Pappovy věty

Ve čtvrtém století našeho letopočtu žil **PAPPOS ALEXANDRIJSKÝ**, který sepsal obsáhlé *Dějiny matematiky* (*Mathematikai synagogai*). Jedná se o důležitý pramen historie matematiky obsahující výňatky ze ztracených matematických spisů. Jejich osmá kniha je věnována mechanice. V díle také uvádí Apolloniovu úlohu.

V tomto díle také přichází s novou konstrukcí dvanáctistěnu a dvacetistěnu a s porovnáním objemů platónských těles, v nichž je obsažen zlatý řez.

Zobecnil Pythagorovu větu na obecný trojúhelník a odvodil věty, pomocí nichž lze počítat objem a povrch těles vznikajících rotací určité křivky nebo obrazce podél pevné osy.

První Pappova věta svazuje objem rotačního tělesa s plochou obrazce, jehož rotací dané rotační těleso vzniká:

OBJEM ROTAČNÍHO TĚLESA JE ROVEN OBJEMU HRANOLU, JEHOŽ PODSTAVA MÁ STEJNÝ OBSAH JAKO JE OBSAH ROTUJÍCÍHO OBRAZCE A JEHOŽ VÝŠKA JE ROVNA DÉLCE KRUŽNICE O POLOMĚRU ROVNÉM VZDÁLENOSTI TĚŽIŠTĚ ROTUJÍCÍHO OBRAZCE OD OSY ROTACE. JE-LI PLOCHA ROTUJÍCÍHO OBRAZCE S A VZDÁLENOST JEHO TĚŽIŠTĚ OD OSY OTÁČENÍ JE y_T, PAK OBJEM VZNIKLÉHO ROTAČNÍHO TĚLESA JE $V = 2\pi y_T S$.

Druhá Pappova věta svazuje obsah plochy rotačního tělesa s obvodem obrazce, jehož rotací dané rotační těleso vzniklo:

PLOCHA ROTAČNÍHO TĚLESA JE ROVNA OBSAHU OBDÉLNÍKA, JEHOŽ JEDNA STRANA JE ROVNA OBVODU ROTUJÍCÍHO OBRAZCE A DRUHÁ JEHO STRANA JE ROVNA DÉLCE KRUŽNICE O POLOMĚRU ROVNÉM VZDÁLENOSTI TĚŽIŠTĚ ROTUJÍCÍHO OBRAZCE OD OSY ROTACE. JE-LI TEDY OBVOD ROTUJÍCÍHO OBRAZCE l A VZDÁLENOST TĚŽIŠTĚ ROTUJÍCÍHO OBRAZCE OD OSY OTÁČENÍ y_T, PAK PLOCHA ROTUJÍCÍHO TĚLESA MÁ OBSAH $S = 2\pi y_T l$.

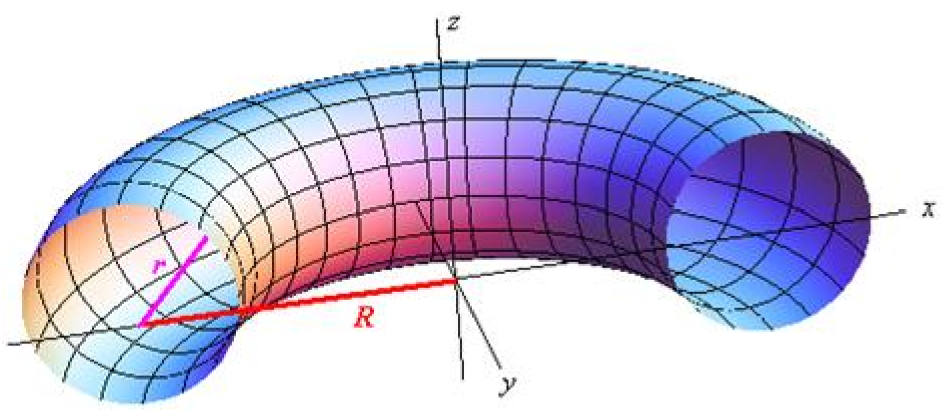
Je nutné si uvědomit, že rotující těleso nemusí mít podstavu - viz např. anuloid.

Druhá Pappova věta je vlastně o dimenzi níže než první Pappova věta: místo objemu definuje obsah, místo obsahu rotujícího obrazce k tomu používá jeho obvod.

Objem rotačního tělesa tedy určíme tak, že vynásobíme plochu rotujícího obrazce dráhou, kterou při rotaci opíše těžiště tohoto obrazce. Povrch rotačního tělesa určíme tak, že vynásobíme obvod rotujícího obrazce dráhou, kterou při rotaci opíše těžiště rotujícího obrazce.

Na obr. 81 je zobrazen rotační anuloid, těleso, které vznikne rotací kruhu o poloměru *r* kolem osy *z* ležící v rovině kruhu ve vzdálenosti *R* od středu kruhu.

Anuloidem je tedy např. nafouknutá pneumatika do kol automobilů, gumový kroužek sloužící k posilování prstů a zápěstí (používají horolezci nebo veslaři), ...



Obr. 81

Objem anuloidu a povrchu anuloidu je možné určit pomocí integrálního počtu, ale s využitím

Pappových vět to je výrazně jednodušší. Pro určení objemu je nutné znát obsah rotujícího obrazce (tím je kruh o poloměru *r*) a vzdálenost těžiště rotujícího obrazce (těžiště homogenního kruhu je v jeho středu) od osy rotace (tou je osa *z*). Ve shodě s první Pappovou větou tedy můžeme psát $V = 2\pi y_T S$. Do tohoto vztahu nyní dosadíme a dostaneme: $V = 2\pi R.\pi r^2 = 2\pi^2 r^2 R$. Objem rotačního anuloidu je tedy roven $V = 2\pi^2 r^2 R$.

Analogicky můžeme (s využitím druhé Pappovy věty) pro povrch rotačního anuloidu psát $S = 2\pi y_T l$. Po dosazení vzdálenosti těžiště rotujícího obrazce od osy rotace a délky *l* rotačního obrazce dostáváme: $S = 2\pi R 2\pi r = 4\pi^2 r R$. Povrch daného rotačního anuloidu tedy je roven $S = 4\pi^2 r R$.

Tyto věty jsou také často nazývány Guldinovy věty nebo Pappos - Guldinovy věty.

Pappos se též věnoval teorií jednoduchých strojů a komentoval dílo Klaudia Ptolemaia.
