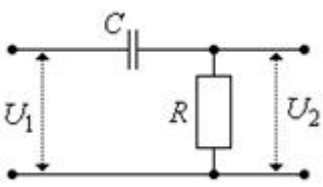
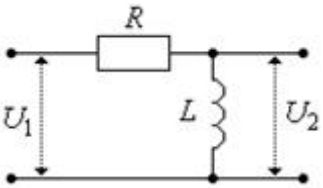
Derivační článek

Derivační článek, který může být zapojen podle dvou schémat (viz obr. 182 a obr. 183), je elektrotechnická součástka, která realizuje v obvodu matematickou funkci derivace. To znamená, že průběh výstupního napětí je dán derivací vstupního napětí podle času.



Obr. 182



Obr. 183

V dalším odvození budeme předpokládat ideální zdroj napětí U_1 (vstupní napětí) a výstup článku naprázdno, tj. s nezapojenou zátěží článku.

Jinými slovy výstup článku je rozpojen - mezi svorkami, z nichž odebíráme výstupní napětí, je teoreticky nekonečně velký odpor. To odpovídá v praxi např. připojení voltmetru k výstupním svorkám tohoto článku. Dobrý voltmetr je totiž charakterizován velmi velkým vnitřním odporem.

Kvalitu přenosu signálu derivačním článkem vyjádříme pomocí tzv. **napěťového přenosu derivačního článku** A_1.

NAPĚŤOVÝ PŘENOS A_1 JE DÁN POMĚREM VÝSTUPNÍHO NAPĚTÍ $\mathbf{U}_2$ A VSTUPNÍHO NAPĚTÍ $\mathbf{U}_1$, TAKŽE PLATÍ $A_1 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1}$, PŘIČEMŽ $[A_1] = 1$.

Začneme s derivačním článkem, jehož schéma je zobrazeno na obr. 182. Pro napětí $\mathbf{U}_1$, které měříme vlastně na sériové kombinaci rezistoru o odporu *R* a kondenzátoru o kapacitě *C*, dostáváme: $\mathbf{U}_1 = (R + X_C)\mathbf{I} = \left(R + \frac{1}{\omega C \cdot \mathrm{j}}\right)\mathbf{I}$, kde ω je úhlová frekvence procházejícího elektrického proudu a *j* je imaginární jednotka s vlastností $j^2 = -1$.

Zápis pomocí tučného fontu pouze naznačuje, že se nejedná přímo o hodnoty elektrického napětí a elektrického proudu, ale o fázory, ve kterých je zápisem pomocí komplexních čísel zohledněn i vzájemný fázový posun.

Pro napětí $\mathbf{U}_2$ na výstupu článku (tj. na rezistoru o odporu *R*) dostáváme: $\mathbf{U}_2 = R \cdot \mathbf{I}$.

Elektrický proud procházející článkem je stejný na vstupu i na výstupu - daným zapojením článku se mění vlivem různé impedance vstupu článku a impedance výstupu článku pouze napětí.

Pro napěťový přenos článku A_1 tedy můžeme psát: $A_1 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{R \cdot \mathbf{I}}{\left(R + \frac{1}{\omega C \cdot \mathrm{j}}\right)\mathbf{I}} = \frac{R}{\frac{\omega C R \cdot \mathrm{j} + 1}{\omega C \cdot \mathrm{j}}} = \frac{\omega C R \cdot \mathrm{j}}{1 + \omega C R \cdot \mathrm{j}}$.

Pro článek, jehož schéma je zobrazeno na obr. 183, budeme postupovat velmi podobně. Vstupní napětí $\mathbf{U}_1$ je napětí na sériové kombinaci rezistoru o odporu *R* a cívky s indukčností *L* a můžeme pro něj tedy psát: $\mathbf{U}_1 = (R + X_L)\mathbf{I} = (R + \omega L \cdot \mathrm{j})\mathbf{I}$. Pro výstupní napětí $\mathbf{U}_2$ (napětí na cívce) platí: $\mathbf{U}_2 = \omega L \cdot \mathrm{j} \cdot \mathbf{I}$.

Pro napěťový přenos článku A_2 proto dostáváme:

$$A_1 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{U}_1} = \frac{\omega L \cdot \mathrm{j} \cdot \mathbf{I}}{(R + \omega L \cdot \mathrm{j})\mathbf{I}} = \frac{\omega L \cdot \mathrm{j}}{R + \omega L \cdot \mathrm{j}} = \frac{\omega L \cdot \mathrm{j}}{R\left(1 + \omega \frac{L}{R} \cdot \mathrm{j}\right)} = \frac{\omega \frac{L}{R} \cdot \mathrm{j}}{1 + \omega \frac{L}{R} \cdot \mathrm{j}}.$$

Vztahy pro veličiny A_1 a A_2 jsou formálně velmi podobné, a proto je dále budeme vyšetřovat oba společně. Je zřejmé, že jednotky součinu $C \cdot R$ i podílu $\frac{L}{R}$ jsou navzájem stejné a jsou rovné jednotce času, tj. sekundě.

Tato skutečnost vyplývá z toho, že $[A_1]=[A_2]=1$ a tedy musí mít čitatel i jmenovatel zlomku stejnou jednotku. Jmenovatel musí být bez jednotky, protože je tvořen součtem čísla a určitého výrazu. Tento výraz, vystupující v součtu ve jmenovateli, je ale v obou zlomcích totožný s výrazem v čitateli. Tedy $[\omega C \cdot R]=\left[\omega \frac{L}{R}\right]=1$. Odtud je zřejmé, že $[C \cdot R]=\left[\frac{L}{R}\right]=s$, neboť $[\omega]=s^{-1}$.

Můžeme tedy definovat tzv. **časovou konstantu** τ vztahem $\tau = C \cdot R$ resp. $\tau = \frac{L}{R}$. Nyní lze oba přenosy článku A_1 a A_2 přepsat ve shodném tvaru $A = A_2 = A_1 = \frac{\omega \cdot \tau \cdot \mathrm{j}}{1+\omega \cdot \tau \cdot \mathrm{j}}$. Pokud si uvědomíme vztah mezi úhlovou frekvencí a frekvencí *f*, můžeme psát $A = \frac{2\pi \cdot f \cdot \tau \cdot \mathrm{j}}{1+2\pi \cdot f \cdot \tau \cdot \mathrm{j}}$. Dále můžeme definovat **mezní frekvenci** f_m vztahem $f_\mathrm{m} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}$ a s jejím využitím přepsat vztah pro veličinu *A* ve tvaru: $A = \frac{\frac{f}{f_\mathrm{m}}\mathrm{j}}{1+\frac{f}{f_\mathrm{m}}\mathrm{j}}$.

Vzhledem k tomu, že vztahy pro přenos článku jsou pro oba články stejné, je zřejmé, že oba články ovlivňují procházející signál stejným způsobem. Oba články tedy mají stejné přenosové vlastnosti (stejnou přenosovou charakteristiku).

Rovnici jejich **útlumové charakteristiky** získáme tak, že vyjádříme absolutní hodnotu napěťového přenosu článku.

Napěťový přenos článku je vyjádřen podílem dvou komplexních čísel. Absolutní hodnotu tohoto podílu můžeme psát jako podíl absolutních hodnot komplexních čísel.

Pro absolutní hodnotu přenosu článku tedy můžeme psát: $|A| = \frac{\left|\frac{f}{f_\mathrm{m}}\mathrm{j}\right|}{\left|1+\frac{f}{f_\mathrm{m}}\mathrm{j}\right|}$. S využitím definice absolutní hodnoty komplexního čísla můžeme dále psát: $|A| = \frac{\sqrt{0^2+\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2}}{\sqrt{1^2+\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2}} = \frac{\frac{f}{f_\mathrm{m}}}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2}}$. Graf této útlumové charakteristiky je zobrazen na obr. 184. Rovnici této charakteristiky je možné vyjádřit též pomocí logaritmické funkce a získáme **logaritmickou amplitudovou frekvenční charakteristiku** *a*, pro níž můžeme psát: $a = 20\log\frac{\frac{f}{f_\mathrm{m}}}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2}}$. Tento vztah je možné dále upravit s využitím vlastností logaritmické funkce do tvaru $a = 20\log\frac{f}{f_\mathrm{m}} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2} = 20\log\frac{f}{f_\mathrm{m}} - 10\log\left(1+\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2\right)$, přičemž

$[a] = \mathrm{dB}$ (decibel). Graf této funkce je zobrazen na obr. 185; na vodorovné ose jsou hodnoty vynášené v logaritmické škále. Na tomto obrázku je též zobrazena tečna ke grafu vykreslené závislosti pro malé frekvence, jejíž směrnice má hodnotu 20 decibelů na dekádu nebo též 6 decibelů na oktávu.

Vzhledem k tomu, že vyšetřujeme závislost na frekvenci, má dobrý význam hovořit o oktávě. Oktáva je přitom takový interval frekvencí, jehož krajní hodnoty frekvencí jsou vůči sobě poloviční resp. dvojnásobné.

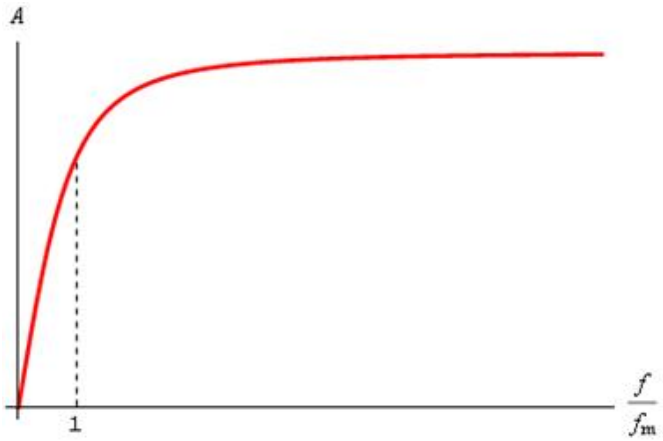
Takže např. hudební tóny s frekvencemi 440 Hz a 880 Hz tvoří oktávu.

První člen v rozpisu charakteristiky *a* (tj. člen $20\log\frac{f}{f_\mathrm{m}}$) odpovídá v grafu na obr. 185, jehož vodorovná osa má logaritmickou škálu, přímce se směrnicí 20 dB na dekádu. To znamená, že při každém zvýšení podílu $\frac{f}{f_\mathrm{m}}$ na 10násobek předcházející hodnoty, se hodnota prvního členu charakteristiky *a* zvětší o 20 dB. Proto je hodnota směrnice uvažované přímky právě 20 dB na dekádu.

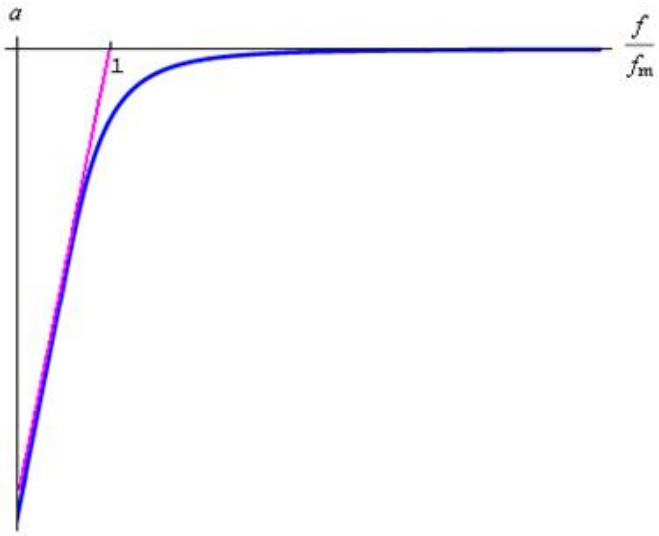
Analogicky by bylo možné vyjádřit veličinu *a* pomocí logaritmu o základu 2. Je nutné si ale uvědomit, že platí vztah $\log_2 x = \frac{\log x}{\log 2}$, kterým je možné vyjádřit logaritmus při základu 2 pomocí logaritmu o jiném základu (v našem případě pomocí dekadického logaritmu). Platí-li pro veličinu *a* vztah $a = 20\log A$, pak také platí $a = 20\log 2 \cdot \log_2 A \doteq 20 \cdot 0{,}3 \cdot \log_2 A \doteq 6\log_2 A$. První člen charakteristiky *a* tedy můžeme přepsat ve tvaru $20\log\frac{f}{f_\mathrm{m}} \doteq 6\log_2\frac{f}{f_\mathrm{m}}$. Tedy při každém zvýšení podílu $\frac{f}{f_\mathrm{m}}$ na dvojnásobek hodnoty (tj. při zvýšení frekvence o oktávu), se zvýší veličina *a* o 6 dB. Proto má směrnice uvažované přímky hodnotu 6 dB na oktávu.

Pro malé hodnoty podílu $\frac{f}{f_\mathrm{m}}$, tj. pro $\frac{f}{f_\mathrm{m}} \in (0;1)$ se uplatní pouze první člen v rozpisu charakteristiky *a*, protože druhý člen bude vzhledem k závislosti na $\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2$ oproti prvnímu velmi malý.

Pro velké hodnoty podílu $\frac{f}{f_\mathrm{m}}$ budou ve vztahu pro logaritmickou amplitudovou frekvenční charakteristiku *a* vystupovat oba uvedené členy. Ve druhém členu ale v tomto případě je konstanta 1 vzhledem k podílu $\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2$ zanedbatelná, takže můžeme tento druhý člen charakteristiky *a* psát v přibližném tvaru $-10\log\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)^2 = -20\log\left(\frac{f}{f_\mathrm{m}}\right)$. Tento člen je tedy pro velké hodnoty podílu $\frac{f}{f_\mathrm{m}}$ přesně opačný, než první člen. Proto bude výsledná charakteristika *a* pro velké frekvence nulová.



Obr. 184



Obr. 185

Z toho, co bylo dosud uvedeno a z uvedených charakteristik je tedy zřejmé, že derivační článek má charakter horní propusti. Propustí tedy pouze signály takové frekvence, jejichž hodnota je vyšší než mezní frekvence daného článku. A tato mezní frekvence závisí na parametrech *R*, *L* a *C* daného článku.

Při malých frekvencích má kondenzátor v CR článku velkou kapacitanci (kapacitní reaktanci), a proto článkem prochází malý proud. V důsledku toho je na rezistoru, který je zapojen na výstupu článku, malé napětí. Článek tedy výrazně zeslabuje vstupní signál. S rostoucí frekvencí se kapacitance kondenzátoru snižuje, roste elektrický proud procházející článkem a roste i výstupní napětí na rezistoru - článek tedy již procházející signál propouští.

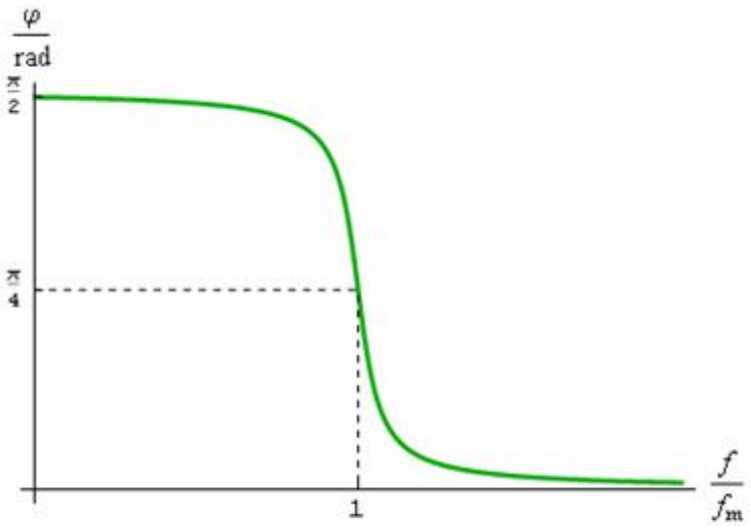
A to je ve shodě s tím, že článek funguje jako horní propust, tj. propouští signály vyšších frekvencí.

RL článek pracuje podobným způsobem. Při malých frekvencích je induktance (induktivní reaktance) cívky na výstupu článku velmi malá, a proto je na cívce velmi malé napětí. Článek tedy výrazně zeslabuje procházející signál. S rostoucí frekvencí roste induktance cívky a tedy roste i výstupní napětí článku (to je napětí měřené na cívce). I tento typ derivačního článku tedy dobře propouští signály vyšších frekvencí.

O odporu rezistoru na vstupu článku jsme v této souvislosti nemluvili - jeho hodnota se v závislosti na frekvenci totiž nemění!

Poslední charakteristikou, kterou můžeme u derivačního článku definovat, je tzv. **fázová charakteristika**. Proto budeme muset najít závislost fáze φ procházejícího signálu na frekvenci. Tato fáze je určena argumentem komplexního čísla, kterým je popsán napěťový přenos článku *A*. Argument komplexního čísla je přitom dán vztahem $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\mathrm{Im}(A)}{\mathrm{Re}(A)}$, kde Im(*A*) značí imaginární část komplexního čísla *A* a Re(*A*) značí jeho reálnou část. V tomto případě pak platí: $\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\frac{f}{f_m}}\right)$.

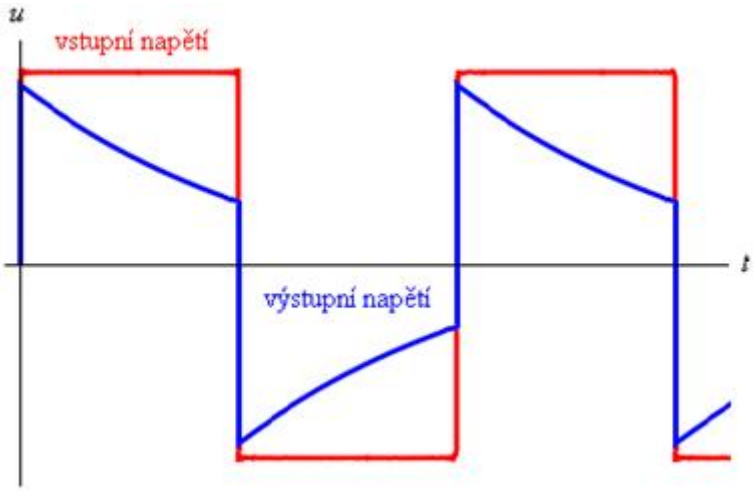
Fázová charakteristika derivačního článku je zobrazená v grafu na obr. 186.



Obr. 186

Časový průběhu vstupního napětí a časový průběh výstupního napětí na derivačním článku je zobrazen na obr. 187. Parametry výstupního napětí (křivost křivky, ...) se mohou měnit, ale principiálně se bude vždy jednat o exponenciální pokles, který bude závislý na úhlové frekvenci ω charakteristické pro tento článek. Klesající část průběhu výstupního napětí odpovídá nabíjení kondenzátoru (resp. růstu magnetického indukčního toku v cívce), rostoucí část průběhu odpovídá vybíjení kondenzátoru (resp. situaci, kdy začíná cívkou procházet indukovaný proud ve shodě s Faradayovým zákonem elektromagnetické indukce a Lenzovým zákonem).

Časová závislost výstupního napětí je ovlivněna také ostatními částmi obvodu: impedance předcházející součástky obvodu, hodnota odporu rezistoru, který připojíme na výstup článku, ...



Obr. 187

Na obr. 187 je zobrazeno vstupní napětí ve formě obdélníkového impulsu. To proto, že v aplikacích, ve kterých se derivační články používají, se většinou signály šíří v podobně napěťového impulsu (např. televizní signál).

© Encyklopedie Fyziky (http://fyzika.jreichl.com); Jaroslav Reichl, Martin Všetička
Licence http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/ zakazuje úpravy a komerční distribuci.