

## Nabitá částice v elektromagnetickém poli

Další ilustrací použití [Hamiltonových rovnic](#) je jejich aplikace na vyšetřování [pohybu částice](#) s nábojem  $e$ , která se pohybuje v [elektromagnetickém poli](#) charakterizovaném skalárním potenciálem  $\varphi$  a vektorovým potenciálem  $\vec{A}$ .

[Lagrangeova funkce](#) popisující pohyb nabitě částice v elektromagnetickém poli (vzhledem ke vztahu (70), který definuje potenciální energii částice) má tvar

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - e(\varphi - \vec{v} \cdot \vec{A}), \quad (191)$$

který je možné přepsat ve složkách vektorů  $\vec{v}$  a  $\vec{A}$  ve tvaru

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - e(\varphi - \dot{x}A_x - \dot{y}A_y - \dot{z}A_z). \quad (192)$$

[Kanonické hybnosti](#), které odpovídají [souřadnicím](#)  $x$ ,  $y$  a  $z$ , získáme derivací Lagrangeovy funkce podle [zobecněné rychlosti](#) příslušející dané souřadnici. Takže postupně dostáváme

$$p_x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} + eA_x, \quad p_y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} + eA_y \quad \text{a} \quad p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m\dot{z} + eA_z. \quad (193)$$

Z kanonických hybností můžeme vyjádřit příslušné zobecněné rychlosti a získáme

$$\dot{x} = \frac{p_x - eA_x}{m}, \quad \dot{y} = \frac{p_y - eA_y}{m} \quad \text{a} \quad \dot{z} = \frac{p_z - eA_z}{m}. \quad (194)$$

[Hamiltonián](#) můžeme v tomto případě psát ve tvaru  $H = p_x\dot{x} + p_y\dot{y} + p_z\dot{z} - L$ . Po dosazení ze vztahů (192), (193) a (194) postupně pro hamiltonián uvažované částice pohybující se v elektromagnetickém poli máme

$$\begin{aligned} H &= m\dot{x}^2 + e\dot{x}A_x + m\dot{y}^2 + e\dot{y}A_y + m\dot{z}^2 + e\dot{z}A_z - \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + e(\varphi - \dot{x}A_x - \dot{y}A_y - \dot{z}A_z) = \\ &= \frac{(p_x - eA_x)^2}{m} + \frac{(p_y - eA_y)^2}{m} + \frac{(p_z - eA_z)^2}{m} - \frac{1}{2}m \left( \frac{(p_x - eA_x)^2}{m^2} + \frac{(p_y - eA_y)^2}{m^2} + \frac{(p_z - eA_z)^2}{m^2} \right) + e\varphi = \\ &= \frac{1}{2m} \left( (p_x - eA_x)^2 + (p_y - eA_y)^2 + (p_z - eA_z)^2 \right) + e\varphi. \end{aligned}$$

Takže hamiltonián lze psát ve tvaru

$$H = \frac{1}{2m} (\vec{p} - e\vec{A})^2 + e\varphi \quad (195)$$

a i v tomto případě je nezávislý na čase, takže  $H = E$ .

---

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všetíčka**  
Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.