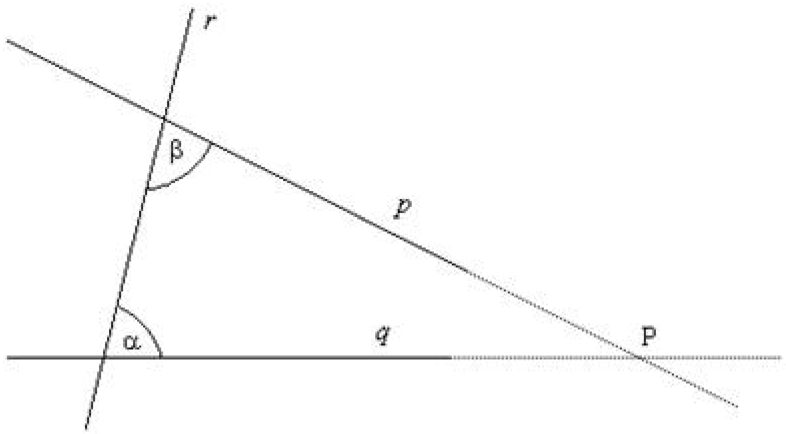
Eukleidovy postuláty

Eukleidovy postuláty (Eukleidovy axiomy), na základě kterých axiomaticky vystavěl geometrii ve svých *Základech*, jsou:

1. 1. postulát: Budiž úkolem od kteréhokoliv bodu ke kterémukoliv vésti přímku. (Dvěma body lze vést přímku.)
2. 2. postulát: A přímku omezenou nepřetržitě rovně prodloužiti. (Přímku lze neomezeně prodlužovat.)

Pod pojmem *přímka* se původně rozuměl geometrický útvar, který v současné době nazýváme *úsečka*.

3. 3. postulát: A z jakéhokoli středu a jakýmkoli poloměrem narýsovati kruh. (Ze zadaného středu lze opsat kružnici se zadaným poloměrem.)
4. 4. postulát: A že všechny pravé úhly sobě rovny jsou. (Všechny pravé úhly jsou stejné.)
5. 5. postulát: A když přímka protínajíc dvě přímky tvoří na téže straně vnitřní (přilehlé) úhly menší dvou pravých, ty dvě přímky prodlouženy jsouce do nekonečna že se sbíhají na té straně, kde jsou úhly menší dvou pravých. (Názorně je situace zobrazena na obr. 63.)



Obr. 63

Čtvrtý postulát byl doplněn později - patrně kvůli pátému postulátu.

Všechny postuláty, až na ten pátý, jsou jednoduché. Pátý postulát se zdál matematikům složitý už během života Eukleida. Proto se snažili ho vyjádřit jinak, dokázat jeho platnost nebo dokázat jeho neplatnost. Nakonec zjistili, že lze dobře definovat geometrii, v níž pátý Eukleidův postulát platí, i geometrii, v níž tento postulát neplatí. Geometrie, ve kterých neplatí Eukleidův pátý postulát, se nazývají **neeukleidovské geometrie**.

Geometrie, v níž platí Eukleidovy postuláty, se nazývá **eukleidovská geometrie**. Konstrukce, kterými se v této geometrii vytvářejí různé objekty (čtverce, kružnice, trojúhelníky, ...), se nazývají **eukleidovské konstrukce**.

Eukleidovská geometrie je geometrie, která vyšetřuje vlastnosti útvarů a jejich vzájemné polohy v rovině. Při konstrukcích v této geometrii se používají pouze pravítka a křivítka - žádná „upravená pravítka“, „zvláštní“ kružítka, křivítka, ...

Neeukleidovské geometrie jsou geometrie definované na sféře, válcové ploše, sedlu, ... - obecně tedy geometrie zakřivených prostorů.

Následující postuláty jsou ekvivalentní pátému Eukleidovu postulátu, i když to na první pohled nevypadá.

1. Bodem mimo zadanou přímku lze vést s danou přímku jedinou rovnoběžku.
2. Protíná-li přímka jednu ze dvou rovnoběžek, protne i druhou.
3. Rovnoběžky jsou všude stejně vzájemně vzdáleny.
4. Obvod kružnice o poloměru *r* je roven $2\pi r$.
5. Součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je 180 stupňů.
6. Existují dva trojúhelníky, které se shodují ve dvou úhlech a přitom tyto trojúhelníky nejsou shodné. (Tj. existují podobné trojúhelníky.)
7. Existuje libovolně velký rovnostranný trojúhelník.
8. Délka strany pravidelného šestiúhelníku je rovna poloměru kružnice tomuto šestiúhelníku opsané.
9. Tři body leží buď na přímce nebo na kružnici.
10. …

Systém pěti Eukleidových postulátů má jednu nevýhodu, kterou si Eukleides patrně neuvědomil: systém postulátů není úplný. To znamená, že existují tvrzení o rovinné geometrii, která není možné s využitím těchto pěti postulátů dokázat ani vyvrátit. Jedná se např. o tato tvrzení:

1. Přímka procházející středem kruhu musí tento kruh protínat.
2. Přímka, která protíná jednu stranu trojúhelníka a neprochází žádným z jeho vrcholů, musí protínat ještě jednu ze zbývajících dvou stran tohoto trojúhelníka.
3. Jsou-li dány tři různé body na téže přímce, pak se jeden z nich musí nacházet mezi zbývajícími dvěma.

Tato tvrzení lze dokázat až ve vyšší teorii, než je Eukleidova teorie.
