

## Fibonacciho posloupnost a pythagorejské trojice

Členy [Fibonacciho posloupnosti](#) souvisejí i s [pythagorejskými trojicemi](#).

Pythagorejské trojice jsou trojice čísel, které udávají délky stran pravoúhlého trojúhelníka.

Budeme-li uvažovat čtyři po sobě jdoucí členy Fibonacciho posloupnosti  $F_n$ ,  $F_{n+1}$ ,  $F_{n+2}$  a  $F_{n+3}$ , pak jednotlivé členy pythagorejské trojice  $(x; y; z)$  získáme takto:

1.  $x = F_n \cdot F_{n+3}$
2.  $y = 2F_{n+1} \cdot F_{n+2}$
3.  $z = F_{n+1}^2 + F_{n+2}^2$

Můžeme tedy psát:

$$(F_n \cdot F_{n+3})^2 + (2F_{n+1} \cdot F_{n+2})^2 = (F_{n+1}^2 + F_{n+2}^2)^2. \quad (5)$$

Vzhledem k tomu, že vybíráme libovolné čtyři po sobě jdoucí členy Fibonacciho posloupnosti, platí tyto úvahy pro vztahy Fibonacciho posloupnosti a pythagorejských trojic jak pro Fibonacciho posloupnost začínající členy 1, 1, 2, 3, ..., tak pro posloupnost začínající členy 1, 2, 3, ...

Vztah (5) lze popsat jednoduše takto: uvažujme čtyři po sobě jdoucí členy Fibonacciho posloupnosti - např. 1, 2, 3 a 5. První číslo pythagorejské trojice (číslo  $x$ ) získáme jako součin dvou krajních členů uvažované čtveřice - tj. součin čísel 1 a 5; tedy získáme 5. Druhé číslo trojice (číslo  $y$ ) získáme jako dvojnásobek součinu vnitřních členů dané čtveřice - tj. dvojnásobek součinu čísel 2 a 3; máme tedy 12. Poslední člen trojice (číslo  $z$ ) získáme jako součet druhých mocnin prostředních členů čtveřice - tj. součet druhých mocnin čísel 2 a 3. Poslední číslo tedy bude  $4 + 9 = 13$ . Máme tak pythagorejskou trojici (5; 12; 13).

Číslo 13 ale patří mezi členy Fibonacciho posloupnosti.

Navíc se ukazuje, že číslo  $z = F_{n+1}^2 + F_{n+2}^2$  je samo členem Fibonacciho posloupnosti, takže platí:

$$F_{2n+3} = F_{n+1}^2 + F_{n+2}^2. \quad (6)$$

Právě popsané vlastnosti Fibonacciho posloupnosti objevil v roce 1948 matematik Charles Raine.

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.