

## Poččet zobecněných souřadnic

Při popisu systému je vhodné používat jen tolik [souřadnic](#), kolik je nezbytně nutné - více souřadnic je zbytečné zavádět, neboť se tím řešení pohybových rovnic zkomplikuje. S tímto zřetelem se zavádějí [zobecněné souřadnice](#).

Ve fyzice se takovému zjednodušení situace říká princip Occamovy břitvy ([Ockhamovy břitvy](#)) na počest anglického františkána Williama [Ockhama](#) (1290 - 1349), který jako první formuloval i [zákon setrvačnosti](#) a vzepřel se tak [Aristotelově](#) logice. „It is vain to do with more, what can be done with fewer.“ („Je zbytečné používat více tam, kde vystačíme s méně.“)

Tento princip vyzdvihoval i anglický filosof a logik sir Bertrand Arthur William [Russell](#) (1872 - 1970) ve svých logických úvahách: „Shledal jsem toto býti nejpłodnějším principem logické analýzy.“

Poččet zobecněných souřadnic, které je nutné k jednoznačnému popisu systému použít, je roven počtu stupňů volnosti  $n$  daného systému. Platí

$$n = 3N - v, \quad (16)$$

kde  $N$  je poččet [hmotných bodů](#) systému a  $v$  je poččet [vazeb](#), které omezují jejich [pohyb](#).

Vztah (16) lze popsat též takto: poččet hmotných bodů krát dimenze prostoru mínus poččet vazeb je roven počtu stupňů volnosti. Každá vazba totiž sníží poččet stupňů volnosti o jeden - zabrání hmotnému bodu, aby se mohl v daném směru pohybovat.

Tedy zobecněné souřadnice lze zapsat symbolicky ve tvaru

$$\{q^j\} = \{q^1, q^2, q^3, \dots, q^n\}, \quad (17)$$

kde  $j = 1, 2, \dots, n$ .

V případě [neholonomních vazeb](#) by byly popis systému i zobecněné souřadnice komplikovanější, protože by bylo nutné popsat i [rychlosti](#) hmotných bodů.

Aby byl popis systému pomocí zobecněných souřadnic dobře definovaný, je nutné definovat regulární vztahy mezi kartézskými souřadnicemi a zobecněnými souřadnicemi, tj. musí existovat funkce

$$x^i = x^i \{q^j\} \quad (18)$$

pro  $i = 1, 2, \dots, 3N$  a  $j = 1, 2, \dots, n$ .

**Příklad:** Pohyb hmotného bodu po povrchu koule

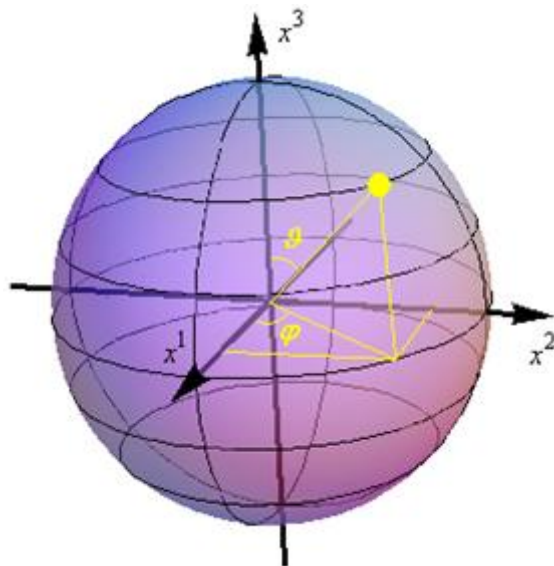
Pohybuje-li se hmotný bod po povrchu koule (tj. po sféře  $S^2$ ) o poloměru  $a$  je vhodné jeho pohyb popsat pomocí sférických souřadnic, tj.  $q^1 = \vartheta$  a  $q^2 = \varphi$ . Přitom mezi kartézskými souřadnicemi a sférickými souřadnicemi existují převodní vztahy, které lze psát podle obr. 22:

$$x^1 = a \sin \vartheta \cos \varphi;$$

$$x^2 = a \sin \vartheta \sin \varphi;$$

$$x^3 = a \cos \vartheta.$$

Tyto vztahy odpovídají vztahům (18) a splňují podmínky vazby  $x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$ . Pro každý úhel  $\varphi$  a  $\vartheta$  jsou tedy definovány přípustné souřadnice  $\{x^1, x^2, x^3\}$  bodů, v nichž se může hmotný bod nacházet. Opačně to neplatí - souřadnice  $\{x^1, x^2, x^3\}$  nelze volit libovolně a hledat pro ně zobecněné souřadnice. Např. pro  $x^1 = x^2 = x^3 = 0$  nedostáváme smysluplnou polohu hmotného bodu, protože bod o souřadnicích  $[0, 0, 0]$  neleží na sféře, po níž se hmotný bod pohybuje.



Obr. 22

[Konfigurační prostor](#) je dán zobecněnými souřadnicemi. Jinými slovy je možné říci, že konfigurační prostor je vymezen vazbami daného systému. [Vazby systému](#) a zobecněné souřadnice systému jsou navzájem ekvivalentní popisy daného systému. Navíc každá vazba systému snižuje počet zobecněných souřadnic, které je nutné k popisu daného systému zavést, o jednu (viz vztah (16)).

Konfigurační prostor je obecně varieta a zobecněné souřadnice jsou parametry, které tuto varietu popisují.