Zobecnění Lagrangeových rovnic na N hmotných bodů a v vazeb

Lagrangeovy rovnice I. druhu popisující pohyb jednoho hmotného bodu lze zobecnit na pohyb *N* hmotných bodů a *v* vazeb.

LAGRANGOVY ROVNICE I. DRUHU PRO N HMOTNÝCH BODŮ A v VAZEB JSOU ROVNICE VE TVARU

$$m_i \ddot{x}_i = F_i + \sum_{k=1}^{v} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^i} \tag{7}$$

A

$$\varphi_k\left(x^i, t\right) = 0 \text{ pro } k = 1, 2, \ldots, v, \tag{8}$$

KDE $x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, \ldots, x^{3N}$ JSOU KARTÉZSKÉ SOUŘADNICE N HMOTNÝCH BODŮ.

Rovnice (7) a (8) tvoří soustavu 3*N* + *v* rovnic o stejném počtu neznámých: x^i pro $i = 1, 2, \ldots, 3N$ a λ_k pro $k = 1, 2, \ldots, v$. Tyto rovnice by bylo možné zobecnit i na neholonomní vazby, ale pouze takové, které závisí na rychlosti lineárně.

Psaní indexů nahoru nebo dolů za příslušnou proměnnou vyžaduje hlubší studium diferenciální geometrie, během kterého se ukáže rozdíl mezi varietou, formou, vektorem, ... Na úrovni teoretické mechaniky a v euklidovském prostoru by bylo možné psát všechny indexy dole.

Souřadnice $x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, \ldots, x^{3N}$ jsou řazeny tak, že souřadnice x^1, x^2, x^3 určují polohu prvního hmotného bodu, souřadnice x^4, x^5, x^6 určují polohu druhého hmotného bodu, ... Analogicky jsou indexovány složky vektoru síly.

V uvedeném systému indexování pak platí $m_1 = m_2 = m_3 = m_{\text{prvního hmotného bodu}}$, $m_4 = m_5 = m_6 = m_{\text{druhého hmotného bodu}}$, ...

Analogický popis soustavy hmotných bodů, jejichž pohyb je omezen vazbami, lze udělat i pomocí jedné rovnice. Tím ovšem přecházíme od vektorové mechanice k analytické mechanice.