Millingtonův vzorec

Odvození Millingtonova vzorce vychází z předpokladu poklesu energie po skocích a z faktu, že předměty mají různé koeficienty pohltivosti α a při každém odrazu se pohltí jiná relativní část energie.

Uvažujme tedy *k* různých povrchů s koeficienty pohltivosti $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$.

Obdobným postupem jako při odvozování Eyringova vzorce dostáváme pro intenzitu zvuku po odrazu od prvního předmětu $I_1 = I(1-\alpha_1)$, kde *I* je počáteční intenzita zvuku. Po odrazu od dvou předmětů pak dostáváme $I_2 = I(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)$, ... Jestliže nastává odraz zvuku opakovaně na všech površích, tj. n_1 odrazů od povrchu s koeficientem pohltivosti α_1, k n_2 odrazů od povrchu s koeficientem pohltivosti α_2, ..., pak výslednou intenzitu po všech těchto odrazech je možné psát ve tvaru: $I_n = I(1-\alpha_1)^{n_1}.(1-\alpha_2)^{n_2}.\ldots.(1-\alpha_k)^{n_k}$. Přitom pro celkový počet odrazů *N* platí: $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$. Platí také $\frac{n_i}{N} = \frac{S_i}{S}$, odkud $\frac{N}{S} = \frac{n_i}{S_i}$, kde S_i je obsah i-té plochy a *S* celková plocha, která přispěla ke všem *N* odrazům.

Na základě vztahů $l = \frac{vt}{N}$ a $l = \frac{4V}{S}$ vysvětlených při odvozování Eyringova vzorce dostaneme $\frac{N}{S} = \frac{vt}{4V}$. Na základě tohoto vztahu a vztahu $\frac{N}{S} = \frac{n_i}{S_i}$ je možné vyjádřit $n_i = \frac{N.S_i}{S} = \frac{v.t.S_i}{4V}$. Pro výslednou intenzitu po *N* odrazech je tedy možné psát: $I_n = I\prod_{i=1}^{k}(1-\alpha_i)^{\frac{v.S_i.t}{4V}}$.

Pomocí úvahy vyžadující Sabineho definici standardní doby dozvuku a započtení poklesu intenzity za dobu dozvuku 10^6 krát, lze poslední vztah upravit takto: $10^{-6} = \prod_{i=1}^{k}(1-\alpha_i)^{\frac{v.S_i.T}{4V}}$, který lze dále s využitím vlastností logaritmické funkce přepsat do tvaru: $-6 = \log\left(\prod_{i=1}^{k}(1-\alpha_i)^{\frac{v.S_i.T}{4V}}\right) = \sum_{i=1}^{k}\log(1-\alpha_i)^{\frac{v.S_i.T}{4V}} = \frac{v.T}{4V}\sum_{i=1}^{k}S_i\log(1-\alpha_i) = \frac{v.T}{4V}\sum_{i=1}^{k}S_i\frac{\ln(1-\alpha_i)}{\ln 10}$. Získali jsme tedy vztah: $-6 = \frac{v.T}{4V\ln 10}\sum_{i=1}^{k}S_i\ln(1-\alpha_i)$, odkud lze vyjádřit standardní dobu dozvuku *T* ve tvaru: $T = \frac{-6.4V\ln 10}{v\sum_{i=1}^{k}S_i\ln(1-\alpha_i)} = \frac{-0{,}163V}{\sum_{i=1}^{k}S_i\ln(1-\alpha_i)}$.

Tento Millingtonův vzorec je nejpřesnější, ale dlouhou dobu se nepoužíval. Chyběla totiž výpočetní technika, která by dokázala výpočty usnadnit. V místnosti totiž mohou být řádově i desítky ploch různé velikosti a s různými koeficienty pohltivosti.

Symbolem $\prod_{i=1}^{k} x_i$ se rozumí součin $x_1.x_2.\ldots.x_k$, symbolem $\sum_{i=1}^{k} x_i$ se rozumí součet $x_1 + x_2 + \ldots + x_k$.