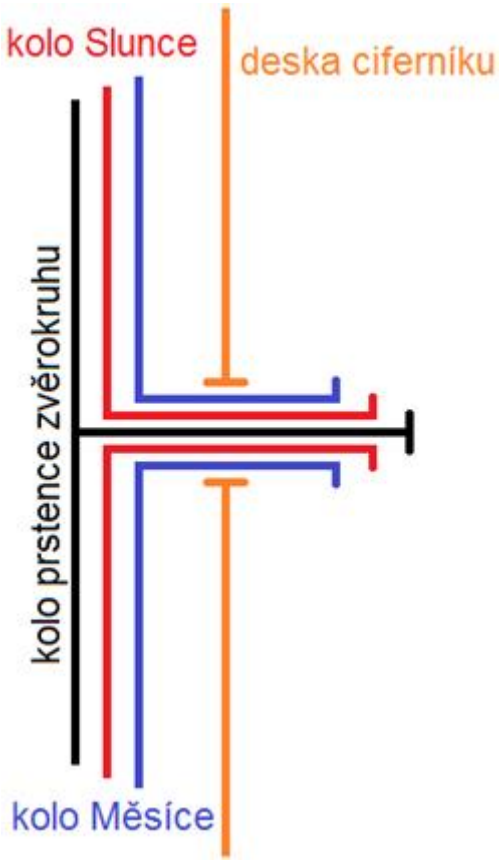
Kola pohánějící ekliptiku, ukazatel Slunce a ukazatel Měsíce

Pohyby tří objektů (ukazatele Slunce, ukazatele Měsíce a ekliptiky s prstencem zvěrokruhu) jsou ze stroje orloje vyvedeny v jediné ose. Kolo pohánějící ekliptiku má plnou osu, která prochází dutou osou vyvedenou z kola, které řídí pohyb Slunce. Tato dutá osa je pak vedena další dutou osou - tentokráte od kola pohánějícího Měsíc. Tato situace je schematicky zobrazena na obr. 158.



Obr. 158

Počty zubů uvedených kol jsou tyto:

1. Kolo ekliptiky má 365 zubů a otočí ekliptikou a prstencem zvěrokruhu přibližně jednou za hvězdný den (tj. 23 hodin 56 minut 4 sekundy) a 366krát za rok.
2. Kolo pohánějící ukazatel Slunce má 366 zubů a otočí jím jednou za střední sluneční den (tj. 24 hodin) a 365krát za rok. Ukazatel Slunce se tedy posune vzhledem ke zvěrokruhu o jeden zub denně.
3. Kolo pohánějící ukazatel Měsíce má 379 zubů a otáčí se v souladu se zdánlivým pohybem Měsíce kolem Země.

Kolo ekliptiky se musí otáčet rychleji a musí mít tedy i menší počet zubů než kolo pohánějící ukazatel Slunce. Důvodem rychlejšího pohybu kola ekliptiky je fakt, že po 365 otáčkách ukazatele Slunce (tj. po uplynutí jednoho roku) musí být ekliptika vzhledem ke Slunci ve stejné poloze.

Za jeden den se tedy musí kolo ekliptiky otočit o 1 celou otáčku a $\frac{1}{365}$ otáčky navíc. Kolo ekliptiky tedy musí mít počet zubů, který je dělitelný 365 (tj. počtem dní v roce). Nejjednodušeji lze tomuto požadavku vyhovět, bude-li mít 365 zubů. Jeden zub tedy je $\frac{1}{365}$ obvodu kola ekliptiky; a

o tento jeden zub se musí ekliptika otočit za den navíc oproti ukazateli Slunce. Ekliptika se tedy za den musí otočit o 366 zubů. Proto se musí i pastorek, který kolem ekliptiky otáčí, otočit o 366 zubů za den.

Společný pastorek může mít různý průměr a podle toho vykoná i různý počet otáček za den. Na orloji je použit pastorek, který má 24 zubů, a proto se za den musí otočit $\frac{366}{24} = 15,25$ krát. Ukazatel Slunce se musí otočit za den přesně o $360°$, a proto musí být chod jicího stroje přesně seřízen. Přitom ale jicí stroj nemusí vykonat za den přesně celý počet otáček; všechny funkce orloje jsou řízeny přímo slunečním kolem.

Kolo ukazatele Slunce pak musí mít tolik zubů, o kolik zubů se otočí za den společný pastorek. A ten se otočí za den o 366 zubů. Proto má kolo ukazatele Slunce 366 zubů. Za 365 dní se tedy kolo ukazatele Slunce otočí 365krát a kolo ekliptiky 366krát.

Ukazatel Měsíce se musí otáčet pomaleji než ukazatel Slunce, a proto musí mít kolo otáčející ukazatelem Měsíce více zubů než sluneční kolo. Sluneční kolo má 366 zubů a pro jeho jedno otočení se musí společný pastorek všech tří kol otočit o 366 zubů. Za 29,53 dne (tzv. synodický měsíc měřený od novu k novu) se otočí sluneční rafie 29,53krát, tj. otočí se o $29,53 \cdot 366 = 10808$ zubů. O tento počet zubů se otočí i společný hnací pastorek všech tří kol. Pokud vyjdeme z okamžiku novu, pak se do okamžiku dalšího novu (tj. za 29,53 dne) musí ukazatel Měsíce otočit přesně o jednu otáčku méně, aby byl na stejném místě, kde bude za tento časový interval ukazatel Slunce a nastal další nov. Měsíc se tedy musí otočit o 28,53 otáček. Hnací pastorek se za tu dobu otočí o 10808 zubů a o stejný počet zubů se musí otočit i kolo s ukazatelem Měsíce. Měsíční kolo tedy musí mít $\frac{10808}{28,53} = 378,829 \doteq 379$ zubů. Za jeden synodický měsíc tak vzniká chyba $(379 - 378,829) \cdot 28,53 = 4,87$ zubů.

Z technické dokumentace o orloji není jasné, jak bylo možné počátkem 15. století vypilovat po obvodu velkých oběžných kol s přesností na desetiny milimetru 365, 366 a 379 zubů. Pravidelný 365úhelník, 366úhelník a 379úhelník totiž není možné sestrojit s využitím konstrukcí Eukleidovské geometrie.

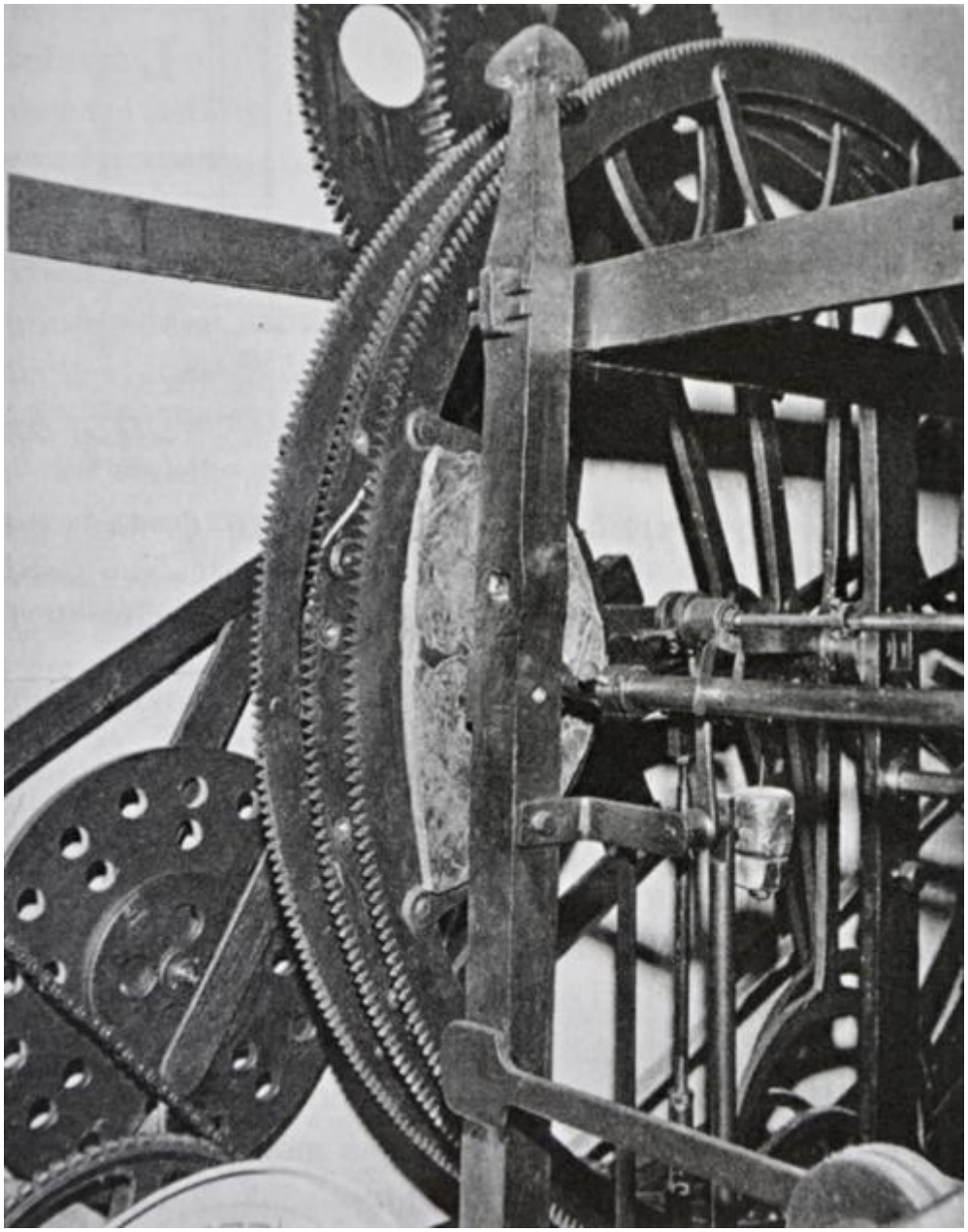
> Není tedy možné tyto mnohoúhelníky sestrojit pouze s využitím pravítka a kružítka (dělení úhlů, ...), ale je nutné použít pravítko se stupnicí.

Jediná metoda, která vede s požadovanou přesností k výsledku, je použít provázek nebo drát stejné délky, jako je obvod daného kola. Drát nebo provázek se pak musí rozdělit na požadovaný počet (365, 366 nebo 379) stejně dlouhých částí, drát nebo provázek pak obtočit kolem kola a rozdělení na kolo přenést. Na základě výzkumu dokumentace a kol je zřejmé, že zuby na kolech se nejdříve ručně vysekaly a potom se ručně opilovaly na požadovanou vzdálenost.

Oběh Měsíce kolem Země není nijak ve skutečnosti synchronizován s rotací Země kolem vlastní osy ani s oběhem Země kolem Slunce. Proto mohou výše popsaná kola znázornit skutečné pohyby uvedených tří těles jen přibližně. Hlavní hodinový stroj od dob jeho sestrojení otáčel prodlouženou hřídelí, na níž byla umístěna tři kolečka. Každé mělo 24 zubů a každé zabíralo do tří velkých kol. Tak bylo dosaženo toho, že se prstenec zvěrokruhu, ukazatel Slunce i ukazatel Měsíce otáčely kolem středu ciferníku různými úhlovými rychlostmi. Měsíc se dostane do téže polohy se Sluncem jednou za 29,53 dne (tzv. synodický měsíc měřený od novu k novu). Této skutečnosti jsou přizpůsobeny počty zubů na třetím kole. Měsíční ukazatel se opozdí za slunečním ukazatelem denně

o 379 - 366 zubů = 13 zubů. To odpovídá úhlu $\left(1-\frac{366}{376}\right)\cdot 360^\circ = 12,348^\circ$. Tato hodnota poměrně dobře vystihuje skutečnost, že se Měsíc každý den podél ekliptiky posune od Slunce směrem na východ v průměru o $\frac{360^\circ}{29,53} = 12,191^\circ$. Jednoduchým výpočtem se lze přesvědčit, že kdyby byl zvolen na třetím kole počet zubů 378 nebo 380, nebyla by shoda taková. Od roku 1865 je měsíční kolo poháněno tzv. diferenčním strojem (opravovacím strojem), který pohyb měsíčního ukazatele ještě více zpřesnil. I tak je ale nutné někdy polohu tohoto ukazatele mírně opravit, neboť poměr siderické doby oběhu Měsíce k době oběhu Země kolem Slunce není možné vyjádřit poměrem „malých“ přirozených čísel.

Všechna tři kola jsou zobrazená na obr. 159. U nejmenšího kola, které otáčí s prstencem zvěrokruhu, je na fotografii patrné v jeho levé střední části olověné závaží. Toto závaží zajišťuje stabilní rovnovážnou polohu v souladu s momentovou větou, neboť toto nejmenší kolo pohybuje excentricky umístěným prstencem zvěrokruhu.



Obr. 159

Pokud bychom chtěli výše popsanou chybu zmenšit, bylo by nutné volit kola, která mají oproti stávajícím kolům šestkrát více zubů (s tím, že u měsíčního kola by byl počet zubů o jeden snížen). Přitom ale není možné kola výrazně zvětšovat, neboť se musejí vejít za kalendářní desku. To ale znamená, že by zuby na kolech musely být šestkrát užší. To by ale znamenalo, že se budou výrazně více obrušovat a jinak deformovat a velmi často budou zoubky přeskakovat a nebudou zapadat do sebe tak, jak mají. Ve snaze potlačit chybu chyba vlastně vlivem přeskakování zoubků vzroste. Proto je stávající počet zubů na kolech volen optimálně. Ostatně vyrobit kolo o přibližně 2200 zubech počátkem 15. století by nebylo příliš reálné.

© Encyklopedie Fyziky (http://fyzika.jreichl.com); Jaroslav Reichl, Martin Všetička
Licence http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/ zakazuje úpravy a komerční distribuci.