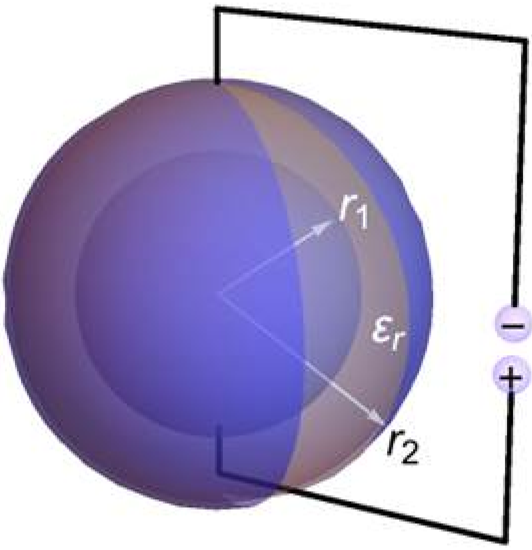
Kulový kondenzátor

Kulový kondenzátor, který je schematicky zobrazen na obr. 20, je tvořen dvěma vodivými elektrodami ve tvaru soustředných kulových ploch o poloměrech r_1 a r_2 (kde $r_1 < r_2$). Prostor mezi oběma elektrodami je vyplněn dielektrikem s relativní permitivitou ε_r .



Obr. 20

Připojíme-li kondenzátor ke zdroji napětí, vznikne v dielektriku elektrostatické pole, které bude připomínat centrální elektrostatické pole (viz schematicky obr. 19).

Velikost elektrické intenzity v prostředí mezi oběma elektrodami lze popsat vztahem $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$, kde *S* je plocha, kterou siločáry elektrostatického pole přecházejí z jedné nabité elektrody na druhou (jedná se o tzv. Gaussovu plochu s poloměrem *r* ležícím v intervalu $\langle r_1; r_2 \rangle$). Pro tuto plochu platí vztah $S = 4\pi r^2$.

Vzhledem k tomu, že velikost elektrické intenzity, kterou lze psát ve tvaru $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot 4\pi r^2}$, není konstantní, musíme pro výpočet elektrického napětí mezi oběma elektrodami kondenzátoru použít vztah využívající integrální počet: $U = \int_{r_1}^{r_2} E \,\mathrm{d}r$.

Dosadíme-li za velikost elektrické intenzity, získáme vztah $U = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot 4\pi r^2} \mathrm{d}r$, který lze postupně integrovat: $U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} \mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$.

Dosazením do definičního vztahu pro kapacitu kondenzátoru ve tvaru $C = \frac{Q}{U}$ získáme vztah ve tvaru: $C = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}}$.

Odtud pro kapacitu kulového kondenzátoru dostáváme výsledný vztah ve tvaru

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}\,. \tag{2}$$

Pokud bychom chtěli vypočítat kapacitu vodivé koule o poloměru *R*, která se nachází v prostředí s relativní permitivitou ε_r, stačí si uvědomit, že můžeme použít odvozený vztah (2) za předpokladu, že vnější deska má extrémně velký poloměr, tj. $r_2 \to \infty$. Vztah (2) v tom případě můžeme psát ve tvaru $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot \frac{r_1 r_2}{r_2\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot \frac{r_1}{1 - \frac{r_1}{r_2}}$. Uvědomíme-li si, že za podmínky $r_2 \to \infty$ je výraz $\frac{r_1}{r_2}$ téměř nulový, dostáváme hledaný vztah ve tvaru

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R\,. \tag{3}$$

Přesné odvození vztahu (3) by bylo možné provést na základě vlastností limity v nevlastním bodě a získali bychom stejný výsledek.

Stejný vztah popisuje i kapacitu osamoceného kulového vodiče.