Metoda efektivního potenciálu

Odvození přesného tvaru trajektorie tělesa, které se pohybuje v centrálním poli Slunce, a Keplerových zákonů, které tento pohyb popisují, bylo provedeno na základě potenciální energie zapsané ve speciálním tvaru (89), který vyplývá z Newtonovské mechaniky (z Newtonova gravitačního zákona). Tento vztah pro výpočet potenciální energie je natolik jednoduchý, že umožňuje analyticky vyjádřit trajektorie, po níž se těleso pohybuje. V případě složitějšího vyjádření potenciální energie (např. potenciální energie vyplývající z obecné teorie relativity) není analytické řešení jednoduché. A přitom často stačí kvalitativní předpověď pohybu těles.

To znamená, že stačí určit obecně např. tvar trajektorie, po níž se těleso pohybuje bez nutnosti znát její přesné parametry (např. stačí určit, že jde o elipsu, aniž bychom specifikovali polohu ohnisek, délky poloos, ...).

Pro další úvahy je dobré, zavést tzv. **efektivní potenciál** $V_{ef}(r)$ na základě vztahu (85) ve tvaru

$$V_{ef}(r) = V(r) + \frac{l^2}{2mr^2}\,. \tag{105}$$

Ze vztahu (85) jsme tedy za efektivní potenciál označili vnitřní závorku.

Člen $\frac{l^2}{2mr^2}$ je úměrný druhé mocnině velikosti obvodové rychlosti $r^2\dot{\varphi}^2$ (na základě úvah o obvodové rychlosti byl vztah (85) sestaven), a proto se nazývá odstředivý člen. Pokud se totiž těleso přibližuje k centru, kolem kterého se pohybuje, roste velikost rychlosti pohybu tohoto tělesa a tedy roste i velikost odstředivé síly, která na těleso působí. A právě pomocí členu $\frac{l^2}{2mr^2}$ jsou tyto efekty do potenciální energie započítávány.

Na základě označení (105) lze vztah (85) psát ve tvaru

$$\dot{r}^2 = \frac{2}{m}\left(E - V_{ef}(r)\right), \tag{106}$$

z něhož lze určit podmínky, za kterých se může pohyb tělesa vůbec uskutečnit. Levá strana rovnice (106) je zapsána jako druhá mocnina jisté funkce (časová derivace polohy tělesa); levá strana rovnice je tedy nezáporný výraz. To znamená, že nezáporný výraz musí být i na pravé straně rovnice. Musí tedy platit

$$E \geq V_{ef}(r)\,. \tag{107}$$

Tato podmínka tedy určuje omezení na přípustný interval radiálních vzdáleností *r* od centrálního tělesa uvažovaného centrálního pole. A tuto podmínku lze přitom najít velmi jednouše v grafickém vyjádření závislosti potenciální energie na vzdálenosti *r* (viz obr. 40).

Z podmínky (107) lze určit interval přípustných radiálních vzdáleností *r* proto, že potenciální energie závisí právě jen na radiální vzdálenosti. Takže určením přípustných hodnot potenciální energie máme vlastně již určeny přípustné radiální vzdálenosti.

Metodu efektivního potenciálu lze použít v případě libovolného průběhu závislosti efektivního potenciálu na vzdálenosti od centra daného centrálního pole. Ukážeme dva případy:

1. Newtonovský efektivní potenciál;
2. relativistický efektivní potenciál.