

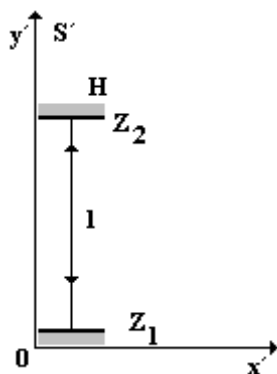
## Světelné hodiny a odvození vztahu pro dilataci času

Dilatace času je jev, který se projevuje tím, že hodiny, které se pohybují vzhledem k určité [vztažné soustavě](#)  $S$ , jdou pomaleji než hodiny, které jsou v soustavě  $S$  v [klidu](#).

Pro další úvahy je nutno zvolit „rozumný“ způsob měření času. Čas lze měřit libovolným periodickým dějem, který vhodným způsobem okalibrujeme. Jeden ze způsobů je použít tzv. **světelné hodiny**, s nimiž prováděl své myšlenkové [experimenty](#) sám Einstein. Světelné hodiny ve skutečnosti neexistují, jedná se pouze o myšlenkový experiment, který je jednoduchý, ale pro pochopení základních úvah o měření času postačující.

Důležitý je pouze fakt, že světelné hodiny teoreticky měří čas. O jejich konstrukci, použitý materiál, ... se zajímat nebudeme.

Světelné hodiny se skládají ze dvou vzájemně rovnoběžných [rovinných zrcadel](#)  $Z_1$  a  $Z_2$  ve vzájemné vzdálenosti  $l$ . Od těchto zrcadel necháme periodicky odrážet světelný [paprsek](#) (viz obr. 13). Máme tedy definované hodiny a jeden jejich „tik“ bude čas, který paprsek potřebuje k překonání vzdálenosti  $Z_1Z_2Z_1$ . Tyto hodiny umístíme do soustavy  $S'$  a pro čas jednoho tik, který budeme měřit v této soustavě, dostaneme:  $\Delta t' = \frac{2l}{c}$ .

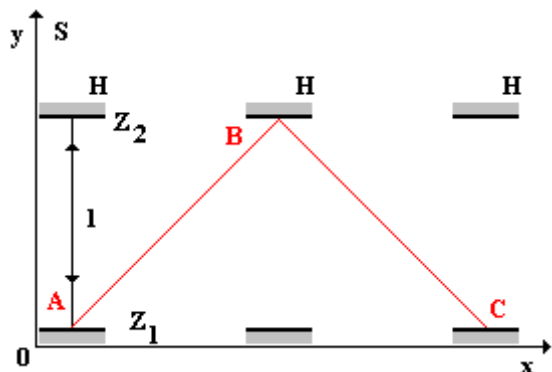


Obr. 13

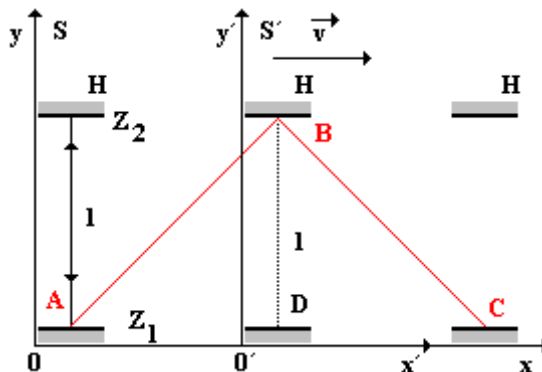
Nyní budeme předpokládat, že se [inerciální soustava](#)  $S'$  pohybuje vzhledem k inerciální soustavě  $S$  [rychlostí](#)  $\vec{v}$ , přičemž platí  $v < c$ . V soustavě  $S'$  jsou umístěny světelné hodiny  $H$  tak, že jejich osa je kolmá k vektoru rychlosti  $\vec{v}$ . V obou soustavách jsou pozorovatelé  $P'$  a  $P$ , kteří měří čas na hodinách.

Měření času spočívá v odečítání vzdálenosti od spodního zrcátka  $Z_1$ .

Pozorovatel v soustavě  $S'$  bude měřit „svůj“ čas pomocí jednoho tik - časového intervalu  $\Delta t'$ . Pozorovatel v soustavě  $S$  bude měřit čas pomocí „svého“ tik  $\Delta t$ . Vzhledem k pozorovateli v soustavě  $S$  se ale za tuto dobu hodiny posunou o vzdálenost  $v \cdot \Delta t$ . Světelný paprsek se v hodinách  $H$  vzhledem k pozorovateli  $P'$  (tj. vzhledem k soustavě  $S'$ ) pohybuje ve směru osy světelných hodin (tj. kolmo na obě zrcátka) rychlostí o velikosti  $c$ . Vzhledem k soustavě  $S$  se světelný signál pohybuje po lomené čáře  $ABC$  (viz obr. 14) také rychlostí o velikosti  $c$ . Velikost této rychlosti vyplývá z [principu konstantní rychlosti světla](#). Čas, který [světlo](#) potřebuje na uražení [dráhy](#)  $ABC$ , je jeden tik pozorovatele  $P$ .



Obr. 14



Obr. 15

Vzhledem k tomu, že světelný paprsek má vzhledem k soustavě S urazit větší dráhu než vzhledem k soustavě  $S'$ , musí být  $\Delta t > \Delta t'$ . Kvantitativní vztahy mezi oběma intervaly odvodíme nyní.

Z hlediska soustavy  $S'$  se dostane světelný paprsek za dobu  $\frac{\Delta t'}{2}$  na horní zrcátko  $Z_2$ .

Z hlediska soustavy  $S$  se světelný paprsek dostane za čas  $\frac{\Delta t}{2}$  také na zrcátko  $Z_2$ , ale světlo při tom urazí jinou (delší) dráhu. Vzhledem k soustavě  $S$  se totiž zatím hodiny posunuly o dráhu  $v \cdot \Delta t$ . Vztah mezi časovým intervalem  $\Delta t$  a  $\Delta t'$  získáme na základě [Pythagorovy věty](#) v pravoúhlém trojúhelníku  $ABD$  na obr. 15. Platí:  $|AB|^2 = |AD|^2 + |DB|^2$ , což po dosazení je  $\left(c \frac{\Delta t}{2}\right)^2 = \left(v \frac{\Delta t}{2}\right)^2 + l^2$ . Odtud již snadno

vyjádříme čas  $\Delta t$ :  $\Delta t = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Víme ale, že pro 1 tik měřený v soustavě  $S'$  platí  $\Delta t' = \frac{2l}{c}$ . Můžeme

tedy dosadit a dostáváme  $\Delta t = \Delta t' \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Vzhledem k tomu, že  $v < c$ , je  $\frac{v^2}{c^2} < 1$  a proto  $0 < \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$ .

Odtud již plyne, že  $\Delta t > \Delta t'$ . Jeden tik hodin v soustavě, vůči níž jsou hodiny v klidu (soustava  $S'$ ) trvá tedy kratší dobu než jeden tik hodin v soustavě, vůči níž se hodiny pohybují (soustava  $S$ ). Tj. z hlediska soustavy  $S$  se pohybující hodiny zpožďují (jeden tik trvá totiž delší dobu).

Analogický vztah platí i pro časy  $t$  a  $t'$ :  $t = t' \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ .

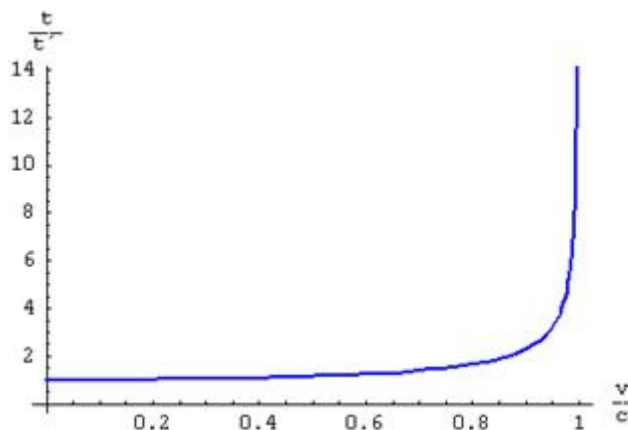
Čas  $t'$ , který na svých hodinách měří pozorovatel, jenž je vůči hodinám v klidu, se nazývá **vlastní čas**. V literatuře bývá někdy značen  $\tau$ .

V některé literatuře se používá označení  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ; tento koeficient se nazývá **Lorentzův**

**koeficient**. Důvod zavedení tohoto označení spočívá ve zjednodušení zápisu většiny vztahů používaných ve speciální teorii relativity resp. vztahů, které z této teorie vyplývají. S využitím tohoto označení bude mít pak vztah pro dilataci času tvar:  $t = t' \gamma$ .

Grafické znázornění [poměru](#)  $\frac{t}{t'}$  na [velikosti rychlosti](#), kterou se hodiny vůči pozorovateli v klidu pohybují (resp. na poměru  $\frac{v}{c}$ ), je zobrazen na obr. 16.

Pro malé velikosti rychlosti (tj. zhruba pro  $\frac{v}{c} \in (0; 0,2)$ ) nebude příliš velký rozdíl mezi časem, který měří pozorovatel, vůči němuž se hodiny pohybují, a vlastním časem. S rostoucí velikostí rychlostí se ale rozdíl mezi těmito časy začíná výrazně zvyšovat. Pro velikosti rychlostí blízké [velikosti rychlosti světla](#) ve [vakuu](#) roste čas měřený pozorovatelem, vůči němuž se hodiny pohybují, velmi prudce.



Obr. 16

Naprosto stejný závěr bychom dostali, kdybychom místo jedné hodiny vzali hodiny dvoje: hodiny  $H$  umístili do soustavy  $S$  a hodiny  $H'$  do soustavy  $S'$ , přičemž soustava  $S'$  by se vzhledem k soustavě  $S$  pohybovala rychlostí  $\vec{v}$ .

Je možné tedy vyslovit závěr:

**HODINY, KTERÉ SE VZHLEDEM K POZOROVATELI POHYBUJÍ, JDOU POMALEJI NEŽ HODINY, KTERÉ JSOU VZHLEDEM K POZOROVATELI V KLIDU.**

Vztah pro dilataci času byl odvozen pro jeden výjimečně jednoduchý typ hodin. Platí ale pro libovolné hodiny jakékoliv jiné konstrukce a také pro všechny procesy, které jsou závislé na plynutí času (biologické, chemické, ...).

Populárně se vztah pro dilataci času někdy formuluje větou: „Pohybující hodiny jdou pomaleji než hodiny v klidu.“ Takto vyslovený závěr dilatace času ale nemá smysl, neboť není udána soustava, vůči níž čas měříme.

K dilataci času dochází při každém [pohybu](#) libovolných dvou soustav vůči sobě. Tedy i v případě běžných pohybů, s nimiž se setkáváme (cesta autem na chalupu, cesta autobusem do školy, ...). V těchto případech je ale efekt způsobený dilatací času velmi malý. Běžné rychlosti, kterých jsme schopni dosáhnout, se pohybují v řádech [jednotek](#) až stovek metrů za [sekundu](#) ( $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 360 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  - rychlost moderních vlaků, ...), v [letadlech](#) pak s rychlostmi tisíce metrů za sekundu. Maximálně tedy velikost rychlosti v řádu  $10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Velikost rychlosti světla ve vakuu je

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , tedy podíl  $\left(\frac{v}{c}\right)^2$  vystupující ve většině vztahů v teorii relativity je řádu

$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{10^3}{3 \cdot 10^8}\right)^2 = \left(\frac{10^{-5}}{3}\right)^2 = \frac{10^{-10}}{9} \doteq 10^{-11}$ . Tato hodnota je velmi malá a vzhledem k číslu 1 ve výrazu

$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  zcela zanedbatelná. Proto v běžném životě efekty teorie relativity nevnímáme.

Při vyšších rychlostech (řádově desítky procent rychlosti světla ve vakuu) efekty teorie

relativity zanedbatelné nejsou - podíl  $\left(\frac{v}{c}\right)^2$  se bude více blížit jedné a nebude proto vzhledem k číslu 1 zanedbatelný. Tyto efekty se musí brát v úvahu např. při stavbě [urychlovačů částic](#), při používání systému [GPS](#), ...

---

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.