

Konkrétní Karnaughovy mapy pro tři proměnné

Nakreslete [Karnaughovu mapu](#) pro funkce y_0 , y_1 a y_2 , které jsou dány [pravdivostní tabulkou](#) (tab. 10). Minimalizujte zápis těchto funkcí s využitím a) Karnaughovy mapy, b) [Booleovy algebry](#). Poté nakreslete schéma části logického obvodu, která odpovídá dané [logické funkci](#).

| Číslo řádku | x_2 | x_1 | x_0 | y_0 | y_1 | y_2 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | X |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

tab. 10

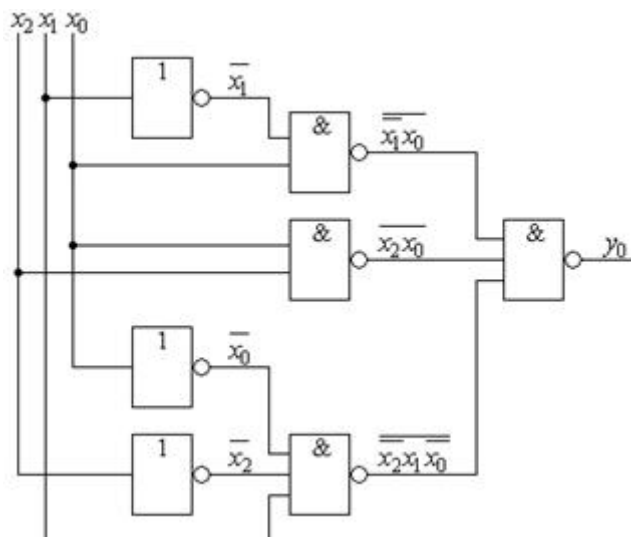
Karnaughova mapa pro funkci y_0 je zobrazena v tab. 11 a je zřejmé, že obsahuje tři podmapy. Můžeme tedy psát: $y_0 = \overline{x_1}x_0 + x_2x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0}$. Tuto funkci již dále není možné dále zjednodušit. Před sestavením schématu logického obvodu vytvořeného pomocí [hradel](#) NAND upravíme logickou funkci do tvaru $y_0 = \overline{x_1x_0} + \overline{x_2x_0} + \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{x_2}x_1\overline{x_0}}}}}$. Schéma je zobrazeno na obr. 33.

| $x_2 \backslash x_1 x_0$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------------|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

tab. 11

S využitím Booleovy algebry lze z tab. 10 vypsát součet jednotlivých [mintermů](#): $y_0 = \overline{x_2}\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1x_0$ a tento předpis dále upravit:

$$y_0 = \overline{x_2}\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1x_0 = \overline{x_2}\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + \overline{x_2}x_1x_0 + x_2\overline{x_1}x_0 + x_2x_1x_0 = (\overline{x_2} + x_2)\overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + (\overline{x_1} + x_1)x_2x_0 = \overline{x_1}x_0 + \overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_2x_0, \text{ což je identický výraz s výrazem, který jsme získali na základě Karnaughovy mapy.}$$



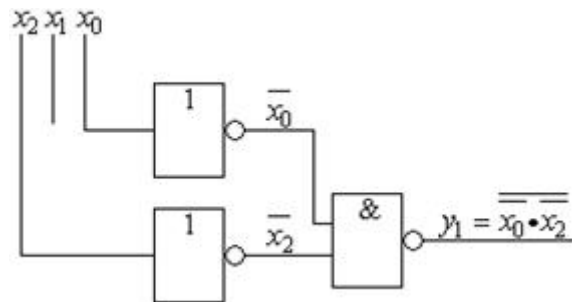
Obr. 33

Karnaughova mapa pro funkci y_1 je zobrazena v tab. 12 a je složena ze dvou podmap. Můžeme tedy psát: $y_1 = x_0 + x_2$. Pro vytvoření schématu logického obvodu pomocí hradel NAND tento předpis upravíme do tvaru: $y_1 = x_0 + x_2 = \overline{\overline{x_0 + x_2}} = \overline{\overline{x_0} \cdot \overline{x_2}}$. Schéma obvodu je zobrazeno na obr. 34.

S využitím Booleovy algebry lze psát: $y_1 = \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} x_0 + \overline{x_2} x_1 x_0 + x_2 \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 + x_2 x_1 \overline{x_0} + x_2 x_1 x_0$, což lze dále upravit. Postupně tedy dostáváme: $y_1 = \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} x_0 + \overline{x_2} x_1 x_0 + x_2 \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 + x_2 x_1 \overline{x_0} + x_2 x_1 x_0 = \overline{x_2} x_0 (\overline{x_1} + x_1) + x_2 \overline{x_1} (\overline{x_0} + x_0) + x_2 x_1 (\overline{x_0} + x_0) = \overline{x_2} x_0 + x_2 \overline{x_1} + x_2 x_1$. Další zjednodušování pomocí Booleovy algebry by bylo technicky náročné. Kdybychom neměly k dispozici Karnaughovu mapu této funkce, použili bychom pro sestavení schématu tento tvar logické funkce. Výhody Karnaughových map se tedy začínají projevovat.

| $x_2 \backslash x_1 x_0$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------------|----|----|----|----|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

tab. 12

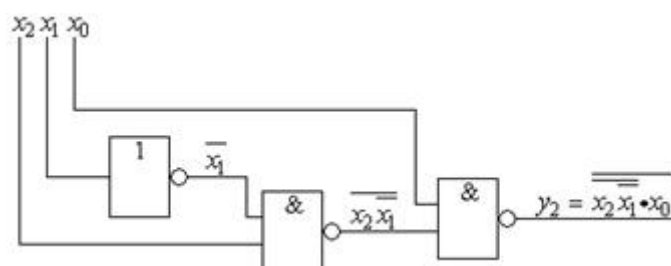


Obr. 34

Karnaughova mapa pro funkci y_2 je zobrazena v tab. 13 a je složena ze dvou podmap. V jedné z nich je zahrnuta i neurčitá funkční hodnota funkce y_2 , kterou lze v tomto případě považovat za jedničku. Tím se Karnaughova mapa zjednoduší a zjednoduší se i [součtový tvar](#) zápisu funkce: $y_2 = x_2 \overline{x_1} + \overline{x_0}$. Pro sestavení schématu logického obvodu (viz obr. 35) pomocí hradel NAND funkci ještě upravíme: $y_2 = x_2 \overline{x_1} + \overline{x_0} = \overline{\overline{x_2 \overline{x_1} + \overline{x_0}}} = \overline{\overline{x_2 \overline{x_1}} \cdot \overline{\overline{x_0}}} = \overline{\overline{x_2 \overline{x_1}} \cdot x_0}$

| $x_2 \backslash x_1 x_0$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------------|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 0 | 0 | X |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

tab. 13



Obr. 35

Na základě Booleovy algebry lze pro funkci y_2 psát:

$$\begin{aligned}
 y_2 &= \overline{x_2} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 + x_2 x_1 \overline{x_0} = (\overline{x_2} + x_2) \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 + x_2 x_1 \overline{x_0} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + x_2 \overline{x_1} x_0 + x_2 x_1 \overline{x_0} = \\
 &= \overline{x_1} (\overline{x_0} + x_2 x_0) + x_2 x_1 \overline{x_0} = \overline{x_1} (\overline{x_0} + x_2) (\overline{x_0} + x_0) + x_2 x_1 \overline{x_0} = \overline{x_1} (\overline{x_0} + x_2) + x_2 x_1 \overline{x_0} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + \overline{x_1} x_2 + x_2 x_1 \overline{x_0} = \\
 &= (\overline{x_1} + x_2 x_1) \overline{x_0} + \overline{x_1} x_2 = (\overline{x_1} + x_2) (\overline{x_1} + x_1) \overline{x_0} + \overline{x_1} x_2 = (\overline{x_1} + x_2) \overline{x_0} + \overline{x_1} x_2 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_0} + x_2 \overline{x_0} + \overline{x_1} x_2.
 \end{aligned}$$

Tento tvar funkce y_2 je jiný ve srovnání s tvarem získaným na základě Karnaughovy mapy. Příčinou je skutečnost, že jsme při minimalizaci funkce pomocí [zákonů](#) Booleovy algebry nezahrnuli řádek číslo 2 z tab. 10, tj. neurčitý stav funkce y_2 . Postup minimalizace funkce pomocí Karnaughovy mapy je méně pracný a výsledný součtový tvar funkce y_2 je jednodušší. A přitom lze tento tvar použít při dalším zpracování digitálních obvodů. Je v něm sice zahrnut i „problémový“ stav, ale tento stav v praxi nenastává - buď je obvod jistěn dalšími prvky a nebo se prostě do daného stavu (odpovídajícímu dané kombinaci vstupních proměnných) obvod nemůže nikdy dostat.

© **Encyklopedie Fyziky (<http://fyzika.jreichl.com>); Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.