

ÚLOHA: ROTUJÍCÍ TYČE

Zadání:

Na každém konci vodorovné tyče délky $2a$, která se může otáčet kolem svislé osy procházející jejím středem, je zavěšena tyče délky l a hmotnosti m . Spojení tyčí je takové, že zavěšená tyč se může vlivem rotace vodorovné tyče odklonit o libovolný úhel. Najděte závislost úhlové rychlosti rotace vodorovné tyče na úhlu, který svírá zavěšená tyč se svislým směrem. Při jaké úhlové frekvenci bude zavěšená tyč ve vodorovné poloze?

Řešení:

$$\frac{2a, l}{\omega(\alpha) = ?}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_0}{F_G} = \frac{m \frac{v^2}{r}}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

$$r = a + r_0$$

$$\sin \alpha = \frac{r_0}{\frac{l}{2}} = \frac{2r_0}{l} \Rightarrow r = a + 0,5l \sin \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{\omega^2 (a + 0,5l \sin \alpha)}{g}$$

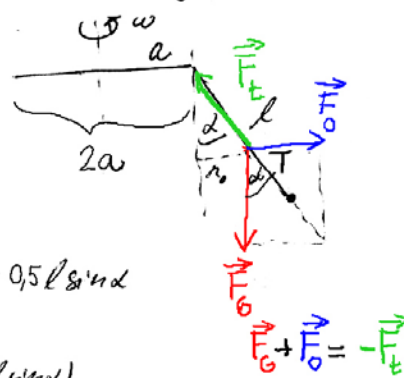
$$\omega^2 = \frac{2g \operatorname{tg} \alpha}{2a + l \sin \alpha}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{2g \operatorname{tg} \alpha}{2a + l \sin \alpha}}}$$

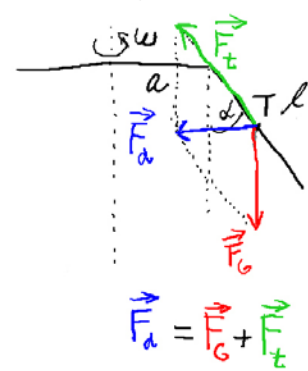
tyče vodorovné $\Leftrightarrow \alpha = 90^\circ$

$$\underline{\underline{\omega_{90} = \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} \frac{2g \operatorname{tg} \alpha}{2a + l \sin \alpha} = \infty \Rightarrow \text{nelze realizovat}}}$$

a) soustava tyče



b) soustava okolí (INERCIJA' L0')



Závislost úhlové rychlosti rotace vodorovné tyče na úhlu α , který svírá zavěšená tyč se svislým směrem, je dána vztahem $\omega = \sqrt{\frac{2g \operatorname{tg} \alpha}{2a + l \sin \alpha}}$.

Pokud by zavěšené tyče měly být vodorovné, musel by být úhel α roven 90° . Funkce tangens, která vystupuje v čitateli výsledného vztahu, není ale pro tuto hodnotu úhlu definovaná: jak se úhel α blíží k 90° (resp. $\frac{\pi}{2}$), roste hodnota funkce tangens nade všechny meze. Proto není možné dosáhnout takové úhlové frekvence otáčení, při níž by zavěšené tyče byly vodorovné.