

## Popis pohybu částice v cylindrických souřadnicích

[Lagrangeova funkce](#) popisující [pohyb částice](#) v kartézských [souřadnicích](#) je dána vztahem (179). Do cylindrických souřadnic jí přepíšeme pomocí následujících transformačních vztahů:

$$\begin{aligned}x &= R \cos \Phi ; \\y &= R \sin \Phi ; \\z &= z .\end{aligned}$$

Tyto souřadnice závisí na čase. Vzhledem k tomu, že v dalším výpočtu budeme potřebovat jejich časové derivace, určíme je:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \dot{R} \cos \Phi - R \dot{\Phi} \sin \Phi ; \\ \dot{y} &= \dot{R} \sin \Phi + R \dot{\Phi} \cos \Phi ; \\ \dot{z} &= \dot{z}\end{aligned}$$

Nyní dosadíme do [lagrangiánu](#) (179), zjednodušíme a dostaneme

$$L = \frac{1}{2} m \left( \dot{R}^2 + R^2 \dot{\Phi}^2 + \dot{z}^2 \right) - V(R, \Phi, z). \quad (183)$$

[Kanonické hybnosti](#) odpovídající souřadnicím  $R$ ,  $\Phi$  a  $z$  získáme derivací Lagrangeovy funkce podle [zobecněné rychlosti](#) příslušející dané souřadnici. Takže postupně dostáváme

$$p_R = \frac{\partial L}{\partial \dot{R}} = m \dot{R}, \quad p_\Phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}} = m R^2 \dot{\Phi} \quad \text{a} \quad p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m \dot{z}. \quad (184)$$

Z předpisu pro kanonické hybnosti můžeme vyjádřit příslušné zobecněné rychlosti a získáme

$$\dot{R} = \frac{p_R}{m}, \quad \dot{\Phi} = \frac{p_\Phi}{m R^2} \quad \text{a} \quad \dot{z} = \frac{p_z}{m}. \quad (185)$$

[Hamiltonovu funkci](#) nyní můžeme psát ve tvaru  $H = p_R \dot{R} + p_\Phi \dot{\Phi} + p_z \dot{z} - L$ . Po dosazení ze vztahů (183), (184) a (185) pro Hamiltonovu funkci pohybující se částice postupně dostaneme

$$H = \frac{p_R^2}{m} + \frac{p_\Phi^2}{m} + \frac{p_z^2}{m} - \frac{m}{2} \left( \dot{R}^2 + R^2 \dot{\Phi}^2 + \dot{z}^2 \right) + V(R, \Phi, z) = \frac{p_R^2}{m} + \frac{p_\Phi^2}{m} + \frac{p_z^2}{m} - \frac{m}{2} \left( \frac{p_R^2}{m^2} + \frac{R^2 p_\Phi^2}{m^2 R^4} + \frac{p_z^2}{m} \right) + V(R, \Phi, z).$$

Takže [hamiltonián](#) je roven

$$H = \frac{1}{2m} \left( p_R^2 + \frac{p_\Phi^2}{R^2} + p_z^2 \right) + V(R, \Phi, z) \quad (186)$$

a je nezávislý na čase. Proto tedy platí  $H = E$ .

Další výpočet pomocí [Hamiltonových rovnic](#) není možný, protože neznáme konkrétní průběh [potenciální energie](#)  $V(R, \Phi, z)$ .

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.