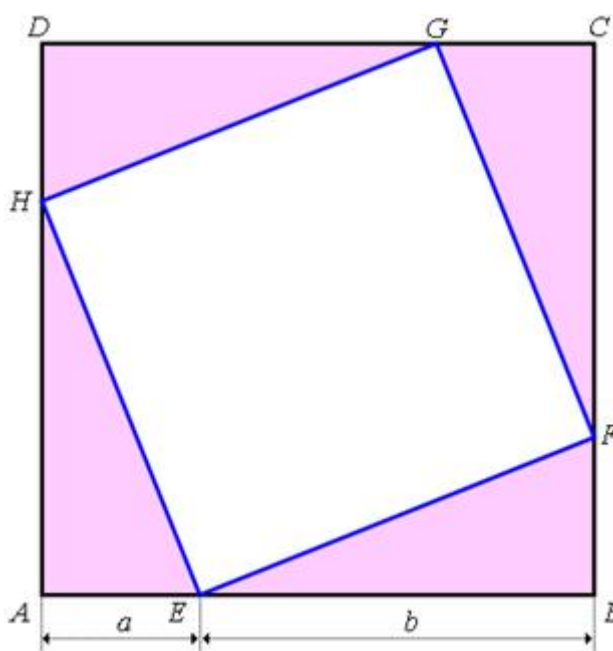


## Důkaz platnosti algebraických vztahů

Využitím [geometrického řešení](#) lze také dokázat platnost některých algebraických vztahů.

Platnost vztahu, který v současné době zapisujeme ve tvaru  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , lze dokázat s využitím obr. 11. Na něm je zobrazen čtverec  $ABCD$  o straně délky  $a + b$ ; jeho obsah tedy je  $(a+b)^2$ . Do tohoto čtverce je vepsán další čtverec a čtyři shodné pravoúhlé trojúhelníky. Obsah čtverce  $EFGH$  přitom je  $a^2 + b^2$  - tento čtverec je totiž sestrojen nad přeponou jednoho ze čtyř pravoúhlých trojúhelníků  $HAE$ ,  $EBF$ ,  $FCG$  nebo  $GDH$ . Všechny tyto pravoúhlé trojúhelníky mají odvěsny o délkách  $a$  a  $b$ . Podle [Pythagorovy věty](#) je pak délka jejich přepon rovna  $\sqrt{a^2 + b^2}$  a tedy obsah čtverce sestrojeného nad touto přeponou je roven  $a^2 + b^2$ . Obsahy uvedených čtyř shodných pravoúhlých trojúhelníků jsou přitom rovny obsahu dvou obdélníků o stranách délky  $a$  a  $b$ .

Dva tyto pravoúhlé trojúhelníky lze totiž přeskládat do jednoho obdélníka.



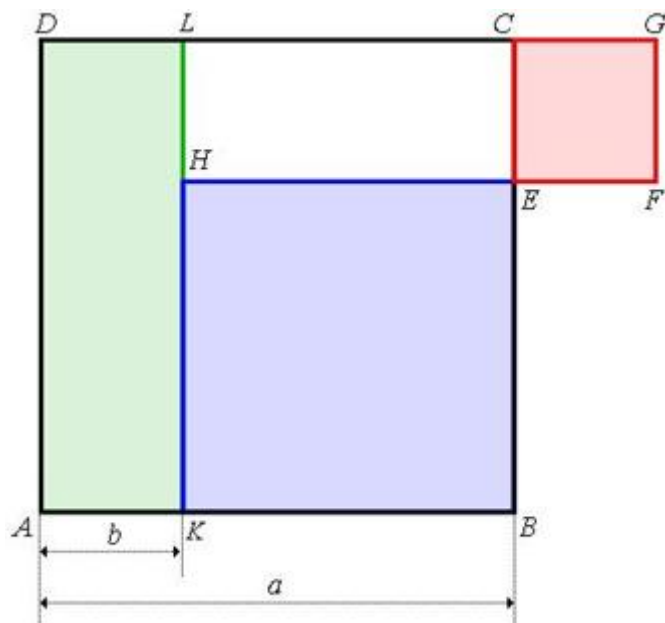
Obr. 11

Obsah čtverce  $ABCD$  tedy můžeme psát buď ve tvaru  $(a+b)^2$  nebo v ekvivalentním vyjádření jako součet obsahu čtverce  $EFGH$  a čtyř shodných pravoúhlých trojúhelníků, tedy  $a^2 + b^2 + 2ab$ .

Tím je platnost vztahu dokázána.

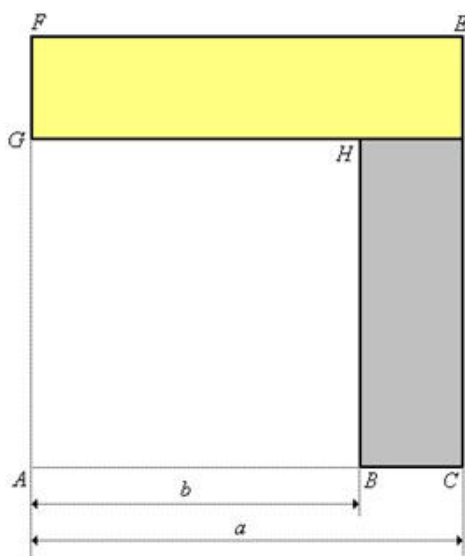
Analogicky lze dokázat platnost vztahu, který v současné době zapisujeme ve tvaru  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ . Na obr. 12 je zobrazen čtverec  $KBEH$  o straně délky  $a - b$  a tedy o obsahu  $(a-b)^2$ . Obsah tohoto čtverce přitom můžeme vyjádřit také pomocí obsahu čtverce  $ABCD$ , obsahu čtverce  $EFGC$  a obsahů dvou obdélníků  $AKLD$  a  $HFGL$ . Obsah čtverce  $ABCD$ , jehož strana má délku  $a$ , je  $a^2$ . Obsah čtverce  $EFGC$  o straně délky  $b$  je  $b^2$ . Každý z obdélníků  $AKLD$  a  $HFGL$  má strany délky  $a$  a  $b$ , a proto obsah každého z nich je  $ab$ .

Přitom obsah čtverce  $KBEH$  je roven součtu obsahů čtverců  $ABCD$  a  $EFGC$  zmenšenému o obsah obou obdélníků  $AKLD$  a  $HFGL$ . Tím je platnost uvedeného vztahu dokázána.

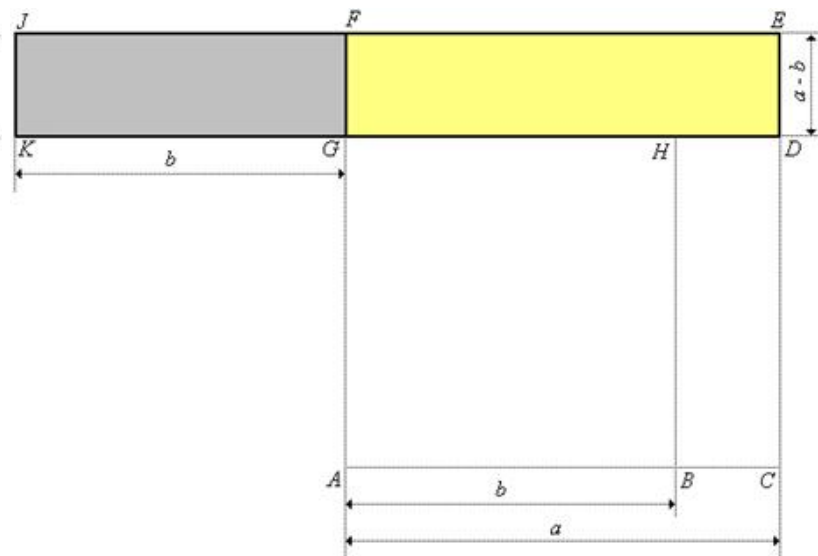


Obr. 12

Také vztah, který se v současné době zapisuje ve tvaru  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ , lze dokázat geometricky. Na obr. 13 je zobrazen gnómon  $BCEFGH$ , který vznikl ze čtverce  $ACEF$  o straně délky  $a$  vyříznutím čtverce  $ABHG$  o straně délky  $b$ . Obsah gnómu  $BCEFGH$  proto je  $a^2 - b^2$ .



Obr. 13



Obr. 14

Gnómon  $BCEFGH$  lze ovšem přeskládat do obdélníka  $DEJK$  zobrazeného na obr. 14, přičemž tento obdélník má stejný obsah jako původní gnómon. Obdélník  $DEJK$  má přitom strany délky  $a - b$  a  $a + b$ , tj. jeho obsah je  $(a+b)(a-b)$ .

Tím je platnost vztahu dokázána.

Analogicky lze dokázat také platnost vztahů, v nichž se vyskytují třetí mocniny.