

Číselné zajímavosti Fibonacciho posloupnosti

Členy [Fibonacciho posloupnosti](#) mají některé zvláštní číselné vlastnosti.

První z nich je skutečnost, že součet libovolných deseti po sobě jdoucích členů této posloupnosti je dělitelný jedenácti. A navíc platí, že tento součet libovolných deseti po sobě jdoucích členů Fibonacciho posloupnosti je roven 11násobku sedmého z těchto vybraných čísel.

Např. součet prvních jedenácti členů Fibonacciho posloupnosti (tj. součet čísel 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 a 55) je roven 143. Vydělíme-li číslo 143 jedenácti, získáme 13, což je sedmý člen z uvedených členů posloupnosti.

Další vlastnost objevil v roce 1774 v Itálii narozený francouzský matematik Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813). Ten zjistil, že číslice na pozici [jednotek](#) v členech Fibonacciho posloupnosti, se opakují s periodicitou 60 míst.

Tj. první číslo Fibonacciho posloupnosti je 1. Číslo 61. v pořadí končí též jedničkou (řád jednotek je jedna), číslo na 121. pozici také, ... Analogicky např. pro čtvrté číslo: tím je trojka a trojkou končí čísla na pozici 64, 124, 184, ...

Stejná číslice na místě jednotek se může vyskytnout i u čísel na některé jiné pozici, než právě o 60 míst dále, ale na pozicích lišících se o 60 jsou číslice na místě jednotek stejné určitě.

Čísla končící na stejné dvojčíslí (01, 02, 03, 05, 08, 13, ...) se opakují s [periodou](#) 300, čísla mající stejné poslední 3 číslice se opakují s periodou 1500.

V roce 1963 americký matematik Stephen P. Geller s pomocí počítače IBM 1620 zjistil, že poslední čtyři číslice se v zápisu členů Fibonacciho posloupnosti opakují s periodou 15000, posledních pět číslic se opakuje v jejich zápise s periodou 150000 a posledních šest číslic s periodou 1500000. Geller si myslel, že neexistuje žádný obecný postup, jak najít další periody (pro opakování posledních sedmi, osmi, ... číslic). Ovšem krátce poté dokázal izraelský matematik Dov Jarden, že jakýkoliv počet n ($n > 3$) posledních číslic členů Fibonacciho posloupnosti se opakuje s periodou rovnou $15 \cdot 10^{n-1}$.

Posledních sedm číslic se tedy v zápisu členů Fibonacciho posloupnosti opakuje s periodou 15000000.

Další vlastnost členů Fibonacciho posloupnosti je velmi pozoruhodná. Nejdříve vytvoříme tato čísla

0,01
0,001
0,0002
0,00003
0,000005
0,0000008
0,00000013
0,000000021
...

Jinými slovy vytvoříme posloupnost, ve které je číslice stojící na místě jednotek daného členu Fibonacciho posloupnosti postupně na druhém, třetím, čtvrtém, ... desetinném místě.

Sečteme-li nyní všechna tato čísla, získáme zlomek $\frac{1}{89}$.

Platí tedy:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 10^{-n-1} F_n = \frac{1}{89}. \quad (8)$$

Americký matematik a fyzik Clifford Alan Pickover nazývá čísla se vztahem k 666 „apokalyptická čísla“. Zjistil, že 666 číslic má 3184-tý člen Fibonacciho posloupnosti.

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.