Popis pohybu částice v kartézských souřadnicích

Lagrangeova funkce popisující pohyb částice v kartézských souřadnicích má tvar

$$L = \frac{1}{2} m \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 \right) - V(x, y, z) . \qquad (179)$$

Jednotlivé kanonické hybnosti, které odpovídají souřadnicím *x*, *y* a *z*, získáme derivací Lagrangeovy funkce podle zobecněné rychlosti příslušející dané souřadnici. Takže postupně dostáváme

$$p_x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}\,,\ p_y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} \text{ a } p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m\dot{z} . \qquad (180)$$

Z kanonických hybností můžeme vyjádřit příslušné zobecněné rychlosti a získáme

$$\dot{x} = \frac{p_x}{m}\,,\ \dot{y} = \frac{p_y}{m} \text{ a } \dot{z} = \frac{p_z}{m} . \qquad (181)$$

Hamiltonián můžeme v tomto případě psát ve tvaru $H = p_x\dot{x} + p_y\dot{y} + p_z\dot{z} - L$. Po dosazení ze vztahů (179), (180) a (181) postupně pro hamiltonián uvažované pohybující se částice dostaneme $H = \frac{p_x^2}{m} + \frac{p_y^2}{m} + \frac{p_z^2}{m} - \frac{1}{2} m \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 \right) + V(x, y, z) = \frac{p_x^2}{m} + \frac{p_y^2}{m} + \frac{p_z^2}{m} - \frac{1}{2} m \left(\frac{p_x^2}{m^2} + \frac{p_y^2}{m^2} + \frac{p_z^2}{m^2} \right) + V(x, y, z)$. Takže hamiltonián je roven

$$H = \frac{1}{2m} \left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 \right) + V(x, y, z) \qquad (182)$$

a je nezávislý na čase. Tedy platí $H = E$.

Další výpočet pomocí Hamiltonových rovnic není možný, protože neznáme konkrétní průběh potenciální energie $V(x, y, z)$.
