hradla docílit stavu logická nula). Proto (na základě dále uvedených schémat) je nutné vypnutí LED realizovat tak, že vodič, který spojuje kladný pól zdroje a vstupy hradel, odpojit od kladného pólu zdroje a připojit jej k zápornému pólu zdroje. Tak na daném vstupu hradla zrealizujeme logickou nulu.

10.1.7.1 | Detekce zapojení LED

Navrhněte a zrealizujte logickou síť, jejímž vstupem budou tři proměnné (realizované pomocí LED). Výstupem této sítě bude logická jednička, v případě, že svítí alespoň dvě LED, a logická nula v opačném případě.

Vstupní proměnné označíme x_2, x_1 a x_0.

Výstupní proměnnou označíme *y* a hodnoty, kterých může nabývat v závislosti na hodnotách vstupních proměnných, zapíšeme do tabulky. Skutečnost, že svítí

alespoň dvě LED znamená, že svítí dvě nebo tři LED (viz tab. 17).

Číslo řádku	x_2	x_1	x_0	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

tab. 17

Úplná součtová forma výstupní logické proměnné *y* je složena ze čtyř mintermů: $y = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1\overline{x_0} + x_2x_1x_0$.

S využitím Booleovy algebry můžeme tento tvar předpisu logické funkce dále upravit:

$$y = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1\overline{x_0} + x_2x_1x_0 = x_1x_0\left(\overline{x_2} + x_2\right) + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1\overline{x_0} = x_1x_0 + x_2\overline{x_1}x_0 + x_1x_2\overline{x_0} =$$

$$= x_1\left(x_0 + x_2\overline{x_0}\right) + x_2\overline{x_1}x_0 = x_1\left(x_0 + x_2\right)\left(x_0 + \overline{x_0}\right) + x_2\overline{x_1}x_0 = x_1\left(x_0 + x_2\right) + x_2\overline{x_1}x_0 = x_1x_0 + x_2x_1 + x_2\overline{x_1}$$

$$= x_0\left(x_1 + x_2\overline{x_1}\right) + x_2x_1 = x_0\left(x_1 + x_2\right)\left(x_1 + \overline{x_1}\right) + x_2x_1 = x_0\left(x_1 + x_2\right) + x_2x_1 = x_1x_0 + x_2x_0 + x_2$$

$$= \overline{\overline{x_1x_0 + x_2x_0 + x_2x_1}} = \overline{\overline{x_1x_0} \cdot \overline{x_2x_0} \cdot \overline{x_2x_1}}$$

V praxi je ovšem rychlejší a přehlednější minimalizovat předpis funkce pomocí Karnaughových map. Vzhledem k tomu, že úloha má tři nezávislé vstupní proměnné, budeme kreslit Karnaughovu mapu pro tři proměnné (viz tab. 18).

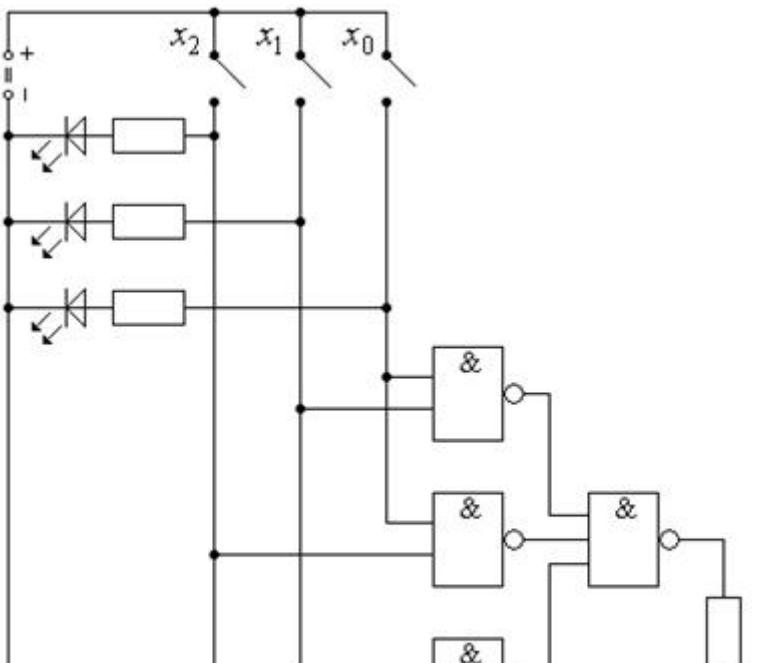
x_2 \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

tab. 18

Na základě Karnaughovy mapy získáváme součtovou formu výstupní proměnné ve tvaru $y = x_1x_0 + x_2x_0 + x_2x_1$. Pomocí úprav vyplývajících z Booleovy algebry, jí upravíme na tvar: $y = x_1x_0 + x_2x_0 + x_2x_1 = \overline{\overline{x_1x_0 + x_2x_0 + x_2x_1}} = \overline{\overline{x_1x_0} \cdot \overline{x_2x_0} \cdot \overline{x_2x_1}}$.

Schéma zapojení příslušného obvodu je zobrazeno na obr. 30.

Hodnoty odporů ochranných rezistorů určíme postupem popsaným v odstavci 1.5.5, v němž jsou též uvedeny potřebné parametry pro výpočty.



Obr. 30

10.1.7.2 | Komparátor

Navrhněte komparátor, který porovná dvě dvoubitová čísla *A* a *B*. Číslo *A* je reprezentované bity x_3 a x_2, číslo *B*

bity x_1 a x_0. Výstupní proměnná přitom nabývá hodnoty 1, jestliže čísla splňují relaci *A>B*.

Komparátor je zařízení, které porovnává čísla zadaná na vstupu. Výstupní proměnná nabývá hodnoty 1, jestliže čísla na vstupu v splňují zadanou relaci, nebo 0, jestliže tuto relaci nesplňují.

Vstupní proměnné jsou reprezentovány svitem LED, výstupní proměnná také.

V tab. 19 jsou funkční hodnoty funkce y v závislosti na hodnotách vstupních proměnných a v závislosti na splnění požadované relace.

	A			***B***			***A>B***
Číslo řádku	Dekadicky	x_3	x_2	x_1	x_0	Dekadicky	y
0	0	0	0	0	0	0	0
1		0	0	0	1	1	0
2		0	0	1	0	2	0
3		0	0	1	1	3	0
4	1	0	1	0	0	0	1
5		0	1	0	1	1	0
6		0	1	1	0	2	0
7		0	1	1	1	3	0
8	2	1	0	0	0	0	1
9		1	0	0	1	1	1
10		1	0	1	0	2	0
11		1	0	1	1	3	0
12	3	1	1	0	0	0	1
13		1	1	0	1	1	1
14		1	1	1	0	2	1
15		1	1	1	1	3	0

tab. 19

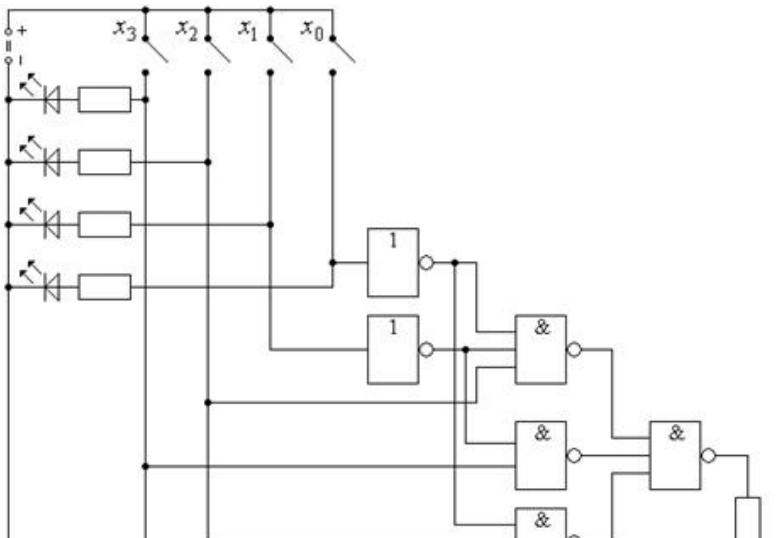
Součtovou formu výstupní proměnné lze získat nejjednodušeji pomocí Karnaughovy mapy (viz tab. 20).

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	1	0	1
10	1	1	0	0

tab. 20

Na základě Karnaughovy mapy získáme součtovou formu výstupní proměnné ve tvaru: $y = x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_3\overline{x_1} + x_3x_2\overline{x_0}$. Tento výraz můžeme s využitím Booleovy algebry upravit do tvaru vhodného pro realizaci pomocí hradel NAND (schéma obvodu je zobrazeno na obr. 31):

$$y = x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_3\overline{x_1} + x_3x_2\overline{x_0} = \overline{x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_3\overline{x_1} + x_3x_2\overline{x_0}} = \overline{x_2x_1x_0}\cdot\overline{x_3x_1}\cdot\overline{x_3x_2x_0}.$$



Obr. 31

Hodnoty ochranných rezistorů určíme na základě postupu a parametrů o zapojení LED k hradlům.

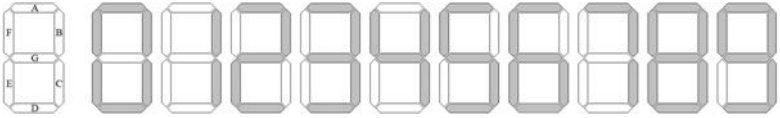
10.1.7.3 | Zapojení sedmisegmentového displeje

Navrhněte a zrealizujte logickou síť, na jejímž vstupu budou 4 LED, které představují číslo ve dvojkové soustavě menší než 1010, a na výstupu sedmisegmentový displej,

který zobrazí odpovídající číslo v desítkové soustavě.

Omezení velikosti čísla ve dvojkové soustavě je zde proto, aby bylo možné použít pouze jednomístný displej. U čísel větších než 1001 bude logická funkce neurčitá. Sestavený obvod nebude obsahovat žádné ochranné prvky, které by zajistily, že se do těchto „zakázaných stavů“ nemůže dostat. Tuto úlohu lze modifikovat s použitím dvoumístného displeje, ale je to úloha složitější.

Vstupní proměnné označíme x_3, x_2, x_1 a x_0, výstupní proměnné y_A, y_B, y_C, y_D, y_E, y_F a y_G odpovídají příslušným segmentům sedmisegmentového displeje. Označení segmentů a zobrazení jednotlivých čísel je na obr. 32.



Obr. 32

Na základě obr. 32 určíme funkční hodnoty funkcí y_A až y_G v závislosti na tom, jaký segment displeje při zobrazení daného čísla svítí (viz tab. 21).

Číslo řádku	x_3	x_2	x_1	x_0	y_A	y_B	y_C	y_D	y_E	y_F	y_G
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1

3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
10	1	0	1	0	X	X	X	X	X	X	X
11	1	0	1	1	X	X	X	X	X	X	X
12	1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
13	1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
14	1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X
15	1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X

tab. 21

Zápis jednotlivých funkcí v součtové formě získáme nejjednodušeji pomocí Karnaughových map pro jednotlivé logické funkce (viz tab. 22 až tab. 28).

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

tab. 22

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	1	0
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

tab. 23

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

tab. 24

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	0	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

tab. 25

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	1
11	X	X	X	X
10	1	0	X	X

tab. 26

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

tab. 27

$x_3\ x_2$ \ $x_1\ x_0$	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	0	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

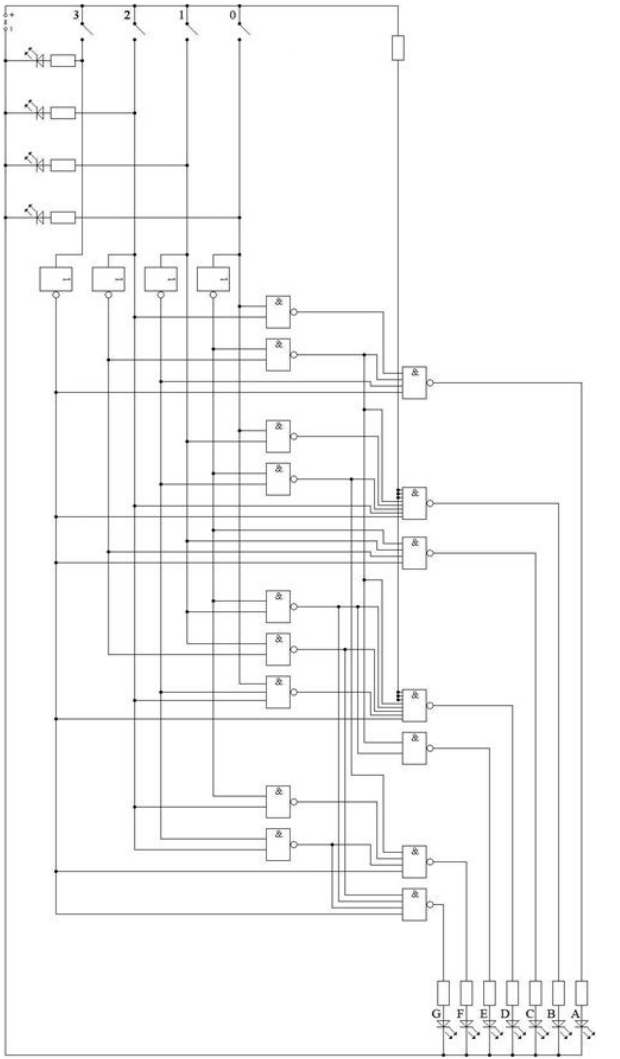
tab. 28

Na základě zobrazených Karnaughových map sestavíme předpisy funkcí, které dále upravíme tak, aby bylo možné při sestavování logického obvodu použít hradla NAND:

1. $$y_A = x_3 + x_1 + x_2x_0 + \overline{x_2}.\overline{x_0} = \overline{\overline{x_3} \bullet \overline{x_1} \bullet \overline{x_2x_0} \bullet \overline{x_2}.\overline{x_0}}$$

2. $$y_B = x_3 + \overline{x_2} + \overline{x_2}.\overline{x_0} + \overline{x_1}.\overline{x_0} + x_1 x_0 = \overline{\overline{x_3} * x_2 * \overline{x_2}.\overline{x_0} * \overline{x_1}.\overline{x_0} * \overline{x_1 x_0}}$$
3. $$y_C = x_3 + x_2 + \overline{x_1} + x_0 = \overline{\overline{x_3} * \overline{x_2} * x_1 * \overline{x_0}}$$
4. $$y_D = x_3 + \overline{x_2}.\overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 + x_1 \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1 x_0} = \overline{\overline{x_3} * x_2.\overline{x_0} * x_2 x_1 * x_1 \overline{x_0} * x_2 \overline{x_1 x_0}}$$
5. $$y_E = \overline{x_2}.\overline{x_0} + x_1 \overline{x_0} = \overline{\overline{x_2}.\overline{x_0} * x_1 \overline{x_0}}$$
6. $$y_F = x_3 + \overline{x_1}.\overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} + x_2 \overline{x_0} = \overline{\overline{x_3} * x_1.\overline{x_0} * x_2 \overline{x_1} * x_2 \overline{x_0}}$$
7. $$y_G = x_3 + x_2 \overline{x_1} + x_1 \overline{x_0} + \overline{x_2} x_1 = \overline{\overline{x_3} * x_2 \overline{x_1} * x_1 \overline{x_0} * \overline{x_2} x_1}$$

Pomocí předpisů jednotlivých funkcí sestrojíme schéma zapojení logického obvodu, které je na obr. 33. Hodnoty odporů ochranných rezistorů určíme na základě požadavku, že příslušný segment (LED) bude svítit v logické jedničce. Na základě postupu výpočtu a parametrů červených LED uvedených v odstavci 1.5.5, použijeme ochranné rezistory s odporem $1\,\mathrm{k\Omega}$.


3
2
1
0
&
G
F
E
D
C
B
A

Obr. 33

10.2 | OBRAZOVÁ A ZVUKOVÁ TECHNIKA

10.2.1 | Pořízení zvukového záznamu

Zvukové vlnění je vlastně sledem tlakových vln, které se šíří hmotným prostředím (nejčastěji vzduchem). V souvislosti s rozvojem zejména sdělovací techniky a kinematografie bylo nutné zaznamenávat zvuk tak, aby jej bylo možné později zase přehrát. Během doby se postupně objevily tři základní metody analogového záznamu zvuku:

1. mechanický záznam zvuku - nejstarší způsob, který byl používán již od konce 19. století;
2. optický záznam zvuku - byl zaveden v souvislosti s rozvojem zvukového filmu ve 20. letech 20. století;
3. magnetický záznam zvuku - používá se od 30. let 20. století, postupně se stal dominantním způsobem záznamu zvuku a používá se dodnes i v profesionální praxi (rozhlas, televize, film, …).

V průběhu dvacátého století byl také vyvinut digitální záznam zvuku a digitální záznam obrazu.

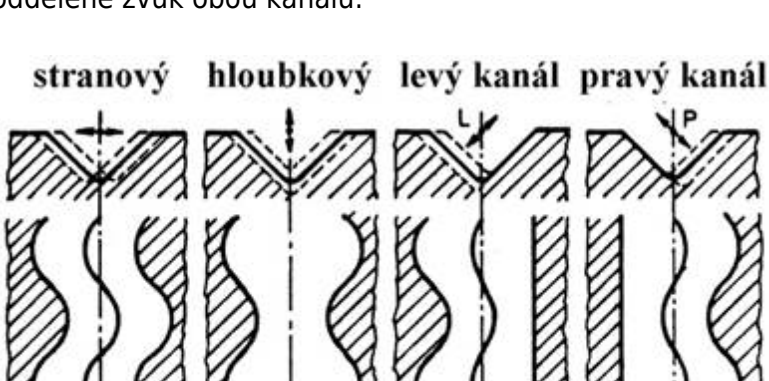
10.2.1.1 | Analogový záznam zvuku

10.2.1.1.1 | Mechanický záznam zvuku

Prvním použitelným systémem pro záznam zvuku byl fonograf vynalezený a zhotovený v roce 1877 americkým vynálezcem Thomasem Alvou Edisonem (1847 - 1931). Zvuk byl zaznamenán mechanicky do drážky, kterou rylo záznamové zařízení do rotujícího válečku. Takto pořízený záznam bylo možné zpětně mechanicky reprodukovat na zvuk. Jednalo o **hloubkový záznam** zvuku (viz obr. 34), ve kterém hloubka drážky odpovídala okamžité hodnotě akustického tlaku zaznamenávané zvukové vlny. Přestože kvalita záznamu nebyla příliš dobrá, ve své době se tento způsob záznamu komerčně používal.

Další způsob mechanického záznamu zvuku se používal u gramofonu. Jednalo se o **stranový záznam** zvuku (viz obr. 34), u kterého stranová výchylka rycího zařízení byla úměrná okamžité hodnotě akustického tlaku zaznamenávané akustické vlny. Tento způsob záznamu zvuku byl dominantní pro gramofon během téměř celého 20. století. V první polovině 20. století se tento způsob záznamu používal i v profesionální praxi.

S rozvojem stereofonie se pak začal používat i mechanický záznam stereofonní. Tento záznam byl stranově-hloubkový: na každé straně (stěně) drážky byl zaznamenán jeden kanál (levý nebo pravý). Monofonní gramofon snímal takový záznam tak, že snímal stranově součet obou kanálů, zatímco stereofonní gramofon snímal odděleně zvuk obou kanálů.



Obr. 34

10.2.1.1.2 | Optický záznam zvuku

Optický záznam zvuku se objevil poprvé v kinematografii v počátcích rozvoje zvukového filmu. Původní němé filmy byly v sálech kin doprovázeny živou

hudební produkcí (malý orchestr nebo jen klavír), která operativně reagovala na dění na plátně. Dialogy a další komentáře filmu byly ve filmu vloženy formou titulků. Později se objevily snahy živé reprodukce nahradit gramofonem. To se ale ukázalo jako velmi nešťastné, neboť hudba a obraz nebyly synchronizovány a kvalita reprodukce hudby byla špatná. Tento způsob hudebního doprovodu se tedy příliš neuplatnil.

Proto začaly filmové společnosti hledat způsob, jak umístit zvukový záznam přijatelné kvality přímo na filmový pás. S tím ovšem vyvstal technický problém: pohyb filmu ve filmové kameře i v promítacím stroji je krokový (exponuje resp. zobrazuje se vždy jen jedno políčko filmu, který je v danou chvíli v klidu), zatímco zvuk je nutné přehrávat spojitě. Filmový pás tedy musí v kameře i v promítacím stroji projít tzv. uklidňovací smyčkou a až poté se zvuk zaznamenává resp. snímá. Proto je zvuk oproti obrazu na filmovém pásu posunut: zvuk předbíhá obraz o 21 políček. Optický záznam se provádí se vzorkovací frekvencí přibližně 10 kHz.

10.2.1.1.2.1 | Druhy optických záznamů zvuku

První záznam zvuku na filmovém pásu byl **hustotní záznam** zvuku (viz obr. 35). Hustota zčernání vyvolaného filmu byla přímo úměrná okamžité hodnotě akustického

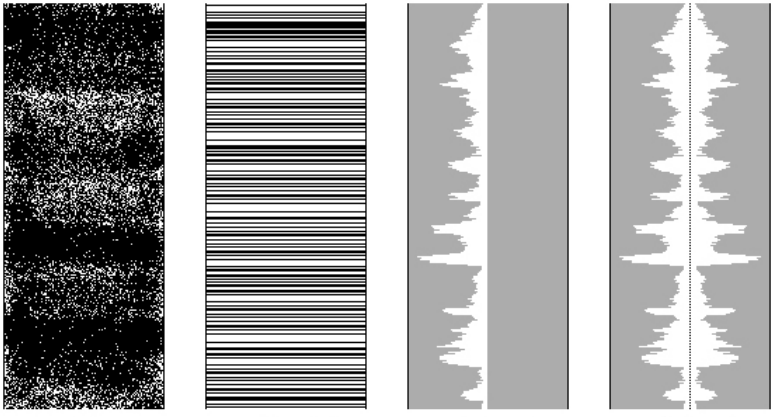
tlaku zvukového signálu, který doprovázel danou filmovou scénu. Nestandardní gradace pozitivní kopie filmového pásu ale způsobovaly značné zkreslení při zpětné reprodukci zvuku.

Proto se hledaly jiné způsoby, jak zaznamenat zvuk na filmový pás. Postupně se objevily další dvě metody záznamu zvuku na filmový pás a obě se používaly velmi dlouho v praxi. První metodou je **kvazihustotní záznam** zvuku (viz obr. 35), který se běžně nazývá hustotní, neboť původní hustotní záznam se již nepoužívá. Propustnost zvukové stopy zaznamenané na filmovém pásu závisí na hustotě příčných kontrastních čárek ve zvukové stopě. Hustota těchto čárek je závislá na okamžité hodnotě akustického tlaku zaznamenávaného zvuku.

Další způsob záznamu zvuku je **plochový záznam** zvuku (viz obr. 35). U něho je část stopy bílá a část černá. Propustnost zvukové stopy pak závisí na vzájemném poměru těchto dvou ploch. I zde je propustnost zvukové stopy (a tedy i vzájemný poměr ploch obou částí stopy) dána okamžitou hodnotou akustického tlaku zaznamenávaného zvuku.

Hustotní záznam se též nazývá **intenzitní záznam** a plochový záznam se nazývá **amplitudový záznam**.

Na obr. 35 jsou všechny typy optického záznamu zvuku zobrazeny najednou, ale nejedná se o záznam stejného zvuku! Obrázek má pouze ilustrační charakter.



Obr. 35

V obou případech - hustotní záznam (kvazihustotní) a plochový záznam - je základem velmi kontrastní zvukový negativ, který zajistí kontrastní zvukovou stopu i na pozitivu. Při pohybu filmu se oba záznamy chovají jako původní hustotní záznam zvuku.

Hustotní záznam se významně uplatňoval přibližně do roku 1950, později převládl plochový záznam. Ten měl přitom různé podoby:

1. jednostranný plochový záznam zvuku;
2. dvoustranný plochový záznam zvuku - na obr. 35 je zobrazen záznam, který je symetrický podél osy zvukové stopy;
3. víceřádkový plochový záznam zvuku - jedná

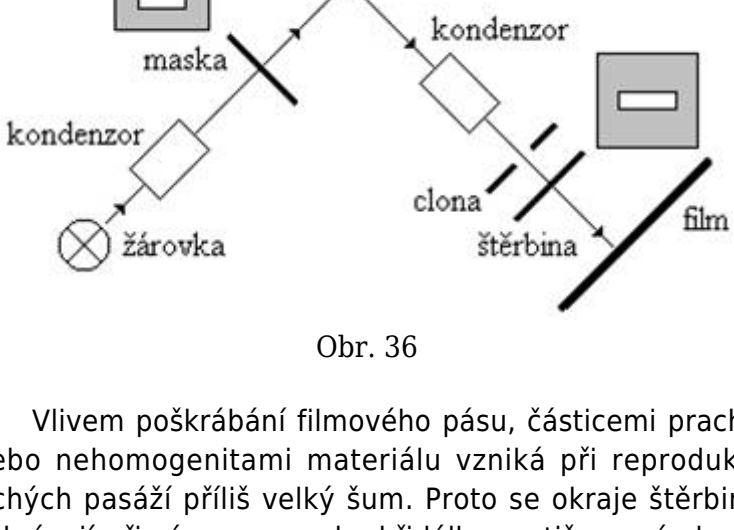
se o několik dvoustranných záznamů vedle sebe.

V současné době jsou filmové pásy vybaveny některým z moderních zvukových záznamů (nejčastěji digitálním zvukem), které umožňují ve vhodně vybaveném kině poskytnout divákovi prostorový zvukový doprovod filmu.

10.2.1.1.2.2 | Princip optického záznamu zvuku

Princip záznamu zvuku na filmový pás vysvětlíme pro případ plochového záznamu; u hustotního záznamu je princip záznamu podobný. Princip záznamu zvuku je zobrazen na obr. 36. Záznam se provádí exponováním zvukové stopy světlem s konstantní intenzitou, které prochází štěrbinou. Ta je zakrývána stínem masky vhodného tvaru tak, aby osvětlená část štěrbiny odpovídala okamžité hodnotě akustického tlaku zaznamenávaného zvukového signálu. Pohyb stínu masky je dán pohybem zrcátka, které se pohybuje přesně podle změn akustického tlaku zaznamenávaného zvuku. Zdrojem světla je žárovka, jejíž světlo se soustředí pomocí kondenzoru (spojná čočka). Světlo pak prochází maskou, dopadá na pohybující se zrcátko a odráží se od něj, prochází štěrbinou a čočkou je soustředěno na příslušné místo filmového pásu.

Před dopadem na filmový pás musí být optický signál odpovídající snímanému zvuku příslušným způsobem modulován, aby jej bylo možné poté správně snímat v promítacích strojích.



Obr. 36

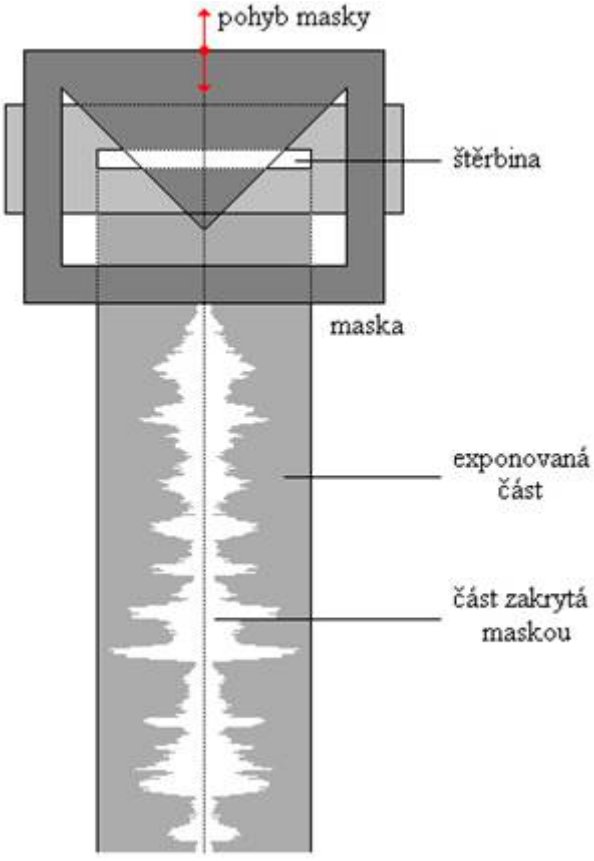
Vlivem poškrábání filmového pásu, částicemi prachu nebo nehomogenitami materiálu vzniká při reprodukci tichých pasáží příliš velký šum. Proto se okraje štěrbiny zakrývají při záznamu zvuku křidélky protišumové clony, která je umístěná mezi kondenzorem a štěrbinou. Křidélka protišumové clony jsou ovládána automaticky na základě střední hodnoty zaznamenávaného zvukového signálu.

Je-li střední hodnota zvukového záznamu určená během určité krátké doby malá, křidélka clony zacloní štěrbinu a na filmovém pásu se exponuje menší plocha

odpovídající zaznamenávanému zvuku. Je-li střední hodnota zvukového signálu větší, křidélka clony se odtáhnou a na filmový pás dopadá více světla.

Na obr. 37 je zobrazen detailní pohled na masku (resp. její stín), štěrbinu a filmový pás. Tyto tři objekty jsou zobrazeny u sebe pro větší názornost; ve skutečnosti mezi nimi jsou další optické prvky (zrcadlo, kondenzor, ...). Pohybující se stín masky zakrývá štěrbinu v závislosti na frekvenci a amplitudě zaznamenávaného zvuku a podle toho dopadá na filmový pás více či méně světla.

Maska sama je v klidu, pouze omezuje průchod světla - vrhá tedy stín. Světlo procházející maskou se odráží od pohybujícího se zrcátka (viz obr. 36) a prochází dále štěrbinou. Pohyb zrcátka způsobí, že se bude pohybovat i světlo od něj odražené; bude se tedy pohybovat i stín masky, který zakrývá štěrbinu.

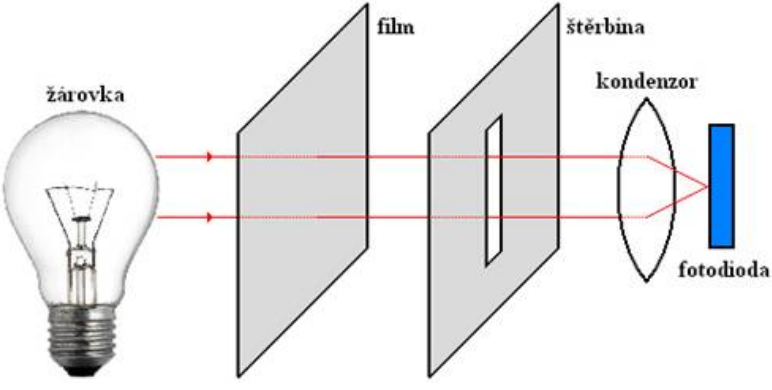


Obr. 37

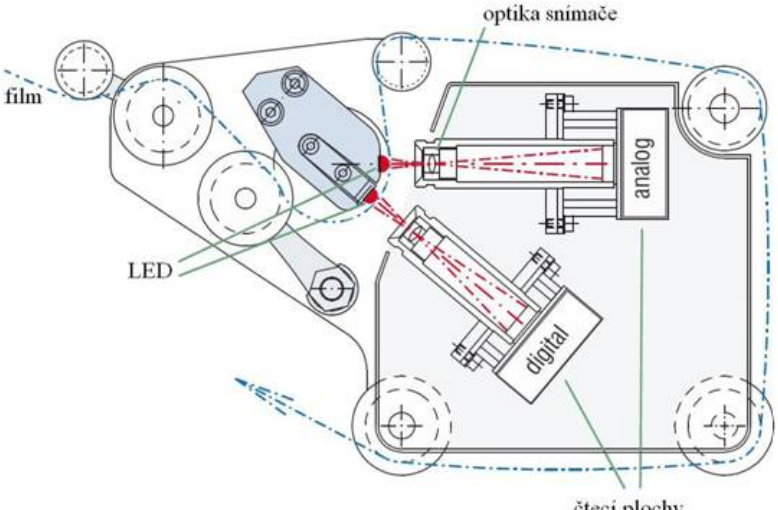
Při snímání zvuku je zvuková stopa filmového pásu prosvěcována světlem, které prochází štěrbinou a dopadá na fotodiodu nebo fototranzistor (v dřívějších dobách na speciální elektronku - na fotonku); schematicky zobrazeno

na obr. 38. Na základě fotoelektrického jevu je světelná energie přeměněna na kinetickou energii uvolněných elektronů, které vytvoří elektrický proud. V reproduktoru se pak elektrický signál přeměňuje na odpovídající zvuk.

Na obr. 39 je pak zobrazen pohled na průchod filmového pásu promítacím strojem. Zvuk z filmového pásu je snímaný optickým budičem zvuku, který je umístěný v trajektorii filmového pásu za okeničkou. Filmový pás prochází přes tlumící kladky, přítlačné kladky a setrvačník tvořený válcem bez zubů. Tyto prvky tlumí kmitavý pohyb (vibrace) filmového pásu; tento pohyb je způsoben krokovým pohybem filmového pásu v promítacím stroji během promítání.



Obr. 38



Obr. 39

10.2.1.1.2.3 | Používané technologie optického záznamu zvuku

Zvuk, který se při natáčení filmů nahrává většinou až postprodukčně, se zaznamená na příslušné medium (např. magneto-optický disk). Tento záznam je zpracován počítačem a je převeden na optický záznam zvuku pomocí masky a štěrbiny.

Postprodukční nahrávání zvuku spočívá v namluvení dialogů herci přímo ve studiu podle natočené scény. Postprodukčně se do filmu přidává také většina ruchů

(vrzání vrat, výbuchy bomb, ...). Tento způsob nahrávání zvuku je sice na první pohled komplikovanější, ale ve skutečnosti je takto nahraný zvuk kvalitnější a při nahrávání je možné jej rozdělit do příslušných zvukových kanálů (zvlášť ruchy, zvlášť hudba, zvlášť dialogy, ...).

Poté se záznam zvuku exponuje speciální zvukovou kamerou na filmový pás. Po tomto procesu vzniká snímek s latentním obrazem analogové zvukové stopy. Naexponovaný film se poté pomocí ultrazvuku vyčistí v ultrazvukové čističce a pak se zpracovává vyvolávacím automatem, ve kterém se vyvolává. K vyvolání je vždy připraven film o maximální délce 300 metrů. Po vyvolání se zvukový negativ a obrazový negativ pomocí kontaktní kopírky kopírují na jeden filmový pás. V kopírovací hlavě kopírky se bez přístupu světla oba negativy společně prosvítí tak, aby záznam zvuku předbíhal záznam obrazu o 21 políček. Tak získáme filmový pás s latentním obrazem pozitivu, na kterém je zaznamenán jak obraz tak zvuková stopa daného audiovizuálního díla.

Posun zvuku o 21 políček před příslušný obraz je nutný proto, aby byl zvuk správně a synchronně přehráván v promítacím stroji při projekci. Obraz se na plátno promítá v okamžiku, kdy je filmový pás zastaven, zatímco zvuk je přehráván kontinuálně.

Technologie záznamu analogového optického zvuku, které se v historickém vývoji zvukového filmu používaly, jsou:

1. kovové stříbro - typické pro první černobílé filmy;
2. hi-magenta - mezitechnologie nahrazující technologii kovového stříbra, která bude používána do doby, než se ve všech promítacích strojích vymění budiče zvuku schopné přehrát zvuk zaznamenaný technologií cyan;
3. cyan - technologie využívající k záznamu zvuku pouze barviva.

Zvuková stopa zaznamenaná pomocí **kovového stříbra** je reprodukovatelná bílým světlem (budičem zvuku tedy může být např. i běžná žárovka). Ukázka takového záznamu zvuku je zobrazena na obr. 40: analogový záznam zvuku je uložen v pásu mezi perforačními otvory a obrazovým políčkem. Vzhledem k tomu, že tato metoda byla zpočátku vývoje používána pro černobílé filmy, u nichž byl záznam obrazu založen také na chemické reakci stříbra za vzniku kovového stříbra, bylo možné zvuk i obraz vyvolávat jediným procesem. S příchodem barevného filmu se proces vyvolání zkomplikoval - bylo nutné použít různé technologické procesy na vyvolání obrazu a zvuku. Barevný film totiž při vyvolání prochází bělící lázní a výsledný filmový materiál je tvořen pouze barvivy. Zvuková stopa ale musí kromě barviv obsahovat také kovové stříbro, které je exponováno do dvou horních vrstev barevného filmu - do vrstev, které mají po vyvolání fialovou a modrozelenou barvu. Tento problém se řešil tzv.

znovuvyvoláním zvukové stopy, při kterém se stříbro vyvolá pomocí husté viskózní vývojky pouze ve zvukové stopě filmu. V obrazové stopě filmu již stříbro (poté, co barevný film prošel bělící lázní) není. Tento proces znovuvyvolání zvukové stopy je ale značně náročný, nese s sebou riziko poškození obrazové stopy filmu a výrobu kopie značně prodražuje.



Obr. 40

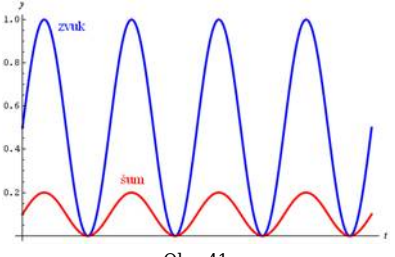
Nabízí se tedy otázka, proč se pro začernění míst ve zvukové stopě nepoužije stejná technika, která se používá pro začernění míst na barevném filmu, který kovové stříbro neobsahuje. Problém je ve spektru světla žárovky, která se v promítacích strojích používá. Její spektrum obsahuje nejen lidským okem viditelnou část elektromagnetického záření, ale také značnou část infračerveného záření. Toto

infračervené záření nedokáže barvivo pohltit a přitom je na toto záření velmi citlivá i fotodioda používaná při snímání zvuku.

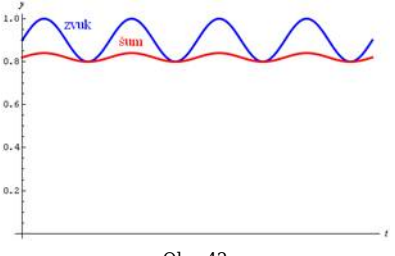
Všichni známe z praxe, že žárovka hřeje - a to je právě proto, že vydává infračervené záření.

Výsledkem použití této technologie by byl velký pokles odstupu signálu od šumu asi o 12 dB, tj. zvuk by byl nepřijatelným způsobem zašuměný. Tuto skutečnost názorně zobrazují obr. 41 a obr. 42. Na obou z nich má amplituda šumu hodnotu rovnou 20 % hodnoty amplitudy zvuku. Je zřejmé, že časové průběhy zvuku a šumu zobrazené na obr. 41 jsou pro poslech příznivější než časové průběhy zobrazené na obr. 42.

Pro příznivý a nerušený poslech je nutné, aby měla amplituda zvuku od amplitudy šumu jistý odstup (rozdíl). Čím větší tento odstup (rozdíl) je, tím kvalitnější zvuk vnímáme.



Obr. 41



Obr. 42

Proto výrobci filmových materiálů dlouhá léta hledali vhodné technické řešení. To přinesla až americká firma Kodak a další firmy zabývající se zpracováním natočených filmů: konečným stavem je filmová stopa tvořená pouze barvivy a žádným kovovým stříbrem. Tato technologie záznamu zvuku ovšem s sebou nese nutnost radikálně změnit i všechny budiče zvuku používané v promítacích strojích v celém světě. Vzhledem k tomu, že je tento krok velmi radiální, byla vyvinuta mezitechnologie **hi-magenta**, která je univerzální a tedy zvuk zaznamenaný touto technologií lze přehrát i na budičích zvuku určených původně pro technologii využívající kovové stříbro. Tato technologie se bude používat do doby, než nastoupí cílová technologie cyan.

Technologie hi-magenta (*vysoký purpur*) využívá jak kovové stříbro tak i filmové barvivo s nižší hustotou modrozeleného barviva (cyan barviva) a velkým podílem purpurové barvy. Při výrobě kopie filmu ve filmových laboratořích se záznam zvuku kopíruje do vrstvy citlivé na zelené světlo, která se obarvuje po vyvolání filmového materiálu purpurovou barvou. Poté se v této vrstvě musí znovu vyvolat kovové stříbro jako u staršího záznamu zvuku, který využíval pouze kovové stříbro.

Záznam zvuku je tedy uložen dvojím způsobem: pomocí kovového stříbra a pomocí modrozeleného barviva. Oba tyto záznamy jsou v purpurové vrstvě na filmovém pásu mezi perforačními otvory a obrazovým políčkem (viz

obr. 43).



Obr. 43

Zvuk z filmového pásu může být pak snímám:

1. bílým budičem zvuku - tj. např. žárovkou, protože záznam zvuku je tvořen barvivy i kovovým stříbrem, které je zde zejména proto, aby pohltilo infračervené záření;
2. červeným budičem zvuku - červenou LED, jejíž světlo reaguje na hustotu stříbra a malé množství modrozeleného barviva. Navíc červené LED jsou velmi levné a snadno dostupné.

Modrozelenou vrstvou totiž červené světlo neprochází.

Abychom dosáhli optimální reprodukce při snímání zvuku oběma budiči, je nutné najít správný poměr mezi množstvím stříbra a barviv v purpurové vrstvě filmu. Optimální hustota negativu zvuku a kopie zvuku se určuje zhotovením série testů na senzitometrickém pracovišti. Testy se exponují ve zvukové kameře několika expozicemi a každý z takto získaných negativů s různými hustotami barviv a kovového stříbra se kopíruje opět několika expozicemi.

Pro formát filmu 35 mm se testy provádějí s kombinací zvuků o frekvencích 400 Hz a 7000 Hz, pro formát filmu 16 mm se testy provádějí s kombinací zvuků o frekvencích 400 Hz a 3000 Hz.

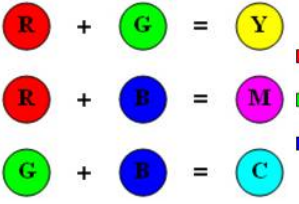
Tato série testů se pak elektroakusticky vyhodnotí a jako optimum se vybere kombinace hustot negativu a kopie, která vykazuje největší odstup signálu (tj. zvuku) vysoké a nízké frekvence. Takto nalezené hustoty barviv a kovového stříbra pak slouží jako technologická norma pro laboratorní zpracování zvukového záznamu.

Vyhodnocují se tedy podobné průběhy, které jsou zobrazeny pro případ zvuku a šumu na obr. 41 a obr. 42.

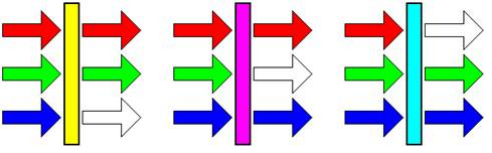
Při každé změně (filmový materiál, zvuková kamera, kopírovací stroj, ...) je nutné testy znovu opakovat.

Použití modrozeleného barviva pro záznam zvuku, který se v promítacím stroji snímá pomocí červeného

světla LED, vyplývá ze skládání barev RGB modelu: modrozelené světlo je složené ze zeleného světla a modrého světla (viz obr. 44). To znamená, že při osvětlení modrozelené vrstvy filmu bílým světlem (které je složeno ze tří základních barev RGB modelu - z červené, zelené a modré) tato vrstva propustí pouze zelené a modré světlo, zatímco červené pohltí (viz obr. 45). Modrozelená vrstva osvětlená tedy pouze červeným světlem se jeví jako černá - červené světlo totiž tato vrstva pohltí. Je-li proto zvuk zaznamenaný pomocí modrozeleného barviva snímán v promítacích strojích červeným světlem, jeví se místa s modrozeleným barvivem v černé barvě. To je ale stejný jev, který nastává při osvětlení záznamu zvuku pořízeného pomocí kovového stříbra běžnou žárovkou. Proto jsou obě výše uvedené technologie navzájem kompatibilní.



Obr. 44


Obr. 45

Cílovou technologií optického záznamu zvuku je technologie **cyan**. Zvuková stopa je zaznamenána pouze pomocí barviva bez použití kovového stříbra a nachází se na filmovém pásu ve stejném místě jako předchozí optické stopy: mezi perforačními otvory a obrazovým políčkem (viz obr. 46).

Všechny tři právě popsané druhy optického záznamu zvuku jsou na filmovém pásu uloženy na stejném místě. Liší se pouze technologie záznamu zvuku a způsob jeho následného čtení v promítacích strojích.

Pro snímání takto zaznamenaného zvuku je nutné použít nové budiče zvuku, které používají červené LED nebo lasery. Dále je nutné zařadit předzesilovač, protože signál je v tomto případě slabší, než byl při použití minulých technologií. Na druhou stranu má tato technologie řadu výhod: průběh zpracování filmového materiálu je šetrnější k životnímu prostředí, šetří filmový materiál, protože není nutné dělat před vlastním vyvoláváním filmu zkoušky ohledně správného poměru kovového stříbra a barviv, zlevnění provozu provozovatelů kin (červená LED je levnější než běžná žárovka, má oproti žárovce delší životnost a navíc jí vyzařované světlo ztrácí intenzitu postupně, takže je možné odhadnout její životnost - to u žárovky není možné: ta přestane svítit náhle a tím přestane hrát v kině zvuk). Nové budiče zvuku navíc zajišťují i lepší separaci levého kanálu zvuku a pravého kanálu zvuku a dále pak vyšší frekvenční rozsah signálu při vyšší úrovni frekvenci signálu.

Systém tedy dokáže přehrát kvalitně jak vysoké tóny, tak hluboké tóny a oba druhy těchto tónů přitom dostatečně hlasitě.



Obr. 46

Optický záznam zvuku je v současné době nahrazován digitálním záznamem (digitálním zvukem). Přesto ale je na filmovém pásu nepostradatelný, i když má již jen jistící funkci. Digitální zvuk je totiž umístěn na filmovém pásu tam, kde s ním dřívější kopírovací stroje a promítací stroje nepočítaly. Proto bývá často poškozen. Počítač sledující oba zvukové záznamy (optický záznam a digitální záznam) tyto záznamy stále porovnává a reprodukuje ten, který je kvalitnější.

10.2.1.1.3 | Magnetický záznam zvuku

Myšlenka magnetického záznamu zvuku se objevila ve 30. letech 20. století. Hlavní výhodou oproti

mechanickému záznamu zvuku nebo optickému záznamu zvuku byla snadná možnost oprav záznamu jeho přemazáním.

Mechanický záznam byl vyryt v podložce a optický záznam byl „nafocen“ na filmu, a proto nebylo možné tyto záznamy opravovat.

Proto se začal také ve větší míře používat v rozhlasových studiích. První magnetické záznamy se pořizovaly na ocelové pásky, ale byly postupně nahrazeny pásky s feromagnetickou vrstvou z magneticky tvrdé látky. Dalším vylepšením byl objev vysokofrekvenční předmagnetizace. Tím se dále zvýšila kvalita záznamu a následné reprodukce zvukového signálu. Pro zařízení sloužící k záznamu a reprodukci magnetického záznamu zvuku se vžilo označení **magnetofon**.

Magnetofon přitom původně byla chráněná obchodní značka firmy Telefunken.

Ve druhé polovině 20. století se pak magnetický záznam zvuku začal využívat i v amatérské praxi, neboť umožňoval vícenásobné použití téhož nosiče. Postupně dosáhla kvalita amatérských i studiových magnetofonů takové úrovně, že ostatní druhy záznamu zvuku (mechanický záznam zvuku a optický záznam zvuku) magnetický záznam zvuku postupně vytlačil. Do dnešní doby má magnetický záznam zvuku dominantní postavení:

analogový signál se pomocí něj zaznamenává téměř výhradně a magnetický záznam digitálního signálu je převažující nad ostatními technologiemi.

::subtree::

10.2.1.1.3.1 | Princip magnetického záznamu

Magnetický záznam zvuku (ale i obrazu) využívá vhodného tvaru hysterezní smyčky magneticky tvrdých látek, což je závislost velikosti magnetické indukce $\vec{B}$ daného materiálu na velikosti magnetické intenzity $\vec{H}$ vnějšího (budícího) magnetického pole.

Je-li nezmagnetovaný materiál vložen do budícího magnetického pole s magnetickou intenzitou $\vec{H}$, vznikne v tomto materiálu magnetické pole popsané magnetickou indukcí $\vec{B}$. Po zrušení vnějšího magnetického pole zůstává materiál zmagnetován - jeho magnetické pole je popsáno tzv. **remanentní magnetickou indukcí** o velikosti B_r. Pro zrušení magnetického pole v daném materiálu tedy nestačí snížit vnější magnetické pole na nulovou hodnotu magnetické intenzity, ale je nutné vytvořit opačně orientované magnetické pole (než bylo to původní) s velikostí magnetické intenzity rovné tzv. **koercitivní síle** o velikosti H_c.

V běžných materiálech mají vektory magnetické intenzity $\vec{H}$ a magnetické indukce $\vec{B}$ navzájem stejný směr. Proto je možné uvažovat jen velikosti obou vektorových veličin.

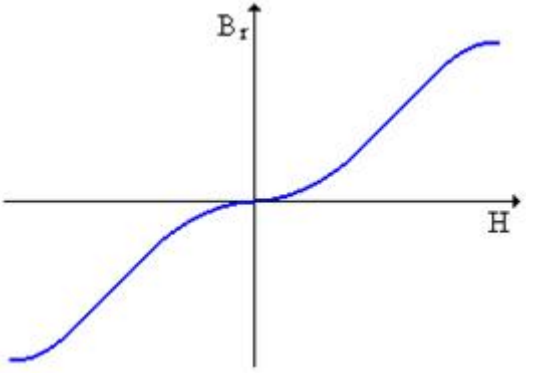
Vzhledem k tomu, že velikost magnetické intenzity $\vec{H}$ je přímo úměrná elektrickému proudu, který v případě magnetického záznamu na pásek prochází záznamovou hlavou, jsou hysterezní smyčka i remanentní charakteristika v podstatě grafy závislostí velikosti magnetické indukce na elektrickém proudu.

Pro magnetický záznam je nutná nejen znalost hysterezní smyčky, ale také závislost velikosti remanentní magnetické indukce B_r na velikosti magnetické intenzity vnějšího H magnetického pole; tato závislost, která je zobrazena na obr. 47, se nazývá **remanentní charakteristika**.

Grafem remanentní charakteristiky je z hlediska matematických vlastností omezená funkce. Fyzikálně to znamená, že magnetické pole v daném materiálu je nasycené, tj. při dalším zvětšování velikosti magnetické intenzity (resp. elektrického proudu) se velikost magnetické indukce v daném materiálu již dále nezvyšuje. Magnetické domény jsou v tomto materiálu již srovnány ve směru magnetických indukčních čar daného magnetického pole a daná látka má nejvyšší energii.

Je zřejmé, že velikost remanentní magnetické indukce, na kterou zůstane daný materiál zmagnetován po vypnutí vnějšího magnetického pole, je závislá na „síle“ tohoto pole. Proto je remanentní charakteristika důležitou charakteristikou popisující vlastnosti magnetického záznamu.

Pro magnetický záznam požadujeme, aby pásek zůstal trvale zmagnetován - musí se v něm tedy vytvořit magnetické pole s magnetickou indukcí rovné velikosti maximální remanentní magnetické indukce B_r.



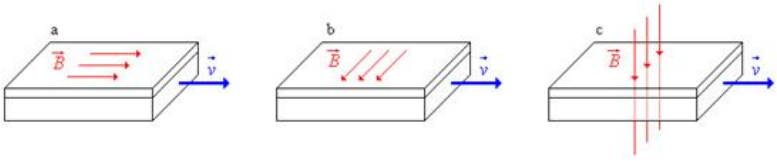
Obr. 47

Záznamový materiál (tj. magnetofonový pásek) může být zmagnetován ve třech navzájem kolmých směrech:

1. podélné zmagnetování - magnetické indukční čáry mají směr pohybu pásku (viz

obr. 48a); tento způsob magnetování pásku se v praxi používá téměř výhradně;

2. příčné zmagnetování - magnetické indukční čáry jsou rovnoběžné s rovinou pásku a jsou kolmé ke směru jeho pohybu (viz obr. 48b); tento způsob magnetování se uplatňuje hlavně při magnetickém záznamu obrazu;
3. kolmé zmagnetování - magnetické indukční čáry jsou kolmé k rovině pásku i ke směru jeho pohybu (viz obr. 48c); tento způsob zmagnetování pásku se pro své nevhodné vlastnosti v praxi nepoužívá.



Obr. 48

Běžný magnetický záznam je intenzitní záznam, tj. intenzita zmagnetování pásku (daná velikostí remanentní magnetické indukce B_r) je úměrná intenzitě magnetického pole vytvořeného budícím elektrickým proudem.

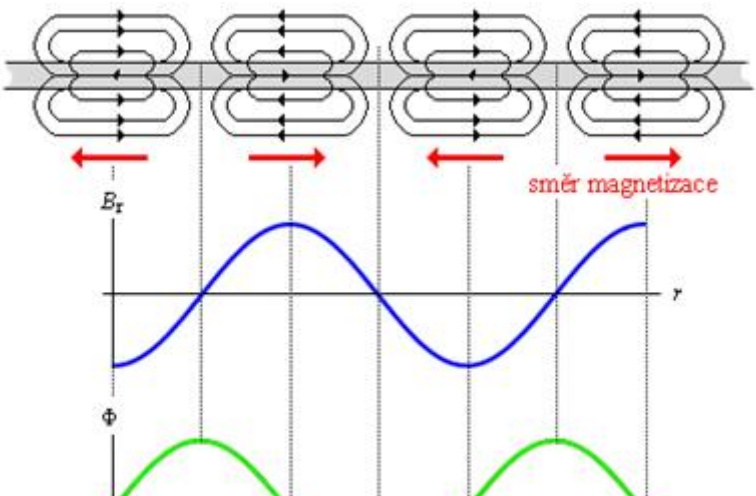
Má-li být na magnetickém pásku uložen daný záznam, musí zůstat pásek trvale zmagnetován i poté, co „zmizí“ vnější (budící) magnetické pole. Proto se musí v pásku vytvořit magnetické pole s magnetickou indukcí

danou právě remanentní magnetickou indukcí. Jedině tak zůstane pásek trvale zmagnetován.

Elektrický proud přenášející zaznamenávaný zvuk (či obraz) vytváří kolem vodiče, kterým prochází, magnetické pole. Relativním pohybem pásku vzhledem k vodiči s tímto proudem vznikne střídavé magnetické pole (tj. nestacionární magnetické pole), jehož působením se na pásku vytvoří **magnetické dipóly**. Vzhledem k tomu, že tyto dipóly vznikají vlivem střídavého magnetického pole, mají vždy dva sousední dipóly navzájem opačně orientované magnetické indukční čáry. Délka jednotlivých magnetických dipólů je závislá na frekvenci *f* budícího proudu a velikosti rychlosti *v* pohybu pásku. Pro vlnovou délku zaznamenávaného signálu platí $\lambda = \frac{v}{f}$ a ta je rovna dvojnásobku délky magnetického dipólu.

Magnetické dipóly si lze představit jako miniaturní magnety vytvořené na pásku.

Magnetické dipóly spolu s grafem závislosti velikosti remanentní magnetické indukce podél pásku a grafem závislosti magnetického indukčního toku podél pásku jsou zobrazeny na obr. 49.

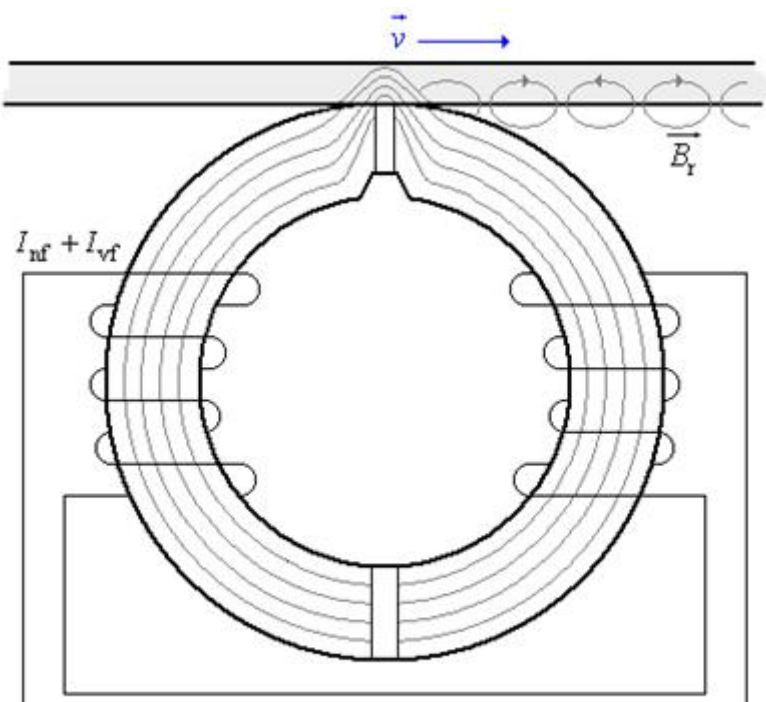


Obr. 49

10.2.1.1.3.2 | Záznam na pásek

Magnetický záznam se provádí pomocí **záznamové hlavy**, která je tvořená magnetickým obvodem z magneticky měkké látky. Tento obvod je na jednom místě přerušen úzkou **štěrbinou**, v níž je vlepena vložka z nemagnetického materiálu. Na magnetickém materiálu je navinuto vinutí z tenkého měděného drátku. Pásek přiléhá ke štěrbině svou částí z feromagnetické látky (viz obr. 50).

Záznamovou hlavu si tedy můžeme představit jako cívku ve tvaru toroidu.



Obr. 50

Na svorky vinutí je přiloženo budící napětí U, v důsledku čehož vinutím prochází elektrický proud. Tento

proud je superpozicí (součtem) signálového proudu I_{sf} a předmagnetizačního proudu I_{mf} .

Signálový proud je proud, jehož průběh je shodný se zaznamenávaným zvukem - tento proud vzniká např. v mikrofonu. Předmagnetizační proud je proud vysokofrekvenční, který se k signálovému proudu „přidává“ pro snadnější záznam daného zvuku na pásek.

Elektrický proud procházející vinutím navinutým na magnetický materiál vytváří magnetické pole s magnetickou intenzitou $\vec{H}$, jejíž velikost je tomuto proudu přímo úměrná. Magnetické indukční čáry tohoto magnetického pole se uzavírají v magnetickém matriálu hlavy. V místě mezery je ale magnetický odpor nemagnetické vložky natolik velký, že magnetické pole (a tedy i magnetické indukční čáry, kterými ho popisujeme) vychází mimo magnetický materiál a vytvářejí **rozptylové magnetické pole**.

Magnetický odpor daného materiálu udává, jak snadno daným materiálem procházejí magnetické indukční čáry, tj. jak snadno nebo špatně lze daný materiál zmagnetovat.

Je-li do tohoto pole vložen pásek s magneticky velmi dobře vodivou vrstvou, téměř všechny magnetické indukční čáry se uzavřou právě přes tuto vrstvu. Tím se magnetická vrstva magnetuje. Magnetizace pásku přitom probíhá tak, že odpovídající si velikosti magnetické indukce a magnetické intenzity leží na křivce prvotní magnetizace.

Vzhledem k tomu, že je vrstva na pásku vyrobená z magneticky tvrdé látky, zůstává dané místo této vrstvy trvale zmagnetováno i po jeho oddálení od štěrbiny záznamové hlavy. Magnetické pole daného místa na pásku je popsáno remanentní magnetickou indukcí o velikosti B_r.

Magnetické pole je vždy takové, že jeho magnetické indukční čáry jsou vždy uzavřené křivky (je to energeticky výhodná konfigurace). Skutečnost, že se daný materiál zmagnetizuje můžeme popsat i tak, že magnetické indukční čáry do tohoto materiálu vstoupí. A v závislosti na typu materiálu se tento materiál zmagnetuje dočasně (paramagnetické látky) nebo natrvalo (feromagnetické látky).

Budící napětí připojené k záznamové hlavě je střídavé napětí, a proto je střídavý také magnetický indukční tok procházející magnetickým materiálem záznamové hlavy. Pohybem pásku v blízkosti hlavy vznikají ve vrstvě pásku střídavě zmagnetovaná místa (magnetické dipóly), jejichž délka je závislá na frekvenci budícího napětí a na velikosti rychlosti pohybu pásku. Intenzita zmagnetování daného místa pásku je úměrná amplitudě budícího napětí. Na původně nezmagnetovaném pásku tedy vzniká tímto způsobem magnetický záznam, který délkou magnetických dipólů odpovídá průběhu signálového napětí (resp. signálového proudu).

Magnetický obvod hlavy musí být z magneticky měkké látky, která má velmi malou velikost remanentní

magnetické indukce. Kdyby se totiž zmagnetovala samotná hlava, záznam by byl velmi zkreslený nebo by jej nebylo možné vůbec uskutečnit. Štěrbina záznamové hlavy je volena s ohledem na velikost rychlosti pohybu pásku a nejvyšší zaznamenávanou frekvenci tak, aby pro tuto frekvenci byla délka magnetického dipólu přibližně dvojnásobkem šířky štěrbiny. Šířky štěrbiny se pohybují v rozmezí $4\,\mu m$ až $20\,\mu m$. Na první pohled by se mohlo zdát, že je cílem vytvořit štěrbinu co nejužší. Příliš úzká štěrbina má ale magnetický odpor již tak malý, že vytvořené rozptylové magnetické pole zasahuje do velmi malého prostoru a je natolik málo intenzivní, že záznam nelze uskutečnit.

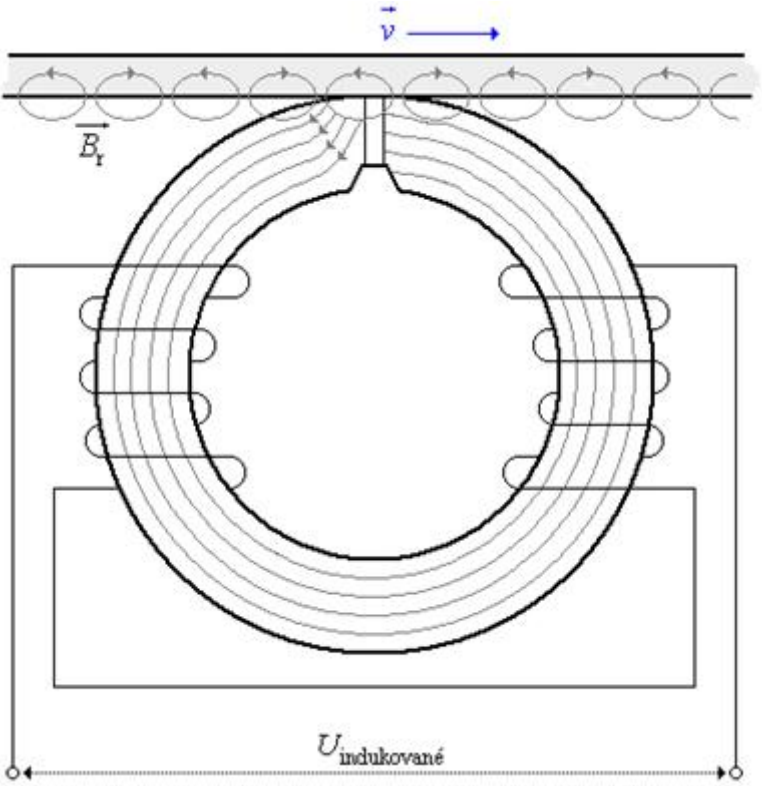
10.2.1.1.3.3 | Snímání z pásku

Proces snímání informací z pásku (čtení z pásku) je podobný jako proces magnetického záznamu na pásek. Hlavní částí zařízení je snímací hlava, která má podobnou konstrukci jako záznamová hlava. Snímací hlava je tedy opět tvořena obvodem z magneticky měkké látky, který je přerušený štěrbinou s nemagnetickou vložkou. Šířka této štěrbiny bývá menší než $10\,\mu m$.

Snímací hlava má ze všech tří hlav (záznamová hlava, snímací hlava a mazací hlava) nejužší štěrbinu, což souvisí se štěrbinovou funkcí, která je popsána na konci

tohoto odstavce.

Proces snímání ilustruje obr. 51.



Obr. 51

Magnetické dipóly vytvořené během magnetického záznamu na pásku vytvářejí v okolí pásku vlastní

rozptylové magnetické pole.

Magnetické dipóly vznikly na pásku tak, že pásek byl na „správných místech správně“ zmagnetován pomocí záznamové hlavy. Proto je kolem pásku (resp. v okolí oblasti dipólu) detekovatelné magnetické pole.

Přiblíží-li se zmagnetovaná část pásku ke štěrbině snímací hlavy, uzavřou se magnetické indukční čáry složeného rozptylového magnetického pole pásku a magnetického pole materiálu snímací hlavy. Materiálem snímací hlavy tedy začíná téct magnetický indukční tok.

Indukční čáry se uzavírají cestou nejmenšího odporu, proto se uzavřou přes materiál hlavy, který má menší magnetický odpor než materiál vyplňující štěrbinu.

Magnetické dipóly na magnetickém pásku mají obecně různou orientaci magnetické indukce a navíc jsou na pásku umístěny nepravidelně (v závislosti na časovém průběhu signálu zaznamenaného na pásek). Proto při pohybu pásku v blízkosti štěrbiny snímací hlavy prochází materiálem hlavy časově proměnný magnetický indukční tok.

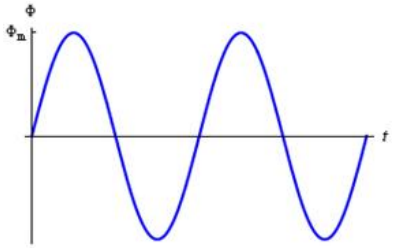
Na jádře snímací hlavy je navinuto vinutí z tenkého měděného drátu o N závitech. Časově proměnný magnetický indukční tok Φ v tomto vinutí tedy indukuje napětí u, které je dáno Faradayovým zákonem elektromagnetické indukce a pro které platí $u = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Indukované napětí je tedy úměrné rychlosti změny magnetického indukčního toku v čase.

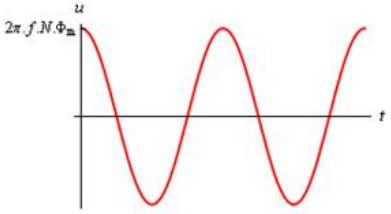
Vinutí navinuté na materiálu snímací hlavy vytváří cívku, v níž se při časově proměnném magnetickém indukčním toku indukuje napětí a prochází elektrický proud.

Vztah popisující Faradayův zákon elektromagnetické indukce můžeme s využitím vyšší matematiky psát ve tvaru $u = N\frac{d\Phi}{dt}$. Tento vztah je přesnější a snáze je možné pomocí něho určit časový průběh indukovaného napětí, známe-li časový průběh magnetického indukčního toku v obecném případě.

Uvažujme nyní nejjednodušší periodický průběh magnetického indukčního toku ve tvaru $\Phi = \Phi_m \sin\omega t$, kde ω je úhlová frekvence zaznamenaného signálu. Napětí indukované ve vinutí snímací hlavy je pak dáno vztahem $u = N \cdot \omega \cdot \Phi_m \cdot \cos\omega t$. Časový průběh magnetického indukčního toku je zobrazen na obr. 52, časový průběh indukovaného napětí na obr. 53.



Obr. 52



Obr. 53

S využitím vztahu $u = N\frac{d\Phi}{dt}$ je možné pro indukované napětí postupně psát

$$u = N\frac{d(\Phi_m \sin\omega t)}{dt} = N\cdot\omega\cdot\Phi_m\cdot\cos\omega t = 2\pi\cdot f\cdot N\cdot\Phi_m\cdot\cos\omega t\,.$$

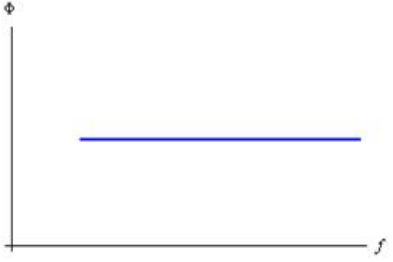
Ze vztahu popisující časovou závislost indukovaného napětí je zřejmé, že toto napětí je při stejné amplitudě magnetického indukčního toku Φ_m (tj. při stejné intenzitě záznamu) lineárně závislé na frekvenci zaznamenaného signálu.

Uvažujme nyní průběh magnetického indukčního toku takový, že hodnota magnetického indukčního toku bude konstantní pro různé frekvence (viz obr. 54). Napětí indukované na snímací hlavě v závislosti na frekvenci by teoreticky měla být rostoucí lineární funkce (viz obr. 55 - přerušovaná čára).

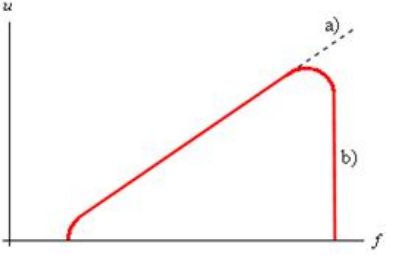
Skutečnost, že napětí je přímo úměrné frekvenci

zaznamenaného signálu, vyplývá z rozboru předchozího průběhu magnetického indukčního toku.

Ve skutečnosti bude ale průběh takový, jaký je zobrazen na obr. 55 plnou čarou. Příčinou toho, že průběh indukovaného napětí neodpovídá teorii, jsou vlivy, které zmenšují indukované napětí při vyšších frekvencích. Tyto rušivé vlivy se kompenzují korekčními frekvenčními charakteristikami záznamového zesilovače a snímacího zesilovače magnetofonu.



Obr. 54



Obr. 55

Na průběh indukovaného napětí má vliv zejména:

1. demagnetizace - sousední magnetické dipóly na pásce mají navzájem opačnou orientaci magnetického pole, a proto se jejich magnetická pole navzájem zeslabují. Při nízké frekvenci zaznamenávaného signálu jsou dipóly dlouhé (jejích délka je úměrná vlnové délce daného signálu) a vliv demagnetizace

se tedy neuplatí. Při vyšších frekvencích jsou ale dipóly krátké a demagnetizace je výraznější. Magnetický indukční tok vstupující do snímací hlavy je proto menší a indukuje se tedy nižší napětí, než by se indukovat teoreticky mělo.

Při záznamu signálů vysoké frekvence (a tedy krátké vlnové délky) se polarita záznamového proudu totiž změní dřív, než se část pásku s právě pořízeným záznamem stačí dostat z okruhu působení rozptylového magnetického pole štěrbiny záznamové hlavy. To způsobí částečné odmagnetování tohoto záznamu.

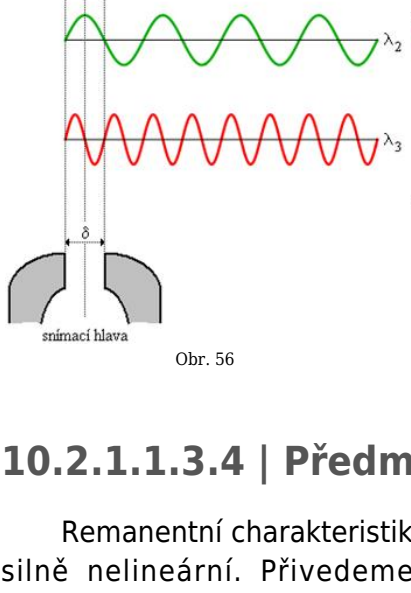
2. oddálení pásku od štěrbiny - pro krátké dipóly je tento vliv větší než pro dlouhé. Krátké dipóly mají ve srovnání s delšími méně intenzivní magnetické pole. Při oddálení pásku od štěrbiny snímací hlavy tedy zeslábne magnetické pole snímané hlavou natolik, že se indukuje nižší napětí, než když je pásek ve správné vzdálenosti od štěrbiny.
3. vířivé proudy - vznikají v materiálu jádra snímací hlavy, čímž odebírají část energie magnetického pole. Indukované napětí je proto nižší, než v ideálním případě, kdy vířivé proudy nevznikají. Vířivé proudy se vytvářejí spíše při vyšších frekvencích zaznamenaného signálu.

4. štěrbinová funkce - vztah $u = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ (resp. $u = N\frac{d\Phi}{dt}$) popisující průběh indukovaného napětí v závislosti na čase platí pouze pro napětí indukované na základě takových magnetických dipólů vytvořených na pásce, jejichž délka je několikanásobně větší, než je šířka štěrbiny ve snímací hlavě. Pro vlnové délky λ zaznamenaného signálu, které jsou srovnatelné se šířkou štěrbiny δ snímací hlavy, velikost rychlosti změny magnetického indukčního toku v čase klesá až při vlnové délce rovné šířce štěrbiny klesá na nulu (viz schématicky obr. 56). Pro případné korekce, které je nutné při malé změně magnetického indukčního toku provést, je nutné použít korekční obvody (nemají s průběhem magnetického indukčního toku nic společného). Popis těchto korekcí souvisí s tzv. štěrbinovou funkcí $x\left(\frac{\delta}{\lambda}\right)$ definovanou vztahem $x = \frac{\sin\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)}{\frac{\delta}{\lambda}}$, jejíž graf je zobrazen na obr. 57.

Na magnetický pásek je tedy nemožné zaznamenat

signál s příliš malou vlnovou délkou, tj. s vysokou frekvencí. Je-li vlnová délka tohoto záznamu stejná jako je šířka štěrbiny, bude indukované napětí nulové (napětí naindukovaná v obou půlperiodách se navzájem vyruší).

Nejvíce je tedy různými chybami zatíženo přehrávání signálu s vysokými frekvencemi.



Obr. 56



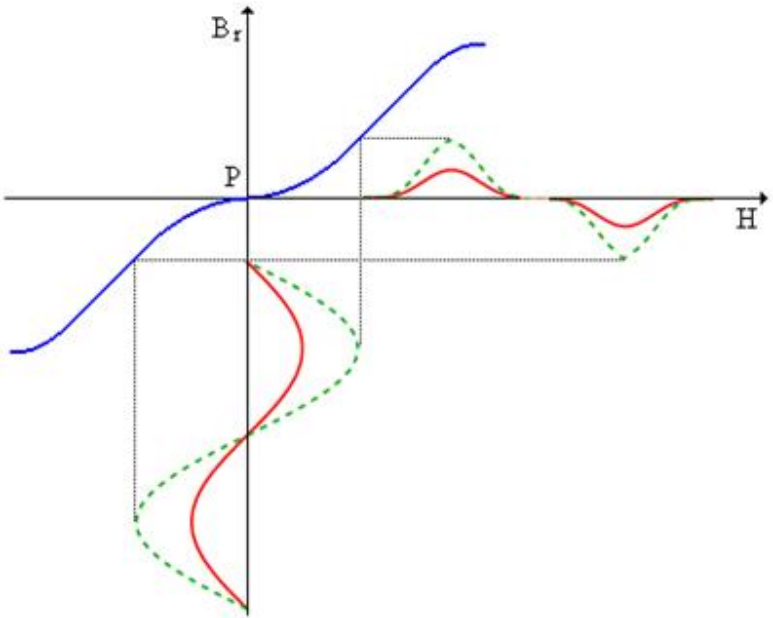
Obr. 57

10.2.1.1.3.4 | Předmagnetizace

Remanentní charakteristika záznamového materiálu je silně nelineární. Přivedeme-li na záznamovou hlavu nezkreslený signál, pak bude jeho záznam vlivem nelineární závislosti magnetické indukce na magnetické intenzitě silně zkreslen. Výstupní napětí záznamové hlavy

je totiž odvozeno od této remanentní charakteristiky, a proto má i toto napětí v závislosti na čase nelineární průběh. Vliv nelinearity remanentní charakteristiky na zkreslení výstupního signálu při záznamu sinusového průběhu signálu je zobrazen na obr. 58.

Grafu zobrazenému na obr. 58 je nutno správně rozumět. V jeho spodní části je zobrazen signál, který se má zaznamenat na pásek. Tento signál prochází záznamovou hlavou a vyvolává v okolí štěrbiny hlavy rozptylové magnetické pole s remanentní magnetickou indukcí o velikosti B_r. Toto magnetické pole „se uloží“ na pásek a při čtení pásku se na základě tohoto magnetického pole indukuje ve snímací hlavě indukované napětí. V důsledku toho prochází hlavou výstupní signál (elektrický proud), jehož hodnota je úměrná velikosti *H* magnetické intenzity a který se dále zpracovává. Tento výstupní signál je zobrazen v pravé části grafu zobrazeného na obr. 58.



Obr. 58

Na obr. 58 je zobrazen bod *P*, který odpovídá tzv. pracovnímu bodu. Souřadnice bodu *P* v zobrazeném grafu přitom určují počáteční podmínky, ve kterých se pásek před vlastním záznamem signálu nachází.

Při poloze pracovního bodu ve středu remanentní charakteristiky je zřejmé, že výstupní signál je natolik zkreslen, že je dále nepoužitelný. Proto je nutné pracovní bod posunout na magnetizační křivce záznamového materiálu do středu její lineární části. Změnu polohy pracovního bodu můžeme provést pomocí magnetického

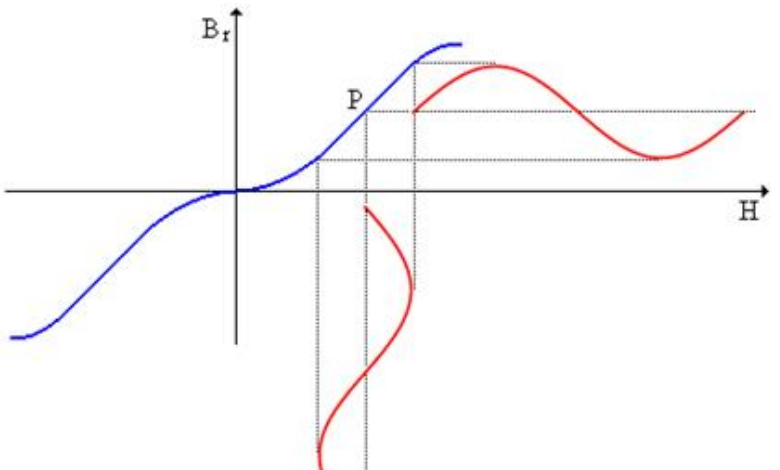
pole.

Na pásek tedy „nahrajeme“ magnetické pole (popsané určitou magnetickou indukcí) ještě před samotným nahráváním příslušného signálu na tento pásek.

Toto pomocné magnetické pole, které bude při záznamu signálu trvale ovlivňovat záznamový materiál tak, abychom při magnetizaci tohoto materiálu vycházeli ze středu lineární části remanentní charakteristiky, můžeme získat dvěma základními způsoby:

1. předmagnetizací stejnosměrným magnetickým polem (stejnosměrná předmagnetizace);
2. předmagnetizací střídavým vysokofrekvenčním magnetickým polem (vysokofrekvenční předmagnetizace).

V počátcích magnetického záznamu zvuku se používala výhradně **předmagnetizace stejnosměrným elektrickým proudem**. Do záznamové hlavy se spolu s nízkofrekvenčním signálem (který se má zaznamenat na pásek) přivádí ještě pomocný stejnosměrný elektrický proud. Ten vytváří potřebné předmagnetizační magnetické pole a posouvá tak pracovní bod *P* remanentní charakteristiky do středu její lineární části. Zkreslení, které tímto způsobem při záznamu signálu na pásek a jeho následném čtení nastane, je výrazně menší než v případě bez předmagnetizace - viz obr. 59.



Obr. 59

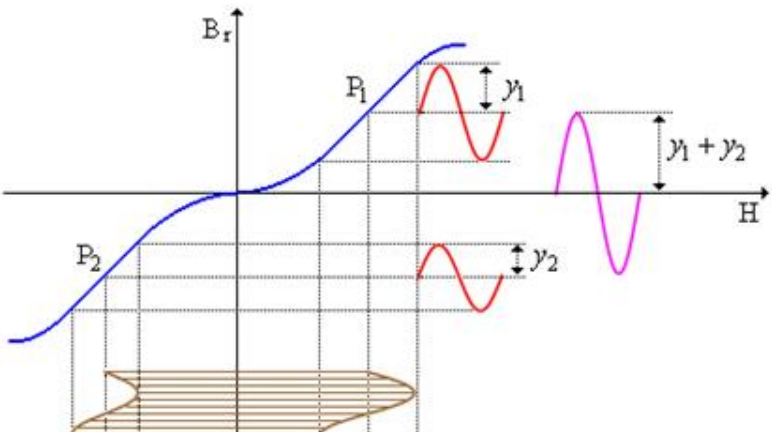
Komentář ke grafům zobrazených na obr. 59 je analogický jako komentář ke grafům zobrazených na obr. 58.

Stejnosměrná předmagnetizace ovšem způsobuje trvalou stejnosměrnou magnetizaci záznamového materiálu. Protože nelze vyrobit takovou aktivní vrstvu záznamového materiálu, jejíž elementární částice by byly nekonečně malé a naprosto stejnorodé, vzniká nutně u jednotlivých zrnek nebo jejich shluků nestejná zbytková magnetizace. Tato nestejná zbytková magnetizace se při reprodukci projevuje jako nepříjemný základní šum, který

citelně zhoršuje kvalitu nahrávky.

Počátkem 40. let dvacátého století (tedy v době druhé světové války) byl v berlínském rozhlase náhodně objeven způsob, jak využít k předmagnetizaci střídavý proud vysoké frekvence. Tak byla objevena **vysokofrekvenční předmagnetizace**, která výrazně ovlivnila další vývoj magnetického záznamu - zejména potlačila vznik šumu v záznamu, čímž se zlepšila kvalita záznamu.

K nízkofrekvenčnímu proudu, který je ekvivalentní zaznamenávanému signálu, je superponován (přičítán) vysokofrekvenční elektrický proud sinusového průběhu takové amplitudy, aby střední hodnoty tohoto proudu byly právě uprostřed obou lineárních částí remanentní charakteristiky záznamového materiálu. Amplituda a stejnosměrná složka tohoto vysokofrekvenčního elektrického proudu jsou nastaveny tak, aby okamžité hodnoty tohoto elektrického proudu ležely pouze v lineárních částech remanentní charakteristiky záznamového materiálu. Tímto způsobem získáme z obou polarit magnetizace pásku poměrně nezkreslená výstupní napětí, která jsou navzájem ve fázi. Výstupní napětí snímací hlavy je potom dáno součtem obou těchto napětí. Schématicky je tento postup zobrazen na obr. 60.



Obr. 60

Pokud není na vstupu záznamové hlavy žádný nízkofrekvenční signál, který se má zaznamenat, pracovní bod pásku se při opouštění štěrbiny hlavy přesunuje zpět do polohy nulové remanentní indukce. Protože je pásek v modulačních přestávkách bez zbytkového magnetismu, není v těchto místech při jeho přehrávání slyšet žádný šum.

Nastavení předmagnetizačního proudu a úrovně signálového proudu je z hlediska zkreslení velmi důležité. Proto má každý přístroj, na kterém se magnetický záznam provádí, regulátor úrovně záznamu a uvnitř přístroje též regulátor předmagnetizačního proudu (tento regulátor ale není běžné obsluze přístroje přístupný). Moderní magnetické pásky se vyrábějí z různých materiálů (Fe_2O_3,

CrO_2, metal, ...), které mají rozdílné remanentní charakteristiky a vyžadují proto jiná nastavení předmagnetizačního proudu. Proto jsou záznamové přístroje nastaveny výrobcem na několik typů pásků a uživatelé je pak podle typu aktuálně použitého pásku přepínají.

Pro správné nastavení předmagnetizace je důležitá i frekvence předmagnetizačního proudu, která musí být dostatečně vysoká. Pro magnetický záznam je typické zkreslení signálem, který obsahuje 3. harmonickou frekvenci. Její hodnota pro zvukové pásmo do frekvence 20 kHz dosahuje až k frekvenci 60 kHz. Přitom frekvence předmagnetizačního proudu nesmí tvořit s touto frekvencí slyšitelné zázněje (rázy), které se projevují typickými hvizdy. Proto musí být frekvence předmagnetizačního proudu vyšší než 80 kHz, běžně se ale používá frekvence 100 kHz a vyšší.

Hodnota předmagnetizačního proudu ovlivňuje jednotlivé parametry magnetického záznamu takto:

1. frekvenční charakteristiku záznamu - zejména v oblasti signálů vysokých frekvencí (zvětšujeme-li předmagnetizaci, ubývá v záznamu signálů vyšších frekvencí);
2. citlivost záznamového materiálu - pro určitou hodnotu předmagnetizačního proudu je citlivost záznamového materiálu největší, menší nebo větší předmagnetizace způsobuje

zmenšení citlivosti tohoto materiálu;

3. vybuditelnost záznamového materiálu - pro určitou hodnotu předmagnetizačního proudu je vybuditelnost záznamového materiálu největší, menší nebo větší hodnota předmagnetizačního proudu způsobuje zmenšení vybuditelnosti;
4. výsledné zkreslení záznamu - to lze v praxi zásadně ovlivnit úrovní vybuzení záznamového materiálu.

Při velmi malé hodnotě předmagetizačního proudu se mohou v záznamu objevovat rušivé jevy (nepravidelné šumy, výpadky signálu, ...). I malá změna předmagnetizačního proudu ovlivní rovnoměrnost frekvenční charakteristiky nahrávky u nejvyšších frekvencí signálu, zatímco změna ostatních parametrů bude nevýznamná. Výrobci záznamových přístrojů stanovují optimální hodnotu předmagnetizačního proudu na základě řady měření a zkoušek a získaným hodnotám elektrického proudu a frekvence přizpůsobují i korekční obvody záznamových přístrojů tak, aby celková frekvenční charakteristika daného přístroje při záznamu a následné reprodukci byla co nejvyrovnanější. Jestliže je tedy přístroj v mechanicky bezvadném stavu a jestliže má jeho záznamová hlava dokonalý kontakt s aktivní vrstvou záznamového materiálu, odpovídá hodnota předmagnetizačního proudu odpovídající rovné frekvenční charakteristice v oblasti vysokých frekvencí a současně

také optimální hodnotě předmagnetizačního proudu z hlediska zajištění ostatních parametrů.

10.2.1.1.3.5 | Mazání záznamu

Vymazání magnetického záznamu uloženého na pásku je možné provést násilným přemagnetováním pásku silným magnetickým polem. To lze provést i tak, že k pásku přiblížíme silný permanentní magnet. Tento způsob mazání záznamu se v počátcích zavedení magnetického záznamu používal, ale v současné době se již nepoužívá.

Aby se zabránilo náhodnému vymazání záznamu na pásku neopatrnou manipulací se zdrojem magnetického pole v jeho okolí (permanentní magnet, cívka, kterou prochází elektrický proud, ...) jsou pásky vyrobeny z magneticky tvrdé látky.

Současné magnetofony mají **mazací hlavu**, která provádí **vysokofrekvenční mazání** záznamu na pásku dostatečně velkým mazacím elektrickým proudem. Tento mazací elektrický proud se vyrábí ve stejném generátoru vysokofrekvenčního napětí, v němž se generuje předmagnetizační elektrický proud. Frekvence mazacího proudu je tedy stejná jako frekvence elektrického proudu, který se používá k předmagnetizaci pásku. Konstrukce mazací hlavy je obdobná jako konstrukce záznamové hlavy nebo snímací hlavy. Při mazání je nutno vytvořit rozptylové

magnetické pole s velkým rozptylem, neboť toto magnetické pole musí projít skrz celou feromagnetickou vrstvu pásku v celé jeho šířce. Proto má mazací hlava (ve srovnání se záznamovou hlavou a snímací hlavou) nejširší štěrbinu: až 0,5 mm.

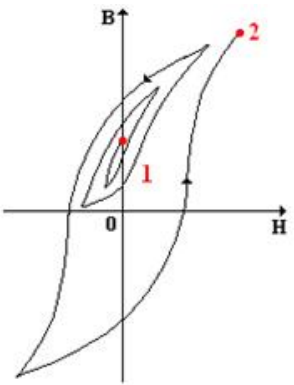
Na základě znalosti hysterezní smyčky feromagnetické látky, z níž je pásek vyroben, je zřejmé, že pro dobré vymazání magnetického záznamu je nutné tuto vrstvu zmagnetovat až do bodu nasycení. Po dosažení bodu nasycení (který je popsán jistou velikostí magnetické intenzity a jistou velikostí magnetické indukce) již dále velikost magnetické indukce v daném materiálu neroste.

Musíme tedy dosáhnout takové velikosti magnetické indukce, která je větší než nejvyšší hodnota magnetické indukce v grafu hysterezní smyčky daného materiálu.

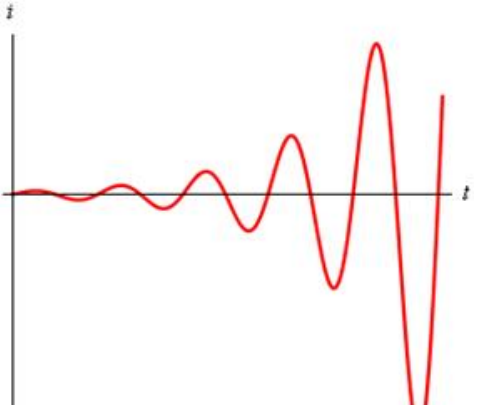
Vlastní proces mazání má dvě fáze. Pásek se záznamem, který se má vymazat, se pohybuje směrem ke štěrbině mazací hlavy a vniká do rozptylového magnetického pole, které mazací hlava vytváří. Toto magnetické pole je vytvářeno vysokofrekvenčním elektrickým proudem, který je přiváděn do vinutí mazací hlavy. Průběh tohoto proudu je zobrazen na obr. 62. Pro první část mazacího procesu je nutné si uvědomit, že amplituda tohoto proudu roste. V důsledku toho je pásek vystaven působení takového magnetického pole, jehož hysterezní smyčky se postupně zvyšují (viz obr. 61); nárůst velikostí magnetické intenzity a magnetické indukce je dán

nárůstem amplitudy vysokofrekvenčního elektrického proudu. Hysterezní smyčky začínají v bodě *1*, který představuje záznam zaznamenaný původně na pásku. Velikost magnetické indukce bodu *1* může být obecně jakákoliv - odpovídá původnímu záznamu na daném místě pásku. Vlivem vysokofrekvenčního proudu se hysterezní smyčky postupně zvětšují, až dosáhne hodnota magnetické indukce stavu nasycení - na obr. 61 bod *2*; tento bod odpovídá situaci, kdy se dané místo pásku nachází přímo proti štěrbině mazací hlavy.

Každá změna časového průběhu elektrického proudu z rostoucí funkce na klesající a naopak odpovídá rostoucí resp. klesající části hysterezní smyčky. Navíc jak roste amplituda proudu, roste i velikost magnetické intenzity a magnetické indukce a hysterezní smyčka se tak postupně zvětšuje.



Obr. 61

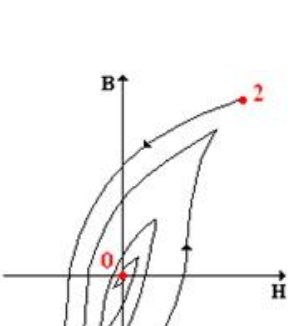


Obr. 62

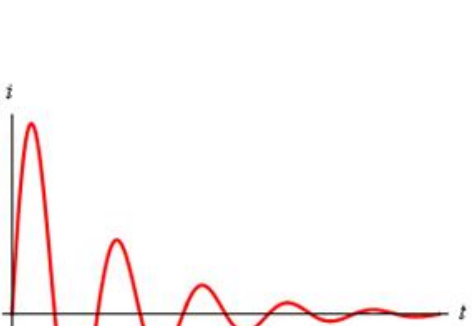
Druhá fáze mazání daného místa na pásku probíhá poté, co se toto místo na pásku začne vzdalovat od štěrbiny mazací hlavy. Rozptylové magnetické pole je generováno opět vysokofrekvenčním elektrickým proudem, jehož časová závislost je zobrazená na obr. 64. Je zřejmé, že amplituda tohoto elektrického proudu postupně klesá, což má za následek, že se postupně zmenšuje velikost magnetické intenzity rozptylového magnetického pole a tedy i velikost magnetické indukce tohoto pole - tj. postupně se narušují a zmenšují také magnetické domény tvořící záznam na pásku. Hysterezní smyčky rozptylového magnetického pole se tedy postupně zmenšují do té doby, než dosáhne velikost remanentní magnetické indukce

magnetického pole nulové hodnoty (viz obr. 63). Tak už není dané místo na pásku zmagnetováno a pásek je připraven pro pořízení dalšího záznamu.

Amplitudy proudu v grafu na obr. 64 odpovídají těm místům hysterezních smyček zobrazených na obr. 63, v nichž se smyčky „lámou“. Je to naprosto analogická situace jako v případě nárůstu amplitudy mazacího proudu - viz obr. 62 a obr. 61.



Obr. 63



Obr. 64

Samozřejmě že není možné magnetický pásek smazat dokonale. Proto se pro popis kvality smazání pásku zavádí tzv. **mazací útlum** jako poměr amplitudy signálu o frekvenci 1 kHz před vymazáním a amplitudy téhož

signálu po vymazání. Je-li hodnota tohoto útlumu přibližně v minimálním rozmezí 65 dB až 70 dB, je daný záznam považovaný za vymazaný.

Na stejném principu pracují také mazací tlumivky (tzv. žehličky), které využívají k mazání elektrický proud síťové frekvence, tj. 50 Hz. Přiblížíme-li tlumivku ke kotouči s páskem, bude tento pásek vystaven magnetickému poli s maximální hysterezní smyčkou. Kotouč s páskem touto tlumivkou postupně přejedeme (přežehlíme) a potom tlumivku oddalujeme od pásku na velkou vzdálenost (až 2 m). Teprve nyní je možné tlumivku vypnout bez vlivu jejího magnetického pole na mazaný pásek. Také při mazání záznamu z pásku v magnetické peci je nutné pásek nejdříve z pece vyjmout, pak jej oddálit do dostatečné vzdálenosti od pece a teprve až poté pec vypnout.

Oběma těmito postupy, při kterých nejprve pásek vzdalujeme do velké vzdálenosti od zdroje magnetického pole a až poté toto majetnické pole vypneme, simulujeme výše popsaný pokles amplitudy elektrického proudu.

10.2.1.2 | Digitální záznam

Výrazný rozvoj sdělovací techniky v první polovině dvacátého století vyžadoval také hledání cest, jak zlepšit přenos a zpracování analogového signálu. Jednalo se zejména o:

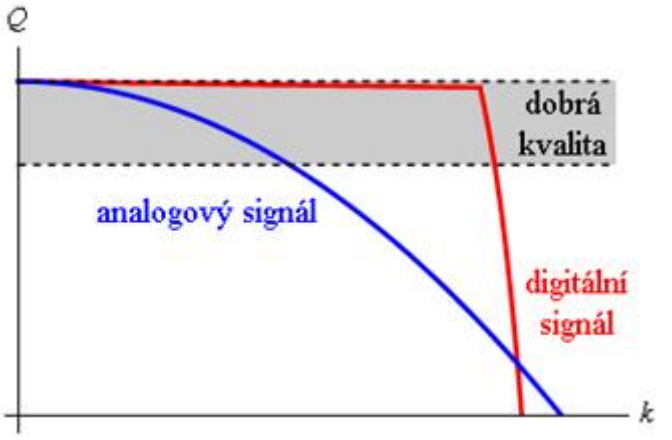
1. přenos více telefonních hovorů v oblasti telefonie;
2. omezení zkreslení signálu v průběhu jeho záznamu, zpracování a přenosu v oblasti zvukové techniky a obrazové techniky.

Proto se hledaly nové cesty, jak dosáhnout výše uvedených cílů. Ve třicátých letech dvacátého století se na vyřešení tohoto problému podílelo nezávisle na sobě několik techniků:

1. V roce 1930 nezávisle na sobě americký elektronik a matematik Claude Elwood Shannon (1916 - 2001) a sovětský radiotechnik Vladimír Alexandrovič Kotělnikov (1908 - 2005) matematicky dokázali, že k přenosu signálu postačí přenést pouze omezený počet jeho okamžitých hodnot bez ztráty informace. Na základě toho byl zformulován tzv. Shannon-Kotělnikovův teorém o minimální vzorkovací frekvenci.
2. Švédsko-americký inženýr Harry Nyquist (1889 - 1976) formuluje nezávisle na Shannonovi a Kotělnikovi v téže době stejnou podmínku na minimální vzorkovací frekvenci.
3. V roce 1937 britský vědec Alec Harley Reeves (1902 - 1971) přišel s myšlenkou, jaké použít kódování signálu, který prošel již procesem vzorkování signálu a kvantování

signálu.

Ve zvukové a obrazové technice se (jak již bylo uvedeno) digitální signál používá proto, že je možné u digitálního signálu výrazně snížit zkreslení, které vzniká při záznamu, zpracování a přenosu tohoto signálu. Rozdíl v kvalitě analogového signálu a digitálního signálu v závislosti na zkreslení je zobrazen v grafu na obr. 65. Proměnná *k* reprezentuje veškeré zkreslení, které může ovlivnit daný signál (tvarové zkreslení, frekvenční omezení, přídavný šum, ...). Celková kvalita zvuku či obrazu je pak vyjádřena proměnnou *Q*, která je souhrnem objektivních i subjektivních kvalitativních parametrů. Ze zobrazeného grafu je patrné, že digitální signál je vůči zkreslení výrazně odolnější než analogový signál. Není v žádném případě pravdou, že digitální signál není průchodem řetězcem zpracování (záznam, střih, editace, přenos, ...) vůbec zkreslen. Digitální signál je stejně jako analogový signál závislý na čase a získává tedy v průběhu svého zpracování také řadu zkreslení podobně jako analogový signál.



Obr. 65

Velkou výhodou oproti analogovému signálu ale je, že digitální signál je tvořen pouze dvěma diskrétními stavy - logickou jedničkou a logickou nulou. A tyto dva stavy se během záznamu, zpracování nebo přenosu digitálního signálu od sebe velmi snadno odlišují. Proto jsme schopni u digitálního signálu případná zkreslení velmi snadno odstranit.

Bude-li totiž nějaká část signálu nečitelná resp. nebude na první pohled zřejmé, zda daná hodnota znamená logickou nulu nebo logickou jedničku, je snadné rozhodnout, ke které z těchto dvou hodnot má zkoumaná hodnota blíže. Pokud se tedy při zpracování hodnota signálu trošku porušila, je možné ji po zpracování zase „vrátit“ zpátky na původní hodnotu. A tím omezíme

i celkové zkreslení daného signálu.

Pokud zkreslení digitálního signálu přesáhne mez bezpečného rozlišení obou stavů, pak se celkově rozpadají přenášené informace. Tento stav je na obr. 65 znázorněn prudkým poklesem kvality *Q* digitálního signálu. Tento stav je ale neprovozní stav - v praxi je vždy signál obnovován výrazně dříve, než se do takového stavu dostane.

Vzhledem k velmi rozšířenému používání digitálního signálu a digitálního záznamu je nutné se seznámit s principy digitalizace analogového signálu.

Digitální signál (na rozdíl od mnohdy chybně rozšířeného poznatku) je méně kvalitní než analogový signál. Digitální signál totiž obsahuje pouze některé hodnoty z těch, které obsahuje původní analogový signál.

10.2.1.2.1 | Digitalizace analogového signálu

Proces digitalizace lze rozdělit do tří základních operací:

1. vzorkování signálu - ze spojitého analogového signálu, který reprezentuje zaznamenaný zvuk nebo obraz (viz obr. 66), vybereme omezený počet vzorků (viz obr. 67 a obr. 68). Výsledkem je konečný počet analogových vzorků, které jsou snímány

s periodou T_{vz} dané vzorkovací frekvencí vzorkování. Uvedené vzorky mají velké množství úrovňových hodnot, a proto tento signál obsahuje stále takové množství informací, které není možné převést do digitální podoby.

Analogový zvukový záznam obsahuje všechny okamžité hodnoty hladiny intenzity zvuku při vyslovení daného slova. Při vzorkování si vybíráme hodnoty hladiny intenzity zvuku „pouze v některých“ časech. Přitom čím více hodnot z daného analogového záznamu vybereme, tím přesnější digitální záznam daného zvuku budeme mít. Vybrat ovšem k dalšímu zpracování hodnoty hladiny intenzity zvuku ve všech časech nemůžeme, neboť jich je principiálně nekonečně mnoho - analogový záznam je totiž pořizován kontinuálně, bez prodlev.

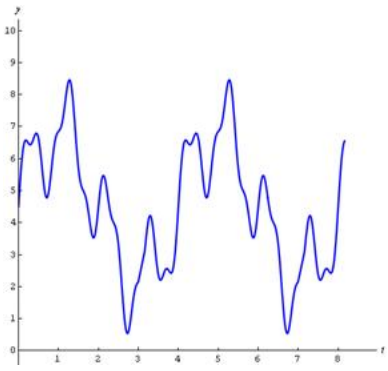
2. kvantování signálu - jedná se o úrovňovou diskretizaci (tj. zaokrouhlení skutečné hodnoty na předem vybrané hodnoty). Výsledkem této operace je konečný počet vzorků (ten byl k dispozici už po vzorkování) s konečným počtem jejich hodnot (viz obr. 70), které jsou vyjádřeny určitým binárním kódem (viz obr. 71).

Hodnoty hladin intenzity zvuku vybrané během vzorkování nyní zaokrouhlíme tak, abychom získali pouze hodnoty hladin intenzity zvuku stejné s předem

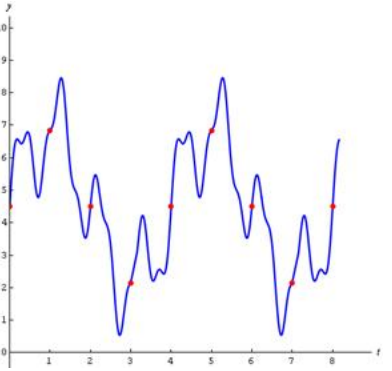
vybranými hodnotami (čísly). Analogovým záznamem se zaznamenává každá hodnota hladiny intenzity vysloveného nebo zahraného zvuku. Těchto hodnot je ale nekonečně mnoho, neboť jsou teoreticky vyjádřeny reálnými čísly ležícími mezi nejtišším zvukem a nejhlasitějším zvukem daného záznamu. Proto k dalšímu zpracování vybereme pouze některé hodnoty z daného intervalu. Výběr musí být ale proveden tak, abychom nezkreslili původní analogový zvuk.

3. kódování signálu - získaný jednoduchý binární kód nahradíme kódem, který je vhodnější pro další zpracování.

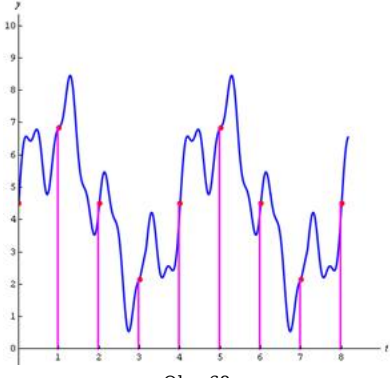
Pro další zpracování signálu na počítači je vhodné, pokud se příliš často nestřídají logické nuly a logické jedničky. Proto se musí kvantovaný signál překódovat tak, aby zůstal zachován jeho smysl, ale byl jednodušší pro další zpracování.



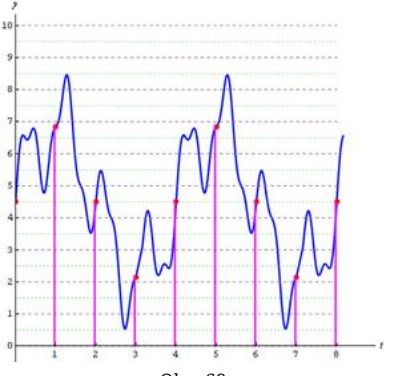
Obr. 66



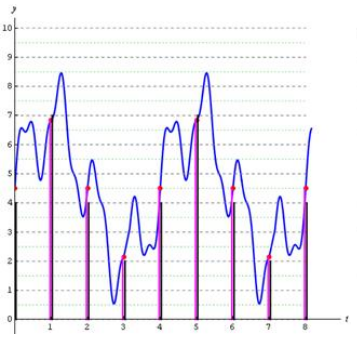
Obr. 67



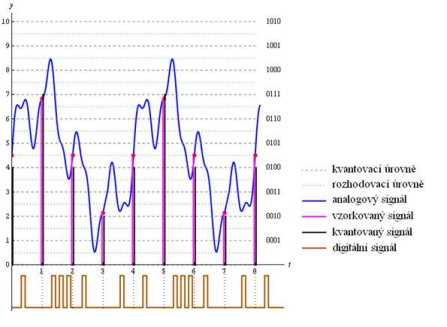
Obr. 68



Obr. 69

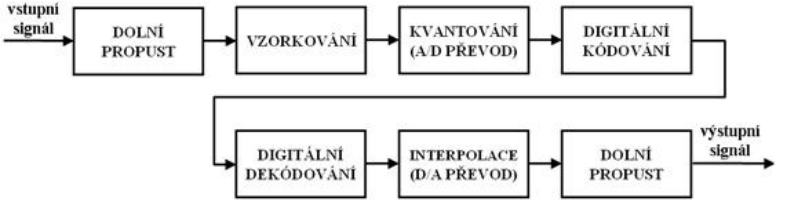


Obr. 70



Obr. 71

Celý proces konverze analogového signálu na digitální signál a zpětná konverze digitálního signálu na analogový signál je schematicky zobrazena na obr. 72. Na tomto obrázku jsou zobrazeny na vstupu a na výstupu analogového signálu dolní propusti. Ty propouštějí pouze základní pásmo daného signálu. Dolní propusť na vstupu frekvenčně omezuje signál tak, aby byla dodržena Nyquistova podmínka vzorkování. Na výstupu pak dolní propusť filtruje nežádoucí složky výstupního signálu po jeho převodu zpět na analogový signál.



Obr. 72

10.2.1.2.1.1 | Vzorkování signálu

Možnost vzorkování daného signálu vyplývá z platnosti **Shannon-Kotělnikova teorému**:

KAŽDOU FUNKCI ČASU S OMEZENÝM FREKVENČNÍM SPEKTREM MŮŽEME NAHRADIT POSLOUPNOSTÍ DISKRÉTNÍCH VZORKŮ ODEBÍRANÝCH S PERIODOU T_{vz}, KTERÁ JE ROVNA NEJVÝŠE POLOVINĚ PŘEVRÁCENÉ HODNOTY NEJVYŠŠÍ FREKVENCE f_{max} OBSAŽENÉ VE VZORKOVANÉM SIGNÁLU. PLATÍ TEDY: $f_{vz} = \frac{1}{T_{vz}} \geq 2 f_{max}$, KDE f_{vz} JE VZORKOVACÍ FREKVENCE, S NÍŽ VZORKOVÁNÍ PROVÁDÍME.

Tato podmínka určující minimální hodnotu vzorkovací frekvence se nazývá také **Nyquistova podmínka**. Bude-li dodržena minimální hodnota vzorkovací frekvence při vzorkování signálu, nevznikne zkreslení typu aliasing, které by způsobilo závažné a neodstranitelné strukturované rušení ve výsledném signálu.

Vzorkování signálu si můžeme představit tak, že se na analogový signál díváme přes velmi tenkou štěrbinu. Nevidíme tedy nic jiného než pouze danou hodnotu analogového signálu v čase odpovídajícímu místu, do kterého jsme přiložili štěrbinu. A kolikrát se na daný signál podíváme za jednu sekundu, je určeno vzorkovací frekvencí.

V praxi se ustálilo používání těchto vzorkovacích frekvencí:

1. 32 kHz - vzorkovací frekvence pro zvukový signál, který je frekvenčně omezen na signály frekvence menší než 16 kHz (ale spíše jen menší než 15 kHz). Tato vzorkovací frekvence se používá v telekomunikacích a v levnějších komerčních zařízeních.
2. 44,1 kHz - běžná vzorkovací frekvence pro kvalitní komerční zařízení (např. kompaktní disk), ale i pro některá studiová zařízení. Uvědomíme-li si, že lidské ucho je schopno vnímat zvuk v intervalu přibližně od 20 Hz do 20 kHz, jsou vzorkovací frekvence naprosto v souladu s Nyquistovou podmínkou.

Frekvenci vyšší než 20 kHz lidské ucho vnímat běžně nedokáže, a proto by teoreticky stačila vzorkovací frekvence 40 kHz (dvojnásobek maximální frekvence, která se může v signálu vyskytnout). Skutečnost, že se používají frekvence vyšší je dáno tím, aby nebyl výsledný digitalizovaný zvuk zkreslený.

3. 48 kHz - vzorkovací frekvence používaná v moderních studiových zařízení;
4. 96 kHz - vzorkovací frekvence používaná pro efektové procesory a některé primární záznamy.

Abychom lépe pochopili princip vzorkování, zavedeme

dvě matematické funkce, které jsou pro vzorkování signálu důležité.

HEAVISIDOVA FUNKCE $h(t)$ (TZV. JEDNOTKOVÝ SKOK) JE FUNKCE DEFINOVANÁ PŘEDPISEM:

$$h(t) = 0; \quad \text{pro } t < 0;$$

$$h(t) = 1; \quad \text{pro } t > 0.$$

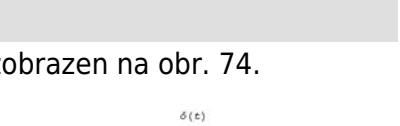
Graf této funkce je zobrazen na obr. 73.

DIRACOVA FUNKCE $\delta(t)$ (TZV. DIRACŮV IMPULS) JE DEFINOVÁNA POMOCÍ DERIVACE HEAVISIDOVY FUNKCE $h(t)$ VZTAHEM $\delta(t) = \frac{dh(t)}{dt}$, PŘIČEMŽ PLATÍ $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \cdot dt = 1$.

Graf Diracovy funkce je zobrazen na obr. 74.



Obr. 73

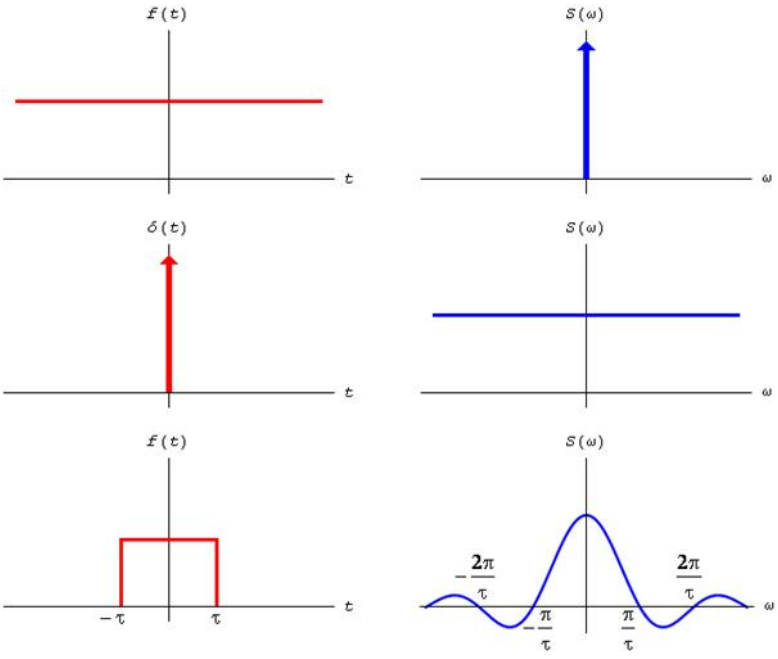


Obr. 74

Při samotném vzorkování je důležité znát k danému průběhu signálu jeho frekvenční spektrum, tj. poměrné zastoupení signálů jednotlivých vyšších harmonických frekvencí, které se ve vzorkovaném signálu vyskytují. Tato frekvenční spektra je možné najít pomocí Fourierovy transformace (resp. diskrétní Fourierovy transformace).

Frekvenční spektra $S(\omega)$ k vybraným typům signálů $f(t)$ jsou zobrazeny na obr. 75. Konkrétně se jedná o tyto signály:

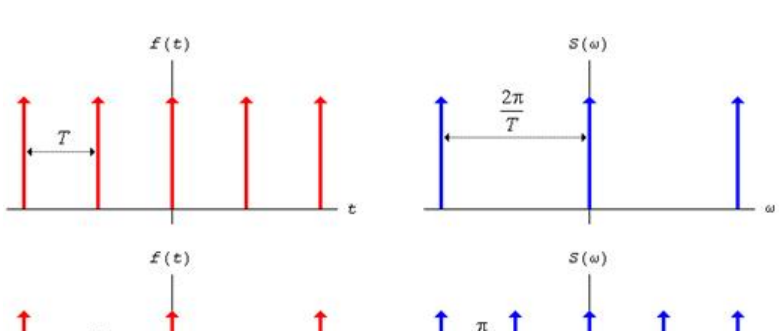
1. signál konstantní v čase;
2. Diracova funkce (Diracův impuls);
3. obdélníkový impuls.



Obr. 75

Budeme-li uvažovat signál ve tvaru periodické posupnosti Diracových funkcí, bude mít takový signál

čárové spektrum. Perioda čárového spektra je přitom tím větší, čím je perioda posloupnosti Diracových funkcí menší (viz obr. 76).



Obr. 76

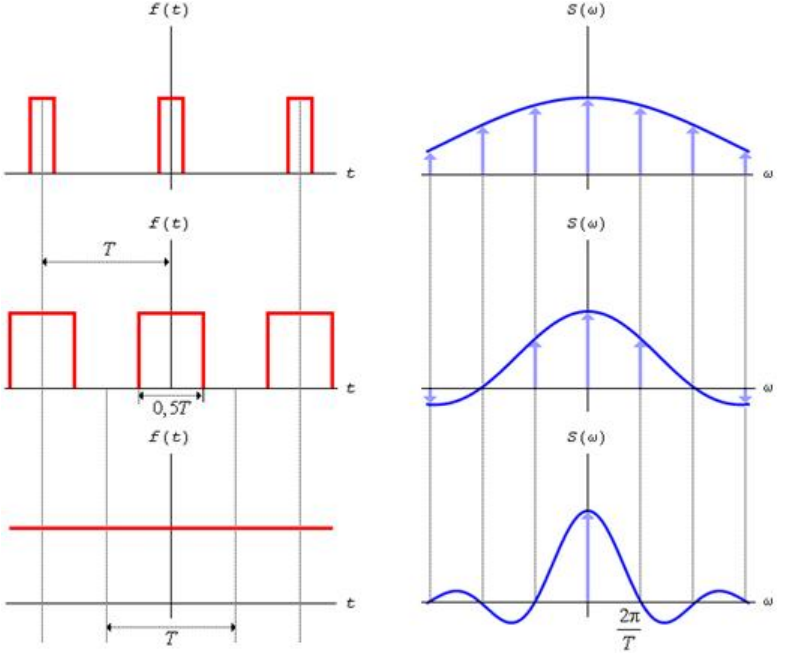
Ideální vzorkování lze realizovat pouze pomocí periodických Diracových funkcí (Diracových impulsů). Ty jsou ovšem vzhledem ke své nulové šířce v v praxi nerealizovatelné. Proto se vzorkování provádí pomocí periodických obdélníkových impulsů nenulové šířky. To se ale projeví pochopitelně na kvalitě vzorkovaného signálu - ten je při použití impulsů nenulové šířky vždy určitým způsobem zkreslen. Proto je nutné tyto impulsy navrhnout tak, aby vzniklé zkreslení signálu bylo přijatelné a nebylo při reprodukci výsledného digitálního signálu vnímáno.

Na obr. 77 jsou zobrazena spektra některých

obdélníkových impulsů v závislosti na jejich střídě.

STŘÍDA JE DEFINOVÁNA PRO PERIODICKÉ SIGNÁLY, KTERÉ PŘECHÁZEJÍ MEZI DVĚMA DANÝMI ÚROVNĚMI, JAKO POMĚR DOB, VE KTERÝCH SE SIGNÁL NACHÁZÍ V JEDNOTLIVÝCH ÚROVNÍCH.

Např. střída 1:1 znamená, že se signál nachází v obou daných úrovních stejnou dobu. Tuto střídu má na obr. 77 druhý průběh.



Obr. 77

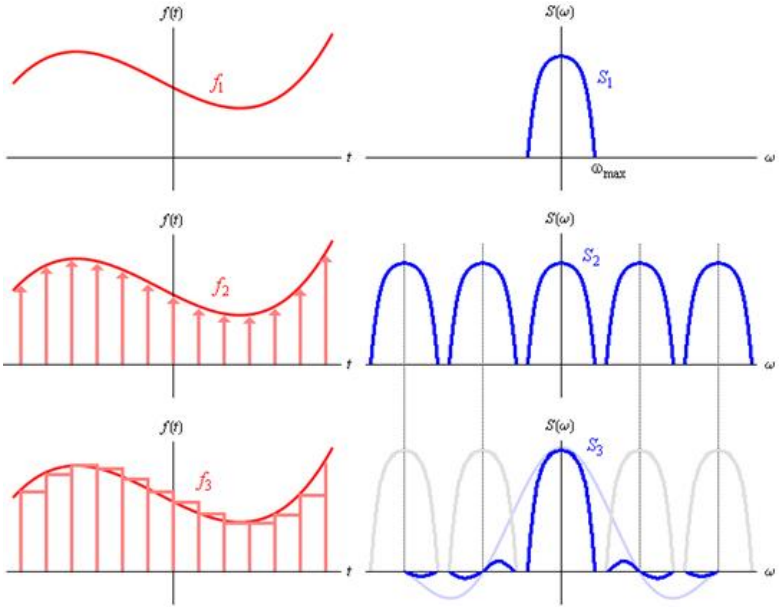
Spektra obdélníkových impulsů odpovídají spektrům periodických posloupností Diracových impulsů (zobrazených na obr. 76) vynásobených Fourierovým obrazem příslušného obdélníkového impulsu (podle obr. 75). Ve spektru druhého signálu zobrazeného na obr. 77, který má střídu 1:1, nejsou žádné sudé vyšší harmonické frekvence. Ve spektru konstantní funkce, kterou si lze teoreticky představit jako periodickou obdélníkovou funkci se střídou 1:0, je pouze složka s nulovou frekvencí (tj. stejnosměrná složka) a všechny vyšší harmonické frekvence jsou nulové.

Zjednodušeně můžeme grafy zobrazené na obr. 77 vnímat tak, že za každou vyšší harmonickou frekvenci obsaženou v průběhu funkce $f(t)$ se v grafu spektra $S(\omega)$ objeví jedna šipka u správné úhlové frekvence.

Nyní je možné popsat již celý proces diskretizace analogového signálu, tj. hledání jednotlivých diskrétních hodnot tohoto signálu, které dále projdou procesem kvantování signálu a kódování signálu. Proces vzorkování je schématicky zobrazen na obr. 78. Funkce f_1 představuje vstupní analogový signál, který obsahuje frekvence od nulové frekvence až po maximální frekvenci $f_{\max}$. Té odpovídá úhlová frekvence $\omega_{\max} = 2\pi f_{\max}$. Spektrum S_1 tohoto signálu je rozloženo symetricky kolem počátku. Funkci f_2 získáme z funkce f_1 tak, že funkci f_1 vynásobíme řadou periodických Diracových impulsů, které splňují Nyquistovu podmínku. Spektrum S_2 je konvolucí

(součinem) spektra S_1 funkce f_1 a spektra periodické Diracovy funkce (viz obr. 75). Jedná se vlastně o spektrum S_1, které má nekonečně mnoho opakování se středy na násobcích frekvence vzorkovacích Diracových impulsů.

Ideální dolnofrekvenční propustí bychom mohli odfiltrovat základní spektrum v okolí nuly a dostali bychom nezkreslený původní analogový signál. Aplikace této dolnofrekvenční propusti se nazývá **následná filtrace** (**postfiltrace**). Při nesplnění Nyquistovy podmínky se proloží horní část základního spektra s dolní částí spektra postranního pásma prvního opakování, což se projeví zkreslením signálu. Takto proložená spektra už není možné oddělit a vzniká zkreslení typu **aliasing**. Abychom zaručili, že bude Nyquistova podmínka splněna, prochází vstupní analogový signál dolní propustí, která zajistí jeho frekvenční omezení. Tento proces se nazývá **předběžná filtrace** (**předfiltrace**).



Obr. 78

Jak již bylo řečeno, vzorkování analogového signálu se provádí pomocí obdélníkových impulsů nenulové šířky. Průběh funkce f_3 byl získán z původního analogového signálu f_1 vzorkovaném impulsy trvajícími po dobu vzorkovací periody. Spektrum S_3 je součinem spektra S_2 a spektra obdélníkového impulsu (viz obr. 75).

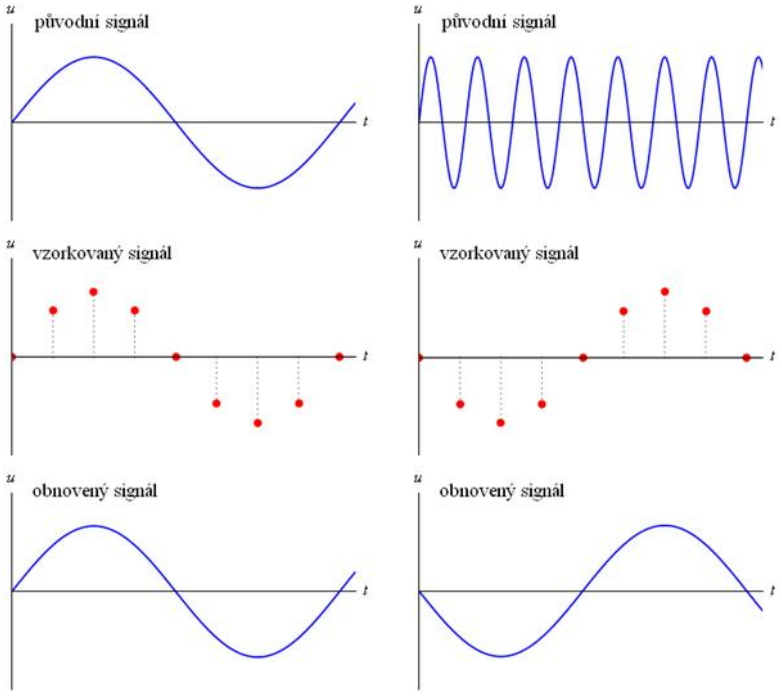
Výsledné spektrum je mírně zkreslené, což je dáno volbou vzorkovací frekvence. S rostoucí vzorkovací frekvencí je zkreslení menší, ale roste bitový tok výsledného digitálního signálu. Proto je nutné zvolit

vzorkovací frekvenci jako kompromis mezi přijatelným zkreslením signálu a jeho bitovým tokem.

Skutečnost, že roste s vyšší vzorkovací frekvencí bitový tok je zřejmá: vyšší vzorkovací frekvence znamená více pořízených vzorků původního signálu a tedy i více informací, které se musejí zpracovat.

10.2.1.2.1.2 | Zkreslení aliasing

Zkreslení aliasing vzniká při nedodržení Nyquistovy podmínky. Ukázka z oblasti sdělovací techniky je zobrazena na obr. 79. V prvním sloupci je zobrazeno vzorkování signálu, které Nyquistovu podmínku splňuje, a ve druhém sloupci je pak zobrazeno vzorkování signálu, které tuto podmínku nesplňuje.



Obr. 79

Typický aliasing je občas vidět i ve filmech ve scénách, ve kterých kamera zabírá

1. pohybující se automobil nebo kočár ze směru kolmého ke směru pohybu daného dopravního prostředku;
2. rotující kolo, vrtuli,... ze směru rovnoběžného s osou otáčení daného objektu.

V obou případech tedy vidíme rotující kolo skutečně

jako kruh a ne nijak zkresleně.

V řadě případů můžeme vidět, že se rotující kolo (vrtule, ...) neotáčí tak, jak bychom očekávali. Občas se točí pomaleji, než by se točit dle záběru ve filmu mělo, občas se zastaví, občas se dokonce točí opačným směrem. Příčinou je nesplnění Nyquistovy podmínky pro frekvenci snímání kamery a frekvenci rotace daného objektu. Správně může být výše uvedený rotační pohyb zachycen pouze tehdy, když by frekvence snímání kamery (tj. vzorkovací frekvence) byla minimálně dvojnásobná vzhledem ke frekvenci rotace daného objektu.

To znamená, že by kamera musela pořídit během jedné otočky kola záznam na více než dvě filmová políčka (musela by během jedné otočky kola „nafotografovat“ více jak dva snímky).

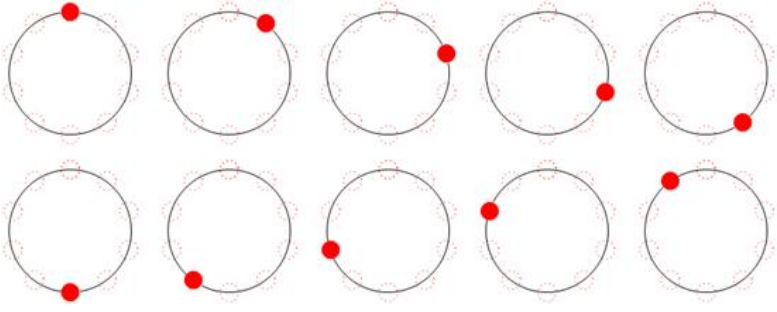
Možná názornější je příklad s rotací blikajícího míčku. Představme si, že uvnitř průhledného míčku bude blikající LED s regulovatelnou frekvencí blikání. Uvažujme rotaci tohoto míčku na provázku ve svislé rovině v zatemněné místnosti a diváka, který bude míček sledovat ze směru kolmého k rovině pohybu míčku. Předpokládejme, že jedna otočka míčku trvá 1 s, tj. míček rotuje s frekvencí 1 Hz.

V závislosti na frekvenci blikání LED v míčku uvidí divák různé pohybové stavy míčku:

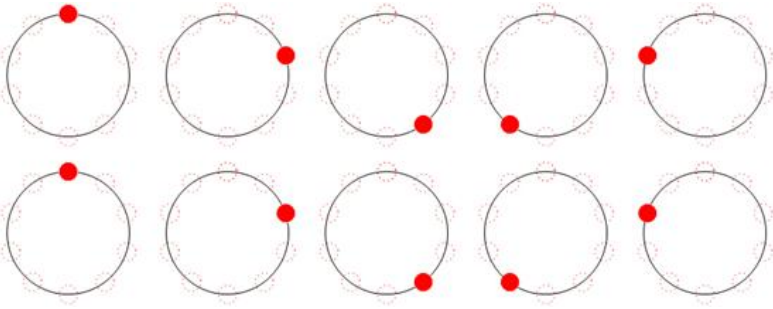
1. frekvence blikání LED je 10 Hz (tj. blikne 10krát za sekundu, tj. 10krát za jednu otočku míčku) - divák uvidí pohyb míčku správným

směrem (jednotlivé záběry jsou zobrazeny na obr. 80);

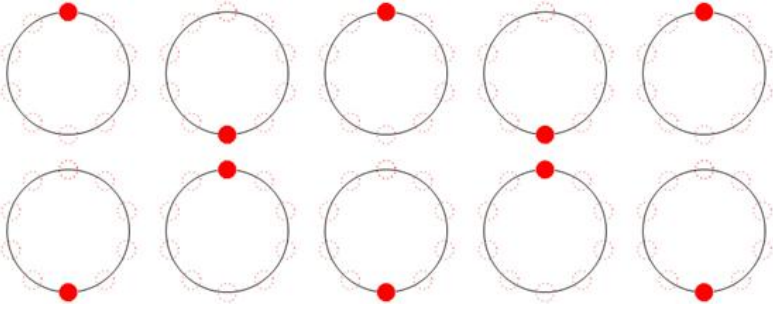
2. frekvence blikání LED je 5 Hz (tj. 5krát za sekundu) - divák uvidí pohyb míčku správným směrem (viz obr. 81);
3. frekvence blikání LED je 2 Hz - divák uvidí „přeskakování“ míčku mezi dvěma polohami (viz obr. 82), neboť přestala platit Nyquistova podmínka (pro vnímání správného pohybu daného míčku musí být frekvence blikání větší než 2 Hz);
4. frekvence blikání LED je 1,25 Hz (tj. perioda blikání je 0,8 s) - divák uvidí pohyb míčku opačným směrem, než by měl správně být (viz obr. 83) - nastává aliasing;
5. frekvence blikání LED je 1 Hz - divák vidí míček „stát“ na jednom místě (viz obr. 84).



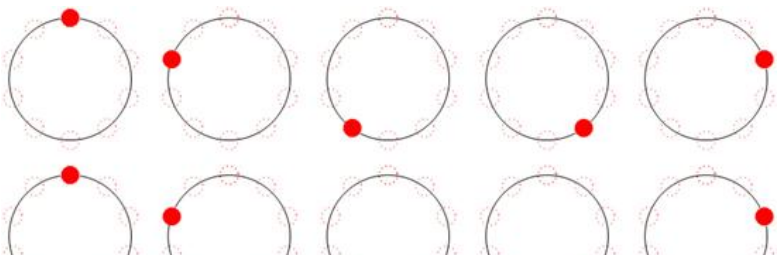
Obr. 80



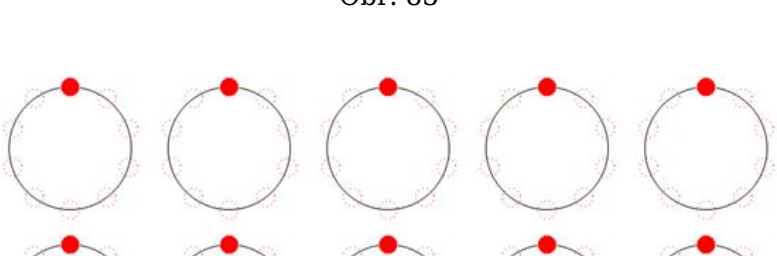
Obr. 81



Obr. 82



Obr. 83



Obr. 84

Speciálním případem jevu aliasing je tzv. **moaré**; tento jev se uplatňuje při pořizování digitální fotografie, při snímání obrazu televizní kamerou, ... V tomto případě je nutné, aby počet snímacích bodů snímače (CCD, ...) na jednotku délky byl minimálně dvojnásobkem počtu čar, které budou na tutéž jednotku délky promítnuty optickým systémem fotoaparátu nebo kamery. Pokud není tato

podmínka (tj. Nyquistova podmínka) splněna, nastává aliasing, který se projevuje vznikem tzv. barevného moaré. To jsou nepravidelné obrazce, které se vytváří na příslušné části obrazu.

Tento jev je možné občas vidět při sledování televizních pořadů, v nichž vystupují náhodně vybraní diváci. Ti nemohli předem tušit, že budou vybráni, a proto ani nemohli být „správně“ oblečeni. Mají-li na sobě oblečení s výraznými jemnými proužky, jev moaré jistě nastane.

Aliasingu je nutné předcházet, neboť pokud nastane, bude příslušný signál zkreslen a tento druh zkreslení se jen velmi těžko (pokud to vůbec je možné) odstraňuje. Proto je nutno do signálové cesty předřadit tzv. antialiasingový filtr, který zajistí splnění Nyquistovy podmínky (resp. Shannon-Kotělnikovy podmínky). Tímto filtrem může být:

1. dolní propust používaná v digitální technice před vzorkováním signálu;
2. mírně matné sklo umístěné před CCD v digitálním fotoaparátu nebo v kameře, které zajistí mírné rozostření detailů obrazu menších než polovina délkové hustoty buněk.

U levných fotoaparátů aliasing nevzniká, neboť jejich nekvalitní optický systém nedokáže promítnout obraz na CCD v dostatečné kvalitě a ostrosti tak, aby aliasing vůbec mohl vzniknout.

10.2.1.2.1.3 | Kvantování signálu

Na základě vzorkování signálu jsme získali konečný počet diskrétních vzorků původního analogového signálu. Tyto vzorky jsou ale pro další zpracování zatím stále nevhodné, neboť obsahují příliš velké množství informace. Je proto nutné aplikovat další proces jednorozměrné úrovňové diskretizace - tzv. **kvantování signálu**. To se provádí v tzv. **kvantizéru** a podstatou jeho činnosti je zaokrouhlení hodnot signálu získaného při vzorkování na předem definované tzv. **kvantizační hladiny** (**kvantovací úrovně**). Proces kvantování se řídí tzv. **rozhodovacími úrovněmi**, které se nacházejí v poloviční vzdálenosti mezi kvantizačními hladinami (viz obr. 85). Tento způsob kvantování, ve kterém jsou rozhodovací úrovně přesně v polovině vzdálenosti mezi kvantizačními hladinami, se nazývá **lineární kvantování**.

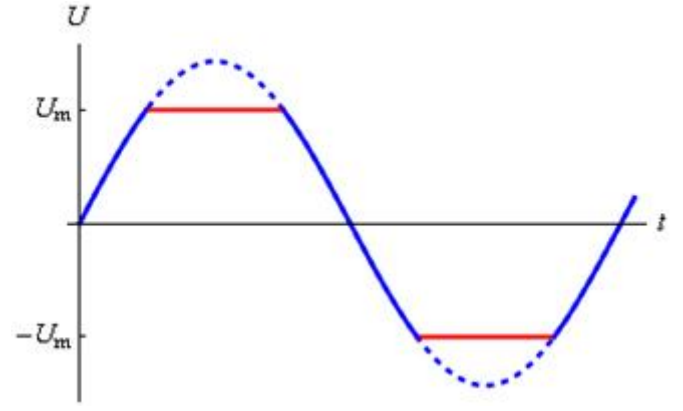
V televizní praxi se častěji používá tzv. nelineární kvantování, které má nelineární rozložení kvantizačních hladin. Jemnější dělení používá v oblasti malých hodnot signálu a hrubší dělení v oblasti větších hodnot signálu. Princip tohoto kvantování je stejný, technické provedení je jiné.



Obr. 85

Rozsah kvantizéru je omezen nejvyšší kvantizační hladinou, kterou nesmí amplituda vstupních vzorků signálu nikdy přesáhnout. Pokud se tak stane, amplitudy signálu se omezí a tím se zkreslí kvantovaný signál (viz obr. 86). Takto vzniká tzv. **tvarové zkreslení**, které se projeví po zpětném převodu digitálního signálu do analogové formy jako zkreslení třetí harmonickou frekvencí. Toto zkreslení

je později neodstranitelné, proto je podmínka dostatečného rozsahu kvantizéru velmi striktní. Při používání digitálních zařízení je tedy nutné dbát na to, aby používané zařízení nebylo za žádných okolností přebuzeno vstupním signálem.



Obr. 86

Kolik kvantizačních hladin pro daný signál použijeme, závisí na druhu digitalizovaného signálu:

1. televizní technika využívá 8bitové kvantování, tj. výsledný digitální signál nabývá celkem $2^8 = 256$ hodnot (kvantizačních hladin);
2. zvuková technika využívá 16bitové kvantování (resp. 20bitové kvantování), což znamená, že výsledný digitální signál bude

obsahovat $2^{16} = 65536$ (resp. $2^{20} = 1048576$) hodnot.

Uvedený počet kvantizačních hladin byl určen na základě pečlivého zkoumání a experimentování tak, aby digitalizovaný signál byl bez šumu a zkreslení ve srovnání s analogovým signálem, ze kterého vznikl, a přitom aby byl datově natolik úsporný, aby jej bylo možné snadno zaznamenávat a přenášet.

Televizní technika využívá méně kvantizačních hladin ve srovnání se zvukovou technikou. To má dva důvody. První spočívá v tom, že lidské oko je ve srovnání s lidským uchem méně citlivé. Druhý důvod je praktický: při přenosu televizního signálu ze studia přes vysílač až k divákovi se přenáší více informací (tři barevné kanály odpovídající RGB modelu, jasový kanál, zvuk, ...), a proto je nutné omezit množství přenášených informací tak, aby je bylo možné v daném frekvenčním pásmu přenést.

Hodnoty původního analogového signálu se tedy k dalšímu zpracování nepřenášejí přesně, ale vždy jen jako celočíselné hodnoty dané kvantizačními hladinami. Tak se ale v analogovém signálu, do kterého digitální signál poté převedeme, objeví **kvantizační zkreslení**. Projevy tohoto zkreslení se podobají šumu, a proto se toto zkreslení nazývá **kvantizační šum**. Ten je ale ve srovnání s hodnotami daného přenášeného signálu natolik malý, že jej divák resp. posluchač nezaznamená.

Amplituda napětí kvantizačního šumu přitom závisí na počtu kvantizačních hladin a na poloze rozhodovacích úrovní mezi těmito hladinami. U lineárního kvantování, u kterého je rozhodovací úroveň vždy uprostřed intervalu mezi dvěma sousedními kvantizačními hladinami, je amplituda šumového napětí rovna polovině skoku mezi jednotlivými kvantizačními hladinami. Při počtu *s* kvantizačních hladin je odstup maximální hodnoty signálu od efektivní hodnoty šumu $\frac{S}{N}$ (tzv. *signal to noise ratio*) pro tento typ kvantizéru vyjádřen empirickým vztahem $\frac{S}{N} = 20 \log s + 1{,}8 \text{ dB}$.

Subjektivní vjem kvantizačního šumu je přitom závislý na amplitudě vstupního vzorku. Pro velmi malé amplitudy se mění tento šum na harmonické zkreslení. V mezním případě, ve kterém je amplituda vzorku blízká první kvantizační hladině, se mění signál na skokový obdélníkový průběh, který po převodu do analogové formy obsahuje výrazné liché harmonické frekvence. Tento druh zkreslení se nazývá **granulační šum**, protože jeho zvukový projev připomíná tření granulí nebo zrnek písku o sebe. Toto zkreslení (stejně jako tvarové zkreslení) není možné již později odstranit.

Výrazně je možné tento druh zkreslení potlačit např. zvýšením počtu kvantizačních hladin. To ale není příliš výhodné, neboť spolu se zvýšením počtu kvantizačních hladin se zvýší i bitový tok výsledného digitálního signálu.

Jinou metodou je maskování uvedeného zkreslení tzv. **třepotavým šumem** (anglicky *dither*). Kvantovaný signál po maskování přesahuje více kvantizačních hladin a po převodu do analogové formy nepůsobí šum subjektivně tak rušivě, jako kdyby zůstal signál nemaskovaný.

Maskování šumu je principiálně velmi podobné maskování zvuku.

10.2.1.2.1.4 | Kódování signálu

Po vzorkování signálu a kvantování signálu následuje další proces - kódování signálu. Během kódování signálu se tento signál binárně kóduje, tj. jednotlivým kvantizačním hladinám kvantovaného signálu se přiřazuje binární číslo.

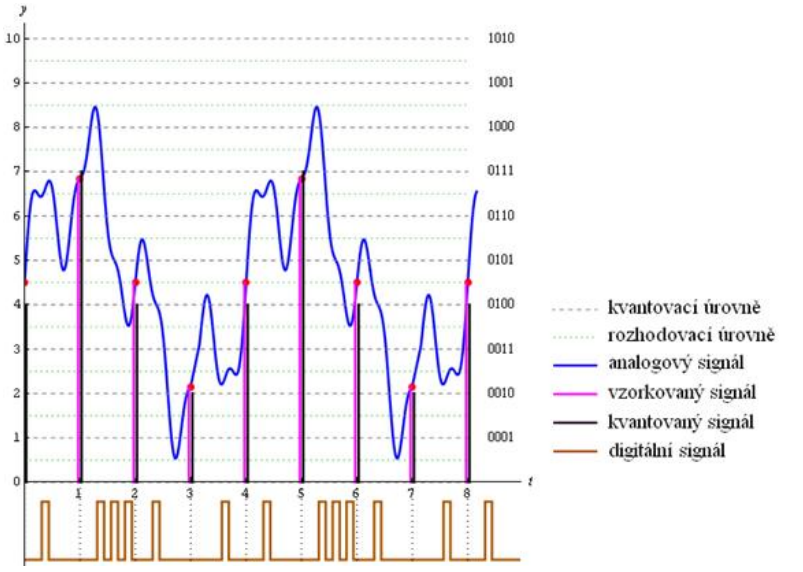
Hodnota původního analogového signálu byla během kvantování zaokrouhlena na některou z kvantizačních hladin. Tyto hladiny byly popsány čísly v desítkové soustavě. V průběhu kódování se toto číslo převede do dvojkové soustavy. Původní analogový signál bude tedy vyjádřen sledem jedniček a nul.

Dvojková soustava se volí z praktických důvodů, neboť obsahuje pouze dvě hodnoty: logickou nulu a logickou jedničku. To umožňuje velmi snadno rozlišit tyto dvě úrovně navzájem od sebe i při relativně velkém zkreslení digitálního signálu a tak tento signál zpětně obnovit do původního tvaru.

Celkový počet kvantizačních hladin $s = 2^b$ jednoho

vzorku se vyjádří *b*-bitovým binárním kódem, který se nazývá **kódové slovo**. Tato skutečnost je schématicky zobrazená na obr. 87. Pro kódové slovo *k* pak můžeme psát $k = \sum_{i=1}^{b} B_i \cdot 2^{i-1}$, kde B_i je hodnota *i*-tého bitu (tj. 0 nebo 1).

Takto definované kódové slovo *k* je vyjádřené v desítkové soustavě. Pokud bychom jej chtěli vyjádřit ve dvojkové soustavě, museli bychom ho psát ve tvaru $(B_b, B_{b-1}, \ldots, B_1)$. Závorky jsou uvedeny pouze pro přehlednost při obecném zápise; v konkrétním případě by bylo kódové slovo vyjádřeno ve dvojkové soustavě posloupností jedniček a nul.



Obr. 87

Odstup signálu od šumu ve zpětně převedeném analogovém signálu potom můžeme při počtu kvantizačních hladin *s* a počtu *b* bitů kódovaného digitálního signálu vyjádřit vztahem $\frac{S}{N} = 20\log\left(2^b \cdot \sqrt{12}\right)$.

Tento vztah můžeme na základě vlastností funkce logaritmus dále upravit do tvaru: $\frac{S}{N} = 20\log\left(2^b \cdot \sqrt{12}\right) = 20\log 2^b + 20\log\sqrt{12} = 20b\log 2 + 10\log 12 \doteq 6b + 10{,}8\ \text{dB}$.

Součin vzorkovací frekvence f_{vz} a délky slova *b* (tj. počet bitů ve slově) udává počet přenesených bitů za jednu sekundu, tzv. **bitovou rychlost** (**přenosovou rychlost**).

Digitální signál (na rozdíl od mnohdy chybně rozšířeného poznatku) je díky právě uvedenému postupu méně kvalitní než analogový signál. Digitální signál totiž obsahuje pouze některé hodnoty z těch, které obsahuje původní analogový signál.

Výhodou digitálního signálu je jeho snadná úprava a zpracování (změna hlasitosti, přidávání efektů, ...).

Ve většině případů probíhá proces kvantování signálu a kódování signálu v jednom zařízení, které se nazývá **A/D převodník**. Výstupem tohoto zařízení je číslo kódované v **přirozeném binárním kódu**.

Tj. je to běžný převod hodnot kvantizačních hladin do dvojkové soustavy.

Tento kód ale zpravidla není vhodný pro další využití, a proto je nutné jej překódovat, tj. nahradit jiným binárním kódem. Kódy, které se používají v praxi, jsou většinou **redundantní** (obsahují větší počet bitů, než je potřeba). Díky tomu ovšem mají **samoopravnou schopnost** i při velkém počtu přenosových chyb.

Další požadavky na použité kódy vyplývají z konkrétních podmínek využití daného digitálního signálu. Mezi obvyklé požadavky patří požadavek malé

stejnosměrné složky (to je důležité pro magnetický záznam), implicitní přenos hodinových impulsů, …

Zdrojové kódování používá několika metod:

1. pulsní kódová modulace (PCM) - používala se již v telekomunikační technice a odtud pak byla převzata při digitalizaci zvuku a digitalizaci obrazu;
2. diferenční pulsní kódová modulace (DPCM) - využívá predikci signálového toku;
3. transformační metody - užívají se pro kódování komprimovaných signálů v moderních přenosových soustavách (např. MPEG-2, …).

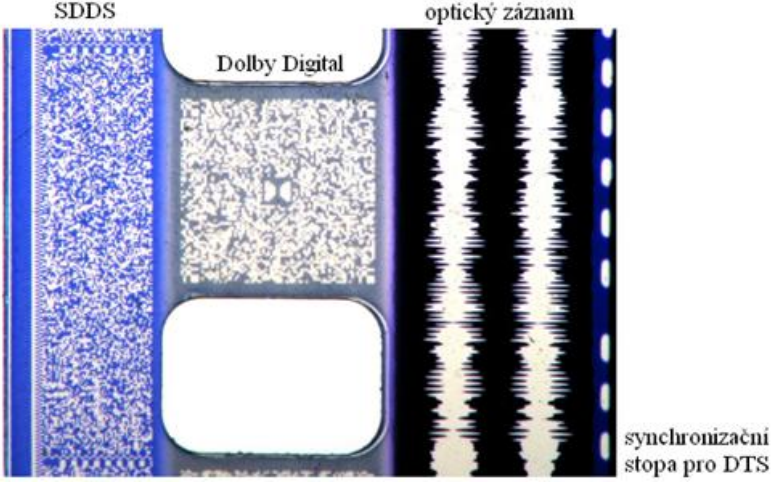
10.2.1.2.2 | Digitální zvuk

Většina kin v současné době používá snímače zvuku založené na principu laseru.

Informace o všech v současné době používaných formátech zvuku jsou umístěné na filmovém pásu (viz obr. 88):

1. analogový záznam zvuku - vpravo od perforace filmového pásu je umístěn optický záznam zvuku (nahraný technologií Dolby Stereo);
2. Dolby Digital - šedá část v perforaci filmového pásu;

3. SDDS (*Sony Dynamic Digital Sound*) - v levé části filmového pásu (modrá část mezi okrajem a perforací);
4. timecode pro DTS (*Digital Theater Systems*) - čárkovaná čára vpravo hned vedle obrazové části filmového pásu (obrazová část filmu už není na obrázku zachycena). Pro DTS postačuje pouze timecode, protože tento typ zvuku je dodáván do kin na kompaktním disku nebo DVD a při promítání je přehráván z počítače.



Obr. 88

10.2.1.2.2.1 | Analogový zvuk systému Dolby Stereo

První komerčně používané formáty zvuku byly vyvinuty počátkem 50. let 20. století pro kina. Velkým průlomem bylo vytvoření protišumových filtrů *A* a *B* společnosti *Dolby Laboratories* a následné vytvoření formátu Dolby Stereo (někdy též označované jako Dolby A).

Hlavním cílem laboratoří bylo použít čtyři zvukové stopy na filmovém pásu. Bohužel nekomprimované se na film vejdou pouze dvě, proto byly čtyři stopy maticově zakódovány do dvou, které se na filmový pás vejdou.

Zvuk je snímán třemi mikrofony předních kanálů (levý kanál, střední kanál a pravý kanál) a jedním mikrofonem zadního kanálu. Tento zadní kanál zaznamenává **zvuky okolí** a používá se pro něj též označení **surround**. Schématicky je celý proces snímání zvuku a jeho zakódování do dvou kanálů zobrazen na obr. 89. Signál středního kanálu je zeslaben o 3 dB a přičten k signálu levého kanálu i pravého kanálu. Experimentálně bylo zjištěno, že zvuk přicházející v přirozených podmínkách sálu k posluchači zezadu je frekvenčně omezen pouze na střední frekvence a opožděn oproti zvukům, které přicházejí k posluchači zepředu. Dráha, kterou urazí zvuk ze středního kanálu, je totiž delší: zvuk se šíří od plátna (odkud je vysílán) k zadní stěně a teprve až po odrazu od

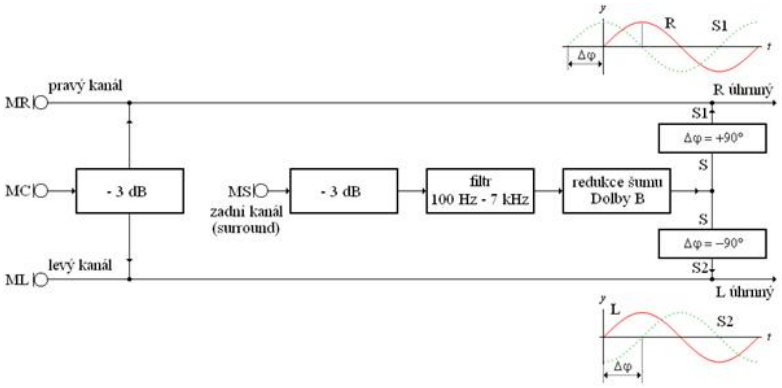
ní k posluchači.

Signál zadního kanálu (surround) je také zeslaben o 3 dB a prochází pásmovou propustí středních frekvencí, která dále propustí pouze signály s frekvencí 100 Hz až 7 kHz, a reduktorem šumu Dolby.

U komerčních zařízení se používá většinou reduktor šumu typu Dolby B, u profesionálních pak reduktoru typu Dolby A.

Takto upravený signál se přičítá s fázovým posuvem $-90°$ k signálu levého kanálu a s fázovým posuvem $90°$ k signálu pravého kanálu. Tímto způsobem nejen, že docílíme prostorového efektu výsledného zvuku v sále, ale také bude možné takto upravený signál před reprodukcí snadno opět rozdělit na původní kanály.

Popsaným postupem tak získáme dva signály (levý úhrnný a pravý úhrnný), které obsahují zakódované signály ze všech čtyř snímaných kanálů. Pro přenos takto upraveného zvuku pak stačí běžné dvoukanálové zařízení. Chceme-li při reprodukci získat opět původní čtyři zvukové kanály zvuku, je nutné takto zakódovaný signál opět dekódovat.



Obr. 89

Při monofonní reprodukci zakódovaného signálu získáme signál tak, že sečteme signály z levého úhrnného kanálu a z pravého úhrnného kanálu. Signál zadního kanálu je v nich navzájem v protifázi, a proto se odečte a vůbec se neuplatní.

Při kódování byl signál zadního kanálu rozdělen a do levého úhrnného kanálu byl zakódován s fázovým posuvem $-90°$ a do pravého úhrnného kanálu s fázovým posuvem $90°$. Vůči sobě jsou tedy signály zadního kanálu posunuty o $90° - (-90°) = 180°$ a tedy při reprodukci jedním reproduktorem se navzájem vyruší.

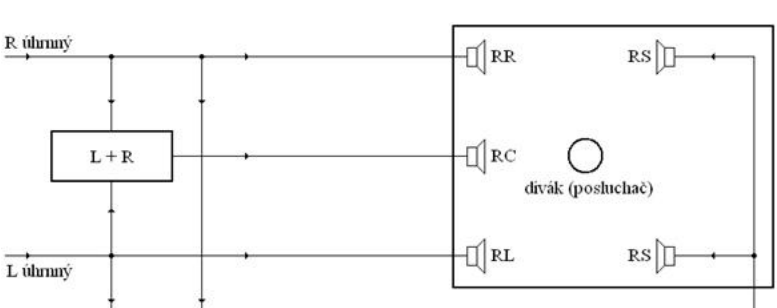
Při dvoukanálové stereofonní reprodukci je signál zadního kanálu reprodukován oběma reproduktorovými soustavami (levým i pravým) v protifázi. Tento signál je frekvenčně omezen, a proto se většinou akustický vzruch

způsobený tímto kanálem ve vlnovém poli v sále odečte a projeví se pouze nepatrným nelokalizovatelným vyplněním poslechového prostoru.

V tomto případě tedy vlivem zadního kanálu nepatrně vzroste hlasitost zvuku v sále.

Při reprodukci dvoukanálového signálu systémem Dolby Stereo je nutné signál nejdříve dekódovat. Schématicky je tento postup zobrazen na obr. 90. Levý úhrnný kanál a pravý úhrnný kanál se reprodukuje přímo levým reproduktorem a pravým reproduktorem. Signál zadního kanálu je v těchto dvou kanálech zakódován navzájem v protifázi a akustické vzruchy, které signál zadního kanálu při přehrávání v levém reproduktoru a v pravém reproduktoru způsobí, se navzájem odečítají podobně jako při stereofonní reprodukci. Signál pro střední reproduktor získáme prostým sečtením signálu levého kanálu a signálu pravého kanálu. Odečtením signálu pravého kanálu od signálu levého kanálu získáme signál zadního kanálu, který má ovšem oproti signálu levého kanálu a signálu pravého kanálu fázový posuv $90°$ (signál zadního kanálu je zpožděn). Takto získaný signál prochází dále zpožďovací linkou, pásmovou propustí a reduktorem šumu Dolby. Signál pro zadní reproduktory je oproti ostatním signálům zpožděn a frekvenčně upraven tak, aby způsobený sluchový vjem byl optimální. Pro poslech v bytech bylo experimentálně zjištěna vhodná doba zpoždění mezi 20 ms a 30 ms, zatímco pro reprodukci

v sálech byla zjištěna v závislosti na velikosti sálu vhodná doba zpoždění mezi 30 ms a 70 ms.



Obr. 90

Při použití právě popsaného jednoduchého oddělení jednotlivých kanálů od levého úhrnného kanálu a pravého úhrnného kanálu zaznamenaných na filmovém pásu nejsou dostatečně potlačeny přeslechy mezi jednotlivými kanály.

To znamená, že např. ze středního reproduktoru hraje i signál, který hraje (a má hrát) z levého reproduktoru, ...

Proto jsou zařízení, kde je požadována vysoká kvalita reprodukovaného zvuku, vybavena adaptivním systémem Dolby Pro Logic. Ten analyzuje úrovňové a fázové poměry mezi všemi kanály. V signálových cestách jednotlivých kanálů jsou pak zařazeny řízené zesilovače, které zesilují více kanály s vyšší úrovní a naopak. Tím se zlepšuje

subjektivní zvukový vjem pro posluchače v sále.

Informace, že „řízené zesilovače zesilují více kanály s vyšší úrovní a naopak“ je správná. Cílem je potlačit např. v signálu pro střední reproduktor signál určený pro levý reproduktor. Podle předchozího výkladu a schématu na obr. 90 je přitom zřejmé, že signál pro střední reproduktor obsahuje i signál určený pro levý reproduktor. Zesílí-li se signál středního kanálu a zeslabí-li se signál levého kanálu, bude ze středního reproduktoru vycházet zvuk s velmi dominantě zastoupeným signálem ze středního kanálu.

Dalším krokem ve vývoji bylo odříznutí všech zvuků s frekvencí nižší než 120 Hz a jejich reprodukcí jedním společným reproduktorem.

Tedy bez rozdílu, zda zvuk měl být v levé, pravé, střední nebo efektové stopě.

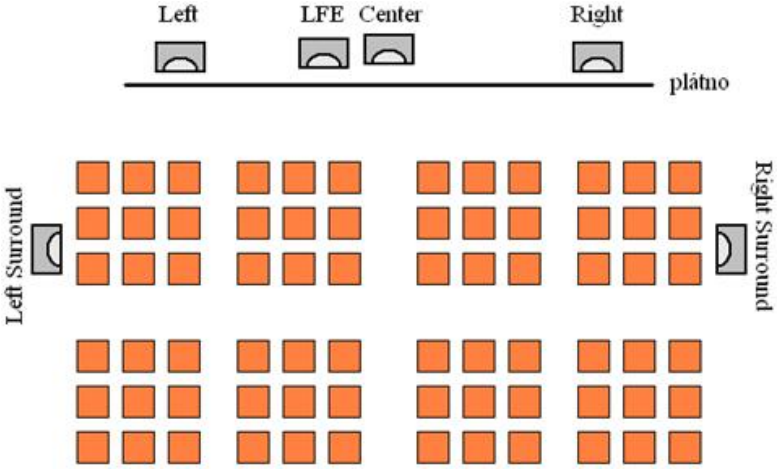
Tato technologie se jmenuje LFE (*Low Frequency Effect*) a dodatečný reproduktor sloužící pro přehrávání zvuků nízkých frekvencí se nazývá subbasový reproduktor (*subwoofer*). Tato technologie se subbasovým reproduktorem se označuje symbolem 4.1 (viz obr. 91), přičemž symbol 1 znamená právě tento subbasový reproduktor.

Je-li technologie pro přehrávání zvuku označená symbolem n.1, znamená to, že tato technologie využívá *n* kanálů zvuku (levý, pravý, střední a další kanály efektové) a jeden subbasový kanál, do něhož jsou soustředěny zvuky

všech kanálů s frekvencí nižší než 120 Hz.

Vzhledem k tomu, že např. zvukové efekty jsou pak rozděleny do levého a pravého kanálu, není počet kanálů shodný s počtem reproduktorů, kterými se daný zvuk reprodukuje.

Proto je na obr. 91 zobrazeno pět reproduktorů a navíc LFE, ačkoliv se jedná o soustavu 4.1.



Obr. 91

Tak vznikl v roce 1986 formát Dolby Stereo SR, který se používá jako záloha pro digitální zvuk. Odstup hladiny intenzity zvuku od hladiny intenzity šumu je u tohoto systému 85 dB.

Vzhledem k tomu, že se analogový zvuk systému Dolby Stereo používá jako záloha pro digitální zvuk, byly jeho vlastnosti a způsob záznamu na filmový pás vysvětleny v kapitole věnované digitálnímu zvuku. A to i přesto, že se jedná o analogový záznam zvuku.

10.2.1.2.2.2 | Dolby Digital

V roce 1992 představily *Dolby Laboratories* ve filmu *Batmanův návrat* (režie Tim Buton) nový zvukový formát pro kina: digitální zvuk Dolby Digital. Původně pracovní název technologie Dolby Stereo SRD se natolik vžil, že se používá dodnes.

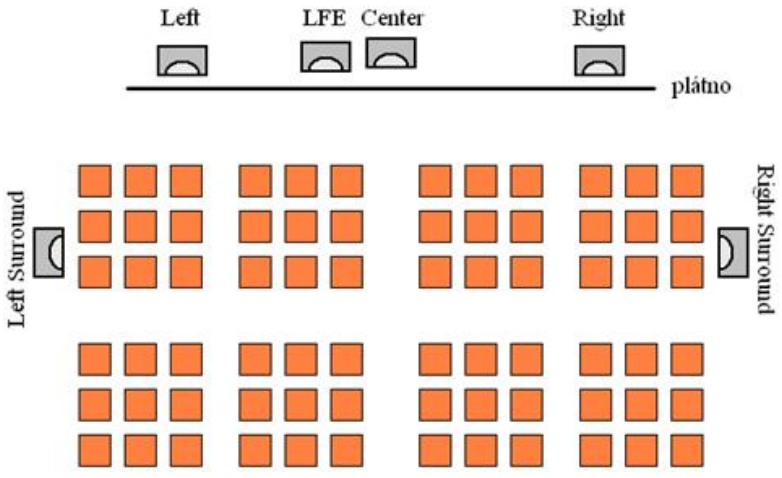
Tento záznam zvuku je na filmu umístněn mezi hrázkami perforačních otvorů (viz obr. 92). Nejčastěji se používá v konfiguraci 5.1 (viz obr. 94), ale může se používat také verze 6.1 (viz obr. 95), tj. Dolby Digital Surround Exx. Tato verze má oproti verzi 5.1 navíc přidané zadní surroundové reproduktory.

Schématická zobrazení reproduktorů v sále na obr. 93 a obr. 94 jsou sice stejná, přesto obr. 93 schématicky popisuje reproduktorovou soustavu Dolby Stereo ve variantě 4.1, zatímco obr. 94 popisuje reproduktorovou soustavu Dolby Digital ve variantě 5.1. U analogového signálu systému Dolby Stereo totiž máme pouze čtyři

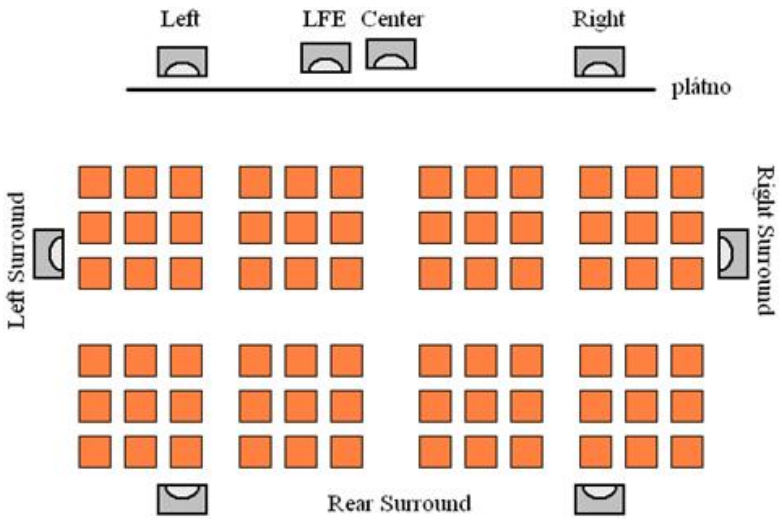
zvukové stopy, ze kterých můžeme oříznutím nízkých frekvencí oddělit signál do přidaného subbasového reproduktoru. U digitálního signálu Dolby Digital je k dispozici více zvukových stop.

Analogový zvuk je prostě na filmovém pásu zaznamenán tak, že v promítacím stroji lze získat pouze 4 zvukové stopy. U digitálního zvuku můžeme nahrát (a na filmový pás) zakódovat více zvukových stop.

Frekvenční rozsah zvuku v systému Dolby Digital je 20 Hz až 20 kHz a odstup signálu od šumu je 120 dB. Dolby Digital používá kódování AC3 s kompresí 12:1.



Obr. 94



Obr. 95

Procesor v promítacím stroji snímá jak digitální záznam zvuku, tak analogový záznam. V případě velké nečitelnosti digitálního záznamu, která je dána nevhodným umístěným digitálního záznamu zvuku na filmovém pásu, přepne audio procesor zvuk na záložní systém Dolby Stereo SR. Toto přepnutí na jinou zvukovou stopu by při správném seřízení reproduktorů a hladiny intenzity zvuku v sále neměl běžný divák registrovat. Zkušenější divák může pouze vnímat nepatrný pokles dynamiky zadního zvukového pole, které je u Dolby Stereo SR monofonní.

Promítací stroje od různých firem mají různé

mechanismy, jak vyhodnotit kvalitu digitálního zvuku. Tyto mechanismy jsou většinou běžným uživatelům nedostupné, neboť jsou součástí obchodní strategie dané firmy a jsou tedy veřejně nedostupné.

Důvod, proč může být občas digitální zvuk ve formátu Dolby Digital nečitelný, je ten, že je na filmovém pásu umístěn v místech, kde se se zvukem při konstrukci prvních promítacích strojů nepočítalo.

10.2.1.2.2.3 | DTS

V červnu roku 1993 byl poprvé použit ve filmu *Jurský park* (režie Steven Spielberg) nový zvukový systém DTS (*Digital Theatre System*). Steven Spileberg (spoluzakladatel a spolumajitel společnosti, která systém zvuku DTS poprvé použila) cítil, že zvukové formáty používané v kinech již nevyhovují filmovému průmyslu, ve kterém je kvalitní zvuk nedílnou součástí filmu.

DTS pracuje na principu digitálního kompresního zvukového záznamu na několika kompaktních discích nebo discích DVD. Zvuk je s pohybem filmového pásu synchronizován pomocí speciální synchronizační stopy umístěné na filmovém pásu. Tato stopa je vlastně modifikovaný timecode používaný v televizní technice a na filmovém pásu se nachází mezi analogovým záznamem zvuku a obrazovými poli. Díky tomuto umístění není při

běžném promítání kvalita této synchronizační stopy nijak narušována. Tento systém digitálního zvuku nemá žádné zálohování pomocí analogového záznamu zvuku.

Řada filmů se v současné době natáčí tak, že je pak do kin dodávána se všemi zde popisovanými systémy zvuku (Dolby Stereo, Dolby Digital, DTS i SDDS). V tomto případě je tedy zvuk DTS zálohován ostatními systémy zvuku - systémy Dolby Digital i SDDS totiž zálohu v podobě analogového záznamu zvuku mají.

Zvukový formát DTS původně používal technologii 5.1, k níž později přibyly ještě zadní efektové reproduktory. Ty jsou (kvůli odlišení od technologie Dolby Digital) označovány zkratkou Es; jde tedy o technologii zvuku 6.1 DTS Es. Frekvenční rozsah zvuku je 20 Hz až 20 kHz a odstup signálu od šumu je 96 dB. Maximální datový tok tohoto systému zvuku je 1536 kilobitů za sekundu. Obvykle používané rozlišení je 20 bitů při frekvenci 48 kHz, novější systémy ale mají rozlišení 24 bitů při frekvenci 96 kHz. Pro kompresi signálu se používá CAC s kompresním poměrem 4:1 až 8:1.

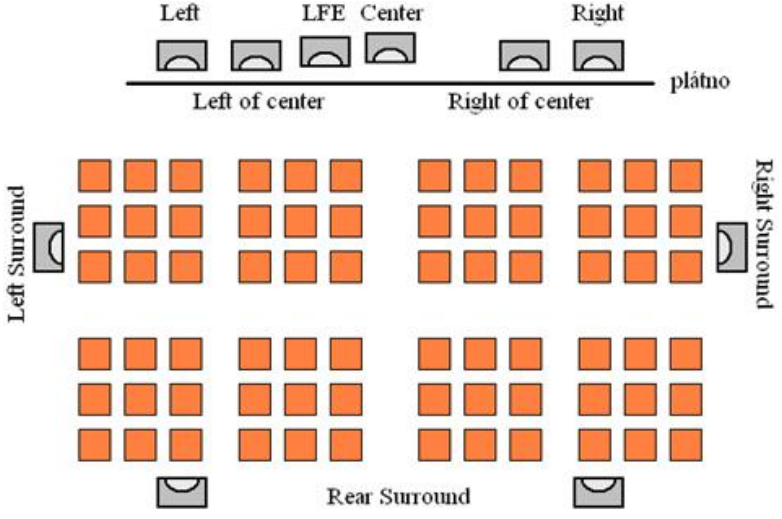
10.2.1.2.2.4 | SDDS

V červnu roku 1993 se představil další systém digitálního ozvučení kin se zkratkou SDDS (*Sony Dynamic Digital Sound*). Prvním filmem, jehož zvuk byl zaznamenán

touto technologií, byl film *Poslední akční hrdina* (režie John McTiernan). Společnost SONY tímto zvukovým systémem představila vlastní zvukový systém, který byl vyvinut na bázi kompresního kodeku ATRAC (*Adaptive Transform Accoustic Coding*). Na filmovém pásu je tento zvukový formát zaznamenán na levé a na pravé straně pásu mezi okrajem pásu a perforací v podobě azurových pruhů. Záznam na jedné straně pásu zálohuje informace na druhé straně pásu (a naopak). Informace v obou pruzích jsou tedy totožné, ale na jedné straně je záznam posunut o 17 obrazových polí a kinoprocesor v každém okamžiku vyhodnocuje, který z obou zvuků je lepší a bude v daný okamžik přehrán.

SDDS byl od ostatních dvou digitálních systémů zvuku (Dolby Digital a DTS) odlišný, neboť se svým uspořádáním podobal původnímu uspořádání reproduktorových soustav za plátnem z éry 70 mm filmu. Tam se místo tří reproduktorových soustav nacházelo pět reproduktorových soustav napájených pěti samostatnými zvukovými kanály a k tomu jeden zvukový kanál pro surround. SDDS má navíc ještě kanál efektový a subbasový - celkem tedy osm zvukových kanálů (včetně subbasového). Schématicky je rozmístění reproduktorů zobrazeno na obr. 96, na kterém je zobrazen pohled shora. To ale neznamená, že všechny reproduktory leží v jedné rovině. Přehrávání zvuku ve formátu SDDS může ale používat také technologii 5.1 nebo 3.1 (tj. sloučit pomocí určitého algoritmu kanály a snížit počet zvukových kanálu na čtyři nebo na šest).

Frekvenční rozsah je 5 Hz až 20 kHz a odstup signálu od šumu je 105 dB. Vzhledem k tomu, že je tento zvuk uložen na filmovém pásu v místě, kde se s ním při konstrukci starších promítacích strojů nepočítalo, je nutné, aby byl zálohován. Záloha je pro zvuk formátu SDDS stejná jako pro zvuk ve formátu Dolby Digital, tj. zvuk ve formátu Dolby Stereo SR.



Obr. 96

10.2.1.2.3 | Nahrávání digitálního

zvuku

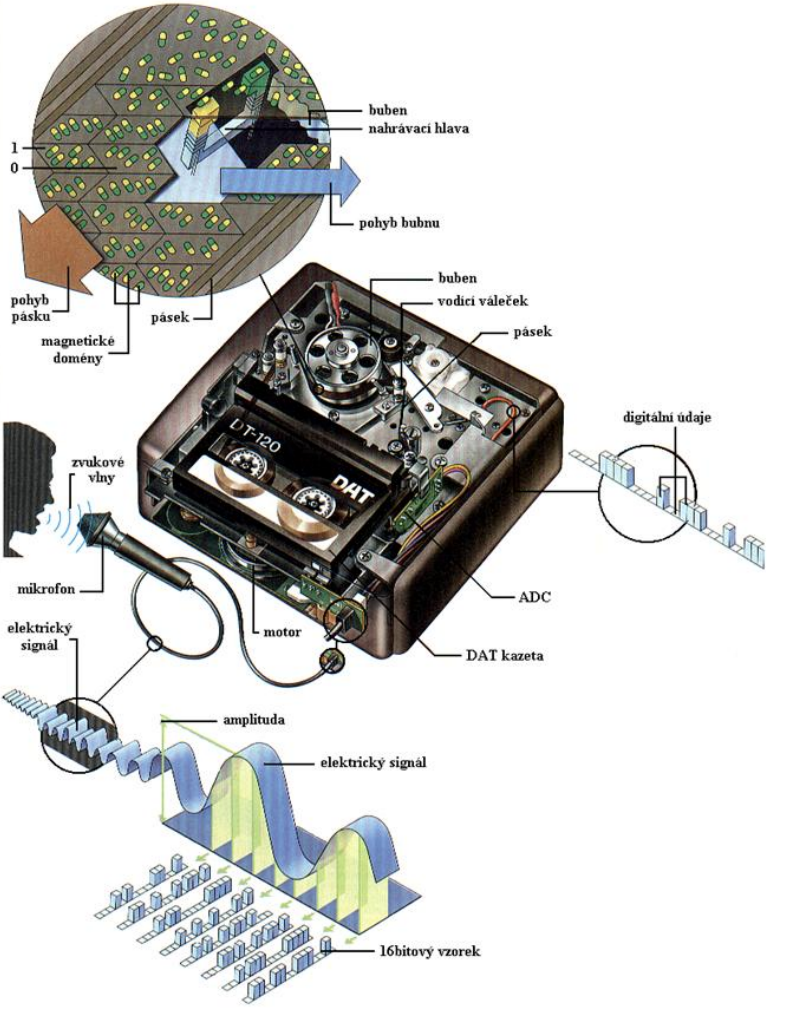
Při digitálním nahrávání prochází elektrický proud z mikrofonu procesem vzorkování signálu, kvantováním signálu a kódováním signálu příslušnými elektrickými obvody (viz obr. 97).

Proud binárních číslic z *ADC* nahrávače je vyslán jako série elektrických impulsů do cívek v nahrávacích hlavách, což jsou dva tenké elektromagnety upevněné v otáčejícím se bubnu. Tyto hlavy vytvářejí magnetické pole s polaritou odpovídající buď logické jedničce nebo logické nule. V procesu zvaném helikální skenování (rastrování) se pásek pohybuje pomalu podél bubnu ve směru opačném vůči směru otáčení bubnu a navíc směr pohybu pásku svírá určitý úhel (různý od nulového úhlu a od pravého úhlu) s osou rotujícího bubnu. Uvedené pohyby se skládají tak, že nahrávací hlavy vytvářejí sled magnetizačních proužků tím, jak jsou magnetické částice zanořené v pásku orientovány v magnetickém poli. Logické jedničky a logické nuly se v magnetickém záznamu navzájem liší opačnými orientacemi svých magnetických polí. Obě hlavy, z nichž každá zaznamenává jednu stereostopu, jsou upevněny pod odlišnými úhly na bubnu. aby se zabránilo interferenci mezi oběma proužky při přehrávání.

Profesionální nahrávač je schopen složit až 64 stop, z nichž každá je nahraná a poté přehrávána vlastní nahrávací hlavou. Jedna stopa na pásku nese pulsový kód, který se používá k synchronizaci přehrávače s ostatními

nahrávacími systémy a hudebními nástroji.

Při nahrávání tímto způsobem není nutné nahrávat např. všechny nástroje k hudební skladbě najednou, ale mohou se nahrát postupně.


buben
nahrávaci hlava
1
0
pohyb bubnu
pohyb pásku
pásek
magnetické domény
buben
vodicí váleček
pásek
digitální údaje
zvukové vlny
DAT
DT-120
mikrofon
ADC
motor
DAT kazeta
elektrický signál
amplituda
elektrický signál
16bitový vzorek

Obr. 97

10.2.2 | Snímací elektronky

Elektronky jsou součástky sloužící k usměrňování elektrického signálu nebo k zesilování elektrického signálu. Jsou složeny z elektrod uzavřených ve vakuové trubici nebo baňce. Speciální elektronky s vhodně volenými elektrodami pak slouží také k přeměně světla (resp. obecně elektromagnetického vlnění), které na ně dopadá, na elektrický proud.

Schopnost elektronek zesilovací jimi procházející elektrický proud se využívala ve starších typech zesilovačů hudby (až téměř do konce 20. století). V současné době tento typ zesilovačů odborníci stále preferují před zesilovači, které jsou tvořeny polovodičovými součástkami. Zvuk elektronkových zesilovačů je prostě přirozenější a krásnější.

10.2.2.1 | Historický vývoj

Rozvoj výroby a používání elektronek byl umožněn na základě vynálezu ruského vynálezce, inženýra a průkopníka v oblasti televizního signálu Vladimíra Zworykina (1888 – 1982) ve dvacátých letech 20. století. Byl jím vynález snímací elektronky s názvem **ikonoskop**. Jednalo se o elektronku pracující na principu fotoemise elektronů. Nevýhodou této elektronky je malá citlivost.

Tato elektronka se používala v televizních kamerách k přeměně dopadajícího světla na elektrický proud. Vzhledem k její malé citlivosti bylo nutné velké osvětlení snímané scény.

Koncem 30. let 20. století byla v Anglii vynalezena elektronka typu **ortikon**. Ta byla citlivější než ikonoskop a i ona pracovala na principu fotoemise. Vlivem relativně nestabilního provozu ale nedosáhla příliš velkého rozšíření.

Další vývojovou fází byl **superikonoskop**, což byl ikonoskop s elektronovým zesilovačem obrazu. V televizní technice byl používán v průběhu 40. a 50. let 20. století téměř ve všech snímacích zařízeních.

Později se objevily elektronky typu superortikon, které byly již velmi citlivé a které bylo možné v televizní technice používat i při menším osvětlení. Principiálně byly velmi podobné superikonoskopu. Tyto elektronky se používaly v televizní technice po celou dobu, kdy se natáčelo a vysílalo černobíle.

Až dosud uvedené elektronky se vyznačovaly relativně velkými rozměry a nebyly proto vhodné např. k použití v barevných televizních kamerách.

V barevných televizních kamerách se používaly jako součást barvodělící soustavy a byly tedy potřeba vždy tři kusy dané elektronky. A na ty v kamerách prostě nebylo dost volného prostoru.

Proto se pozornost techniků upřela na elektronky typu **vidikon**, které byly založeny na fotokonduktivním principu

a které byly poprvé uvedeny na trh v roce 1951. Ty ale nevyhovovaly svou velkou setrvačností. Začátkem 60. let 20. století byla představena elektronka vidikon s rozkladovou elektronkou z oxidu olovnatého s názvem **plumbikon**. Tyto elektronky se pak (např. v televizní technice) používaly až do doby, než se začaly používat senzory v pevné fázi (např. CCD).

Z dnešního pohledu je použití snímacích elektronek v televizní technice již historickou záležitostí. Přesto ale některé fyzikální principy, které se používaly zejména v souvislosti s elektronkami, používají dodnes - např. princip akumulace.

10.2.2.2 | Princip akumulace

Při optoelektrické přeměně se mění ve snímacích elektronkách nebo v senzoru CCD světlo na elektrický proud, jehož hodnota je přímo úměrná osvětlení příslušného místa elektronky nebo senzoru CCD. Elektrický náboj (též v této souvislosti nazývaný **kvantový výtěžek**) získávaný v reálném čase při snímání jednoho obrazového bodu (tzv. pixel) je velmi malý a signál tímto způsobem získaný zaniká vlastně v šumu. Proto se u všech snímacích prvků využívá tzv. **princip akumulace**, při kterém se získává elektrický náboj z daného obrazového bodu po celou dobu snímání daného snímku (tedy i v době, kdy daný pixel není osvětlen).

Tímto způsobem se tedy při sběru elektrického náboje z daného pixelu zvětší hodnota výsledného náboje. Výhodou tohoto způsobu snímání je zvětšení celkového náboje odebraného z daného obrazového bodu. A větší hodnota náboje pak znamená větší elektrický proud procházející dalšími částmi snímacího systému a zlepšení poměru signál/šum - signál nesoucí informaci bude mít po zpracování dopadajícího světla uvedeným způsobem vyšší hodnoty než šum.

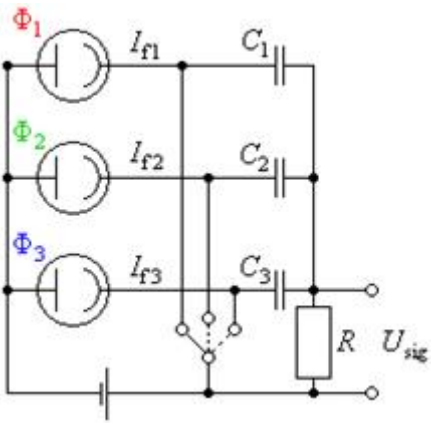
Fyzikální princip akumulace elektrického náboje se u jednotlivých typů snímacích prvků liší, ale hlavní myšlenka využití veškeré světelné energie, která na daný prvek po dobu trvání jednoho snímku dopadá, na přeměnu na elektrickou energii a následnou tvorbu signálu (např. televizního signál) je pro všechny prvky stejná.

Vysvětlení tohoto principu ukážeme na schématu zobrazeném na obr. 98. Jedná se o princip fotoemise, při kterém se získává elektrický náboj (resp. elektrický proud) na základě světelné energie a fotoelektrického jevu. Tento princip se používal u dnes již nepoužívaných elektronek, ale pro výklad základní myšlenky principu akumulace je toto schéma vhodné. Na jednotlivé snímací elektrody dopadá světlo popsané světelným tokem Φ. V elektronce se při fotoelektrickém jevu přemění světelná energie na elektrickou energii, což se projeví průchodem elektrického proudu i_f obvodem. Tento elektrický proud nabíjí jednotlivé kondenzátory, jejichž elektrický náboj je tedy

úměrný osvětlení daného místa elektronky. Doba, po kterou se kondenzátor nabíjí, se nazývá **doba akumulace**.

Během této doby kondenzátor akumuluje („vstřebává“) elektrickou energii.

Po připojení rezistoru k nabitému kondenzátoru se tento kondenzátor během velmi krátké doby (**doba komutace**) vybíjí a na rezistoru je měřitelný úbytek elektrického napětí, který je úměrný osvětlení daného místa elektronky. Toto napětí je výstupní napětí daného signálu.



Obr. 98

Zapojením podle schématu na obr. 98 se vytváří negativní signál, ve kterém nejvyššímu jasu snímaného obrazu odpovídá nejmenší záporné elektrické napětí (tj.

napětí, jehož absolutní hodnota je největší ze všech možných, ale přitom má zápornou hodnotu).

Sestavíme-li z elementárních fotonek mozaiku odpovídající televiznímu rastru, pak bude každou z nich protékat elektrický proud odpovídající osvětlení daného obrazového bodu obrazovky (pixel).

Každému bodu (tj. každému pixelu) televizního rastru tak odpovídá sériové zapojení fotonky a kondenzátoru jako je zobrazeno ve schématu na obr. 98.

Tak získáme nábojový obraz snímané scény, ve kterém větší hodnota elektrického náboje odpovídá většímu osvětlení daného místa obrazu.

To ostatně vyplývá z fyzikální podstaty fotoelektrického jevu.

Jako přepínač, který je zobrazen ve schématu na obr. 98, pracuje svazek elektronů, které na mozaice elementárních fotonek vykresluje televizní rastr a postupně vybíjí jednotlivé kondenzátory. Na rezistoru o odporu R pak získáme signálové napětí odpovídající postupně snímaným obrazovým bodům. Toto signálové napětí je přitom úměrné osvětlení obrazových bodů.

Napětí na rezistoru vzniká průchodem elektrického proudu tímto rezistorem. A elektrický proud vzniklý při fotoefektu je přímo úměrný osvětlení daného obrazového bodu.

Na výstupu tedy již máme televizní signál, který odpovídá snímanému obrazu. Změny nábojů na jednotlivých kondenzátorech jsou tak malé, že nabíjení kondenzátoru a vybíjení kondenzátoru můžeme považovat za lineární děje.

Ve skutečnosti má nabíjení kondenzátoru a vybíjení kondenzátoru exponenciální průběh, tj. napětí i proud rostou (resp. klesají) exponenciálně v závislosti na čase.

Náboj *Q* jednoho elementárního kondenzátoru tedy můžeme psát ve tvaru $Q = i_f \cdot 2V = i_s \cdot \tau$, kde i_f je elektrický proud generovaný osvětlením katody fotonky, 2*V* je doba akumulace (tj. doba trvání snímku), i_s je signálový elektrický proud a τ je doba komutace (tj. doba snímání obrazového prvku).

Symbolem *V* se značí doba trvání půlsnímku, proto je zde použita dvojnásobná doba.

Signálový proud tedy můžeme vyjádřit vztahem $i_s = i_f \frac{2V}{\tau}$.

Hodnota signálového proudu je tedy tolikrát větší než hodnota elektrického proudu generovaného osvětlením fotonky, kolikrát je doba trvání snímku delší než doba snímání jednoho obrazového bodu.

Doba trvání jednoho snímku 2*V* dělená dobou snímání jednoho obrazového bodu τ udává počet obrazových bodů

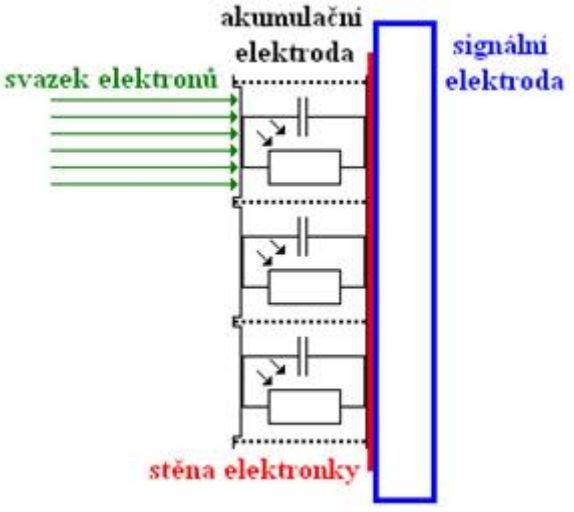
jednoho snímku *N* a platí $N = \frac{2V}{\tau}$. V televizní normě 625/50/2 (tj. vysílání na televizní obrazovce, která má 625 řádků, využívající půlsnímkovou frekvenci 50 Hz a používající prokládané řádkování) tedy platí $N \doteq 500000$, tj. signálový elektrický proud má teoreticky 500000krát vyšší hodnotu než elektrický proud generovaný při fotoelektrickém jevu ve fotonce. Ve skutečnosti je ale signálový proud vlivem různých ztrát menší.

Vypočítat počet obrazových bodů jednoho snímku *N* můžeme na základě znalostí základních parametrů vykreslování obrazu na televizní obrazovku. Doba trvání snímku je $2V = 40\,\mathrm{ms}$. Obrazovka se 625 řádky a poměrem stran 4:3 má teoreticky $625 \cdot \frac{4}{3} \doteq 833$ sloupců. Ve skutečnosti se jich uvažuje pouze 832. Doba trvání řádku je $H = \frac{1}{25 \cdot 625}\,s = 64\,\mu s$. Proto pro dobu komutace τ (doba snímání obrazového bodu) platí $\tau = \frac{64}{832}\,\mu s \doteq 0{,}077\,\mu s$. Pak dostáváme $N = \frac{2V}{\tau} = \frac{40\,ms}{0{,}077\,\mu s} \doteq 520000$.

10.2.2.3 | Snímací elektronky typu

vidikon

Snímací elektronky typu vidikon jsou založeny na fotovodivosti některých látek. Tyto látky mění svůj odpor v závislosti na intenzitě osvětlení elektromagnetickým zářením, které na ně dopadá. Klasické vidikony mají rozkladové elektrody vyrobené ze sulfidu antimonitého Sb_2S_3. Podélný řez rozkladovou elektrodou vidikonu je schematicky zobrazen na obr. 99.



Obr. 99

Rozkladová elektroda je umístěna na čelní skleněné desce baňky elektrody a je tvořena dvěma částmi.

Z vnější strany je na desku nanesena průhledná

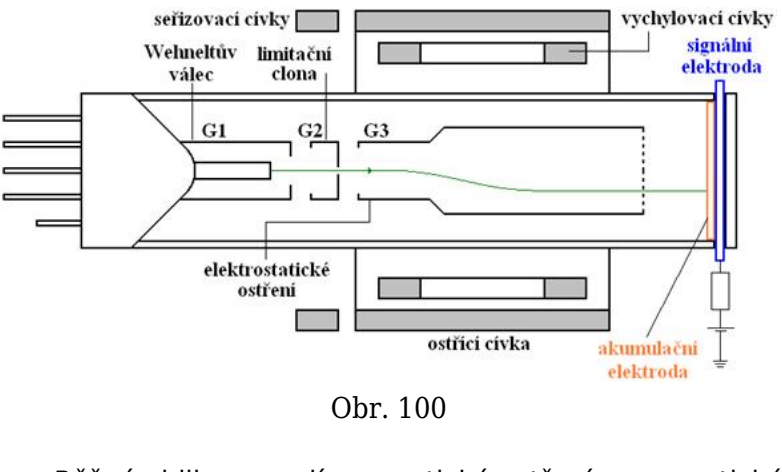
vodivá **signální elektroda**, která má na okraji kruhový kontakt pro připojení vodiče, kterým se bude odvádět signálový proud. Vlastní **akumulační elektroda** z fotovodivého materiálu je nanesena z vnitřní strany baňky. Tento materiál tedy mění svojí vodivost v závislosti na intenzitě elektromagnetického záření, které na něj dopadá, a na základě vnitřního fotoelektrického jevu uvolňuje po dopadu daného záření elektrony. Materiál akumulační elektrody je přitom technologicky zpracován tak, že jeho příčná vodivost (radiální vodivost) je řádově mnohonásobně nižší než podélná vodivost (axiální vodivost). Proto je možné si tuto elektrodu představit jako mozaiku elementárních fiktivních kondenzátorů s paralelně zapojenými fotorezistory (viz obr. 99). Jednu elektrodu těchto fiktivních kondenzátorů přitom tvoří signální elektroda, druhou elektrodu pak vnitřní strana akumulační elektrody.

Elementární kondenzátory jsou v době komutace nabity svazkem elektronů na elektrické napětí rovné rozdílu potenciálů katody a signálové elektrody. Při vybíjení kondenzátoru během doby akumulace prochází kondenzátorem vybíjecí elektrický proud i_f, který je generovaný osvětlením fotonky a jehož hodnota je přímo úměrná vodivosti jednotlivých použitých částí obvodu. Jejich vodivost je ale přímo úměrná osvětlení těchto částí obvodu elektromagnetickým zářením, a proto je vybíjecí proud elementárních kondenzátorů, který jimi projde za dobu akumulace, přímo úměrný osvětlení příslušného

místa rozkladové elektrody. Nabíjecí proud, který těmito elementárními kondenzátory prochází v době komutace (tj. při nabíjení kondenzátorů), je tedy také přímo úměrný osvětlení daného místa rozkladové elektrody. Snímáme-li tento nabíjecí elektrický proud na rezistoru o vhodném odporu, získáme odpovídající signálové napětí. Svazek tak elektronů kreslí na vnitřní stranu rozkladové elektrody televizní rastr a signálové napětí pak tvoří přímo televizní signál.

Elektronkou tedy prochází svazek elektronů, který vznikl při fotoelektrickém jevu tak, že na vhodný materiál elektrody dopadlo světlo ze snímané scény. Tento svazek elektronů ale představoval signál, který byl velmi slabý a informace o snímaném obraze se ztrácela v šumu. Proto se do signálové cesty zařazuje elektronka typu vidikon, jejíž hlavní úlohou je na základě principu akumulace zesílit signál odpovídající zaznamenávanému obrazu. A toto zesílení a „úprava“ signálu nastává právě v rozkladové elektrodě, která je složena z akumulační elektrody a signální elektrody.

Na obr. 100 je zobrazen podélný řez elektronkou typu vidikon s magnetickým ostřením a magnetickým vychylováním. Na obrázku je zobrazena také cívková soustava.



Obr. 100

Běžné vidikony mají magnetické ostření a magnetické vychylování. Podélné magnetické pole vytváří ostřící cívka a pomocí změny elektrického proudu, který jí prochází, se zaostřuje obraz limitační clony do roviny rozkladové elektrody. Pomocné elektrostatické ostření je realizováno elektrodou G_3, která má napětí v řádu stovek voltů.

Limitační clona je výstupním otvorem elektronového svazku na konci elektrody G_2. Pro dosažení maximální možné ostrosti reprodukovaného obrazu je nutné vybrat nejkvalitnější část elektronového svazku, tj. tu část, která má minimální rozptyl radiálních rychlostí elektronů. A právě tato část svazku musí projít limitační clonou. K tomuto výběru kvalitní části elektronového svazku slouží **seřizovací cívky**, které svým magnetickým polem vychylují pohybující se elektrony v místě limitační clony a odstraňují tak vliv mechanických a elektrických

nepřesností elektronové trysky.

Magnetické pole seřizovacích cívek je přitom řízeno a ovládáno elektrickým proudem, který těmito cívkami prochází.

Správné nastavení cívek se provádí tak, aby byl obraz maximálně ostrý na celé ploše obrazu. Další dvě dvojice **vychylovacích cívek** vychylují pohybující se elektrony ve vodorovném směru a ve svislém směru.

Seřizovací elektrody tedy „tlačí“ elektrony blíže k sobě, zatímco vychylující cívky pohybují ve vodorovném a ve svislém směru celým elektronovým svazkem.

Závažnou nevýhodou klasických elektronek typu vidikon s rozkladovou elektrodou vyrobenou ze sulfidu antimonitého je jejich velká setrvačnost. Ta znemožňuje použití těchto elektronek v profesionálních kamerách programové televize. Tyto elektronky byly proto velmi často využívány v kamerách průmyslové televize.

Velká setrvačnost znamená, že elektronka prostě nestíhá zpracovávat signál, který do ní přichází. Doba potřebná na popsané změny signálu je příliš dlouhá, což se v případě televizního signálu projeví tak, že obraz bude trhaný – některé jeho snímky prostě budou chybět, protože je elektronka vůbec „nezaznamená“ kvůli zpracovávání předchozích snímků.

U průmyslové televize, která zobrazuje např. do

vrátnice nebo na dispečink dění v tovární hale, na chodbách, u vstupní brány, …, toto trhání obrazu nevadí. Obraz na monitorech má v tomto případě pouze informovat o dění v daném místě bez ohledu na detaily.

10.2.2.4 | Snímací elektronky typu plumbikon

V roce 1964 nastal ve vývoji elektronek průlom: byla představena elektronka **plumbikon** firmy Philips. Tato elektronka je konstrukčně shodná s elektronkou typu vidikon, liší se pouze složením materiálu akumulační elektrody. Akumulační elektroda je u elektronky typu plumbikon vyrobena z oxidu olovnatého PbO. Princip činnosti je stejný jako u vidikonu, ale její schéma je odlišné. Tam, kde jsou na obr. 101 v případě vidikonu zapojeny elementární fotorezistory, jsou u plumbikonu zapojeny elementární fotodiody zapojené v závěrném směru. Jejich proud v závěrném směru je tedy závislý na osvětlení fotodiody (a tedy na intenzitě dopadajícího světla). Tímto elektrickým proudem se vybíjejí příslušné elementární kondenzátory a akumuluje se v nich elektrický náboj (resp. elektrická energie). Další činnost plumbikonu při vytváření televizního signálu je shodná s vidikonem. Mezi hlavní výhody používání elektronek typu plumbikon patří její malé rozměry a přijatelně malá setrvačnost. Plumbikony se používaly při snímání obrazu barevné televize

v barvodělících soustavách televizních kamer až do poloviny 80. let 20. století.

Během vývoje elektronek vznikly další typy elektronek vidikon, které se lišily materiálem rozkladové elektrody. To mělo vliv na speciální vlastnosti, které daným materiálem elektronky získaly (vysoká citlivost, možnost snímání v oboru infračerveného záření, ...). Tyto speciální elektronky pak měly i své speciální názvy (kvantikon, saticon, newvicon, ...).

10.2.3 | Základní formy televizního signálu

10.2.3.1 | Lineární řádkování

Televizní signál vzniká jak při jeho snímání televizní kamerou, tak při jeho reprodukci v televizní obrazovce postupným čtením konečného počtu řádků obrazu zleva doprava odshora dolů. V televizní normě, která po několik desetiletí vládla Evropě, se jedná soustavu s 625 řádky na jeden snímek. Obraz vzniká metodou, která se nazývá lineární řádkování, které může probíhat dvěma způsoby jako tzv.:

1. neprokládané řádkování;

2. prokládané řádkování.

10.2.3.1.1 | Neprokládané řádkování

Základní principy neprokládaného řádkování a prokládaného řádkování jsou stejné, liší se způsob vykreslování jednotlivých snímků na stínítko televizní obrazovky.

Při lineárním řádkování postupují snímací svazky elektronů v televizní kameře i zobrazovací svazky elektronů na stínítku obrazovky zleva doprava rovnoměrným přímočarým pohybem a vytvářejí tak jednotlivé řádky obrazu. Tento děj se nazývá **řádkový činný běh** (**horizontální činný běh**). Jakmile elektronové paprsky dospějí k pravému konci obrazovky, vracejí se zpět - jedná se o **řádkový zpětný běh** (**horizontální zpětný běh**). Současně s horizontálním vychylováním působí na pohybující se elektron vychylovací systém obrazovky ve svislém směru, přičemž takto způsobený svislý pohyb elektronů je pomalejší než jejich horizontální pohyb. Proto jsou trajektorie elektronů mírně skloněny směrem doprava a každý následující řádek začíná o malou vzdálenost níže, než řádek předchozí.

Pro výklad dalších pojmů uvažujme pouze pohyb jednoho elektronového svazku. Dále budeme přepokládat snímání a zobrazování černobílého obrazu. Podle úrovně jasu převedené na hodnoty elektrického napětí pak

budeme hovořit o řádku bílém, řádku černém nebo o řádku různě šedém.

Vysvětlení pro případ černobílého obrazu je jednodušší. I takový obraz je možné snímat barevnou kamerou (všechny tři snímací soustavy, na které dopadá světlo prošlé barvodělící soustavou, vytvářejí stejné signály) a zobrazovat na barevné obrazovce (všechny tři elektronové trysky resp. elektronová děla této obrazovky jsou ovládána stejnými signály).

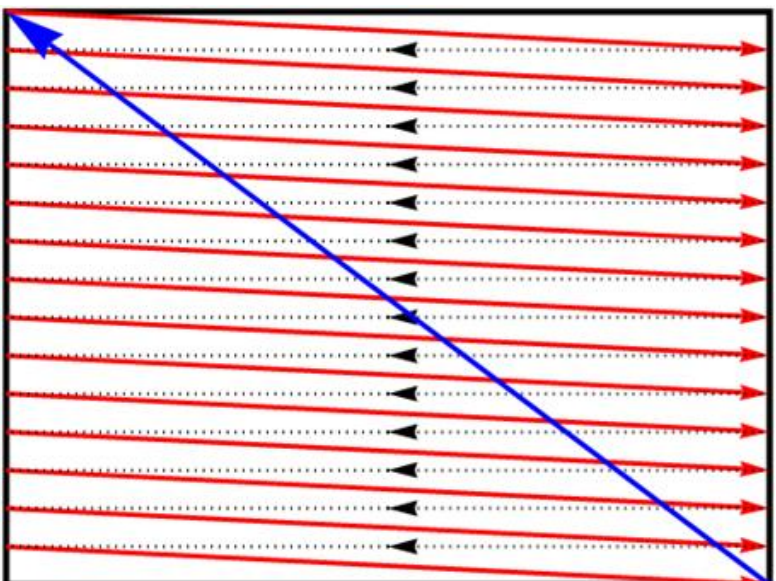
Pro vykreslení jednoho snímku, tj. pro **snímkový činný běh** (**vertikální činný běh**), se použije určitý počet řádků:

1. u televizních obrazovek s formátem obrazu 4:3 je to 625 řádků, z nichž je aktivních 576 řádků; tento typ televizních obrazovek popíšeme;
2. u televizních obrazovek s formátem obrazu 16:9 je to 1250 řádků, z nichž je aktivních 1150 řádků.

Jakmile je zobrazen poslední řádek daného snímku, vrací se ve **snímkovém zpětném běhu** elektronový svazek zpět na první řádek. Schématicky je pohyb elektronového svazku po stínítku obrazovky zobrazen na obr. 102, na kterém je řádkový činný běh vykreslen červenou barvou, řádkový zpětný běh černou barvou

a snímkový zpětný běh modrou barvou. Obrázek je nakreslen pro případ, že snímkový zpětný běh je rovný řádkovému zpětnému běhu. Pro názornost jsou pak stopy elektronových svazků vyznačeny barevně a nakresleny na bílém pozadí.

Obrazovka bez zobrazeného obrazu je totiž standardně černá.



Obr. 102

Kdyby byla doba návratu elektronového svazku zpět na první řádek rovna řádkovému zpětnému běhu, vracel by

se elektronový svazek zpět na první řádek po úhlopříčce. Snímkový zpětný běh je ale pomalejší než řádkový zpětný běh, a proto připadne vykreslení určitého počtu řádků do doby trvání snímkového zpětného běhu. Na **televizní rastr**, tj. na řádky v nezatemněném snímkovém činném běhu, připadá tedy menší počet řádků z celkového počtu řádků.

Elektronový paprsek se prostě nestihne včas vrátit z pravého dolního rohu obrazovky do jejího levého horního rohu, aby mohl začít vykreslovat další snímek. Proto se u obrazovek s poměrem obrazu 4:3 používá pouze 576 aktivních řádků a u obrazovek s poměrem obrazu 16:9 jen 1150. Na tolika řádcích se elektronový svazek „stíhá vracet" jak na jednotlivých řádcích, tak na celém snímku.

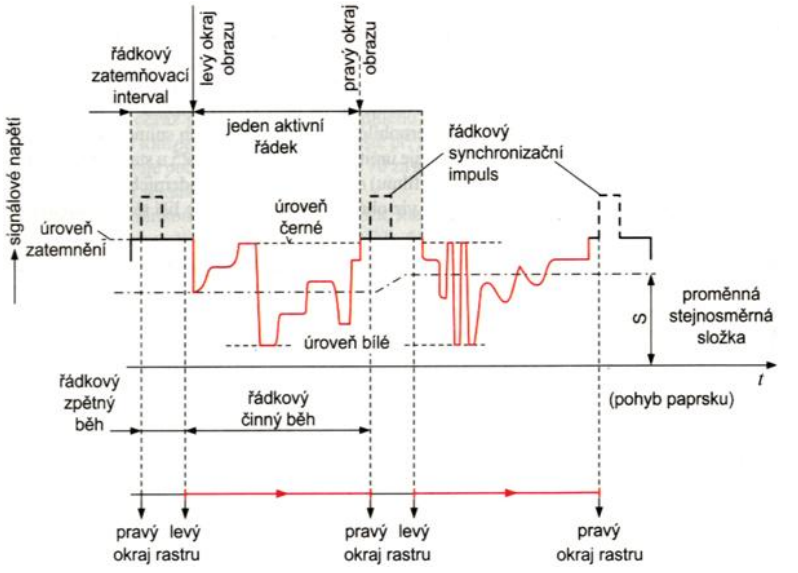
Obrazový signál z jedné snímací soustavy kamery je zobrazen na obr. 103. Řádkový zpětný běh trvá určitý čas, a proto se průběh obrazového signálu přerušuje úsekem, kterému se říká **řádkový zatemňovací interval**. Vytváří jej impuls se svým temenem na úrovni tmavého obrazového prvku. Zatemňovací impuls je nepatrně delší než řádkový zpětný běh. Stejným způsobem se zatemňuje interval, ve kterém probíhá snímkový zpětný běh. I v tomto případě zatemňuje snímkový zatemňovací impuls časový průběh televizního signálu na dobu delší, než je trvání snímkového zpětného běhu. To znamená, že jsou zatemněny další řádky ve svých činných bězích a tyto

řádky mohou být využity pro jiné účely - např. pro titulky pro neslyšící vysílané pomocí teletextu.

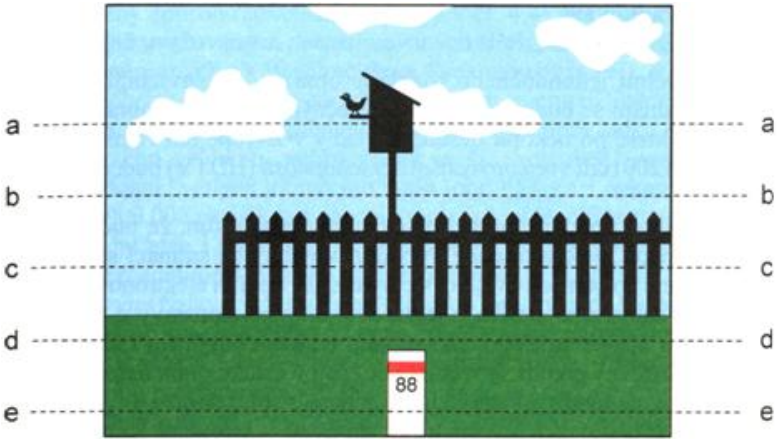
Tyto „zatemněné“ řádky jsou tedy nevhodné pro přenos obrazu stejně jako řádky, které nejsou zobrazitelné prostě proto, že se elektronový svazek nestihne vrátit do levého horního rohu obrazovky včas (viz výše).

Synchronizační impulsy jsou nutné pro řízení pohybu elektronového svazku po televizní obrazovce.

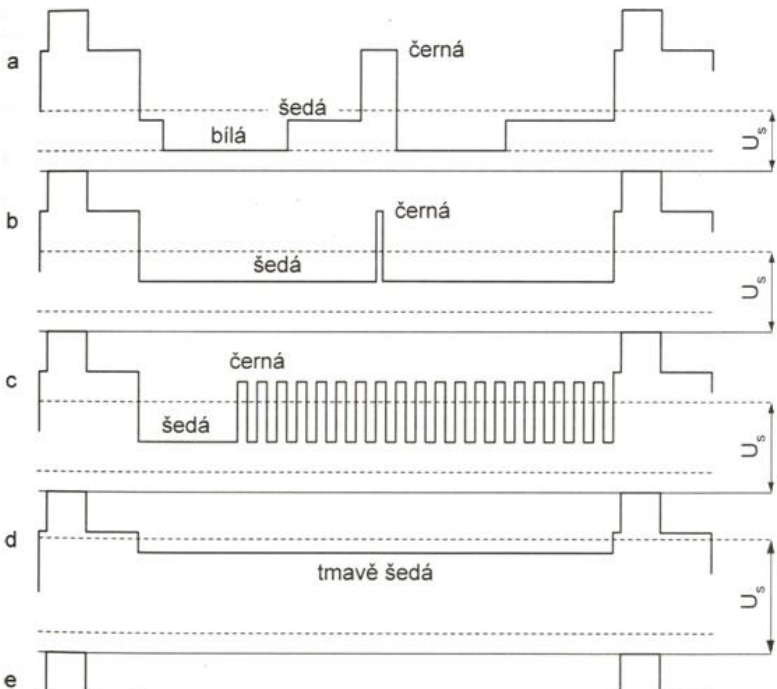
Obrazový signál má svojí stejnosměrnou složku *S*, jejíž hodnota se mění v jednotlivých řádcích obrazovky v závislosti složení obrazu ze světlých a tmavých míst (viz obr. 104 a obr. 105).


řádkový zatemňovací interval
levý okraj obrazu
pravý okraj obrazu
jeden aktivní řádek
řádkový synchronizační impuls
signálové napětí
úroveň zatemnění
úroveň černé
úroveň bílé
S
proměnná stejnosměrná složka
t
řádkový zpětný běh
řádkový činný běh
(pohyb paprsku)
pravý okraj rastru
levý okraj rastru
pravý okraj rastru
levý okraj rastru
pravý okraj rastru

Obr. 103



Obr. 104

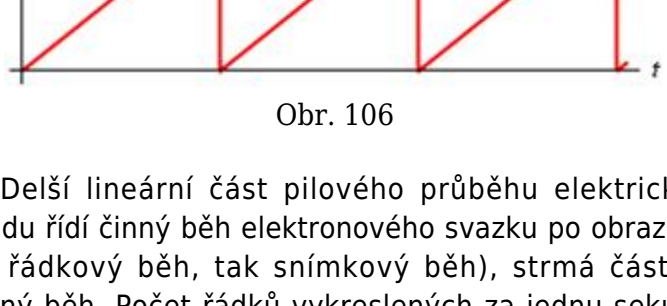


Obr. 105

Pohyb snímacích a zobrazovacích elektronových svazků řídí v televizních kamerách i v televizních obrazovkách rozkladové obvody, které jsou synchronizovány synchronizačními impulsy. Tyto rozkladové obvody jsou vlastně generátory elektrického

proudu s pilovým průběhem, který napájí vychylovací cívky v kameře i v televizní obrazovce. Příklad takového průběhu elektrického proudu je zobrazen na obr. 106; průběhy používané v televizní technice mají přesně definované doby jednotlivých částí daného průběhu.

Tvar průběhu bude tedy stále stejný, bude se lišit pouze doba trvání delší lineární části a doba trvání strmé sestupné části. Také amplituda bude přesně daná požadavky televizní obrazovky resp. kamery.



Obr. 106

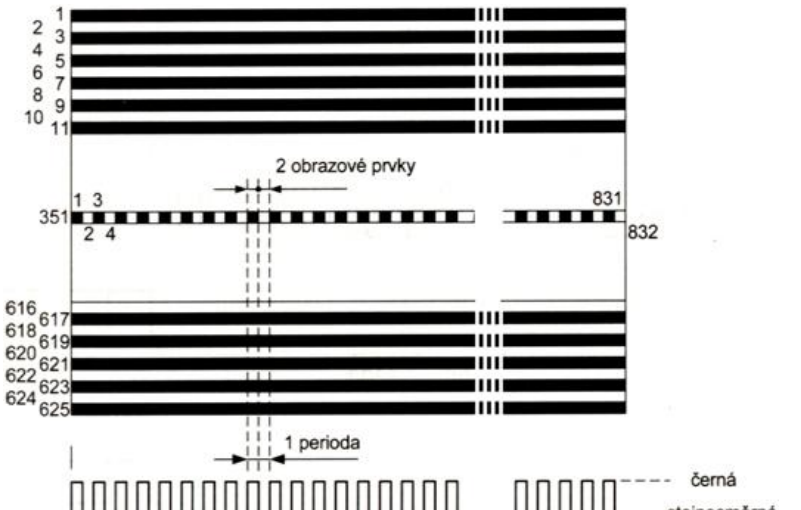
Delší lineární část pilového průběhu elektrického proudu řídí činný běh elektronového svazku po obrazovce (jak řádkový běh, tak snímkový běh), strmá část řídí zpětný běh. Počet řádků vykreslených za jednu sekundu určuje **řádková frekvence** (**horizontální frekvence**). Počet snímků za sekundu při běžné **neprokládaném řádkování** by určoval hodnotu **vertikální frekvence** (**snímkové frekvence**). Takto je charakterizován jednoduchý přenos průmyslové televize nebo reprodukce stránky teletextu, u kterých by prokládané řádkování

působilo rušivě.

10.2.3.1.2 | Prokládané řádkování

Neprokládané řádkování se ukázalo z hlediska televizního provozu a z hlediska původně uvažovaných normalizovaných šířek přenosového pásma jako nehospodárné. Počet řádků vykreslených na televizní obrazovce za jednu sekundu při frekvenci 50 snímků za sekundu by byl $50 \cdot 625 = 31250$. Kdyby měly být body na jednom řádku rozlišitelné stejně jako body ve svislém směru (tj. jeden řádek černý a další bílý), bylo by těchto bodů u televizní obrazovky s formátem obrazu 4:3 v jednom řádku $\frac{4}{3} \cdot 625 = 832$, tj. 416 period obdélníkového průběhu signálu. Přitom předpokládáme střídání světlých a tmavých bodů tak, jak je zobrazeno schématicky na obr. 107.

Koeficient $\frac{4}{3}$ je zde proto, že obraz při poměru stran 4:3 má $\frac{4}{3}$krát větší šířku než je jeho výška. A na výšku má tato obrazovka 625 řádků. Součin $\frac{4}{3} \cdot 625$ není roven přesně 832; tento výsledek byl získán zaokrouhlením na nejbližší sudé číslo.



Obr. 107

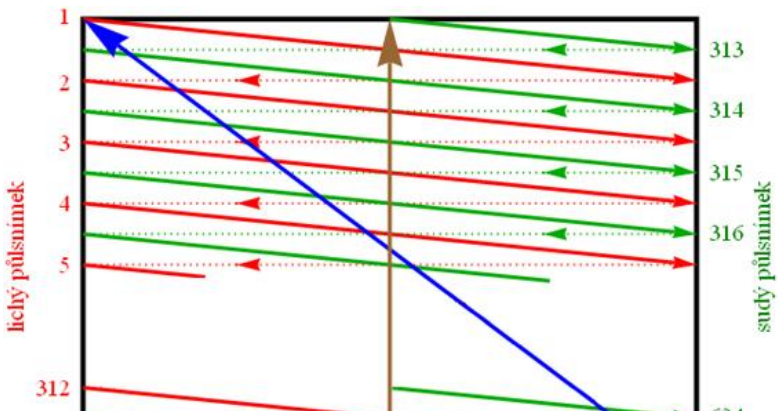
Za jednu sekundu by bylo nutné tedy přenést $31250 \cdot 416 = 13000000$ period daného kmitání. Tak by musela být šířka televizního kanálu 13 MHz. Abychom dosáhli určitých úspor, můžeme šířku přenášeného pásma zmenšit na polovinu tak, že rozdělíme 625 řádků na dva půlsnímky každý o 312,5 řádku. Oba půlsnímky do sebe budou zapadat střídavě svými řádky a vytvoří tak jeden snímek. Počet půlsnímků rozložených přes celou obrazovku zůstane 50, takže obraz nebude blikat. Klesne ale počet zapsaných řádků za jednu sekundu - bude jich jen $50 \cdot 312,5 = 15625$.

Řádková frekvence horizontálního rozkladu obrazu tedy bude 15625 Hz, půlsnímková frekvence vertikálního rozkladu pak 50 Hz.

Tím, že na jeden snímek připadá 312,5 řádku, končí jedna soustava půlsnímků v polovině dolního okraje obrazovky a následující soustava začíná ve stejné výšce jako první soustava (tj. v horním okraji obrazovky), ale v polovině šířky obrazu. Tak jsou obě soustavy vzájemně proloženy a na stínítku televizní obrazovky se zobrazí všech 625 řádků ve dvou různých půlsnímcích tvořících jeden obrazový snímek. To je schématicky zobrazeno na obr. 108, na kterém je červenou barvou zobrazeno řádkování lichého půlsnímku, zelenou barvou řádkování sudého půlsnímku, modrou barvou je zobrazen zpětný běh po lichém půlsnímku a hnědou barvou zpětný běh po sudém půlsnímku. Obrázek je nakreslen pro případ, že půlsnímkový zpětný běh je rovný řádkovému zpětnému běhu. Pro názornost jsou pak stopy elektronových svazků vyznačeny barevně a nakresleny na bílém pozadí.

Obrazovka bez zobrazeného obrazu je totiž ve skutečnosti černá.

Úplných snímků je tedy 25 za jednu sekundu; přitom řádky od 1 do 312,5 počítáme do lichého půlsnímku a řádky od 312,5 do 625 do sudého půlsnímku.



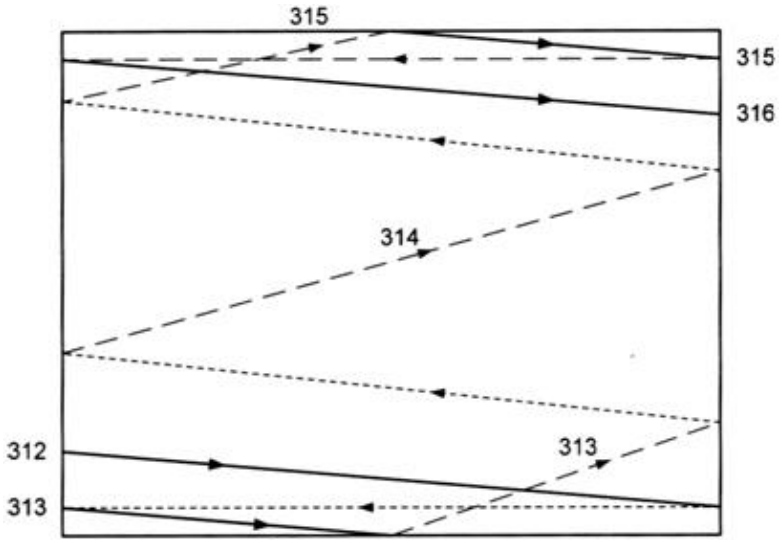
Obr. 108

Řádkové zpětné běhy nejsou ale okamžité, tj. probíhají určitou konečnou rychlostí. Televizní signál s časově proměnným napětím je proto přerušován zatemňovacími intervaly, které jsou řízeny zatemňovacími impulsy. Během tohoto intervalu má signálové napětí takovou hodnotu, že se televizní obrazovka prostě nerozsvítí. V kratším zatemňovacím intervalu proběhne řádkový zpětný běh a v delším zatemňovacím intervalu pak **půlsnímkový zpětný běh**. Stejně jako u neprokládaného řádkování je i v tomto případě **půlsnímkový zatemňovací interval** (resp. **půlsnímkový zatemňovací impuls**) vždy delší než půlsnímkový zpětný běh příslušného rozkladového generátoru, a proto jsou na obrazovce zatemněny

i některé další řádky v činném půlsnímkovém běhu.

Z televizní obrazovky zobrazené schématicky na obr. 108 tedy nebudou některé řádky v její horní části a v dolní části vidět. Horní okraj obrazu bude tedy níže, než je horní okraj obrazovky, a dolní okraj obrazu bude výše, než je dolní okraj obrazovky.

Pro zatemnění jednoho půlsnímku je normou určeno 25 celých řádků, takže viditelný celý obraz je složen pouze z $625-2\cdot25=575$ řádků. V soustavě PAL se počítá s 576 aktivními řádky, protože mezi aktivní řádky patří ještě i tzv. signalizační řádky s čísly 23 a 623. V každém půlsnímkovém zpětném běhu stále probíhá řádkové vychylování elektronového svazku. Proto se tento svazek nešíří po dokončení obou půlsnímků z dolního řádku na horní řádek po přímé trajektorii, ale po trajektorii, která je dána působením vychylovacího magnetického pole na pohybující se elektron. Tato trajektorie ve tvaru lomené čáry (viz obr. 109) je vlastně půlsnímkový zpětný běh složený z řádkových činných a řádkových zpětných běhů postupujících opačným směrem, než při vykreslování obrazu (tj. v tomto případě postupují zdola nahoru). Tyto řádky nejsou na televizní obrazovce vidět, protože jsou zatemněny řádkovým zatemňovacím impulsem, který je v televizním přijímači uměle zesílen tzv. zhášecím impulsem.



Obr. 109

Rozlišovací schopnost televizní obrazovky ve vodorovném směru (tj. počet svislých proužků připadajících na celý vodorovný rozměr obrazovky) se udává též počtem „řádků“ jako u rozlišení ve svislém směru. Maximálnímu rozlišení televizní obrazovky s formátem obrazu 4:3 odpovídá maximální rozlišení $\frac{4}{3} \cdot 576 = 768$ „řádků“ ve vodorovném směru.

Při maximální šířce přenosového pásma 6,5 MHz je u obrazovky s poměrem stran 16:9 a s 576 aktivními řádky maximální rozlišení ve vodorovném směru

zmenšeno na $768 \cdot \left(\frac{4}{3} : \frac{16}{9}\right) = 576$ „řádků“.

Velikost viditelného obrazu je na televizní obrazovce vždy nastavena tak, aby rozměry obrazu byly větší než jsou rozměry televizní obrazovky a aby divák tak neviděl žádné tmavé okraje obrazu (tato metoda zobrazení obrazu se nazývá *underscreen*).

Na velikost televizní obrazovky se tedy zobrazí pouze aktivní řádky.

Při sledování širokoúhlých filmů nebo filmů s jiným formátem obrazu, než odpovídá dané televizní obrazovce, pak tmavé pruhy na obrazovce vidět jsou (mohou být i svislé). Ale to, že v tomto případě jsou na televizní obrazovce tmavé pruhy, je dáno tím, že vysílaný obraz je prostě v daném směru menší (než jaký je rozměr obrazovky) a pro „tmavé řádky“ prostě není k dispozici žádná informace.

Ve studiové praxi (při natáčení, střihu, úpravách záznamu, ...) ale musí být vidět celý obraz, a proto jsou tyto tmavé řádky na obrazovkách monitorů zobrazovány (tato metoda zobrazení obrazu se nazývá *overscreen*).

10.2.3.1.3 | Parametry televizního

vysílání

Vysílání televizního signálu v norma 625/50/2 znamená, že televizní obrazovka má 625 řádků, využívá půlsnímkovou frekvenci 50 Hz a používá prokládané řádkování. Tato norma má tyto důležité parametry:

1. řádková frekvence: $f_H = 15625\ \mathrm{Hz}$;
2. půlsnímková frekvence: $f_V = 50\ \mathrm{Hz}$;
3. snímková frekvence: $0{,}5 f_V = 25\ \mathrm{Hz}$;
4. doba trvání jednoho řádku: $H = \frac{1}{f_H} = 64\ \mu\mathrm{s}$;
5. doba trvání jednoho půlsnímku:
   $V = \frac{1}{f_V} = 20\ \mathrm{ms}$;
6. doba trvání jednoho snímku:
   $2V = \frac{1}{0{,}5 f_V} = 40\ \mathrm{ms}$;
7. šířka přenosového pásma: B = 6 MHz (pro normu D a K) a B = 5 MHz (pro normu B a G).

Odvodili jsme, že pro prokládané řádkování je šířka přenosového pásma 6,5 MHz, ale tuto šířku je možné vhodnou modulací signálu zmenšit. Tak bude možné obecně přenášet signály více televizních stanic.

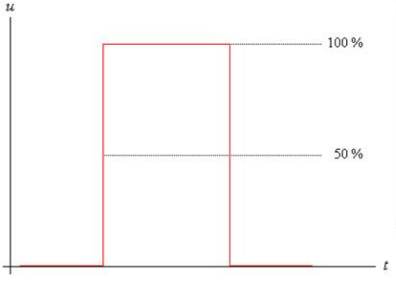
10.2.3.2 | Základní vlastnosti televizního signálu

10.2.3.2.1 | Impuls televizního signálu

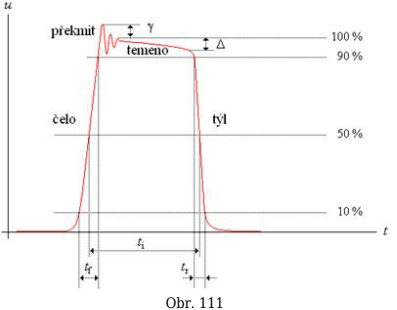
Televizní signál má (na rozdíl od zvukového signálu) výrazně impulsový charakter. To je dáno zejména tím, že:

1. obsahuje impulsy synchronizační směsi;
2. vlastní obrazový signál při snímání strukturované scény má charakter podobný impulsům obdélníkového průběhu.

Na obr. 110 je zobrazen ideální tvar obdélníkového impulsu a na obr. 111 je zobrazen skutečný průběh takového impulsu. Zde je zobrazený kladný impuls (pozitivní impuls). Záporný impuls (negativní impuls) vypadá tak, že je zrcadlovým obrazem kladného průběhu podle osy času.



Obr. 110



Obr. 111

Na obr. 111 jsou zobrazeny úrovně daného signálu, které jsou důležité pro popis parametrů daného impulsu a pro vyhodnocení zkreslení jeho tvaru. Jedná se o tyto charakteristiky:

1. doba trvání impulsu t_i - dána šířkou impulsu měřenou v 50 % jeho amplitudy (do které se nezapočítává překmit), někdy se nazývá položířka;
2. doba čela impulsu t_f - doba trvání náběžné hrany impulsu měřená mezi 10 % a 90 % jeho amplitudy;
3. doba týlu impulsu t_r - doba trvání sestupné hrany impulsu měřená mezi 10 % a 90 % jeho amplitudy;
4. frekvence impulsu *f* - udává se pouze u periodických impulsů;
5. perioda *T* - převrácená hodnota frekvence a udává se opět pouze u periodických impulsů;
6. úhlová frekvence;
7. střída - udává poměr trvání impulsu vzhledem ke zbývající době periody, tj. poměr $\frac{t_i}{T - t_i}$; často se udává přímo v poměru dvou celých nezáporných čísel (1:1, 1:16, ...);

K vyjádření tohoto poměru tedy může být použito i číslo nula. V některých případech je vhodné např. na konstantní průběh určité fyzikální veličiny pohlížet jako

na impuls se střídou 1:0.

8. překmit (resp. podkmit) - amplituda krátkých zákmitů po hraně impulsu (pokud vůbec jsou); udává se v procentech amplitudy;
9. pokles temene (nadzvednutí temene) - změna úrovně konce temene vzhledem k jeho počátku (pokud takový pokles vůbec je); udává se v procentech amplitudy.

10.2.3.2.2 | Zkreslení impulsu televizního signálu

Každé reálné zařízení, které se používá pro zpracování nejen televizního signálu, je možné chápat jako dvojbran se vstupními svorkami a výstupními svorkami (derivační článek, integrační článek, ...). Průchodem signálu daným zařízením se signál vždy zkreslí. Vlastnosti daného zařízení z hlediska přenosu signálu a zkreslení signálu můžeme charakterizovat jeho různými charakteristikami.

Útlumová frekvenční charakteristika vyjadřuje průběh absolutní hodnoty přenášeného signálu v závislosti na frekvenci. Pro kvalitní přenos je nutné, aby tato charakteristika byla téměř konstantní v celém frekvenčním rozsahu vstupního signálu.

Jinými slovy dané zařízení musí pokud možno věrně přenášet signály všech frekvencí, z nichž je vstupní signál složen.

Fázová frekvenční charakteristika vyjadřuje průběh fáze (fázového zpoždění) daného signálu v závislosti na frekvenci. Špatný přenos fáze signálu má vliv na tvarové zkreslení procházejícího signálu. Pro fázově bezchybný přenos je nutné, aby fázová charakteristika byla lineární funkcí frekvence.

Frekvenční charakteristika skupinového zpoždění je dalším vyjádřením fázových vlastností daného zařízení. Skupinové zpoždění je doba vyjadřující skutečné zpoždění jednotlivých frekvenčních složek signálu při jeho průchodu daným zařízením. Pro kvalitní přenos je nutné, aby tato charakteristika byla v pásmu přenášených frekvencí téměř konstantní. To znamená, že všechny složky signálu s různými frekvencemi jsou zpožďovány stejně a nenastává tvarové zkreslení signálu.

Číselně je skupinové zpoždění dáno záporně vzatou derivací fáze podle úhlové frekvence, tj. $\tau = -\frac{d\varphi}{d\omega}$.

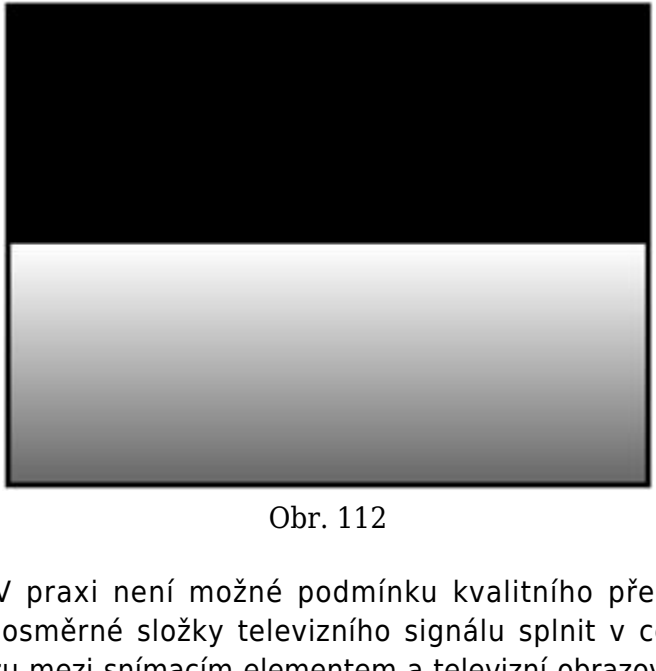
Přechodové charakteristiky patří k těm nejdůležitějším charakteristikám zařízení zpracovávajícího impulsní signály. Vyjadřují časový průběh výstupního signálu jako odezvu na vstupní signál jednotkového skoku (tj. obdélníkový impuls dostatečné šířky s velmi krátkou dobou čela). Pomocí těchto charakteristik lze zjistit tvarové zkreslení procházejícího signálu (doba čela, překmit, pokles temene, ...).

Televizní signál zabírá frekvenční pásmo od 0 do 6 MHz. Signály střední frekvence jsou všemi zařízeními přenášeny bez větších problémů. Zkreslení signálu nastává vlivem nedokonalosti daného zařízení u složek signálu, které mají nízkou frekvenci nebo vysokou frekvenci (tj. na dolním konci přenášeného pásma a na horním konci přenášeného pásma).

10.2.3.2.3 | Korekce zkreslení přenosu impulsních signálů

10.2.3.2.3.1 | Korekce přenosu signálu na nízkých frekvencích

Nutnou podmínkou kvalitní reprodukci televizního obrazu je přenos stejnosměrné složky televizního signálu. Nedokonalý přenos má pak za následek nesprávnou reprodukci středního jasu scény. Stejně tak špatný přenos složek nízkých frekvencí televizního signálu se projeví nezanedbatelným poklesem temene impulsu televizního signálu, což opět znehodnocuje reprodukovaný obraz a to zejména na velkých plochách, kde je toto zkreslení zvlášť patrné. Na obr. 112 je zobrazen obraz při špatném přenosu obdélníkových impulsů (při poklesu temene impulsu) s opakovací frekvencí 50 Hz a střídou 1:1.



Obr. 112

V praxi není možné podmínku kvalitního přenosu stejnosměrné složky televizního signálu splnit v celém řetězu mezi snímacím elementem a televizní obrazovkou. V tomto řetězci je zařazeno množství kapacitních vazeb, které tuto složku nepřenášejí vůbec a které způsobují zkreslení temene přenášených impulsů.

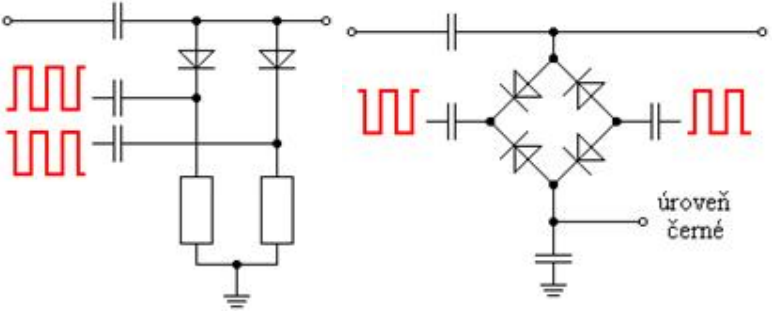
Kapacitní vazby jsou tvořené kondenzátory. A kondenzátorem stejnosměrný elektrický proud neprochází.

Proto je nutné stejnosměrnou složku televizního signálu během jeho přenosu průběžně obnovovat. Tím se také odstraní pokles temene vlivem kapacitních vazeb. Stejnosměrná složka je obnovována pomocí klíčovacích

obvodů, jejichž schémata jsou zobrazená na obr. 113 a obr. 114 a které v době klíčovacího impulsu napevno nastavení úroveň černé barvy televizního signálu na požadované napětí (většinou na hodnotu 0 V).

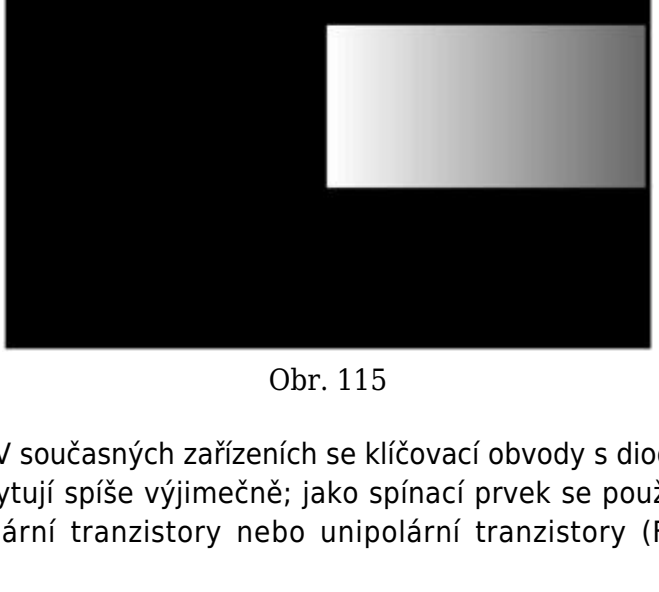
Černá barva je pro televizní signál základní, a proto tvoří právě tento signál stejnosměrnou složku televizního signálu.

Klíčovací impulsy se většinou opakují se řádkovou frekvencí a jsou umístěny na zadní prodlevě řádkových synchronizačních impulsů. Šířka těchto klíčovacích impulsů je taková, aby klíčování bylo co nejdokonalejší a aby tyto impulsy skončily před koncem řádkového zatemňovacího intervalu. Šířka bílého impulsu při řádkovém klíčování může být maximálně rovna aktivní době jednoho řádku. Vazební kapacity použitých kondenzátorů lze pak volit tak, aby během této doby byl pokles temene impulsu minimální. Během dalšího řádku jsou pak úrovně opět srovnány.



Obr. 113 Obr. 114

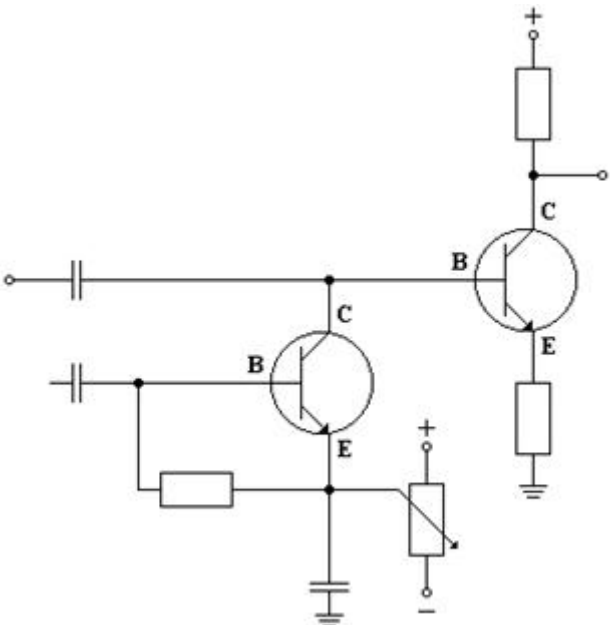
Zkreslení reprodukce obrazu vlivem poklesu temene během doby trvání jednoho řádku tak, jak je zobrazeno na obr. 115 (frekvence 15625 Hz a střída přibližně 1:1), běžně v praxi nenastává. Je-li obraz tímto způsobem zkreslen, jedná se většinou o poruchu zařízení, které obraz reprodukuje.



Obr. 115

V současných zařízeních se klíčovací obvody s diodami vyskytují spíše výjimečně; jako spínací prvek se používají bipolární tranzistory nebo unipolární tranzistory (FET).

Jejich výhodou je jejich vyšší rychlost, menší zbytkové saturační napětí a to, že potřebují pouze jednu polaritu klíčovacích impulsů. Příklad takového klíčovacího obvodu s bipolárním tranzistorem a s možností nastavení kladné úrovně černé i záporné úrovně černé je zobrazen na obr. 116.



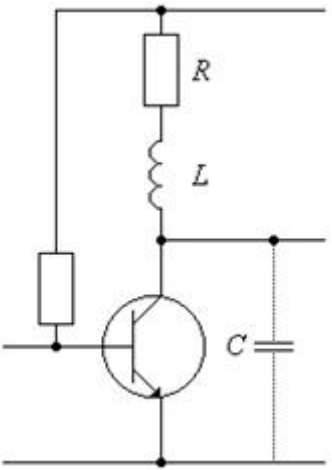
Obr. 116

Podobné klíčovací obvody se používají i pro nastavení a posun stejnosměrné úrovně signálu také v režijních zařízeních, trikových zařízeních, prolínacích zesilovačích, ...

V nich pak slouží nejen k odstranění zkreslení signálu, ale přímo k systémovým operacím prováděnými se signálem (prolínání dvou obrazů, klíčování obrazu na modré pozadí, ...).

10.2.3.2.3.2 | Korekce přenosu signálu na vysokých frekvencích

Pokles přenosu signálu o frekvencích z horního konce přenášeného pásma se při reprodukci projeví zhoršenou ostrostí tohoto signálu. Korekce ale v tomto případě nejsou u většiny obvodů v daném zařízení nutné. Výjimkou jsou zesilovače s větším zesílením v jednotlivých stupních, kde se již projeví vliv parazitních kapacit. Zejména se to týká koncových stupňů zesilovačů v monitorech a televizorech, které jsou zatíženy nezanedbatelnou kapacitou elektrod obrazovky. V těchto případech je nutné korekce přenosu na vyšším konci přenosového pásma provést. Cílem těchto korekcí je udržet při dostatečném zesílení přijatelnou ostrost obrazu. K jednodušším korekcím patří tzv. paralelní korekce, které se provádějí pomocí obvodu se schématem zobrazeným na obr. 117.



Obr. 117

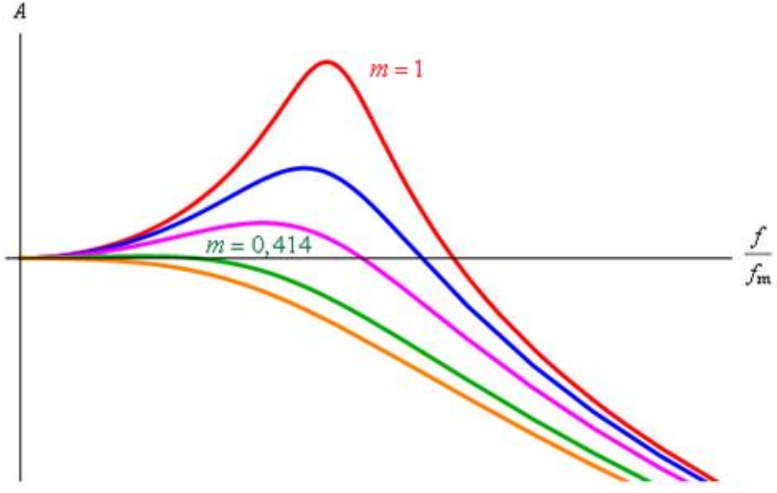
Zatěžovací impedance zesilovacího stupně je tvořena paralelním rezonančním obvodem. Ten je složen z parazitního kondenzátoru o kapacitě *C* a cívky o indukčnosti *L*. Rezistor o odporu *R* rezonanční obvod velmi silně tlumí, takže rezonance není příliš výrazná (tj. rezonanční křivka je plochá). Pro nízké frekvence a střední frekvence procházejícího signálu je zesílení zesilovacího stupně určeno hodnotou odporu *R*. Pro vyšší frekvence, které se blíží rezonanční frekvenci daného obvodu, roste impedance a zesílení daného stupně se zvyšuje. Vhodnou volbou indukčnosti cívky lze dosáhnout rezonanční frekvence na horním konci přenášeného pásma, kde přenos daného stupně bez korekce klesá. Tento pokles je tedy možné významně posunout k vyšším frekvencím

a tím přenášené pásmo rozšířit. Průběh absolutní hodnoty přenosu, skupinového zpoždění, doba čela impulsu i velikost překmitu je závislá na **činiteli korekce** *m*, který je definován vztahem $m = \frac{L}{R^2 C}$. Pro jeho jednotku platí:

$$[m] = \mathrm{H} \cdot \Omega^{-2} \cdot \mathrm{F}^{-1} = \left(\mathrm{V} \cdot s \cdot \mathrm{A}^{-1}\right) \cdot \left(\mathrm{V}^{-2} \cdot \mathrm{A}^{2}\right) \cdot \left(\mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{V}\right) = s \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{A}^{-1} \cdot s^{-1} = 1.$$

Činitel korekce je tedy veličina bezrozměrná (bez jednotky).

Křivky absolutní hodnoty napěťového přenosu v závislosti na činiteli korekce *m* jsou zobrazeny v grafu na obr. 118.



Obr. 118

Pro činitel korekce $m = 0{,}414$ vychází plochá útlumová charakteristika (bez převýšení) a přenášené pásmo se rozšíří 1,72krát. Tato korekce ale způsobuje překmit přibližně 3 %, což může být v některých zařízeních na závadu. Pro činitel korekce $m = 0{,}322$ je maximálně plochá charakteristika skupinového zpoždění a překmit má již přijatelnou hodnotu (menší než 1 %). Přenášené pásmo se rozšíří 1,57krát. Průběh impulsu bez překmitu získáme pro činitel korekce $m < 0{,}25$. V tomto případě je rozšíření pásma ještě menší než v předchozím případě. Vhodnou volbou hodnoty indukčnosti cívky lze ovlivnit činitel korekce a dosáhnout tak potřebných vlastností korigovaného zesilovače podle požadavků, které jsou na něj v konkrétním případě kladeny (šířka přenášeného pásma, doba čela impulsu, překmit, …).

10.2.4 | Modulace analogovým signálem

Modulace analogového signálu analogovým signálem je důležitá pro řadu aplikací zvukové techniky a televizní techniky, a proto je nutné pochopit základní principy, kterými se tato modulace řídí.

10.2.4.1 | Superpozice časově

proměnných signálů

Vzhledem k tomu, že se v praxi velmi často objevují periodické signály nebo dokonce signály sinového průběhu (tj. harmonické signály), budeme uvažovat pouze tyto signály. Navíc je vhodné uvažovat průběhy napětí, protože v technické praxi lze většinu měřitelných veličin převést na průběh elektrického napětí nebo elektrického proudu.

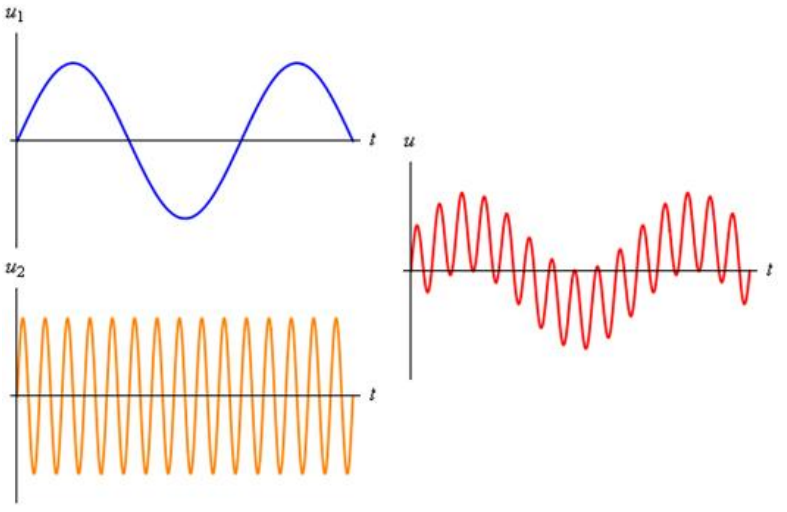
Při superpozici (vzájemného skládání nebo též sčítání) dvou signálů je vhodné odlišit dva případy podle vzájemného poměru frekvencí obou signálů:

1. $f_1 \ll f_2$ - výsledkem této superpozice je přeložka signálů (v tomto případě přeložka napětí) zobrazená spolu s původními grafy na obr. 119;
2. $f_1 \approx f_2$ a přitom $f_1 > f_2$ a $U_1 > U_2$ - výsledkem této superpozice dvou napětí nepříliš rozdílných frekvencí je přibližně sinusový průběh výsledného napětí, pro které platí: $U_{max} = U_1 + U_2$, $U_{min} = U_1 - U_2$, $f_n = \frac{f_1 + f_2}{2}$ (frekvence kmitání výsledného napětí) a $f_o = f_1 - f_2$ (frekvence, se kterou se mění amplituda napětí. Časové závislosti skládaných průběhů napětí i časový průběh výsledného napětí je zobrazen na obr. 120.

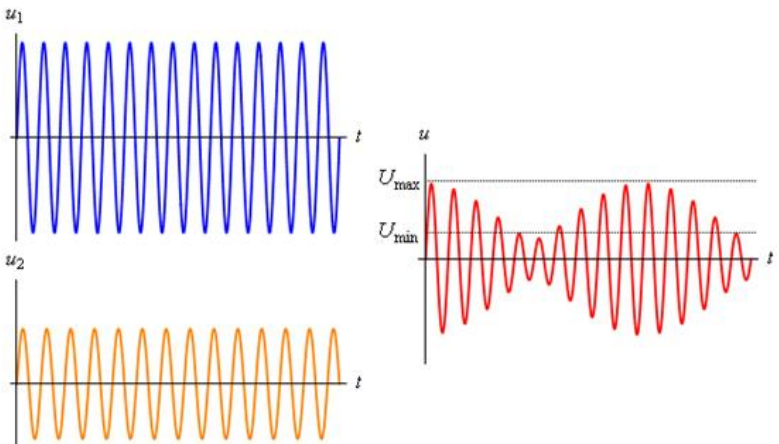
Výsledné elektrické napětí zobrazené na obr. 120

připomíná speciální případ skládání kmitání - tzv. rázy (resp. zázněje, které vznikají v akustice při skládání dvou zvukových vlnění podobné frekvence).

Tento průběh je prakticky shodný s průběhem signálu, který byl upraven amplitudovou modulací.



Obr. 119



Obr. 120

10.2.4.2 | Modulace signálů se střídavým průběhem

Obecný průběh střídavého napětí sinusového průběhu můžeme popsat rovnicí

$$u = U \sin(\Omega t + \varphi),$$

(1)

kde u je okamžitá hodnota napětí, U je amplituda napětí, Ω je úhlová frekvence daného napětí a φ je počáteční

fáze daného napětí.

Skutečnost, že úhlovou frekvenci značíme symbolem Ω a ne symbolem ω, který se běžně používá, vyplývá z toho, co bude popsáno dále. K napětí popsanému rovnicí (1) totiž budeme „přidávat“ další členy, které budou popisovat další napětí obecně jiných frekvencí a tedy i jiných úhlových frekvencí.

Rovnici (1) můžeme s využitím vztahu

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta \tag{2}$$

přepsat do tvaru: $u = U\sin(\Omega t+\varphi) = U\sin\Omega t\cdot\cos\varphi + U\sin\varphi\cdot\cos\Omega t$. Označíme-li

$$U_s = U\sin\varphi \text{ a } U_c = U\cos\varphi, \tag{3}$$

můžeme rovnici (1) psát ve tvaru

$$u = U_c\sin\Omega t + U_s\cos\Omega t. \tag{4}$$

Ve vztazích (3) a (4) vystupují tři veličiny (U, Ω a φ), které mohou být obecně závislé na čase. Je-li alespoň jedna z těchto veličin závislá na čase, označujeme průběh

popsaný rovnicí (4) jako **modulovaný průběh** (**modulovaný signál**).

Na základě této skutečnosti rozlišujeme tři základní způsoby modulace signálu, v závislosti na tom, která z uvedených veličin je závislá na čase:

1. amplitudová modulace (AM) - na čase závislé je amplituda napětí U;
2. frekvenční modulace (FM) - na čase je závislá úhlová frekvence Ω;

Je-li časově proměnná úhlová frekvence, je časově proměnná i frekvence daného střídavého napětí.

3. fázová modulace (PM) - na čase je závislá počáteční fáze φ.

Frekvenční modulace a fázová modulace jsou souhrnně také označovány jako **úhlová modulace**.

V dalších odstavcích budeme uvažovat modulaci daného signálu střídavým signálem sinusového průběhu. Proto můžeme pro dva signály nutné pro modulaci psát:

1. nosný signál (nosná vlna) je popsán rovnicí

$$u_n = U_n \sin \Omega t \,; \tag{5}$$

2. modulační signál je popsán rovnicí

$$u_m = U_m \sin \omega t \,,$$

(6)

kde Ω je **nosná úhlová frekvence** a ω je **modulační úhlová frekvence**.

Nosný signál je vysokofrekvenčních signál, který se vysílá jako „základ“. Modulační signál je ten, který obsahuje danou informaci (televizní vysílání, rozhlasové vysílání, SMS, ...) a pomocí něhož modulujeme (měníme) vysokofrekvenční signál (nosný signál).

10.2.4.3 | Amplitudová modulace

Při amplitudové modulaci je amplituda střídavého napětí závislá na čase a můžeme jí vyjádřit vztahem

$$U(t) = U_n + U_m \sin(\omega t + \varphi).$$

(7)

Dosadíme-li amplitudu danou vztahem (7) do rovnice (1) dostaneme rovnici pro okamžitou hodnotu napětí ve tvaru

$$u = \left(U_n + U_m \sin(\omega t + \varphi)\right) \sin \Omega t.$$

(8)

Po roznásobení získáme výraz

$u = U_n \sin\Omega t + U_m \sin\Omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, který po úpravě pomocí goniometrického vztahu

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right) \tag{9}$$

přejde do tvaru $u = U_n \sin\Omega t + \frac{U_m}{2}\left(\cos(\Omega t - \omega t - \varphi) - \cos(\Omega t + \omega t + \varphi)\right)$. Ten již snadno upravíme do tvaru

$$u = U_n \sin\Omega t + \frac{U_m}{2}\cos\left((\Omega - \omega)t - \varphi\right) - \frac{U_m}{2}\cos\left((\Omega + \omega)t + \varphi\right). \tag{10}$$

Který z argumentů Ωt nebo ωt ve vztahu (8) budeme považovat za argument α a který za β vystupujících ve vztahu (9), je jedno. Funkce kosinus, pomocí níž součin obou sinů vyjádříme, je funkce sudá a tedy argument ve tvaru $\Omega - \omega$ nebo případně $\omega - \Omega$ vede ke stejnému výsledku.

Ze vztahu (10) je zřejmé, že amplitudově modulovaná vlna obsahuje tři složky o různých úhlových frekvencích:

1. složka s úhlovou frekvencí Ω nosné vlny - člen $U_n \sin\Omega t$;
2. složka s úhlovou frekvencí $\Omega - \omega$ (dána

rozdílem úhlové frekvence nosné vlny a modulačního signálu) - člen

$$\frac{U_m}{2}\cos\left((\Omega-\omega)t-\varphi\right);$$

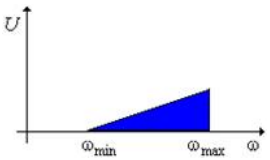
3. složka s úhlovou frekvencí $\Omega+\omega$ (dána součtem úhlové frekvence nosné vlny a modulačního signálu) - člen

$$-\frac{U_m}{2}\cos\left((\Omega+\omega)t+\varphi\right).$$

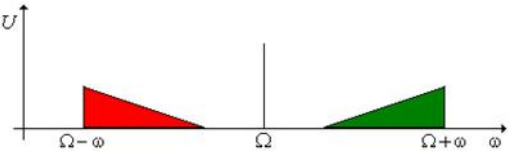
Složky s úhlovými frekvencemi $\Omega-\omega$ a $\Omega+\omega$ se nazývají **postranní frekvence** (**postranní pásma**) a podle jejich polohy vzhledem k úlohové frekvenci nosné vlny je označujeme jako **dolní postranní pásmo** (LSB) a **horní postranní pásmo** (USB).

Princip frekvenční analýzy a zobrazování pásem ukazuje graf zobrazený na obr. 121, na kterém je modrým trojúhelníkem označen modulační signál ve frekvenčním pásmu od ω_{min} do ω_{max}. Na obr. 122 je zobrazena frekvenční analýza (tj. postranní pásma) signálu popsaného vztahem (10) tak, že:

1. svislá úsečka s označením Ω odpovídá úhlové frekvenci nosného signálu popsané ve vztahu (10) prvním členem;
2. červený trojúhelník znázorňuje rozdílové pásmo popsané ve vztahu (10) druhým členem;
3. zelený trojúhelník znázorňuje součtové pásmo popsané ve vztahu (10) třetím členem.



Obr. 121



Obr. 122

Obě zobrazená postranní pásma se tvoří u spojitých signálů, které obsahují souvislé spektrum modulačních frekvencí (resp. obsahují signály těchto frekvencí) - tj. u signálů používaných v televizní technice, zvukové technice, ... **Šířka** *B* **přenosového kanálu** (**šířka přenosového pásma**), který je vyhrazen pro šíření daného signálu (signálu popsaného vztahem (10)), je dána dvojnásobkem nejvyšší modulační frekvence $f_{\max}$, tj. platí

$$B = 2 f_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{\pi} .$$

(11)

Přenosová pásma jednotlivým provozovatelům pozemního televizního vysílání a pozemního rozhlasového vysílání přiděluje radiotelekomunikační ústav. Daným přenosovým pásmem je pak omezeno vysílání daného subjektu.

Všechny signály vysílané danou rozhlasovou stanicí nebo televizní stanicí tedy musí být takové, aby se do přiděleného pásma „vešly“.

Např. pro střední vlny je nejvyšší modulační frekvence

4,5 kHz a potřebná šířka přenosového kanálu tedy je 9 kHz. Pro televizní vysílání s nejvyšší modulační frekvencí 6,5 MHz by byla potřebná šířka přenosového kanálu 13 MHz. To je ovšem vzhledem k omezené šířce pásem VHF a UHF vyhrazených pro pozemní televizní vysílání značně nehospodárné a proto se toto vysílání bez ohledu na použitou normu vždy realizuje s částečně potlačeným dolním postranním pásmem.

Můžeme zavést další parametr, pomocí kterého se popisuje amplitudová modulace. Je jím **hloubka modulace** *m* definovaná vztahem

$$m = \frac{U_{\mathrm{m}}}{U_{\mathrm{n}}};$$

(12)

platí $[m]=1$ nebo můžeme zlomek ve vztahu (12) vynásobit 100 a udat hloubku modulace v procentech.

Vzhledem k tomu, že v praxi vždy platí vztah $U_{\mathrm{m}} < U_{\mathrm{n}}$, je hloubka modulace vždy menší než 1 (resp. menší než 100 %). Při nedodržení této podmínky nastane přemodulování a vznikne zkreslení průběhu výstupního signálu. Po demodulaci se toto zkreslení projeví zkreslením přenášených informací.

Vytkneme-li ve vztahu (10), dostaneme výraz $u = U_{\mathrm{n}}\left(\sin\Omega t + \frac{U_{\mathrm{m}}}{2U_{\mathrm{n}}}\cos\left((\Omega-\omega)t-\varphi\right) - \frac{U_{\mathrm{m}}}{2U_{\mathrm{n}}}\cos\left((\Omega+\omega)t+\varphi\right)\right)$.

S využitím hloubky modulace definovaé vztahem (12) pak můžeme psát:

$$u = U_n \left(\sin \Omega t + \frac{m}{2} \cos\left((\Omega - \omega)t - \varphi\right) - \frac{m}{2} \cos\left((\Omega + \omega)t + \varphi\right) \right). \tag{13}$$

Vztahy (10) a (13) se často vyskytují i ve tvaru bez fázového posunu φ, který neovlivní průběh a typ amplitudové modulace.

Ze vztahu (13) vyplývá, že amplitudy složek postranních pásem mohou dosahovat pro maximální hloubku modulace (tj. $m = 1$) nejvýše poloviny amplitudy nosné frekvence.

U členů ve vztahu (13), které odpovídají postranním pásmům, je hodnota amplitudy daná výrazem $\frac{m}{2}$, proto mohou být amplitudy ve frekvenčním spektru u příslušného pásma maximálně poloviční (při nejvyšší hloubce modulace $m = 1$).

Tomuto rozložení amplitud ve frekvenčním spektru odpovídá i rozložení elektrického výkonu mezi signál s nosnou frekvencí a signály postranních pásem. Vzhledem k tomu, že elektrický výkon je přímo úměrný druhé mocnině elektrického napětí, připadá na signály s frekvencemi z postranního pásma maximálně čtvrtina elektrické energie ve srovnání s energií signálu s frekvencí

rovné nosné frekvenci.

Budeme-li předpokládat, že veškeré přenášené informace jsou obsaženy v obou postranních pásmech, pak stačí tedy přenášet pouze jedno z těchto postranních pásem a signál o nosné frekvenci. V přijímači pak stačí obnovit nosnou vlnu a pomocí některého ze způsobů koherentní demodulace (synchronní demodulace) získat původní modulační signál. To umožní při šestkrát menším výkonu vysílače jeho stejný dosah jako při původním výkonu; je nutné ovšem mít složitější přijímač.

Existují různé způsoby přenosu v závislosti na tom, jaká část signálu se přenáší:

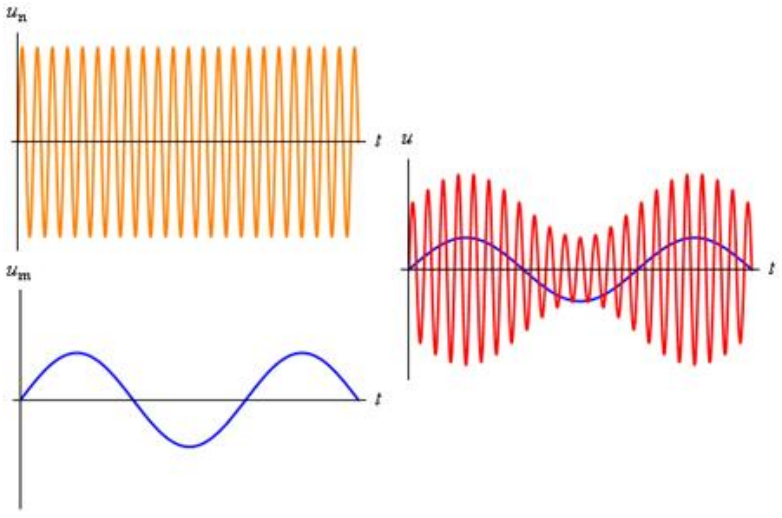
1. AM DSB (*Dual Side Band*) - modulovaný signál, který obsahuje obě postranní pásma i signál nosné frekvence přesně ve shodě s obr. 122; průběh výsledného modulovaného signálu spolu s původním nosným signálem a modulovaným signálem je pro tento případ zobrazen na obr. 123;
2. AM DSB SC (*Dual Side Band Supressed Carrier*) - modulovaný signál obsahuje obě postranní pásma, ale signál nosné frekvence je zcela potlačen (viz obr. 124). Tento stav se dosahuje pomocí tzv. kruhového modulátoru. Systémem DSB nebo DSB SC se přenáší např. pozemní televizní vysílání.
3. AM DSB RC (*Dual Side Band Reduced*

Carrier) - modulovaný signál obsahuje obě postranní pásma i signál nosné frekvence, ale vliv nosného signálu je vzhledem k celkovému průběhu zmenšen;

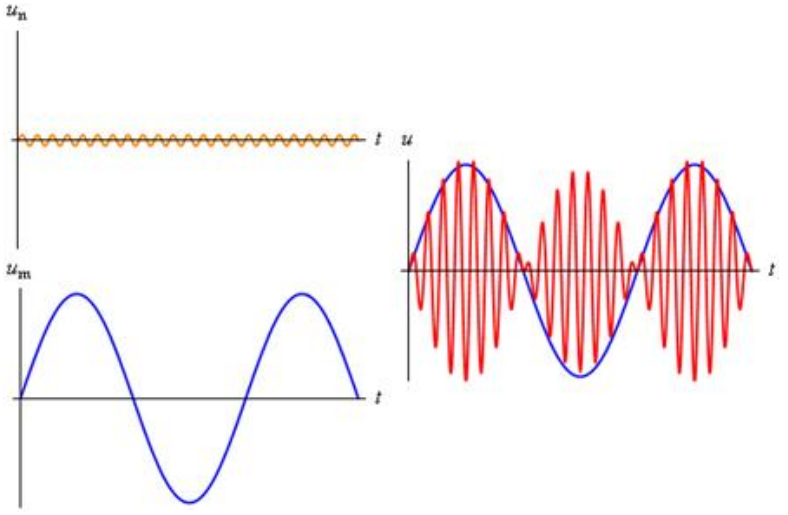
4. AM SSB (*Single Side Band*) - modulovaný signál obsahuje pouze jedno postranní pásmo (může to být jak součtové pásmo, tak i rozdílové pásmo) a signál nosné frekvence (viz obr. 125). Používá se hlavně v oblasti telefonie, dálkových koaxiálních kabelů, amatérského vysílání, ...
5. AM SSB SC (*Single Side Band Supressed Carrier*) - modulovaný signál obsahuje pouze jedno postranní pásmo (lze použít jak součtové pásmo, tak i rozdílové pásmo) a signál nosné frekvence je zcela potlačen (viz obr. 126). Modulační signál je tedy tímto způsobem při použití součtového pásma pouze přetransformován do jiného frekvenčního pásma. Při použití rozdílového pásma je navíc původní pásmo zrcadleno.
6. AM SSB RC (*Single Side Band Reduced Carrier*) - modulovaný signál obsahuje pouze jedno postranní pásmo (lze použít jak součtové pásmo, tak i rozdílové pásmo) a signál nosné frekvence, ale jeho hodnota je zmenšena.

Jednotlivé typy modulací mají různé vlastnosti, kterých

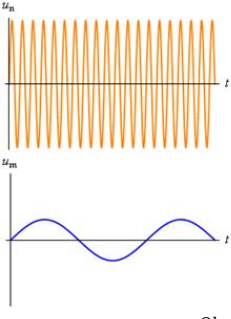
se využívá v různých přenosových systémech. Obecně platí, že čím více složek modulovaný signál obsahuje, tím je odolnější proti rušení při přenosu, ale zabírá širší přenosové pásmo.



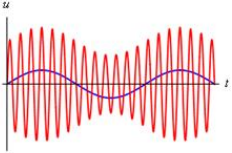
Obr. 123

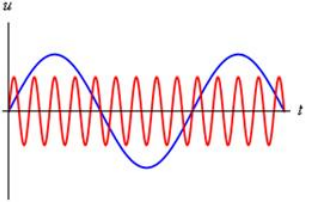


Obr. 124



Obr. 125





Obr. 126

10.2.4.4 | Frekvenční modulace

V rovnici (1) pro okamžitou hodnotu střídavého napětí můžeme považovat fázový posun φ za nulový, neboť tím se nezmění fyzikální výklad základního principu frekvenční modulace. Úhlová frekvence Ω je ovšem v tomto případě závislá na čase. Pro popis frekvenční modulace je důležitý pojem **frekvenční zdvih**.

MAXIMÁLNÍ AMPLITUDĚ NAPĚTÍ MODULAČNÍHO SIGNÁLU U_m ODPOVÍDÁ MAXIMÁLNÍ ZMĚNA NOSNÉ FREKVENCE, KTEROU NAZÝVÁME FREKVENČNÍ ZDVIH A ZNAČÍME Δf. TOMUTO FREKVENČNÍMU ZDVIHU PAK ODPOVÍDÁ ÚHLOVÁ FREKVENCE $\Delta\Omega$.

Frekvence původní vysokofrekvenční vlny (nosné vlny) se tedy mění v porovnání se svou původní hodnotou takto:

1. pro kladné okamžité hodnoty napětí se frekvence modulovaného signálu zvyšuje (v porovnání s frekvencí nosného signálu) v závislosti na amplitudě;
2. pro záporné okamžité hodnoty napětí se frekvence modulovaného signálu zmenšuje (vzhledem k frekvenci nosného signálu) v závislosti na amplitudě;
3. při přechodu z kladných okamžitých hodnot do záporných okamžitých hodnot (resp. naopak) je frekvence modulovaného signálu rovna frekvenci nosného signálu.

S rostoucí amplitudou modulačního signálu roste také maximální odchylka frekvence od frekvence nosného signálu. Tyto krajní frekvenční odchylky Δf se nazývají právě frekvenční zdvih. Počet kladných i záporných odchylek frekvence daného průběhu napětí je za dobu 1 sekundy roven frekvenci modulačního signálu.

Pro frekvenční zdvih ve shodě s uvedenou definicí můžeme tedy psát

$$\Delta f = k \cdot U_{\mathrm{m}} ,$$

(14)

kde U_{m} je amplituda modulačního signálu (modulačního napětí).

Závislost úhlové frekvence na čase můžeme definovat vztahem

$$\Omega(t) = \Omega + \Delta\Omega \cdot \cos \omega t .$$

(15)

Nyní potřebujeme určit fázi harmonického průběhu popsaném rovnicí (1). Pro tuto fázi $\Phi(t,\omega)$ můžeme (při volbě počáteční fáze $\varphi = 0$) psát $\frac{\mathrm{d}\Phi(t,\omega)}{\mathrm{d}t} = \Omega$. Proto můžeme pro fázi $\Phi(t,\omega)$ tedy psát $\Phi(t,\omega) = \int \Omega(t)\,\mathrm{d}t = \int (\Omega + \Delta\Omega \cdot \cos\omega t)\,\mathrm{d}t$.

Po integrování dostaneme

$$\Phi(t,\omega) = \Omega t + \frac{\Delta\Omega}{\omega}\cdot\sin\omega t \qquad (16)$$

a před dalšími úpravami ještě definujeme parametr **modulační index frekvenční modulace** m_{FM} definičním vztahem

$$m_{\mathrm{FM}} = \frac{\Delta\Omega}{\omega} = \frac{2\pi\cdot\Delta f}{2\pi\cdot f_{\mathrm{m}}} = \frac{\Delta f}{f_{\mathrm{m}}}, \qquad (17)$$

kde f_{m} je frekvence modulačního signálu; $[m_{\mathrm{FM}}] = 1$.

Ve vztahu (16) by z hlediska definice primitivní funkce měl být ještě jeden člen obsahující integrační konstantu. Tu jsme ovšem vynechali, neboť ta má z fyzikálního hlediska význam počátečního fázového posunu, který jsme pro frekvenční modulaci položili rovný nule. Fázový posun totiž zásadním způsobem neovlivní ani fyzikální význam ani praktické využití frekvenční modulace.

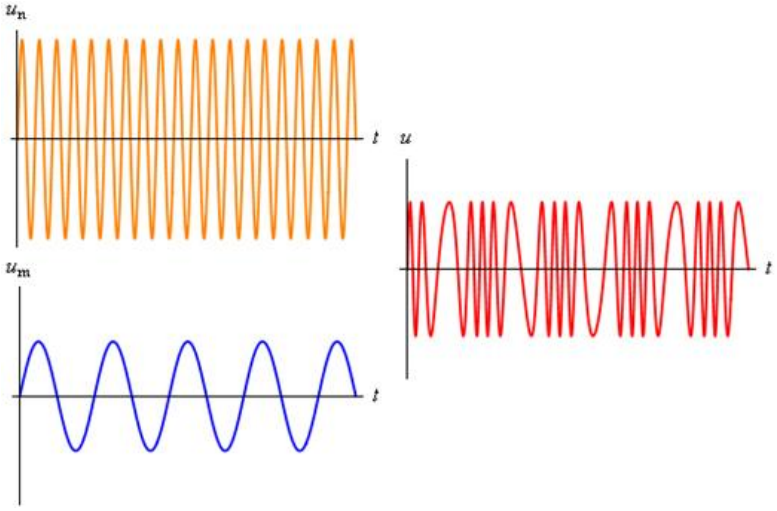
Nyní můžeme rovnici (1) pro okamžitou hodnotu modulovaného napětí psát s využitím vztahu (16) ve tvaru

$u = U_n \sin\left(\Omega t + \frac{\Delta\Omega}{\omega} \cdot \sin\omega t\right)$ a tento tvar dále přepsat s využitím vztahu (17). Získáme tak rovnici pro okamžitou hodnotu napětí ve tvaru

$$u = U_n \sin\left(\Omega t + m_{FM} \cdot \sin\omega t\right).$$

(18)

Časové průběhy nosného signálu, modulačního signálu a výsledné modulované vlny jsou zobrazeny na obr. 127.



Obr. 127

Vztah (18) můžeme pomocí goniometrického vztahu

(2) přepsat ve tvaru

$$u = U_{\mathrm{n}} \left(\sin \Omega t \cdot \cos \left(m_{\mathrm{FM}} \cdot \sin \omega t \right) + \cos \Omega t \cdot \sin \left(m_{\mathrm{FM}} \cdot \sin \omega t \right) \right).$$

(19)

Výrazy $\sin \left(m \cdot \sin \omega t \right)$ a $\cos \left(m \cdot \sin \omega t \right)$, ve kterých místo symbolu m_{FM} budeme v rámci zjednodušení psát pouze symbol *m*, vystupující ve vztahu (19) můžeme přepsat s využitím tzv. Besselových funkcí I. druhu $J_{\mathrm{n}} \left(m \right)$ ve tvarech

$$\sin \left(m \cdot \sin \omega t \right) = 2J_1 \left(m \right) \sin \omega t + 2J_3 \left(m \right) \sin 3\omega t + 2J_5 \left(m \right) \sin 5\omega t + \ldots$$

(20)

a

$$\cos \left(m \cdot \sin \omega t \right) = J_0 \left(m \right) + 2J_2 \left(m \right) \cos 2\omega t + 2J_4 \left(m \right) \cos 4\omega t + \ldots .$$

(21)

Ve vztahu (20) jsou tedy Besselovy funkce I. druhu lichého řádu a jsou násobené sinem, v jehož argumentu vystupují liché vyšší harmonické frekvence. Ve vztahu (21) se analogicky vyskytují Besselovy funkce sudého řádu a funkce kosinus. V jejich argumentech jsou sudé vyšší harmonické frekvence. Člen $J_0 \left(m \right)$ představuje

stejnosměrnou složku a je to vlastně člen $J_0(m)\cos 0\omega t$, protože $\cos 0\omega t = \cos 0 = 1$.

Besselovy funkce I. druhu jsou funkce *n*-tého řádu s argumentem *m*, kterým je v tomto případě modulační index m_{FM}. Pro celočíselná *n* je funkce $J_n(m)$ definovaná vztahem

$$J_n(m) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{m}{2}\right)^{n+2k}}{k! \cdot (n+k)!}.$$

(22)

Dosazením vztahů (20) a (21) do vztahu (19) získáme vztah:

$$u = U_n \left(\sin\Omega t \cdot \left(J_0(m) + 2J_2(m)\cos 2\omega t + \ldots\right) + \cos\Omega t \cdot \left(2J_1(m)\sin\omega t + 2J_3(m)\sin 3\omega t + \ldots\right)\right).$$

Dále můžeme psát:

$$u = U_n \left(J_0(m)\sin\Omega t + 2J_2(m)\sin\Omega t \cdot \cos 2\omega t + \ldots + 2J_1(m)\cos\Omega t \cdot \sin\omega t + 2J_3(m)\cos\Omega t \cdot \sin 3\omega t + \ldots\right).$$

V tomto vztahu se (až na první člen) vyskytují vždy členy dané součinem příslušné Besselovy funkce a součinem sinu a kosinu různých argumentů. Součin sinu a kosinu různých argumentů můžeme pomocí vyjádřit pomocí goniometrického vztahu

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right)$$

(23)

a dostaneme vztah

$$u = U_n \{J_0(m)\sin\Omega t + J_2(m)\sin(\Omega+2\omega)t + J_2(m)\sin(\Omega-2\omega)t + J_1(m)\sin(\Omega+\omega)t + J_1(m)\sin(\omega-\Omega)t + ...\}$$

a ten můžeme ještě s využitím faktu, že funkce sinus je lichá funkce, přepsat do tvaru

$$u = U_n \{J_0(m)\sin\Omega t + J_2(m)\sin(\Omega+2\omega)t + J_2(m)\sin(\Omega-2\omega)t + J_1(m)\sin(\Omega+\omega)t - J_1(m)\sin(\Omega-\omega)t + ...\}.$$

(24)

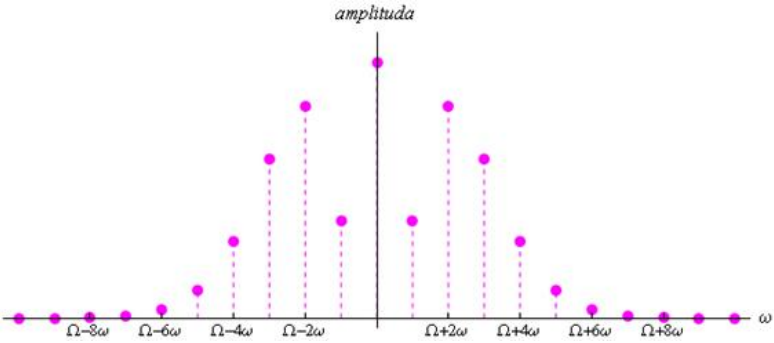
Přepsali jsme tedy ty členy, v nichž se vyskytl ve funkci sinus argument $\omega - \Omega$, tak, aby tento argument měl tvar $\Omega - \omega$. Na základě této úpravy pak budeme moci lépe definovat frekvenční spektrum daného signálu.

Z tohoto tvaru rovnice pro okamžitou hodnotu napětí je zřejmé, že frekvenční spektrum tohoto signálu obsahuje diskrétní úhlové frekvence s hodnotami Ω, $\Omega \pm \omega$, $\Omega \pm 2\omega$, $\Omega \pm 3\omega$, $\Omega \pm 4\omega$, ... Z toho ovšem vyplývá, že modulace nosného signálu modulačním signálem o jedné modulační úhlové frekvenci ω vytvoří ve frekvenčním spektru teoreticky nekonečně mnoho postranních úhlových frekvencí, které jsou rozmístěny symetricky od nosné úhlové frekvence Ω (viz obr. 128). Poloha těchto úhlových frekvencí je dána celočíselnými násobky modulační úhlové frekvence ω. Amplitudy nosné vlny i jednotlivých signálů, jejichž úhlová frekvence je dána jednou z postranních úhlových frekvencí, jsou dány hodnotami Besselových funkcí I. druhu, jejichž argumentem je modulační index m_{FM}. Směrem od nosné úhlové frekvence amplitudy jednotlivých signálů klesají, ale ne monotónně - pro

některé konkrétní hodnoty modulačního indexu může být příslušná amplituda i nulová nebo mohou být amplitudy signálů o frekvenci bližší středu frekvenčního spektra nižší než amplitudy signálů s frekvencemi vzdálenějšími od středu spektra. Podobně se může stát, že bude nulová hodnota Besselovy funkce odpovídající nosné úhlové frekvenci.

Frekvenční spektrum tedy může být „zubaté“: amplitudy signálů s jednotlivými vyššími harmonickými frekvencemi nemusejí pouze klesat.

Úhlové frekvence, kterým odpovídá nulová hodnota Besselovy funkce, se pak ve spektru prostě nezobrazí.



Obr. 128

Vlivem poklesu hodnot Besselových funkcí pro postranní frekvence, klesají postupně i amplitudy jednotlivých vyšších harmonických složek a klesá tedy

i jejich vliv na kvalitu přenosu.

Složka s nižší amplitudou se uplatní v rovnici (18) resp. (24) pro okamžitou hodnotu napětí méně. A bude-li její amplituda téměř nulová, nebude přispívat k celkovému průběhu napětí téměř vůbec.

Pro dostatečně kvalitní přenos informace pak stačí přenášet pouze několik prvních postranních složek signálu. Jejich minimální počet nutný pro kvalitní přenos signálu závisí na hodnotě modulačního indexu a povoleném zkreslení signálu. Pro kvalitní přenos je nutné zajistit modulační index s hodnotou 3 až 5. Nižší hodnoty způsobují obecně vyšší zkreslení, vyšší pak zhoršuje rozestup signálu od šumu.

Odstup signálu od šumu je důležitý pro správnou reprodukci samotného signálu (zvuk, obraz, ...). Proto je nutné, aby se amplituda signálu od amplitudy šumu co nejvíce ABSOUTNĚ lišila. Důležitý je opravdu absolutní rozdíl a ne relativní rozdíl.

Pro zlepšení šumových poměrů při přenosu pomocí frekvenční modulace se běžně do signálové cesty zařazují obvody pro zvýšení amplitudy signálů vyšších frekvencí modulačního spektra.

Pro praktické aplikace se používá frekvenční modulace s těmito parametry:

1. FM rozhlas mono - $f_{max} = 15\,\mathrm{kHz}$, $\Delta f = 75\,\mathrm{kHz}$ a $m_{FM} = 5$;
2. FM rozhlas stereo - $f_{max} = 53\,\mathrm{kHz}$,

$\Delta f = 75\,\mathrm{kHz}$ a $m_{\mathrm{FM}} = 1,42$;

3. zvuk pro televizní vysílání - $f_{\max} = 15\,\mathrm{kHz}$, $\Delta f = 50\,\mathrm{kHz}$ a $m_{\mathrm{FM}} = 3,33$.

Potřebná šířka přenosového pásma *B* je závislá na modulačním indexu. Pro hodnotu $m_{\mathrm{FM}} = 5$ se uvádí empirický vztah

$$B \geq 2\left(\Delta f + 2 f_{\max}\right).$$

(25)

Empirický vztah znamená, že tento vztah nebyl odvozen na základě fyzikálních zákonů, ale byl odpozorován (vyzkoušen) na základě praktické zkušenosti.

Pro FM rozhlas mono tak postačuje šířka přenosového pásma 150 kHz až 180 kHz, pro FM rozhlas stereo pak postačuje šířka pásma 250 kHz až 300 kHz (to je dáno tím, že v tomto případě je modulační index nižší).

Frekvenční modulace se velmi výrazně uplatňuje v radiokomunikační praxi, v pozemních radioreléových spojích, při komunikaci s telekomunikačními družicemi, u družic pro přímé vysílání k divákovi (tzv. RDS), v pásmu VHF pro kvalitní přenos zvuku, pro přenos zvuku pro televizní vysílání, ... Frekvenční modulace je důležitá i pro FM syntézu, která se využívá u syntezátorů a která se využívá pro syntézu zvuku ve zvukových kartách. Bez frekvenční modulace by se neobešel magnetický záznam

obrazu, u kterého se používá s malým modulačním indexem pro snížení oktávového rozsahu zaznamenávaného signálu (přibližně z 18 oktáv na méně než 3 oktávy).

Podle hodnoty modulačního indexu rozeznáváme:

1. úzkopásmovou modulaci - frekvenční modulace, pro kterou platí $m_{FM} < 1$; používá se např. u radioamatérských stanic;
2. širokopásmovou modulaci - frekvenční modulace, pro níž platí $m_{FM} > 1$ a která se používá např. při vysílání rozhlasu na VKV.

Výhodou frekvenční modulace je její dobrá odolnost proti kolísání úrovně signálu, neboť amplituda není v tomto případě nositelem informace (amplituda je nositelem informace u amplitudové modulace).

10.2.4.5 | Fázová modulace

Vyjdeme opět z rovnice (1) pro okamžitou hodnotu střídavého napětí, ve které v tomto případě ale nemůžeme zanedbat počáteční fázi φ. Tato fáze je v tomto případě nositelem informace a její závislost na čase můžeme vyjádřit vztahem

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \Delta\varphi \cdot \sin\omega t;$$

(26)

přitom maximální změna $\Delta\varphi$ odpovídá amplitudě modulačního signálu.

Dosazením vztahu (26) do rovnice (1) pak pro okamžitou hodnotu napětí dostaneme vztah

$$u = U_{\mathrm{m}} \sin\left(\Omega t + \varphi_0 + \Delta\varphi \cdot \sin \omega t\right).$$

(27)

Při dalším vyšetřování fázově modulované vlny můžeme střední hodnotu fáze φ_0 považovat za nulovou, neboť na průběh fázové modulace tato veličina nemá zásadní vliv.

Hodnota φ_0 je konstanta nezávislá na ostatních veličinách. Její případnou změnou se posune graf výsledného modulovaného signálu pouze po časové ose, ale nezmění se jeho průběh (frekvence, amplituda, ...).

Podobně jako u frekvenční modulace i v případě fázové modulace můžeme zavést **modulační index fázové modulace**, který se značí symbolem m_{PM} a který je definován vztahem

$$m_{\mathrm{PM}} = \Delta\varphi,$$

(28)

přičemž $[m_{\mathrm{FM}}] = [\Delta\varphi] = \mathrm{rad}$. Dosazením vztahu (28) do rovnice (27) získáme rovnici pro okamžitou hodnotu napětí

v obvyklém tvaru, v jakém v případě fázové modulace píše:

$$u = U_n \sin\left(\Omega t + m_{PM} \cdot \sin \omega t\right).$$

(29)

Srovnáme-li rovnice (29) a (18) zjistíme, že jsou velmi podobné - liší se pouze v použitém parametru charakterizujícím daný typ modulace. Odvození spektra fázové modulace je stejné jako v případě frekvenční modulace - opět získáme nekonečný rozvoj pomocí Besselových funkcí I. druhu ve tvaru podobném rovnici (22) a následnou úpravou pomocí goniometrického vztahu (23) přepíšeme rovnici (29) do tvaru, z něhož budou patrné jednotlivé vyšší harmonické frekvence (resp. úhlové frekvence). Fázová modulace stejně jako frekvenční modulace tak má tedy teoreticky nekonečně mnoho postranních úhlových frekvencí (resp. frekvencí), ale pro kvalitní přenos dané informace stačí přenést pouze několik signálů, jejichž úhlová frekvence je blízká nosné úhlové frekvenci.

Úhlové frekvence, které jsou ve frekvenčním spektru dále od nosné úhlové frekvence totiž k celkovému průběhu modulovaného signálu přispívají velmi málo.

Frekvenční modulace a fázová modulace jsou navzájem velmi podobné, neboť v obou případech se jedná o tzv. úhlovou modulaci, při níž se mění okamžitá fáze modulované vlny. Také jejich frekvenční spektra jsou

téměř shodná. Jediný rozdíl je definici modulačního indexu (viz definiční vztahy (17) a (28)): oba modulační indexy závisejí na amplitudě modulačního signálu U_m, ale modulační index frekvenční modulace závisí na modulační úhlové frekvenci ω, zatímco modulační index fázové modulace na této úhlové frekvenci nezávisí.

Mohlo by se zdát, že na amplitudě modulačního signálu U_m modulační indexy nezávisejí. Je pravda, že v definičních vztazích (17) a (28) těchto indexů proměnná U_m přímo nevystupuje. Ale na této hodnotě je závislý frekvenční zdvih Δf, který ve vztahu (17) vystupuje. Stejně tak ve vztahu (28) vystupuje změna fáze $\Delta\varphi$, která odpovídá amplitudě modulačního signálu. Proto jsou oba uvedené vztahy (a tedy i oba modulační indexy) závislé na hodnotě U_m.

U frekvenční modulace tedy závisejí amplitudy postranních úhlových frekvencí jak na amplitudě, tak i na frekvenci modulačního signálu, zatímco u fázové modulace jsou závislé pouze na amplitudě modulačního signálu. Pro stálou amplitudu modulačního signálu (např. při přenosu digitálních dat) jsou amplitudy postranních úhlových frekvencí konstantní, což je z hlediska přenosu výhodné.

Čistá fázová modulace se pro přenos analogových signálů nepoužívá, protože v tomto případě nemá oproti běžně používané frekvenční modulaci žádné výrazné výhody. Výhodně se ovšem fázová modulace používá při přenosu digitálně kódovaného signálu; v této oblasti se

pak používá pod zkratkou PSK (*Pulse Shift Keying*).

Tato modulace pak má několik dalších typů 2-PSK, 4-PSK, DPSK, QPSK, 8-PSK, …, které se liší např. počtem stavů využívaných k přenosu signálu.

10.2.5 | Formáty obrazu

Pro reprodukci televizního signálu se používá televizní obrazovka. Ta je posledním článkem přenosového řetězce, kterým prochází elektrický proud nesoucí informace o příslušném televizním signálu. Na kvalitu obrazovky jsou kladeny určité požadavky, které mají zajistit co nejkvalitnější obraz:

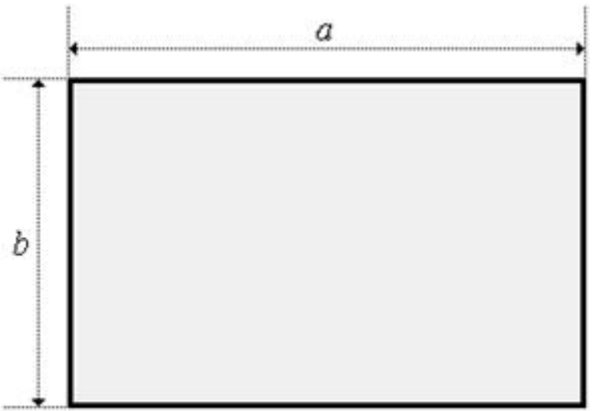
1. zobrazovací plocha má být co nejvíce rovinná;
2. poměr stran obrazovky má být 16:9;
3. rastr obrazu nemá vykazovat geometrické zkreslení (lichoběžníkové zkreslení, poduškovité zkreslení, soudkovité zkreslení, nelinárnost) v obou směrech.

Formát obrazu 16:9 se objevil na konci 20. století, a proto je nutné zajistit, aby obraz vysílaný v tomto formátu byl sledovatelný i na starších televizorech vysílajících obraz ve formátu 4:3. Ale je také nutné zajistit, aby starší filmy a pořady natočené ve formátu obrazu 4:3

byly sledovatelné na televizorech vysílajících ve formátu 16:9. A oba dva typy televizorů musí též věrně reprodukovat filmy natočené filmovou kamerou ve formátech, které jsou běžné v kinematografii.

Pro popis formátů jednotlivých typů obrazů je nutno dodržovat jistá pravidla, aby bylo možné tyto formáty používat při mezinárodních festivalech, obchodech, ... Poměr stran je vztah mezi šířkou obrazu a výškou obrazu. Má-li obraz šířku *a* a výšku *b* (viz obr. 129), pak poměr stran je *a*:*b*.

V angličtině se pro poměr stran používá výraz *aspect ratio*.



Obr. 129

Udávání poměru stran u obrazu se řídí pravidly, která

je nutné pro korektní určení správného poměru stran obrazu dodržet:

1. poměr stran je udáván ve tvaru *šířka obrazu : výška obrazu*;
2. poměr stran obrazu je nezávislý na rozměru filmového políčka;
3. poměr stran může být vyjádřen dvěma způsoby:

a) poměr šířky obrazu k výšce obrazu vztažený k jednotkové výšce obrazu (např. 1,77:1); tento způsob se využívá zejména pro vyjádření poměru stran obrazu filmového políčka;

b) poměr šířky obrazu k výšce obrazu vyjádřený poměrem dvou celých čísel (např. 16:9); často bývá tento způsob zápisu využíván pro popis poměru stran obrazu televizních obrazovek.

V současné době se používají tyto formáty obrazů, které jsou všechny schématicky zobrazeny na obr. 130:

1. **1,33:1** (též 4:3) - formát obrazu televizní obrazovky, který je odvozen od formátu filmu 1,37:1, a proto se vzhledem k podobnosti těchto dvou formátů používají oba dva záměně bez dalších korekcí;
2. **1,37:1** - formát používaný pro filmový pás šířky 35 mm v době mezi objevením

zvukového filmu a rokem 1953, ve kterém byl představen formát cinemascope; je to také formát pro filmový pás šířky 16 mm a Super 8 mm;

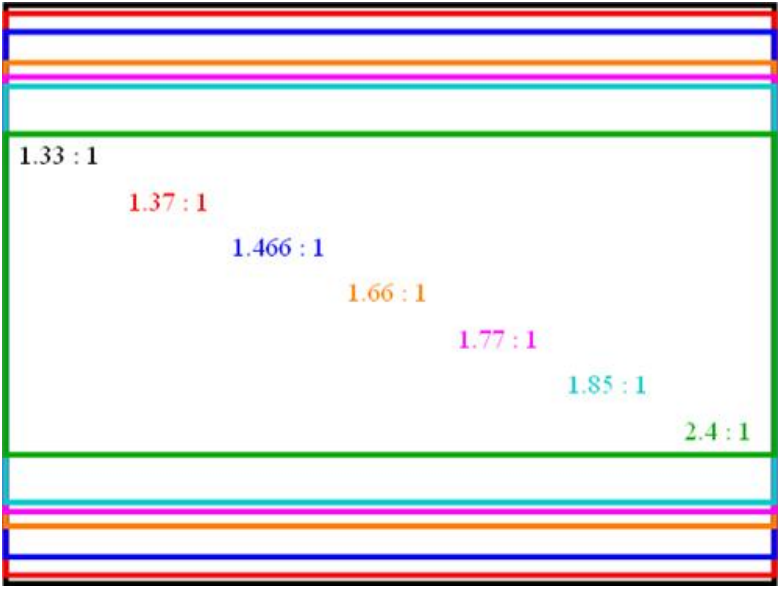
3. **1,466:1** - formát vyvinutý pro technologii IMAX;
4. **1,66:1** - formát určený pro filmový pás Super 16 mm;
5. **1,77:1** (též 16:9) - formát televizních obrazovek v rozlišení HDTV;
6. **1,85:1** - používal se původně v USA jako jeden ze dvou běžně rozšířených formátů obrazu filmového pásu šířky 35 mm (říkalo se mu *flat*);
7. **2,35:1** - původní poměr stran používaný ve filmovém průmyslu v USA; v roce 1953 se z něho vyvinul formát **2,40:1** nazývaný cinemascope, který plně nahradil formát 2,35:1. Formát 2,40:1 je nejpohodlnější pro sledování lidským okem, aniž by se oko namáhalo při sledování celého plátna (resp. obrazovky).

Formáty 1,66:1 a 1,85:1 se běžně nazývaly též **širokoúhlé formáty**.

Pro záznam obrazu ve formátu 2,35:1 (resp. 2,40:1) se používají speciální objektivy tak, aby se obraz v tomto formátu zobrazil rozumně na poličko filmu. Při promítání

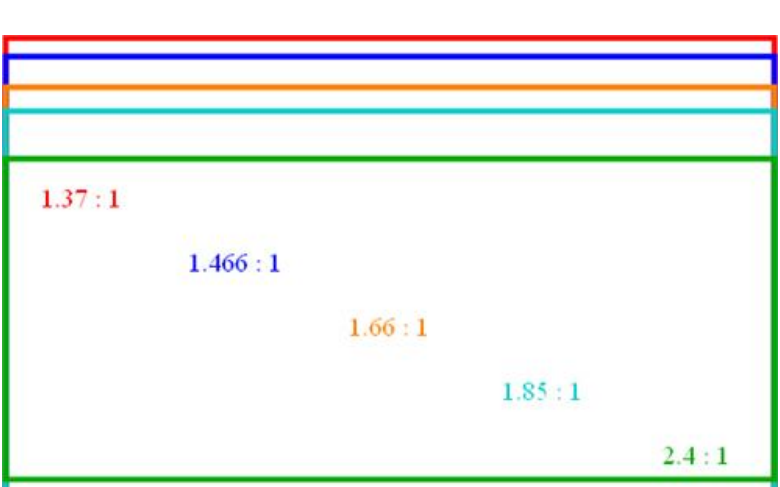
takového obrazu (resp. filmu) je pak nutné použít speciální objektiv, který obraz zobrazí na plátno v požadovaném poměru 2,35:1.

Na filmovém políčku je tento formát obrazu zaznamenán tak, že je ve vodorovném směru smrštěn a natažen ve svislém směru. Potřebné informace o barvě a jasu zaznamenávaného obrazu na filmovém pásu jsou, jen je obraz deformován. Při promítání se pak promítá takovým objektivem, který obraz deformuje „opačně“. Na plátně je tedy zobrazen obraz ve stranovém poměru 2,35:1 (resp. 2,40:1).



Obr. 130

Na obr. 131 jsou zobrazeny ve správném měřítku všechny formáty používané při natáčení filmů.



Obr. 131

Všechny uvedené formáty používané při natáčení filmů nebo při vysílání televizního signálu televizní obrazovkou musíme být schopni odvysílat na televizní obrazovce jak klasické (s poměrem obrazu 4:3 resp. 1,33:1), tak na obrazovce HDTV s poměrem stran 16:9 resp. 1,77:1. Na obou typech obrazovky pak nutně zbudou

tmavé pruhy.

Jak vypadá vysílání různých formátů obrazu na televizní obrazovce s poměrem stran 4:3 (tj. 1,33:1) je zobrazeno na:

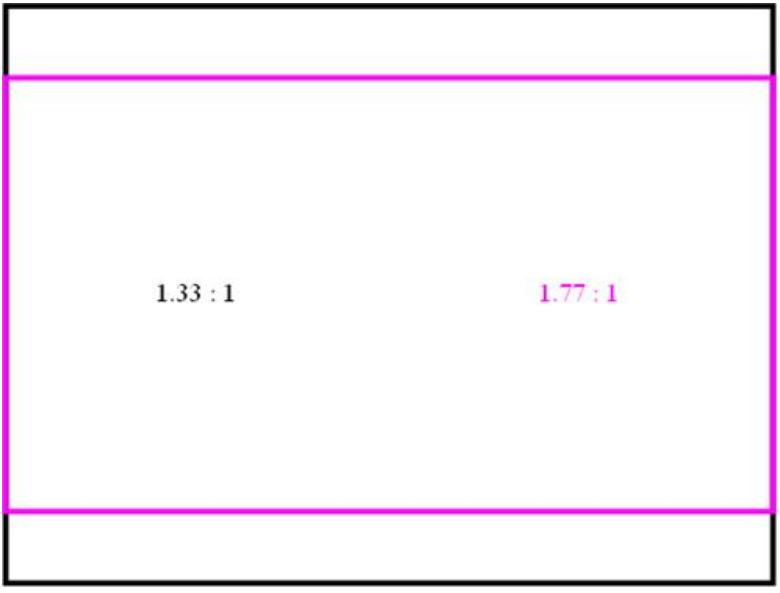
1. obr. 132 - vysílání obrazu ve formátu 16:9 (tj. 1,77:1);
2. obr. 133 - vysílání širokoúhlého filmu ve formátu 1,65:1 nebo 1,85:1;

Tyto dva širokoúhlé formáty jsou velmi podobné a většinou se mezi nimi rozdíly při vysílání nedělají.

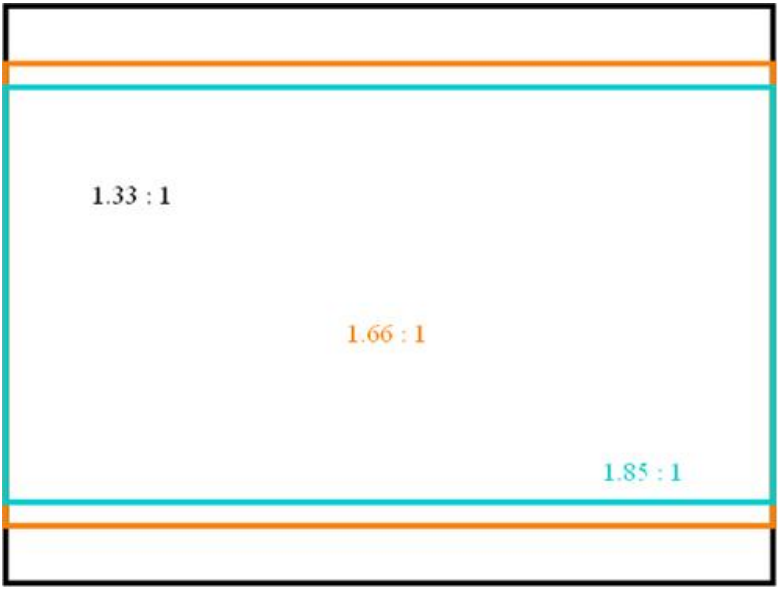
3. obr. 134 - vysílání filmu technologie IMAX ve formátu 1,466:1;
4. obr. 135 - vysílání filmu ve formátu cinamascope, tj. ve formátu 2,40:1.

Ve všech těchto případech zůstanou na obrazovce ve formátu 4:3 v horní a dolní části tmavé pruhy - říkáme, že film je vysílán způsobem *letterbox* (*schránka na dopisy*).

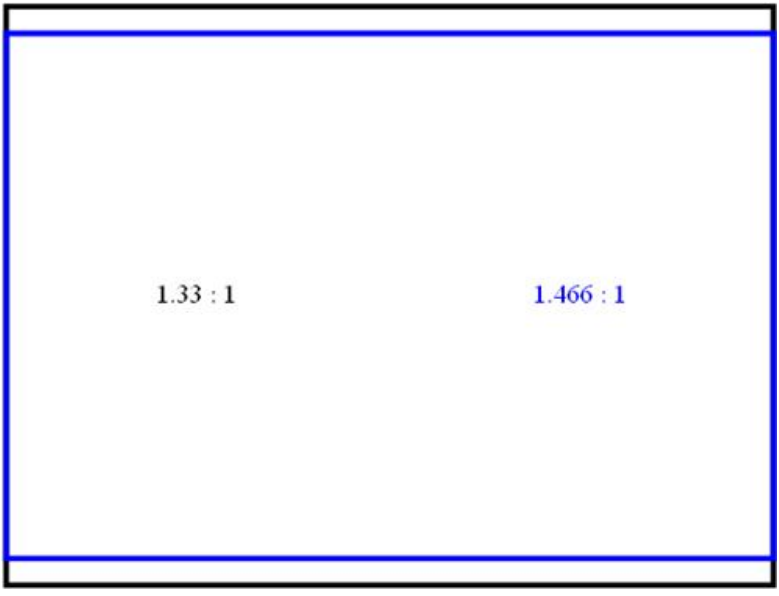
V těchto tmavých pruzích je umístěn tzv. **helper**, který může být umístěn buď ve dvou tmavých pruzích v horní a v dolní části obrazovky (častější varianta) nebo v jednom tmavém pruhu v dolní části obrazovky. Toto místo je využíváno pro zobrazování titulků u zahraničních filmů nebo pro zobrazování titulků pro neslyšící. Tyto volitelně zobrazitelné titulky nejsou součástí filmové kopie, z níž se televizní signál vysílá, ale jsou vysílány pomocí teletextu.



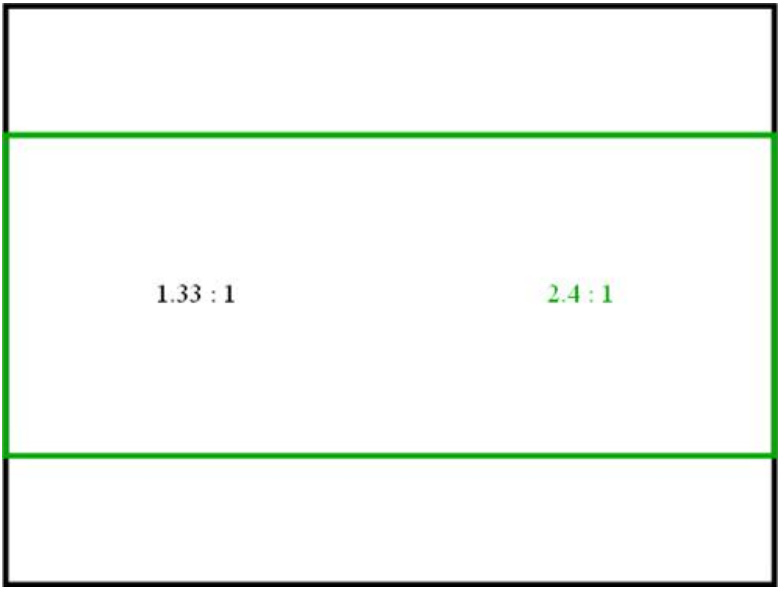
Obr. 132



Obr. 133



Obr. 134



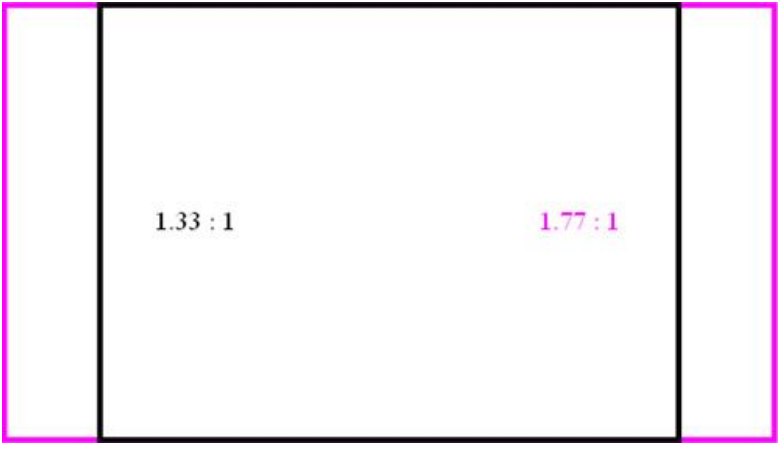
Obr. 135

Analogicky je nutné zařídit správné zobrazení všech ostatních formátů obrazu na televizní obrazovce formátu HDTV, tj. ve formátu obrazu 16:9 (resp. 1,77:1). Vysílání různých formátů obrazu na této obrazovce je zobrazeno na:

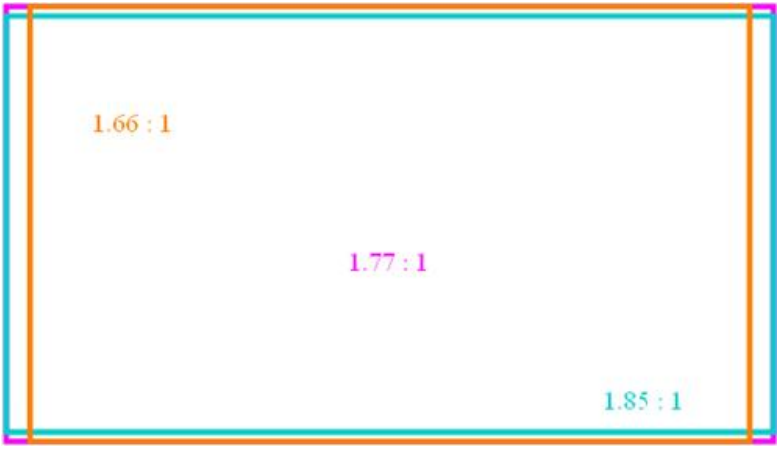
1. obr. 136 - vysílání obrazu ve formátu 4:3, tj. 1,33:1; tmavé pruhy jsou tentokráte svislé;
2. obr. 137 - vysílání širokoúhlého filmu ve formátu 1,66:1 nebo 1,85:1; oba formáty jsou velmi blízké formátu televize HDTV (1,77:1), a proto se většinou při vysílání filmu v tomto

formátu korekce neprovádějí;

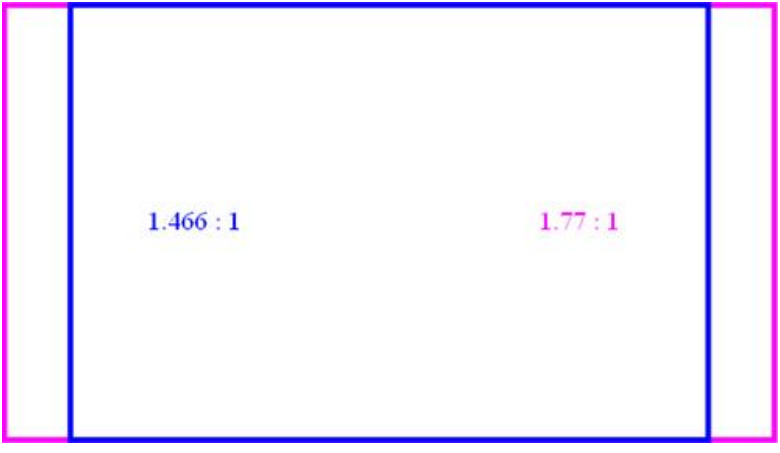
3. obr. 138 - vysílání filmu ve formátu technologie IMAX, tj. ve formátu 1,466:1;
4. obr. 139 - vysílání filmu ve formátu cinemascope, tj. ve formátu 2,40:1.



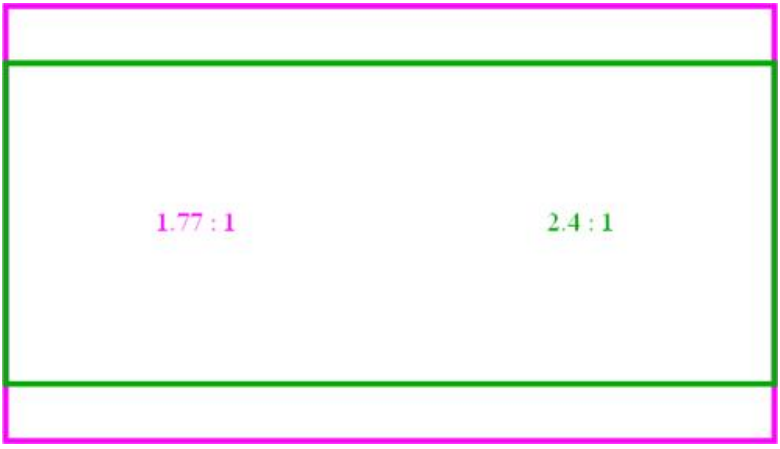
Obr. 136



Obr. 137



Obr. 138



Obr. 139

© Encyklopedie Fyziky (http://fyzika.jreichl.com); Jaroslav Reichl, Martin Všetička
Licence http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/ zakazuje úpravy a komerční distribuci.