Zlatý obdélník a logaritmická spirála

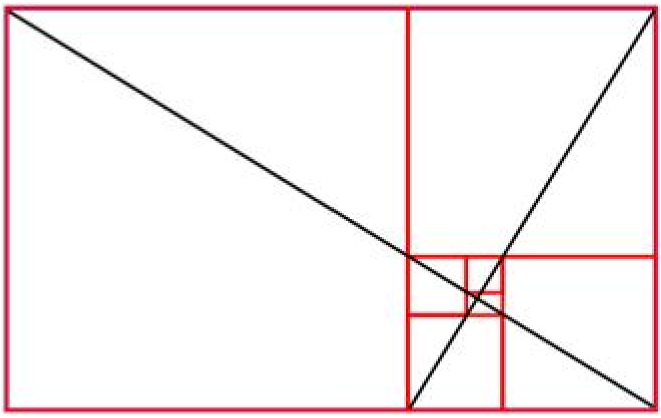
Další zajímavostí související se zlatým řezem je tzv. **zlatý obdélník**.

ZLATÝ OBDÉLNÍK JE OBDÉLNÍK, U KTERÉHO JE POMĚR JEHO DÉLKY K ŠÍŘCE ROVEN ZLATÉMU ŘEZU.

Oddělíme-li od tohoto obdélníku čtverec (viz obr. 34), získáme obdélník, který je také zlatý. Poměr rozměrů mateřského obdélníka a dceřiného obdélníka je přitom roven zlatému řezu. Budeme-li ze získaných obdélníků oddělovat čtverce dále, budeme získat opět zlaté obdélníky. Rozměry dceřiného obdélníka budou vždy oproti rozměrům předchozího (mateřského) obdélníka menší φ krát.

To tedy znamená, že kdybychom se na obdélníky dívaly lupou nebo potom mikroskopem, budeme vidět pořád stejný obrázek - všechny zlaté obdélníky jsou si navzájem podobné, a proto se budou jevit stejné ve velkých měřítkách i v malých.

Zlatý obdélník je přitom pro lidské oko nejpříznivější a lidé takový obdélník ze všech možných jiných obdélníků (tj. obdélníků s různým poměrem jeho stran) preferují nejvíce.



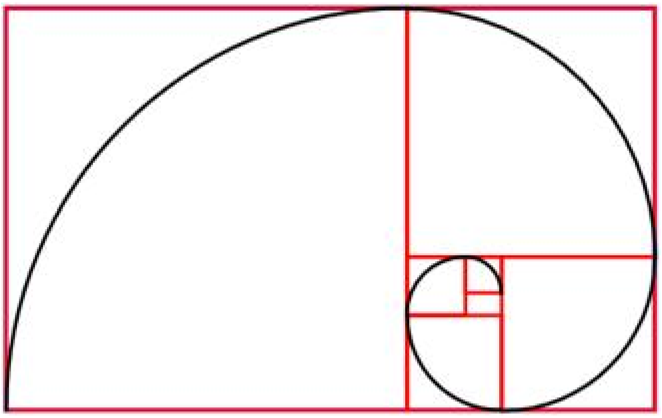
Obr. 35

Zlatý obdélník je přitom jediný obdélník, ze kterého po oddělení největšího možného čtverce vzniká obdélník podobný původnímu obdélníku. Narýsujeme-li do libovolného páru mateřského obdélníku a dceřiného obdélníku dvě úhlopříčky podle obr. 34, budou se všechny tyto úhlopříčky protínat v jednom bodě. Série zmenšujících se obdélníků přitom konverguje právě do tohoto bodu.

Americký matematik Clifford Alan Pickover žijící ve druhé polovině 20. století navrhl vzhledem k „božským“ vlastnostem zlatého řezu, aby se výše zmíněný bod nazýval ***boží oko***.

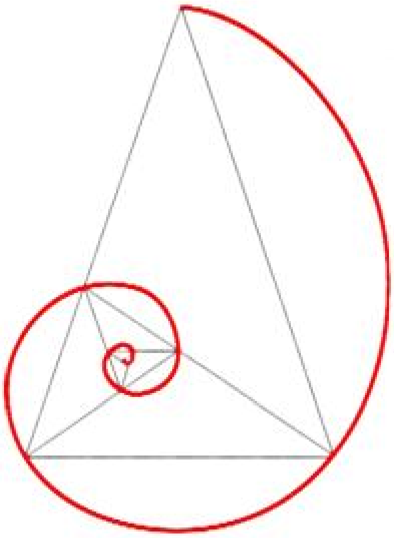
Spojíme-li po sobě následující body, ve kterých rotující čtverce oddělované od zlatého obdélníka dělí jeho delší stranu ve zlatém řezu, získáme **logaritmickou spirálu** (viz obr. 35). Tato spirála se zavírá dovnitř směrem k pólu, kterým je boží oko.

Logaritmická spirála je matematická křivka, která je popsána v polárních souřadnicích rovnicí $r = a \cdot e^{k \cdot \varphi}$, kde $\varphi \in \mathbb{R}$, $a > 0$ a $k > 0$.



Obr. 36

Stejnou spirálu je možné získat i ze zlatého trojúhelníka. Stačí spojit vrcholy nad základnami dvou po sobě jdoucích zmenšujících se rotujících zlatých trojúhelníků (viz obr. 36).

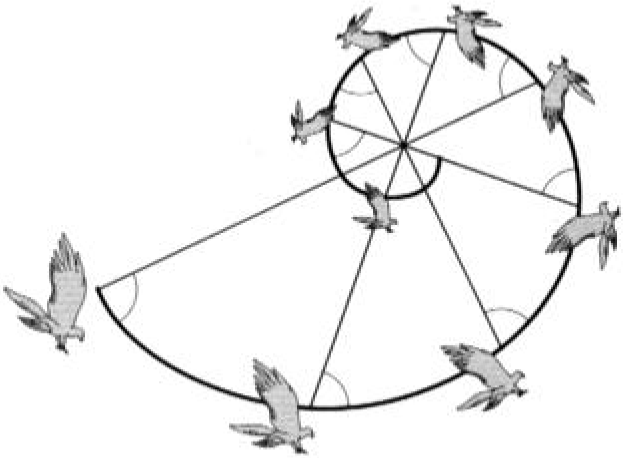


Obr. 37

Logaritmická spirála se také nazývá **ekviangulární spirála** (**rovnoúhlá spirála**). Toto pojmenování použil v roce 1638 francouzský matematik René Descartes. Tento název odráží další vlastnost logaritmické spirály: spojnice pólu spirály a libovolného jejího bodu protne spirálu vždy pod stejným úhlem.

Uvedenou vlastnost logaritmické spirály využívají v praxi například sokoli při útoku na svojí kořist. Sokoli patří mezi jedny z nejrychlejších ptáků žijících na Zemi a na vyhlédnutou kořist slétávají rychlostí o velikosti až $300\,\mathrm{km h^{-1}}$. Vědci dlouhá léta přemýšleli, proč nelétají střemhlav, když by se mohli pohybovat ještě rychleji. Pak si ale uvědomili, že sokoli mají oči po stranách hlavy. Kdyby se na kořist vrhali střemhlav a přitom chtěli stále svůj cíl sledovat, museli by mít hlavu natočenou přibližně o $40°$ na jednu nebo na druhou stranu. A experimenty v aerodynamickém tunelu ukázaly, že by toto natáčení hlavy sokoly výrazně zpomalovalo. Proto sokoli drží hlavu zpříma a pohybují se po logaritmické spirále (viz obr. 37). Rovnoúhlá vlastnost této spirály jim tak umožňuje stále sledovat svojí kořist a to při maximální možné velikosti rychlosti.

Dalším praktickým využitím logaritmické spirály jsou spirální ramena galaxií, které se stáčejí také podle této křivky.



Obr. 38