

Rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

Pohybuje-li se hmotný bod po přímce tak, že velikost jeho rychlosti není v čase konstantní, jedná se o pohyb nerovnoměrný. Nejjednoduššími nerovnoměrnými pohyby jsou:

1. rovnoměrně zrychlený pohyb - zrychlení \vec{a} má stejný směr jako vektor rychlosti \vec{v} a velikost rychlosti se s časem zvětšuje
2. rovnoměrně zpomalený pohyb - zrychlení \vec{a} má opačný směr než vektor rychlosti \vec{v} a velikost rychlosti se s časem zmenšuje

Oba tyto pohyby je možné vyšetřovat společně (přičemž budeme mluvit o pohybu rovnoměrně zrychleném), uvědomíme-li si, že:

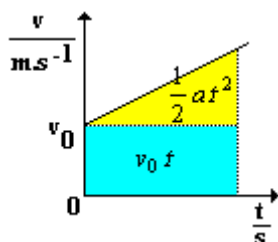
1. $a > 0$ pro pohyb rovnoměrně zrychlený
2. $a < 0$ pro pohyb rovnoměrně zpomalený

Z hlediska českého jazyka je trošku problematické, že se zrychlené pohyby dělí na zrychlené a zpomalené, ale to snad nebude činit výraznější problémy.

Velikost okamžité rychlosti hmotného bodu, který se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem s počáteční rychlostí v_0 a se zrychlením a , se mění s časem podle vztahu $v = v_0 + at$.

Tento vztah lze odvodit přímo z definice velikosti zrychlení. Tu lze psát ve tvaru: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}$.

Ze vztahu $a = \frac{v - v_0}{t}$ lze už snadno vyjádřit $v = v_0 + at$.



Obr. 25

Dříve než se podíváme, jak se mění s časem dráha rovnoměrně zrychleného přímočarého pohybu, uvědomíme si důležitou věc. Rychlost tohoto pohybu roste lineárně s časem (viz graf na obr. 25). V tom případě se průměrná rychlost rovná aritmetickému průměru okamžitých rychlostí na začátku a na konci uvažované dráhy. Na začátku pohybu (v čase $t = 0$ s) se hmotný bod pohybuje rychlostí o velikosti v_0 , v čase t pak má jeho rychlost velikost $v = v_0 + at$, kde a je velikost zrychlení.

Průměrná rychlost tedy je: $v_p = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{at}{2}$.

Touto průměrnou rychlostí urazí hmotný bod za čas t dráhu s , tedy $s = v_p t = \left(v_0 + \frac{at}{2}\right)t = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$.

Vztah $s = vt$ je pro zrychlený pohyb nepoužitelný!!! Lze ho použít pouze v případě, že místo v dosadíme velikost PRŮMĚRNÉ RYCHLOSTI, tedy $s = v_p t$. Vztah $s = vt$ je platný pouze v případě, že velikost rychlosti, která v něm vystupuje, je konstantní. U pohybu zrychleného se okamžitá rychlost mění, ale průměrná je konstantní.

Je-li počáteční dráha hmotného bodu s_0 , je dráha v čase t rovna $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$.

Grafem závislosti uražené dráhy na čase u pohybu rovnoměrně zrychleného je část paraboly. Vrchol této paraboly lze určit doplněním kvadratického trojčlenu na druhou mocninu (na čtverec) kvadratického dvojčlenu.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a \left(t^2 + 2 \frac{v_0}{a} t \right) + s_0 = \frac{1}{2} a \left(t^2 + 2 \frac{v_0}{a} t + \left(\frac{v_0}{a} \right)^2 - \left(\frac{v_0}{a} \right)^2 \right) + s_0 =$$

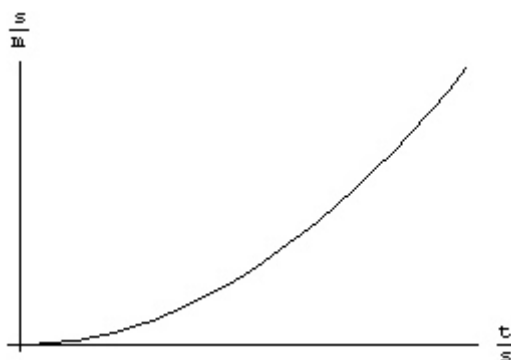
$$= \frac{1}{2} a \left(t^2 + 2 \frac{v_0}{a} t + \left(\frac{v_0}{a} \right)^2 \right) + s_0 - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_0}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} a \left(t + \frac{v_0}{a} \right)^2 + s_0 - \frac{v_0^2}{2a}.$$

Vrchol paraboly má tedy [souřadnice](#) $\left[-\frac{v_0}{a}; s_0 - \frac{v_0^2}{2a} \right]$.

Sestrojíme-li graf závislosti velikosti okamžité rychlosti na čase, lze získat [číslnou hodnotu](#) uražené dráhy přímo z tohoto grafu jako obsah plochy pod křivkou (na obr. 25 je to součet obsahů obou vyšrafovaných ploch).

Na obr. 26 je pak znázorněn [graf závislosti uražené dráhy na čase](#) u pohybu rovnoměrně zrychleného (obr. 25 a obr. 26 odpovídají pohybu se zrychlením $a > 0$).

Grafy odpovídající rovnoměrně zpomalenému pohybu (tj. rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením $a < 0$) vysvětlíme na příkladu.



Obr. 26

Uvažujme pohyb hmotného bodu, který se rozjíždí z [klidu](#) se stálým zrychlením o velikosti $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ po dobu 50 s . Poté se pohybuje dalších 50 s stálou rychlostí a nakonec za dobu 20 s zabrzdí. Pohyb se tedy skládá ze tří částí: rovnoměrně zrychleného pohybu, z pohybu rovnoměrného a z pohybu rovnoměrně zpomaleného.

Před zakreslením grafu závislosti dráhy na čase je dobré si uvědomit, že v první fázi pohybu půjde o parabolu, která bude procházet bodem $[0; 0]$ (v nulovém čase nemá hmotný bod uraženou žádnou dráhu - rozjíždí se z klidu). Parabola bude končit v čase 50 s , kterému odpovídá dráha $s_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 50^2 \text{ m} = 2500 \text{ m}$. (Při pečlivějším rýsování by bylo dobré určit ještě několik bodů mezi dvěma krajními.) V tuto dobu bude mít hmotný bod rychlost o velikosti $v = a t_1 = 2 \cdot 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Touto rychlostí se bude pohybovat dalších 50 s , tj. urazí dráhu $s_2 = v t_2 = 100 \cdot 50 \text{ m} = 5000 \text{ m}$. Grafem závislosti uražené dráhy na čase této části pohybu bude úsečka, jejímiž krajními body jsou body $[50; 2500]$ a $[100; 7500]$. Poslední fází pohybu je brzdění, které trvá 20 s . Zrychlení při zastavování tedy určíme ze vztahu $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 100}{20} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = -5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (hmotný bod má zastavit - tj. „nová“ rychlost bude mít velikost $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). Během zastavování urazí hmotný bod dráhu $s_3 = v t_3 + \frac{1}{2} a_2 t_3^2 = 100 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot (-5) \cdot 20^2 \text{ m} = 1000 \text{ m}$ a grafem závislosti dráhy na čase této fáze pohybu bude opět parabola. Ale musí být otočená tak, aby dráha narůstala pomaleji než v případě pohybu

rovnoměrného. Parabola bude končit v bodě $[120; 8000]$.

Při kreslení výsledného grafu je nutno mít na paměti, že v místě „spojů“ jednotlivých částí grafů nesmí být žádné „špičky“. Graf musí být „hladký“. To fyzikálně znamená, že při přechodu z rovnoměrně zrychleného pohybu na pohyb rovnoměrný nedojde ke [změně rychlosti](#). Pro názornost je v grafu na obr. 27 zobrazena čárkovaně přímka, která je [prodloužením](#) části grafu odpovídající rovnoměrnému přímočarému pohybu. Je tedy vidět, že u [rovnoměrného pohybu](#) je velikost rychlosti hmotného bodu nižší, než kdyby hmotný bod stále zrychloval - dráha tedy narůstá pomaleji (kolečko v tachometru automobilu udávající uraženou dráhu se otáčí pomaleji). Při zastavování platí totéž: dráha stále narůstá, ale výrazně pomaleji než v případě pohybu rovnoměrného.

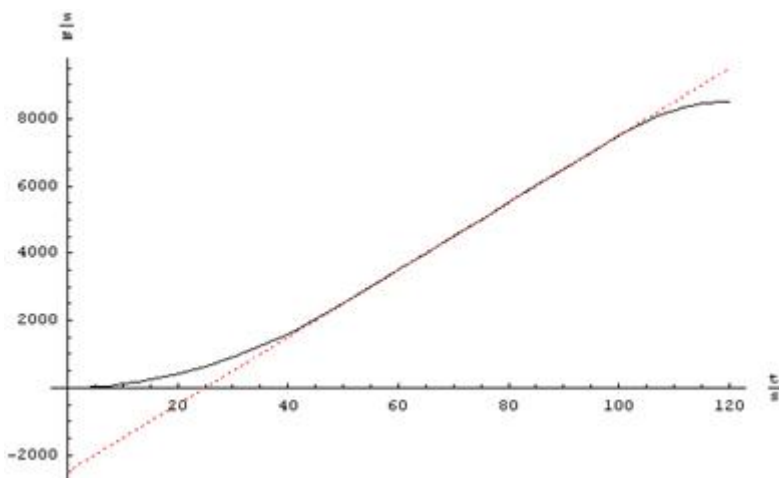
V bodech, v nichž se spojují jednotlivé části právě popsaného grafu, musí být spojitá první derivace zobrazené funkce. Tj. jednostranné derivace obou spojovaných částí grafu musí být v bodě spojení stejné.

První derivace zobrazené funkce (dráha v závislosti na čase) je rychlost. To odpovídá předchozímu „nematematickému“ popisu.

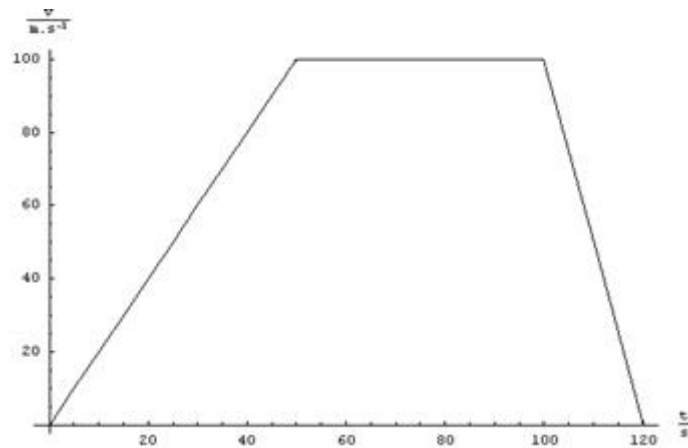
[Graf závislosti velikosti rychlosti na čase](#) vytvoříme rychleji, protože vše potřebné již víme. Graf se bude skládat ze tří úsečků. Pohybu rovnoměrně zrychlenému bude odpovídat úsečka, jejímiž koncovými budou body $[0; 0]$ a $[50; 100]$. Pohyb rovnoměrný je charakterizován konstantní rychlostí, tj. na úseku mezi 50. a 100. [sekundou](#) pohybu bude velikost rychlosti konstantní. Pohyb rovnoměrně zpomalený je charakterizován zmenšující se velikostí rychlosti. Celý graf je zobrazen na obr. 28.

Kontrola, že jsou oba grafy správně a korespondují spolu: plocha ohraničená grafem závislosti velikosti rychlosti na čase (v našem případě lichoběžník) musí mít číselně stejnou plochu jako je celková uražená dráha. Plocha lichoběžníku: $\frac{1}{2}(120 + 50) \text{ s} \cdot 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 8500 \text{ m}$. Tatáž celková dráha vyšla i při sestrování grafu závislosti uražené dráhy na čase.

Poznámka: V uvedeném příkladu byly zvoleny velké hodnoty velikosti zrychlení pro lepší názornost grafů. Ve skutečném životě se s tak velkými hodnotami zrychlení resp. rychlosti běžně nesetkáme.



Obr. 27



Obr. 28

V souvislosti s pohybem rovnoměrně zpomaleným se často v praxi používá termín **brzdná dráha**. To je dráha, na které těleso zastaví. Její hodnota je $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

© Encyklopedie Fyziky (<http://fyzika.jreichl.com>); Jaroslav Reichl, Martin Všeticka

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.