

## Popis pohybu částice v kartézských souřadnicích

[Lagrangeova funkce](#) popisující [pohyb částice](#) v kartézských [souřadnicích](#) má tvar

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - V(x, y, z). \quad (179)$$

Jednotlivé [kanonické hybnosti](#), které odpovídají souřadnicím  $x$ ,  $y$  a  $z$ , získáme derivací Lagrangeovy funkce podle [zobecněné rychlosti](#) příslušející dané souřadnici. Takže postupně dostáváme

$$p_x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}, \quad p_y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} \quad \text{a} \quad p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m\dot{z}. \quad (180)$$

Z kanonických hybností můžeme vyjádřit příslušné zobecněné rychlosti a získáme

$$\dot{x} = \frac{p_x}{m}, \quad \dot{y} = \frac{p_y}{m} \quad \text{a} \quad \dot{z} = \frac{p_z}{m}. \quad (181)$$

[Hamiltonián](#) můžeme v tomto případě psát ve tvaru  $H = p_x\dot{x} + p_y\dot{y} + p_z\dot{z} - L$ . Po dosazení ze vztahů (179), (180) a (181) postupně pro hamiltonián uvažované pohybující se částice dostaneme

$$H = \frac{p_x^2}{m} + \frac{p_y^2}{m} + \frac{p_z^2}{m} - \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + V(x, y, z) = \frac{p_x^2}{m} + \frac{p_y^2}{m} + \frac{p_z^2}{m} - \frac{1}{2}m\left(\frac{p_x^2}{m^2} + \frac{p_y^2}{m^2} + \frac{p_z^2}{m^2}\right) + V(x, y, z). \quad \text{Takže}$$

hamiltonián je roven

$$H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + V(x, y, z) \quad (182)$$

a je nezávislý na čase. Tedy platí  $H = E$ .

Další výpočet pomocí [Hamiltonových rovnic](#) není možný, protože neznáme konkrétní průběh [potenciální energie](#)  $V(x, y, z)$ .