

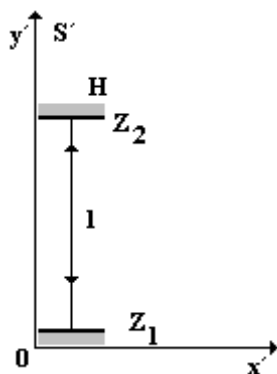
Světelné hodiny a odvození vztahu pro dilataci času

Dilatace času je jev, který se projevuje tím, že hodiny, které se pohybují vzhledem k určité [vztažné soustavě](#) S , jdou pomaleji než hodiny, které jsou v soustavě S v [klidu](#).

Pro další úvahy je nutno zvolit „rozumný“ způsob měření času. Čas lze měřit libovolným periodickým dějem, který vhodným způsobem okalibrujeme. Jeden ze způsobů je použít tzv. **světelné hodiny**, s nimiž prováděl své myšlenkové [experimenty](#) sám Einstein. Světelné hodiny ve skutečnosti neexistují, jedná se pouze o myšlenkový experiment, který je jednoduchý, ale pro pochopení základních úvah o měření času postačující.

Důležitý je pouze fakt, že světelné hodiny teoreticky měří čas. O jejich konstrukci, použitý materiál, ... se zajímat nebudeme.

Světelné hodiny se skládají ze dvou vzájemně rovnoběžných [rovinných zrcadel](#) Z_1 a Z_2 ve vzájemné vzdálenosti l . Od těchto zrcadel necháme periodicky odrážet světelný [paprsek](#) (viz obr. 13). Máme tedy definované hodiny a jeden jejich „tik“ bude čas, který paprsek potřebuje k překonání vzdálenosti $Z_1Z_2Z_1$. Tyto hodiny umístíme do soustavy S' a pro čas jednoho tik, který budeme měřit v této soustavě, dostaneme: $\Delta t' = \frac{2l}{c}$.

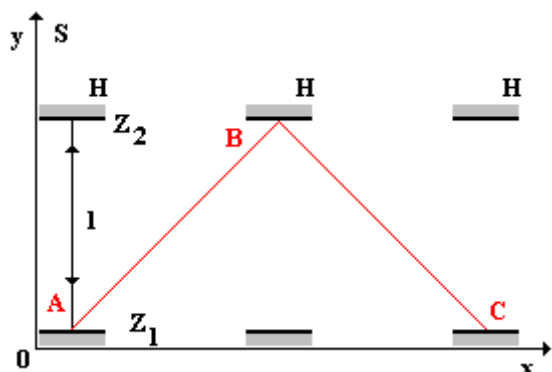


Obr. 13

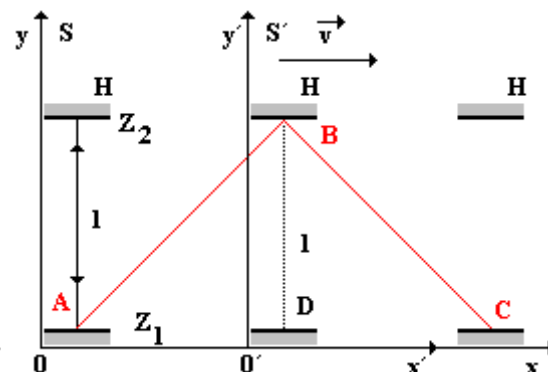
Nyní budeme předpokládat, že se [inerciální soustava](#) S' pohybuje vzhledem k inerciální soustavě S [rychlostí](#) \vec{v} , přičemž platí $v < c$. V soustavě S' jsou umístěny světelné hodiny H tak, že jejich osa je kolmá k vektoru rychlosti \vec{v} . V obou soustavách jsou pozorovatelé P' a P , kteří měří čas na hodinách.

Měření času spočívá v odečítání vzdálenosti od spodního zrcátka Z_1 .

Pozorovatel v soustavě S' bude měřit „svůj“ čas pomocí jednoho tik - časového intervalu $\Delta t'$. Pozorovatel v soustavě S bude měřit čas pomocí „svého“ tik Δt . Vzhledem k pozorovateli v soustavě S se ale za tuto dobu hodiny posunou o vzdálenost $v \cdot \Delta t$. Světelný paprsek se v hodinách H vzhledem k pozorovateli P' (tj. vzhledem k soustavě S') pohybuje ve směru osy světelných hodin (tj. kolmo na obě zrcátka) rychlostí o velikosti c . Vzhledem k soustavě S se světelný signál pohybuje po lomené čáře ABC (viz obr. 14) také rychlostí o velikosti c . Velikost této rychlosti vyplývá z [principu konstantní rychlosti světla](#). Čas, který [světlo](#) potřebuje na uražení [dráhy](#) ABC , je jeden tik pozorovatele P .



Obr. 14



Obr. 15

Vzhledem k tomu, že světelný paprsek má vzhledem k soustavě S urazit větší dráhu než vzhledem k soustavě S' , musí být $\Delta t > \Delta t'$. Kvantitativní vztahy mezi oběma intervaly odvodíme nyní.

Z hlediska soustavy S' se dostane světelný paprsek za dobu $\frac{\Delta t'}{2}$ na horní zrcátko Z_2 .

Z hlediska soustavy S se světelný paprsek dostane za čas $\frac{\Delta t}{2}$ také na zrcátko Z_2 , ale světlo při tom urazí jinou (delší) dráhu. Vzhledem k soustavě S se totiž zatím hodiny posunuly o dráhu $v \cdot \Delta t$. Vztah mezi časovým intervalem Δt a $\Delta t'$ získáme na základě [Pythagorovy věty](#) v pravoúhlém trojúhelníku ABD na obr. 15. Platí: $|AB|^2 = |AD|^2 + |DB|^2$, což po dosazení je $\left(c \frac{\Delta t}{2}\right)^2 = \left(v \frac{\Delta t}{2}\right)^2 + l^2$. Odtud již snadno

vyjádříme čas Δt : $\Delta t = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Víme ale, že pro 1 tik měřený v soustavě S' platí $\Delta t' = \frac{2l}{c}$. Můžeme

tedy dosadit a dostáváme $\Delta t = \Delta t' \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Vzhledem k tomu, že $v < c$, je $\frac{v^2}{c^2} < 1$ a proto $0 < \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$.

Odtud již plyne, že $\Delta t > \Delta t'$. Jeden tik hodin v soustavě, vůči níž jsou hodiny v klidu (soustava S') trvá tedy kratší dobu než jeden tik hodin v soustavě, vůči níž se hodiny pohybují (soustava S). Tj. z hlediska soustavy S se pohybující hodiny zpožďují (jeden tik trvá totiž delší dobu).

Analogický vztah platí i pro časy t a t' : $t = t' \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

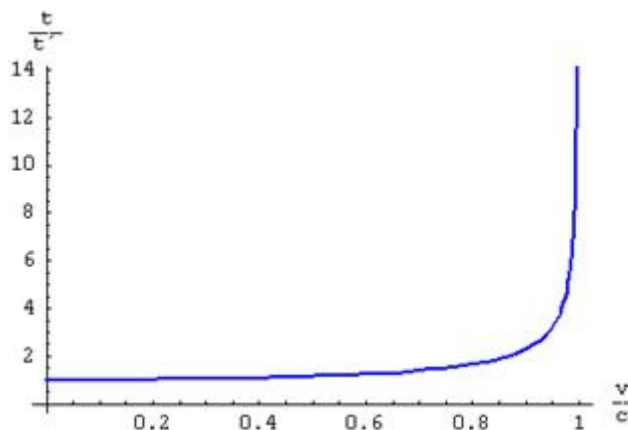
Čas t' , který na svých hodinách měří pozorovatel, jenž je vůči hodinám v klidu, se nazývá **vlastní čas**. V literatuře bývá někdy značen τ .

V některé literatuře se používá označení $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; tento koeficient se nazývá **Lorentzův**

koeficient. Důvod zavedení tohoto označení spočívá ve zjednodušení zápisu většiny vztahů používaných ve speciální teorii relativity resp. vztahů, které z této teorie vyplývají. S využitím tohoto označení bude mít pak vztah pro dilataci času tvar: $t = t' \gamma$.

Grafické znázornění [poměru](#) $\frac{t}{t'}$ na [velikosti rychlosti](#), kterou se hodiny vůči pozorovateli v klidu pohybují (resp. na poměru $\frac{v}{c}$), je zobrazen na obr. 16.

Pro malé velikosti rychlosti (tj. zhruba pro $\frac{v}{c} \in (0; 0,2)$) nebude příliš velký rozdíl mezi časem, který měří pozorovatel, vůči němuž se hodiny pohybují, a vlastním časem. S rostoucí velikostí rychlostí se ale rozdíl mezi těmito časy začíná výrazně zvyšovat. Pro velikosti rychlostí blízké [velikosti rychlosti světla](#) ve [vakuu](#) roste čas měřený pozorovatelem, vůči němuž se hodiny pohybují, velmi prudce.



Obr. 16

Naprosto stejný závěr bychom dostali, kdybychom místo jedné hodiny vzali hodiny dvoje: hodiny H umístili do soustavy S a hodiny H' do soustavy S' , přičemž soustava S' by se vzhledem k soustavě S pohybovala rychlostí \vec{v} .

Je možné tedy vyslovit závěr:

HODINY, KTERÉ SE VZHLEDEM K POZOROVATELI POHYBUJÍ, JDOU POMALEJI NEŽ HODINY, KTERÉ JSOU VZHLEDEM K POZOROVATELI V KLIDU.

Vztah pro dilataci času byl odvozen pro jeden výjimečně jednoduchý typ hodin. Platí ale pro libovolné hodiny jakékoliv jiné konstrukce a také pro všechny procesy, které jsou závislé na plynutí času (biologické, chemické, ...).

Populárně se vztah pro dilataci času někdy formuluje větou: „Pohybující hodiny jdou pomaleji než hodiny v klidu.“ Takto vyslovený závěr dilatace času ale nemá smysl, neboť není udána soustava, vůči níž čas měříme.

K dilataci času dochází při každém [pohybu](#) libovolných dvou soustav vůči sobě. Tedy i v případě běžných pohybů, s nimiž se setkáváme (cesta autem na chalupu, cesta autobusem do školy, ...). V těchto případech je ale efekt způsobený dilatací času velmi malý. Běžné rychlosti, kterých jsme schopni dosáhnout, se pohybují v řádech [jednotek](#) až stovek metrů za [sekundu](#) ($100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 360 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ - rychlost moderních vlaků, ...), v [letadlech](#) pak s rychlostmi tisíce metrů za sekundu. Maximálně tedy velikost rychlosti v řádu $10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Velikost rychlosti světla ve vakuu je

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tedy podíl $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ vystupující ve většině vztahů v teorii relativity je řádu

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{10^3}{3 \cdot 10^8}\right)^2 = \left(\frac{10^{-5}}{3}\right)^2 = \frac{10^{-10}}{9} \doteq 10^{-11}. \text{ Tato hodnota je velmi malá a vzhledem k číslu 1 ve výrazu}$$

$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ zcela zanedbatelná. Proto v běžném životě efekty teorie relativity nevnímáme.

Při vyšších rychlostech (řádově desítky procent rychlosti světla ve vakuu) efekty teorie

relativity zanedbatelné nejsou - podíl $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ se bude více blížit jedné a nebude proto vzhledem k číslu 1 zanedbatelný. Tyto efekty se musí brát v úvahu např. při stavbě [urychlovačů částic](#), při používání systému [GPS](#), ...

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.