

## Zobecnění Lagrangeových rovnic na $N$ hmotných bodů a $v$ vazeb

[Lagrangeovy rovnice I. druhu](#) popisující [pohyb](#) jednoho [hmotného bodu](#) lze zobecnit na pohyb  $N$  hmotných bodů a v [vazeb](#).

**LAGRANGOVY ROVNICE I. DRUHU PRO  $N$  HNOTNÝCH BODŮ A  $v$  VAZEB JSOU ROVNICE VE TVARU**

$$m_i \ddot{x}_i = F_i + \sum_{k=1}^v \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i} \quad (7)$$

**A**

$$\varphi_k(x^i, t) = 0 \quad \text{pro } k = 1, 2, \dots, v, \quad (8)$$

**KDE  $x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, \dots, x^{3N}$  JSOU KARTÉZSKÉ [SOUŘADNICE](#)  $N$  HNOTNÝCH BODŮ.**

Rovnice (7) a (8) tvoří soustavu  $3N + v$  rovnic o stejném počtu neznámých:  $x^i$  pro  $i = 1, 2, \dots, 3N$  a  $\lambda_k$  pro  $k = 1, 2, \dots, v$ . Tyto rovnice by bylo možné zobecnit i na [neholonomní vazby](#), ale pouze takové, které závisí na [rychlosti](#) lineárně.

Psaní indexů nahoru nebo dolů za příslušnou proměnnou vyžaduje hlubší studium diferenciální geometrie, během kterého se ukáže rozdíl mezi varietou, formou, vektorem, ... Na úrovni teoretické [mechaniky](#) a v euklidovském prostoru by bylo možné psát všechny indexy dole.

Souřadnice  $x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, \dots, x^{3N}$  jsou řazeny tak, že souřadnice  $x^1, x^2, x^3$  určují polohu prvního hmotného bodu, souřadnice  $x^4, x^5, x^6$  určují polohu druhého hmotného bodu, ... Analogicky jsou indexovány složky vektoru [síly](#).

V uvedeném systému indexování pak platí  $m_1 = m_2 = m_3 = m_{\text{prvního hmotného bodu}}$ ,  $m_4 = m_5 = m_6 = m_{\text{druhého hmotného bodu}}$ , ...

Analogický popis soustavy hmotných bodů, jejichž pohyb je omezen vazbami, lze udělat i pomocí jedné rovnice. Tím ovšem přecházíme od [vektorové mechanice](#) k [analytické mechanice](#).

© Encyklopedie Fyziky (<http://fyzika.jreichl.com>); Jaroslav Reichl, Martin Všetička

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.