

## Eukleidovo dílo

V [alexandrijské knihovně](#) se zachovalo několik [Eukleidových](#) spisů, kterými byly většinou přehledy známých matematických výsledků s jeho vlastními doplňky a komentáři. Jednalo se zejména o knihy *Data* o výpočetních postupech s více než 80 Eukleidovými původními matematickými větami, *Optika*, v níž položil základy perspektivy, a *Základy hudby*, v nichž shrnul a dopracoval výsledky [pythagorejců](#). Je autorem vět o výšce a odvěsně v pravoúhlém trojúhelníku, dokázal, že prvočísel je nekonečně mnoho a že  $\sqrt{2}$  není racionální číslo. Oba tyto výsledky, které jsou pro matematiku velmi důležité, dokázal velmi elegantně sporem. Tento typ důkazu si Eukleides totiž velmi oblíbil.

Eukleidova věta o výšce v pravoúhlém trojúhelníku zní:

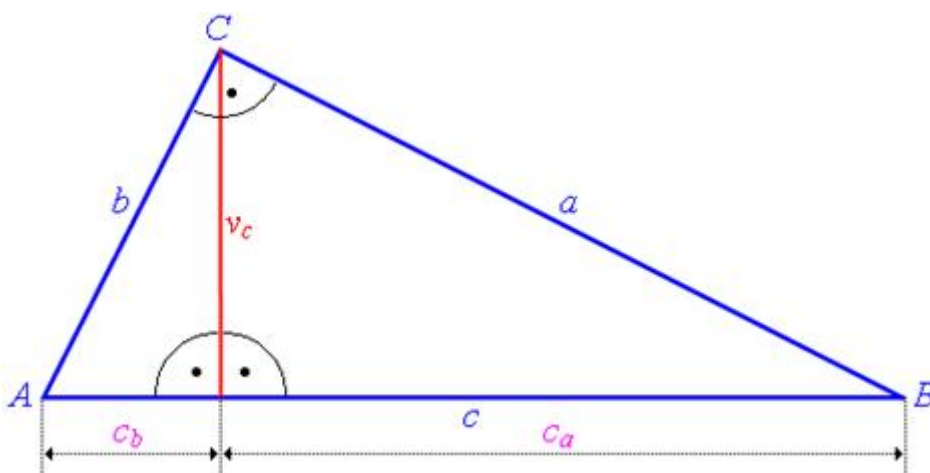
**V KAŽDÉM PRAVOÚHLÉM TROJÚHELNÍKU JE OBSAH ČTVERCE SESTROJENÉHO NAD VÝŠKOU K PŘEPONĚ ROVEN OBSAHU OBDÉLNÍKA, JEHOŽ STRANY TVOŘÍ ÚSEKY PŘEPONY ROZDĚLENÉ TOUTO VÝŠKOU.**

V současném zápise tedy můžeme psát:  $v_c^2 = c_a \cdot c_b$ .

Eukleidova věta o odvěsně pravoúhlého trojúhelníka zní:

**V KAŽDÉM PRAVOÚHLÉM TROJÚHELNÍKU JE OBSAH ČTVERCE SESTROJENÉHO NAD ODVĚSNOU ROVEN OBSAHU OBDÉLNÍKA, JEHOŽ STRANY TVOŘÍ PŘEPONA A ÚSEK PŘEPONY PŘILEHLÝ K DANÉ ODVĚSNĚ.**

V současném zápise tedy platí:  $a^2 = c \cdot c_a$  resp.  $b^2 = c \cdot c_b$ .



Obr. 59

Jeho nejslavnějším dílem, které ovlivnilo matematiku na dalších 2000 let, jsou slavné *Základy* (v latinském překladu *Principia*, řecky *Stoicheia*). Toto dílo neobsahuje příliš původních Eukleidových myšlenek, ale je významné tím, že uspořádal výklad do té doby známých znalostí z matematiky. Navíc toto dílo buduje axiomaticky.

*Základy* tvoří 13 knih a úvod obsahuje úvod obsahuje 23 výměr (definic), 5 úkonů prvotních (postulátů) a 9 zásad (axiomů). Náplní jednotlivých knih je:

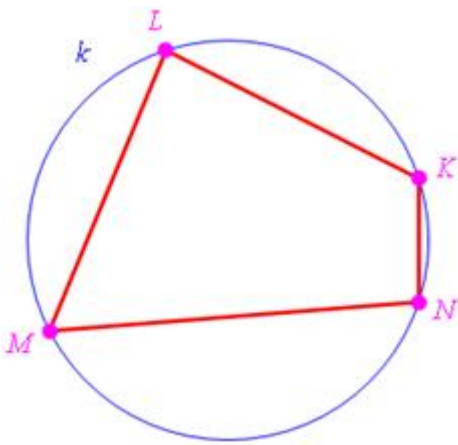
1. 1. kniha - obsahuje trojúhelníky, rovnoběžky, konstrukční úlohy, ...; končí [důkazem Pythagorovy věty](#), kterou Euklides formuloval obecněji:

**OBSAH LIBOVOLNÉHO OBRAZCE SESTROJENÉHO NAD PŘEPONOU PRAVOÚHLÉHO TROJÚHELNÍKA JE ROVEN SOUČTU OBSAHŮ STEJNÝCH OBRAZCŮ SESTROJENÝCH NAD OBĚMA ODVĚSNAMI. TYTO OBRAZCE MUSÍ BÝT VE STEJNÉM [POMĚRU](#) JAKO JSOU STRANY TROJÚHELNÍKA.**

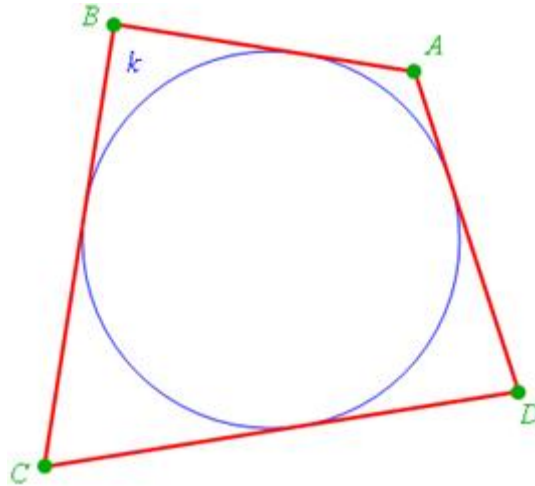
2. 2. kniha - zabývá se planimetrií (geometrie rovinných útvarů) a geometrickou algebrou;
3. 3. kniha - pokračuje planimetrie: 37 poznatků o kruzích, důkaz tvrzení, že jakýkoliv

- úhel vepsaný to půlkruhu je pravý, ...;
4. 4. kniha - pokračuje planimetrie: pravidelné mnohoúhelníky, tětivové mnohoúhelníky a tečnové mnohoúhelníky (na obr. 60 je zobrazen [tětivový čtyřúhelník](#) a na obr. 61 je zobrazen tečnový čtyřúhelník);

Některými vlastnostmi tětivových čtyřúhelníků se zabýval také Klaudios [Ptolemaios](#).



Obr. 60



Obr. 61

5. 5. kniha - zabývá se poměry, teorie proporcí měla odstranit problémy s objevem pythagorejců: nesouměřitelnost úseček;

V 19. století byl tento problém vyřešen zavedením reálných čísel.

6. 6. kniha - uzavírá výklad planimetrie;
7. 7. - 9. kniha - výklad teorie čísel, prvočísla a důkaz, že jich je nekonečně mnoho, dokazuje iracionalitu některých čísel, je zde uveden Eukleidův algoritmus pro nalezení největšího společného dělitele dvou čísel. Zde se projevuje daleko více než v ostatních knihách problém spojený se zápisem: Eukleides totiž vše vykládá na základě geometrie a délek úseček (jak bylo v [řecké matematice](#) při [geometrickém řešení](#) úloh zvykem).
8. 10. kniha - je věnovaná měření;
9. 11. kniha - obsahuje stereometrii: 39 tvrzení o základech geometrie protínajících se ploch;
10. 12. kniha - rozvíjí studium z předchozí knihy: důkaz tvrzení, že obsah kruhu je přímo úměrný poloměru kruhu, ...;
11. 13. kniha - uzavírá dílo; pokračuje ve stereometrii: pravidelné mnohostěny (včetně věty, že jich je jen pět), objemy těles, ...

V *Základech* se také na několika místech objevuje [zlatý řez](#). První zmínka je ve druhé knize v souvislosti s obsahy rovinných útvarů. Přesnější definice je uvedena v 6. knize v souvislosti s [úměrami](#). Eukleides pak využívá zlatý řez dále a to zejména k sestavení [pětiúhelníku](#) (ve 4. knize) a ke konstrukci dvanáctistěnu a dvacetistěnu (ve 13. knize).

Celé dílo je založeno na systému axiomů a právě proto se *Základy* staly základním učebním textem nejen pro moderní matematiku. Každý důkaz lze redukovat na axiomy dané teorie. Tato axiomatická výstavba matematiky se stala vzorem i pro ostatní obory vědy. A to i přesto, že se postupem času ukázalo, že systém jeho pěti postulátů není úplný a na důkaz některých jednoduchých tvrzení nestačí.

Skutečnost, že geometrii je věnováno 9 ze 13 knih svědčí o tom, jaký význam geometrie pro tehdejší matematiku měla.

Euklidovy úvahy vypadají, jako kdyby znal základy infinitezimálního počtu, který ovšem zavedli až v 17. století [Newton](#) a Leibnitz.

„Ke geometrii (k matematice) nevedou žádné královské cesty!“ odpověděl králi Ptolemaiovi na dotaz, zda existuje nějaká snadná cesta, jak se naučit geometrii (matematiku) než z jeho *Základů*.

Na obr. 62 je zobrazena titulní strana prvního anglického vydání *Základů*.



1570

Obr. 62