

# Matematické kyvadlo

Nejjednodušším modelem [kyvadla](#) je matematické kyvadlo, u něhož provedeme jistá zanedbání a omezení:

1. omezíme se na malé [výchyly](#), abychom mohli oblouk, po němž se těleso pohybuje, považovat za úsečku, což je dostatečně přesně splněno pro úhlovou výchylku zhruba do  $5^\circ$

Toto zjednodušení vychází z vlastností goniometrických funkcí. Pro malé úhly  $\alpha$  totiž platí:  $\sin \alpha \approx \alpha$ .

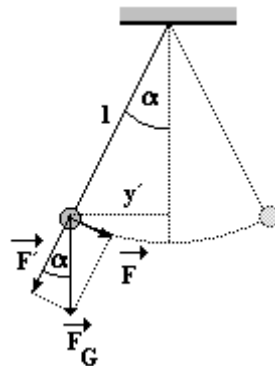
Je jednoduché si ověřit, že to pro úhly menší jak  $\sin \alpha \approx \alpha$  skutečně platí. Na kalkulačce převedte úhel  $5^\circ$  do obloukové míry (vyjádřete ho v [radiánech](#)) a najděte jeho sinus. Obě čísla (jak úhel, tak jeho sinus) budou téměř stejná.

2. zanedbáme tření v bodě závěsu i [odporovou sílu vzduchu](#)

Příčinou [kmitavého pohybu](#) je pohybová složka  $\vec{F}$  [tíhové síly](#)  $\vec{F}_G^+$ . Síla  $\vec{F}_G^+$  vzniká při vychýlení kyvadla z [rovnovážné polohy](#). Podle obr. 13 platí:  $\sin \alpha = \frac{F}{F_G} = \frac{y'}{l} \approx \frac{y}{l}$ , kde  $y$  je délka oblouku opsaného [hmotným bodem](#) tvořícím matematické kyvadlo. Odtud dále dostáváme:

$$F \approx -F_G \frac{y}{l} = -mg \frac{y}{l}.$$

Znaménko mínus vyjadřuje fakt, že síla (stejně jako u [tělesa zavěšeného na pružině](#)) je orientovaná opačně než výchylka. Síla  $\vec{F}$  totiž působí vždy směrem do rovnovážné polohy, zatímco výchylka se měří od rovnovážné polohy.



Obr. 13

Srovnáme-li tento vztah s pohybovou rovnicí [harmonického kmitání](#), dostáváme  $-mg \frac{y}{l} = -m\omega^2 y$ .

Odtud získáme pro úhlovou [frekvenci](#) vztah  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ . [Vlastní kmitání matematického kyvadla](#) je

tedy popsáno úhlovou frekvencí  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ . Odtud již velice snadno odvodíme vztahy pro [periodu](#) a

[frekvenci vlastního kmitání](#) matematického kyvadla:  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  a  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$ .

Rovina [kyvu](#) kyvadla se během jeho [pohybu](#) zachovává, což lze ověřit např. **Foucaultovým kyvadlem**. To je tvořeno dostatečně dlouhým závěsem s těžkým závažím, který se nechá kývat delší dobu. Na počátku kývání se určí rovina, v níž kyvadlo kýve (vzhledem k okolí) a po určité době se zjistí, že rovina kyvu se od původního směru odchýlila, protože kyvadlo se kýve stále v téže rovině a [Země](#) se „pod ním podtácí“.

Dlouhý závěs a velká hmotnost závaží jsou nutné pro výhodný [poměr](#) velikostí tíhové a odporové síly vzduchu. V praxi totiž odporová síla na tělesa působí a proto je nutné její velikost vůči velikosti jiné síly (v tomto případě tíhové) potlačit.

---

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.