Číselné zajímavosti Fibonacciho posloupnosti

Členy Fibonacciho posloupnosti mají některé zvláštní číselné vlastnosti.

První z nich je skutečnost, že součet libovolných deseti po sobě jedoucích členů této posloupnosti je dělitelný jedenácti. A navíc platí, že tento součet libovolných deseti po sobě jdoucích členů Fibonacciho posloupnosti je roven 11násobku sedmého z těchto vybraných čísel.

Např. součet prvních jedenácti členů Fibonacciho posloupnosti (tj. součet čísel 1, 1, 2, 3 , 5, 8, 13, 21, 34 a 55) je roven 143. Vydělíme-li číslo 143 jedenácti, získáme 13, což je sedmý člen z uvedených členů posloupnosti.

Další vlastnost objevil v roce 1774 v Itálii narozený francouzský matematik Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813). Ten zjistil, že číslice na pozici jednotek v členech Fibonacciho posloupnosti, se opakují s periodicitou 60 míst.

Tj. první číslo Fibonacciho posloupnosti je 1. Číslo 61. v pořadí končí též jedničkou (řád jednotek je jedna), číslo na 121. pozici také, … Analogicky např. pro čtvrté číslo: tím je trojka a trojkou končí čísla na pozici 64, 124, 184, …

Stejná číslice na místě jednotek se může vyskytnout i u čísel na některé jiné pozici, než právě o 60 míst dále, ale na pozicích lišících se o 60 jsou číslice na místě jednotek stejné určitě.

Čísla končící na stejné dvojčíslí (01, 02, 03, 05, 08, 13, …) se opakují s periodou 300, čísla mající stejné poslední 3 číslice se opakují s periodou 1500.

V roce 1963 americký matematik Stephen P. Geller s pomocí počítače IBM 1620 zjistil, že poslední čtyři číslice se v zápisu členů Fibonacciho posloupnosti opakují s periodou 15000, posledních pět číslic se opakuje v jejich zápise s periodou 150000 a posledních šest číslic s periodou 1500000. Geller si myslel, že neexistuje žádný obecný postup, jak najít další periody (pro opakování posledních sedmi, osmi, … číslic). Ovšem krátce poté dokázal izraelský matematik Dov Jarden, že jakýkoliv počet *n* (*n* > 3) posledních číslic členů Fibonacciho posloupnosti se opakuje s periodou rovnou $15 \cdot 10^{n-1}$.

Posledních sedm číslic se tedy v zápise členů Fibonacciho posloupnosti opakuje s periodou 15000000.

Další vlastnost členů Fibonacciho posloupnosti je velmi pozoruhodná. Nejdříve vytvoříme tato čísla

0,01
0,001
0,0002
0,00003
0,000005
0,0000008
0,00000013
0,000000021
…

Jinými slovy vytvoříme posloupnost, ve které je číslice stojící na místě jednotek daného členu Fibonacciho posloupnosti postupně na druhém, třetím, čtvrtém, … desetinném místě.

Sečteme-li nyní všechna tato čísla, získáme zlomek $\frac{1}{89}$.

Platí tedy:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 10^{-n-1} F_n = \frac{1}{89}\,. \qquad (8)$$

Americký matematik a fyzik Clifford Alan Pickover nazývá čísla se vztahem k 666 „apokalyptická čísla“. Zjistil, že 666 číslic má 3184-tý člen Fibonacciho posloupnosti.
