Chyby a relativistické korekce

Je nutné si uvědomit, že ačkoliv se elektromagnetické vlnění ze satelitu šíří velmi velkou rychlostí, šíří se vždy konečnou rychlostí. Vzhledem k tomu, že většinu dráhy urazí toto vlnění ve vakuu, je možné uvažovat přibližnou velikost rychlosti šíření vlnění rovnou velikosti rychlosti světla ve vakuu, tj. $3 \cdot 10^8 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Při této velikosti rychlosti šíření vlnění chyba 10 ns při určení času odpovídá chybě v určení vzdálenosti rovné $3 \cdot 10^8 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \ \mathrm{m} = 3 \ \mathrm{m}$. I to je tedy důvod, proč je nutné určovat čas velmi přesně.

Přesnost měření zpoždění přístrojem GPS je ovlivněna řadou faktorů:

1. nepřesnost atomových hodin - do 2 m;
2. nepřesnost korelace kódu (přibližně pod 1 %) - do 3 m;
3. chyba určení polohy satelitu - do 2,5 m;
4. jevy v ionosféře a v troposféře - do 5,5 m;
5. odrazy signálu (v atmosféře, od pozemských objektů, ...) - do 1 m;
6. numerické chyby ve výpočtech - do 1 m.

Celkem tedy dostáváme nepřesnost určení polohy pozorovatele s přístrojem GPS $\pm 15 \ \mathrm{m}$ (tj. $\pm 50 \ \mathrm{s}$). Tyto chyby lze ovšem zmenšit:

1. Data ze satelitů budeme dlouhodobě průměrovat, čímž lze některé chyby odhalit a provést příslušné korekce;
2. Signál ze satelitů je vysílán na dvou různých frekvencích. Velikost rychlosti šíření dvou elektromagnetických vln s různou frekvencí (resp. různou vlnovou délkou) se v různých vrstvách atmosféry (zejména v ionosféře) totiž mírně liší. Na základě zpoždění jednoho signálu vzhledem k druhému lze odhadnout stav ionosféry a započítat příslušné korekce do celkového výpočtu.
3. Lze využít i tzv. **diferenciální měření**, které porovnává dobu šíření signálu ze satelitu k pozorovateli s dobou šíření signálu z téhož satelitu (resp. satelitů) zaznamenanou pozemní stanicí nacházející se v blízkosti pozorovatele. Přesnost určení doby šíření signálu na pozemní stanici je větší, protože na těchto stanicích jsou instalovány přesné atomové hodiny. Přijímač pozorovatele tedy získá informace o své poloze z pozemní stanice a na základě toho může zpřesnit vyhodnocování dalších naměřených dat. Touto metodou lze významně potlačit vliv chyb způsobených atmosférickými podmínkami. Pro tuto metodu korekcí je ale nutné vlastnit přístroj GPS, který dokáže přijímat a zpracovávat signál z pozemních stanic.

Dále je potřeba vzít v úvahu závěry speciální teorie relativity i obecné teorie relativity.

Podle speciální teorie relativity se hodiny, které se vůči pozorovateli pohybují, opožďují oproti vlastnímu času pozorovatele - nastává tedy dilatace času. Satelity GPS se pohybují ve výšce 20200 km a této orbitě odpovídá velikost rychlosti pohybu $3880 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Při této velikosti rychlosti je časový rozdíl způsobený dilatací času za jeden den roven $\Delta t_{STR} = 3600 \cdot 24 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}} - 1 \right) = 3600 \cdot 24 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{3880}{3 \cdot 10^8} \right)^2}} - 1 \right) \mu\mathrm{s} = 7{,}2 \ \mu\mathrm{s}$, což by odpovídalo nepřesnosti v určení polohy více než 2100 m.

Podle obecné teorie relativity se hodiny nacházející se ve slabším gravitačním poli, než je gravitační pole pozorovatele, oproti hodinám pozorovatele předbíhají. Hodiny na satelitu se tedy tímto způsobem předejdou vůči hodinám pozorovatele na Zemi za jeden den o

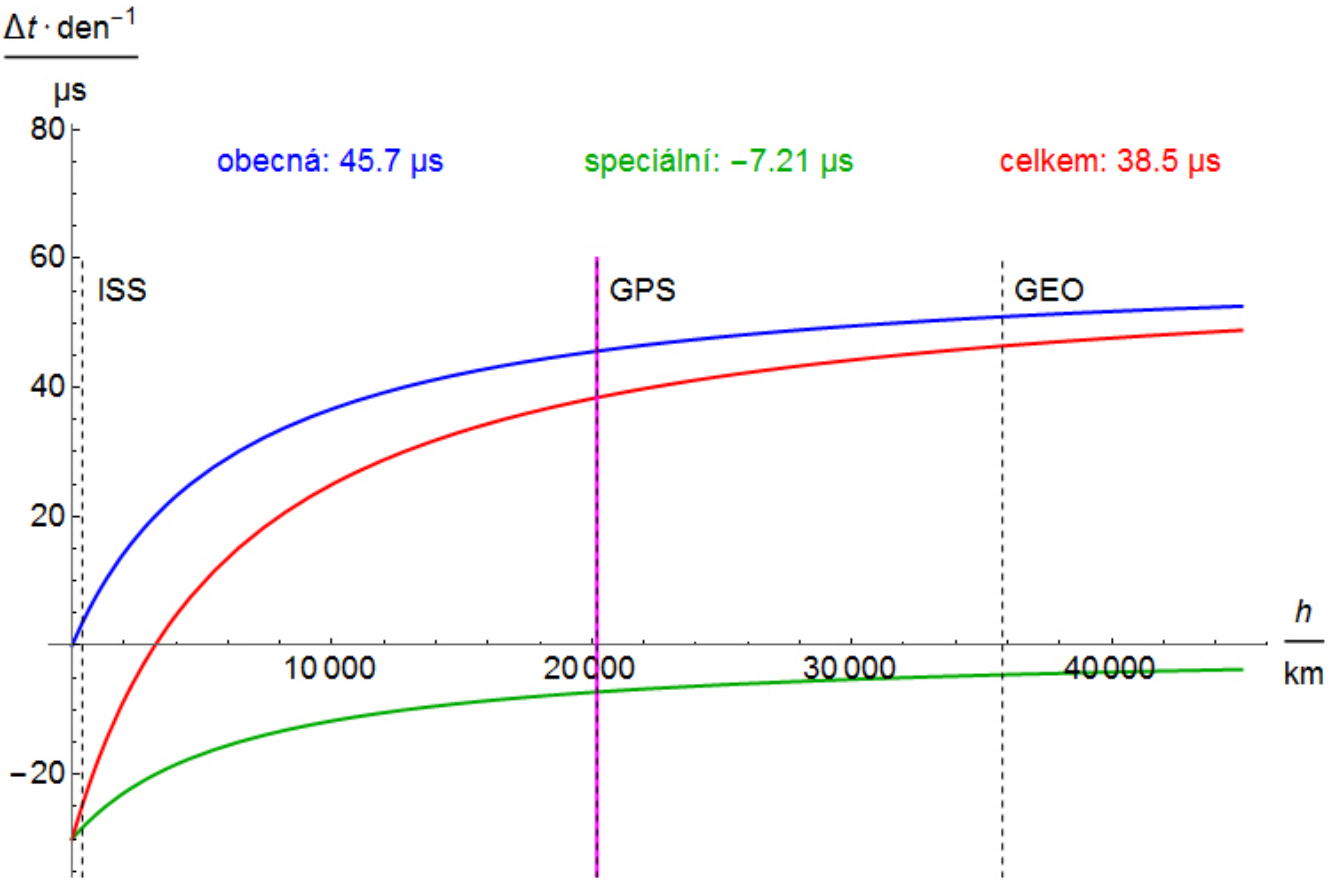
$$\Delta t_{OTR} = 3600 \cdot 24 \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{2\kappa \cdot M}{(R+r) \cdot c^2}} - \sqrt{1 - \frac{2\kappa \cdot M}{R \cdot c^2}} \right).$$ Po dosazení dostaneme:

$$\Delta t_{OTR} = 3600 \cdot 24 \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}9 \cdot 10^{24}}{(6{,}378 + 20{,}2) \cdot 10^6 \cdot (3 \cdot 10^8)^2}} - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}9 \cdot 10^{24}}{6{,}378 \cdot 10^6 \cdot (3 \cdot 10^8)^2}} \right) \mu s = 45{,}7\,\mu s.$$

Satelit se nachází dále od Země a je tedy vystaven slabšímu gravitačnímu poli Země.

Na obr. 191 je zobrazen průběh chyby v určení času vyplývající ze speciální teorie relativity i z obecné teorie relativity v závislosti na vzdálenosti satelitu od povrchu Země.

Celková chyba vyplývající z relativistických korekcí tedy je rovna $\Delta t_{OTR} - \Delta t_{STR} = 38{,}5\,\mu s$, což odpovídá chybě v určení vzdálenosti přibližně 11,5 km. Proto je nutné tuto chybu odstranit. Nejjednodušší způsob, jak jí odstraníme, je ten, že satelit nebude vysílat na své nominální frekvenci 10,23 MHz, ale na frekvenci nižší. Při této nižší frekvenci a započtení obou relativistických korekcí bude pozorovatel na Zemi měřit čas přesně.



Obr. 191

Mezi další jevy, které způsobují další nepřesnosti při určování času, patří např.:

1. trajektorie satelitu při jeho pohybu kolem Země nemá přesně tvar kružnice (tj. nejedná se tedy přesně o pohyb po kružnici);
2. satelit se pohybuje zrychleným pohybem v gravitačním poli Země, která navíc rotuje;

Satelit se pohybuje po kružnici, má tedy nenulové dostředivé zrychlení; proto se pohybuje zrychleným pohybem.

3. elektromagnetické vlnění se pohybuje ze satelitu na Zem gravitačním polem, přičemž intenzita gravitačního pole směrem k Zemi roste - proto není stálá velikost rychlosti šíření tohoto vlnění;

4. elektromagnetické vlnění se nepohybuje k Zemi po úsečce, ale po zakřivené trajektorii.

Právě uvedené vlivy jsou ale oproti výše uvedeným vlivům zanedbatelné, a proto se další korekce při určování času neprovádějí.

© Encyklopedie Fyziky (http://fyzika.jreichl.com); Jaroslav Reichl, Martin Všetička
Licence http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/ zakazuje úpravy a komerční distribuci.