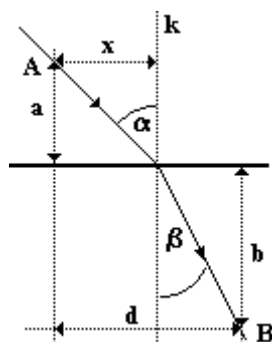


### \*\*\*Fermatův princip nejmenšího času

**Zákon lomu světla** lze odvodit také pomocí Fermatova principu nejmenšího času, jehož autorem je francouzský právník a matematik Pierre de Fermat (1601 - 1665). Tento princip vychází z předpokladu, že světelný paprsek procházející bodem A v jednom optickém prostředí a bodem B v druhém prostředí, urazí vzdálenost AB za minimální možný čas. Podle obr. 8 lze pro dráhu v prvním prostředí psát  $s_1 = \sqrt{a^2 + x^2}$  a pro dráhu ve druhém prostředí pak  $s_2 = \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$ . Čas potřebný k překonání vzdálenosti bodů A a B je pak roven  $t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}{v_2}$ , kde  $v_1$  je velikost rychlosti světla v prvním prostředí a  $v_2$  pak velikost rychlosti světla ve druhém prostředí.



Obr. 8

Nyní hledáme minimum funkce  $t(x)$  - použijeme tedy diferenciálního počtu. Funkci  $t(x)$  derivujeme podle proměnné  $x$ :  $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_1} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2} \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}$ . Vzhledem k tomu, že nás zajímá extrém funkce  $t(x)$ , bude v bodě, ve kterém  $\frac{dt}{dx} = 0$ , tj.  $\frac{1}{v_1} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2} \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = 0$ . Podle obr. 8 je  $\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$  a  $\sin \beta = \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}$ , lze tedy psát  $\frac{\sin \alpha}{v_1} - \frac{\sin \beta}{v_2} = 0$ . Odtud již dostáváme  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$ , což je **Snellův zákon lomu**.

Pro zcela korektní matematické řešení by bylo nutné ověřit, že jsme skutečně našli minimální čas, za který urazí světelný paprsek vzdálenost mezi body A a B. Ve skutečnosti jsme tento čas ale nehledali - zjistili jsme, že požadavek minimálního času je ekvivalentní Snellovu zákonu lomu. Tím jsme převedli hledání minimálního času (resp. hledání vzdálenosti  $x$ , která určuje bod dopadu světelného paprsku vyzářeného z bodu A na rozhraní uvažovaných optických prostředí) na hledání úhlu  $\alpha$ .

A platnost Snellova zákona lomu byla dokázána fyzikálně - matematickým odvozením v odstavci věnovanému lomu **mechanického vlnění**.