Indické tabulky sinů a Árjabhata

V Indii je zájem o astronomii dochován již v prvním tisíciletí před naším letopočtem. Výraznější preciznosti dosáhla indická astronomie až v 5. století před naším letopočtem pod vlivem přílivu poznatků z Babylónie. Zhruba o 200 let později se začaly uplatňovat také vlivy řecké matematiky. K již používaným babylonským aritmetickým schématům se začaly přidávat řecké postupy založené na geometrii. Geometrickým řešením úloh byly Řekové velmi proslavení. Indičtí astronomové tak postupně začali řešit stejné úlohy jako Řekové: určování polohy Slunce, Měsíce a planet, předpovědi zatmění Slunce a zatmění Měsíce, nalezení délky stínu gnómonu, ... Výpočty tohoto druhu byly nalezeny už v nejstarších astronomických dílech z přelomu 5. a 6. století před naším letopočtem. Tyto výpočty vyžadovaly znalost goniometrických funkcí, a proto není divu, že většina astronomických pojednání obsahovala v nějaké podobně goniometrické tabulky.

Výraznou změnou oproti řecké matematice je fakt, že indičtí matematikové začali používat polovinu délky tětivy, což odpovídalo současně používané funkci sinus. Žádný důvod této změny není nikde sepsán, ale je zřejmé, že tato změna proběhla z důvodů zjednodušení výpočtů.

Při počítání s celými tětivami je nutné v řadě případů násobit dvěma a dělit poloměrem, abychom získali ekvivalent současného sinu. Podle obr. 133 je délka tětivy *AB* definována vztahem

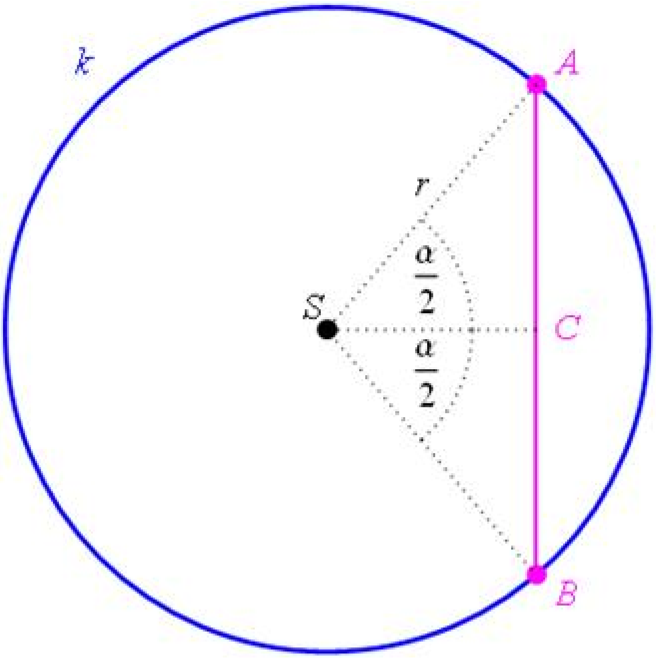
$$|AB| = 2r\sin\frac{\alpha}{2}, \qquad (6)$$

zatímco sinus úhlu $\frac{\alpha}{2}$ je definován vztahem

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{|AB|}{2r}. \qquad (7)$$

Jednoduchost použití sinu oproti délce tětivy spočívá opravdu v tom, že když známe sinus, umíme velmi rychle určit na základě vytvořených tabulek příslušný úhel. Zatímco známe-li délku tětivy, je cesta k nalezení jí příslušnému úhlu složitější: musíme dělit hodnotou 2*r*.

Proto je používání sinu jednodušší a zavedení funkce sinus proto bylo proto přirozené. I když stále tato funkce neměla svůj současný název.



Obr. 133

Pro indickou vědu je typické, že řada výsledků byla shrnuta do stručných formulí, které usnadňovaly zapamatování příslušných poznatků. Do této skupiny textů patří také matematická báseň *Árjabhatíja*, kterou ve svých 23 letech sestavil významný a později hojně komentovaný matematik Árjabhata. V tomto díle také nacházíme snad první dochovanou tabulku hodnot sinů. Ač není přesně znám Árjabhatův výpočetní postup, tabulka se vešla do pouhých dvou veršů.

Jednotlivá čísla byla v básni zakódována pomocí slabik: každá slabika znamenala jisté číslo a celé slovo pak tvořilo součet čísel, které byly reprezentovány jednotlivými slabikami.

Ve verších jsou takto zakódovány diference (přírůstky) polovin délek tětiv. Árjabhata přitom vzal jako základ kružnici, jejíž obvod rozdělil na 21600 stejných dílků (tj. platí $60 \cdot 360 = 21600$). Jeden dílek tak odpovídá naší jedné úhlové minutě. Poloměr této kružnice pak je přibližně 3438 dílků. Vzhledem k tomu, že uvádí pouze poloviny délek tětiv, stačí uvádět pouze hodnoty z prvního kvadrantu. Árjabhatova tabulka obsahuje 24 hodnot. Rozdělíme-li tedy první kvadrant na 24 stejných částí, zjistíme krok, s jakým Árjabhata hodnoty počítal: tento krok je $3°\,45'$. Tomu odpovídá 225 Árjabhatových dílků; přitom platí $21600 = 225 \cdot 4 \cdot 24$.

Árjabhatova tabulka je tedy tvořena diferencemi, které odpovídají postupně se zvětšujícím úhlům s krokem $3°\,45'$. Pro získání hodnoty sinu je nutné součet diferencí od začátku tabulky k danému úhlu vydělit poloměrem uvažované kružnice, tj. číslem 3438. Přesnost Árjabhatových výpočtů je přitom velmi dobrá ve srovnání se současnými hodnotami funkce sinus.