

## Motivační příklad

Příklad: [Pohyb planet](#)

Nalezněte tvar [trajektorie](#), po které se pohybují [planety](#) kolem [Slunce](#).

Řešení: Planety se pohybují v rovině pod vlivem centrální gravitační síly  $\vec{F}_g$ , která je dána vztahem:

$\vec{F}_g = G \frac{Mm}{r^2} \vec{r}_0 = G \frac{Mm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} = G \frac{Mm}{r^3} \vec{r}$ . Tato síla je silou, která uděluje tělesu o hmotnosti  $m$  [zrychlení](#)

$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ . Proto můžeme v jednotlivých složkách kartézského systému [souřadnic](#) psát:

$$m\ddot{x} = -G \frac{Mmx}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3}$$

$$\ddot{x} = -G \frac{Mx}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3}$$

$m\ddot{y} = -G \frac{Mmy}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3}$ . Úpravou těchto rovnic získáme  $\ddot{y} = -G \frac{My}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3}$ , což je stále velmi

$$m\ddot{z} = 0$$

$$\ddot{z} = 0$$

komplikovaný výraz pro další výpočet.

V polárních souřadnicích lze zadaný problém popsat jednodušeji pomocí rovnic:

$$m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = -G \frac{Mm}{r^2}$$

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -G \frac{M}{r^2}$$

$m \frac{(r^2 \dot{\varphi})'}{r} = 0$ , které lze upravit na tvar  $\frac{(r^2 \dot{\varphi})'}{r} = 0$ . Ze druhé rovnice okamžitě vyplývá, že

$$m\ddot{z} = 0$$

$$\ddot{z} = 0$$

$r^2 \dot{\varphi} = K = \text{konst.}$  a tedy  $\dot{\varphi} = \frac{K}{r^2}$ . Dosazením do první rovnice získáme rovnici  $\ddot{r} = \frac{K^2}{r^3} - G \frac{M}{r^2}$ , jejímž

řešením je  $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$ , kde  $p = \frac{k^2}{GM}$ .

Rovnice  $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$  přitom vyjadřuje rovnici kuželosečky v polárních souřadnicích. V závislosti na parametru  $\varepsilon$  získáme jednotlivé typy kuželoseček:

1. pro  $\varepsilon = 0$  se jedná o kružnici;
2. pro  $\varepsilon \in (0, 1)$  se jedná o [elipsu](#);
3. pro  $\varepsilon = 1$  a zároveň  $\cos \varphi = -1$  se jedná o parabolu;
4. pro  $\varepsilon > 1$  se jedná o [hyperbolu](#).

Z uvedeného příkladu je zřejmé, že popis problému v jiných než kartézských souřadnicích je výhodnější a snadněji se řeší. Proto se zavádějí [zobecněné souřadnice](#).

Podrobněji je tato problematika rozebrána u pohybu planet.

---

© Encyklopedie Fyziky (<http://fyzika.jreichl.com>); Jaroslav Reichl, Martin Všeticka

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.