Definice akce

Hamiltonův variační princip vychází z následujícího tvrzení:

POHYB SOUSTAVY HMOTNÝCH BODŮ V ČASOVÉM INTERVALU $\langle t_1; t_2 \rangle$ SE DĚJE TAK, ŽE PLATÍ

$$\delta S = 0\,, \tag{130}$$

KDE S JE TZV. FUNKCIONÁL ČASU DEFINOVANÝ VZTAHEM

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} L\left(q^j(t), \dot{q}^j(t), t\right)\mathrm{d}t \tag{131}$$

PRO $j = 1, 2, \ldots, n$ (KDE n JE POČET STUPŇŮ VOLNOSTI DANÉ SOUSTAVY). L JE PŘITOM LAGRANGEOVA FUNKCE POPISUJÍCÍ DANOU SOUSTAVU.

Ve vztahu (131) symbol $\dot{q}^j(t)$ znamená časovou derivace *j*-té zobecněné souřadnice, tj. $\dot{q}^j(t) = \dfrac{\mathrm{d}q^j(t)}{\mathrm{d}t}$. Dále je nutné si uvědomit, že do vztahu (131) se dosazuje konkrétní průběh jedné trajektorie, čímž se převede langrangeova funkce *L*, která obecně závisí na časovém průběhu zobecněné souřadnice $q^j(t)$, na časovém průběhu zobecněné rychlosti $\dot{q}^j(t)$ a na čase, na funkci jedné proměnné - času.

Tedy místo $L\left(q^j(t), \dot{q}^j(t), t\right)$ po dosazení konkrétní trajektorie, tj. průběhu $q^j(t)$, získáme $L(t)$.

S je tzv. funkcionál, tedy jakési zobrazení přiřazující dané hladké funkci reálné číslo.

Do výpočtu tedy vstupuje průběh závislosti polohy na čase popisující trajektorii (tj. funkce $q^j(t)$) a výsledkem je číslo uložené v proměnné *S*.

Význam vztahu (130) je nutno chápat takto:

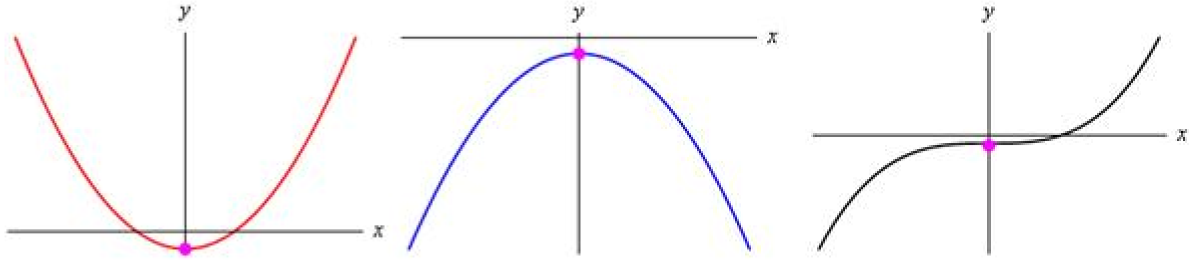
1. Variace akce je nulová.

Variace („změna“) je označena symbolem δ, akce je pak označena symbolem *S*.

2. Skutečná trajektorie, po níž se soustava pohybuje a jejíž tvar hledáme, je taková, že akce *S* pro tuto trajektorii nabývá stacionární hodnotu. To znamená, že první derivace *S* je nulová. Této hodnotě první derivace odpovídá buď extrém (lokální minimum nebo lokální maximum) a nebo inflexní bod (viz obr. 51).

Různým trajektoriím (různým funkcím $q^j(t)$) jsou přiřazeny různé hodnoty *S*. Z těchto různých (hypotetických) trajektorií vybíráme tu skutečnou trajektorii, která má extremální hodnotu proměnné *S*.

Pro variační princip a z něj plynoucí výpočty je důležité, aby se průběh studované veličiny (akce *S*) na „chvilku zastavil“ - to se v ve všech případech zobrazených na obr. 51 skutečně stane.



Obr. 51

Reálné děje v přírodě se tedy vyvíjejí tak, že mají stacionární hodnoty akcí.

Příroda tedy vybírá takové stavy, které jsou: nejmenší, největší nebo podobné ostatním (tomuto stavu odpovídá inflexní bod).

Trajektorie, které nalezneme pomocí variačního principu, jsou přitom ty, které vyplývají z Lagrangeových rovnic (47) nebo z Newtonových rovnic.

Je zajímavé si všimnout jednotky akce *S*: $[S] = \mathrm{J.s}$. Stejnou jednotku přitom má i Planckova konstanta *h*. To není náhoda - pro Feynmanovský popis kvantové fyziky je důležitá veličina $\frac{S}{h}$ odpovídající jakési fázi, pro kterou tak platí $\left[\frac{S}{h}\right] = 1$.

Právě definovaný přístup k řešení úloh není omezen jen na mechaniku. Tento princip lze aplikovat i na řešení úloh z elektromagnetického pole, z části kvantové fyziky a další polní teorie (obecná teorie relativity jako teorie gravitace, popis chování bosonů, popis chování fermionů, ...). Základní princip popisu a hledání řešení zůstává stejný, mění se konkrétní veličina, pomocí níž je akce definována.