***Výpočet práce vykonané ideálním plynem

Práci vykonanou ideálním plynem při izotermickém a adiabatickém ději, při kterých není tlak plynu konstantní, lze určit pomocí integrálního počtu. Místo vztahu $W' = \sum_{i=1}^{n} p_i \Delta V$ je možné přesněji psát $W' = \int_{V_1}^{V_2} p dV$.

Při izotermickém ději se stavová rovnice plynu redukuje na tvar $pV = K = konst.$. Pro práci vykonanou plynem při tomto ději můžeme psát $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = K \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = K [\ln V]_{V_1}^{V_2} = K \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Výraz $\ln \frac{V_2}{V_1}$ je fyzikálně výrazně lepší než matematicky ekvivalentní výraz $\ln V_2 - \ln V_1$. V případě, že bychom použili výraz ve tvaru rozdílu logaritmů, vyvstanou problémy v okamžiku dosazení konkrétních hodnot. Ty budeme muset dosadit i s jednotkou, která bude v argumentu logaritmu působit problémy.

Použijeme-li zápis v podobě logaritmu podílu dvou objemů, po dosazení konkrétních hodnot objemu (včetně jednotky) se tyto jednotky zkrátí a logaritmovat budeme pouze číselné hodnoty bez jednotky.

Adiabatický děj ideálního plynu je popsán Poissonovým zákonem $pV^{\kappa} = K = konst.$, kde κ je Poissonova konstanta. Pro práci vykonanou ideálním plynem při tomto ději lze psát:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = K \int_{V_1}^{V_2} V^{-\kappa} dV = K \left[\frac{V^{-\kappa+1}}{-\kappa+1} \right]_{V_1}^{V_2} = \frac{K}{1-\kappa} \left(V_2^{1-\kappa} - V_1^{1-\kappa} \right) = \frac{K V_1^{1-\kappa}}{1-\kappa} \left(\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\kappa} - 1 \right) =$$

$$= \frac{p_1 V_1^{\kappa} V_1^{1-\kappa}}{1-\kappa} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right) = \frac{p_1 V_1}{1-\kappa} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right).$$
