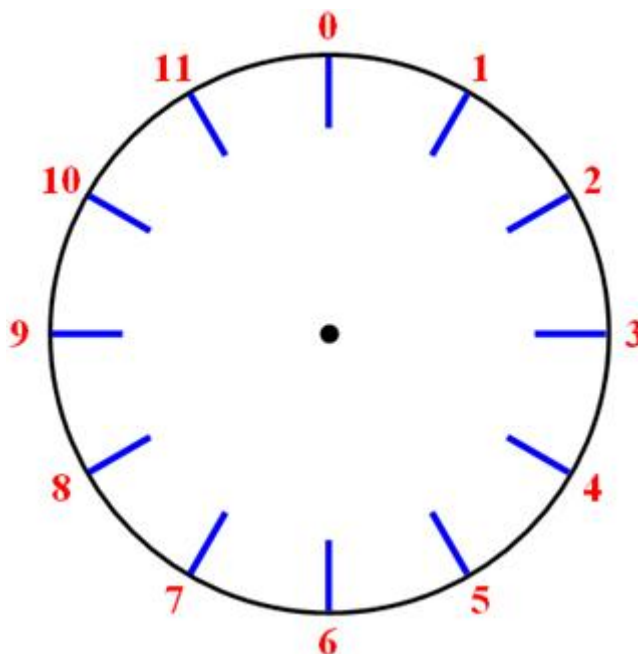


Motivace - počítání na hodinách

Dříve než přistoupíme k operacím, které můžeme se dvěma čísly provádět ve [dvojkové soustavě](#), je dobré si připomenout počítání v jiné než [desítkové soustavě](#), které známe z praxe. Jedná se o počítání ve dvanáctkové soustavě (tj. v soustavě, jejímž základem je číslo 12), které používáme v souvislosti s hodinami. Na ciferníku běžných hodin jsou sice napsaná čísla 1 až 12, ale pro naše účely uvažujme ciferník s údaji 0 až 11 (viz obr. 3).



Obr. 3

Na první pohled je zvláštní, že jsme číslo 12 zaměnili číslem 0, ale pro naše účely je to více než vhodné.

Dvojková soustava, která má za základ číslo 2, používá k vyjádření libovolného čísla pouze znaky 0 a 1, proto i dvanáctková soustava, se kterou se pracuje v souvislosti s počítáním na hodinami, bude používat pouze čísla 0 až 11.

Pokud bychom navíc uvažovali počítání hodin v soustavě se základem 24 (tj. uvažovali bychom 24 hodin), tak v tomto případě se číslo 24 vyskytnout nesmí nejen z důvodů počítání v dané [číselné soustavě](#), ale zejména z důvodu definice času!

Časový údaj 24:10 neexistuje! Neexistuje ani časový údaj 24:00. Po 23:59:59 následuje na všech hodinách údaj 0:00:00!

Při počítání na běžných hodinách (i na těch, jejichž ciferník je zobrazen na obr. 3) platí jistá pravidla, která od dob, kdy jsme s časovými údaji na hodinách začali pracovat, všichni známe a nemuseli jsme vědět, že počítáme ve dvanáctkové soustavě. Nyní budou tato pravidla vhodná k ujasnění si, jak se obecně pracuje v soustavách, které mají jiný základ, než je číslo 10.

Pokud hodiny ukazují 8 hodin ráno a víme, že [film](#), který právě začal, bude trvat 2 hodiny, je jasné, že skončí v 10 hodin. Platí totiž: $8 + 2 = 10$.

Pokud hodiny ukazují 8 hodin a víme, že za čtyři hodiny přijde kamarád, je jasné, že kamarád přijde ve 12 hodin, tj. platí $8 + 4 = 12$. V našem případě, kdy jsme používání čísla 12 zakázali, bychom ale měli říct, že kamarád přijde v 0 hodin. To bude ještě lépe představitelné, pokud je právě 8 hodin večer - pak je jasné, že za 4 hodiny bude půlnoc a tedy (digitální) hodiny budou ukazovat 0 hodin.

V rámci úvodu před dalšími početními operacemi ve dvojkové soustavě ale musíme být

přesnější: je nutné si uvědomit, že po převodu uvedených výpočtů např. do desítkové soustavy musejí zůstat početní pravidla zachována. Tj. v desítkové soustavě musí platit, že $8 + 4 = 12$. Aby byl tedy výše uvedený výpočet ve dvanáctkové soustavě správně, je nutné psát $8 + 4 = 10$. Ovšem v tomto případě musíme rovnost číst „osm plus čtyři rovná se jedna nula“ a ne „osm plus čtyři rovná deset“.

Symbol „10“ v poslední uvedené rovnici totiž znamená číslo ve dvanáctkové soustavě a má jiný význam, než běžný symbol „10“ vyjadřující desítku.

Správně bychom měli při dodržování všech pravidel psát $(8)_{12} + (4)_{12} = (10)_{12}$ a předchozí uvedený příklad ve tvaru $(8)_{12} + (2)_{12} = (A)_{12}$; pro čísla větší nebo rovna deseti se v soustavách, které mají za základ číslo větší nebo rovné deseti, používají postupně znaky A, B, C, \dots

Pokud ovšem budeme stále mít na zřeteli, že počítáme hodiny, nebudou snad žádné zmatky a omyly vznikat.

Další situace může nastat pokud v 8 hodin ráno odejdeme do školy nebo do [práce](#) a doma ohlásíme, že se vrátíme za 6 hodin. Všichni z praxe víme, že v tomto případě platí: $8 + 6 = 2$ (tj. vrátíme se ve dvě hodiny odpoledne). Pokud bychom chtěli být matematicky přesní, tak bychom museli psát: $(8)_{12} + (6)_{12} = (12)_{12}$.

A právě fakt, že při správném matematickém zápisu musíme uvažovat i „jedničku“ před číslem udávajícím počet hodin, je důležitý pro počítání ve dvojkové soustavě. Tato „jednička“ znamená přenos z nižšího řádu. Je to stejný přenos, který běžně uplatňujeme u sčítání čísel pod sebou (nebo odzadu).

Součet $124 + 859$ budeme počítat postupně odzadu. Takže začneme součtem $4 + 9 = 13$; do výsledku napíšeme číslo 3 a jedničku si pamatujeme (tj. jedničku přenášíme do vyššího řádu - z řádu [jednotek](#) do řádu desítek). Pokračujeme v součtu dále: $2 + 5 + 1 = 8$ (1 je ta jednička, kterou jsme si pamatovali z minulého výpočtu) - napíšeme tedy číslo 8 a do vyššího řádu nepřenášíme nic. Další součet je $1 + 8 = 9$ - takže zapíšeme 9 a získali jsme tedy: $124 + 859 = 983$.

V případě využití dvojkové soustavy v digitální technice (např. při popisu činnosti různých [hradel](#)) se používá terminologie, že jedničku přenášíme do vyššího bitu.

Dále bude vhodné, pokud si uvědomíme, jakým způsobem je možné na hodinách odčítat dvě čísla.

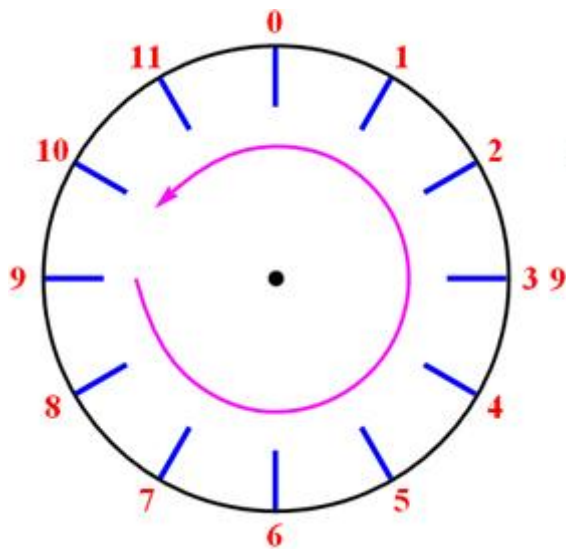
Představme si, že je právě 9 hodin. Pokud víme, že jsme na cestu měli vyrazit před 4 hodinami, snadno spočítáme, že jsme měli vyrazit v 5 hodin. Platí tedy: $9 - 4 = 5$.

Pokud je nyní opět 9 hodin ráno a víme, že pro nás důležitá [událost](#) se stala před 11 hodinami, snadno na hodinách spočítáme, že se stala v 10 hodin večer. Tedy platí: $9 - 11 = 10$ - tento zápis platí pouze při počítání na hodinách! Matematicky je nesprávný!

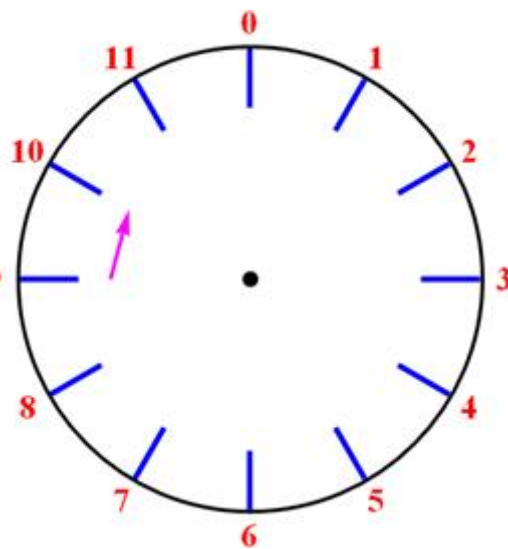
Ke stejnému výsledku ale můžeme dospět také tak, že k 9ti hodinám přičteme jednu hodinu. Tato jedna hodina, kterou přičítáme, je doplněk k 11ti hodinám, které jsme měli původně odečíst, do 12ti hodin na ciferníku hodin. Schématicky je odčítání 11ti hodin (resp. přičítání jedné hodiny) zobrazeno na obr. 4 (resp. obr. 5).

To tedy znamená, že pokud máme na hodinách odečíst p hodin od dané hodiny, získáme správný číselný výsledek tak, že k danému počtu hodin přičteme $(12 - p)$ hodin.

Velmi podobný postup se používá při počítání ve dvojkové soustavě, kde se při korektním uvažování o [rozdílu čísel ve dvojkové soustavě](#) nejdříve musí definovat [dvojkový doplněk](#) čísla.



Obr. 4



Obr. 5