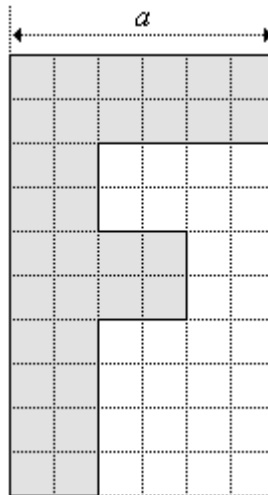


# ÚLOHA: TĚŽIŠTĚ PÍSMENE „F“

## Zadání:

Graficky i výpočtem určete polohu těžiště vyšrafovaného útvaru. Polohu těžiště určete vzhledem k levému dolnímu vrcholu obdélníka, z něhož byl vyšrafovaný útvar vyříznut.

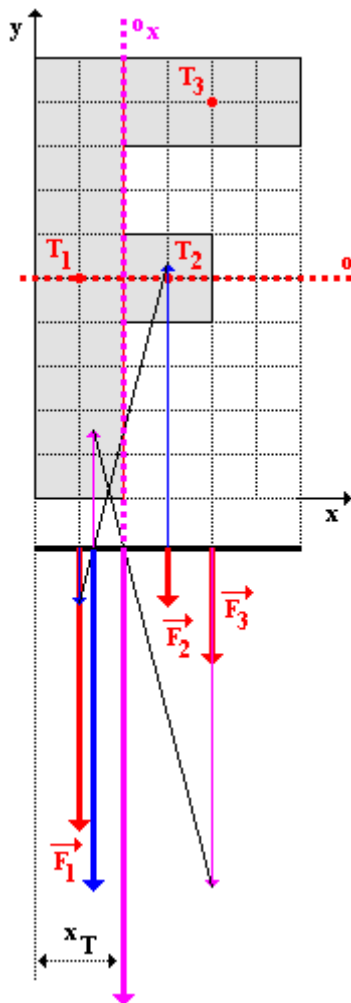


**Řešení:**

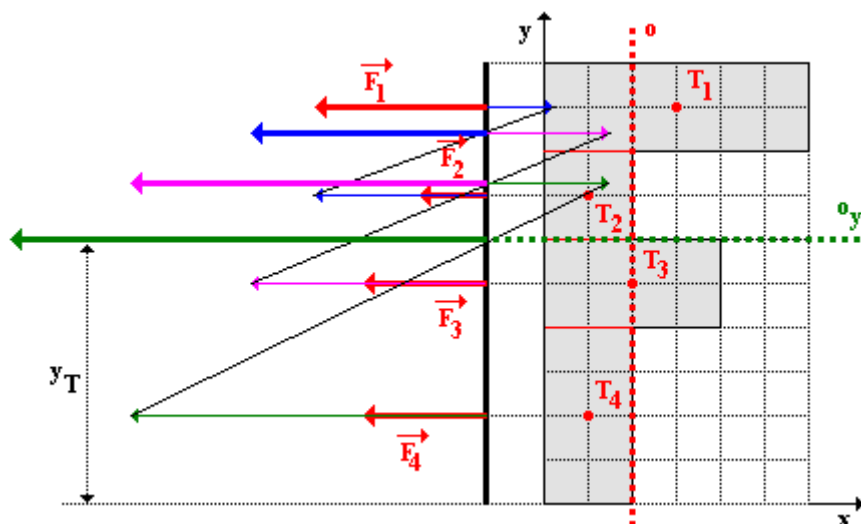
Zadaný útvar není souměrný podle žádné přímky. Proto si zadaný útvar umístíme do vhodně zvolené soustavy souřadnic a polohu těžiště najdeme nejdříve ve směru osy  $x$ , potom ve směru osy  $y$ . Při řešení si útvar rozdělíme na vhodné části, u nichž lze polohu těžiště určit velmi jednoduše (v tomto případě obdélníky). Přitom pomyslně hledáme polohu těžiště na určité ose  $o$ , jejíž polohu v nesymetrickém útvaru volíme libovolně.

a) grafické řešení - vychází ze skládání rovnoběžných souhlasně orientovaných sil, které neleží na stejné přímce

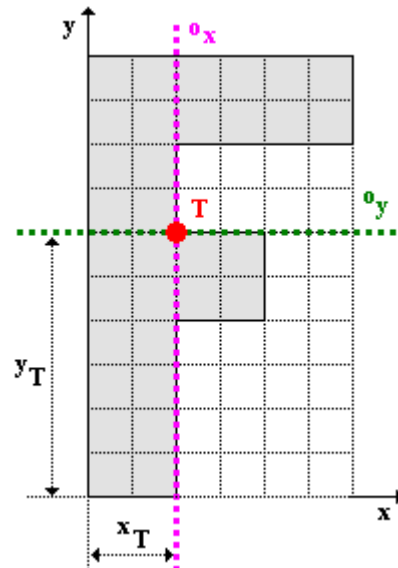
Určení polohy těžiště ve směru osy  $x$ :



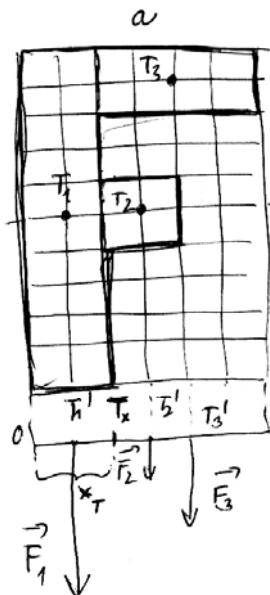
Určení polohy těžiště ve směru osy  $y$ :



Určení polohy těžiště útvaru:



b) početní řešení - vychází z momentové věty



$$|OT_1'| = \frac{a}{6} \quad |OT_2'| = \frac{a}{2} \quad |OT_3'| = \frac{2}{3}a$$

momentová věta k bodu  $T_x$ :

$$- \sigma_x F_1 (x_T - |OT_1'|) - F_2 (|OT_2'| - x_T) - F_3 (|OT_3'| - x_T) = 0$$

$$F \sim S$$

$$\frac{a}{3} \cdot \frac{10a}{6} (x_T - \frac{a}{6}) - \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} (\frac{a}{2} - x_T) - \frac{a}{3} \cdot \frac{2}{3}a (\frac{2}{3}a - x_T) = 0 \quad | \cdot \frac{9}{a^2}$$

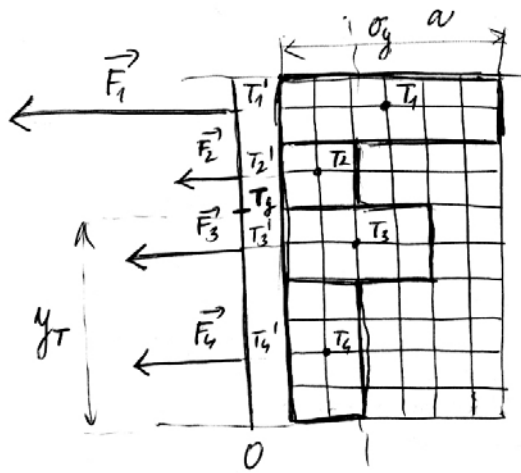
$$5(x_T - \frac{a}{6}) - (\frac{a}{2} - x_T) - 2(\frac{2}{3}a - x_T) = 0$$

$$5x_T - \frac{5}{6}a - \frac{a}{2} + x_T - \frac{4}{3}a + 2x_T = 0$$

$$8x_T = \frac{5+3+8}{6}a$$

$$x_T = \frac{16}{6 \cdot 8}a$$

$$\underline{\underline{x_T = \frac{a}{3}}}$$



$$|OT_1'| = \frac{9}{6}a = \frac{3}{2}a$$

$$|OT_2'| = \frac{7}{6}a$$

$$|OT_3'| = \frac{5}{6}a$$

$$|OT_4'| = \frac{a}{3}$$

momentová věta k bodu  $T_2$ :

$$F_1 (|OT_1'| - y_T) + F_2 (|OT_2'| - y_T) - F_3 (y_T - |OT_3'|) - F_4 (y_T - |OT_4'|) = 0$$

$F \sim S$

$$a \frac{a}{3} \left( \frac{3}{2}a - y_T \right) + \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{3} \left( \frac{7}{6}a - y_T \right) - \frac{2}{3}a \cdot \frac{a}{3} \left( y_T - \frac{5}{6}a \right) - \frac{a}{3} \cdot \frac{2}{3}a \left( y_T - \frac{a}{3} \right) = 0 \quad | \cdot \frac{9}{a^2}$$

$$3 \left( \frac{3}{2}a - y_T \right) + \frac{7}{6}a - y_T - 2 \left( y_T - \frac{5}{6}a \right) - 2 \left( y_T - \frac{a}{3} \right) = 0$$

$$\frac{9}{2}a - 3y_T + \frac{7}{6}a - y_T - 2y_T + \frac{5}{3}a - 2y_T + \frac{2a}{3} = 0$$

$$-8y_T = \frac{-27-7-10-4}{6}a$$

$$+ y_T = \frac{48}{6 \cdot 8}a$$

$$\underline{\underline{y_T = a}}$$

Souřadnice těžiště útvaru vzhledem k levému dolnímu bodu obdélníka, z něhož byl útvar vyříznut, jsou  $\left[ \frac{a}{3}; a \right]$ .