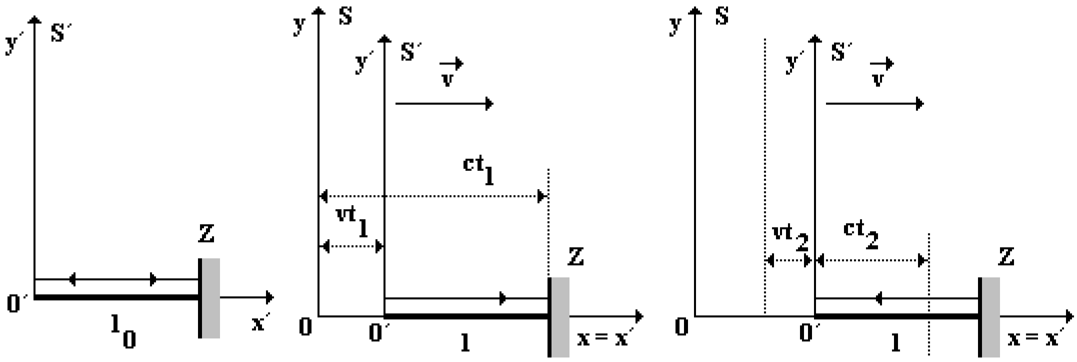
# Odvození vztahu pro kontrakci délek

K odvození vztahu mezi délkou předmětu $l_0$ v klidové soustavě $S'$ a délkou předmětu $l$ v libovolné jiné soustavě $S$, vůči níž se soustava $S'$ pohybuje rychlostí $\vec{v}$, lze využít následující myšlenkový pokus. Předpokládejme, že z levého konce tyče (bod $O'$) vyšleme ve směru jejího pohybu světelný signál. Světlo se po odrazu od zrcátka $Z$ (umístěného na druhém konci tyče) vrátí zpět do bodu $O'$. Čas, za který světlo urazí dráhu $O'ZO'$, je závislý na volbě vztažné soustavy, z níž budeme světelný signál sledovat.

V soustavě $S'$, v níž je pozorovatel vzhledem k tyči v klidu, naměříme čas $t' = \frac{2l_0}{c}$ (viz obr. 18).

V soustavě $S$ se světlo šíří od levého konce tyče k zrcátku $Z$ po dobu $t_1$, přičemž urazí dráhu $ct_1 = vt_1 + l$, kde $l$ je délka tyče v soustavě $S$ (viz obr. 19). Při návratu paprsku k levému konci tyče (bod $O'$) urazí světlo vzhledem k soustavě $S$ dráhu $ct_2 = l - vt_2$. Čas $t$, za který světlo urazí dráhu $O'ZO'$, je součtem časů $t_1$ a $t_2$. Tedy $t = t_1 + t_2 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.



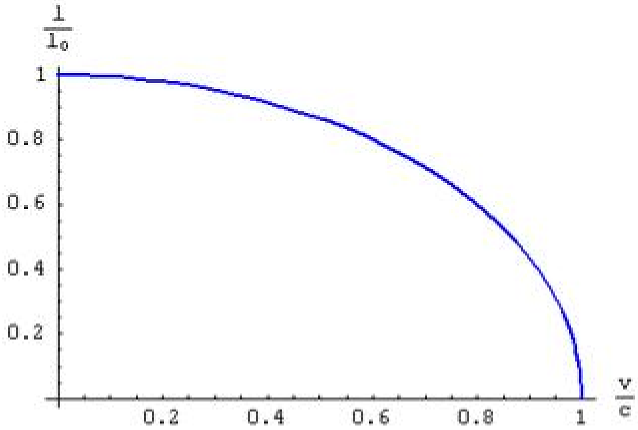

Obr. 18 Obr. 19

Vyslání paprsku z bodu $O'$ a jeho opětovný příjem v tomto bodě jsou z hlediska soustavy $S'$ dvě soumístné události, mezi nimiž uplyne čas $t'$. Z hlediska pozorovatele v soustavě $S$ mezi dvěma popsanými událostmi uplyne čas $t$. Čas $t$ a $t'$ jsou svázány vztahem pro dilataci času, který lze zapsat ve tvaru $t = t' \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Po dosazení vztahu pro dilataci času a vlastního času (čas měřený v soustavě $S'$) do vztahu pro čas $t$ vypočtený z experimentu dostáváme: $\frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2l_0}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Odtud lze již odvodit **vztah pro kontrakci délek** ve tvaru $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

S využitím Lorentzova koeficientu lze vztah pro kontrakci délek psát ve tvaru: $l = \frac{l_0}{\gamma}$.

Vzhledem k tomu, že $v < c$, je i $\frac{v^2}{c^2} < 1$. Proto $0 < \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$ a tedy $l < l_0$. Graf závislosti poměru $\frac{l}{l_0}$ na velikosti rychlosti pohybu tyče (resp. na poměru $\frac{v}{c}$) je zobrazen na obr. 20.



Obr. 20

Pro malé velikosti rychlosti pohybu naměří pozorovatel, který je vzhledem k tyči v klidu, i pozorovatel, který je vzhledem k tyči v pohybu, stejné délky tyče. S rostoucí velikostí rychlosti pohybu tyče bude měřit pozorovatel, vůči němuž se tyč pohybuje, stále kratší její délku. Pro velikosti rychlosti blízké velikosti rychlosti světla ve vakuu se jím měřená délka tyče bude blížit nule.

**DÉLKA TYČE V SOUSTAVĚ, VZHLEDEM K NÍŽ SE TYČ POHYBUJE (VE SMĚRU SVÉ DÉLKY), JE VŽDY MENŠÍ NEŽ DÉLKA TÉŽE TYČE V SOUSTAVĚ, VZHLEDEM K NÍŽ JE TYČ V KLIDU (KLIDOVÁ SOUSTAVA).**

Jestliže do soustavy $S'$ umístíme tyč kolmo k pohybu této soustavy, pak současný záznam poloh koncových bodů tyče v soustavě $S'$ je současný i v soustavě *S* a proto **ke kontrakci délek nedochází**.

Stále vyšetřujeme, jak tyč naměříme - nikoliv, jak jí budeme vidět. To jsou dva naprosto rozdílné fyzikální jevy, které je nutné v teorii relativity striktně odlišovat: měření délek a optický vzhled pohybujících se objektů.

Důvody, proč nevnímáme kontrakci délek v praxi při běžných pohybech (cesta autobusem, jízda automobilem, ...), jsou stejné jako ty, proč nevnímáme při těchto pohybech dilataci času.