Počet zobecněných souřadnic

Při popisu systému je vhodné používat jen tolik souřadnic, kolik je nezbytně nutné - více souřadnic je zbytečné zavádět, neboť se tím řešení pohybových rovnic zkomplikuje. S tímto zřetelem se zavádějí zobecněné souřadnice.

Ve fyzice se takovému zjednodušování situace říká princip Occamovy břitvy (Ockhamovy břitvy) na počest anglického františkána Williama Ockhama (1290 - 1349), který jako první formuloval i zákon setrvačnosti a vzepřel se tak Aristotelově logice. „It is vain to do with more, what can be done with fewer.“ („Je zbytečné používat více tam, kde vystačíme s méně.“)

Tento princip vyzdvihoval i anglický filosof a logik sir Bertrand Arthur William Russell (1872 - 1970) ve svých logických úvahách: „Shledal jsem toto býti nejplodnějším principem logické analýzy.“

Počet zobecněných souřadnic, které je nutné k jednoznačnému popisu systému použít, je roven počtu stupňů volnosti *n* daného systému. Platí

$$n = 3N - v \,, \tag{16}$$

kde *N* je počet hmotných bodů systému a *v* je počet vazeb, které omezují jejich pohyb.

Vztah (16) lze popsat též takto: počet hmotných bodů krát dimenze prostoru mínus počet vazeb je roven počtu stupňů volnosti. Každá vazba totiž sníží počet stupňů volnosti o jeden - zabrání hmotnému bodu, aby se mohl v daném směru pohybovat.

Tedy zobecněné souřadnice lze zapsat symbolicky ve tvaru

$$\left\{q^j\right\} = \left(q^1, q^2, q^3, \dots, q^n\right), \tag{17}$$

kde $j = 1, 2, \dots, n$.

V případě neholonomních vazeb by byly popis systému i zobecněné souřadnice komplikovanější, protože by bylo nutné popsat i rychlosti hmotných bodů.

Aby byl popis systému pomocí zobecněných souřadnic dobře definovaný, je nutné definovat regulární vztahy mezi kartézskými souřadnicemi a zobecněnými souřadnicemi, tj. musí existovat funkce

$$x^i = x^i\left(q^j\right) \tag{18}$$

pro $i = 1, 2, \dots, 3N$ a $j = 1, 2, \dots, n$.

<u>Příklad:</u> Pohyb hmotného bodu po povrchu koule

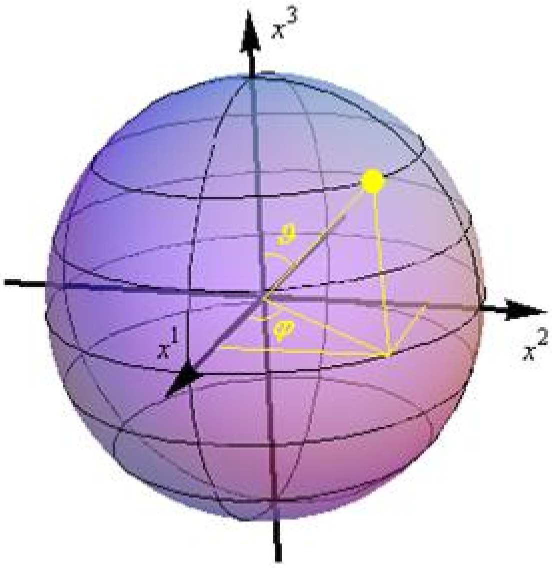
Pohybuje-li se hmotný bod po povrchu koule (tj. po sféře S^2) o poloměru *a* je vhodné jeho pohyb popsat pomocí sférických souřadnic, tj. $q^1 = \vartheta$ a $q^2 = \varphi$. Přitom mezi kartézskými souřadnicemi a sférickými souřadnicemi existují převodní vztahy, které lze psát podle obr. 22:

$$x^1 = a \sin\vartheta \cos\varphi\,;$$

$$x^2 = a \sin\vartheta \sin\varphi\,;$$

$$x^3 = a \cos\vartheta\,.$$

Tyto vztahy odpovídají vztahům (18) a splňují podmínky vazby $x^2+y^2+z^2-a^2=0$. Pro každý úhel φ a ϑ jsou tedy definovány přípustné souřadnice $\{x^1, x^2, x^3\}$ bodů, v nichž se může hmotný bod nacházet. Opačně to neplatí - souřadnice $\{x^1, x^2, x^3\}$ nelze volit libovolně a hledat pro ně zobecněné souřadnice. Např. pro $x^1 = x^2 = x^3 = 0$ nedostáváme smysluplnou polohu hmotného bodu, protože bod o souřadnicích $[0, 0, 0]$ neleží na sféře, po níž se hmotný bod pohybuje.



Obr. 22

Konfigurační prostor je dán zobecněnými souřadnicemi. Jinými slovy je možné říci, že konfigurační prostor je vymezen vazbami daného systému. Vazby systému a zobecněné souřadnice systému jsou navzájem ekvivalentní popisy daného systému. Navíc každá vazba systému snižuje počet zobecněných souřadnic, které je nutné k popisu daného systému zavést, o jednu (viz vztah (16)).

Konfigurační prostor je obecně varieta a zobecněné souřadnice jsou parametry, které tuto varietu popisují.
