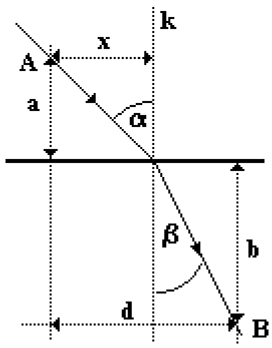
***Fermatův princip nejmenšího času

Zákon lomu světla lze odvodit také pomocí Fermatova principu nejmenšího času, jehož autorem je francouzský právník a matematik Pierre de Fermat (1601 - 1665). Tento princip vychází z předpokladu, že světelný paprsek procházející bodem *A* v jednom optickém prostředí a bodem *B* v druhém prostředí, urazí vzdálenost *AB* za minimální možný čas. Podle obr. 8 lze pro dráhu v prvním prostředí psát $s_1 = \sqrt{a^2 + x^2}$ a pro dráhu ve druhém prostředí pak $s_2 = \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$. Čas potřebný k překonání vzdálenosti bodů *A* a *B* je pak roven $t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}{v_2}$, kde v_1 je velikost rychlosti světla v prvním prostředí a v_2 pak velikost rychlosti světla ve druhém prostředí.



Obr. 8

Nyní hledáme minimum funkce $f(x)$ - použijeme tedy diferenciálního počtu. Funkci $f(x)$ derivujeme podle proměnné *x*: $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_1}\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2}\frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}$. Vzhledem k tomu, že nás zajímá extrém funkce $f(x)$, bude v bodě, ve kterém $\frac{dt}{dx} = 0$, tj. $\frac{1}{v_1}\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2}\frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = 0$. Podle obr. 8 je $\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ a $\sin\beta = \frac{d-x}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}$, lze tedy psát $\frac{\sin\alpha}{v_1} - \frac{\sin\beta}{v_2} = 0$. Odtud již dostáváme $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$, což je Snellův zákon lomu.

Pro zcela korektní matematické řešení by bylo nutné ověřit, že jsme skutečně nalezli minimální čas, za který urazí světelný paprsek vzdálenost mezi body *A* a *B*. Ve skutečnosti jsme tento čas ale nehledali - zjistili jsme, že požadavek minimálního času je ekvivalentní Snellovu zákonu lomu. Tím jsme převedli hledání minimálního času (resp. hledání vzdálenosti *x*, která určuje bod dopadu světelného paprsku vyzářeného z bodu *A* na rozhraní uvažovaných optických prostředí) na hledání úhlu α.

A platnost Snellova zákona lomu byla dokázána fyzikálně - matematickým odvozením v odstavci věnovanému lomu mechanického vlnění.