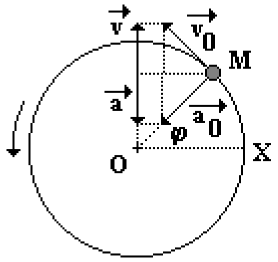
Rychlost a zrychlení kmitavého pohybu

Rychlost kmitavého pohybu tělesa je maximální tehdy, když těleso prochází rovnovážnou polohou (tj. $y = 0$). Naopak nulová rychlost je v bodech, v nichž dosahuje oscilátor maximální výchylky, tj. platí $y = \pm y_m$. Rovnici pro rychlost kmitavého pohybu odvodíme opět na základě analogie s pohybem po kružnici. Vektor rychlosti $\vec{v_0}$ u rovnoměrného pohybu po kružnici má směr tečny v daném bodě trajektorie a velikost $v = \omega r$. Rychlost kmitavého pohybu je průmětem vektoru $\vec{v_0}$ do osy *y*. Z obr. 4 plyne: $v = v_0 \cos\varphi = \omega r \cos \omega t = \omega y_m \cos \omega t = v_m \cos \omega t$, kde $v_m = \omega y_m$ je maximální velikost rychlosti kmitajícího oscilátoru.

Situaci si lze představit tak, že při pohybu hmotného bodu po kružnici máme v každém bodě jeho trajektorie pomocí špejle vymodelovaný vektor rychlosti (ve směru tečny ke kružnici v daném bodě). A tento vektor (tuto špejli) pozorujeme tak, že se díváme ve směru roviny, v níž leží otáčející se kruhová deska.



Obr. 4

Vektor zrychlení $\vec{a_0}$ rovnoměrného pohybu po kružnici směřuje do středu kružnice a má velikost $a_0 = \omega^2 r$. Zrychlení $\vec{a}$ kmitavého pohybu je průmětem vektoru $\vec{a_0}$ do osy *y* . Vektor $\vec{a}$ má opačný směr než je směr vektoru $\vec{y}$, proto má vektor zrychlení opačné znaménko než okamžitá výchylka *y*.

Zrychlení kmitajícího bodu míří vždy do rovnovážné polohy - do polohy, v níž se pohyb nakonec ustálí. Do této polohy „táhne" oscilátor síla, jejíž směr je (podle 2. Newtonova zákona) stejný jako směr zrychlení, které danému tělesu (kmitajícímu bodu) uděluje. A okamžitá výchylka se měří vždy z rovnovážné polohy - tedy opačně než je směr zrychlení.

Na základě obr. 4 dostáváme: $a = -a_0 \sin \omega t = -\omega^2 r \sin \omega t = -\omega^2 y_m \sin \omega t = -\omega^2 y$. Zrychlení harmonického pohybu je tedy přímo úměrné okamžité výchylce a má v každém okamžiku opačný směr než je směr okamžité výchylky.

Zrychlení je maximální, právě tehdy když $|y| = y_m$, nulové je v rovnovážné poloze.

S využitím diferenciálního počtu lze vztah pro závislost rychlosti resp. zrychlení na čase odvodit rychleji. Stačí si uvědomit, že pro velikost rychlosti platí: $v = \frac{ds}{dt}$. V případě pohybu oscilátoru tedy lze psát: $v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left(y_m \sin \omega t\right) = \omega y_m \cos \omega t$.

Analogicky lze pro velikost zrychlení psát: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\omega y_m \cos \omega t\right) = -\omega^2 y_m \sin \omega t$.