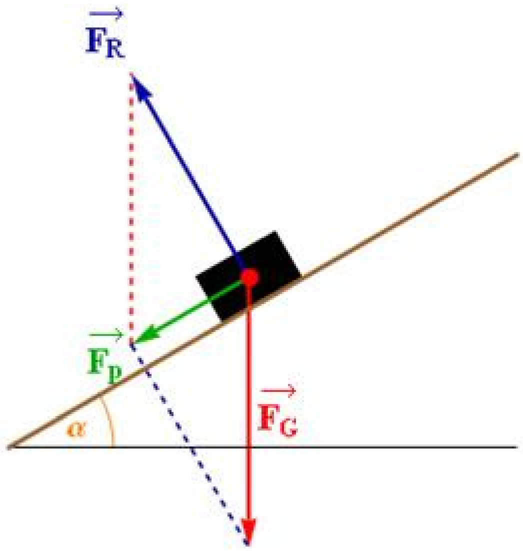
Těleso na nakloněné rovině

V řadě praktických situací se můžeme setkat s aplikací nakloněné roviny, a proto je nutné správně popsat síly, které na těleso na nakloněné rovině působí.

V praxi lze nakloněnou rovinu použít např. při zvedání těles do schodů (na schody stačí položit prkno vhodných rozměrů), jako nakloněnou rovinu lze popsat i šroub, ...

Uvažujme nakloněnou rovinu svírající s vodorovnou rovinou α umístěnou v homogenním tíhovém poli. Na těleso na této nakloněné rovině tedy působí tíhová síla $\vec{F_G}$ (viz obr. 46). Na totéž těleso působí i síla této roviny $\vec{F_R}$; tato síla je kolmá na nakloněnou rovinu.

Tíhovou silou působí na těleso Země, reakční silou působí na toto těleso nakloněná rovina.



Obr. 46

Pokud nebudeme uvažovat třecí síly a odporové síly vzduchu, pak na uvažované těleso žádné jiné síly nepůsobí. Výslednicí tíhové síly a síly roviny je síla $\vec{F_p}$ způsobující pohyb tělesa; její směr je rovnoběžný s nakloněnou rovinou. Platí tedy vztah

$$\vec{F_p} = \vec{F_G} + \vec{F_R} \,. \tag{1}$$

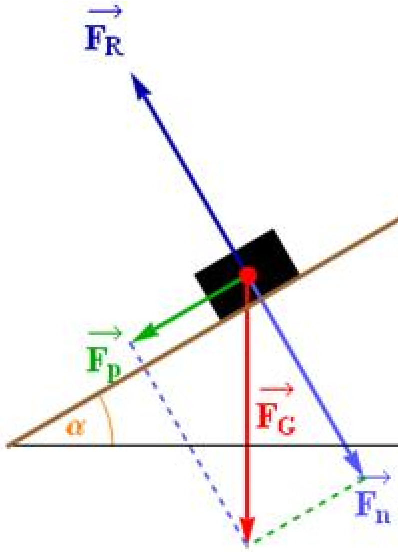
Síla roviny, kterou na těleso působí nakloněná rovina, je právě tak velká, že výslednice má uvedený směr. Skutečnost, že nakloněná rovina „pozná", jak velkou silou má na těleso působit je dána deformací nakloněné roviny a jejím sklonem.

Jiný postup, jak získat pohybovou sílu $\vec{F_p}$, která uvádí těleso na nakloněné rovině do pohybu, spočívá v rozkladu tíhové síly $\vec{F_G}$ na dvě navzájem kolmé složky. Tento postup je ale méně fyzikálně názorný, než postup uvedený výše, ve kterém jsou popsány všechny síly působící na dané těleso.

Přesto postup spočívající v rozkladu tíhové síly ukážeme; tíhovou sílu lze rozložit na dvě navzájem kolmé složky (viz obr. 47):

1. na normálovou sílu $\vec{F_n}$, která je vždy kolmá k podložce;
2. na pohybovou sílu (pohybovou složku tíhové síly) $\vec{F_p}$, která je rovnoběžná s nakloněnou rovinou.

Rozklad na dvě kolmé složky je vždy nejjednodušší jak z fyzikálního hlediska, tak z hlediska matematického (po rozkreslení dané situace získáme pravoúhlé trojúhelníky, na které lze aplikovat goniometrické funkce i Pythagorovu větu). Aby byl tento rozklad fyzikálně korektní, musejí mít takto vytvořené složky původní síly fyzikální smysl. A to v tomto případě mají.



Obr. 47

Velikosti sil $\vec{F}_p$ a $\vec{F}_n$ můžeme vyjádřit pomocí goniometrických funkcí úhlu α. Platí tedy

$$F_p = F_G \sin\alpha \tag{2}$$

a

$$F_n = F_G \cos\alpha \, . \tag{3}$$

V tomto případě se tedy těleso pohybuje po nakloněné rovině se zrychlením o velikosti *a*, která vyplývá z druhého Newtonova zákona. Silou, která uděluje tělesu na nakloněné rovině zrychlení, je pohybová síla $\vec{F}_p$, a proto můžeme její velikost psát také ve tvaru

$$F_p = m \cdot a \, . \tag{4}$$

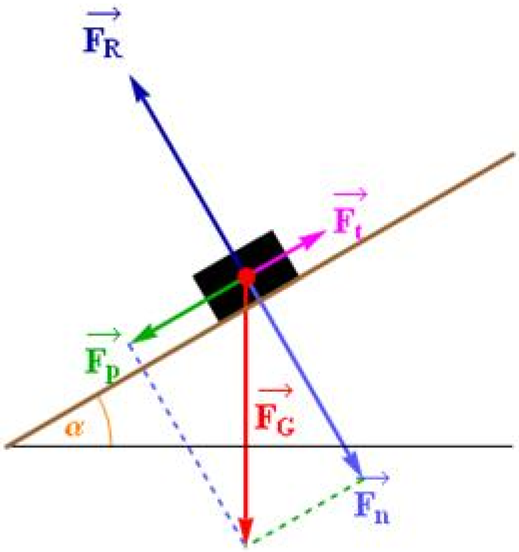
Tento vztah je možné dále rozepsat s využitím vztahu (2) a vztahu pro velikost tíhové síly. Dostáváme tedy vztah $m \cdot g \cdot \sin\alpha = m \cdot a$, odkud je možné s využitím matematické podoby druhého Newtonova zákona vyjádřit velikost zrychlení ve tvaru

$$a = g \cdot \sin\alpha \, . \tag{5}$$

Jak vyplývá ze vztahu (5), velikost zrychlení tělesa, které se pohybuje po nakloněné rovině, nezávisí na hmotnosti tohoto tělesa. Závisí pouze na úhlu, který svírá nakloněná rovina s vodorovnou rovinou.

Velikost uvažovaného zrychlení závisí také na velikosti tíhového zrychlení, které ovšem na Zemi považujeme za konstantní.

Rozklad tíhové síly na dvě navzájem kolmé složky je užitečný zejména v případě, kdy budeme uvažovat také sílu smykového tření $\vec{F_t}$, která působí mezi tělesem na nakloněné rovině a touto nakloněnou rovinou. Třecí síla působí vždy proti směru pohybu tělesa a leží ve styčných plochách obou těles. Těleso na nakloněné rovině, na které působí i třecí síla, je zobrazeno na obr. 48, na kterém je ale pro zvýšení přehlednosti zobrazena třecí síla mimo styčné plochy těles.



Obr. 48

Velikost třecí síly lze psát v obecném tvaru $F_t = f \cdot F_n$, kde *f* je součinitel smykového tření mezi tělesem a nakloněnou rovinou. S využitím vztahu (3) pak můžeme velikost třecí síly působící na těleso na nakloněné rovině psát ve tvaru

$$F_t = f \cdot F_G \cdot \cos\alpha \,. \qquad (6)$$

Pohybový stav tělesa bude záviset na vzájemné velikosti pohybové síly $\vec{F_p}$ a velikosti třecí síly $\vec{F_t}$. Mohou nastat tři případy:

1. $F_p < F_t$ - těleso, které bylo v klidu, v klidu zůstává. Těleso, které bylo na vrcholu nakloněné roviny uvedené do pohybu, by se pohybovalo se zrychlením, které míří směrem vzhůru; těleso by tedy zpomalovalo.

Tření mezi nakloněnou rovinou a tělesem je tak velké (resp. úhel sklonu nakloněné roviny tak malý), že se těleso prostě samovolně nerozjede resp. pohybující se těleso se zastaví.

2. $F_p = F_t$ - velikosti obou sil jsou stejné, a proto (vzhledem k jejich opačnému směru) je výslednice sil působících na těleso nulová. Ve shodě s prvním Newtonovým zákonem se těleso pohybuje rovnoměrně přímočaře nebo je v klidu. Každopádně je velikost zrychlení tělesa v tomto případě nulová.
3. $F_p > F_t$ - výsledná síla $\vec{F}$ působící na těleso je nenulová a v tomto případě míří ve směru pohybu tělesa. Pro velikost této výslednice tedy můžeme psát vztah $F = F_p - F_t$. Ve shodě se druhým Newtonovým zákonem tedy dostáváme

$$F_p - F_t = m \cdot a\,. \tag{7}$$

Vztah (7) je tedy analogický vztahu (4), který platil pro případ zanedbatelného tření mezi tělesem a nakloněnou rovinou. S využitím vztahů (2) a (6) a vztahu pro velikost tíhové síly můžeme vztah (7) přepsat ve tvaru $m \cdot g \cdot \sin\alpha - f \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a$. Odtud pro velikost zrychlení dostáváme

$$a = g\left(\sin\alpha - f \cdot \cos\alpha\right). \tag{8}$$

Ani v případě, kdy uvažujeme třecí síly působící mezi tělesem na nakloněné rovině a touto rovinou, nezávisí velikost zrychlení tohoto tělesa pohybujícího se po nakloněné rovině na hmotnosti. Závisí pouze na sklonu nakloněné roviny a na součiniteli smykového tření.

Hmotnost tělesa by se projevila až tehdy, když bychom vzali do úvahy odporové síly vzduchu, které by působily na pohybující se těleso.

Podobným způsobem, jako jsme zahrnuli do silové bilance tělesa na nakloněné rovině sílu smykového tření, bychom do této bilance započítali sílu valivého odporu. Princip odvozování výše uvedených vztahů by se nezměnil, jen bychom místo vztahu pro velikost síly smykového tření použili vztah pro velikost síly valivého odporu.
