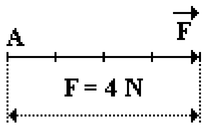
Operace s vektory

Uvažujme například vektor síly $\vec{F}$. Na obr. 2 je znázorněna síla $\vec{F}$ o velikosti 4 N. Tuto skutečnost zapisujeme zápisem: $|\vec{F}| = F = 4\ N$. Velikost každého vektoru je skalár.

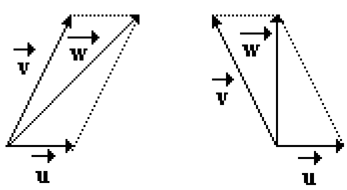
Počáteční bod vektoru (bod *A*) určuje umístění vektoru, přímka procházející počátečním a koncovým bodem se nazývá **vektorová přímka**.



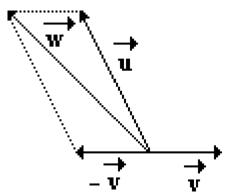
Obr. 2

S vektory lze provádět některé matematické operace:

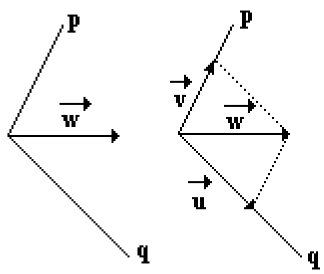
1. násobení vektoru $\vec{v}$ nenulovým reálným číslem *k* (skalárem) - výsledný vektor $k\vec{v}$ je *k* -násobkem původního vektoru $\vec{v}$. Výsledný vektor je rovnoběžný s původním vektorem $\vec{v}$ a má stejný směr jako vektor $\vec{v}$, je-li *k* kladné. Pokud je *k* záporné, je výsledný vektor orientován opačně. Velikost výsledného vektoru je $|k|v = |k|.|\vec{v}| = |k\vec{v}|$.
2. sčítání dvou vektorů - ve fyzice má jisté omezení: sčítat lze jen fyzikální veličiny téhož druhu (např. nelze sčítat sílu a rychlost, ...). Součet dvou různoběžných vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ - vektor $\vec{w}$ - sestrojíme jako úhlopříčku vektorového rovnoběžníku, jehož strany tvoří vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$. Výsledek vektorového sčítání závisí nejen na velikosti jednotlivých vektorů, ale také na jejich směrech, tj. na úhlu, který oba vektory svírají (viz obr. 3). Jsou-li vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ rovnoběžné, stačí např. vektor $\vec{u}$ přenést na vektorovou přímku vektoru $\vec{v}$ tak, aby počáteční bod vektoru $\vec{u}$ byl totožný s koncovým bodem vektoru $\vec{v}$.
3. rozdíl vektorů - platí stejné omezení jako u sčítání vektorů: opět lze odčítat pouze fyzikální veličiny stejného druhu. Rozdíl $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$ různoběžných vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ sestrojíme tak, že k vektoru $\vec{u}$ přičteme vektor opačný k vektoru $\vec{v}$, tj. provedeme operaci $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} + (-1)\vec{v}$ (viz obr. 4). V případě rovnoběžných vektorů se jejich rozdíl provádí analogicky jako jejich součet.
4. rozklad vektoru do dvou daných směrů - operace, která se ve fyzice používá velice často. V tomto případě hledáme dva takové vektory, které leží v daných směrech a jejichž vektorovým součtem dostaneme zadaný vektor. Máme-li např. vektor $\vec{w}$ rozložit do směrů daných polopřímkami *p* a *q*, (viz obr. 5), uvědomíme si, že při sčítání dvou vektorů (dva nalezené vektory musí po sečtení dát vektor $\vec{w}$) využíváme vektorového rovnoběžníku. V tomto případě postupujeme „odzadu“: koncovým bodem vektoru $\vec{w}$ vedeme rovnoběžky s polopřímkami *p*, *q*. Průsečíky sestrojených rovnoběžek s polopřímkami *p* a *q* určují koncové body hledaných vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$. Vektor $\vec{w}$ jsme tedy rozložili na dvě složky $\vec{u}$ a $\vec{v}$, pro něž platí: $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.



Obr. 3



Obr. 4

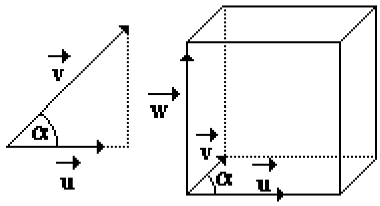


Obr. 5

Ve fyzice se používají ještě další dvě operace s vektory. A to skalární a vektorový součin.

Skalární součin dvou vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ je definován takto: $\vec{u}.\vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$, kde příslušné vektory mají souřadnice $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ a $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$. Skalární součin je možné určit také vztahem $\vec{u}.\vec{v} = |\vec{u}|.|\vec{v}| \cos\alpha$, kde α je úhel, který tyto vektory svírají. Jedná se vlastně o součin velikosti jednoho z vektorů a kolmého průmětu druhého vektoru do směru prvního vektoru (viz obr. 6). Výsledkem skalárního součinu dvou vektorů je tedy číslo. Budou-li vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ nenulové, pak $\vec{u}.\vec{v} = 0$ v případě, že vektory jsou na sebe vzájemně kolmé, $\vec{u}.\vec{v} > 0$ jestliže příslušné vektory svírají ostrý úhel a $\vec{u}.\vec{v} < 0$ v případě, že svírají úhel tupý. Skalární součin lze aplikovat i na dva vektory v rovině.

Vektorový součin dvou vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ (viz obr. 7) $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{w}$ je opět vektor, který je definován takto: $\vec{w} \perp \vec{u} \wedge \vec{w} \perp \vec{v}$, velikost $|\vec{w}|$ vektoru $\vec{w}$ je číselně rovna obsahu rovnoběžníku určeného vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$, tj. $|\vec{w}| = |\vec{u}|.|\vec{v}| \sin\alpha$ (α je úhel, který svírají vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$) a $\vec{w}$ je orientován vůči rovině vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$ podle pravidla pravé ruky. Souřadnice vektoru $\vec{w}$ jsou: $\vec{w} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1)$, kde $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ a $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$. Platí-li: $\vec{v} = k\vec{u}, k \in \mathbb{R} - \{0\}$, pak $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = \vec{u} \times k\vec{u} = 0$. Další podstatnou vlastností je $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$, tj. uvedená operace mezi vektory není komutativní. Vektorový součin je definován pouze pro dva vektory ze 3D prostoru.



Obr. 6 Obr. 7