

ÚLOHA: PÁD KROUPY

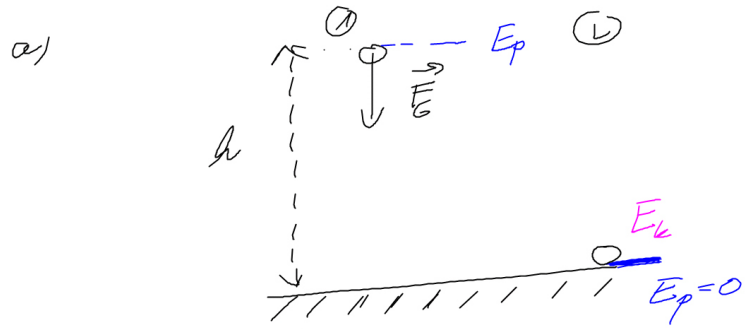
Zadání:

V letních měsících často při bouřkách padají i kroupy. Představte si ledovou kroupu ve tvaru koule o poloměru 3 mm s hustotou $900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, která padá na povrch Země z výšky 5 km. Jak velkou rychlostí se bude kroupa pohybovat těsně nad povrchem Země a) při zanedbání odporových sil vzduchu, b) se započtením odporových sil vzduchu? Pro případ b) zjistěte, jestli je kroupa schopna prorazit sklo na parkovišti stojícího automobilu, k jehož rozbití stačí působení nárazové síly o velikosti 50 N. Sklo vydrží průhyb 0,1 mm. Hustotu vzduchu považujte za konstantní a rovnou $1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, součinitel odporu pro kouli je 0,48.

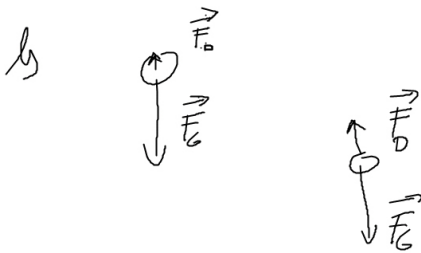
Řešení:

$$\begin{aligned} r &= 3 \text{ mm} \\ \rho &= 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ h &= 5 \text{ km} \\ F_p &= 50 \text{ N} \\ l &= 0,1 \text{ mm} \\ \rho_v &= 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ C &= 0,48 \end{aligned}$$

a) $v = ?$
 b) $P_{\text{max}} = ?$



$$\begin{aligned} \text{ZEE: } E_p &= E_k \\ mgh &= \frac{1}{2} m v^2 \\ v &= \sqrt{2gh} \\ v &= \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5000} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ v &= \underline{\underline{316 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}} \end{aligned}$$



$F_b = F_g$... max. rychlost
 ROUNDOHEMÍ POKLES

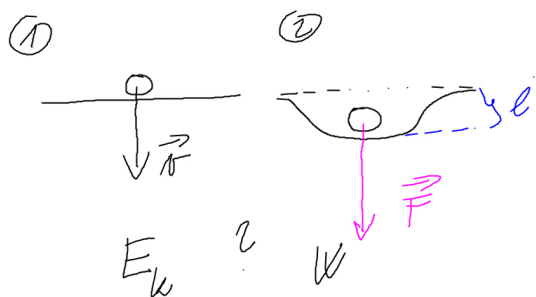
$$\frac{1}{2} C S \rho v^2 = mg$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} C \pi r^2 \rho v^2 &= V \rho g \\ \frac{1}{2} C \pi r^2 \rho v^2 &= \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g \end{aligned}$$

$$v = \sqrt{\frac{8 r \rho g}{3 C \rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{8 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 900 \cdot 10}{3 \cdot 0,48 \cdot 1,3}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = \underline{\underline{11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$



$E_k \geq W$... sklo praskne!
 $E_k < W$... sklo vydrží!

$$\begin{aligned}
 E_k &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} V \rho v^2 = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho v^2 = \\
 &= \frac{2}{3} \pi \cdot (3 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 900 \cdot 11^2 \text{ J} \\
 &= \underline{6,1 \cdot 10^{-3} \text{ J}}
 \end{aligned}$$

$$W = F \cdot l = 50 \cdot 10^{-4} \text{ J} = \underline{5 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$$

$E_k > W \Rightarrow$ sklo praskne

Při zanedbání odporových sil dopadne kroupa na povrch Země rychlostí o velikosti $316 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, se započtením odporové síly pak rychlostí o velikosti $11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Kroupa při daných parametrech sklo prorazí.