Fázový prostor

FÁZOVÝ PROSTOR JE PROSTOR POPSANÝ SYSTÉMEM NEZÁVISLÝCH ZOBECNĚNÝCH SOUŘADNIC $q^j(t)$ A KANONICKÝCH HYBNOSTÍ $p_j(t)$ PRO $j = 1, 2, \ldots, n$, KDE n JE POČET STUPŇŮ VOLNOSTI DANÉHO FYZIKÁLNÍHO SYSTÉMU. DIMENZE FÁZOVÉHO PROSTORU JE ROVNA $2n$.

Z hlediska geometrie se jedná o tzv. kotečný bandl konfigurační variety T^*Q, pro který jsou zobecněné souřadnice a kanonické hybnosti parametry.

Fázový prostor je prostor fyzikálních stavů daného systému. To znamená, že každý bod fázového prostoru jednoznačně určuje stav uvažovaného systému. Každým bodem fázového prostoru tedy prochází jedna trajektorie popisující časový vývoj daného systému, který se nachází v daném bodě fázového prostoru. Všechny body fázového prostoru tedy určují všechny možné stavy, do kterých se systém může dostat. Je to tedy jakási vizualizace vývoje systému.

Každý bod fázového prostoru je popsán zobecněnou souřadnicí $q^j(t)$ a kanonickou hybností $p_j(t)$. To znamená, že máme informace o poloze i rychlosti (ta je „ukrytá“ v hybnosti) daného systému.

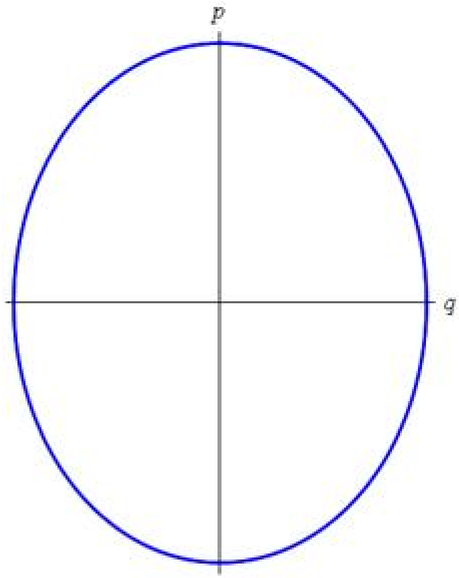
Fázový prostor je tedy pro popis systému dostačující, na rozdíl od konfiguračního prostoru, který obsahoval informace pouze o souřadnicích (zobecněné souřadnice), ale neobsahoval informace o rychlostech. V konfiguračním prostoru tedy nebylo možné vysvětlit tzv. Zenonovy paradoxy.

Např. stojící šíp a šíp, který právě prolétá kolem stojícího šípu, jsou v konfiguračním prostoru popsány naprosto stejně. K jejich odlišení je nutné mít informace o rychlosti, kterou v konfiguračním prostoru nemáme. A proto tedy dostáváme pro oba šípy v konfiguračním prostoru stejný popis.

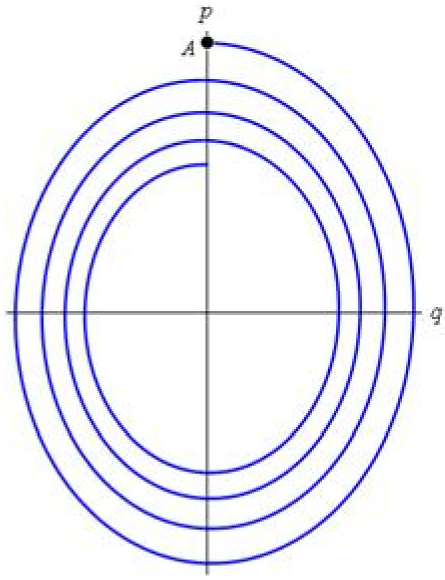
Příklad: Harmonický oscilátor
Určete vývoj harmonického oscilátoru ve fázovém prostoru.
Řešení: K popsání vývoje systému ve fázovém prostoru potřebujeme znát zobecněné souřadnice a kanonickou hybnost. Musíme tedy nejdříve napsat lagrangián uvažovaného systému: $L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2$. Zobecněná souřadnice je dána takto: $q = x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Zobecněnou hybnost určíme na základě lagrangiánu: $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$. Po dosazení dostaneme $p = Am\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$. Ve fázovém prostoru tedy získáme vývoj daného systému, který bude reprezentován elipsou (viz obr. 55).
Skutečnost, že se jedná o elipsu lze dokázat tak, že z rovnic pro *x* a pro *p* vyjádříme goniometrické funkce a jejich druhé mocniny sečteme. Dostaneme tedy: $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{p}{Am\omega}\right)^2 = 1$. Délky poloos dané elipsy tedy jsou *A* a $Am\omega$ a jsou dány energií, kterou uvažovaný oscilátor má.
Bod $[0; 0]$ z obr. 55 odpovídá harmonickému oscilátoru, který je v klidu.

Budeme-li sledovat jen vývoj na ose *q* (tj. budeme-li se dívat na obr. 55 „zespodu“), získáme představu o změně souřadnice oscilátoru. Při sledování změn pouze na ose *p* získáme informaci o změně velikosti hybnosti resp. rychlosti oscilátoru. Tím, že sledujeme celý fázový prostor, máme informace jak o časovém vývoji souřadnice, tak i o časovém vývoji velikosti hybnosti resp. velikosti rychlosti.

Pro tlumený oscilátor pak dostáváme jeho vývoj v čase podle obr. 56. Oscilátor začíná kmitat v nulovém čase, ve kterém má nulovou výchylku (bod *A*) a největší velikost kanonické hybnosti, která je v tomto případě hybností. To znamená, že v bodě *A* má oscilátor největší velikost rychlosti. Vzhledem k útlumu nedosáhne během každé periody stejné amplitudy výchylky - ta bude postupně klesat a oscilátor se za určitý čas zastaví (tj. křivka ve fázovém prostoru skončí v bodě $[0;0]$.



Obr. 55



Obr. 56

Právě popsaný postup, který byl vysvětlen na případu harmonického oscilátoru, se velmi často používá k vizualizaci vývoje systému. Bohužel velmi často se jedná o funkce více proměnných, které není možné rozumně zobrazit ani v počítači. Proto se dělají tzv. Poincarého řezy, pomocí nichž sledujeme daný fázový prostor jen v určité rovině. Na základě těchto řezů lze poznat základní charakteristiky vývoje systému, lze rozhodnout o chaotickém chování či o deterministickém chování systému, ...

© Encyklopedie Fyziky (http://fyzika.jreichl.com); Jaroslav Reichl, Martin Všetička
Licence http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/ zakazuje úpravy a komerční distribuci.