Úloha: Kyvadlové hodiny v nenulové výšce

Zadání:

Kyvadlové hodiny jdou přesně v nulové nadmořské výšce. Jak se změní jejich chod za dobu 24 hodin, přeneseme-li je do výšky 400 m nad mořem? Poloměr Země je roven 6378 km.

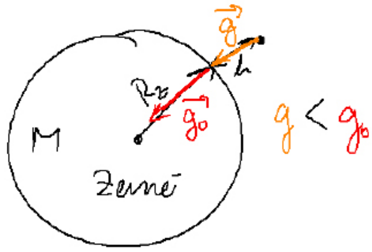
Řešení:

$t = 24\ h$

$h = 400\ m$

$R_Z = 6378\ km$

$\Delta t = ?$



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad g \doteq a_g$$

$$F_g = \varkappa \frac{mM}{r^2} = m a_g \Rightarrow a_g = \varkappa \frac{M}{r^2}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\varkappa \frac{M}{R_Z^2}}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\varkappa \frac{M}{(R_Z+h)^2}}}$$

$$\frac{T_0}{T} = \frac{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\cancel{l}}{\cancel{\varkappa}\frac{\cancel{M}}{R_Z^2}}}}{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\cancel{l}}{\cancel{\varkappa}\frac{\cancel{M}}{(R_Z+h)^2}}}}$$

$$\frac{T_0}{T} = \sqrt{\frac{\frac{1}{R_Z^2}}{\frac{1}{(R_Z+h)^2}}} = \sqrt{\left(\frac{R_Z+h}{R_Z}\right)^2} = \frac{R_Z+h}{R_Z}$$

$$T = T_0 \frac{R_Z}{R_Z+h} \qquad (\Rightarrow T < T_0 \Rightarrow \text{hodiny se zpozdí})$$

$$\Delta T = T_0 - T$$

$$\Delta T = T_0\left(1 - \frac{R_Z}{R_Z+h}\right) = T_0 \frac{h}{R_Z+h}$$

$$\Delta T = T_0 \frac{400}{6378000+400} = 6{,}27 \cdot 10^{-5}\, T_0$$

za 1 s .... k period $\qquad k \in (0; \infty)$

za 24 h ... $k \cdot 24 \cdot 3600$ period

1 perioda ... T_0

$$\underline{\underline{\Delta T_{za\ 24\ h}}} = 6{,}27 \cdot 10^{-5} \cdot 24 \cdot 3600\ s \doteq \underline{\underline{5{,}4\ s}}$$

Hodiny se za 24 hodin zpozdí o 5,4 s.