

## Rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

Pohybuje-li se hmotný bod po přímce tak, že velikost jeho rychlosti není v čase konstantní, jedná se o pohyb nerovnoměrný. Nejjednoduššími nerovnoměrnými pohyby jsou:

1. rovnoměrně zrychlený pohyb - zrychlení  $\vec{a}$  má stejný směr jako vektor rychlosti  $\vec{v}$  a velikost rychlosti se s časem zvětšuje
2. rovnoměrně zpomalený pohyb - zrychlení  $\vec{a}$  má opačný směr než vektor rychlosti  $\vec{v}$  a velikost rychlosti se s časem zmenšuje

Oba tyto pohyby je možné vyšetřovat společně (přičemž budeme mluvit o pohybu rovnoměrně zrychleném), uvědomíme-li si, že:

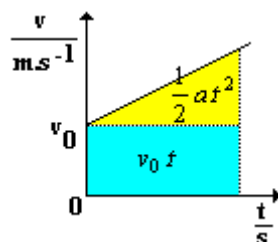
1.  $a > 0$  pro pohyb rovnoměrně zrychlený
2.  $a < 0$  pro pohyb rovnoměrně zpomalený

Z hlediska českého jazyka je trošku problematické, že se zrychlené pohyby dělí na zrychlené a zpomalené, ale to snad nebude činit výraznější problémy.

Velikost okamžité rychlosti hmotného bodu, který se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem s počáteční rychlostí  $v_0$  a se zrychlením  $a$ , se mění s časem podle vztahu  $v = v_0 + at$ .

Tento vztah lze odvodit přímo z definice velikosti zrychlení. Tu lze psát ve tvaru:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}$ .

Ze vztahu  $a = \frac{v - v_0}{t}$  lze už snadno vyjádřit  $v = v_0 + at$ .



Obr. 25

Dříve než se podíváme, jak se mění s časem dráha rovnoměrně zrychleného přímočarého pohybu, uvědomíme si důležitou věc. Rychlost tohoto pohybu roste lineárně s časem (viz graf na obr. 25). V tom případě se průměrná rychlost rovná aritmetickému průměru okamžitých rychlostí na začátku a na konci uvažované dráhy. Na začátku pohybu (v čase  $t = 0$  s) se hmotný bod pohybuje rychlostí o velikosti  $v_0$ , v čase  $t$  pak má jeho rychlost velikost  $v = v_0 + at$ , kde  $a$  je velikost zrychlení.

Průměrná rychlost tedy je:  $v_p = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{at}{2}$ .

Touto průměrnou rychlostí urazí hmotný bod za čas  $t$  dráhu  $s$ , tedy  $s = v_p t = \left(v_0 + \frac{at}{2}\right)t = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ .

Vztah  $s = vt$  je pro zrychlený pohyb nepoužitelný!!! Lze ho použít pouze v případě, že místo  $v$  dosadíme velikost PRŮMĚRNÉ RYCHLOSTI, tedy  $s = v_p t$ . Vztah  $s = vt$  je platný pouze v případě, že velikost rychlosti, která v něm vystupuje, je konstantní. U pohybu zrychleného se okamžitá rychlost mění, ale průměrná je konstantní.

Je-li počáteční dráha hmotného bodu  $s_0$ , je dráha v čase  $t$  rovna  $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ .

Grafem závislosti uražené dráhy na čase u pohybu rovnoměrně zrychleného je část paraboly. Vrchol této paraboly lze určit doplněním kvadratického trojčlenu na druhou mocninu (na čtverec) kvadratického dvojčlenu.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a \left( t^2 + 2 \frac{v_0}{a} t \right) + s_0 = \frac{1}{2} a \left( t^2 + 2 \frac{v_0}{a} t + \left( \frac{v_0}{a} \right)^2 - \left( \frac{v_0}{a} \right)^2 \right) + s_0 =$$

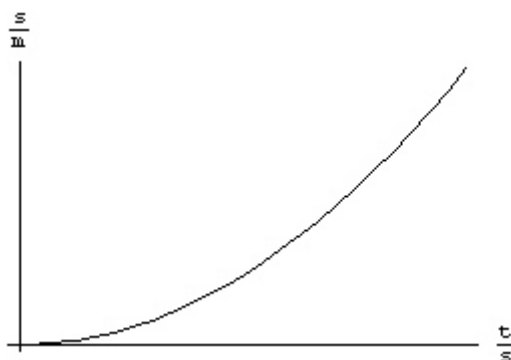
$$= \frac{1}{2} a \left( t^2 + 2 \frac{v_0}{a} t + \left( \frac{v_0}{a} \right)^2 \right) + s_0 - \frac{1}{2} a \left( \frac{v_0}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} a \left( t + \frac{v_0}{a} \right)^2 + s_0 - \frac{v_0^2}{2a}.$$

Vrchol paraboly má tedy [souřadnice](#)  $\left[ -\frac{v_0}{a}; s_0 - \frac{v_0^2}{2a} \right]$ .

Sestrojíme-li graf závislosti velikosti okamžité rychlosti na čase, lze získat [číselnou hodnotu](#) uražené dráhy přímo z tohoto grafu jako obsah plochy pod křivkou (na obr. 25 je to součet obsahů obou vyšrafovaných ploch).

Na obr. 26 je pak znázorněn [graf závislosti uražené dráhy na čase](#) u pohybu rovnoměrně zrychleného (obr. 25 a obr. 26 odpovídají pohybu se zrychlením  $a > 0$ ).

Grafy odpovídající rovnoměrně zpomalenému pohybu (tj. rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením  $a < 0$ ) vysvětlíme na příkladu.



Obr. 26

Uvažujme pohyb hmotného bodu, který se rozjíždí z [klidu](#) se stálým zrychlením o velikosti  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  po dobu  $50 \text{ s}$ . Poté se pohybuje dalších  $50 \text{ s}$  stálou rychlostí a nakonec za dobu  $20 \text{ s}$  zabrzdí. Pohyb se tedy skládá ze tří částí: rovnoměrně zrychleného pohybu, z pohybu rovnoměrného a z pohybu rovnoměrně zpomaleného.

Před zakreslením grafu závislosti dráhy na čase je dobré si uvědomit, že v první fázi pohybu půjde o parabolu, která bude procházet bodem  $[0; 0]$  (v nulovém čase nemá hmotný bod uraženou žádnou dráhu - rozjíždí se z klidu). Parabola bude končit v čase  $50 \text{ s}$ , kterému odpovídá dráha  $s_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 50^2 \text{ m} = 2500 \text{ m}$ . (Při pečlivějším rýsování by bylo dobré určit ještě několik bodů mezi dvěma krajními.) V tuto dobu bude mít hmotný bod rychlost o velikosti  $v = a t_1 = 2 \cdot 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Touto rychlostí se bude pohybovat dalších  $50 \text{ s}$ , tj. urazí dráhu  $s_2 = v t_2 = 100 \cdot 50 \text{ m} = 5000 \text{ m}$ . Grafem závislosti uražené dráhy na čase této části pohybu bude úsečka, jejímiž krajními body jsou body  $[50; 2500]$  a  $[100; 7500]$ . Poslední fází pohybu je brzdění, které trvá  $20 \text{ s}$ . Zrychlení při zastavování tedy určíme ze vztahu  $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 100}{20} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = -5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  (hmotný bod má zastavit - tj. „nová“ rychlost bude mít velikost  $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ). Během zastavování urazí hmotný bod dráhu  $s_3 = v t_3 + \frac{1}{2} a_2 t_3^2 = 100 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot (-5) \cdot 20^2 \text{ m} = 1000 \text{ m}$  a grafem závislosti dráhy na čase této fáze pohybu bude opět parabola. Ale musí být otočená tak, aby dráha narůstala pomaleji než v případě pohybu

rovnoměrného. Parabola bude končit v bodě  $[120; 8000]$ .

Při kreslení výsledného grafu je nutno mít na paměti, že v místě „spojů“ jednotlivých částí grafů nesmí být žádné „špičky“. Graf musí být „hladký“. To fyzikálně znamená, že při přechodu z rovnoměrně zrychleného pohybu na pohyb rovnoměrný nedojde ke [změně rychlosti](#). Pro názornost je v grafu na obr. 27 zobrazena čárkovaně přímka, která je [prodloužením](#) části grafu odpovídající rovnoměrnému přímočarému pohybu. Je tedy vidět, že u [rovnoměrného pohybu](#) je velikost rychlosti hmotného bodu nižší, než kdyby hmotný bod stále zrychloval - dráha tedy narůstá pomaleji (kolečko v tachometru automobilu udávající uraženou dráhu se otáčí pomaleji). Při zastavování platí totéž: dráha stále narůstá, ale výrazně pomaleji než v případě pohybu rovnoměrného.

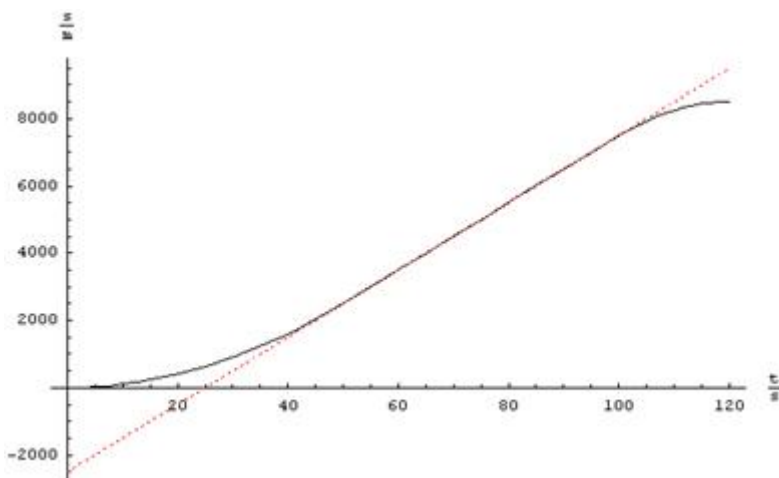
V bodech, v nichž se spojují jednotlivé části právě popsaného grafu, musí být spojitá první derivace zobrazené funkce. Tj. jednostranné derivace obou spojovaných částí grafu musí být v bodě spojení stejné.

První derivace zobrazené funkce (dráha v závislosti na čase) je rychlost. To odpovídá předchozímu „nematematickému“ popisu.

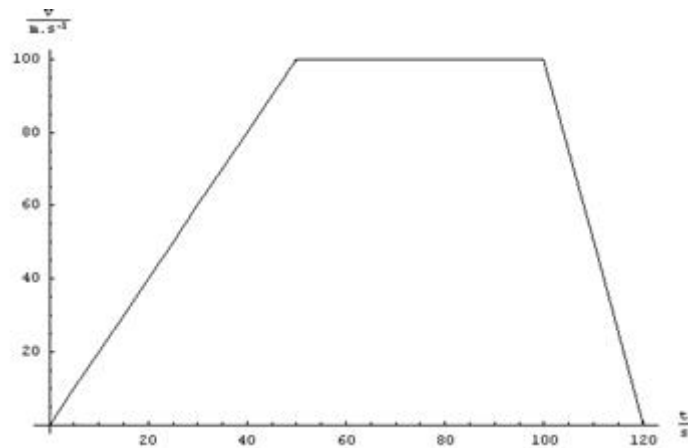
[Graf závislosti velikosti rychlosti na čase](#) vytvoříme rychleji, protože vše potřebné již víme. Graf se bude skládat ze tří úsečků. Pohybu rovnoměrně zrychlenému bude odpovídat úsečka, jejímiž koncovými budou body  $[0; 0]$  a  $[50; 100]$ . Pohyb rovnoměrný je charakterizován konstantní rychlostí, tj. na úseku mezi 50. a 100. [sekundou](#) pohybu bude velikost rychlosti konstantní. Pohyb rovnoměrně zpomalený je charakterizován zmenšující se velikostí rychlosti. Celý graf je zobrazen na obr. 28.

Kontrola, že jsou oba grafy správně a korespondují spolu: plocha ohraničená grafem závislosti velikosti rychlosti na čase (v našem případě lichoběžník) musí mít číselně stejnou plochu jako je celková uražená dráha. Plocha lichoběžníku:  $\frac{1}{2}(120 + 50) \text{ s} \cdot 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 8500 \text{ m}$ . Tatáž celková dráha vyšla i při sestrování grafu závislosti uražené dráhy na čase.

Poznámka: V uvedeném příkladu byly zvoleny velké hodnoty velikosti zrychlení pro lepší názornost grafů. Ve skutečném životě se s tak velkými hodnotami zrychlení resp. rychlosti běžně nesetkáme.



Obr. 27



Obr. 28

V souvislosti s pohybem rovnoměrně zpomaleným se často v praxi používá termín **brzdná dráha**. To je dráha, na které těleso zastaví. Její hodnota je  $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ .

---

© Encyklopedie Fyziky (<http://fyzika.jreichl.com>); Jaroslav Reichl, Martin Všeticka

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.