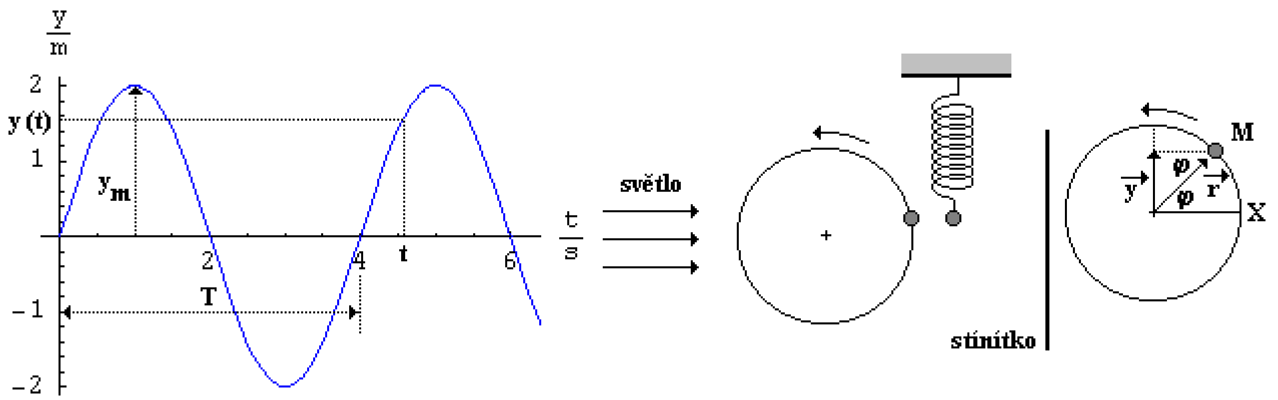
Harmonické kmitání

Kinematicky popsat kmitavý pohyb znamená vyjádřit okamžitou polohu mechanického oscilátoru v závislosti na čase. Popíšeme tělesa zanedbatelných rozměrů, které kmitá ve směru osy *y* a které má rovnovážnou polohu v počátku soustavy souřadnic.

V případě popisu kmitavého pohybu tělesa, jehož rozměry není možné ve zvolené soustavě zanedbat, je rozumnější popisovat pohyb nikoliv celého tělesa, ale pouze pohyb jeho těžiště.

Jestliže mechanický oscilátor kmitá, je jeho okamžitá poloha určena souřadnicí *y*, která se nazývá **okamžitá výchylka**. Okamžitá výchylka se s časem mění v závislosti na funkci sinus - nabývá tedy kladných i záporných hodnot (viz obr. 1). Absolutní hodnota největší výchylky se nazývá **amplituda výchylky** (**maximální výchylka**) y_m .

Fakt, že grafem závislosti okamžité výchylky na čase je sinusoida, lze ověřit např. rozkmitáním závaží na pružině a chůzí s kmitajícím oscilátorem. Tak dostaneme z pohledu kolmého ke směru pohybu oscilátoru krásnou sinusoidu.



Obr. 1 Obr. 2 Obr. 3

Vztah pro okamžitou výchylku najdeme srovnáním kmitavého pohybu s pohybem po kružnici (viz obr. 2). Kulička pevně připevněná na rotující desce i kulička na pružině vrhají na stínítko stín. „Zařízení“ lze synchronizovat tak, že stíny obou kuliček na stínítku se pohybují shodně (stíny se stále překrývají). Kmitavému pohybu tedy odpovídá průmět pohybu rovnoměrného pohybu po kružnici do svislé roviny. Pomocí těchto úvah a obr. 2 již snadno odvodíme rovnici pro okamžitou výchylku.

Na obr. 3 je znázorněn hmotný bod *M*, který se pohybuje po kružnici stálou úhlovou rychlostí o velikosti ω . Okamžitá poloha bodu *M* je určena polohovým vektorem $\vec{r}$, který svírá s osou *x* úhel φ . Hmotný bod *M* byl v čase $t = 0$ v bodě *X*, tedy v tomto čase je $\varphi = 0$. V čase $t > 0$ platí $\varphi = \omega t$. Průmět okamžitých výchylek vektoru $\vec{r}$ do osy *y* je vektor $\vec{y}$ určující okamžitou výchylku hmotného bodu. Pro okamžitou výchylku *y* (velikost vektoru $\vec{y}$) platí: $y = r \sin\varphi$.

Srovnáme nyní stín hmotného bodu *M* se stínem kmitající kuličky zavěšené na pružině. Nachází-li se hmotný bod *M* v nejvyšším bodě kružnice, je kmitající kulička (jejíž pohyb je s bodem *M* synchronizován) právě v amplitudě svého pohybu. Proto poloměru *r* odpovídá amplituda y_m . Lze tedy pro okamžitou výchylku *y* psát: $y = y_m \sin\omega t$. Úhel φ se nazývá **fáze kmitavého pohybu** a určuje jednoznačně okamžitou výchylku. U kmitavých pohybů se používá pro ω termín **úhlová frekvence** a platí $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$.

Graf zobrazený na obr. 1 odpovídá kmitavému pohybu, který má amplitudu výchylky $2\,\mathrm{m}$ a periodu $4\,\mathrm{s}$. Okamžitou výchylku v závislosti na čase lze tedy popsat rovnicí

$y = 2\sin\left(\frac{2\pi}{4}t\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$.

V těchto rovnicích bývá zvykem za π nedosazovat hodnotu 3,1415926..., ale nechat v rovnici symbol π. Je to výhodnější pro další výpočty, pro zakreslování grafů, ...

Jedinou neznámou v této rovnici tak je čas *t*. Pokud by nás zajímala např. okamžitá výchylka v čase $t_1 = 0,5\ \mathrm{s}$, stačí do rovnice dosadit: $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t_1\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}.0,5\right)\ \mathrm{m} = 2\sin\frac{\pi}{4}\ \mathrm{m} = 2\frac{\sqrt{2}}{2}\ \mathrm{m} \doteq 1,41\ \mathrm{m}$. S obr. 1 to koresponduje.

PERIODICKÝ POHYB, JEHOŽ GRAFEM ZÁVISLOSTI OKAMŽITÉ VÝCHYLKY NA ČASE JE SINUSOIDA, SE NAZÝVÁ HARMONICKÝ POHYB.

Sinusoidou zde budeme rozumět základní graf funkce $y = \sin x$ včetně jeho libovolného posunu po libovolné ose.

© Encyklopedie Fyziky (http://fyzika.jreichl.com); Jaroslav Reichl, Martin Všetička
Licence http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/ zakazuje úpravy a komerční distribuci.