Pohyb hmotného bodu po kružnici

Pohyb po kružnici je nejjednodušším příkladem křivočarého pohybu.

V praxi se s ním setkáváme velice často: rotující kulička na provázku, kolotoč, brusný kotouč, pohyb CD v mechanice přehrávače (resp. počítače), pohyb Země kolem vlastní osy i oběh kolem Slunce, ...

Poloha hmotného bodu na kružnici je určena **průvodičem**, jehož velikost je rovna poloměru *r* kružnice, po níž se daný hmotný bod pohybuje. Přejde-li hmotný bod z bodu *A* do bodu *B*, opíše průvodič úhel φ (někdy se mu říká úhlová dráha). Jednotkou úhlové dráhy je radián, $[\varphi] = \mathrm{rad}$.

Rad je zkratka za radián - jednotka rovinného úhlu. Ačkoliv se v praxi používají mnohem častěji úhly, ve fyzice se dává přednost radiánům (lépe vyhovuje jednotka, ...). Převody mezi radiány (tzv. míra oblouková) a stupni (tzv. míra stupňová) lze provádět pomocí trojčlenky, jejímž základem je fakt, že $2\pi\ \mathrm{rad} \approx 360°$ (ve vztahu není rovnost!!!).

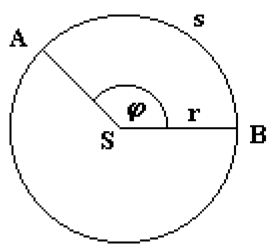
Hmotný bod při přechodu z bodu *A* do bodu *B* urazí dráhu *s* rovnající se délce oblouku *AB*. Pro velikost délky oblouku *s* platí: $s = r\varphi$.

Tento vztah je podobný vztahu pro obvod kružnice $o = 2\pi r$. 2π je ten úhel, který musíme po kružnici opsat, abychom ji oběhli celou, a r je její poloměr. Zajímá-li nás jen část obvodu kružnice, nebude ve vztahu vystupovat plný úhel 2π, ale jen jeho část - např. φ.

ÚHLOVÁ RYCHLOST SE DEFINUJE JAKO PODÍL VELIKOSTI ÚHLU $\Delta\varphi$, KTERÝ OPÍŠE POLOHOVÝ VEKTOR ZA DOBU Δt, A TÉTO DOBY: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. JEDNOTKOU ÚHLOVÉ RYCHLOSTI JE RADIÁN ZA SEKUNDU: $[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$.

Při výpočtech se dosazuje „jen“ $[\omega] = \mathrm{s^{-1}}$.

Úhlová rychlost je vektorová fyzikální veličina. Její vektor je kolmý k rovině kružnice, po níž obíhá hmotný bod rychlostí $\vec{v}$, a umísťujeme ho do středu kružnice. Jeho směr určíme podle pravidla pravé ruky: Položíme-li prsty ke kružnici tak, aby prsty ukazovaly směr vektoru rychlosti $\vec{v}$, pak vztyčený palec ukazuje směr vektoru úhlové rychlosti $\vec{\omega}$. Při rovnoměrném pohybu po kružnici se zachovává velikost i směr úhlové rychlosti $\vec{\omega}$. Dále v tomto textu budeme hovořit vždy jen o velikosti úhlové rychlosti ω.



Obr. 35

Je-li $\omega = konst$ jedná se o **rovnoměrný** pohyb po kružnici:

HMOTNÝ BOD KONÁ ROVNOMĚRNÝ POHYB PO KRUŽNICI, JESTLIŽE VE STEJNÝCH A LIBOVOLNĚ MALÝCH ČASOVÝCH INTERVALECH OPÍŠE JEHO PRŮVODIČ STEJNÉ ÚHLOVÉ DRÁHY φ.

Rovnoměrný pohyb po kružnici je pohyb periodický. Plný úhel $\varphi = 2\pi$ opíše hmotný bod vždy za stejnou dobu - oběžnou dobu (periodu) *T*.

PERIODA JE DOBA, ZA KTEROU HMOTNÝ BOD POHYBUJÍCÍ SE PO KRUŽNICI, VYKONÁ PRÁVĚ JEDNU OTÁČKU.

Dosadíme-li periodu do vztahu pro definici úhlové rychlosti, dostaneme $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$. Místo periody můžeme pohyb po kružnici charakterizovat frekvencí *f*.

FREKVENCE U POHYBU HMOTNÉHO BODU PO KRUŽNICI UDÁVÁ POČET OTÁČEK ZA JEDNOTKU ČASU (VĚTŠINOU ZA SEKUNDU).

Mezi frekvencí *f* a periodou *T* platí vztah $f = \frac{1}{T}$. Jednotkou frekvence je s^{-1}. Lze též použít jednotku hertz, přičemž platí: $1\,s^{-1} = 1\,\mathrm{Hz}$. Úhlovou rychlost lze také vyjádřit pomocí frekvence *f*: $\omega = 2\pi f$.

Velikost rychlosti lze určit pomocí vztahu $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r\Delta\varphi}{\Delta t} = r\omega$. Velikost rychlosti je tedy přímo úměrná poloměru kružnice. Největší rychlostí se pohybují body na obvodu kola, nejmenší (nulovou) pak body na ose otáčení. Jedná-li se o rovnoměrný pohyb po kružnici, je velikost rychlosti v dané vzdálenosti od osy otáčení stále stejná (konstantní). Vektor rychlosti má v každém bodě kruhové trajektorie směr tečně ke kružnici v daném bodě.

Experimentální ověření faktu, že body vzdálenější od osy rotace se pohybují rychlostí o větší velikosti, lze provést pomocí deštníku s pestrým vzorem. Otevřete deštník, roztočte jej kolem osy, která je totožná s holí deštníku, a pozorujte vzor. V blízkosti osy otáčení vzor relativně dobře rozeznáte, zatímco na obvodu bude vzor nerozeznatelný díky velké rychlosti. Přitom všechny body na deštníku mají stejnou úhlovou rychlost!

Vzhledem k tomu, že nás bude zajímat většinou rychlost na obvodu kola, disku, … říká se této rychlosti **obvodová rychlost**.

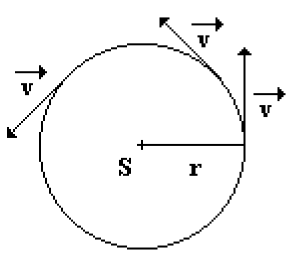
Při rovnoměrném pohybu po kružnici se tedy nemění velikost rychlosti hmotného bodu, ale mění se její směr. Z toho vyplývá, že tečné zrychlení hmotného bodu při pohybu po kružnici je nulové, zatímco normálové zrychlení nulové není (mění se směr rychlosti).

Změna vektoru rychlosti je $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ (viz obr. 37). Vektory $\vec{v}_1$ a $\vec{v}_2$ svírají úhel $\Delta\varphi$, který svírá průvodič v bodě *A* a v bodě *B*.

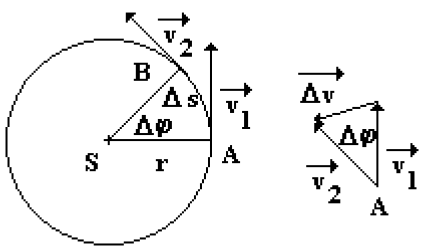
Vektor rychlosti je kolmý na průvodič. Svírají-li tedy průvodiče dvou bodů na kružnici určitý úhel, musí tentýž úhel svírat i vektory rychlosti sestrojené v uvažovaných bodech.

Je-li úhel $\Delta\varphi$ malý (tj. pokud je možné nahradit oblouk Δs úsečkou), lze na základě podobnosti trojúhelníků psát: $\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v}{r}$, tedy $\Delta v = \frac{\Delta s}{r} . v$.

Velikost zrychlení pak určíme ze vztahu $a_d = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} . \frac{v}{r} = \frac{v^2}{r}$. Pro malý úhel $\Delta\varphi$ je změna rychlosti $\Delta\vec{v}$ kolmá k rychlosti $\vec{v}$. Zrychlení má směr změny rychlosti, je tedy také kolmé k okamžité rychlosti. U rovnoměrného pohybu po kružnici je tedy celkové zrychlení shodné s normálovým (dostředivým) zrychlením.



Obr. 36



Obr. 37

Je dobré si namalovat vlastní obrázek a zkusit si narýsovat vektor $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Splníte-li podmínky popsané při odvozování (hlavně malý úhel $\Delta\varphi$), měl by mířit vektor $\Delta\vec{v}$ (přibližně) do středu kružnice. Splnění podmínek lze dosáhnout tak, že zvolíte kružnici s relativně velkým poloměrem a body, v nichž budete konstruovat vektory okamžité rychlosti, zvolíte blízko u sebe. Čím blíže, tím spíše bude vektor $\Delta\vec{v}$ mířit do středu kružnice.