Obecné pojmy

Geometrická symetrie Lagrangeovy funkce souvisí se zákony zachování ve fyzice. Poprvé si tuto skutečnost uvědomila německá matematička Amalie Emmy Noetherová (1882 - 1935). V roce 1918 formuluje princip, který ve svých důsledcích změnil fyziku 20. století. Tento princip se stal východiskem např. pro kvantovou fyziku právě proto, že dával do souvislosti geometrické symetrie a zákony zachování.

MÁ-LI SYSTÉM A TEDY I JEHO PŘÍSLUŠNÁ LAGRANGEOVA FUNKCE L NĚJAKOU SYMETRII, PAK EXISTUJE JÍ ODPOVÍDAJÍCÍ FYZIKÁLNÍ VELIČINA, KTERÁ SE ZACHOVÁVÁ.

Zachovávající se veličinou je integrál pohybu.

Tuto obecnou formulaci lze přepsat v konkrétnějším tvaru.

POKUD

$$dS = L\,dt \tag{159}$$

NEMĚNÍ SVŮJ TVAR PŘI INFINITEZIMÁLNÍCH TRANSFORMACÍCH ČASU A ZOBECNĚNÝCH SOUŘADNIC POPSANÝCH VZTAHY

$$t' = t + \varepsilon\Theta \text{ a } q'^{j} = q^{j} + \varepsilon Q^{j} \tag{160}$$

PRO $j = 1, 2, \ldots, n$, KDE ε JE MALÝ REÁLNÝ PARAMETR ($\varepsilon \to 0$) A Θ A Q^{j} LIBOVOLNÉ HLADKÉ FUNKCE PŮVODNÍCH SOUŘADNIC (TJ. $\Theta\left(t, q^{j}\right)$ A $Q^{j}\left(t, q^{j}\right)$), PAK SE ZACHOVÁVÁ VELIČINA

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^{j}}\left(\dot{q}^{j}\Theta - Q^{j}\right) - L\Theta \tag{161}$$

A Z JE INTEGRÁL POHYBU, TEDY $\frac{dZ}{dt} = 0$.

Funkce Θ a Q^{j} jsou generátory symetrie a obecně to jsou prvky Lieovy grupy.

Důkaz lze provést na základě geometrického rozboru dané problematiky s využitím variet, Lagrangeova pole, ... Ten ovšem provádět nebudeme.

Existují tři hlavní globální symetrie, které určují vlastnosti prostoru a času:

1. translace prostoru - vyplývá z homogenity prostoru;

Popis systému se nezmění, jestliže se posuneme posuvným pohybem do jiného místa prostoru.

2. rotace prostoru - vyplývá z izotropie prostoru;

Popis systému se nezmění, jestliže se nakloníme, uděláme stojku, ... a budeme popisovat systém z pohledu takto otočené soustavy.

3. translace času.

Popis systému se tedy nezmění, jestliže hodiny, pomocí nichž měříme čas při určitém ději, zapneme o chvíli později.

Na základě těchto symetrií, které aplikujeme na prostor a čas v Newtonovské fyzice, lze získat tři zákony zachování, které lze využít při řešení úloh. Newtonovský prostor má tedy pro řešení úloh velmi pěkné vlastnosti.