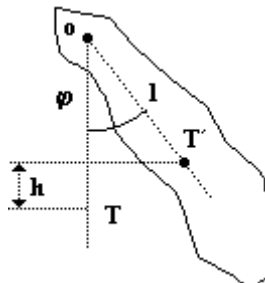


### \*\*\*Fyzické kyvadlo

[Matematické kyvadlo](#) se špatně realizuje - v praxi je nesestrojitelné. Skutečná [kyvadla](#) jsou vždy tuhá tělesa, která jsou zavěšena tak, aby se mohla kývat kolem osy procházející nad [těžištěm](#). Takové kyvadlo se nazývá **fyzické kyvadlo**. Odvození na úrovni střední školy není zcela [přímočaré](#), ale přesto se můžeme alespoň přiblížit. Vyjdeme ze [zákona zachování energie](#) (viz obr. 14).



Obr. 14

Kyvadlo popíšeme pomocí vzdálenosti  $l$  těžiště od [osy otáčení](#), hmotnosti kyvadla  $m$  a [momentu setrvačnosti](#)  $J$  vzhledem k ose symetrie (tj. ose procházející těžištěm kyvadla). Při vychýlení kyvadla o malý úhel  $\varphi$  do výšky  $h$  získá kyvadlo [potenciální energii](#) (vzhledem ke své [rovnovážné poloze](#))  $E_p$ . Výšku  $h$  lze vyjádřit pomocí goniometrické funkce  $\cos\varphi = \frac{l-h}{l}$ , odkud dostáváme  $h = l(1 - \cos\varphi)$ . Potenciální energii, kterou má kyvadlo v této výšce lze psát ve tvaru  $E_p = mgh = mgl(1 - \cos\varphi)$ . Vzhledem k tomu, že nás zajímají malé rozkyvy kyvadla, lze použít [přibližný vztah](#)  $1 - \cos\varphi \approx \frac{\varphi^2}{2}$ , který pro malé úhly platí. Potenciální energii pak lze psát ve tvaru  $E_p \approx mgl \frac{\varphi^2}{2}$ .

Důkaz přibližné rovnosti  $1 - \cos\varphi \approx \frac{\varphi^2}{2}$  platící pro malé úhly lze provést pomocí limity.

Přepíšeme-li si tento vztah jinak, dostaneme  $\frac{1 - \cos\varphi}{\varphi^2} \approx \frac{1}{2}$ . Má-li vztah platit přibližně pro malé úhly, pak hledáme limitu z tohoto výrazu, v němž se  $\varphi$  blíží k nule. Lze tedy postupně psát:

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{1 - \cos\varphi}{\varphi^2} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{1 - \cos\varphi}{\varphi^2} \cdot \frac{1 + \cos\varphi}{1 + \cos\varphi} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2\varphi}{\varphi^2(1 + \cos\varphi)} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin^2\varphi}{\varphi^2(1 + \cos\varphi)} = \frac{1}{2}.$$

Funkce  $y = 1 - \cos x$  se tedy v okolí počátku soustavy [souřadnic](#) (tedy pro malý rozkyv kyvadla) chová podobně jako funkce  $y = \frac{x^2}{2}$ .

[Potenciální energie](#) se bude po uvolnění kyvadla měnit v [kinetickou energii](#) rotačního pohybu  $E_k = \frac{1}{2} J_1 \omega^2$ , kde  $J_1 = J + ml^2$  je moment setrvačnosti vzhledem k ose, kolem níž se kyvadlo kýve, vypočítaný na základě [Steinerovy věty](#) a  $\omega$  [úhlová rychlost](#) rotačního pohybu. Ze [zákona zachování mechanické energie](#) dostáváme  $E_p = E_k$  a po dosazení  $mgl\varphi^2 = (J + ml^2)\omega^2$ . Odtud dostáváme úhlovou [frekvenci kmitání](#) fyzického kyvadla ve tvaru  $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J + ml^2}}$ . Tento vztah je možné upravit na

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\frac{J + ml^2}{ml}}}, \text{ kde } \frac{J + ml^2}{ml} = l_{\text{red}} \text{ je tzv. } \mathbf{\text{redukovaná délka}} \text{ fyzického kyvadla.}$$

Fyzické kyvadlo se tedy kýve se stejnou [periodou](#) jako kyvadlo matematické, je-li redukovaná délka fyzického kyvadla stejná jako délka matematického kyvadla.

---

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.