

## Al-Káší a jeho přínos

V Samarkandu, kde žil i Uzbek **DŽEMÍD AL-KÁŠÍ** (cca 1350 - 1436), byla ve 20. letech 15. století založena astronomická observatoř vybavená nejlepšími [optickými přístroji](#) své doby. Tam byly také pro potřeby astronomů sestaveny přesné astronomické tabulky *Zídz Guragání*, které obsahovaly i [tabulky sinů](#) - v tomto případě s krokem jedné úhlové minuty. V těchto tabulkách byly také tabulky tangent; obojí tabulky byly vypočteny s přesností na 5 šedesátinných míst.

Al-Káší popisuje v dopise *Rísalat al-watar wal-Džajb (Dopis o těživě a sinu)* přibližně z roku 1400, jak získat jiným způsobem než [Ptolemaiovým postupem](#) hodnotu  $\sin 1^\circ$ . Ptolemaiovův postup lze totiž zpřesňovat jen velmi obtížně. Al-Káší přišel se zcela odlišným postupem, než jaký navrhl Abú'l-Wafá', jehož postup navazoval ještě na Ptolemaiovův postup.

Původní al-Kášího [práce](#) je sice ztracena, ale jeho postup je dochován např. v komentáři k astronomickým tabulkám *Pravidla operací a oprava tabulek*, který sepsal **MARJÁN ČELEBÍ** kolem roku 1500. Čelebího dědeček byl astronom a matematik **QÁDÍ ZÁDA AL-RÚMÍ** (1364 - 1436) a pracoval v Samarkandu podobně jako al-Káší. Sepsal *Traktát o určení sinu jednoho stupně*, ve kterém je vyložen al-Kášího postup výpočtu.

V době, ve které žil al-Káší, byla dobře známa hodnota  $\sin 3^\circ$ ; funkce  $y = \sin x$  je přitom definována vztahem (6). V dalším textu bude uveden al-Kášího postup, ale bude přepsán do současného zápisu s využitím v současné době používaného sinu. Al-Káší vychází z tehdy známého vztahu

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha, \quad (9)$$

do kterého dosazuje  $\alpha = 1^\circ$ . Za neznámou (v tehdejší terminologii věc) považuje přitom  $\sin 1^\circ$ , čímž problém převádí na [řešení kubické rovnice](#)

$$\sin 3^\circ = 3x - 4x^3 \quad (10)$$

s neznámou  $x = \sin 1^\circ$ . Jedná se vlastně o problém trisekce úhlu, jehož přeformulování na kubickou rovnici (tj. na rovnici třetího stupně) se podařilo již v 11. století. Rovnici (8) Al-Káší píše ve tvaru  $3x = 4x^3 + \sin 3^\circ$ , z níž vyjadřuje

$$x = \frac{4x^3 + \sin 3^\circ}{3}. \quad (11)$$

Rovnice (9) tvoří základ iteračního předpisu, kterou tuto rovnici řeší. Iterační předpis tak má tvar

$$x_{n+1} = \frac{4x_n^3 + \sin 3^\circ}{3}, \text{ kde } x_0 = \frac{1}{60}. \quad (12)$$

Přesněji řečeno Al-Káší hledá řešení ve tvaru  $x = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9$ , ve kterém jednotlivá  $a_i$  pro

$i = 1, 2, \dots, 9$  reprezentují jednotlivé cifry zapsané v šedesátkové [číselné soustavě](#) vydělené příslušnou mocninou čísla 60.

Po devíti provedených iteracích obdržel hodnotu  $\sin 1^\circ$  s přesností na sedm šedesátinných míst, čímž dosáhl do té doby nevídané přesnosti. Tento postup má (na rozdíl od Ptolemaiova postupu a dalších postupů z něj vycházejících) tu výhodu, že stačí znát dostatečně přesně hodnotu  $\sin 3^\circ$  a poté již získáme po několika iteracích hodnotu  $\sin 1^\circ$  s požadovanou přesností.

---

© **Encyklopedie Fyziky** (<http://fyzika.jreichl.com>); **Jaroslav Reichl, Martin Všeticka**

Licence <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> zakazuje úpravy a komerční distribuci.