Logické funkce

Libovolnou funkci $f(a,b,\dots)$ vstupních logických proměnných *a*, *b*, … lze zapsat ve dvou základních tvarech: v základním součtovém tvaru (úplná normální disjunktivní forma) a nebo v základním součinovém tvaru (úplná konjunktivní normální forma).

Funkci zapsanou v **základním součtovém tvaru** získáme jako součet základních součinů přímých nebo negovaných proměnných. Zapisujeme pouze základní součiny (tzv. **mintermy**) u těch kombinací přímých nebo negovaných proměnných, ve kterých nabývá funkce *f* hodnoty 1. V mintermu zapisujeme proměnné, které nabývají v příslušné kombinaci hodnoty 1, jako přímé proměnné a proměnné, které nabývají v hodnoty 0, jako proměnné negované.

Funkci zapsanou v **základním součinovém tvaru** získáme jako součin základních součtů přímých nebo negovaných proměnných. Zapisujeme pouze základní součty (tzv. **maxtermy**) u těch kombinací přímých nebo negovaných proměnných, u kterých nabývá funkce *f* funkční hodnotu 0. V maxtermu zapisujeme proměnné, které nabývají v příslušné kombinaci hodnoty 0, jako přímé proměnné, a proměnné, které nabývají hodnoty 1, jako negované proměnné.

V praxi se používají mnohem častěji mintermy a součtový tvar zápisu logické funkce než maxtermy a součinový tvar zápisu logické funkce. Souvisí to s tím, že se v praxi používají hradla NAND.

Rozdíl mezi mintermy a maxtermy je patrný z tab. 6, v níž jsou hodnoty funkce *f* zvoleny náhodně.

a	*b*	*c*	*f*	Mintermy	Maxtermy
0	0	0	1	$\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}$	$a+b+c$
0	0	1	0	$\bar{a}.\bar{b}.c$	$a+b+\bar{c}$
0	1	0	0	$\bar{a}.b.\bar{c}$	$a+\bar{b}+c$
0	1	1	1	$\bar{a}.b.c$	$a+\bar{b}+\bar{c}$
1	0	0	1	$a.\bar{b}.\bar{c}$	$\bar{a}+b+c$
1	0	1	0	$a.\bar{b}.c$	$\bar{a}+b+\bar{c}$
1	1	0	1	$a.b.\bar{c}$	$\bar{a}+\bar{b}+c$
1	1	1	0	$a.b.c$	$\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}$

tab. 6

Základní součtový tvar funkce *f* podle tab. 6 je

$$f=\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}+\bar{a}.b.c+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}\,, \tag{2}$$

základní součinový tvar funkce *f* je

$$f=(a+b+\bar{c}).(a+\bar{b}+c).(\bar{a}+b+\bar{c}).(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}). \tag{3}$$

S využitím Booleovy algebry lze základní součtový tvar (2) funkce *f* dále zjednodušit (o základním součinovém tvaru mluvit nebudeme, protože se v praxi nepoužívá). Při zjednodušování tvaru zápisu logické funkce je nutné dodržet i prioritu prováděných operací:

1. závorky;
2. negace;
3. logický součin;
4. logický součet.

Nyní zjednodušíme logickou funkci *f*, která je zapsána v základním součtovém tvaru (2):
$f=\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}+\bar{a}.b.c+a.\bar{b}.\bar{c}+a.b.\bar{c}=\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}+a.\bar{b}.\bar{c}+\bar{a}.b.c+a.b.\bar{c}=$ (použití komutativního zákona)

$= \left(\overline{a}+a\right).\overline{b}.\overline{c}+\overline{a}.b.c+a.b.\overline{c} =$ (distributivní zákon) $= 1.\overline{b}.\overline{c}+\overline{a}.b.c+a.b.\overline{c} =$ (zákon vyloučeného třetího) $= \overline{b}.\overline{c}+\overline{a}.b.c+a.b.\overline{c}$ (zákon neutrality). Získali jsme tedy logickou funkci v jednodušším tvaru

$$f = \overline{b}\,\overline{c}+\overline{a}bc+a.b.\overline{c}\,, \tag{4}$$

než měla na začátku úprav (viz vztah (2)). Toto zjednodušení je podstatné pro sestavování logických obvodů.

Funkční hodnota logické funkce nemusí být pro některé kombinace vstupních logických proměnných jednoznačně určena resp. se může jednat o případ, který v praxi nemůže nastat (např. měřená veličina je mimo měřící rozsah). Taková funkční hodnota se vyznačuje v pravdivostní tabulce křížkem („X“) a logické funkci, která tyto stavy obsahuje, se říká **neurčitá logická funkce** (**neúplná logická funkce**). Při minimalizaci předpisu logické funkce si pak lze místo neurčité funkční hodnoty představit buď nulu nebo jedničku - podle dané situace.

Zjednodušit předpis logické funkce je možné i pomocí tzv. Karnaughových map.