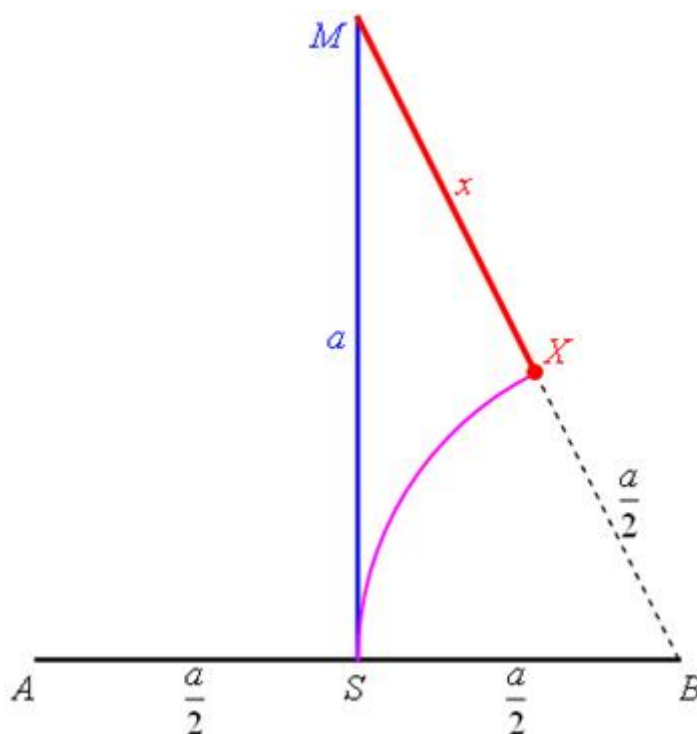


## Geometrická konstrukce zlatého řezu

Zkonstruovat [zlatý řez](#) ve shodě s [geometrickým řešením](#) úloh [řecké matematiky](#) je možné třemi postupy. První konstrukce je zobrazena na obr. 26.

1. Sestrojíme úsečku  $AB$  délky  $a$ .
2. Najdeme její střed  $S$ .
3. V bodě  $S$  sestrojíme k úsečce  $AB$  kolmici  $SM$  délky  $a$ .
4. Z bodu  $B$  opišeme kružnici s poloměrem rovným polovině délky úsečky  $AB$  (tj. délce úsečky  $AS$ ).
5. Na průsečíku této [kružnice](#) a úsečky  $MB$  vznikne bod  $X$ .
6. [Poměr](#) délek úseček  $MX$  a  $AB$  je roven zlatému řezu.

Zdůvodnění tohoto postupu vyplývá z [geometrického řešení rovnic](#).

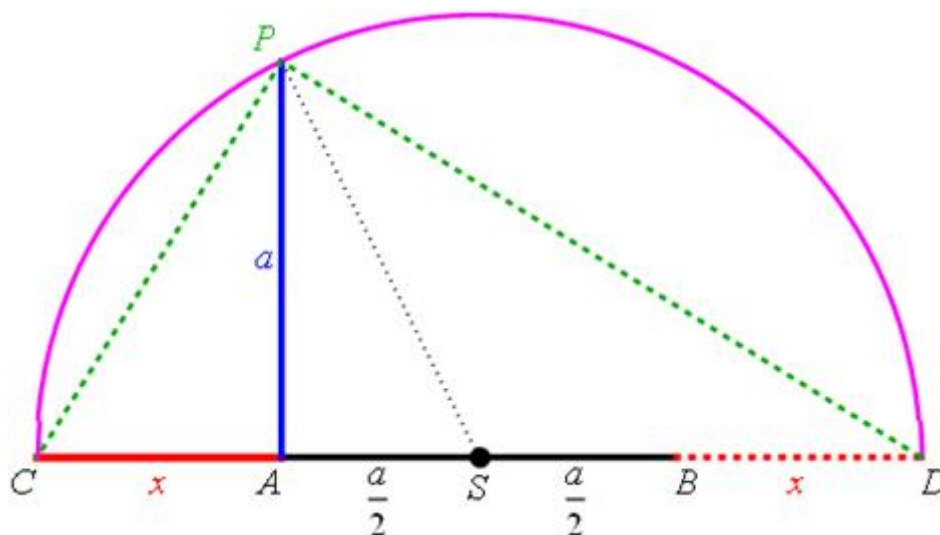


Obr. 26

Druhá konstrukce zlatého řezu vyplývá z [Eukleidovy věty](#) o výšce. Rovnici (12) přepíšeme do tvaru  $x(a+x) = a^2$  a porovnáme ji s matematickým vyjádřením Eukleidovy věty o výšce. Zjistíme, že stačí uvažovat pravoúhlý trojúhelník s odvěsnou délky  $x+(a+x) = a+2x$  a s výškou k této přeponě o délce  $a$  (viz obr. 27). Samotnou konstrukci provedeme v těchto krocích:

1. Sestrojíme úsečku  $AB$  délky  $a$ .
2. Najdeme její střed  $S$ .
3. V bodě  $A$  sestrojíme k úsečce  $AB$  kolmici  $AP$  délky  $a$ .
4. Sestrojíme kružnici se středem  $S$  a poloměrem délky  $SP$ .
5. Tato kružnice protne přímku  $AB$  v bodech  $C$  a  $D$ .
6. Poměr délek úseček  $AC$  a  $AB$  je roven zlatému řezu.

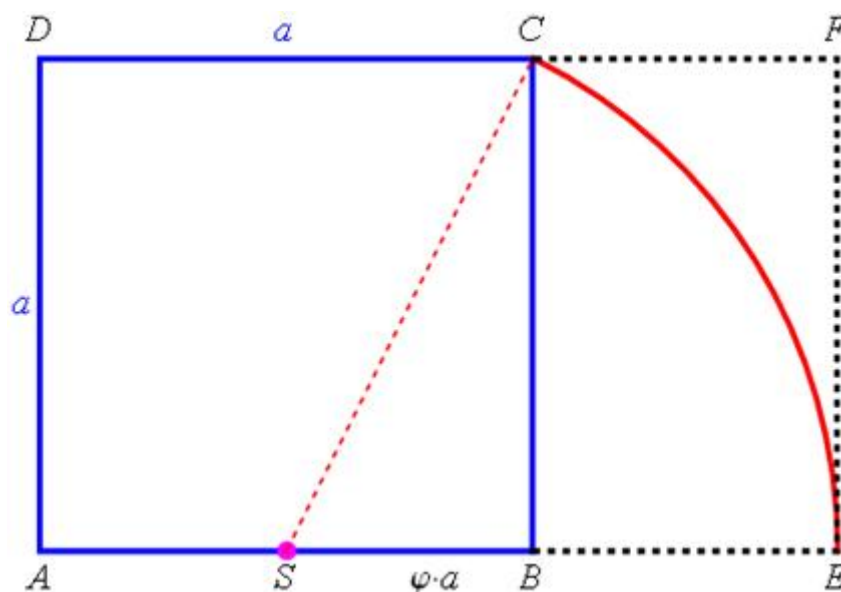
Vzhledem k tomu, že body  $C$  a  $D$  tvoří průměr sestrojené kružnice, je tato kružnice [Thaletovou](#) kružnicí. Proto je podle [Thaletovy věty](#) trojúhelník  $CDP$  pravoúhlý. Jeho výška  $AP$  na přeponu  $CD$  dělí tuto přeponu na dva úseky: úsek  $CA$  délky  $x$  a úsek  $AD$  délky  $a+x$ . Eukleidovu větu o výšce pro trojúhelník  $CDP$  můžeme proto psát ve tvaru  $x(a+x) = a^2$ ; a to je vztah, který jsme získali úpravou rovnice (12) definující zlatý řez.



Obr. 27

Třetí konstrukce zlatého řezu je patrně nejjednodušší a můžeme jí sledovat podle obr. 28:

1. Sestrojíme čtverec  $ABCD$  o straně délky  $a$ .
2. Najdeme střed  $S$  úsečky  $AB$ .
3. Z bodu  $S$  opišeme kružnici o poloměru rovném délce úsečky  $SC$ .
4. Průsečík této kružnice a polopřímky  $AB$  je bod  $E$ .
5. Z bodu  $E$  vztyčíme kolmici o délce  $a$  k polopřímce  $AB$ . Tak získáme bod  $F$ .
6. Délka úsečky  $AE$  je rovna  $\varphi a$ , tj. je  $\varphi$  krát delší, než je délka strany čtverce  $ABCD$ .



Obr. 28

Zdůvodnění výše uvedené konstrukce vyplývá z [Pythagorovy věty](#) aplikované na trojúhelník  $SBC$ . Pro délku úsečky  $SC$  (tj. pro poloměr kružnice sestavené z bodu  $S$ ) postupně dostáváme:

$$|SC| = \sqrt{|SB|^2 + |BC|^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{\frac{5}{4}a^2} = \frac{a}{2}\sqrt{5}. \text{ Uvědomíme-li si, že délky úseček } SC \text{ a } SE \text{ jsou navzájem}$$

stejně, pak pro délku úsečky  $AE$  můžeme psát:  $|AE| = |AS| + |SE| = |AS| + |SC| = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}a$ .

S využitím vztahu (14) tedy můžeme psát  $|AE| = \frac{1+\sqrt{5}}{2}a = \varphi a$ .

Je tedy zřejmé, že délky stran obdélníka  $AEDF$  jsou v poměru  $\varphi a : a = \varphi : 1$ . Délky stran obdélníka

*BEFC* jsou v poměru  $a : (\varphi a - a) = 1 : (\varphi - 1) = 1 : \frac{1}{\varphi} = \varphi : 1$ , přičemž předposlední krok v rovnosti poměrů byl učiněn na základě [číselné vlastnosti zlatého řezu](#) popsané vztahem (15). Oba tyto obdélníky jsou proto tzv. [zlaté obdélníky](#).

---

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.