Důkaz Pythagorovy věty

Jedním ze základních poznatků matematiky je i Pythagorova věta. Tu znali patrně již staří Egypťané, kteří na základě trojúhelníka o stranách délky 3 jednotky, 4 jednotky a 5 jednotek vyměřovali pravé úhly. Formální důkaz platnosti této důležité věty provedli až pythagorejci.

Trojúhelník o stranách délky 3, 4 a 5 je pravoúhlý, neboť jeho strany splňují Pythagorovu větu.

Důkazů Pythagorovy věty existuje celá řada - ať už to jsou geometrické důkazy nebo algebraické důkazy.

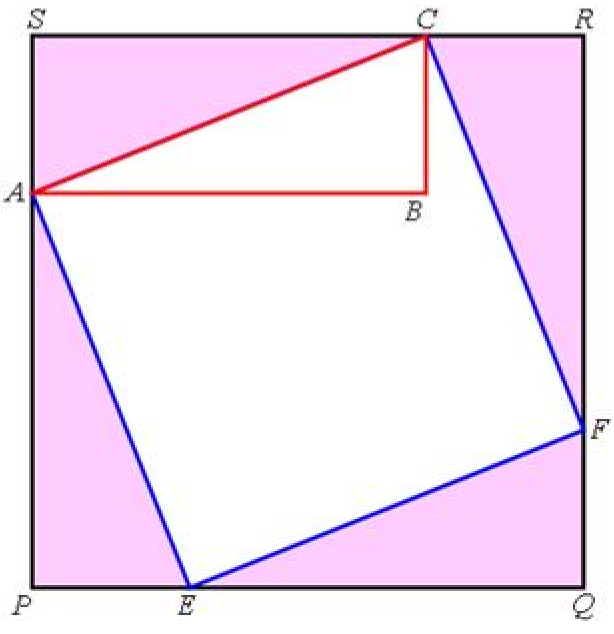
Geometrický důkaz je důkaz, který je založen na práci s geometrickými objekty (čtverce, obdélníky, jejich obsahy, ...) a na „obrázcích“. Algebraický důkaz je veden pomocí úprav algebraických výrazů.

Jedním z důkazů je důkaz, který lze postupně sledovat na obr. 9 a obr. 10. Na obou obrázcích je zobrazen ve čtverci *PQRS* pravoúhlý trojúhelník *ABC*. A právě tento pravoúhlý trojúhelník je ten, pro který se budeme snažit dokázat platnost Pythagorovy věty.

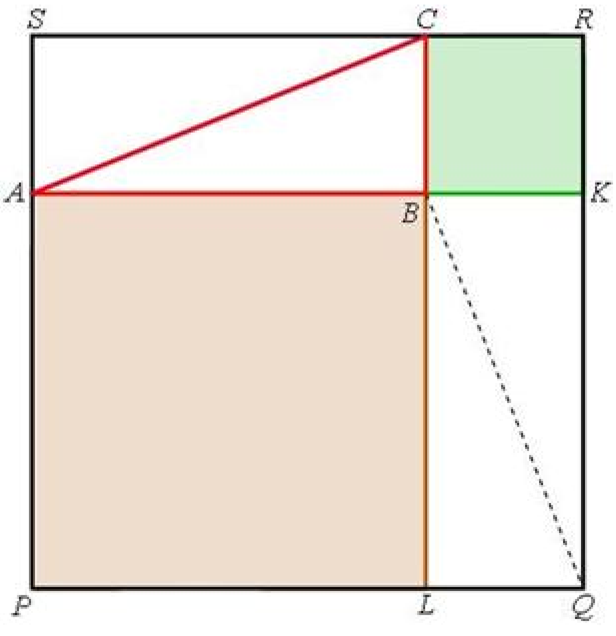
Na obr. 9 je dále sestrojen čtverec *AEFC*, který je sestrojen nad přeponou pravoúhlého trojúhelníka *ABC*, tj. jedna strana tohoto čtverce je shodná s přeponou tohoto trojúhelníka.

Většinou se čtverec sestrojuje tak, že je „mimo“ trojúhelník, ale v tomto případě se sestrojen „přes“ trojúhelník. Důvody této volby budou zřejmé.

Z obr. 9 vyplývá, že čtverec *AEFC* můžeme doplnit čtyřmi shodnými pravoúhlými trojúhelníky *APE*, *EQF*, *FRC* a *CSA* na čtverec *PQRS*. Přitom tyto trojúhelníky jsou shodné i s trojúhelníkem *ABC*.



Obr. 9



Obr. 10

Na obr. 10 je zobrazen tentýž čtverec *PQRS* a tentýž pravoúhlý trojúhelník *ABC*. Nad odvěsnami *AB* a *BC* tohoto trojúhelníka jsou sestrojeny čtverce *PLBA* a *BKRC*. Tyto dva čtverce můžeme doplnit čtyřmi shodnými pravoúhlými trojúhelníky *ABC*, *CSA*, *BLQ* a *QKB* na čtverec *PQRS*. Vzhledem k tomu, že trojúhelníky *ABC*, *CSA*, *BLQ* a *QKB* jsou shodné s trojúhelníky *APE*, *EQF*, *FRC* a *CSA*, kterými jsme doplnili čtverec *AEFC* rovněž na čtverec *PQRS*, musí mít čtverec *AEFC* stejný obsah jako je součet obsahů čtverců *PLBA* a *BKRC*. Jinými slovy: Obsah čtverce sestrojeného nad přeponou pravoúhelného trojúhelníka *ABC* je roven součtu obsahů čtverců sestrojených nad oběma odvěsnami tohoto trojúhelníka.

A to je znění Pythagorovy věty, která byla tímto dokázána.