

ÚLOHA: PRŮMĚRNÁ RYCHLOST

Zadání:

Letadlo letělo z Prahy do Vídně rychlostí o velikosti $500 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Při cestě zpět dosáhlo vlivem špatného počasí rychlosti o velikosti $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Určete průměrnou rychlost letadla na trase Praha - Vídeň - Praha.

Řešení:

Podle zadání víme, že jsou dány tyto veličiny:

$$v_1 = 500 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$v_2 = 300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

Máme najít velikost průměrné rychlosti v_p , tj. $v_p = ?$.

Vzhledem k tomu, že oba uvažované úseky dráhy (tj. Praha - Vídeň a Vídeň - Praha) mají stejnou délku, kterou označíme s , a současně se na těchto úsecích pohybuje letadlo různě velkými rychlostmi, trval pohyb letadla na obou úsecích různou dobu. Proto nemůžeme velikost průměrné rychlosti počítat jako průměr velikostí rychlostí!

Velikost průměrné rychlosti v_p je definována vztahem

$$v_p = \frac{s_{\text{celková}}}{t_{\text{celkový}}}. \quad (1)$$

Uvědomíme-li si, jaké fyzikální veličiny máme zadané, můžeme vztah (1) psát ve tvaru

$$v_p = \frac{2s}{t_1 + t_2}, \quad (2)$$

kde t_1 je doba nutná k uražení dráhy z Prahy do Vídně; tato doba je definována vztahem

$$t_1 = \frac{s}{v_1}. \quad (3)$$

Analogicky lze definovat dobu t_2 , za kterou urazí letadlo druhý úsek dráhy, tj. z Vídně do Prahy. Pro tuto dobu platí vztah

$$t_2 = \frac{s}{v_2}. \quad (4)$$

S využitím vztahů (3) a (4) můžeme vztah (2) přepsat ve tvaru $v_p = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}}$. Tento vztah

můžeme dále upravit: $v_p = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2s}{\frac{sv_2 + sv_1}{v_1v_2}} = 2s \frac{v_1v_2}{sv_2 + sv_1} = \frac{2sv_1v_2}{s(v_2 + v_1)} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$. Pro velikost

průměrné rychlosti tak dostáváme vztah

$$v_p = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}. \quad (5)$$

Do vztahu (5) již můžeme dosadit ze zadání úlohy. Postupně tak dostaneme:

$$v_p = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 500 \cdot 300}{500 + 300} \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{300000}{800} \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 375 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

Velikost průměrné rychlosti letadla na cestě Praha - Vídeň - Praha je $375 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.